Osaka University Knowledge Archive

Title	2次元Wigner結晶の量子融解
Author(s)	斎藤, 基彦
Citation	大阪大学低温センターだより. 1995, 91, p. 6-9
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/10023
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

研究ノート

2次元Wigner結晶の量子融解

理学部　斎　藤　基　彦（内線5734）

§1.　Wigner結晶

物質の凝集機構を理論的に解明するための簡単な模型としてジェリウム模型とよばれるものがある。この模型では正イオンを一様なバック・グラウンドとしてぬりつぶし、電子の自由度のみを考える。このような理想化は金属など電子の自由行程が非常に大きいものでは正しいと考えられる。このように簡単化しても、まだ電子同志のCoulomb相互作用は生き残っているから、依然としてむずかしい問題である。1934年、Wignerはジェリウム模型中の電子の基底エネルギーを計算して、電子の密度が非常に薄くなると、電子は結晶状に周期的に配置されるのが安定であると予想した[1]。この電子結晶は予想した人にちなんでしばしばWigner結晶と呼ばれている。予言された電子の密度から考えて、半導体で実現するだろうと、多くの実験的努力がなされたが、存在の確証は永い間得られなかった。1979年になってはじめてGrimesとAdamsがその存在の決定的な証拠を得た[2]。しかし彼らの見つけた系はそれまで調べられた半導体ではなく、液体ヘリウムの上にのせた準2次元的に運動する電子の系であった。

半導体で3次元のWigner結晶は見つからなかったが、2次元電子系で大きな発展があった。1970年、江崎とTsuによって人工的に超格子を作ることが提案された[3]。分子線エピタクシー法によって良くコントロールして異なる組成の半導体の層を積み重ねると、それは原子間隔に比べて非常に長い周期の結晶に同等であるという考えである。その結果、金属－酸化物－半導体の系(MOS系)やGaAsとAl_xGa_{1-x}などを交互に積み重ねたヘテロ接合の系の非常に良い試料が得られるようになり、研究が飛躍的に発展した。このようななか、Siを基盤とするMOS系に磁場を加え、Hall易動度を測定すると、それがe^2/hの整数倍に精密に一致するという大発見が1980年になされた[4]。いわゆる量子Hall効果の発見である。ただし$-e$は電子の電荷、hはPlanckの定数である。ヘテロ系で磁場を更に強くすると、Hall易動度はe^2/hの整数倍に限らず、特別な有理分数の値をとることも判明した（分数量子Hall効果）[5]。最近では、分数量子Hall効果を示す領域のうち、充塡因子νが1/5～1/7の付近では電子はWigner結晶になっていると信じられている[6]。ただし充塡因子νは$\nu=2\pi\hbar n/eB$で定義される。ここでnは電子の面密度、Bは磁束密度である。

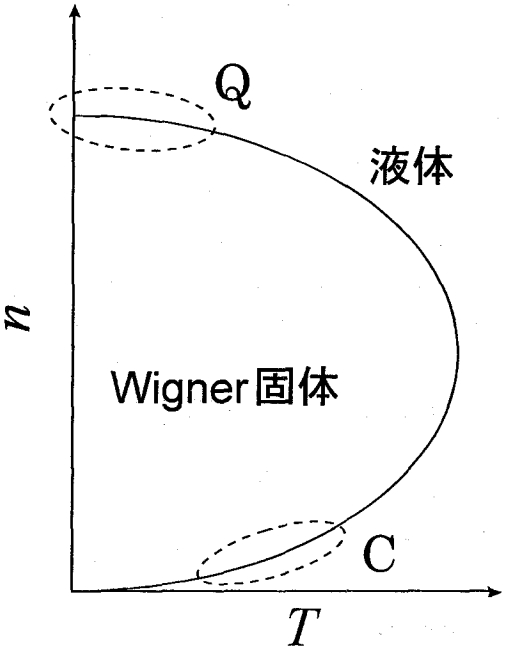
§2.　2次元Wigner結晶の相図

電子結晶は電子間の平均的Coulomb相互作用の大きさ、$V=e^2\sqrt{\pi n}/4\pi\varepsilon$が電子の運動エネルギー$K$と較べて十分に大きい時にできる。すなわちその比$\Gamma=V/K$が臨界的な値$\Gamma_c$より大きい場合である。電子が非縮退している古典的な場合は$K=k_BT$であり、また縮退した量子的な場合は$K=E_F=\pi k^2n/2m$で与えられる。ただしTは絶対温度、E_FはFermiエネルギー、mは電子質量である。Wigner結晶の概念的な相図は図に示される[7]。領域Cの融解は電子が非縮退しているので古典的融解と呼ばれる。古典的

融解としてはKosterlitzとThouless[8,9]が提唱した、転位を媒介にした融解であると仮定して計算すると、

$$\Gamma = e^2\sqrt{\pi n}/4\pi\varepsilon k_B T < \Gamma_c \cong 130$$

となり、GrimesとAdamsの実験を良く再現する。また電子を支える台が液体ヘリウムの薄膜の場合も同様の考えで説明できる[10]。この小論では図のQにおける量子融解の臨界値Γ_cはいくらになるかを議論することを目的とする。



§3. 量子融解の理論

電子間の平均距離$1/\sqrt{\pi n}$を有効Bohr半径$4\pi\varepsilon\hbar^2/me^2$を単位として測った量を$r_s$と書けば、絶対零度においては$\Gamma = 2r_s$と書ける。問題は量子融解の起こる$r_s$はいくらかという事である。我々は結晶が融解する点は、電子結晶中の横波フォノンの速度が0になる点すなわち、shear modulusが0になる点に対応すると仮定する。ただしこの仮定は必要条件であって、結晶はそれ以前に融解してしまうかもしれない。

