The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	コルゲート円形導波管形円すいホーンに関する研究
Author(s)	武田, 文雄
Citation	大阪大学, 1976, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1030
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

コルゲート円形導波管形
円すいホーンに関する研究

武　田　文　雄

昭 和 51 年 9 月

内　容　梗　概

本論文は筆者が三菱電機株式会社鎌倉製作所電子機器研究部において行なったマイクロ波回路に関する研究のうち，コルゲート円形導波管形円すいホーンに関する研究をまとめたものであり，つぎの7章から成る。

第1章　序　論

コルゲート円形導波管（Corrugated Circular Waveguide）は円形導波管の中に孔あき円板（ひれ）を管軸にそって周期的に配列した導波管で，ろ波器形回路の一つである。

近年，コルゲート円形導波管の一つの応用として，コルゲート円形導波管のアンテナホーンへの応用が研究されている。これは，コルゲート円形導波管を伝搬するハイブリッドモード波（EH_{11}モード波）の特性をアンテナホーンに応用して，低サイドローブでかつ回転対称な放射指向特性を有するコルゲート円すいホーンを得るものである。

コルゲート円すいホーンは，その放射指向特性が低サイドローブでかつ回転対称なことから高能率，低雑音であることが要求される衛星通信地球局用アンテナ，電波望遠鏡などの一次放射器として用いられる。

しかし，コルゲート円すいホーンに関する従来の研究では，コルゲート溝形状の放射指向特性に及ぼす影響とか，コルゲート円すいホーンの広帯域化などについての研究が十分にはなされていない。

本論文は，コルゲート円形導波管をより厳密に解析すると共に，新しく考案したひれの先端周辺に導体リングを装荷したコルゲート円形導波管（リング装荷コルゲート円形導波管）を用いて，コルゲート円すいホーンの特性改善，設計理論の確立を目標とするものである。

ここでは，コルゲート円すいホーンに関する従来の研究と本論文で扱う問題との関連を述べ，この分野における本論文の位置を明らかにする。なお，本論文の研究成果は，既に電子通信学会論文誌〔27〕〔28〕，IEEE Trans. MTT〔30〕，IEEE Trans. AP−S〔29〕，1973 G−AP International Symposium〔31〕，1971 IEEE G−MTT International Microwave Symposium〔32〕等に発表している。

第2章　コルゲート円形導波管の特性

従来，アンテナホーンへの応用を考慮したコルゲート円形導波管の解析は，コルゲート溝のピッチ，ひれの厚みが自由空間波長に比べて十分小さいという前提のもとに，コルゲート溝中の高次波，および円筒部の空間高調波を無視して行なわれていた。このため，コ

ルゲート溝のピッチ，ひれの厚みに対する設計基準が明確でなかった。

ここでは，まずコルゲート溝中の高次波，円筒部の空間高調波を考慮して，コルゲート円形導波管の解析を行ない，特性方程式，および電磁界成分の計算式を与える。

つぎに，これらの式を用いて，コルゲート円形導波管を伝搬する周方向に一つの定在波が立つ低次の二つのモード波，すなわちHE_{11}，およびEH_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線，および電磁界分布にコルゲート溝のピッチ，ひれの厚みの及ぼす影響について数値計算を行なっている。ひれの厚みがコルゲート溝のピッチに比べて無視できなくなると，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響が強くなる。そして得られた結果をコルゲート溝の呈するアドミタンスを用いて検討し，以後の章で述べるコルゲート円すいホーンの設計，コルゲート円すいホーンの特性改善，コルゲート円すいホーン・円形導波管変換器の広帯域化などを考察する上で必要なコルゲート円形導波管の基本的な特性を明確にする。

最後に試作したコルゲート円形導波管について，上記理論と実測結果との比較検討を行なっている。

第3章　コルゲート円すいホーンの設計法

コルゲート円すいホーンの放射指向特性については種々の数値解析結果が報告されている。

しかし，従来，コルゲート溝形状と放射指向特性の関係，広帯域コルゲート円すいホーンの設計法などが明確にされていない。

開き角の小さいコルゲート円すいホーンの放射指向特性は，開口の振幅分布として内径の大きなコルゲート円形導波管の電界分布を，位相分布としてホーンの頂点に中心をもつ球面波の開口における位相分布を用いることにより近似的に求めることができ実用には十分である。

ここでは，まず，内径の大きなコルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11}モード波の特性を検討する。そして，内径が大きい場合には，電磁界分布を一つのパラメータk_0a（k_0は横方向位相定数，aはひれの内半径）によって表わすことが可能なことを示し，このk_0aを用いてコルゲート溝の呈するアドミタンスとEH_{11}モード波の電磁界分布との関係，および電磁界分布の周波数特性を明らかにする。

つぎに，ホーンの長さ，観測距離等に関するパラメータt（$=a^2(1/\ell_h+1/R)/(2\lambda)$，$\ell_h$はホーンの長さ，Rは観測距離，$\lambda$は自由空間波長）を加え，$k_0a$，$t$に対してユニバーサル放射パターンを求め，アンテナの要求から放射パターンを決めると，k_0a，tを介してコルゲート円すいホーンを容易に設計できる設計資料を与えている。また，反射形アンテナの一次放射器としてコルゲート円すいホーンを用いる場合に要求される広

帯域に放射指向特性が回転対称で，かつ，一定のビーム幅を得るための条件を明らかにしている。

最後に試作したコルゲート円すいホーンの放射指向特性について理論値と実測値との比較検討を行なう。

第4章　コルゲート円すいホーンの広帯域化（リング装荷コルゲート円すいホーン）

コルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11}モード波の特性を応用して，通常の円すいホーンの放射指向特性より優れた放射指向特性を得ることができる周波数範囲は，コルゲート溝の呈するアドミタンスが容量性サセプタンスを呈する約1オクターブの周波数範囲に限定される。

筆者はさらに性能向上を図るため，一つの方法としてリング装荷コルゲート円形導波管を考案した。

ここでは，まずリング装荷コルゲート円形導波管においては，コルゲート溝の呈するアドミタンスが容量性サセプタンスとなる帯域が，従来のコルゲート円形導波管の場合に比べて広くなることをスミス図表を用いて定性的に説明する。

つぎに，界方程式を用いて解析した結果を示す。これによると，リング装荷コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用すると，放射指向特性の改善できる周波数範囲が1オクターブ以上に広帯域化されることがわかった。

最後に試作したリング装荷コルゲート円すいホーンについての実測結果を理論的考察結果と対比して示す。試作したリング装荷コルゲート円すいホーンでは，放射指向特性の改善できる周波数範囲が従来のものに比べて約1.35倍広帯域である。

第5章　コルゲート円すいホーンと円形導波管との変換器の設計法

コルゲート円すいホーンの実用化には，円形導波管とコルゲート円形導波管との良好な変換器が不可欠である。従来の変換器では，コルゲート溝の深さを変える方式が用いられている。これは，変換部において，コルゲート溝の呈するアドミタンスを円形導波管の壁面アドミタンスに漸次近づけることにより，両導波管の特性インピーダンスを一致させようとする考えに基づくものである。しかし，この方式では広帯域整合が困難である。

筆者はこれを改善するために，第2章，第4章の解析結果に基づき，コルゲート溝のピッチを一定に保ち，ひれの厚みを徐々に変える方式，およびリング形状を徐々に変えたリング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器を考案した。そして，これらの変換器により円形導波管とコルゲート円形導波管との1オクターブにわたる広帯域整合が可能となった。

ここでは，これらの変換器の動作原理，設計論理，ならびに試作した各種変換器の実測結果について述べる。

第6章　コルゲート円すいホーンのEH_{11}モード波以外のモード波に対する特性

従来，コルゲート円すいホーンは，基本波のみを伝搬する円形導波管に接続される場合が多くこのため，EH_{11}モード波以外のモード波に対する考察が十分なされていなかった。しかし，コルゲート円すいホーンを広帯域に用いる場合には，EH_{11}モード波以外のモード波の特性を明確にする必要がある。

第2章から第5章においては，主として，EH_{11}モード波の特性について述べたが，ここでは，コルゲート円すいホーンの使用周波数帯で伝搬するEH_{11}モード波以外の高次のハイブリッドモード波の特性について述べる。

まず，コルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11}モード波以外のモード波の電磁界分布，および伝搬特性について検討し，従来明確でなかったEH_{11}モード波以外のモード波の放射指向特性に及ぼす影響について述べる。

つぎに，オーバサイズ円形導波管とコルゲート円形導波管との変換器について考察し，両導波管の伝搬特性の相違に起因する変換器の問題点を明確にし，変換器の設計指針を示す。

最後に，これらのEH_{11}モード波以外のモード波の伝搬特性の実測結果，およびオーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の試作結果について述べる。

第7章　結　　論

コルゲート円すいホーンの特性改善と設計理論の確立を目標として行なったコルゲート円形導波管形円すいホーンに関する研究の結果を総括的に述べる。要約すると，

(1)　パラメータk_0aを用いる，ひれの厚みを考慮したコルゲート円すいホーンの設計法を明確にした。アンテナの要求から放射パターンがきまると容易にコルゲート円すいホーンの設計ができるようになった。

(2)　コルゲート円すいホーンの特性改善を目的として，リング装荷コルゲート円形導波管を考案した。この導波管をアンテナホーンに応用すると，使用周波数帯域が1オクターブ以上となる。試作したリング装荷コルゲート円すいホーンの使用周波数帯域は従来のものに比べて，1.35倍広帯域である。

(3)　ひれの厚みを変える方式およびリング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の広帯域なコルゲート円すいホーンと円形導波管との変換器を考案した。これにより，1オクターブにわたり良好な電圧定在波比特性を有するコルゲート円すいホーンを得ることができた。

(4) EH_{11}モード波以外のモード波に対する考察を行ない，コルゲード円すいホーンを広帯域に使用する場合の設計指針を与えた。

これらの研究成果をとりいれたコルゲート円すいホーンは，広帯域でかつ，高能率，低雑音であることが要求される衛星通信地球局用集束ビーム給電カセグレンアンテナの一次放射器などに数多く実用されている。

目　　次

内容梗概 …… i

目　　次 …… vi

主要記号表 …… x

第1章　序　　論 …… 1

第2章　コルゲート円形導波管の特性 …… 7

2.1　序　　言 …… 7

2.2　高次波，空間高調波を考慮した解析 …… 8

2.2.1　各領域における電磁界成分 …… 9

2.2.2　特性方程式 …… 12

2.2.3　特性方程式の近似式 …… 17

2.3　コルゲート溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合の特性 …… 19

2.3.1　アンテナホーンに応用されるコルゲート円形導波管形状および
モード波の定義 …… 19

2.3.2　特性方程式の近似式 …… 21

2.3.3　コルゲート溝の呈するアドミタンス …… 23

2.3.4　コルゲート溝の呈するアドミタンスと電磁界分布 …… 24

2.3.5　コルゲート溝中の高次波ならびに円筒部領域の空間高調波の
電磁界分布に及ぼす影響 …… 25

2.4　コルゲート溝のピッチが比較的大きい場合の特性 …… 29

2.4.1　EH_{11}モード波の特性の概略 …… 29

2.4.2　ひれの厚み，溝のピッチの$ka-\beta_0 a$曲線に及ぼす影響 …… 31

2.4.3　ひれの厚み，溝のピッチの電磁界分布に及ぼす影響 …… 33

2.5　位相特性および電磁界分布の実測例 …… 36

2.5.1　位相特性（$ka-\beta_0 a$曲線） …… 36

2.5.2　磁界分布の実測例 …… 38

2.6　結　　言 …… 40

第3章　コルゲート円すいホーンの設計法 …… 42
3.1　序　　言 …… 42
3.2　EH_{11}モード波の電磁界分布 …… 43
3.2.1　内径の大きなコルゲート円形導波管における電磁界分布 …… 43
3.2.2　振幅分布の回転対称性 …… 45
3.2.3　EH_{11}モード波の振幅分布 …… 47
3.3　EH_{11}モード波の電磁界分布とコルゲート溝の呈する
アドミタンスとの関係 …… 50
3.3.1　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\pm\infty$の場合 …… 50
3.3.2　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$の場合 …… 51
3.4　EH_{11}モード波の電磁界分布の周波数特性 …… 51
3.4.1　アンテナホーンに応用できる周波数範囲 …… 51
3.4.2　導波管形状の周波数特性に及ぼす影響 …… 53
3.5　コルゲート円すいホーンの設計法 …… 56
3.5.1　ユニバーサル放射パターン …… 56
3.5.2　コルゲート溝形状の設計 …… 62
3.6　コルゲート円すいホーンの放射指向特性の実測例 …… 63
3.6.1　コルゲート円すいホーンの形状 …… 63
3.6.2　放射指向特性およびVSWRの実測結果 …… 65
3.7　結　　言 …… 69

第4章　コルゲート円すいホーンの広帯域化（リング装荷コルゲート円すいホーン） … 71
4.1　序　　言 …… 71
4.2　リング装荷コルゲート円形導波管の構成 …… 72
4.2.1　構　　造 …… 72
4.2.2　コルゲート溝の呈するアドミタンスの周波数特性 …… 73
4.3　リング装荷コルゲート円形導波管の解析 …… 74
4.3.1　各領域における電磁界成分 …… 74
4.3.2　特性方程式 …… 76
4.3.3　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$となる周波数範囲および$k_0a$の周波数特性 …… 79
4.4　リング装荷コルゲート円すいホーンの放射指向特性の実測例 …… 84
4.4.1　リング装荷コルゲート円すいホーンの形状 …… 84
4.4.2　放射指向特性およびVSWRの実測結果 …… 86

4.4.3　コルゲート円すいホーンとの対比 …… 89
4.5　結　　言 …… 90

第5章　コルゲート円すいホーンと円形導波管との変換器の設計法 …… 91
5.1　序　　言 …… 91
5.2　従来の変換器 …… 92
5.3　変換器の広帯域化 …… 93
5.3.1　ひれの厚みを変える方式の変換器 …… 93
5.3.2　リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器 …… 95
5.4　変換器の設計 …… 96
5.4.1　反射係数 …… 96
5.4.2　変換器の等価回路および反射係数の近似式 …… 97
5.4.3　電圧インピーダンス …… 98
5.5　VSWR特性の実測例 …… 105
5.5.1　コルゲート円すいホーン・円形導波管変換器 …… 105
5.5.2　円形導波管・コルゲート円形導波管変換器 …… 107
5.6　結　　言 …… 108

第6章　コルゲート円すいホーンのEH_{11}モード波以外のモード波に対する特性 …… 110
6.1　序　　言 …… 110
6.2　電磁界分布 …… 111
6.2.1　HE_{12}，EH_{12}モード波の電磁界分布 …… 112
6.2.2　TM^c_{01}，TM^c_{02}モード波の電磁界分布 …… 117
6.3　伝搬帯域 …… 118
6.3.1　$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数 …… 119
6.3.2　$\beta_0 p=\pi$におけるka …… 125
6.4　放射指向特性に及ぼす影響 …… 129
6.5　オーバサイズ円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器 …… 132
6.5.1　変換器における問題点 …… 132
6.5.2　変換器の設計指針 …… 134
6.6　下限しゃ断周波数およびオーバサイズ円形導波管・
コルゲート円すいホーン変換器の実測例 …… 135
6.6.1　$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数 …… 135

6.6.2　オーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン
変換器の試作結果 …… 136
6.7　結　言 …… 142

第7章　結　論 …… 143

謝　辞 …… 145
文　献 …… 146

主　要　記　号　表

（各章，各節固有のものは除く）

記　号		名　称
a	:	ひれの内半径
A_ℓ	:	コルゲート溝内の管軸方向電界の振幅（領域Ⅱ）
b	:	コルゲート溝の底までの半径
b_1	:	リングの外半径
B_ℓ	:	コルゲート溝内の管軸方向磁界の振幅（領域Ⅱ）
C_n	:	円筒部領域における n 次の空間高調波の管軸方向電界の振幅（領域Ⅰ）
d, d_0, d_n	:	コルゲート溝の幅
D_n	:	円筒部領域における n 次の空間高調波の管軸方向磁界の振幅（領域Ⅰ）
E_{r1}, E_{r2}, E_{r3}	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける径方向電界成分
$E_{\theta1}$, $E_{\theta2}$, $E_{\theta3}$	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける周方向電界成分
E_{z1}, E_{z2}, E_{z3}	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける管軸方向電界成分
$\bar{E}_\theta$	:	管軸上周方向電界に対する X 軸上 $E_{\theta1}$ の相対電界
$\bar{E}_r$	:	管軸上径方向電界に対する Y 軸上 E_{r1} の相対電界
EH_{mi}	:	コルゲート円形導波管，リング装荷コルゲート円形導波管モード波
H_{r1}, H_{r2}, H_{r3}	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける径方向磁界成分
$H_{\theta1}$, $H_{\theta2}$, $H_{\theta3}$	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける周方向磁界成分
H_{z1}, H_{z2}, H_{z3}	:	領域Ⅰ，Ⅱならびに Ⅲにおける管軸方向磁界成分
$\bar{H}_\theta$	:	管軸上周方向磁界に対する Y 軸上 $H_{\theta1}$ の相対磁界
$\bar{H}_r$	:	管軸上径方向磁界に対する X 軸上 H_{r1} の相対磁界
HE_{mi}	:	コルゲート円形導波管，リング装荷コルゲート円形導波管モード波
$I_m(x)$	:	m 次の第 1 種変形ベッセル関数
$I_m'(x)$	:	$I_m(x)$ の x に関する微分
j	:	虚数単位
$J_m(x)$	:	m 次の第 1 種ベッセル関数
$J_m'(x)$	:	$J_m(x)$ の x に関する微分
k	:	$2\pi/\lambda$　自由空間中の位相定数

記　号		名　　称
k_n	:	$=(k^2-\beta_n^2)^{\frac{1}{2}}$　横方向位相定数
K_n	:	$=(-k_n^2)^{\frac{1}{2}}$
ℓ	:	コルゲート溝中の高次波の次数
m	:	周方向定在波の数
n	:	空間高調波の次数
p	:	コルゲート溝のピッチ間隔
r	:	径方向座標
R	:	放射電界の観測距離
t	:	$=a^2(1/\ell_h+1/R)/(2\lambda)$
TE^0_{mi}, TM^0_{mi}	:	円形導波管モード波
TE^c_{mi}, TM^c_{mi}	:	コルゲート円形導波管，リング装荷コルゲート円形導波管モード波
$U_{m\ell}(\gamma_\ell r)$	:	$=\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b, \gamma_\ell r)/\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b, \gamma_\ell a)$
$U'_{m\ell}(\gamma_\ell r)$	:	$=-\delta'_{m\ell}(\gamma_\ell r, \gamma_\ell b)/\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b, \gamma_\ell a)$
$V_{m\ell}(\gamma_\ell r)$	:	$=\xi_{m\ell}(\gamma_\ell r, \gamma_\ell b)/\xi_{m\ell}(\gamma_\ell a, \gamma_\ell b)$
$V'_{m\ell}(\gamma_\ell r)$	:	$=\delta_{m\ell}(\gamma_\ell r, \gamma_\ell b)/\xi_{m\ell}(\gamma_\ell a, \gamma_\ell b)$
x_{mi}	:	$J_m(x)=0$　の　$x=0$ を除く i 番目の根
x'_{mi}	:	$J'_m(x)=0$　の　$x=0$ を除く i 番目の根
$Y_{m\ell}(x)$	:	m 次の第 2 種ベッセル関数
$Y'_{m\ell}(x)$	:	$Y_{m\ell}(x)$ の x に関する微分
$\overleftarrow{Y}_{sm}$	:	$r=a$ からコルゲート溝側をみたアドミタンス
$\overrightarrow{Y}_{cm}$	:	$r=a$ から円筒部をみたアドミタンス
z	:	管軸方向座標
$\mathfrak{Z}'_{mn}(K_n a)$	:	$=I'_m(K_n a)/I_m(K_n a)$
$Z_{mn}(k_n r)$	:	$=J_m(k_n r)/J_m(k_n a)$
$Z'_{mn}(k_n r)$	:	$=J'_m(k_n r)/J_m(k_n a)$
$1+\alpha_m$	:	$=-mJ_m(k_0 a)/[k_0 a J'_m(k_0 a)]$
β_0	:	コルゲート円形導波管，リング装荷コルゲート円形導波管の位相定数
β_n	:	$=\beta_0+2\pi n/p$
γ_ℓ	:	$=[k^2-(\pi\ell/d)^2]^{\frac{1}{2}}$
$\delta_{m\ell}(\gamma_\ell x, \gamma_\ell y)$	:	$=J'_m(\gamma_\ell x)Y_m(\gamma_\ell y)-J_m(\gamma_\ell y)Y'_m(\gamma_\ell x)$
$\delta'_{m\ell}(\gamma_\ell x, \gamma_\ell y)$	:	$=J'_m(\gamma_\ell x)Y'_m(\gamma_\ell y)-J'_m(\gamma_\ell y)Y'_m(\gamma_\ell x)$
ε_0	:	自由空間中の誘電率

記　号		名　称
ϵ'_m	:	$=1\ (m \neq 0),\ 2\ (m=0)$
θ	:	方　位　角
λ	:	自由空間波長
μ_0	:	自由空間中の透磁率
$\xi_{m\ell}(r_\ell x, r_\ell y)$	:	$=J_m(r_\ell x)Y_m(r_\ell y)-J_m(r_\ell y)Y_m(r_\ell x)$
π	:	円　周　率

なお，本論文はＭＫＳ合理化単位を用いる。

第1章　序　　論

大陸間通信の手段として発展してきた人工衛星を用いた衛星通信は，人工衛星技術の発展に支えられ年々増大する通信量，情報の多様化に対処すべく国内衛星通信にも広く適用されるようになり，我国においても打上げ計画が進められるなど，その重要度が年々増している。

このような衛星通信の地球局用アンテナには，衛星電力の有効利用を図る，地上マイクロ波通信回線との混信を避けることなどから高利得，高能率，低雑音な特性が要求される。また，このような高性能アンテナは，衛星通信のみならず，たとえば，高分解能，低雑音であることが必要な電波望遠鏡などにも要求され，その用途は広い。

高利得，高能率，低雑音なアンテナの実現には，大形反射鏡形アンテナの反射鏡系の特性向上が重要かつ不可欠であることはいうまでもないが，それを励振するための一次放射器の性能向上も欠かせないものの一つである。

一般に優れた一次放射器の条件としては

(1)　指向特性（放射および位相指向特性）が回転対称であること，

(2)　放射指向特性が低サイドローブであること，

(3)　入力電圧定在波比（ＶＳＷＲ）特性が良好なこと，

(4)　(1)～(3)の特性が広帯域であること，

などが挙げられる。(1)～(3)は高能率化に，(2)，(3)は低雑音化に主として関連し，(4)は一つの大形反射鏡形アンテナでの送受信帯共用を可能とするため経済性の向上に関連する。

本論文は，このような条件を比較的よく満足するアンテナの一次放射器として，近年考案されたコルゲート円すいホーンに関して行なった研究をまとめたものであり，その目的はコルゲート円すいホーンの設計手法の確立，特性改善を図ることにより，多少とも高性能アン

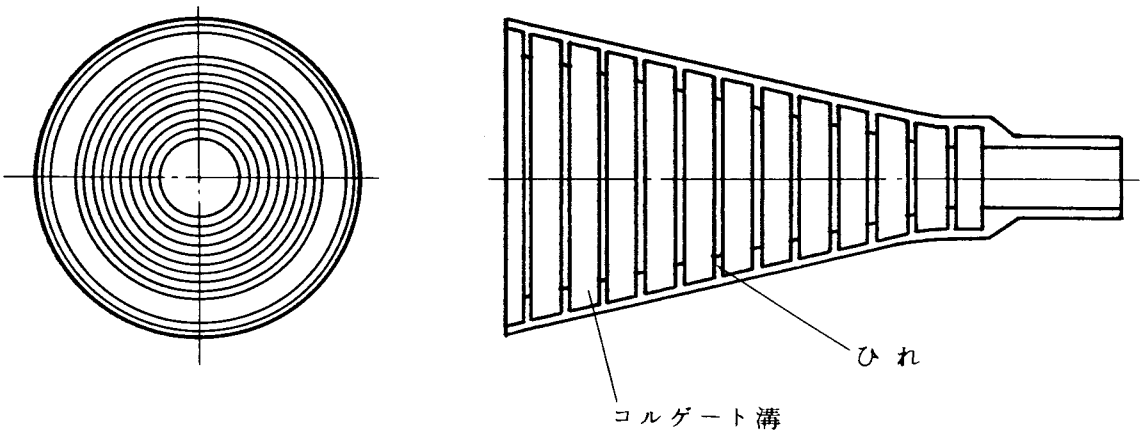


図 1.1　コルゲート円すいホーン

テナの特性改善に貢献せんとするものである。

コルゲート円すいホーンは，ホーン内壁に軸対称な溝を多数隣接して設けたアンテナホーンであって，その放射指向特性が広帯域に回転対称であり，かつ，低サイドローブであることにその大きな特徴がある。

以下本章では，コルゲート円すいホーンに関する従来の研究の概略経緯，および，本論文であつかう問題との関連を述べ，この分野における本論文の位置を明らかにする。

円形導波管の基本モード波であるTE_{11}^{0}モード波で励振されている円すいホーンにおいては，放射指向特性がE面とH面とで異なる。このため，円すいホーンを反射鏡形アンテナの一次放射器に用いる場合には，アンテナの高能率化，低雑音化に限界が生じる。

円すいホーンの放射指向特性の改善を図る一つの方法に複モード励振ホーンがある。

これは，1963年 P. D. Potter[1]により考案されたもので，円すいホーンをTE_{11}^{0}モード波とTM_{11}^{0}モード波とで励振し，円すいホーン開口において，両モード波の合成電界の振幅を回転対称にするとともに，ホーン内壁近傍における電界強度を弱くすることにより回転対称な指向特性，低サイドローブの放射パターンを得ようとするものである。この複モード励振ホーンは構造が簡単な利点があり，種々の研究がなされている。[2][3]

