



Title	Optimization of quantum protocols and computing through variational algorithms and semidefinite programs for reducing quantum resources
Author(s)	趙, 韶池
Citation	大阪大学, 2025, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/101497">https://doi.org/10.18910/101497</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## Abstract of Thesis

Name (B e n c h i Z h a o )	
Title	Optimization of quantum protocols and computing through variational algorithms and semidefinite programs for reducing quantum resources (量子リソース削減のための変分アルゴリズムと半正定値計画問題を用いた量子プロトコルおよび量子計算の最適化)
<p><b>Abstract of Thesis</b></p> <p>Quantum computers are believed to provide an exponential speedup compared to classical computers for specific problems, such as factoring and quantum simulations. After decades of research, we are in the noisy intermediate-scale quantum era, which means we can access the quantum computer with hundreds of physical qubits with noise. Due to the limited number of qubits on near-term quantum devices, every shot is valuable. It is natural to ask how to utilize near-term quantum devices more efficiently. Or how to reduce the requirement of quantum resources when we implement quantum algorithms. In this thesis, we try to use optimization tools to reduce the requirement of quantum resources in the following three tasks: expectation value estimation, extracting non-linear features from noisy systems and quantum channel simulation using coherence.</p> <p>In the first part, we point out that the sampling times of expectation value estimation of Hamiltonian depends on the Pauli norm of Hamiltonian. Then we propose a variational quantum algorithm called variational quantum Hamiltonian engineering to minimize the Pauli norm of Hamiltonian, such that the sampling times for estimating expectation value can be reduced. We develop a theory to encode the Pauli norm optimization problem into the vector 1-norm minimization problem. Then we devise an appropriate cost function and utilize the parameterized quantum circuits to minimize the cost function. We also conduct numerical experiments to show the effectiveness of our algorithm on the Ising Hamiltonian and molecules' Hamiltonian. This work makes a significant contribution to improving the efficiency of quantum computing.</p> <p>In the second part, we focus on extracting accurate high-order moments from noisy quantum systems. To address the noise, we establish a method, called observable shift, for deriving protocols that use quantum operations and classical postprocessing only. Compared with the existing method, our method requires lower sampling overheads and easier implementations. We further construct the protocol for large quantum systems to retrieve the depolarizing channels, making the proposed method scalable. This work contributes to a deeper understanding of how quantum noise could affect high-order information extraction and provides a more efficient way to tackle it.</p> <p>In the third part, we study channel simulation using coherence, which refers to realizing a target channel with coherent states and free operations. In this chapter, we develop the framework for probabilistic channel simulation using coherence with free operations. When the chosen set of free operations is the MIO, we provide an efficiently computable SDP to calculate the maximal success probability and derive the analytic expression of success probability for some special cases. The SDP for maximal success probability of simulating channel by DIO is also given correspondingly. This work fills an important gap in literature by establishing the probabilistic toolbox for the key resource of quantum coherence.</p> <p>In the first and second part of this thesis, we consider sampling as quantum resource and find ways to reduce the requirement of such resources in the task of expectation value estimation and non-linear features estimation from noisy quantum states, respectively. In the third part, we consider coherence as quantum resource and study the framework of probabilistic channel simulation using limited coherent states. This thesis contributes to reducing the requirement of quantum resources in different quantum tasks, which makes the quantum devices more efficient. We are confident that this thesis pushes quantum computers a small step towards the next milestone.</p>	

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( Benchi Zhao )		
論文審査担当者	(職)	氏 名
	主査 教授	藤井 啓祐
	副査 教授	山本 俊
	副査 教授	眞田 篤志
	副査 准教授	高木 隆司 (東京大学)
	副査 准教授	御手洗 光祐

### 論文審査の結果の要旨

本論は、量子計算に必要となる様々なリソースを変分最適化や半正定値計画法などといった最適化手法を駆使して削減する手法に関するものである。量子コンピュータは近年盛んに研究されており、ハードウェアが急速に進展をしているが、依然としてその規模は誤り耐性量子計算のような大規模な計算を実行するには十分ではなく、ハードウェアの規模の問題から様々な制約が課されている。このような制約のもと量子コンピュータを活用するための応用研究が進められているが、実用的な問題を考えるとハミルトニアンに含まれる項の数が増え、その結果エネルギーを推定するための測定回数が著しく増加するなど、問題点も明らかになっている。また、量子エラー訂正が実行できないので、ノイズによって推定された結果が影響を受けてしまい、本来計算したい量を推定することが難しい。本論文の目的は、これらの問題を種々の最適化法を駆使することで緩和し、現状の量子コンピュータを用いて有益な計算結果を得るために必要なリソースを最適化することである。

1つ目のアプローチは、測定のサンプリング回数を削減するために、ハミルトニアンをあらかじめ前処理するというアプローチである。しかし、ハミルトニアンは指数関数的に大きな行列で表現されるため、この前処理を従来コンピュータで実行することは難しい。本論文では、この問題を量子アルゴリズムとして定式化し、量子コンピュータを用いてハミルトニアンの前処理を行い、エネルギー推定に必要となるサンプリングを削減する手法を構築した。単純な磁性体模型や分子を用いてその手法を数値シミュレーションによって検証し、前処理されたハミルトニアンを用いることによってエネルギーの推定に必要となる測定回数が削減できることを示した。

2つ目のアプローチは、量子状態の非線形特微量の推定を正確に行うための方法である。エントロピーといった高度な情報量を計算するためには、量子状態に対して非線形な特微量を推定する必要がある。しかし、誤り訂正が実装されていない量子コンピュータを利用するとこれらの推定値はノイズの影響を受け、真の値から大きくずれてしまう。この問題を解決するために、半正定値計画法を用いてより少ないサンプリング回数でノイズが補正された推定値を推定するための方法、観測量シフト法を構築し、その性能を解析した。この結果、既存の手法に比べより実験的に実行が容易な設定で、サンプリング回数も削減できることが示された。

3つ目は、より一般的に、量子計算や量子情報処理に必要とされるリソースである、量子性、特にコヒーレンスという性質についての基礎的な研究である。量子状態が量子性を示すためには異なった状態の重ね合わせ状態が必須である。この重ね合わせ状態をリソースとして定式化するものがコヒーレンスのリソース理論である。これまで、確率1で成功する決定論的なプロトコルに対するコヒーレンスのリソース理論しか議論されてこなかった。本研究では確率的なプロトコルにおけるコヒーレンスのリソース理論を、半正定値計画法を用いて定式化した。この結果、コヒーレンスな状態（重ね合わせ状態）がリソースとして与えられ、非コヒーレントな操作のみが許されている時に、目的となる量子操作を実現するための成功確率の上限を計算することが可能となった。

以上の結果は、現在実現している規模、もしくは近未来的に実現する量子コンピュータにおける種々のリソースを最適化する上で非常に重要な貢献であり、博士（理学）の学位論文としての価値があるものと認める。