Wigner結晶中では、電子は平均的には特定の格子点の上に存在するが、ゆらぎのため格子点よりはずれた位置に電子がくると電子間のCoulomb相互作用のために復元力を受け、そのため縦波と横波の音波が生ずる。縦波はプラズマ振動に対応し、その角周波数はpを波数として、$p^{1/2}$に比例する。プラズマ振動が$p^{1/2}$に比例するのは2次元の特性である。またこのモードは結晶であっても、液体であっても存在する。これに対し、横波の角周波数$\omega_t(p)$は通常の音波型で調和近似の範囲では、$\omega_t(p) = s_t^{(0)}p$; $s_t^{(0)} = \xi\,\omega_0/p_0$で与えられる。ただし

$$\omega_0 = (ne^2p_0/2\varepsilon m)^{\frac{1}{2}},\quad p_0 = (4\pi n)^{\frac{1}{2}}。$$

計算によるとWigner結晶は三角格子が安定であると考えられ、その時、$\xi = 0.3718$となる[11]。量子融解の近傍では調和近似では十分でなく、Coulomb相互作用中のフォノンの非調和項が重要となる。簡単な次元解析をすると、n次の非調和項($n \geqq 3$)は、s_t^2に対して、$r_s^{-(n-2)/2}$の補正を与える。すなわち非調和項を取り入れた横波の音速を、s_t^2とかくと、

$$(s_t/s_t^{(0)})^2 = 1 + Ar_s^{-1/2} + Br_s^{-1} + \cdots$$

我々は4次の非調和項まで計算した[12]。詳細ははぶいてその結果のみを印すと、$A = 0.275$、$B = -0.928$となる。結晶が融解する濃度において、$s_t^2 = 0$として、$r_s = 8.5$を得た。更に高次の項の影響も気になるが、r_sが十分大きい事を考えると、その効果は小さいものと考えられる。

§4. 議論

過去に我々と同様の考えに基づいて、Aまでの計算があるが、そのとき得られた結果は、

$A=-2.36<0$であった[13]。この結果によると量子融解で重要なのは3次の非調和項である、融解は$r_s \cong 5.6$で起こると結論される。我々は詳細に計算をチェックした結果、その時用いられた非調和項の行列要素に誤りがあり、我々の計算結果、$A>0$が正しい事がわかった。この事は量子融解には非調和項のうち4次以上の項が本質的に重要であることを示している。

我々とは全く違った考えに基づく計算結果もある。モンテ・カルロ法による計算機シミュレーションの結果[14,15]によると、この融解は1次の相転移で$r_s \cong 30$が得られている。我々の結果より1桁小さい面密度で融解が起こるという結論である。

最近になって、Si－MOSの系で実験が行われた[16]。彼らの得た結論は、$r_s \cong 10$であり、我々の結果に非常に近い。この事は我々の計算が妥当である事を示しているように思われる。更に実験によるとこの融解は非常に弱い1次の相転移で殆ど2次であるという[17]。我々の結果は2次の相転移であるから、融解点のごく近傍を除いて我々の結論が正しいのではないだろうかと考えられる。磁場のある場合（分数量子Hall効果のある液体とWigner結晶との間の転移）も同様の計算を行ったが、3次の非調和系だけではやはり十分でないと結論が得られている[18]。今後の課題としては、不純物を含んだ系で電気伝導度を計算し、実験と比較する必要がある。この事によって量子融解に対してよりはっきりした理解が得られると考えられる。

参考文献

1） E.P.Wigner,Phys.Rev.**46**,1002(1934).

2） C.C.Grimes and G.Adams,Phys.Rev.Letters **42**,795(1979).

3） L.Esaki and R.Tsu,IBM J.Res.and Development **14**,61(1970).

4） K.von Klitzing,G.Dorda and M.Pepper,Phys.Rev.Letters **45**,494(1980).

5） D.C.Tsui,H.Stoermer and A.C.Gossard,Phys.Rev.Letters **48**,1559(1982).

6） 9th Int.Conf.on Electronic Properties of 2-Dimensional Systems,ed.by M.Saitoh,Surface Sci.**263**(1992).

7） 例えば、M.Saitoh,Surface Sci.**229**,356(1990).

8） J.M.Kosterlitz and D.J.Thouless,J.Phys.**C6**,1181(1973).

9） D.S.Fisher,Phys.Rev.**26**,5009(1982).

10） M.Saitoh,Phys.Rev.**40**,810(1989);低温センターだより **65**,9(1989).

11） L.Bonsall and A.A.Maradudin,Phys.Rev.**B15**,1959(1977).

12） T.Kawaguchi and M.Saitoh,Solid State Comm.**88**,765(1993);T.Kawaguchi,D.Sc.Thesis (OsakaUniv.,1993).

13） M.C.Chang and K.Maki,Phys.Rev.**B27**,1646(1983).

14） B.Tanatar and D.M.Ceperley,Phys.Rev.**B39**,5005(1989).

15） M.Imada and M.Takahashi,J.Phys.Soc.Jpn **53**,3770(1984).

16） V.M.Pudalov,M.D'Iorio,S.V.Kravchenko and J.W.Campbell,Phys.Rev.Letters **70**,1866(1993).

17) V.M.Pudalov and S.T.Chui,Phys.Rev.**B49**,14062(1994).

18) N.Kawamura,M.Sc.Thesis(Osaka Univ.,1995).