しかし，モード波合成による方法では，合成しようとするモード波間の位相差の強い周波数特性のため，広帯域にわたり放射指向特性を改善することが困難である。この点を改善するために考案されたものがコルゲート円すいホーンである。

1964年 A. F. Kay[4]はTE波に対しても，TM波に対しても同一の反射係数を有する壁面をアンテナホーンに用いるという着想のもとに，コルゲート円すいホーンを考案し，ホーン内壁に設けるコルゲート溝の呈するアドミタンスが容量性サセプタンスとなる周波数範囲において，コルゲート円すいホーンの放射指向特性が低サイドローブで，かつ回転対称となることを実験的に示した。

その後，1966年 H. C. Minnet, B. Mac A. Thomas[5]が最適状態にあるパラボラアンテナの焦点近傍の電磁界は，TE波的な波とTM波的な波の合成，すなわち，ハイブリッドモード波で表わされることを理論的に示し，ハイブリッドモード波を励振できる一次放射器としてコルゲート円すいホーンが有効であることを明らかにした。

コルゲート円すいホーンに関するその後の研究は，開き角の大きなホーン（開き角20～140度）[6]を対象として球面波モードで解析するものと，開き角の小さなホーン（開き角30度以下）[7]を対象として円筒波モードで解析するものとに概略大別できる。

前者に関する研究は，1969年 P. J. B. Clarricoats[8]がコルゲート溝の深さが4分の1波長で，かつ，コルゲート溝がホーン軸に垂直な面内に設けられたコルゲート円すいホーンを球面波モードにより解析したものを初めとし，種々の研究がなされている。[9]～[14] し

かし，円筒波モードで解析する場合に比べて解析が繁雑となるため，いずれの場合も，コルゲート溝の間隔が波長に比べて十分小さく，かつひれの厚みが無視できる形状に限られている。

一方，後者に関する研究は，コルゲート円すいホーンの放射指向特性を，ホーン開口の電界分布として，コルゲート円形導波管の電界分布を，また，位相分布としてホーン頂点に中心を有する球面波の位相分布を用いることにより求め[7]，コルゲート円すいホーンの解析を行なうものである。このため，アンテナホーンの開き角が大きくなると解析精度が悪くなるが，開き角が２０度以下の場合には球面波モードで数値解析するより高精度といわれている[6]。また，高能率，低雑音が要求される衛星通信地球局，電波望遠鏡などの大形カセグレンアンテナの一次放射器や[15]，集束ビーム形放射系のロンチャなどには[16][17]，比較的開き角の小さいコルゲート円すいホーンが多用されるので，この解析法は，実質的に広い適用範囲を有する。

このような，開き角の小さなコルゲート円すいホーンの研究においては，コルゲート円形導波管のハイブリッドモード波の伝搬特性，電磁界分布の解析に，その重点がおかれる。

本論文は筆者が開き角の小さな，コルゲート円形導波管形円すいホーンに関して行なった研究をまとめたもので，コルゲート円形導波管をより厳密に解析するとともに，新しく考案したコルゲート円形導波管を用いて，コルゲート円すいホーンの特性改善，設計理論の確立を目標とするものである。

さて，コルゲート円形導波管は，円形導波管の中に孔あき導体円板，ひれ（Fin）を一定間隔に多数ならべた導波管であり，板装荷導波管とも呼ばれる一種のろ波器形回路である。

コルゲート円形導波管に関する研究は古く，すでに１９４０年代後半にはE. C. Chu, W. W. Hansen, L. Brillouin[18]などがこの導波管を電子線形加速器の加速管に用いるため，位相速度が光速より遅い遅波領域における電磁波，とくにＴＭ波の特性を解析している。その後１９６３年 G. Saxon, T. R. Jarvis, I. White[19]が，高密度の電子ビームを用いる線形加速器においてみられる"Pulse-Shortening"の現象を解明するためハイブリッドモード波の遅波領域における特性を解析した。

しかし，コルゲート円形導波管形円すいホーンは，前述のように，コルゲート円形導波管を伝搬するハイブリッドモード波（EH_{11}モード波）の特性をアンテナホーンに応用して，低サイドローブでかつ回転対称な放射指向特性を得ようとするものであり，その特性解明にはコルゲート円形導波管の速波領域における特性を明確にすることが重要である。

１９６９年 G. H. Bryant[20]はコルゲート円すいホーンの特性解明を前提として，コルゲート円形導波管の速波領域の解析を行なった。つづいて，１９７０年 P. J. B. Clarricoats, P. K. Saka[21]がEH_{11}モード波の伝搬特性，放射指向特性について報告し，その後，伝送損失などに関する研究結果が種々[22]～[25]発表されている。

しかし，G. H. Bryantの解析に代表される従来の解析においては，コルゲート溝のピッチ間隔が波長に比べて十分小さく，かつ，ひれの厚みが十分薄いという仮定がなされているため，コルゲート溝のピッチ，ひれの厚みに対する設計基準が明確でなかった。このことは，前述の開き角の大きいコルゲート円すいホーンの場合も同様である。

そこで，本論文では，第2章で，まず，コルゲート溝中の高次波，円筒部の空間高調波を考慮してコルゲート円形導波管の解析を行ない，特性方程式，および電磁界成分の計算式を与える。つぎに，これらの式を用いて，コルゲート円形導波管を伝搬する周方向に一つの定在波が立つ低次の二つのモード波，すなわち，HE_{11} および EH_{11} モード波の $ka-\beta_0 a$ 曲線（位相特性），および電磁界分布にコルゲート溝のピッチ，ひれの厚みの及ぼす影響について数値計算を行なっている。そして，得られた結果をコルゲート溝の呈するアドミタンスを用いて検討し，以後の章で述べるコルゲート円すいホーンの設計，コルゲート円すいホーンの特性改善，コルゲート円すいホーン・円形導波管変換器の広帯域化などを考察する上で必要なコルゲート円形導波管の基本的な特性を明確にする。

コルゲート円すいホーンの放射指向特性については種々の数値解析結果が報告されている〔6〕〜〔13〕〔15〕〔21〕〔23〕。しかし，コルゲート溝形状と放射指向特性の関係，広帯域コルゲート円すいホーンの設計法などが明確にされていない。これは，ホーン開口分布として用いるコルゲート円形導波管の電磁界分布のみを考えても，分布が溝のピッチ，深さ，ひれの内径，厚みなど多数の要素に関連するためである。コルゲート円すいホーンの設計法確立にはコルゲート円形導波管形状と電磁界分布との関係を適当なパラメータで結びつけることが，まず重要となる。

第3章では，まず，アンテナホーンの開口に相当する内径の大きなコルゲート円形導波管を伝搬する EH_{11} モード波の特性を検討する。そして，内径が大きい場合には，電磁界分布を一つのパラメータ k_0a（横方向位相定数とひれの内半径の積）によって表わすことが可能なことを示し，この k_0a を用いて EH_{11} モード波の電磁界分布とコルゲート溝の呈するアドミタンスとの関係，および，その周波特性を明らかにする。

つぎに，汎用性のある放射指向特性を得るため，ホーンの長さ，開き角，観測距離を表わすパラメータ t を導入し，前述の k_0a と t に対して種々の放射指向特性を求めている。これにより，アンテナの要求から放射指向特性を決定すると容易にコルゲート円すいホーンが設計できる。また，k_0a および t を用い広帯域に放射指向特性が回転対称，低サイドローブで，かつ一定のビーム幅を得るための条件を明らかにする。そして，最後に試作したコルゲート円すいホーンの放射指向特性について理論値と実測値との比較検討を行ない，k_0a を用いる設計法が有効であることを示す。

コルゲート円形導波管を伝搬する EH_{11} モード波が放射指向特性の改善に有効な電磁界分

布となり得る周波数範囲は，コルゲート溝の呈するアドミタンスが容量性サセプタンスを呈する約1オクターブの周波数範囲である。しかし，円形導波管とコルゲート円形導波管（あるいはホーン）との整合に良好なVSWR特性が要求されると前述の1オクターブの周波数範囲より，実際に使用できる周波数範囲は狭くなるという問題がある。

筆者はさらに性能改善を図るため，一つの方法としてリング装荷コルゲート円形導波管を考案した。リング装荷コルゲート円形導波管は，コルゲート円形導波管のひれに，ひれの内径と同一の内径の導体リングを付加した導波管である。第4章では，まず，リング装荷コルゲート円形導波管においては，コルゲート溝の呈するアドミタンスが容量性サセプタンスとなる帯域が，従来のコルゲート円形導波管の場合に比べて広くなることをスミス図表を用いて定性的に説明する。つぎに，界方程式を用いて解析した結果を示す。これによると，リング装荷コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用すると，放射指向特性の改善できる周波数範囲が1オクターブ以上に広帯域化されることがわかった。また，試作したリング装荷コルゲート円すいホーンについての実測結果は理論的考察結果とよく一致し，優れた放射指向特性，VSWR特性が得られる周波数範囲は，従来のコルゲート円すいホーンの場合に比べて1.35倍広帯域である。

さて，アンテナの一次放射器は，円形導波管あるいは方形導波管を介して送受信装置に接続される。したがって，コルゲート円すいホーンの実用化には，円形導波管とコルゲート円形導波管あるいはコルゲート円すいホーンとの良好な変換器が不可欠である。従来の変換器では，コルゲート溝の深さを変える方式が用いられている。[20][26] これは，変換部において，コルゲート円形導波管のコルゲート溝の深さを円形導波管に近づくにしたがって，次第に半波長にし，すなわち，コルゲート溝の呈するアドミタンスを円形導波管の壁面アドミタンスに漸次近づけることにより，両導波管の特性インピーダンスを一致させ良好な整合特性を得ようとするものである。しかし，この方式では，溝の深さが深いため広帯域整合が困難である。

筆者はこれを改善するために，第2章，第4章の解析結果にもとづき，コルゲート溝のピッチを一定に保ち，ひれの厚みを徐々に変える方式，およびリング形状を徐々に変えたリング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器を考案した。そして，これらの変換器により円形導波管とコルゲート円形導波管との広帯域整合が可能となった。第5章では，これらの変換器の動作原理，設計理論，ならびに試作した各種変換器の実測結果について述べる。

第2章から第5章においては，主として，放射指向特性の改善に有効なEH_{11}モード波の特性について述べたが，第6章では，コルゲート円すいホーンの使用周波数帯域で伝搬するEH_{11}モード波以外のモード波の特性について述べる。

従来，コルゲート円すいホーンは基本波のみを伝搬する円形導波管に接続される場合が多

く，このため，EH_{11} モード波以外のモード波に対する考察が十分なされていなかった。しかし，コルゲート円すいホーンを広帯域に用いる場合には，EH_{11} モード波以外のモード波の特性を明確にする必要がある。第6章では，まず，コルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11} モード波以外のモード波の電磁界分布，および，伝搬特性について検討し，従来明確でなかったEH_{11} モード波以外のモード波の放射指向特性に及ぼす影響について述べる。

つぎに，オーバサイズ円形導波管とコルゲート円形導波管との変換器について考察し，両導波管の伝搬特性の相違に起因する変換器の問題点を明確にし，変換器の設計指針を示す。そして，最後に，これらのEH_{11} モード波以外のモード波の伝搬特性の実測結果，および，オーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の試作結果について述べ，コルゲート円すいホーンにおけるEH_{11} モード波以外のモード波の諸特性を明確にする。

これらの研究結果は，すでに，電子通信学会論文誌，[27][28] IEEE Trans.，[29][30] IEEE International Symposium，[31][32] 電子通信学会研究専門委員会[33]～[37] 等に発表している。

第2章　コルゲート円形導波管の特性

2.1 序　言

開き角が小さいコルゲート円形導波管形コルゲート円すいホーンの特性はコルゲート円形導波管の特性の影響を強くうける。

このようなコルゲート円すいホーンの設計法の確立，特性改善，コルゲート円すいホーンと円形導波管との変換器の改良などを図る場合はコルゲート円形導波管の特性を明確にすることが重要である。本章では，アンテナホーンへの応用を考慮したコルゲート円形導波管の解析結果について述べる。

周方向に一つの定在波が立つコルゲート円形導波管のハイブリッドモード波をアンテナホーンに応用すると通常の円すいホーンより優れた放射指向特性を得ることができる。周方向に一つの定在波が立つハイブリッドモード波に重点をおいた研究にはG. Saxon,[19] G. H. Bryant[20] などの報告がある。

G. Saxonらは電子線形加速器においてみられる不要モード波の発振現象(Pulse-shortening)を解明するため周方向に一つの定在波が立つハイブリッドモード波の解析を行なっている。しかし，電子ビームと電磁波との結合を考えるため位相速度が光速より遅い周波数範囲に解析の重点がおかれている。

一方，位相速度が光速より速い周波数範囲に重点をおい解析には前述のG. H. Bryantの他にM. E. J. Jeuken,[7] P. J. B. Clarricoats[21] などの解析がある。G. H. Bryantは，コルゲート円すいホーンの特性解明を目的として，溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さく，かつ，ひれの厚みの薄いコルゲート円形導波管の解析を行なった。そして，コルゲート溝の深さが4分の1波長のとき，コルゲート溝は，$E_{\theta 1}$（周方向電界成分）に対して電気壁，$H_{\theta 1}$（周方向磁界成分）に対して磁壁となり，$E_{\theta 1}$と$H_{\theta 1}$の振幅分布が一致するとともに，コルゲート溝入口で$E_{\theta 1}$および$H_{\theta 1}$の振幅が零となることを明らかにした。

M. E. J. Jeukenは，インピーダンス壁を有する円形導波管を考え，任意のインピーダンス壁が得られるものとして，ハイブリッドモード波の電磁界分布を検討し，適当なハイブリッドモード波をアンテナホーンに応用すると，回転対称でかつ低サイドローブの放射指向特性が得られることを示した。そして，上述のハイブリッドモード波がコルゲート円形導波管で実現できることを述べている。

また，P. J. B. ClarricoatsはG. H. Bryantの解析に基づき，周方向に一つの定在波が立つハイブリッドモード波について検討し，横断面内の電磁界分布，$ka-\beta_0 a$

曲線，損失などについて論じている。

しかし，G. H. Bryant に代表される上述の解析においては，溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さく，かつ，ひれの厚みが非常に薄いという仮定がなされている。このため，コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用する場合に重要な，ひれの厚み，溝のピッチの許容範囲などを明確にすることができない。

そこで，本章では，コルゲート円形導波管の溝の中の高次波，円筒部領域の空間高調波を考慮して，コルゲート円形導波管の解析を行ない，コルゲート溝のピッチ，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響を明らかにする。

まず，第2節においては，コルゲート溝中の高次波，円筒部領域の空間高調波を考慮してコルゲート円形導波管の解析を行ない，電磁界分布，特性方程式を導出する。つぎに，第3節，第4節においては，それぞれコルゲート溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合，および溝のピッチが比較的大きい場合について，アンテナホーンの特性改善に有効な EH_{11} モード波に重点をおいて，ひれの厚み，溝のピッチの電磁界分布に及ぼす影響を明らかにし，コルゲート円形導波管の設計指針を与えるとともに以後の章で行なう近似の妥当性を明確にする。

最後に，第5節において，位相特性および電磁界分布の測定結果について述べる。理論的考察結果は実測結果とよく一致している。

2.2 高次波，空間高調波を考慮した解析

コルゲート円形導波管の断面図，および座標系を図2.1に示す。電磁界の解析にあたり，便宜上コルゲート円形導波管を円筒部領域（領域Ⅰ）とコルゲート溝の領域（領域Ⅱ）とに分ける。また，コルゲート円形導波管は完全導体で構成されているものとし，各領域の電磁界は E_{r1}，E_{r2} のように右隅に添字1，2を付して区別する。

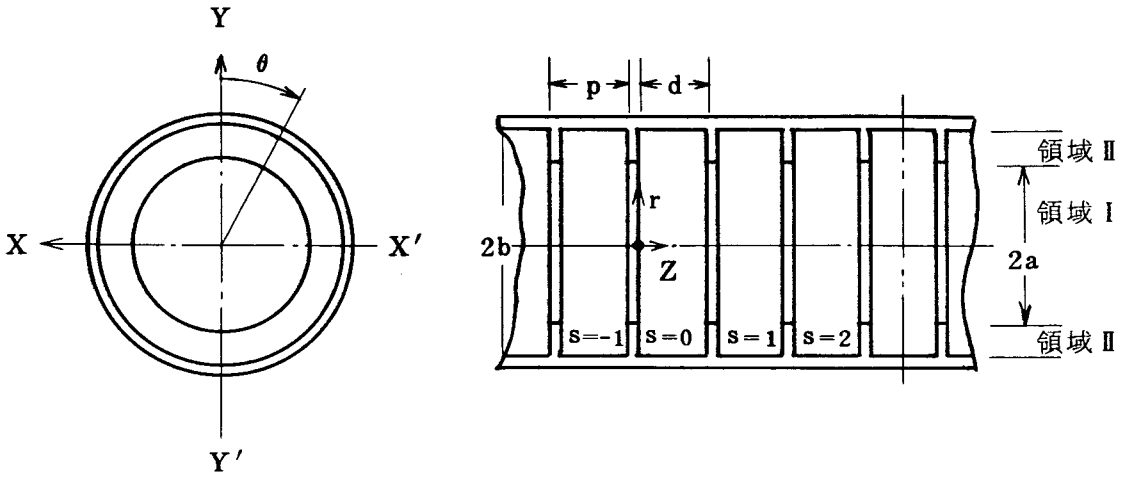


図2.1　コルゲート円形導波管

時間関数を$e^{j\omega t}$，横方向伝搬定数をΓとすると，界方程式から，管軸方向の電磁界成分E_z，H_zに対して次式が成立する。

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \Gamma^2 E_z = 0 \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} + \Gamma^2 H_z = 0 \qquad (2.2)$$

$$\Gamma^2 = k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (2.3)$$

式（2.1），（2.2）が成立すると，界方程式から横断面内の電磁界成分は次式のように表わされる。[38]

$$E_r = \frac{1}{\Gamma^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial r} - \frac{jk}{\Gamma^2 r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\partial H_z}{\partial \theta} \qquad (2.4)$$

$$E_\theta = \frac{1}{\Gamma^2 r}\frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial \theta} + \frac{jk}{\Gamma^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\partial H_z}{\partial r} \qquad (2.5)$$

$$H_r = \frac{1}{\Gamma^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial r} + \frac{jk}{\Gamma^2 r}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial E_z}{\partial \theta} \qquad (2.6)$$

$$H_\theta = \frac{1}{\Gamma^2 r}\frac{\partial^2 H_z}{\partial z \partial \theta} - \frac{jk}{\Gamma^2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial E_z}{\partial r} \qquad (2.7)$$

式（2.1），（2.2）を変数分離法で解き，式（2.4）～（2.7）に代入すると各電磁界成分の一般解が得られる。

2.2.1 各領域における電磁界成分

(a) 円筒部領域（領域Ⅰ）における電磁界成分

この領域は周期構造であるので電磁界はFloquet[39]の定理により表わされる。

$r = 0$において，

$$\left.\begin{aligned} E_{z1} &\neq \infty \\ H_{z1} &\neq \infty \end{aligned}\right\} \qquad (2.8)$$

なる条件のもとに式（2.1），（2.2）を解き，式（2.4）～（2.7）に代入すると各電磁界成分は次式のように表わされる。ここで，時間関数$e^{j\omega t}$は省略する。

$$E_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n Z_{mn}(k_n r) \cdot \begin{matrix}\cos m\theta \\ \sin m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \qquad (2.9)$$

$$E_{\theta 1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\pm C_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 r} Z_{mn}(k_n r) + D_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} Z'_{mn}(k_n r) \right]$$

$$\cdot \begin{matrix} \sin m\theta \\ \cos m\theta \end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{2.10}$$

$$E_{r1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[C_n \frac{j\beta_n}{k_n} Z'_{mn}(k_n r) \pm D_n \frac{jkm}{k_n^2 r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} Z_{mn}(k_n r) \right]$$

$$\cdot \begin{matrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{2.11}$$

$$H_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n Z_{mn}(k_n r) \cdot \begin{matrix} \sin m\theta \\ \cos m\theta \end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{2.12}$$

$$H_{\theta 1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\pm D_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 r} Z_{mn}(k_n r) + C_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} Z'_{mn}(k_n r) \right]$$

$$\cdot \begin{matrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{2.13}$$

$$H_{r1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[D_n \frac{j\beta_n}{k_n} Z'_{mn}(k_n r) \pm C_n \frac{jkm}{k_n^2 r}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} Z_{mn}(k_n r) \right]$$

$$\cdot \begin{matrix} \sin m\theta \\ \cos m\theta \end{matrix} \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{2.14}$$

ただし，符号はcos，sinに対して複合同順であり，ここで

$$Z_{mn}(k_n r) = \frac{J_m(k_n r)}{J_m(k_n a)} \tag{2.15}$$

$$Z'_{mn}(k_n r) = \frac{J'_m(k_n r)}{J_m(k_n a)} \tag{2.16}$$

$$k_n^2 = k^2 - \beta_n^2 \tag{2.17}$$

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{p} \tag{2.18}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots\cdots$

$m = 0, 1, 2 \cdots\cdots$

C_n，D_n は境界条件からきまる定数である。

(b) コルゲート溝領域（領域Ⅱ）における電磁界成分

この領域における境界条件は，

$$\left.\begin{aligned} E_{r2} &= 0 \\ E_{\theta 2} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad z = sp \quad , \quad z = sp + d \tag{2.19}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{z2} &= 0 \\ \frac{\partial H_{z2}}{\partial r} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad r = b \tag{2.20}$$

である。式（2.19），（2.20）の境界条件のもとに式（2.1），（2.2）を解き，式（2.4）～（2.7）に代入するとつぎに示す電磁界成分を得る。

$$E_{z2} = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell V_{m\ell}(\gamma_\ell r) \cos h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\cos m\theta \\ \sin m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.21}$$

$$E_{\theta 2} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[\pm A_\ell \frac{\pi \ell m}{\gamma_\ell^2 r d} V_{m\ell}(\gamma_\ell r) + B_\ell \frac{jk}{\gamma_\ell} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} U'_{m\ell}(\gamma_\ell r) \right]$$

$$\cdot \sin h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\sin m\theta \\ \cos m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.22}$$

$$E_{r2} = -\sum_{\ell=0}^{\infty} \left[A_\ell \frac{\pi \ell}{\gamma_\ell d} V'_{m\ell}(\gamma_\ell r) \pm B_\ell \frac{jkm}{\gamma_\ell^2 r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} U_{m\ell}(\gamma_\ell r) \right]$$

$$\cdot \sin h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\cos m\theta \\ \sin m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.23}$$

$$H_{z2} = \sum_{\ell=0}^{\infty} B_\ell U_{m\ell}(\gamma_\ell r) \sin h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\sin m\theta \\ \cos m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.24}$$

$$H_{\theta 2} = -\sum_{\ell=0}^{\infty} \left[\mp B_\ell \frac{\pi \ell m}{\gamma_\ell^2 r d} U_{m\ell}(\gamma_\ell r) + A_\ell \frac{jk}{\gamma_\ell} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} V'_{m\ell}(\gamma_\ell r) \right]$$

$$\cdot \cos h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\cos m\theta \\ \sin m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.25}$$

$$H_{r2} = -\sum_{\ell=0}^{\infty} \left[-B_\ell \frac{\pi \ell}{\gamma_\ell d} U'_{m\ell}(\gamma_\ell r) \pm A_\ell \frac{jkm}{\gamma_\ell^2 r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} V_{m\ell}(\gamma_\ell r) \right]$$

$$\cdot \cos h_\ell(z - sp) \cdot \begin{matrix}\sin m\theta \\ \cos m\theta\end{matrix} \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{2.26}$$

ただし，符号はcos, sinに対して複合同順であり，ここで

$$U_{m\ell}(\gamma_\ell r) = \frac{J_m(\gamma_\ell r)\,Y'_m(\gamma_\ell b) - J'_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell r)}{J_m(\gamma_\ell a)\,Y'_m(\gamma_\ell b) - J'_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell a)}$$

$$= \frac{-\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b,\ \gamma_\ell r)}{-\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b,\ \gamma_\ell a)} \qquad (2.27)$$

$$U'_{m\ell}(\gamma_\ell r) = \frac{J'_m(\gamma_\ell r)\,Y'_m(\gamma_\ell b) - J'_m(\gamma_\ell b)\,Y'_m(\gamma_\ell r)}{J_m(\gamma_\ell a)\,Y'_m(\gamma_\ell b) - J'_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell a)}$$

$$= \frac{\delta'_{m\ell}(\gamma_\ell r,\ \gamma_\ell b)}{-\delta_{m\ell}(\gamma_\ell b,\ \gamma_\ell a)} \qquad (2.28)$$

$$V_{m\ell}(\gamma_\ell r) = \frac{J_m(\gamma_\ell r)\,Y_m(\gamma_\ell b) - J_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell r)}{J_m(\gamma_\ell a)\,Y_m(\gamma_\ell b) - J_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell a)}$$

$$= \frac{\xi_{m\ell}(\gamma_\ell r,\ \gamma_\ell b)}{\xi_{m\ell}(\gamma_\ell a,\ \gamma_\ell b)} \qquad (2.29)$$

$$V'_{m\ell}(\gamma_\ell r) = \frac{J'_m(\gamma_\ell r)\,Y_m(\gamma_\ell b) - J_m(\gamma_\ell b)\,Y'_m(\gamma_\ell r)}{J_m(\gamma_\ell a)\,Y_m(\gamma_\ell b) - J_m(\gamma_\ell b)\,Y_m(\gamma_\ell a)}$$

$$= \frac{\delta_{m\ell}(\gamma_\ell r,\ \gamma_\ell b)}{\xi_{m\ell}(\gamma_\ell a,\ \gamma_\ell b)} \qquad (2.30)$$

$$\gamma_\ell^2 = k^2 - h_\ell^2 \qquad (2.31)$$

$$h_\ell = \frac{\pi \ell}{d} \qquad (2.32)$$

$s = 0,\ \pm 1,\ \pm 2\ \cdots\cdots$

$\ell = 0,\ \pm 1,\ \pm 2\ \cdots\cdots$

A_ℓ，B_ℓは境界条件からきまる定数である。

2.2.2 特性方程式

$r = a$において，領域Ⅰおよび領域Ⅱの電磁界の接線成分は連続であるという条件から特性方程式を求める。

電磁界の接線成分が連続である条件は，

$$\left.\begin{aligned} E_{z1} &= E_{z2} \\ E_{\theta 1} &= E_{\theta 2} \\ H_{z1} &= H_{z2} \\ H_{\theta 1} &= H_{\theta 2} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &r = a \\ &sp \leq z \leq sp + d \end{aligned} \qquad (2.33)$$

$$E_{z1} = E_{\theta 1} = 0 \qquad r = a \qquad sp + d \leq z \leq (s+1)p \tag{2.34}$$

