氏名・(本籍)	松(まつ) 本(もと) 裕(ひろ) 行(ゆき)
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 8518 号
学位授与の日付	平成元年3月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**実軸上の合流する確率的流れ**
論文審査委員	(主査) 教授 池田 信行 (副査) 教授 渡辺 毅　教授 福島 正俊　助教授 重川 一郎

論文内容の要旨

無限粒子系の主要な課題の1つである合流するブラウン運動の問題を，確率的流れの立場から論じた興味深い結果がHarris によって与えられた。本論文では，1次元拡散過程の一般論，及びHille の方法による作用素の固有関数の最大値の評価を使うことにより，Harris の結果を精密化し，確率的流れの値域の構造を解明した。

aをR^2上の有界連続かつ対称な実数値関数とし，対角集合　$D=\{(x, y)\in R^2 ; x=y\}$の任意の近傍の外で局所Lipschitz 連続であることを仮定する。このときR^1からR^1への右連続で左極限をもつ単調非減少な写像全体の作る空間に値をとる確率的流れと呼ばれる確率過程$\{X_{s,t}\}_{t\geq s}$で次をみたすものが，確率法則の意味で唯1つ存在する：(i)$\{X_{s,t}(x)\}_{t\geq s}$は時刻sにxを出発し$\frac{1}{2}a(x,x)d^2/dx^2$によって，生成される拡散過程，(ii)すべての$s\leq t\leq u$なるs，t，uに対して確率1で，$X_{t,u}\circ X_{s,t}=X_{s,u}$，(iii)すべてのt，x，yに対して

$$a(x, y)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}E[(X_{t,t+h}(x)-x)(X_{t,t+h}(y)-y)],$$

(iv)$x\neq y$なるすべてのx，yに対して$X_{s,\tau}(x)=X_{s,\tau}(y)$をみたす，$s<\tau<\infty$が存在したとすると，$t\geq\tau$に対して$X_{s,t}(x)=X_{s,t}(y)$ 。(iv)に述べたτが存在するとき，特に$\{X_{s,t}\}_{t\geq s}$は，合流する確率的流れといわれる。

まず，$a(x, y)=b(x-y)$ の場合，つまり相互作用が2点の距離にのみ依存する場合を考える。このとき$\{X_t(x)-X_t(y)\}_{t\geq 0}$，$X_t=X_{0,t}$，は$(0,\infty)$上の拡散過程になり，合流の有無が1次元拡散過程に関するFeller の判定条件を使うとbに対する積分条件によって書ける。主定理にお

いては，まず

$$\int_{0+}(b(0)-b(z))^{-1}zdz=\infty$$

であれば，すべての $t\geq 0$ に対して，X_t は確率1で R^1 の同相写像であることを示し，次にこの積分が収束しbがある種の単調性をもてば，すべての $t>0$ に対して，有界区間の X_t による像が有限集合になる確率が1であることを示した。第2の主張について，Harris はbに対して $z=0$ の近傍における巾型の評価を仮定して証明したが，ここでは $z^{-2}(b(0)-b(z))$ の単調性のみを仮定して証明した。このとき，標準測度の単調性に関する仮定の下で，1次元拡散過程の標準測度に関する推移確率密度が正の時刻を固定すると有界であることを，Hille の方法に従って作用素の固有値と対応する固有関数の最大値の増大の度合を比較することによって証明することが重要である。これは1次元拡散作用素が ultra－contractive であるための1つの十分条件を与えている。

また相互作用が2点間の距離だけでは決らない場合にも，対角集合Dの近傍においてaがある種の条件をみたし，確率微分方程式の解に関する比較定理を適用できる場合について，上に述べた結果と同じ結果を証明した。

論文の審査結果の要旨

確率的流れの研究は確率過程論における基本的な課題の1つであり，その成果は確率解析や無限粒子系の確率論的研究においても広く応用されている。Harris は必ずしも滑かでない局所特性量をもつ確率的流れについて注目すべき研究を行った。

松本君は本論文において，R^1 から R^1 への右連続で左極限をもつ単調非減少な写像全体の作る空間に値をとる確率的流れ $\{X_{s,t}\}_{t\geq s}$ で次の条件をみたすものを研究している。すべての $s\leq t\leq u$ に対し確率1で $X_{t,u}\circ X_{s,t}=X_{s,u}$ が成立し，各 $x_0\in R^1$ に対し $\{X_{s,t}(x_0)\}$ は時刻sで x_0 より出発し，$\frac{1}{2}a(x,x)\frac{d^2}{dx^2}$ により生成される1次元拡散過程である。さらに

$$a(x,y)=\lim_{t\downarrow 0}E[(X_{0,t}(x)-x)(X_{0,t}(y)-y)]/t,\quad x,y\in R^1$$

で定まる流れの局所特性量 $a:R^1\times R^1\to R^1$ は狭義正定値有界連続な対称関数で対角集合の任意の近傍の外で局所Lipschitz連続であるとする。

とくに本論文においてはaが1変数関数bによって $a(x,y)=b(x-y)$，$(b(0)=1)$，と表わされる場合に

$$(1)\qquad \int_{0+}z(1-b(z))^{-1}dz=\infty$$

ならば確率1で流れの合流はおきず，さらにbが単調性について適当な条件をみたし，(1)の積分が収束すれば確率1で流れの合流がおきるのみならず，$X_{0,t}$，$(t>0)$，による有界区間の像は有限集合になることが示されている。これらの成果はHarris の研究成果の顕著な発展であり，確率過程論の発展に大きく寄与するものである。またこれらの結果の証明のために1次元拡散過程についての興味深い新しい

事実が用いられている。

以上のように本論文における松本君の研究は，確率過程論に重要な貢献をなすものであり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。