である。式（2.21）～（2.26）は，任意のsに対して成立するので，s＝0とする。そして，次式に示す関数の直交性を用いてC_n，D_n，A_ℓ，B_ℓの関係を求める。

$$\int_0^p e^{-j(\beta_n' - \beta_n)z}\, dz = \begin{cases} 0 & n \neq n' \\ p & n = n' \end{cases} \tag{2.35}$$

$$\int_0^d \sin h_\ell z \cdot \sin h_{\ell'} z\, dz = \begin{cases} 0 & \begin{cases} \ell \neq \ell' \\ \ell = \ell' = 0 \end{cases} \\ \dfrac{d}{2} & \ell = \ell' \neq 0 \end{cases} \tag{2.36}$$

$$\int_0^d \cos h_\ell z \cdot \cos h_{\ell'} z\, dz = \begin{cases} 0 & \ell \neq \ell' \\ d & \ell = \ell' = 0 \\ \dfrac{d}{2} & \ell = \ell' \neq 0 \end{cases} \tag{2.37}$$

まず，管軸方向電界成分の連続条件から，式（2.9），（2.21）を等しく置き両辺に$e^{j\beta_n z}$を乗じ一周期にわたり積分する。

$$\int_0^p E_{z2}\, e^{j\beta_n z}\, dz = \int_0^p E_{z1}\, e^{j\beta_n z}\, dz \tag{2.38}$$

式（2.33），（2.34）ならびに，式（2.35）を考慮すると，式（2.38）からC_nは次式で与えられる。

$$C_n = \frac{1}{p}\int_0^d \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \cos h_\ell z\, e^{j\beta_n z}\, dz = \frac{1}{p}\sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell M_1^{n\ell} \tag{2.39}$$

全く同様に，周方向電界成分の連続条件から，C_n，D_n，A_ℓ，B_ℓについて次式が与えられる。

$$\begin{aligned} &\pm C_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 a} + D_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, Z'_{mn}(k_n a) \\ &= \frac{1}{p}\int_0^d \sum_{\ell=0}^{\infty}\left[\pm A_\ell \frac{\pi \ell m}{\gamma_\ell^2 a d} + B_\ell \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, U'_{m\ell}(\gamma_\ell a)\right] \\ &\quad \cdot \sin h_\ell z\, e^{j\beta_n z}\, dz \\ &= \frac{1}{p}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left[\pm A_\ell \frac{\pi \ell m}{\gamma_\ell^2 a d} + B_\ell \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, \frac{jk}{\gamma_\ell}\, U'_{m\ell}(\gamma_\ell a)\right] M_2^{n\ell} \end{aligned} \tag{2.40}$$

つぎに管軸方向磁界の連続条件から，式（2.12），（2.24）を等しく置き，両辺に $\sin h_\ell z$ を乗じ，式（2.33），（2.36）を考慮し0からdまで積分すると B_ℓ が次式で表わされる。

$$B_\ell = \frac{2}{d}\int_0^d \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \sin h_\ell z \; e^{-j\beta_n z}\, dz$$

$$= \frac{2}{d}\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n N_2^{n\ell} \qquad (2.41)$$

また，周方向磁界成分の連続条件から，式（2.13），（2.25）を等しく置き，両辺に $\cos h_\ell z$ を乗じ，式（2.33）ならびに式（2.37）を考慮して，0からdまで積分すると C_n，D_n，A_ℓ，B_ℓ について次式が得られる。

$$\frac{(1+\delta_0)d}{2}\left[\mp B_\ell \frac{\pi\ell m}{r_\ell^2 a d} + A_\ell \frac{jk}{r_\ell}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, V'_{m\ell}(r_\ell a)\right]$$

$$= \int_0^d \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\pm D_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 a} + C_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, Z'_{mn}(k_n a)\right]$$

$$\cdot \cos h_\ell z \; e^{-j\beta_n z}\, dz$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\pm D_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 a} + C_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, Z'_{mn}(k_n a)\right] N_1^{n\ell} \qquad (2.42)$$

ここで，

$$N_1^{n\ell} = \int_0^d \cos h_\ell z \cdot e^{-j\beta_n z}\, dz$$

$$= \frac{2\beta_n}{\beta_n^2 - h_\ell^2}\sin\frac{\beta_n d + \pi\ell}{2}\cdot e^{-j\frac{1}{2}(\beta_n d + \pi\ell)} \qquad (2.43)$$

$$N_2^{m\ell} = \int_0^d \sin h_\ell z \cdot e^{-j\beta_n z}\, dz$$

$$= -\frac{2jh_\ell}{\beta_n^2 - h_\ell^2}\sin\frac{\beta_n d + \pi\ell}{2}\cdot e^{-j\frac{1}{2}(\beta_n d + \pi\ell)} \qquad (2.44)$$

$$M_1^{n\ell} = \int_0^d \cos h_\ell z \cdot e^{j\beta_n z}\, dz$$

$$= \frac{2\beta_n}{\beta_n^2 - h_\ell^2}\sin\frac{\beta_n d + \pi\ell}{2}\cdot e^{\frac{j}{2}(\beta_n d + \pi\ell)} \qquad (2.45)$$

$$M_2^{n\ell} = \int_0^d \sin h_\ell z \cdot e^{j\beta_n z}$$

$$= \frac{2jh_\ell}{\beta_n^2 - h_\ell^2} \sin \frac{\beta_n d + \pi\ell}{2} \cdot e^{\frac{j}{2}(\beta_n d + \pi\ell)} \qquad (2.46)$$

$$\delta_0 = \begin{cases} 0 & \ell \neq 0 \\ 1 & \ell = 0 \end{cases} \qquad (2.47)$$

式（2.39）～（2.42）において，

$$\left.\begin{aligned}
a_{\ell m}^{n} &= \frac{j\beta_n m}{k_n^2 a} N_1^{n\ell} \\
b_{\ell m}^{n} &= \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} Z'_{mn}(k_n a) N_1^{n\ell} \\
d_{\ell}^{n} &= \frac{2}{d} N_2^{n\ell} \\
f_{nm} &= \frac{j\beta_n m}{k_n^2 a} \\
g_{nm} &= \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} Z'_{mn}(k_n a) \\
E_n^{\ell} &= \frac{1}{p} M_1^{n\ell} \\
F_{nm}^{\ell} &= \frac{\pi\ell m}{p r_\ell^2 a d} M_2^{n\ell} \\
G_{nm}^{\ell} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{jk}{p r_\ell} U'_{m\ell}(r_\ell a) M_2^{n\ell} \\
H_{\ell m} &= -\frac{1+\delta_0}{2} \frac{\pi\ell m}{r_\ell^2 a} \\
I_{\ell m} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1+\delta_0}{2} \frac{jk}{r_\ell} V'_{m\ell}(r_\ell a) \cdot d
\end{aligned}\right\} \qquad (2.48)$$

とおくと，式（2.39）～（2.42）は次式のようになる。

$$C_n = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell E_n^{\ell} \qquad (2.49)$$

$$\pm C_n f_{nm} + D_n g_{nm} = \sum_{\ell=0}^{\infty} (\pm A_\ell F_{nm}^{\ell} + B_\ell G_{nm}^{\ell}) \tag{250}$$

$$B_\ell = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_\ell^n D_n \tag{251}$$

$$\pm B_\ell H_{\ell m} + A_\ell I_{\ell m} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\pm a_{\ell m}^n D_n + b_{\ell m}^n C_n) \tag{252}$$

つぎに，式（249）～（252）からC_n, D_n を消去する。

式（249），（250）からD_n は，

$$D_n = \frac{1}{g_{nm}} \sum_{q=0}^{\infty} \left[\pm (F_{nm}^q - E_n^q f_{nm}) A_q + G_{nm}^q B_q \right] \tag{253}$$

式（251），（253）からB_ℓは，

$$B_\ell = \sum_{q=0}^{\infty} \left[\pm A_q \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d_\ell^n}{g_{nm}} (F_{nm}^q - E_n^q f_{nm}) \right\} + B_q \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{d_\ell^n G_{nm}^q}{g_{nm}} \right] \tag{254}$$

また，式（252）は，式（249），（253）を用いて次式で表わされる。

$$\pm B_\ell H_{\ell m} + A_\ell I_{\ell m}$$
$$= \sum_{q=0}^{\infty} \left[A_q \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_{\ell m}^n}{g_{nm}} (F_{nm}^q - E_n^q f_{nm}) + b_{\ell m}^n E_n^q \right\} \pm B_q \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_{\ell m}^n G_{nm}^q}{g_{nm}} \right] \tag{255}$$

式（254），（255）を書き変えると

$$B_\ell = \sum_{q=0}^{\infty} (\pm A_q S_{q\ell m} + B_q T_{q\ell m}) \tag{256}$$

$$\pm B_\ell H_{\ell m} + A_\ell I_{\ell m} = \sum_{q=0}^{\infty} (A_q W_{q\ell m} \pm B_q X_{q\ell m}) \tag{257}$$

ここで，

$$S_{q\ell m} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{8 m h_\ell k_n}{j k d p a} \left(\frac{h_q^2}{r_q^2} - \frac{\beta_n^2}{k_n^2} \right) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{K_{q\ell n}}{Z'_{mn}(k_n a)}$$

$$T_{q\ell m} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{8 h_\ell h_q k_n U'_{mq}(r_q a)}{r_q p d Z'_{mn}(k_n a)} K_{q\ell n}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
W_{q\ell m} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j4\beta_n^2}{k_n p}\left[\frac{m^2}{ka^2 Z'_{mn}(k_n a)}\left(\frac{h_q^2}{\gamma_q^2} - \frac{\beta_n^2}{k_n^2}\right)\right. \\
&\qquad \left. + k Z'_{mn}(k_n a)\right]\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, K_{q\ell n} \\
X_{q\ell m} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{-4\beta_n^2 m h_q U'_{mq}(\gamma_q a)}{k_n p \gamma_q a Z'_{mn}(k_n a)} K_{q\ell n} \\
K_{q\ell n} &= \frac{e^{\frac{j}{2}(q-\ell)\pi}}{(\beta_n^2 - h_q^2)(\beta_n^2 - h_\ell^2)} \sin\frac{\beta_n d + q\pi}{2} \sin\frac{\beta_n d + \ell\pi}{2}
\end{aligned}
\right\} \qquad (2.58)
$$

式（2.56），（2.57）の一次無限連立方程式を解けば，位相定数と周波数の関係を与える特性方程式が求まる。式（2.56），（2.57）は複雑であるので，次節において近似式を用い検討する。

2.2.3 特性方程式の近似式

(a) 溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合の特性方程式。

A_ℓ，B_ℓは式（2.51），（2.52）などを検討するとℓが大きくなると小さくなることがわかる。

また，$p \ll \lambda$の場合には，

$$
\gamma_\ell^2 \Big|_{\ell \neq 0} = k^2 - h_\ell^2 = k^2 - \left(\frac{\pi \ell}{d}\right)^2 < 0 \qquad (2.59)
$$

すなわち，$\gamma_\ell \big|_{\ell \neq 0}$が純虚数となり，かつ，その絶対値が大きくなる。このため，r がa から次第にb に近づくと，高次波（$\ell \neq 0$の項）は基本波（$\ell = 0$の項）に比べ急激に減少する。そこで，ここでは高次波の項を無視し領域Ⅱの電磁界成分を$\ell = 0$の項のみで近似したときの特性方程式を導く。

いま，式（2.56），（2.57）において，

$$
A_q = B_q = 0 \qquad q \neq 0 \qquad (2.60)
$$

とすると，次式が得られる。

$$
B_0 = \pm A_0 S_{00m} + B_0 T_{00m} \qquad (2.61)
$$

$$
\pm B_0 H_{0m} + A_0 I_{0m} = A_0 W_{00m} \pm B_0 X_{00m} \qquad (2.62)
$$

また，式（2.61），（2.62）中のS_{00m}，T_{00m}，H_{0m}，X_{00m} は，式（2.58）から

$$S_{00m} = T_{00m} = H_{0m} = X_{00m} = 0 \tag{2.63}$$

となる。したがって，式（2.61），（2.62）から特性方程式は，

$$I_{0m} = W_{00m} \tag{2.64}$$

すなわち，

$$\begin{aligned} & jk\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{V'_{m0}(\gamma_0 a)}{\gamma_0} \\ &= jk\frac{d}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{Z'_{mn}(k_n a)}{k_n}\cdot\left\{1-\left[\frac{m\beta_n}{k k_n a Z'_{mn}(k_n a)}\right]^2\right\} \\ &\quad\cdot\left(\frac{\sin\frac{\beta_n d}{2}}{\frac{\beta_n d}{2}}\right)^2 \end{aligned} \tag{2.65}$$

となる。

(b) 溝のピッチが比較的大きい場合の特性方程式

ここでは，領域Ⅱの電磁界成分を$\ell = 0$，1の項で近似したときの特性方程式を求める。

$$\left.\begin{aligned} A_q &= 0 \qquad q \neq 0,\ 1 \\ B_q &= 0 \qquad q \neq 0,\ 1 \end{aligned}\right\} \tag{2.66}$$

とすると式（2.56），（2.57）から次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} B_0 &= 0 \\ B_1 &= \pm A_0 S_{01m} \pm A_1 S_{11m} + B_1 T_{11m} \\ A_0 I_{0m} &= A_0 W_{00m} + A_1 W_{10m} \pm B_1 X_{10m} \\ \pm B_1 H_{1m} &+ A_1 I_{1m} = A_0 W_{01m} + A_1 W_{11m} \pm B_1 X_{11m} \end{aligned}\right\} \tag{2.67}$$

式（2.67）をマトリックス表示すると，

$$\begin{bmatrix} \pm S_{01m} & \pm S_{11m} & T_{11m}-1 \\ W_{00m}-I_{0m} & W_{10m} & \pm X_{10m} \\ W_{01m} & W_{11m}-I_{1m} & \pm(X_{11m}-H_{1m}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.68}$$

となる。A_0，A_1，B_1 が零でない解を有するには係数の行列式が零になればよい。[40]

この条件から特性方程式として次式を得る。

$$(W_{00m} - I_{0m})\left[(W_{11m} - I_{1m})(T_{11m} - 1) - (X_{11m} - H_{1m})S_{11m}\right]$$

$$+S_{01m}W_{10m}(X_{11m} - H_{1m}) + S_{11m}X_{10m}W_{01m}$$

$$-(T_{11m} - 1)W_{10m}W_{01m} - X_{10m}(W_{11m} - I_{1m})S_{01m} = 0 \qquad (2.69)$$

また，このときのA_1，B_1とA_0の関係式は

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{(I_{0m} - W_{00m})(H_{1m} - X_{11m}) - W_{01m}X_{10m}}{X_{10m}(W_{11m} - I_{1m}) + W_{10m}(H_{1m} - X_{11m})} A_0 \\ B_1 &= \pm\left[S_{01m} + S_{11m}\frac{(I_{0m} - W_{00m})(H_{1m} - X_{11m}) - W_{01m}X_{10m}}{X_{10m}(W_{11m} - I_{1m}) + W_{10m}(H_{1m} - X_{11m})}\right] \\ &\quad \cdot \frac{1}{1 - T_{11m}} A_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2.70)$$

となりC_n，D_nとA_0，A_1，B_1との関係は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} C_n &= A_0 E_n^0 + A_1 E_n^1 \\ D_n &= \frac{1}{g_{mn}}\left[\pm(F_{nm}^0 - E_n^0 f_{nm})A_0 \pm (F_{nm}^1 - E_n^1 f_{nm})A_1 \right. \\ &\quad \left. + G_{nm}^1 B_1\right] \end{aligned}\right\} \qquad (2.71)$$

したがって，電磁界分布を求めるには，式（2.70）のA_1，B_1を式（2.71）に代入し，C_n，D_nをA_0なる定数で表わし，式（2.9）～（2.14），および式（2.21）～（2.26）に代入すればよい。また，電磁界分布としては，周方向に正弦波あるいは余弦波分布をする波のうち一方の波の分布について考慮すれば十分であるので，以下本論文では管軸方向電界が周方向に正弦波分布となる波については省略する。

2.3 コルゲート溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合の特性

2.3.1 アンテナホーンに応用されるコルゲート円形導波管形状およびモード波の定義

(a) コルゲート円形導波管形状

$\beta_0 p$が2πだけ増加しても，式（2.18）の関係からβ_{n-1}はもとのβ_nと等しくなる。したがって式（2.9）～式（2.14）のように位相定数がβ_nなる空間高調波の和で表わされる電磁界は何ら変化しない。このため$\beta_0 p$を1周期の範囲に限り諸特性を検討すれば他の$\beta_0 p$に対する特性もわかる。一般には位相速度が最も速くなる部分の1周期$|\beta_0 p| \leq \pi$が基本波にとられる。[39] 本論文においてもこれに習い，アンテナホーンに応用されるコルゲート円形導波管の特性を論じる。

さて，コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用して放射指向特性の改善を図る

には，コルゲート溝の深さ（b－a）が適当な場合にコルゲート溝入口部が$E_{\theta 1}$に対し電気壁，$H_{\theta 1}$に対し磁壁となり得ることが必要である。[20] この条件はコルゲート溝のピッチpが自由空間波長λに比べて十分小さく（$p \ll \lambda$），かつ，ひれの厚みが薄い場合に成立する。

$p \ll \lambda$の場合には，式（2.17）から与えられる$k_n^2 a^2 \big|_{n \neq 0}$は負となる。すなわち$k_n a \big|_{n \neq 0}$は純虚数となる。このときには，式（2.9）～（2.14）で与えれる円筒部の空間高調波成分（$n \neq 0$）の半径方向への分布は変形ベッセル関数で表わされる。そして，$r = a$から$r = 0$に近づくとその振幅は急激に小さくなる。また，その振幅C_n，D_nは式（2.71）からnが大きくなると小さくなることがわかる。

また，放射指向特性がTE_{11}^0モード波で励振されている円すいホーンのように，ホーンの正面方向に主ビームを持つには$n = 1$のモード波のE_{r1}，$E_{\theta 1}$が，それぞれ管軸部において強い振幅を有することが必要である。E_{r1}，$E_{\theta 1}$は，それぞれ式（2.11），（2.10）に示すように，前述の$n \neq 0$の空間高調波および$n = 0$の基本波の和で表わされる。したがって，E_{r1}，$E_{\theta 1}$の半径方向への分布が管軸部で強くなるには基本波の半径方向への分布が管軸で強くなることが必要となる。このためには，$k_0 > 0$，すなわち，$k > \beta_0$となり基本波の半径方向への分布がベッセル関数で表わされることがすくなくとも必要となる。

したがって，アンテナホーンに，できるだけ理想状態でコルゲート円形導波管を応用する場合には，コルゲート溝のピッチと自由空間波長λとの関係は$p \ll \lambda$であり，また，使用周波数範囲は$k > \beta_0$，すなわち，位相速度が光速より速い範囲となる。

つぎに，コルゲート溝の深さについては，$p \ll \lambda$の場合にはコルゲート溝が円筒部の電磁界に対して終端が短絡されたラジアル伝送線路として動作するので，基本的にはその深さが零からλ／2までを考察すればよく，その他の深さに対する特性はこれから類推できる。

このような観点から本論文では，$p \ll \lambda$の具体的許容範囲について考察を行なう本章の2.4，および各種モード波の伝搬帯域について考察を行なう第6章の6.3を除いては，$k > \beta_0$，$p \ll \lambda$，$(b-a) \leq \lambda/2$の条件下においてコルゲート円形導波管および，その応用としてのコルゲート円すいホーンの諸特性を論ずることにする。

(b) モード波の定義

式（2.9）～（2.14）から明らかなように，$m = 0$の回転対称なモード波以外の波は，TM波とTE波との混成波（ハイブリッドモード波）となる。ハイブリッドモード波の名称の定義としては，いろいろあるが，[21][23] $m = m'$における特性方程式のi番目の解（$k_0 = 0$を除く）を満足するモード波を$HE_{m'i}$（あるいは$EH_{m'i}$）波と定義する方法がよく用いられている。[41]

しかし，この方法では円形導波管モード波との対比を行なうときに不便である。とくに，コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用する場合には，円形導波管モード波に対応するようにハイブリッドモード波の名称を定義すると放射パターンの考察，円形導波管との変換器の設計などにおいて好都合である。

本論文では，放射指向特性の改善に用いられるコルゲート円形導波管においてはコルゲート溝の深さが比較的浅いことに着目して，コルゲート溝の深さを次第に浅くして，コルゲート円形導波管形状をひれの内径と等しい内径の円形導波管に近づけた場合に円形導波管の

TE^{0}_{mi} モード波に変換されるモード波を HE_{mi}，（$m \neq 0$）

TM^{0}_{mi} モード波に変換されるモード波を EH_{mi}，（$m \neq 0$）

TE^{0}_{0i} モード波に変換されるモード波を TE^{c}_{0i}，

TM^{0}_{0i} モード波に変換されるモード波を TM^{c}_{0i}

モード波と定義する。

この定義にしたがうと，放射指向特性の改善に用いられるモード波は，位相速度が TE^{0}_{11} モード波の位相速度より速い周波数範囲における EH_{11} モード波である。

EH_{11} モード波の特性については，2.4 でその概略を述べ，第3章で，その詳細を放射指向特性との関連において述べることにし，この節では $p \ll \lambda$，$k > \beta_0$ の場合についてコルゲート溝形状の電磁界分布に及ぼす影響を一般的に論じ，つぎに $p \ll \lambda$，$k > \beta_0$ のもとになされる近似の精度を，EH_{11} モード波を例にとり数値計算により検討し，第3章以降で行なう近似の妥当性を明らかにする。

2.3.2 特性方程式の近似式

コルゲート溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合の特性方程式は式（2.65）で与えられる。この式を，$k > \beta_0$ の条件のもとに検討する。

式（2.65）を変形すると，

$$\frac{j\varepsilon'_m a\pi}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{V'_{m0}(ka)}{k}$$

$$= j\,\frac{\varepsilon'_m a\pi}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{Z'_{mm}(k_n a)}{k_n} - \frac{m^2(\beta_n a)^2}{k_n(k_n a k a)^2 Z'_{mm}(k_n a)}\right]$$

$$\cdot\left(\frac{\sin\dfrac{\beta_n d}{2}}{\dfrac{\beta_n d}{2}}\right)^2 \qquad (2.72)$$

ここで，

$$\varepsilon'_m = \begin{cases} 1 & m \neq 0 \\ 2 & m = 0 \end{cases}$$

式（2.72）の右辺をn＝0の項と他の項とにわけて表わすと

$$\frac{j\varepsilon'_m a\pi}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{V'_{m0}(ka)}{k}$$

$$= \frac{j\varepsilon'_m a\pi}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\left\{\frac{Z'_{m0}(k_0 a)}{k_0} - \frac{m^2(\beta_0 a)^2}{k_0(k_0 a k a)^2 Z'_{m0}(k_0 a)}\right\}\left(\frac{\sin\frac{\beta_0 d}{2}}{\frac{\beta_0 d}{2}}\right)^2\right.$$

$$\left. - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty}\left\{\frac{\mathfrak{z}'_{mn}(K_n a)}{K_n} - \frac{m^2(\beta_n a)^2}{K_n(K_n a\cdot ka)^2\ \mathfrak{z}'_{mn}(K_n a)}\right\}\left(\frac{\sin\frac{\beta_n d}{2}}{\frac{\beta_n d}{2}}\right)^2\right] \qquad (2.73)$$

ここで，

$$K_n^2 = -k_n^2 = \beta_n^2 - k^2 \qquad (2.74)$$

$$\mathfrak{z}'_{mn}(K_n a) = \frac{I'_m(K_n a)}{I_m(K_n a)} \qquad (2.75)$$

式（2.73）～（2.74）において，$k > \beta_0$，$p \ll \lambda$を考慮すると

$$K_n \simeq \beta_n \simeq 2\pi n/p \qquad (2.76)$$

$$\mathfrak{z}'_{mn}(K_n a) \simeq 1 \qquad (2.77)$$

$$\frac{\sin\frac{\beta_0 d}{2}}{\frac{\beta_0 d}{2}} \simeq 1 \qquad (2.78)$$

式（2.76）～（2.78）が成立するので，式（2.73）は次式のように表わすことができる。

$$j\frac{\varepsilon'_m \pi a}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ V'_{m0}(ka)$$

$$\simeq j\frac{\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{ka}{k_0 a}\left\{Z'_{m0}(k_0 a) - m^2\left(\frac{\beta_0 a}{k a k_0 a}\right)^2\frac{1}{Z'_{m0}(k_0 a)}\right\}\right.$$

$$\left. - \frac{2p}{\lambda}\left\{1-\left(\frac{m}{ka}\right)^2\right\}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{\sin\frac{\pi n d}{p}}{\frac{\pi n d}{p}}\right)^2\right] \qquad (2.79)$$

$p \ll \lambda$ の場合には，式（2.79）の右辺第2項，すなわち空間高調波成分の位相特性に及ぼす影響が小さいことがわかる。

2.3.3 コルゲート溝の呈するアドミタンス

コルゲート溝の幅が波長に比べて十分小さい場合には，コルゲート溝中を径方向に伝搬する電力は，Z成分電界と θ 成分磁界によって表わせる。そこで，径方向への伝送電力ならびに $r=a$，$\theta=0$ における電圧を用いて，$r=a$ においてs番目のコルゲート溝の底をみたときのコルゲート溝の呈するアダミタンス $\overleftarrow{Y}_{sm}$，ならびにs番目のコルゲート溝入口（$r=a$）から円筒部領域をみたときのアドミタンス $\overrightarrow{Y}_{cm}$ を，それぞれつぎのように定義する〔42〕。

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = \frac{-a\int_0^{2\pi}\int_{sp}^{sp+d}\left[E_{z2}\cdot H_{\theta 2}\right]_{r=a}\,d\theta dz}{\left[\int_{sp}^{sp+d} E_{z2}\Big|_{\substack{r=a\\ \theta=0}} dz\right]^2} \tag{2.80}$$

$$\overrightarrow{Y}_{cm} = \frac{a\int_0^{2\pi}\int_{sp}^{sp+d}\left[E_{z1}\cdot H_{\theta 1}\right]_{r=a}\,d\theta dz}{\left[\int_{sp}^{sp+d} E_{z1}\Big|_{\substack{r=a\\ \theta=0}} dz\right]^2} \tag{2.81}$$

式（2.80）に式（2.21），（2.25）を代入すると $\overleftarrow{Y}_{sm}$ は

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = j\,\frac{\varepsilon'_m \pi a}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\;V'_{m0}(ka) \tag{2.82}$$

となる。つぎに $\overrightarrow{Y}_{cm}$ を求める。電磁界を基本波成分のみで近似すると

$$E_{\theta 2} = 0 \tag{2.83}$$

である。したがって，$E_{\theta 1}$ は $r=a$ において

$$E_{\theta 1}\Big|_{r=a} = 0 \tag{2.84}$$

この条件から C_n と D_n の関係はつぎのように与えられる。

$$\frac{D_n}{C_n} = -\frac{\beta_n a\cdot m}{ka\,k_n a}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\;\frac{1}{Z'_{mn}(k_n a)} \tag{2.85}$$

式（2.33），（2.85）を考慮して，式（2.81）に式（2.9），（2.13）を代入すると $\overrightarrow{Y}_{cm}$ は次式となる。

$$\overrightarrow{Y}_{cm} = \frac{-j\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{ka}{k_n a}Z'_{mn}(k_n a)\right.$$

$$-\frac{ka}{k_n a}\left(\frac{\beta_n a m}{k a k_n a}\right)^2 \frac{1}{Z'_{mn}(k_n a)}\Bigg]\left(\frac{\sin\frac{\beta_n d}{2}}{\frac{\beta_n d}{2}}\right)^2$$

$$\simeq \frac{-j\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{ka}{k_0 a}\left\{Z'_{m0}(k_0 a)-\left(\frac{m\beta_0 a}{k a k_0 a}\right)^2 \frac{1}{Z'_{m0}(k_0 a)}\right\}\right.$$

$$\left.-\frac{2p}{\lambda}\left\{1-\left(\frac{m}{ka}\right)^2\right\}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{\sin\frac{\pi n d}{p}}{\frac{\pi n d}{p}}\right)^2\right] \qquad (2.86)$$

式(2.79)と式(2.82)(2.86)を比較すると式(2.79)の右辺は$-\vec{Y}_{cm}$と，左辺は$\overleftarrow{Y}_{sm}$と一致している。また，式(2.86)の右辺第2項は，空間高調波の影響を考慮した場合に現われるサセプタンスで，$p \ll \lambda$の場合には無視することができる。したがって$k > \beta_0$，$p \ll \lambda$の場合には，コルゲート円形導波管を周期性のない$1/\overleftarrow{Y}_{sm}$なるインピーダンス壁を有する導波管とみなすことができる。

また，式(2.82)の$V'_{m0}(ka)$は近似的に$-\cot k(b-a)$[43]と等しい。すなわち，$\overleftarrow{Y}_{sm}$はkaに対して近似的に周期的な変化をするが，2.3.1で述べたように本論文では$k(b-a) \leq \pi$の範囲を対象として考慮する。

2.3.4 コルゲート溝の呈するアドミタンスと電磁界分布

周期性を無視すると，式(2.79)から明らかなように$\vec{Y}_{cm}$，$\overleftarrow{Y}_{sm}$のうち$\overleftarrow{Y}_{sm}$のみが，ひれの厚みとコルゲート溝の深さに関係する。まず，ひれの厚みを変えた場合の電磁界分布について考察する。ひれの厚みを変えたときの$\overleftarrow{Y}_{sm}$の変化はコルゲート溝の特性アドミタンスの変化によるものである。したがって，式(2.82)において，ひれの厚みを厚くする(溝の幅dを小さくする)と，$V'_{m0}(ka)$が正の場合には，$\overleftarrow{Y}_{sm}$は大きな容量性サセプタンスを呈するようになり，$V'_{m0}(ka)$が負の場合には，$\overleftarrow{Y}_{sm}$は大きな誘導性サセプタンスを呈するようになる。しかし，$V'_{m0}(ka)$が零の場合には，$\overleftarrow{Y}_{sm}$はひれの厚みの影響を受けない。

いま，$\overleftarrow{Y}_{sm} \neq 0$として，$d/p \to 0$すなわち$\overleftarrow{Y}_{sm}/j = \pm\infty$の場合について検討すると特性方程式

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = -\vec{Y}_{cm} \qquad (2.87)$$

は，

$$J_m(k_0 a) \simeq 0 \qquad (2.88)$$

または，

$$J'_m(k_0 a) \simeq 0 \qquad (289)$$

となる。

一方，円筒部領域E_{z1}，H_{z1}の基本波成分の振幅であるC_0とD_0との間には式（285）に示す関係がある。したがって，

$$J_m(k_0 a) \simeq 0 \quad のときには \quad |D_0| \ll |C_0| \qquad (290)$$

$$J'_m(k_0 a) \simeq 0 \quad のときには \quad |D_0| \gg |C_0| \qquad (291)$$

となり，式（290）が成立する場合には，コルゲート円形導波管のモード波の電磁界分布は円形導波管のTM^0_{mi}モード波の電磁界分布に，また，式（291）が成立する場合には，TE^0_{mi}モード波の電磁界分布にそれぞれ近づくことがわかる。これは，$\vec{Y}_{sm}/j \simeq \pm\infty$場合には半径aの円筒面が等価的に導体壁と考えられることからも明らかであり，コルゲート溝の深さを変えても同様なことが成立する。

2.3.5 コルゲート溝中の高次波ならびに円筒部領域の空間高調波の電磁界分布に及ぼす影響

2.3.2～2.3.4において，$p \ll \lambda$，$k > \beta_0$の場合には，コルゲート溝中の高次波ならびに円筒部領域における空間高調波成分を各領域の基本波成分に対して無視することができ，コルゲート円形導波管をインピーダンス壁を有する導波管として考えることができることを示した。ここでは，EH_{11}モード波を例にとり，数値計算により，$p \ll \lambda$，$k > \beta_0$の場合には，高次波，空間高調波成分の$ka-\beta_0 a$曲線および電磁界分布に及ぼす影響が小さいことを示す。

(a) EH_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線に及ぼす影響

式（279）から明らかなように，空間高調波成分の影響は$d/p=1$あるいは，$d/p \simeq 0$の場合はほとんどない。そこで，空間高調波の影響が比較的大きいと考えられる$d/p=0.5$のときに，空間高調波，高次波を考慮しない場合の$ka-\beta_0 a$曲線と空間高調波のみを考慮した場合の$ka-\beta_0 a$曲線を数値計算により求めた。図2.2に対比して示す。

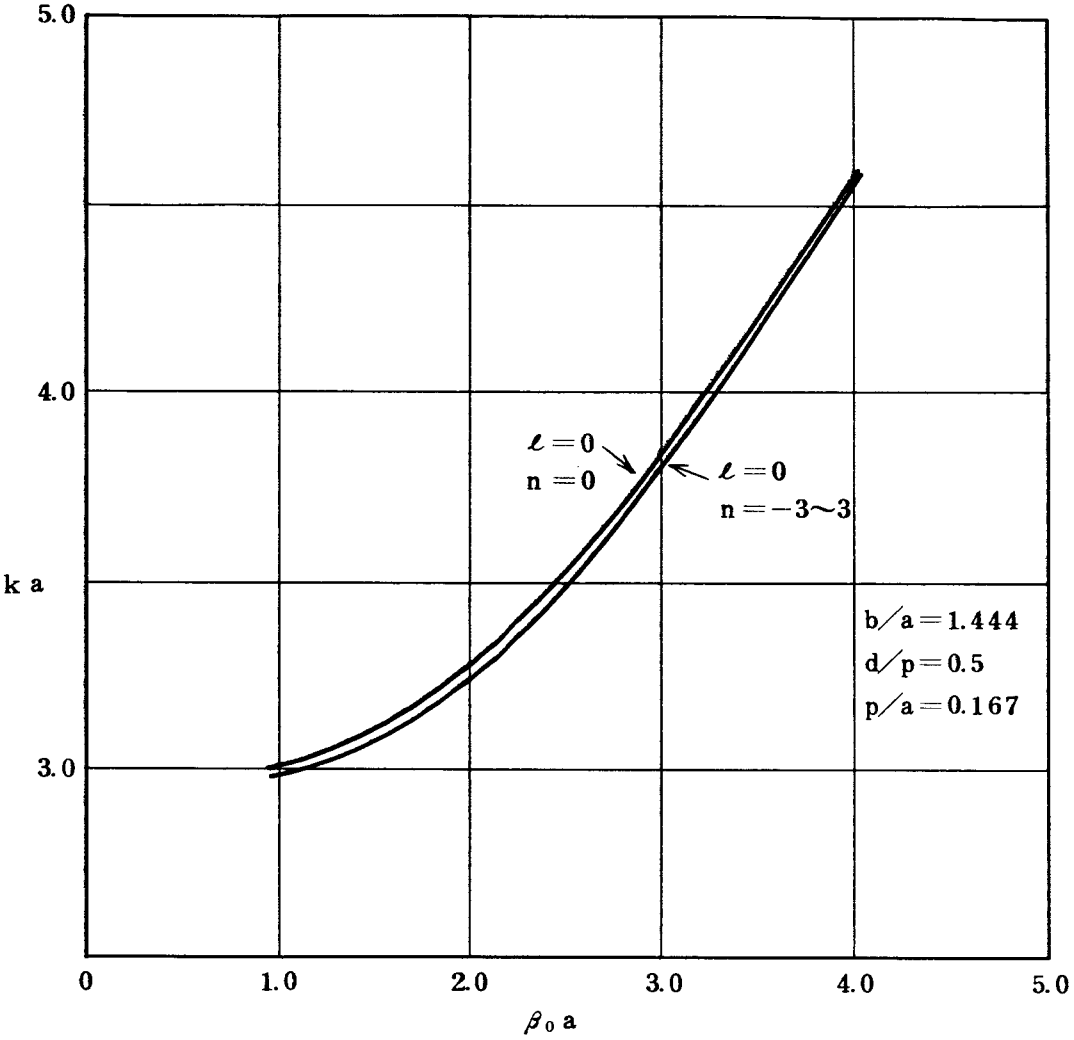


図2.2　空間高調波のka−β_0a 曲線に及ぼす影響

（EH_{11} モード波）

コルゲート円形導波管形状はb／a＝1.444，p／a＝0.167，d／p＝0.5 であり，空間高調波成分を無視したことにより位相速度が約1％速くなっている。これは式（2.86）から明らかなように空間高調波成分の項が$\vec{Y}_{cm}$に容量性サセプタンスを増加するように寄与するためである。

コルゲート溝中の高次波成分の影響は溝の幅が広いとき強くなる。そこで，d／p＝0.89 の場合について，高次波の影響を考慮した場合と考慮しない場合のka−β_0a 曲線を求めた。図2.3に対比して示す。ここでb／a＝1.444，p／a＝0.167 である。高次波成分を無視すると位相速度が約1％速くなる。

図2.2，2.3からp≦0.14λの場合には空間高調波，高次波成分のka−β_0a 曲線に及ぼす影響は約2％であることがわかる。

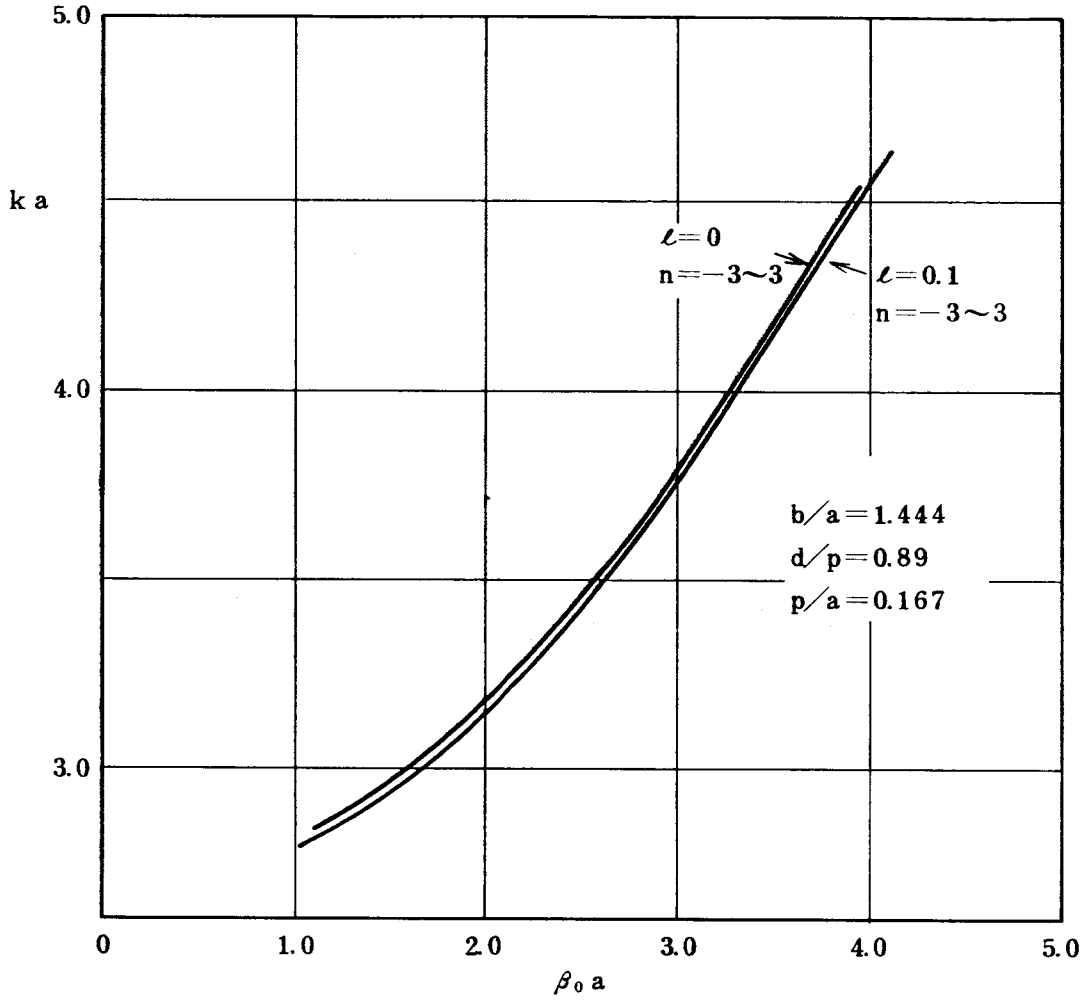


図 2.3　高次波成分の ka−β_0 a 曲線に及ぼす影響

（ EH_{11} モード波 ）

(b)　EH_{11} モード波の電磁界分布に及ぼす影響

図 2.2 に ka−β_0a曲線を示したコルゲート円形導波管の電界分布を空間高調波を考慮した場合と無視した場合とについて求めた。図 2.4 に ka=3.96 の場合の相対電界 $\overline{E}_r$，$\overline{E}_\theta$ を示す。ここで $\overline{E}_r$ および $\overline{E}_\theta$ は，それぞれ図 2.1 に示す Y−Y′軸上の E_{r1}，および X−X′軸上の $E_{\theta 1}$ の相対電界である。

実線は空間高調波を考慮した場合，破線は空間高調波を無視した場合の電界分布である。$p \leq 0.1\ \lambda$ の場合には空間高調波の電磁界分布に及ぼす影響は小さいことがわかる。

なお，図 2.4 中の一点鎖線で示す分布は対比のために示す半径 a の円形導波管の TE_{11}^{0} モード波の分布である。EH_{11} モード波の方が $\overline{E}_r$ と $\overline{E}_\theta$ の一致度がよい。

2.3.5 (a)，(b)から結論として，$p \ll \lambda$，$k > \beta_0$ の場合には，ひれの厚みの影響を空間高調波成分を無視して考察できることがわかる。

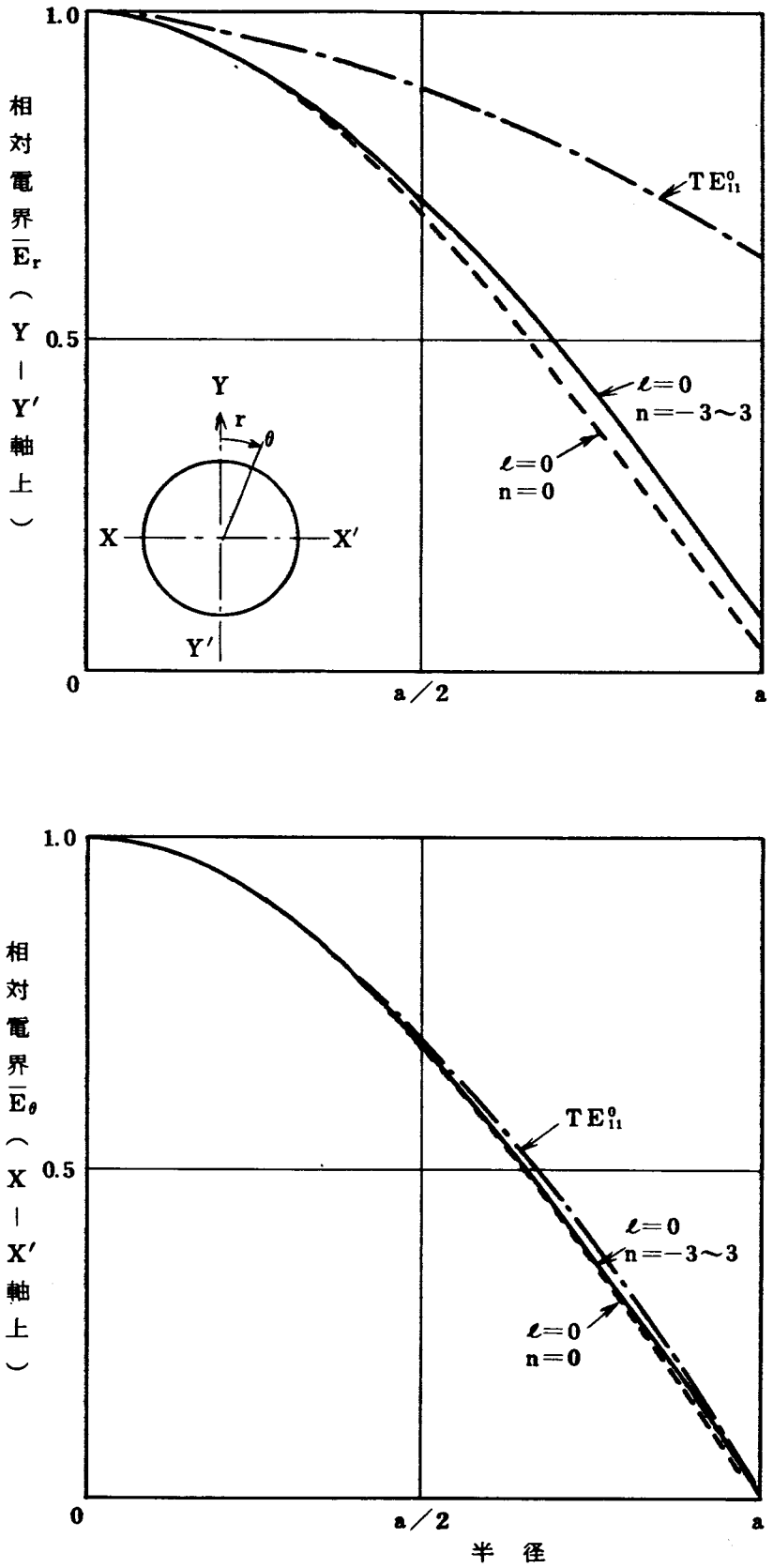


図 2.4　相対電界（EH_{11} モード波）

ka＝3.96　b／a＝1.444，d／p＝0.5，p／a＝0.167

2.4 コルゲート溝中のピッチが比較的大きい場合の特性

コルゲート溝のピッチ，溝の幅が自由空間波長に比べて十分小さくなくなると，コルゲート溝中の高次波，ならびに円筒部の空間高調波成分は，それぞれコルゲートの底ならびに管軸周辺部にも分布するようになり，各領域の基本波成分に対して無視できなくなる。

このため諸特性を表わす式が繁雑となり，一般的に論じにくい。

そこで，ここでは溝のピッチが自由空間波長に比べて比較的大きい場合にひれの厚み，溝のピッチが放射指向特性の改善に有効なEH_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線，電磁界分布に及ぼす影響を数値計算により明らかにするとともに，EH_{11}モード波の概略特性について述べる。

数値計算結果によると，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響は前節の場合と同様の傾向を示している。なお，数値計算においては0, 1次の高次波，－3次から＋3次までの空間高調波を考慮している。

2.4.1 EH_{11}モード波の特性の概略

周方向に一つの定在波が立つ（$m=1$）低次の二つのハイブリッドモード波，すなわちHE_{11}，EH_{11}モード波につい検討し，EH_{11}モード波の特性の概略を述べる。

2.3.1(b)の定義に従うと，HE_{11}およびEH_{11}モード波は$b \simeq a$，すなわち$\overleftarrow{Y}_{si}/j=-\infty$のときに$TE_{11}^0$および$TM_{11}^0$モード波に変換されるモード波である。したがって，$HE_{11}$および$EH_{11}$モード波の$k$，$\beta_0$は，それぞれ$m=1$のときの特性方程式の第1番目，および第2番目の解となる。ただし，$k=\beta_0$は除く。

図2.5に一例として$b/a=1.444$および1.870の場合の$ka-\beta_0 a$曲線を示す。図中，実線および破線は，それぞれEH_{11}，HE_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線を，また，一点鎖線および二点鎖線は，それぞれ円形導波管のTE_{11}^0，TM_{11}^0モード波の$ka-\beta_0 a$曲線を示し，$k_0 a$（$=\sqrt{k^2a^2-\beta_0^2a^2}$）は，それぞれ$x'_{11}$，$x_{11}$である。

EH_{11}モード波の位相速度は低い周波数範囲ではTE_{11}^0モード波の位相速度より速いが，周波数が高くなるとTE_{11}^0モード波の位相速度より遅くなる。これに対し，HE_{11}モード波の位相速度はTE_{11}^0モード波の位相速度より遅い。また，HE_{11}，EH_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線は溝の深さを次第に浅くすると，それぞれTE_{11}^0，TM_{11}^0モード波の$ka-\beta_0 a$曲線に漸近する。すなわちHE_{11}，EH_{11}モード波の$k_0 a$は，それぞれ，x'_{11}，x_{11}より小さい。

図2.5に示した$b/a=1.444$のコルゲート円形導波管におけるHE_{11}モード波とEH_{11}モード波の相対電界$\overline{E}_r$，$\overline{E}_\theta$の分布を図2.6に示す。図中，実線は$ka=3.74$におけるEH_{11}モード波，破線は$ka=2.37$におけるHE_{11}モード波の電界分布である。

位相速度がTE_{11}^{0}モード波の位相速度より速いEH_{11}モード波の電界は$r=0$において強く，$r=a$において十分弱い分布となり，しかも$\bar{E}_r$と$\bar{E}_\theta$とがよく一致している。このため，このモード波をアンテナホーンに応用すると回転対称に近く，しかも通常の円すいホーンのH面パターンのような低サイドローブの放射指向特性が得られる。（電磁界分布の回転対称性，周波数特性，コルゲート溝形状との関連については第3章参照）。

これに対し，位相速度がTE_{11}^{0}モード波の位相速度より遅いHE_{11}モード波では，$\bar{E}_\theta$はTE_{11}^{0}モード波の場合と同様であるが，$\bar{E}_r$は$r=0$より$r\simeq a$で強い分布となる。

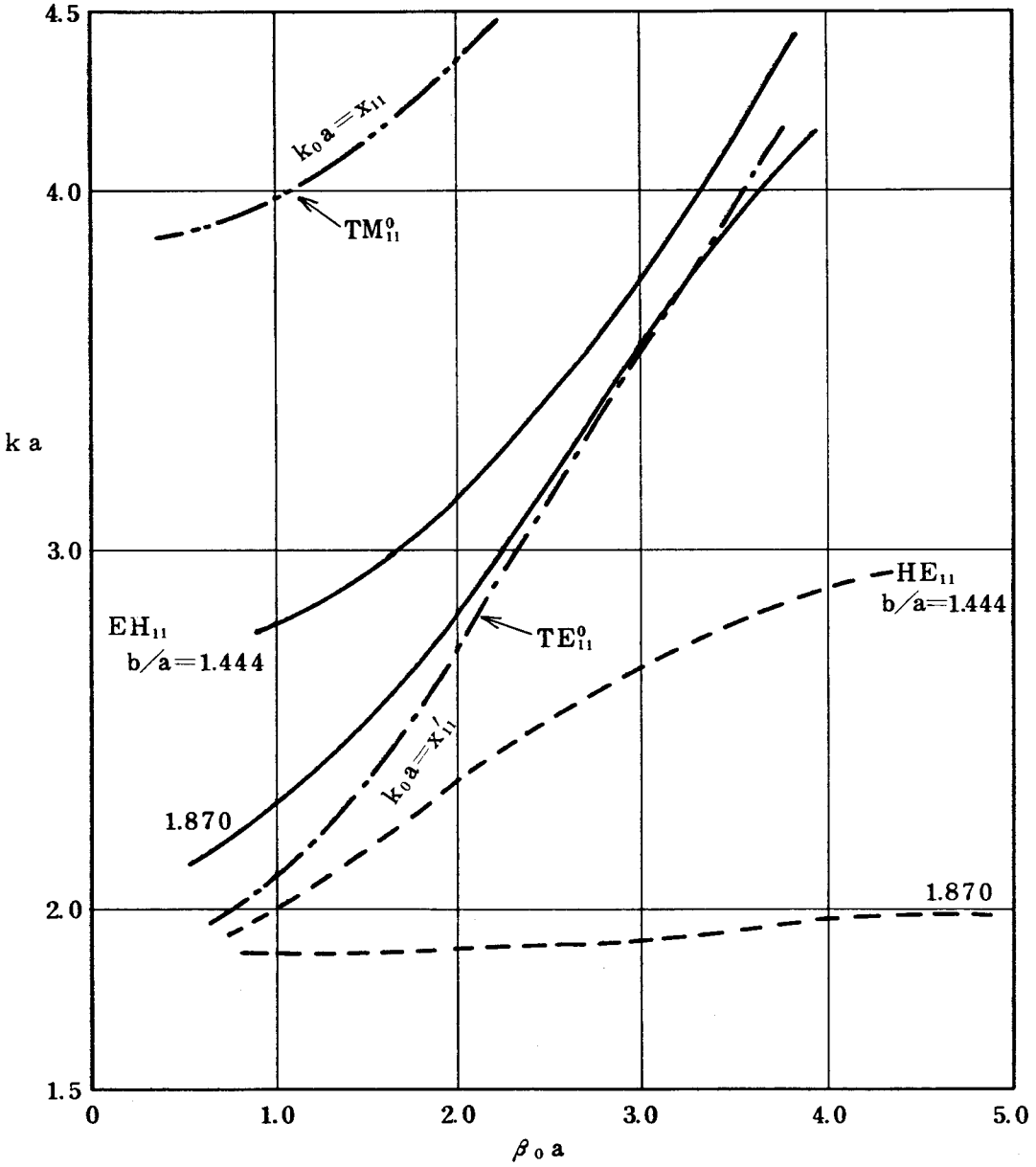


図2.5　深さを変えた場合のka－β_0a曲線の変化

p／a＝0.167　d／a＝0.148

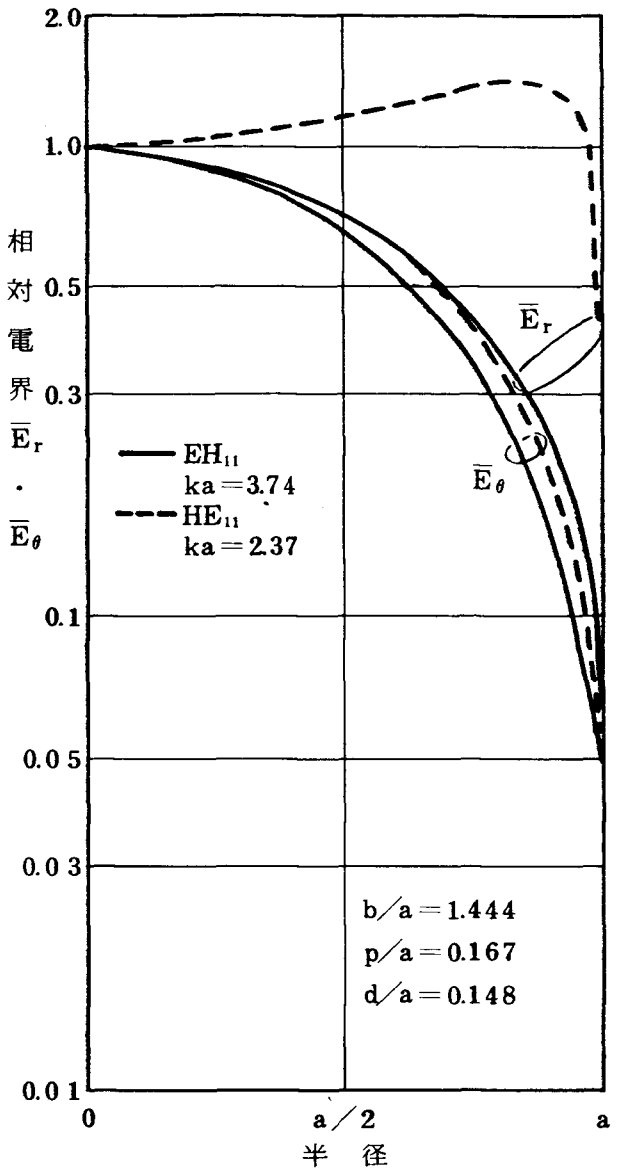


図 2.6　相対電界

このため，このモード波はアンテナホーンの特性改善に応用できない。これはHE_{11}モード波の遅波特性のためである。

2.4.2　ひれの厚み，溝のピッチの$ka-\beta_0 a$曲線に及ぼす影響

b／a＝1.444，p／a＝0.612のコルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線の一例を図2.7に示す。ka＞3.35の周波数範囲においては，ひれの厚みを厚くすると$ka-\beta_0 a$曲線は，図中に二点鎖線で示すTE_{11}^0モード波の場合に近づく。これに対し，ka＜3.35の周波数範囲においては，ひれの厚みを厚くすると$ka-\beta_0 a$曲線はTE_{11}^0モード波の場合より次第に離れる。これはひれの厚みを厚くすると

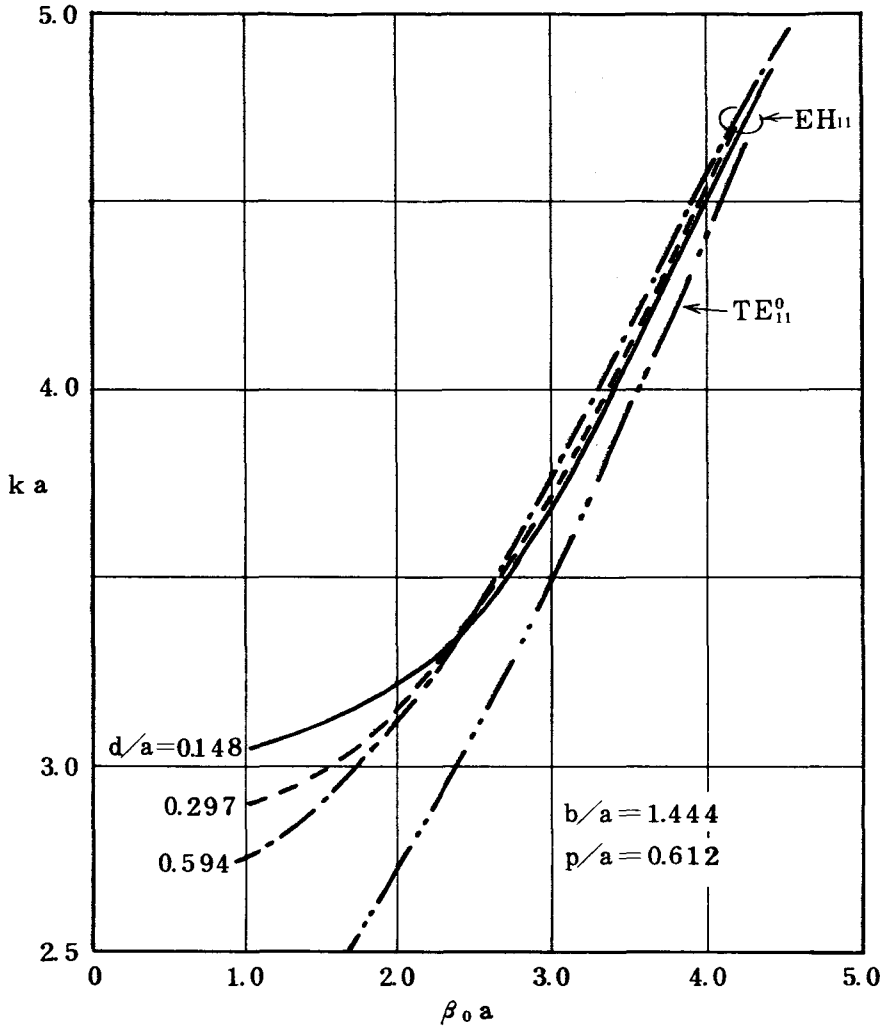


図2.7　ひれの厚みを変えた場合の $ka-\beta_0 a$ 曲線の変化

（EH_{11} モード波）

$ka>3.35$ では $\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな容量性サセプタンスを呈するのに対し，$ka<3.35$ では $\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな誘導性サセプタンスを呈するためである。

図2.8に溝のピッチのみを変えた場合の $ka-\beta_0 a$ 曲線を示す。溝のピッチの $ka-\beta_0 a$ 曲線に及ぼす影響は小さい。これはひれの厚みを薄く一定に保ち，溝のピッチのみを変えているため，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ と $\overrightarrow{Y}_{c1}$ との相対的な変化が小さいことによる。

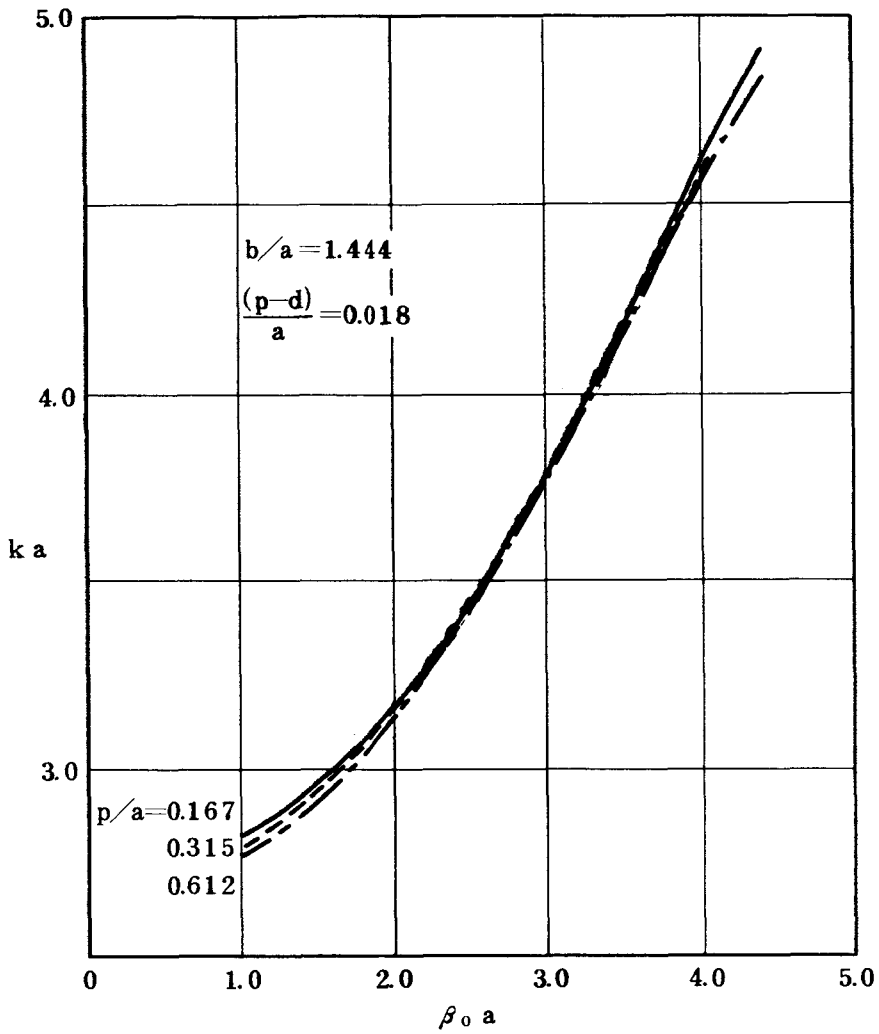


図2.8　溝のピッチのka－β_0a曲線に及ぼす影響

（EH_{11} モード波）

2.4.3　ひれの厚み，溝のピッチの電磁界分布に及ぼす影響

b／a＝1.444，p／a＝0.612のコルゲート円形導波管におけるひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響を図2.9～図2.12に示す。図中，実線は電界，破線は磁界の分布を示し，$\overline{H}_\theta$，$\overline{H}_{r1}$は，それぞれY－Y′軸上の$H_{\theta 1}$，およびX－X′軸上の$\overline{H}_{r1}$の相対磁界である。図2.9はka＝3.74，p／λ＝0.365，（p－d）／a＝0.018で$\overleftarrow{Y}_{s1}$が小さな容量性サセプタンスの場合である。図2.10は図2.9に比べて（p－d)／a＝0.463とひれの厚みのみを厚くした場合である。また図2.11および図2.12は，それぞれ図2.9および図2.10の周波数が高い（ka＝4.7），すなわち$\overleftarrow{Y}_{s1}$が大きな容量性サセプタンスとなる場合の電磁界分布である。ひれの厚み，周波数を変えて$\overleftarrow{Y}_{s1}$を大きな容量性サセプタンスにすると相対電磁界分布が半径aの円形導波管における

TE_{11}^{0} モード波の電磁界分布（図2.4参照）に近づくことがわかる。

つぎに，溝のピッチの電磁界分布に及ぼす影響について検討する。図2.9および図2.11は，それぞれ $p/\lambda=0.365$ および0.458と，溝のピッチが大きくかつ，ひれの厚みが薄い場合である。図2.9および図2.11に比べて，溝のピッチのみを小さくした（ひれの厚みは一定）場合の電磁界分布を図2.13および，図2.14にそれぞれ示す。なお，図2.13においては $p/\lambda=0.1$，図2.14においては $p/\lambda=0.125$ である。

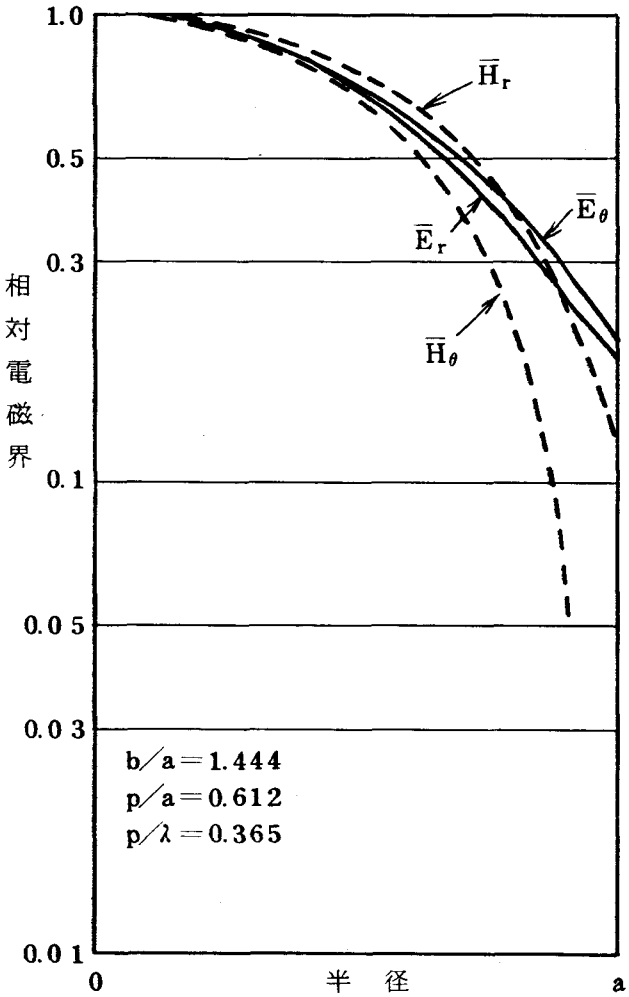


図2.9　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
$ka=3.74$
$d/a=0.594$
$(p-d)/a=0.018$

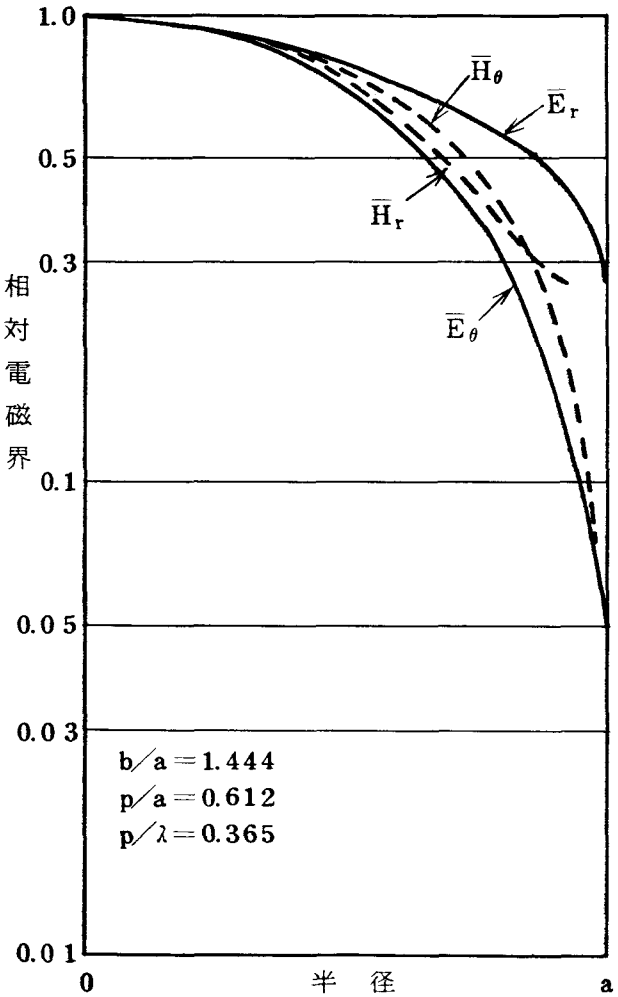


図2.10　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
$ka=3.74$
$d/a=0.149$
$(p-d)/a=0.463$

図2.9と図2.13を対比すると，溝のピッチが波長に比べて十分小さい場合には，$\overline{E}_r$，$\overline{E}_\theta$，$\overline{H}_r$ ならびに$\overline{H}_\theta$ がよく一致するが，$p/\lambda \geq 0.35$ 以上にもなると，一致度が悪くなることがわかる。

これは，コルゲート溝の幅が広くなり，半径 a の円筒面が $E_{\theta 1}$ に対して電気壁，$H_{\theta 1}$ に対して磁壁の効果を同時には呈さなくなるためである。

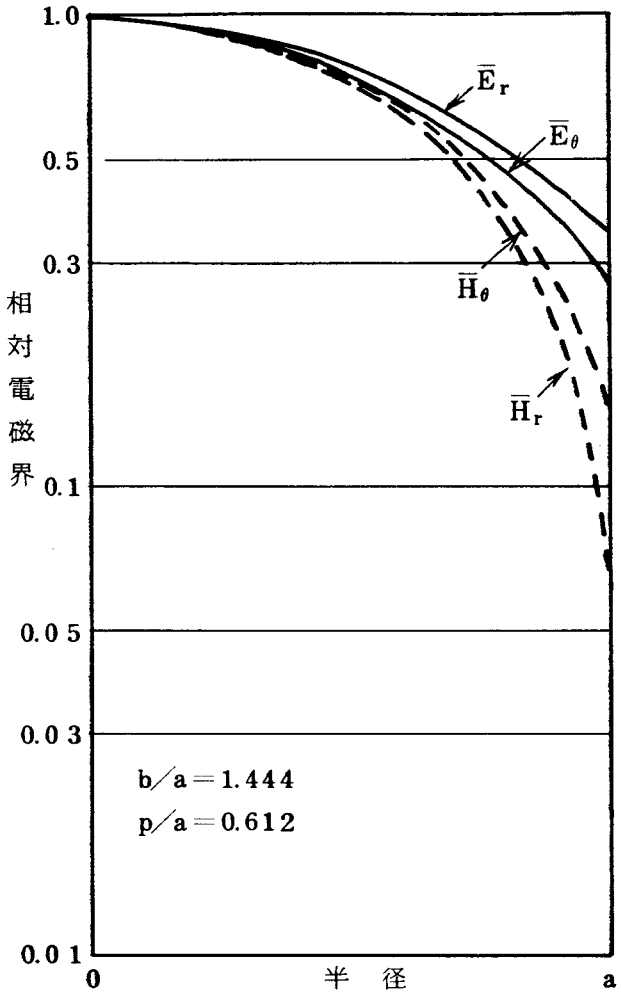


図2.11　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
ka＝4.7
d／a＝0.594
（p－d）／a＝0.018

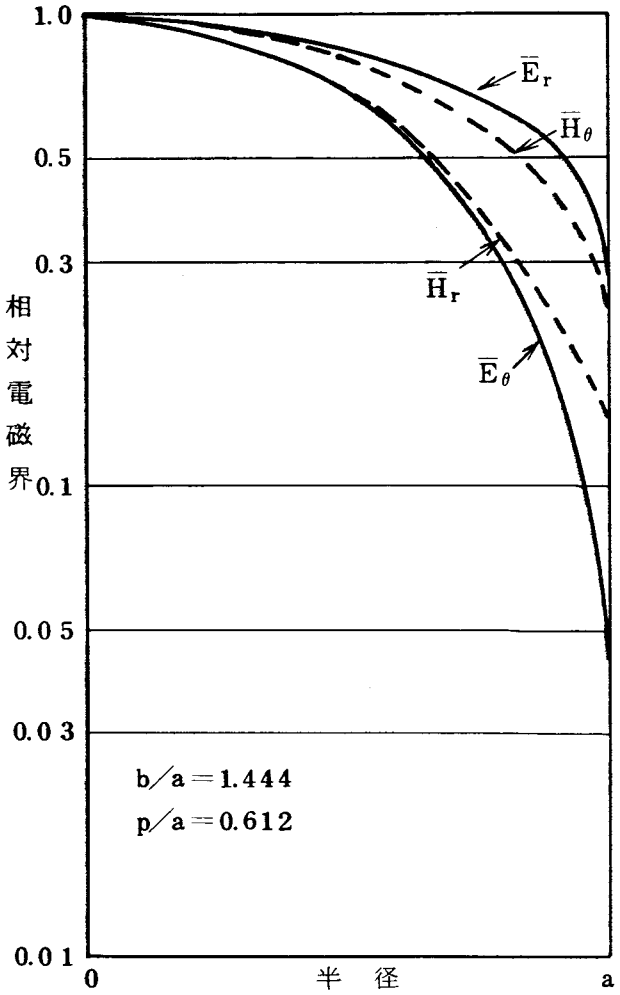


図2.12　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
ka＝4.7
d／a＝0.149
（p－d）／a＝0.463

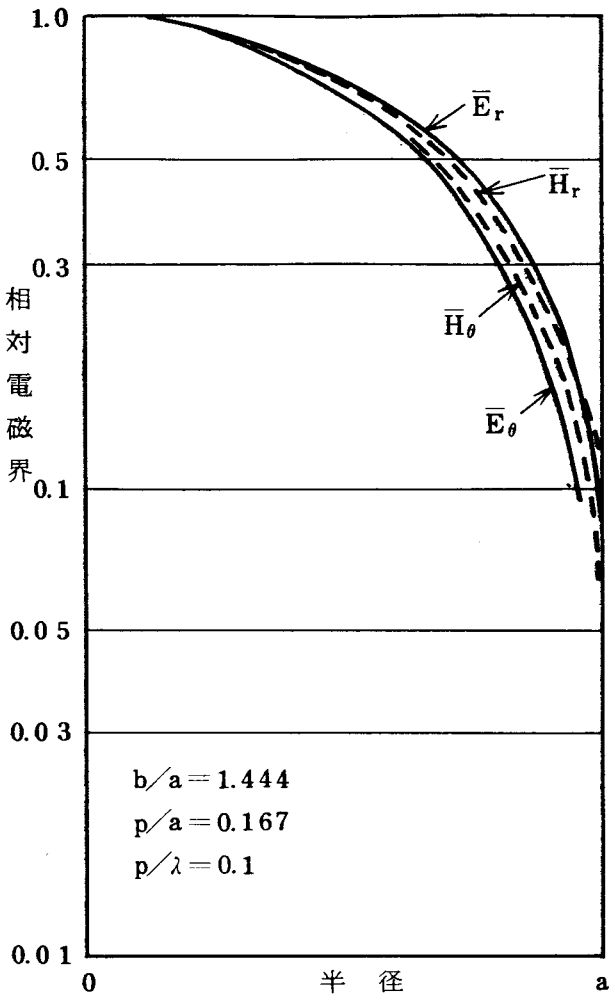


図 2.13　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
ka＝3.74
d／a＝0.149
（p－d）／a＝0.018

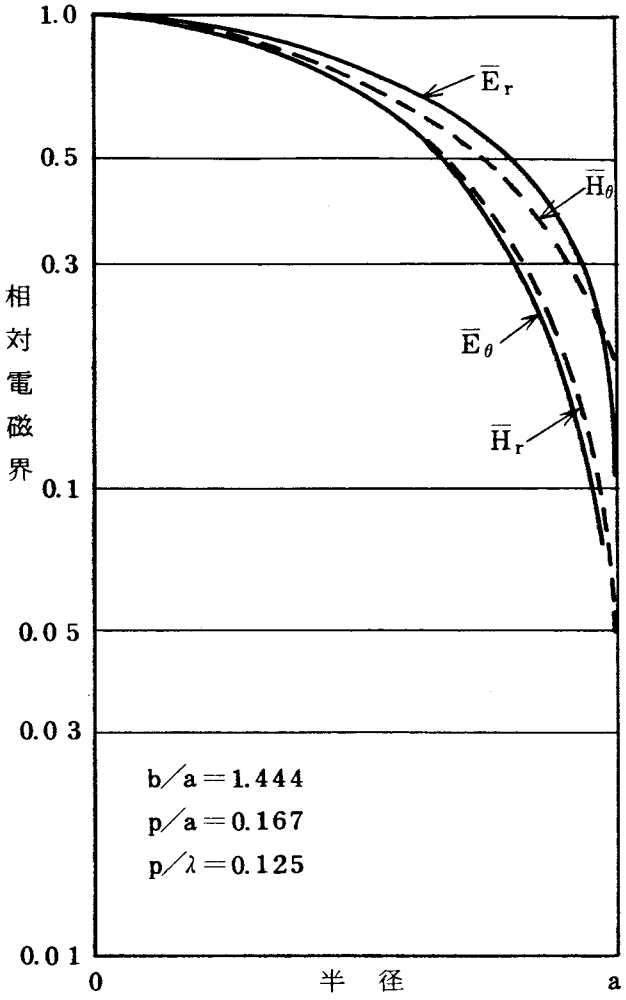


図 2.14　相対電磁界
（EH_{11} モード波）
ka＝4.7
d／a＝0.149
（p－d）／a＝0.018

2.5　位相特性および電磁界分布の実測例

以上コルゲート円形導波管の特性について理論的検討を行なったが，ここでは位相特性，電磁界分布について高次波を1次，空間高調波を±3次まで考慮して求めた理論値と実測値との対比を行なう。

2.5.1　位相特性（ka－β_0a 曲線）

位相特性を測定する方法には，定在波法，共振法，可動短絡法などがある。このうち定在波法はコルゲート円形導波管の構造上，管壁に電磁界測定用プローブを設け

ることが困難であることから適当でない。また，共振法はコルゲート溝のピッチが管内波長に比べてかなり小さいこと，共振器を積重ね方式で構成するような試作導波管の場合には大きなQを得ることが難しいことから測定精度がよくない。

そこで，ここでは可動短絡法によって管内波長を測定した。

図2.15に

$b/a=1.444$，$d/p=0.889$，$p/a=0.167$

なるコルゲート円形導波管の$ka-\beta_0 a$曲線の実測例を示す。実線および破線は，それぞれEH_{11}およびHE_{11}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線の理論値であり，×印および•印はそれぞれEH_{11}およびHE_{11}モード波の実測値である。理論値と実測値とはよく一致し

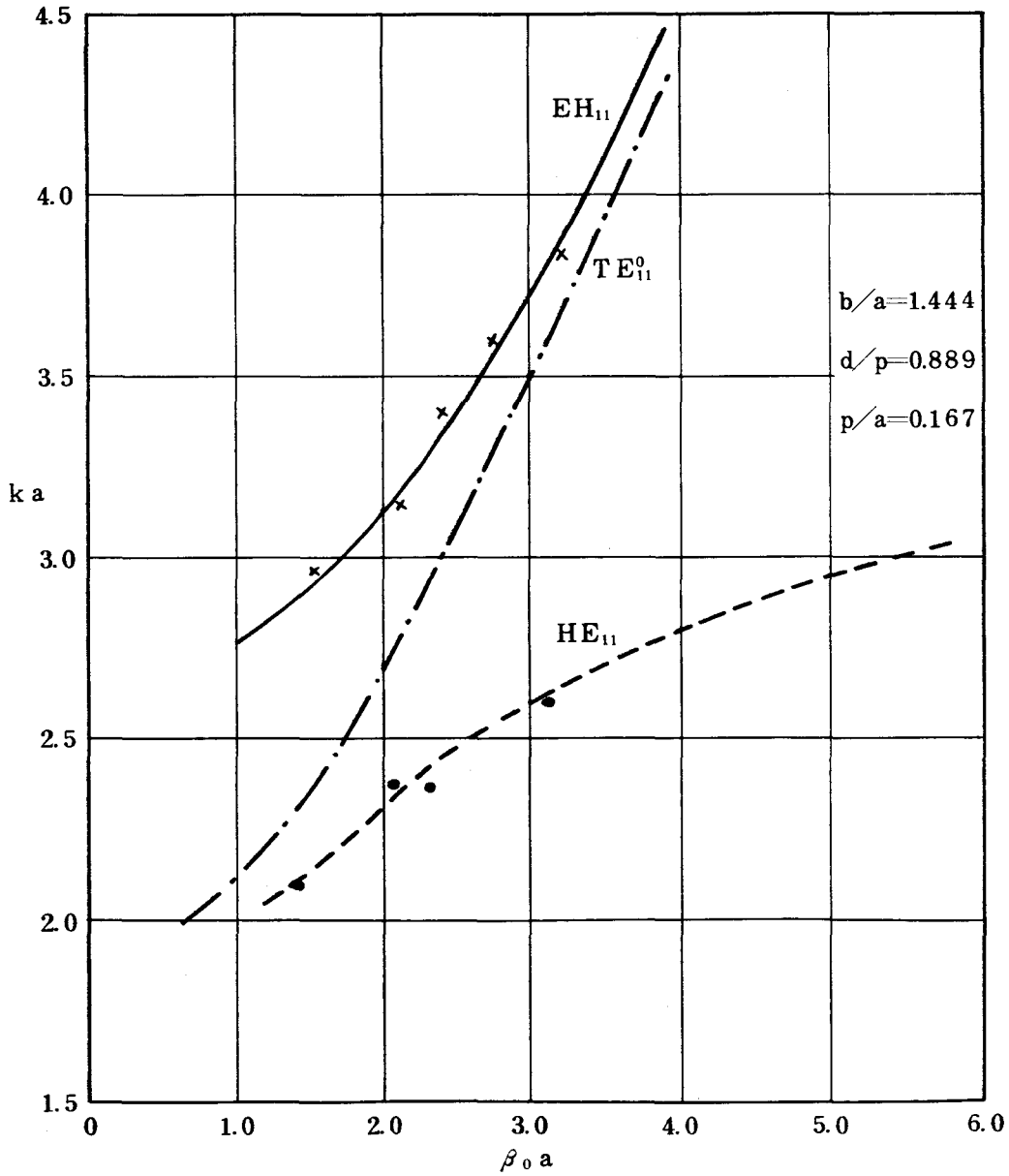


図2.15　$ka-\beta_0 a$曲線の実測例

ている。また，図中一点鎖線は比較のために示す内径2aの円形導波管を伝搬するTE_{11}^{0}モード波の$ka-\beta_0 a$曲線である。

2.5.2 磁界分布の実測例

電界あるいは磁界分布を測定するにはプローブ，ループおよびスリットなどによる方法がある。ここでは短絡面上の磁界成分を可動スリットによって測定した。

図2.16に測定系を示す。コルゲート円形導波管部は2枚の短絡板によって共振器を構成している。一端は短絡板を介してひれと同じ内径の円形導波管に接続されている。そして，この短絡板に設けられた結合孔によって共振器内に所要のハイブリッドモード波が励振される。他の短絡板には，短絡面上の磁界分布を測定するための可動スリットが設けてある。

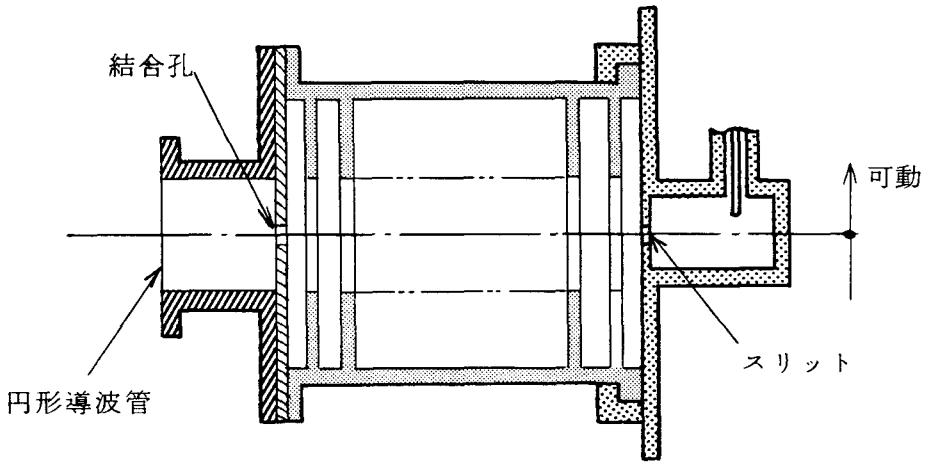


図2.16 測 定 系

測定系の測定精度について検討を行なうため，この可動スリットにより円形導波管を伝搬するTE_{11}^{0}モード波の磁界分布を測定した図2.17に測定結果を示す。測定した磁界成分はY－Y′軸上の周方向磁界およびX－X′軸上の径方向磁界である。図中実線および破線は，それぞれ周方向磁界$\bar{H}_\theta$，および径方向磁界$\bar{H}_r$の理論値であり，×印および•印は，それぞれ$\bar{H}_\theta$，$\bar{H}_r$の実測値である。

実測値は－10dB程度まで，理論値とよく一致していることがわかる。

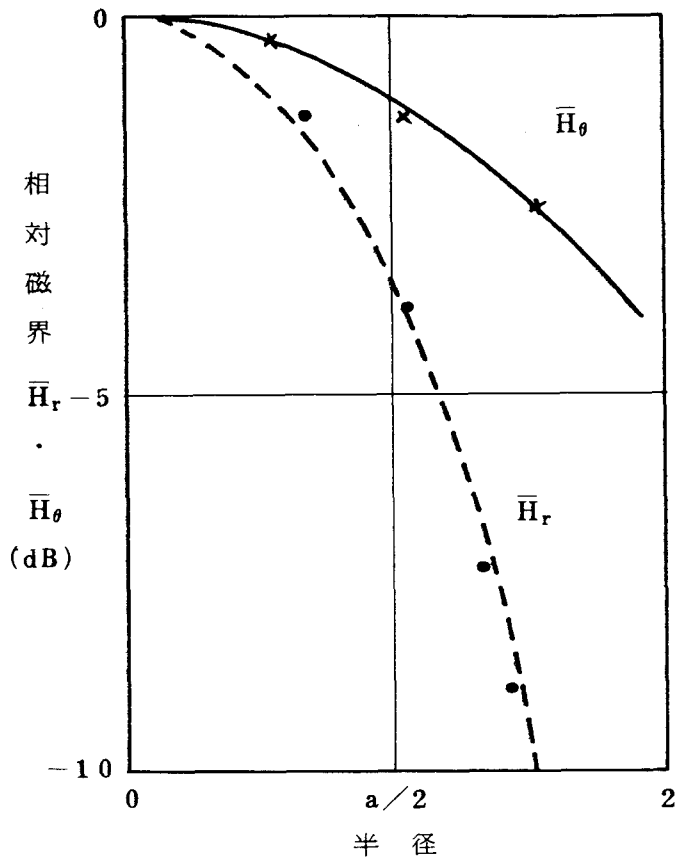


図2.17　TE_{11}^{0}モード波の磁界分布の測定

図2.18に溝のピッチが大きい場合（p／λ＝0.36）にひれの厚みを変えて測定したEH_{11}モード波の$\overline{H}_\theta$を示す。図中，実線はひれの厚みが薄い場合の，破線はひれの厚みの厚い場合の理論値であり，×印および•印は，それぞれひれの厚みが薄い場合，および厚い場合の実測値である。なお，図中に一点鎖線で示す曲線はひれの厚みが薄い場合〔（p−d）／a＝0.018〕において高次波，空間高調波を無視した場合の$\overline{H}_\theta$の理論値である。一点鎖線と実線とで示す理論値ならびに×印の実測結果を対比すると，溝のピッチが比較的大きい場合（p／λ＝0.36）には高次波を1次まで，空間高調波を3次まで考慮して求めた電磁界分布の理論値の方が実測値とよりよく一致することがわかる。

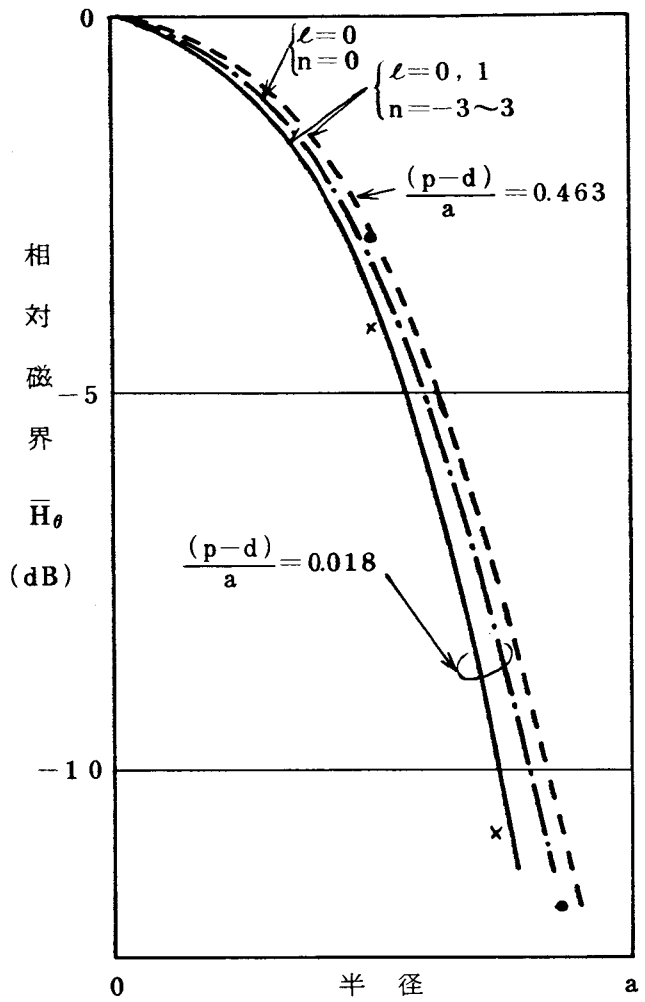


図2.18　相対磁界 $\overline{H}_\theta$
（EH_{11} モード波）
b／a＝1.444
p／a＝0.612
ka＝3.74（p／λ＝0.36）

2.6 結　言

コルゲート円形導波管におけるひれの厚み，溝のピッチの電磁界分布に及ぼす影響を明らかにするため，コルゲート溝中の高次波，円筒部領域における空間高調波を考慮してコルゲート円形導波管の解析を行なった。

そして，コルゲート円形導波管がアンテナホーンに応用される周波数範囲（$k>\beta_0$）において，溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合と，溝のピッチが比較的大きい場合とについて，溝のピッチ，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響について検

討した。

溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい場合（$p/\lambda < 0.15$）には高次波，空間高調波を無視してひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響を検討し得ることがわかり，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響をコルゲート溝の呈するアドミタンスとの関連において明確にした。

つぎに，溝のピッチが比較的大きい場合（$p/\lambda \simeq 0.36$）については，アンテナホーンの放射指向特性の改善に重要なEH_{11}モード波に重点をおいて，溝のピッチ，ひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響を数値計算例により示し，コルゲート円形導波管の設計指針を与えた。

溝の幅が自由空間波長の3分の1強（$d/\lambda \geq 0.35$）になると，コルゲート溝は$E_{\theta 1}$および$H_{\theta 1}$に対して，それぞれ電気壁および磁壁を同時には呈さなくなることがわかった。

最後に試作したコルゲート円形導波管により，電磁界分布の測定を行なった$p/\lambda < 0.36$の場合には，コルゲート溝中の高次波を1次まで円筒部の空間高調波を±3次まで考慮して求めた理論値は高次波，空間高調波を無視した場合より，よりよく実測値と一致することがわかった。

第3章　コルゲート円すいホーンの設計法

3.1 序　　言

コルゲート円すいホーンの放射指向特性については，A.F.Kay[4]以来，種々の研究結果が発表されている。[5][7][9][10][12][13][21][23] しかし，放射指向特性とコルゲート溝形状との関連を一般的に論じたものはなく，多くの場合，特定形状のコルゲート円すいホーンの放射指向特性に対する数値計算結果と実測結果との対比にとまどっている。コルゲート円すいホーンの放射指向特性は，溝のピッチ，深さ，ひれの内径，厚み，ホーンの長さ，観測距離など多くの要素に関連する。このため，これら多数の要素を整理し，少数のパラメータに対してユニバーサル放射パターン[44]を与えることができれば，コルゲート溝形状を考慮に入れたコルゲート円すいホーンの設計が容易となり，極めて有用である。本章では，上述の観点に立ったコルゲート円すいホーンの設計法について述べる。

コルゲート円すいホーンの球面波モード$EH_{1\nu}^{con}$は，R_c＝一定の球面内布が第1種ルジャンドル陪関数$P_\nu^1(\cos\Psi)$を用いて，また伝搬方向（R_c方向）分布が第2種球ハンケル関数$h_\nu^{(2)}(kR_c)$を用いて表わされる。[6] ここで，R_cはホーン頂点からの距離，Ψはホーン軸とのなす角度である。νはコルゲート溝の呈するサセプタンス$\overleftarrow{Y}_{s1}$により定まり図3.1のようになる。図中実線は$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$の$\nu$であり，円すいホーンの球面波モード$TE_{1\nu}^{con}$の$\nu$と同一である。[7] また，破線は$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$の$\nu$である。[45] ホーンの開き角$\Psi_0$が30度以下になると$\nu$が急激に大きくなる。このときには，$P_\nu^1(\cos\Psi)$が$J_1[\{\nu(\nu+1)\}^{\frac{1}{2}}\Psi]$を用いて近似的に表わされ，さらに$kR_c \gg 1$の場合には$h_\nu^{(2)}(kR_c)$が$e^{-jkRc}$を用いて近似的に表わされる。[7][45]

すなわち，開き角が小さく，内径が波長に比べて大きなコルゲート円形導波管形円すいホーンの開口の電磁界分布は，コルゲート円形導波管の円筒波モードの電磁界分布で，位相分布はホーンの頂点に中心をもつ球面波の位相分布で近似できることを意味する。

そこで，本章では，第2節において，まず，ホーン開口の電磁界分布に相当する内径が大きなコルゲート円形導波管のEH_{11}モード波の電磁界分布について考察する。この場合には電磁界分布が一つのパラメータk_0aによって表わされることを示し，このk_0aを用いて，コルゲート円すいホーンの放射指向特性の特徴である回転対称性をコルゲート円形導波管の電磁界分布を用いて明確にする。

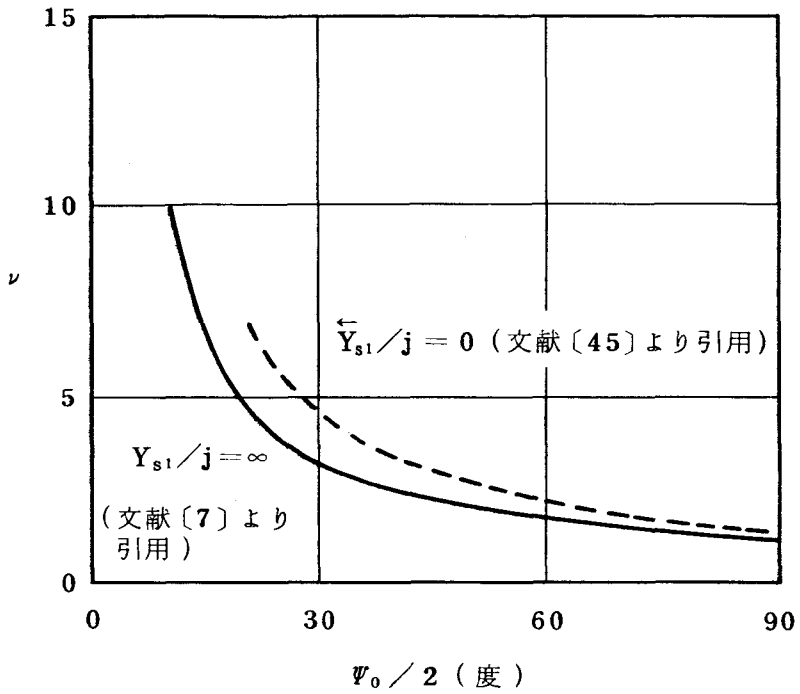


図 3.1　ν と Ψ_0 の関係（$EH_{1\nu}^{con}$ モード波）

つぎに，第3節，第4節において，コルゲート溝の呈するアドミタンスと EH_{11} モード波の電磁界分布との関係，および EH_{11} モード波の電磁界分布の周波数特性を k_0a を用いて明確にする。第5節ではホーンの長さ，観測距離等に関するパラメータ t を加え，k_0a と t とを用いユニバーサル放射パターンを求めるとともに，広帯域にわたり回転対称な放射パターン，一定のビーム幅，一定の波面を得るための条件を与える。これらから，アンテナ系の要求から放射パターンを決めると k_0a，t が決まり，k_0a，t からコルゲート溝形状を考慮したホーン形状が求まる。

最後に第6節において，k_0a，t を用いる設計法が十分実用的であることを試作コルゲート円すいホーンの実測結果を用いて論ずる。

3.2　EH_{11} モード波の電磁界分布

3.2.1　内径の大きなコルゲート円形導波管における電磁界分布

溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい（$p \ll \lambda$）コルゲート円形導波管においては，位相速度が光速より速い波は（$k > \beta_0$）第2章の結果から，コルゲート溝中の高次波ならびに円筒部領域の空間高調波成分を，それぞれ，各領域の基本波成分

に対して無視してその電磁界を近似できる。

円筒部領域における電磁界を基本波のみで近似すると，式（2.10）（2.11）（2.13）（2.14）から，伝搬軸に垂直な面内の電磁界成分はつぎのように表わされる。

$$E_{\theta 1}=\left[C_0\frac{j\beta_0 m}{k^2 r}Z_{m0}(k_0 r)+D_0\frac{jk}{k_0}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ Z'_{m0}(k_0 r)\right]\cdot\sin m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.1}$$

$$E_{r1}=-\left[C_0\frac{j\beta_0}{k_0}Z'_{m0}(k_0 r)+D_0\frac{jkm}{k_0^2 r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ Z_{m0}(k_0 r)\right]\cdot\cos m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.2}$$

$$H_{\theta 1}=-\left[D_0\frac{j\beta_0 m}{k_0^2 r}Z_{m0}(k_0 r)+C_0\frac{jk}{k_0}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ Z'_{m0}(k_0 r)\right]\cdot\cos m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.3}$$

$$H_{r1}=-\left[D_0\frac{j\beta_0}{k_0}Z'_{m0}(k_0 r)+C_0\frac{jkm}{k_0^2 r}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ Z_{m0}(k_0 r)\right]\cdot\sin m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.4}$$

ここで，D_0 と C_0 との関係式は，式（2.85）から次式で与えられる。

$$D_0=-\frac{m\beta_0 a}{k a k_0 a}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{C_0}{Z'_{m0}(k_0 a)} \tag{3.5}$$

いま，内径 2a が十分大きい場合を考えると，コルゲート円形導波管を伝搬する波の位相速度は光速に近づき，

$$k a \simeq \beta_0 a \tag{3.6}$$

が成立する。この場合には，式（3.1）～（3.4）はさらに次式で近似できる。

$$E_{\theta 1}=C_0\frac{jka}{k_0 a}\ \frac{1}{J_m(k_0 a)}\left[(1+\alpha_m)J'_m\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)+\frac{mJ_m\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)}{k_0 a\cdot\frac{r}{a}}\right]\cdot\sin m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.7}$$

$$E_{r1}=-C_0\frac{jka}{k_0 a}\ \frac{1}{J_m(k_0 a)}\left[J'_m\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)+(1+\alpha_m)\frac{mJ_m\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)}{k_0 a\cdot\frac{r}{a}}\right]\cdot\cos m\theta\cdot e^{-j\beta_0 z} \tag{3.8}$$

$$H_{\theta 1}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ E_{r1} \tag{3.9}$$

$$H_{r1} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_{\theta 1} \qquad (3.10)$$

ここで，

$$1+\alpha_m = -\frac{mJ_m(k_0 a)}{k_0 a J'_m(k_0 a)} \qquad (3.11)$$

式（3.7）～（3.11）から明らかなようにコルゲート円形導波管形状から $k_0 a$ が定まると，電磁界の径方向への分布が一義的に定まることがわかる。

また，式（3.7）および（3.8）から，コルゲート円形導波管を伝搬する波は，円形導波管を伝搬する波と対比して考えると，TE波的な波とTM波的な波の合成によって表わされ，かつその合成割合が（$1+\alpha_m$）となることがわかる。

3.2.2 振幅分布の回転対称性

内径の大きな導波管開口からの放射電界は，導波管の特性インピーダンスが自由空間中の固有インピーダンスと一致するので次式で表わされる。[46]

$$\left.\begin{aligned} E_\Psi &= \frac{jke^{-jkR}}{4\pi R}\cdot(1+\cos\Psi)\cdot N_r \\ E_\phi &= \frac{-jke^{-jkR}}{4\pi R}\cdot(1+\cos\Psi)\cdot N_\theta \end{aligned}\right\} \qquad (3.12)$$

ここで，

$$\mathbb{N} = \int_0^a\int_0^{2\pi} E_t\, e^{jkr\sin\Psi\cos(\phi-\theta)}\, r\,d\theta\,dr \qquad (3.13)$$

E_t ＝ 導波管開口面内の電界成分

E_Ψ，E_ϕ： 図3.2中の点Pにおける電界

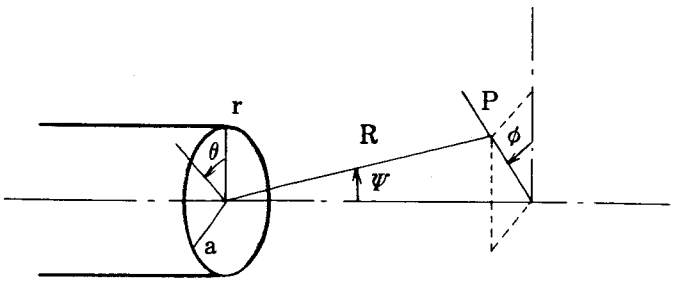


図3.2 座 標 系

コルゲート円形導波管における$\mathbf{E}_t$は，式（3.1），（3.2）で表わされる。この場合には式（3.13）のθに関する積分はBessel-Fourierの展開式

$$e^{jkr\cos(\phi-\theta)}=J_0(kr)+\sum_{m=1}^{\infty}2j^mJ_m(kr)\cos m(\phi-\theta) \qquad (3.14)$$

を用いて行なうことができ，次式を得る。

$$\int_0^{2\pi}e^{jkr\cos(\phi-\theta)}\cdot\begin{matrix}\cos m\theta\\ \sin m\theta\end{matrix}\cdot d\theta=2\pi j^m\cdot\begin{matrix}\cos m\phi\\ \sin m\phi\end{matrix}\cdot J_m(kr) \qquad (3.15)$$

式（3.15）からN_r，N_θすなわち，放射電界E_ψ，E_ϕのϕに関する分布が，導波管開口の電界E_{r1}，$E_{\theta1}$のθに関する分布と一致することがわかる。したがって，コルゲート円形導波管を伝搬する波の振幅分布の回転対称性を検討すれば，コルゲート円形導波管開口からの放射指向特性の回転対称性を知ることができる。

コルゲート円形導波管を伝搬する波の振幅分布の回転対称性を検討するため，図3.3に示す座標系における$X-X'$軸および$Y-Y'$軸方向の電磁界成分E_{X1}，E_{Y1}，H_{X1}，H_{Y1}を求める。

$X-X'$軸，$Y-Y'$軸方向の電磁界成分はr，θ方向の電磁界成分により次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned}E_{X1}&=-E_{r1}\sin\theta-E_{\theta1}\cos\theta\\ E_{Y1}&=E_{r1}\cos\theta-E_{\theta1}\sin\theta\\ H_{X1}&=-H_{r1}\sin\theta-H_{\theta1}\cos\theta\\ H_{Y1}&=H_{r1}\cos\theta-H_{\theta1}\sin\theta\end{aligned}\right\} \qquad (3.16)$$

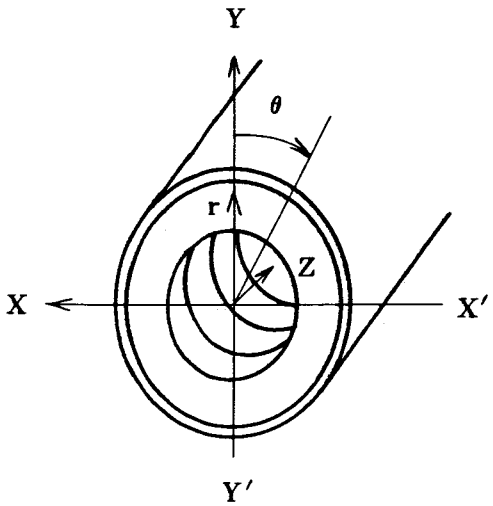


図3.3　座　標　系

式（3.16）に式（3.7）～（3.10）を代入すると

$$E_{x1} = E_{0m}\left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 r)\sin(m+1)\theta - \left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 r)\sin(m-1)\theta\right] e^{-j\beta_0 z} \tag{3.17}$$

$$E_{Y1} = -E_{0m}\left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 r)\cos(m+1)\theta + \left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 r)\cos(m-1)\theta\right] e^{-j\beta_0 z} \tag{3.18}$$

$$H_{x1} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ E_{Y1} \tag{3.19}$$

$$H_{Y1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ E_{x1} \tag{3.20}$$

ここで，

$$E_{0m} = j\,\frac{ka}{k_0 a}\ \frac{C_0}{J_m(k_0 a)} \tag{3.21}$$

式（3.17），（3.18）から，m＝1のハイブリッドモード波においては $\alpha_1 = 0$ のとき振幅分布が θ に無関係に回転対称となることがわかる。また，この場合には E_{x1}，H_{Y1} はなくなり，電波インピーダンス $-E_{Y1}/H_{x1}$ は自由空間中の固有インピーダンス（$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$）と一致する。したがって，コルゲート円形導波管開口からの放射指向特性は，式（3.12）～（3.15）および（3.17）から $\alpha_1 = 0$ のときには回転対称でかつ交差偏波成分がないことがわかる。

3.2.3 EH_{11} モード波の振幅分布

m＝1のハイブリッドモード波の電界は式（3.17），（3.18）から

$$E_{x1} = E_{01}\ \frac{\alpha_1}{2} J_2\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)\sin 2\theta\ \ e^{-j\beta_0 z} \tag{3.22}$$

$$E_{Y1} = -E_{01}\left[\left(1+\frac{\alpha_1}{2}\right) J_0\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right) + \frac{\alpha_1}{2} J_2\left(k_0 a\cdot\frac{r}{a}\right)\cos 2\theta\right] e^{-j\beta_0 z} \tag{3.23}$$

$$1+\alpha_1 = -\frac{J_1(k_0 a)}{k_0 a J_1'(k_0 a)} = \left[1 - k_0 a\ \frac{J_0(k_0 a)}{J_1(k_0 a)}\right]^{-1} \tag{3.24}$$

となる。EH_{11} モード波の電磁界分布は式（3.22）～（3.24）に，特性方程式から定まるEH_{11} モード波のk_0aを代入することにより求まる。EH_{11} モード波のk_0aは，2.4.1で述べたように，x_{11} より小さい。したがって，$\alpha_1=0$となり電界の振幅分布が回転対称となるのは，$J_0(k_0a)=0$の最初の根である$k_0a=x_{01}$（2.405）のときである。

$k_0a=x_{01}$（$\alpha_1=0$）の場合の電磁界の形状を図3.4に示す。$E_{X1}=0$となり，E_{Y1}の径方向への分布は$J_0(x_{01}\cdot r/a)$となる。この分布はガウス分布に近似している。したがって，この特性をアンテナホーンに応用すると，低サイドローブ（3.5.1参照）でかつ，回転対称な放射指向特性が得られ，反射鏡アンテナの一次放射器にコルゲート円すいホーンを適用するとアンテナの高能率，低雑音化を図ることができる。

図3.5に式（3.24）から得られるα_1とk_0aとの関係を，また図3.6にk_0aが1.85から2.45の範囲における$\overline{E}_r$，$\overline{E}_\theta$の分布を示す。k_0aがx'_{11}（1.84）に近づくとα_1が急激に大きくなり，$\overline{E}_r$，$\overline{E}_\theta$は半径aの円形導波管を伝搬するTE^0_{11}モード波の場合に近づく。

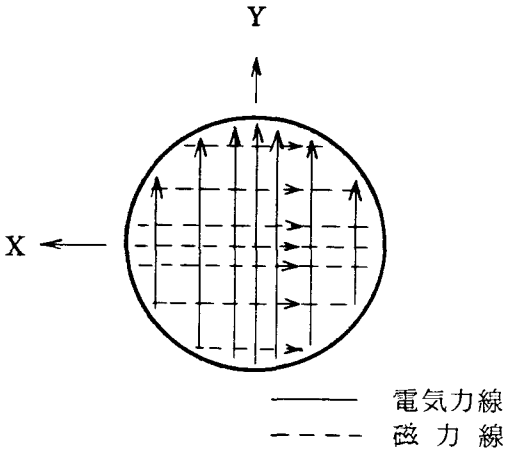


図3.4　電磁界形状

$\alpha_1=0$

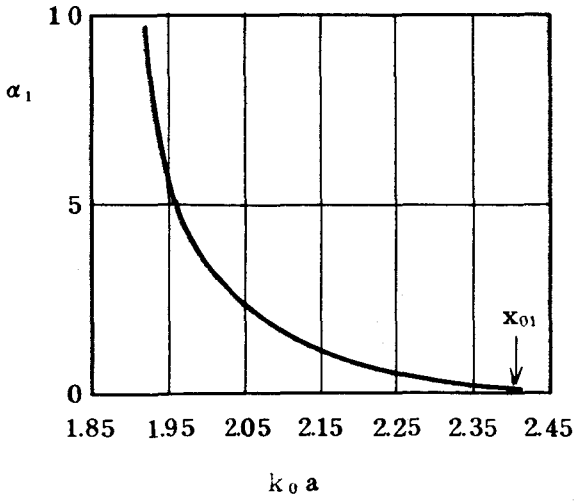


図3.5　α_1とk_0a

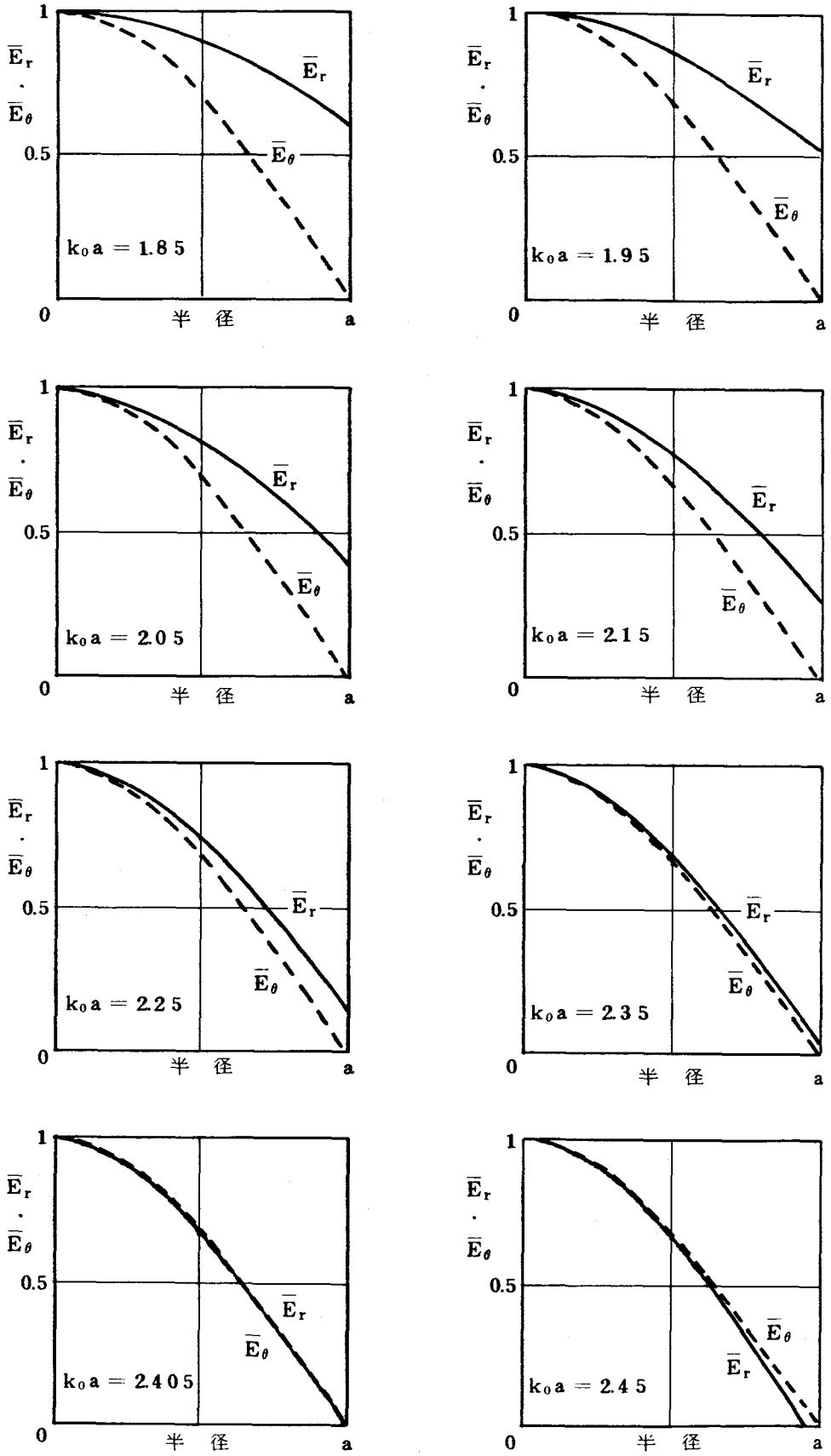


図 3.6　EH_{11} モード波の相対電界

3.3 EH_{11} モード波の電磁界分布とコルゲート溝の呈するアドミスタンスとの関係

$p \ll \lambda$，$k > \beta_0$ で，かつ，$ka \simeq \beta_0 a$ の場合には，EH_{11} モード波の電磁界分布は $k_0 a$ によって一義的に定まる。この $k_0 a$ は特性方程式によって決定され，コルゲート溝の形状に大きく影響される。ここでは，コルゲート溝の呈するアドミタンスと電磁界分布の関係を $k_0 a$ を用いて明らかにする。

電磁界を基本波成分のみで近似した場合の特性方程式は，式（2.79），（2.82），（2.86）から

$$\overleftarrow{Y}_{s1} + \overrightarrow{Y}_{c1} = 0 \tag{3.25}$$

ここで，

$$\overleftarrow{Y}_{s1} = j\frac{\pi a}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ V'_{10}(ka) \tag{3.26}$$

$$\overrightarrow{Y}_{c1} = -j\frac{\pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{ka}{k_0 a}\left[Z'_{10}(k_0 a) - \left(\frac{\beta_0 a}{ka\,k_0 a}\right)^2 \frac{1}{Z'_{10}(k_0 a)}\right] \tag{3.27}$$

となる。

そして，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ は ka が十分大きい場合には次式で近似できる。[43]

$$\overleftarrow{Y}_{s1} \simeq -j\frac{\pi a}{d}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \cot k(b-a) \tag{3.28}$$

3.3.1 $\overleftarrow{Y}_{s1}/j = \pm j\infty$ の場合

式（3.25），（3.27）から特性方程式は

$$J'_1(k_0 a) = 0 \tag{3.29}$$

または，

$$J_1(k_0 a) = 0 \tag{3.30}$$

となる。ここで EH_{11} モード波の $k_0 a$ が x_{11} より小さいことを考慮すると，式（3.29）から

$$k_0 a = x'_{11} \tag{3.31}$$

式（3.30）から

$$k_0 a = x_{11} \tag{3.32}$$

となる。そして$\overleftarrow{Y}_{s1}$との関係は，

$$\left.\begin{array}{ll} k_0a = x_{11} - 0 \text{ のとき} & \overleftarrow{Y}_{s1}/j = -\infty \\ k_0a = x'_{11} + 0 \text{ のとき} & \overleftarrow{Y}_{s1}/j = \infty \\ k_0a = x'_{11} - 0 \text{ のとき} & \overleftarrow{Y}_{s1}/j = -\infty \end{array}\right\} \quad (3.33)$$

となる。式（2.90），（2.91）および式（3.33）から，伝搬軸に垂直な面内の電磁界分布は，$k_0a = x_{11} - 0$（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j = -\infty$）のときに$TM^0_{11}$モード波の電磁界分布に，$k_0a = x'_{11} + 0$（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j = \infty$）のときに$TE^0_{11}$モード波の電磁界分布に近づくことがわかる。また，溝の深さとの関係は，式（3.28），（3.33）から，溝の深さが波長に比べて浅く$\overleftarrow{Y}_{s1}$が大きな誘導性サセプタンスを呈するときには，EH_{11}モード波の伝搬軸に垂直な面内の電磁界分布はTM^0_{11}モード波の電磁界分布に，また，溝の深さが半波長に近づき$\overleftarrow{Y}_{s1}$が大きな容量性サセプタンスを呈するときには，TE^0_{11}モード波の電磁界分布に近づくことがわかる。

3.3.2 $\overleftarrow{Y}_{s1}/j = 0$の場合

特性方程式は式（3.27）から次式となる。

$$\frac{J'_1(k_0a)}{J_1(k_0a)} = \pm\frac{\beta_0 a}{k_0a \cdot ka} \simeq \pm\frac{1}{k_0a} \quad (3.34)$$

EH_{11}モード波のk_0aが$x'_{11} \leq k_0a \leq x_{11}$の範囲にあることを考慮すれば式（3.34）は，

$$J'_1(k_0a) + \frac{J_1(k_0a)}{k_0a} = J_0(k_0a) = 0 \quad (3.35)$$

となり$k_0a = x_{01}$となる。式（3.35）は式（3.24）において$\alpha_1 = 0$と置いた式と一致する。このことから，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j = 0$の場合に$EH_{11}$モード波の電磁界の振幅分布が回転対称となることがわかる。また，この場合は式（3.28）から，コルゲート溝の深さは約4分の1波長となる。

3.4 EH_{11}モード波の電磁界分布の周波数特性

3.4.1 アンテナホーンに応用できる周波数範囲

3.3で述べたように，コルゲート円形導波管をアンテナホーンに応用すると$k_0a = x_{01}$，すなわち$\overleftarrow{Y}_{s1}/j = 0$となる周波数を中心に低サイドローブでかつ回転対称な放射指向特性が得られる。しかし，図3.7に一例を示すように，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j < 0$の低い周波数範囲においては，$EH_{11}$モード波の他に$HE_{11}$モード波が伝搬し得る。

HE_{11} モード波の電磁界分布は図 2.6 に示すように放射指向特性に悪影響を及ぼすような分布となる。この HE_{11} モード波は上限しゃ断周波数において共振状態となり，EH_{11} モード波により励振されやすい。

このため，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j<0$ の周波数範囲においては，EH_{11} モード波の純粋性が保たれないので放射指向特性の改善を図ることができない。また，周波数が高くなり，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ となると EH_{11} モード波の電磁界分布は TE^{0}_{11} モード波の分布に近づく。したがって，EH_{11} モード波をアンテナホーンに応用して，通常の円すいホーンより優れた放射指向特性が得られる周波数範囲は $\overleftarrow{Y}_{s1}$ が容量性サセプタンスを呈する周波数範囲（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$）に限定される。なお，図 3.7 は $\beta_0 p=\pi$ における HE_{11} モード波のしゃ断周波数を求めるため $\ell=0$，$n=\pm 3$ までを考慮して求めた $ka\sim\beta_0 p$ 曲線である。（詳細は 6.3.2 参照）

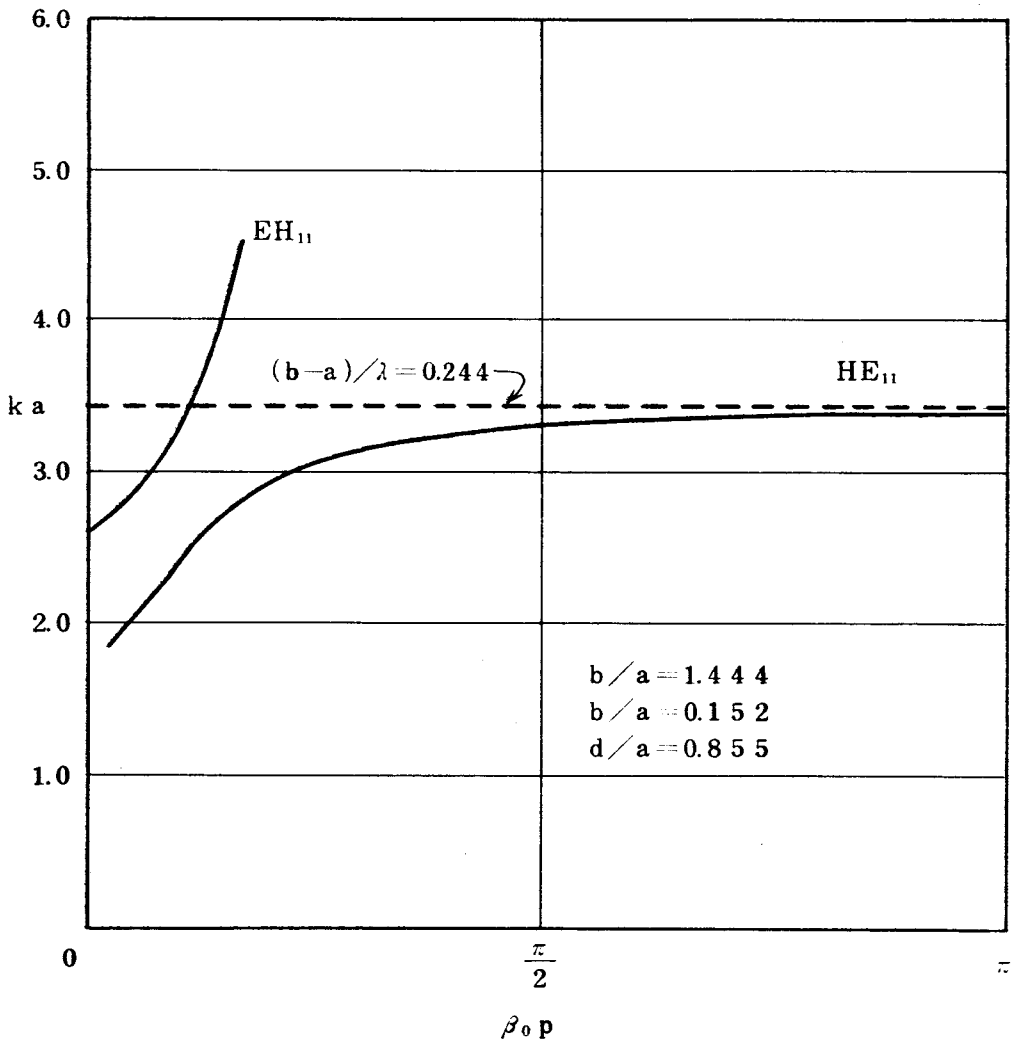


図 3.7　$ka-\beta_0 p$ 曲線

3.4.2 導波管形状の周波数特性に及ぼす影響

k_0aは，a，b，p，dおよび周波数によって変わる。ここでは，a，b，p，dとk_0aとの関係を求め，導波管形状の電磁界分布の周波数特性に及ぼす影響を明らかにする。

図3.8に，ひれの厚み及びひれの内径に関するパラメータとして，それぞれ，d／p，b／aを用いてk_0aとkaとの関係を示す。

放射性指向特性の改善できる周波数範囲においては，ひれの厚みが厚くなると$\overleftarrow{Y}_{s1}$の周波数が強くなるためk_0aの周波数特性も強くなり，周波数が高くなるとk_0aは急激にx'_{11}に近づく，すなわち，ひれの厚みの厚い導波管においては，周波数が$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$となる周波数より高くなると，$EH_{11}$モード波の伝搬軸に垂直な面内の電磁界分布が急激に$TE^0_{11}$モード波の電磁界分布に近づく。

図3.9，図3.10に，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$となる周波数における$k_0a$と$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$となる$ka$の範囲とを，それぞれ，b／aに対して示す。図3.8～図3.10から，b／aが小さくなると，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$となる$k_0a$は$x_{01}$に近づき，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$となる周波数の比帯域が広くなることがわかる。すなわち，b／aが小さくなると，電磁界の振幅分布はより回転対称となるとともに，放射指向特性の改善できる周波数範囲が広帯域となる。

したがって，広帯域に回転対称な放射指向特性を得るには，ひれの内径を十分大きくするとともに，ひれの厚みをできるだけ薄くする必要がある。

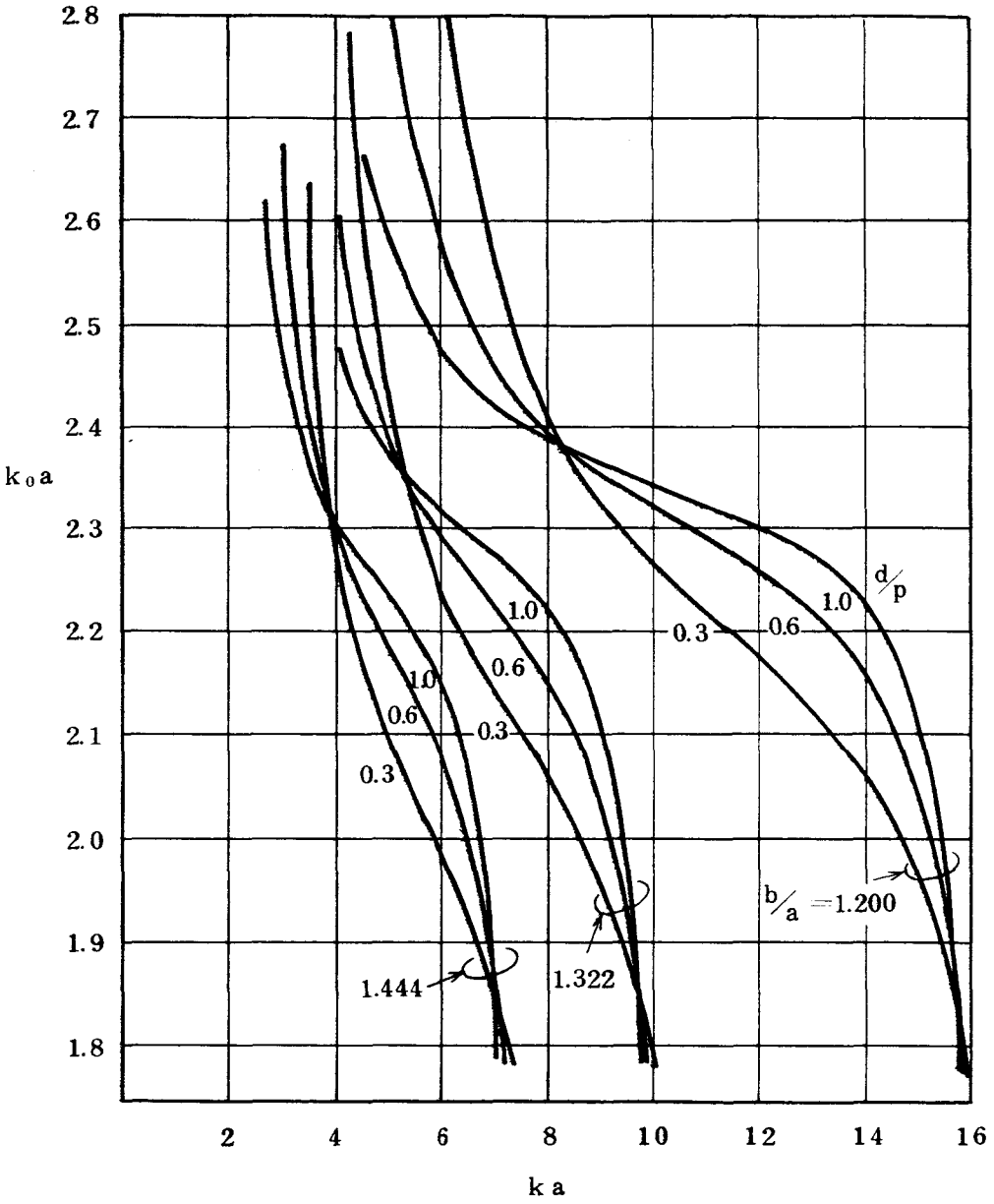


図 3.8　k_0a の周波数特性

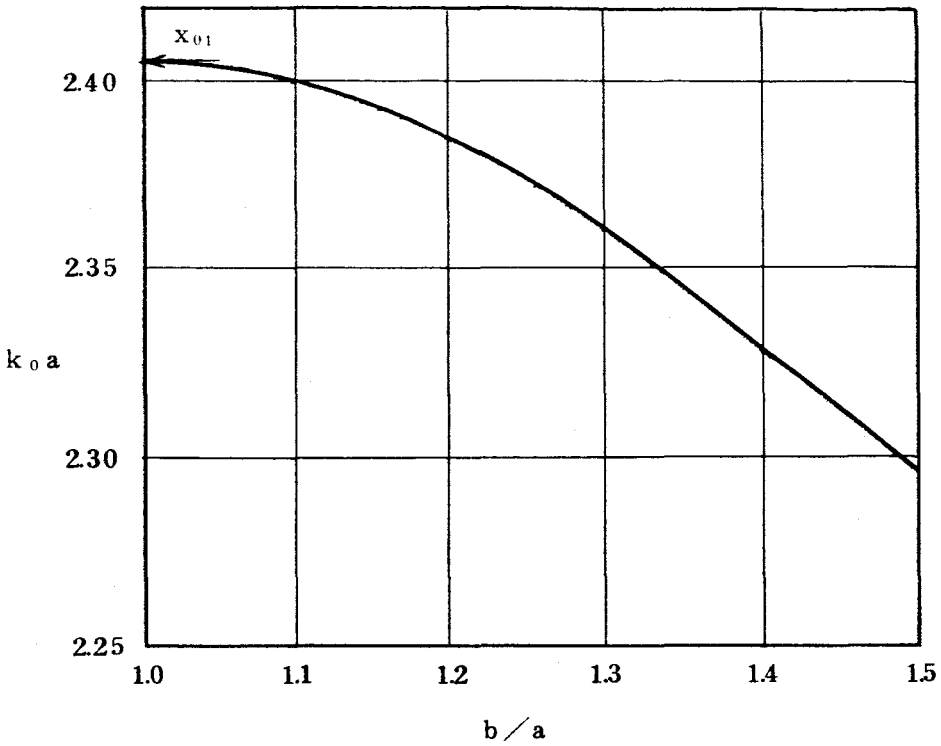


図 3.9　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる周波数における k_0a

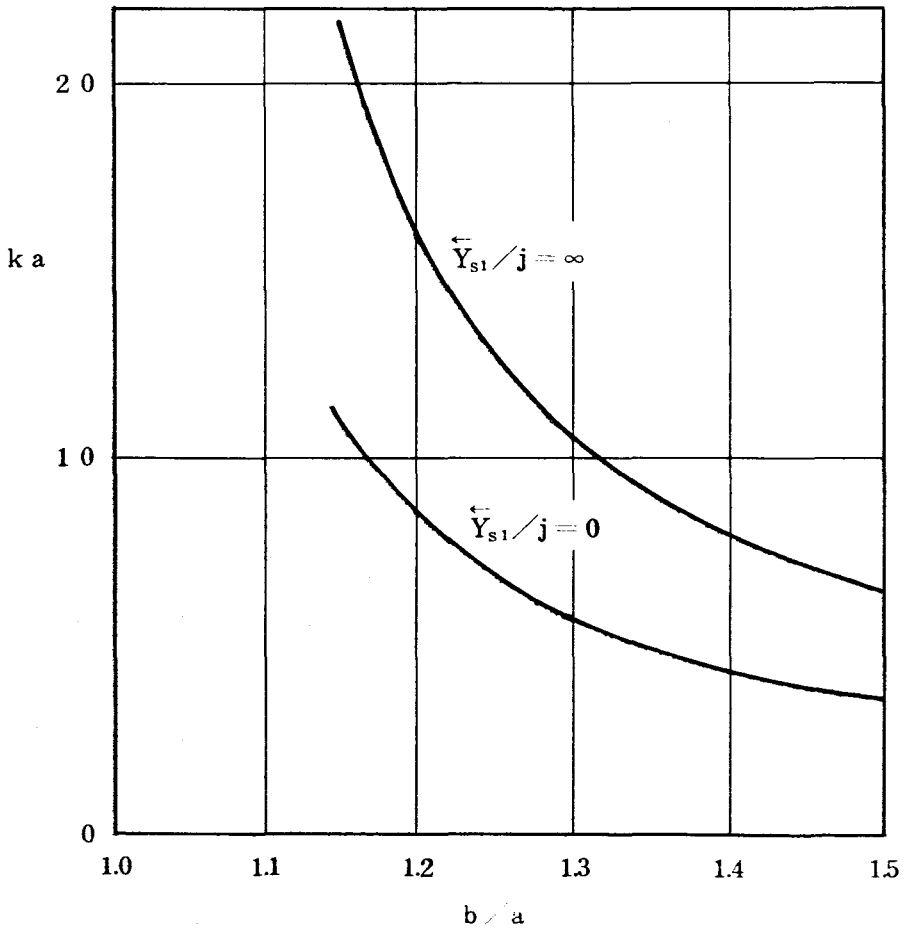


図 3.10　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ および $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ となる ka

3.5 コルゲート円すいホーンの設計法

以上述べたように，内径の大きなコルゲート円形導波管を伝搬するEH_{11}モード波の電磁界分布はk_0aによって一義的に表わすことができる。したがって，開口面の振幅分布が内径の大きな導波管の電磁界分布で近似できるような，開き角が小さく，かつ開口径の大きなコルゲート円形導波管形円すいホーンの設計においては，k_0aをパラメータとして用いる設計法が有効となる。

ここでは，3.5.1において，k_0aと放射指向特性との関係を3.5.2においてコルゲート円すいホーンの設計法について述べる。

3.5.1 ユニバーサル放射パターン

アンテナホーンの開口振幅分布$\mathbf{E}a$，位相分布Θ_aが与えられたときの放射電界$\mathbf{E}p$は，近軸に限るとすれば図3.11に示すような座標系において，すでに与えられている結果より〔46〕

$$\mathbf{E}p = \frac{j\,e^{-jkR}a^2}{\lambda R}\int_0^{2\pi}\int_0^1 \mathbf{E}a\; e^{-j\Theta_a}$$

$$\cdot\; e^{jk\{a\rho'\sin\Psi\cos(\theta-\phi)-\frac{a^2}{2R}\rho'^2\}}\rho'\,d\rho'\,d\theta \qquad (3.36)$$

と導くことができる。ここで，$\mathbf{E}p$はP点，$\mathbf{E}a$は開口面の，それぞれ，電界である。

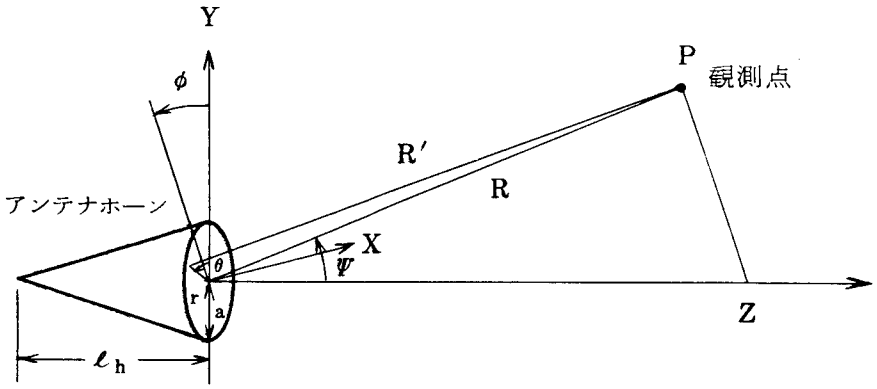


図3.11 座 標 系

開口の位相分布Θ_aは，アンテナホーンの頂点を中心とする球面と開口平面との差で与えられ，ホーンの開き角が小さいと

$$\Theta_a = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{r^2+\ell_h^2}-\ell_h\right)$$

$$\simeq \frac{\pi a^2}{\lambda \ell_h}\rho'^2 \qquad (3.37)$$

となる。ここで，

$$\rho' = \frac{r}{a} \tag{3.38}$$

開口の振幅分布として式（3.17），（3.18），位相分布として式（3.37）を用いると，式（3.36）からそのときの放射電界の主偏波成分E_{pY1}，および交差偏波成分E_{pX1}は，それぞれ次式となる。

$$E_{pY1} = \frac{-j e^{-jkR} a^2}{\lambda R} \int_0^{2\pi}\int_0^1 E_{0m} \left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 a \rho') \cos(m+1)\theta \right.$$

$$\left. +\left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 a \rho') \cos(m-1)\theta \right]$$

$$\cdot e^{-j2\pi\rho'^2 t} e^{jk\{a\rho'\cos(\theta-\phi)\sin\Psi\}} \rho' d\rho' d\theta \tag{3.39}$$

$$E_{pX1} = \frac{j e^{-jkR} a^2}{\lambda R} \int_0^{2\pi}\int_0^1 E_{0m} \left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 a \rho') \sin(m+1)\theta \right.$$

$$\left. -\left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 a \rho') \sin(m-1)\theta \right]$$

$$\cdot e^{-j2\pi\rho'^2 t} e^{jk\{a\rho'\cos(\theta-\phi)\sin\Psi\}} \rho' d\rho' d\theta \tag{3.40}$$

式（3.15）を用いて整理すると，E_{pY1}，E_{pX1}は，それぞれ

$$E_{pY1} = \frac{-2 j e^{-jkR} \pi a^2}{\lambda R} \int_0^1 E_{0m}\, e^{-j2\pi\rho'^2 t} \left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 a \rho') J_{m+1}(u\rho') \right.$$

$$\left. \cdot j^{m+1} \cos(m+1)\phi + \left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 a \rho') J_{m-1}(u\rho') j^{m-1} \cos(m-1)\phi \right]$$

$$\rho' d\rho' \tag{3.41}$$

$$E_{pX1} = \frac{2 j e^{-jkR} \pi a^2}{\lambda R} \int_0^1 E_{0m}\, e^{-j2\pi\rho'^2 t} \left[\frac{\alpha_m}{2} J_{m+1}(k_0 a \rho') J_{m+1}(u\rho') \right.$$

$$\left. \cdot j^{m+1} \sin(m+1)\phi - \left(1+\frac{\alpha_m}{2}\right) J_{m-1}(k_0 a \rho') J_{m-1}(u\rho') j^{m-1} \sin(m-1)\phi \right]$$

$$\rho' d\rho' \tag{3.42}$$

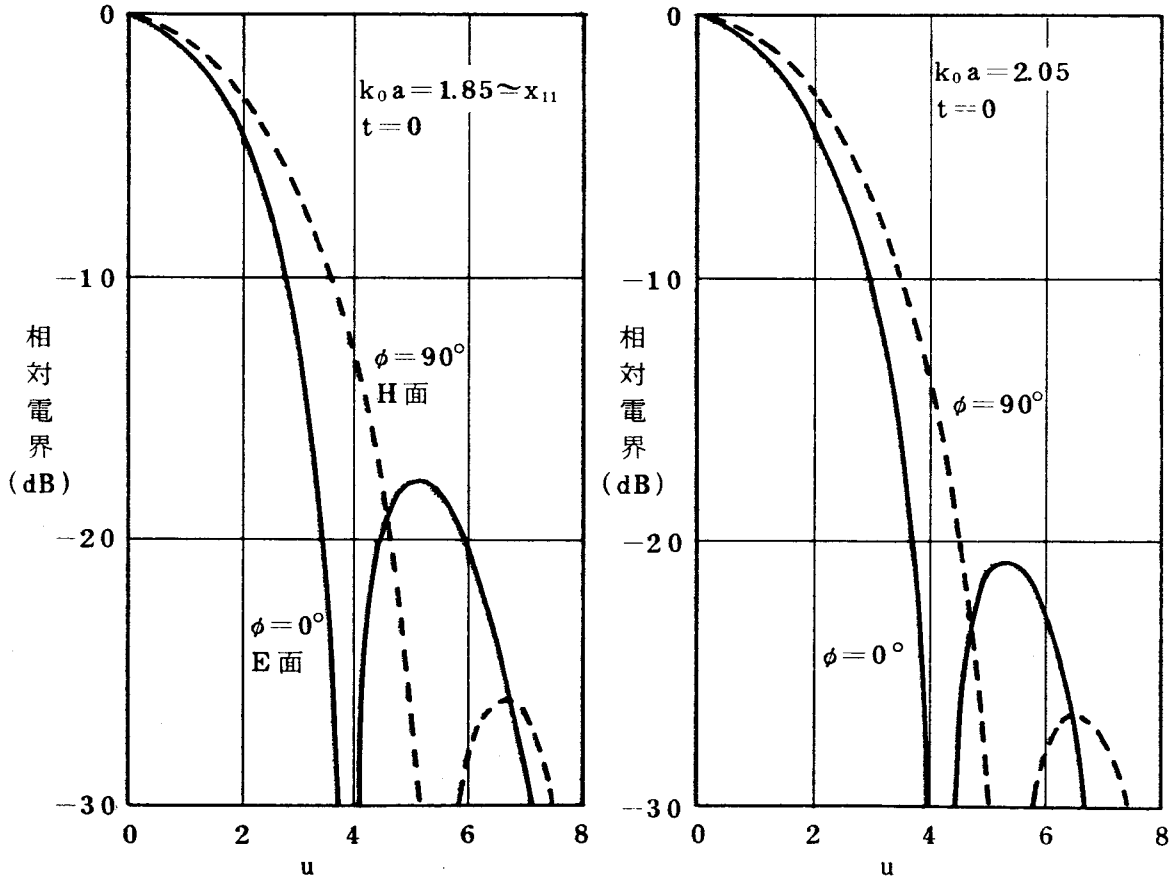
となる。ここで

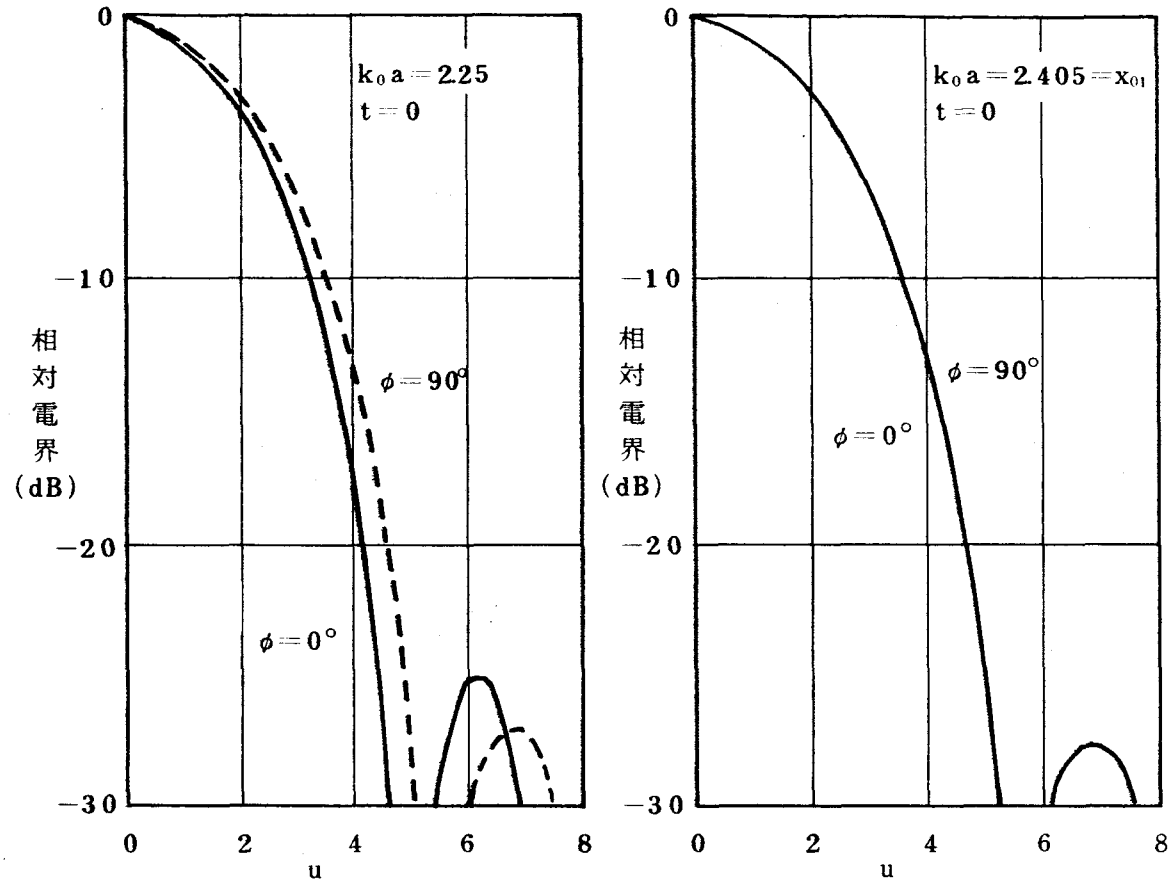
$$\left.\begin{aligned} u &= ka \sin \Psi \\ t &= \frac{a^2}{2\lambda}\left(\frac{1}{\ell_h} + \frac{1}{R}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (3.43)$$

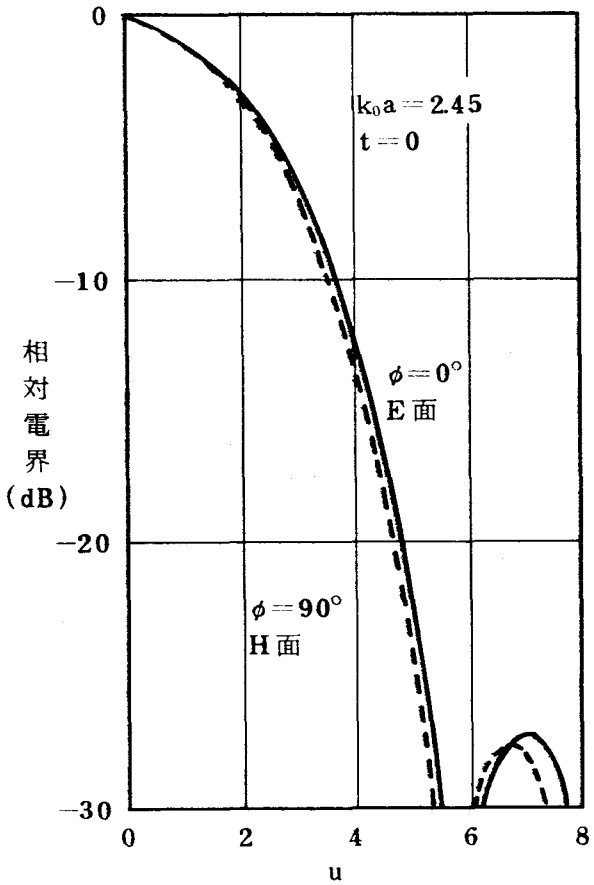
であり，k_0a，t が決まれば放射指向特性を求めることができる。

(a) k_0a の効果

図3.12に式（3.41）から数値計算により求めた $t=0$，すなわち ℓ_h，Rが大きいときの放射パターンを示す。k_0a が x_{01} のときには，3.2.2で述べたように，E面（$\phi=0$度）とH面（$\phi=90$度）との放射パターンが一致し回転対称になるとともに，低サイドローブとなる。また，k_0a が x_{01} から x'_{11} に近づくと放射パターンは連続的に変わり，よく知られた通常の円すいホーンの放射パターンに近づく。また，この図はパ



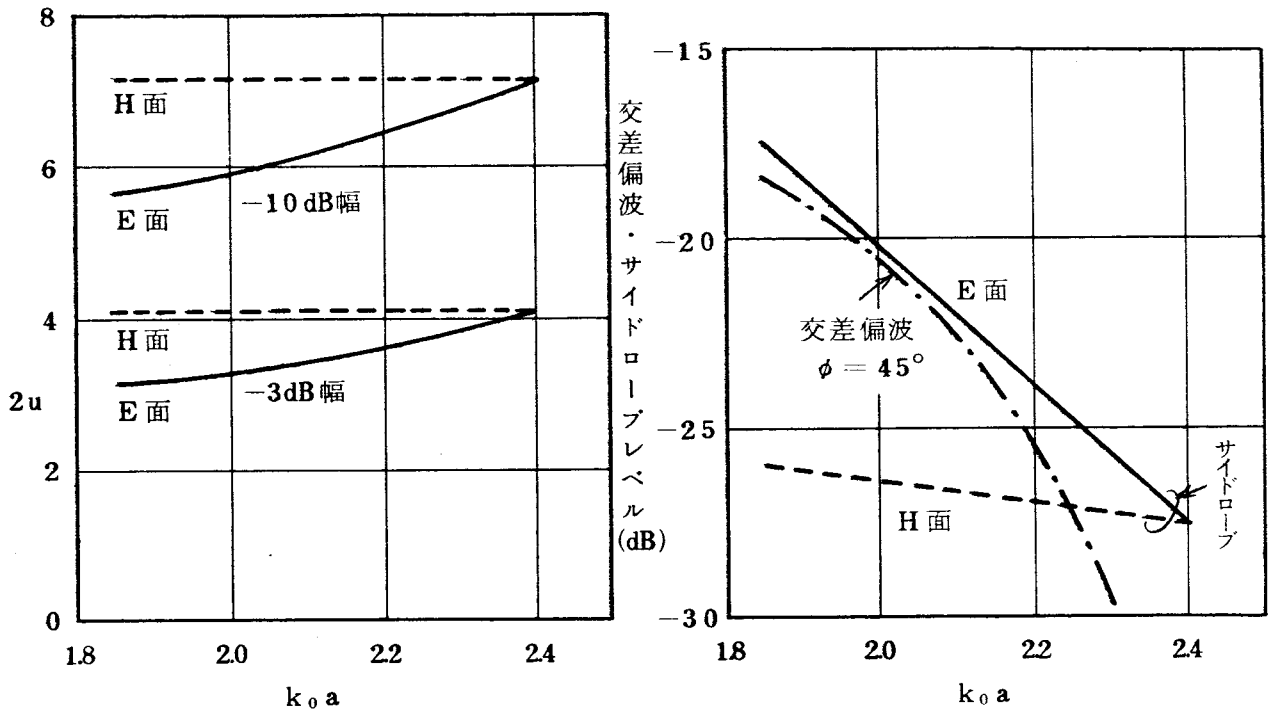




ラメータ k_0a に対するユニバーサル放射パターンであり，コルゲート円形導波管形状，周波数が異なっても，k_0a が同一の場合にはこの放射パターンを用いu，すなわち，Ψ に対する相対電界を求めることができる。

図3.13に k_0a に対するu，第1サイドローブレベルおよび $\phi=45$ 度面内最大交差偏波レベルを示す。k_0a に対する変化はH面よりE面が大きい。

図3.12　k_0a に対する放射パターン



(a) uの変化　　(b) 第1サイドローブ，交差偏波レベル

図3.13　ビーム幅，サイドローブ，交差偏波レベル

(b)　tの効果

カセグレンアンテナの一次放射器の設計においては，アンテナホーンの開口径，長さ，副反射鏡までの距離，周波数の4つのパラメータを考慮する必要がある。喜連川，水沢[47]はこれらの4つのパラメータを考慮するのに式（3.43）で示すtに対してユニバーサル放射パターンを求めることが有効なことに着目し，円すいホーンのtに対するユニバーサル放射パターンを与えた。

このtは観測距離Rを無限大にすればJasik[44]のtに一致する。さて，コルゲート円すいホーンで対象とするk_0aは$x_{01} \geq k_0a \geq x'_{11}$である。$k_0a = x'_{11}$のときには，コルゲート円形導波管の$EH_{11}$モード波の横断面内電磁界分布は円形導波管の$TE^0_{11}$モード波の場合と一致するので，式（3.41）から得られるtに対するユニバーサル放射パターンは喜連川，水沢の与えた円すいホーンの場合と同一となる。

コルゲート円すいホーンにおいては，$k_0a = x_{01}$のときのtに対するユニバーサル放射パターンがもっとも重要である。図3.14にtを変えたときの放射パターンを示す。

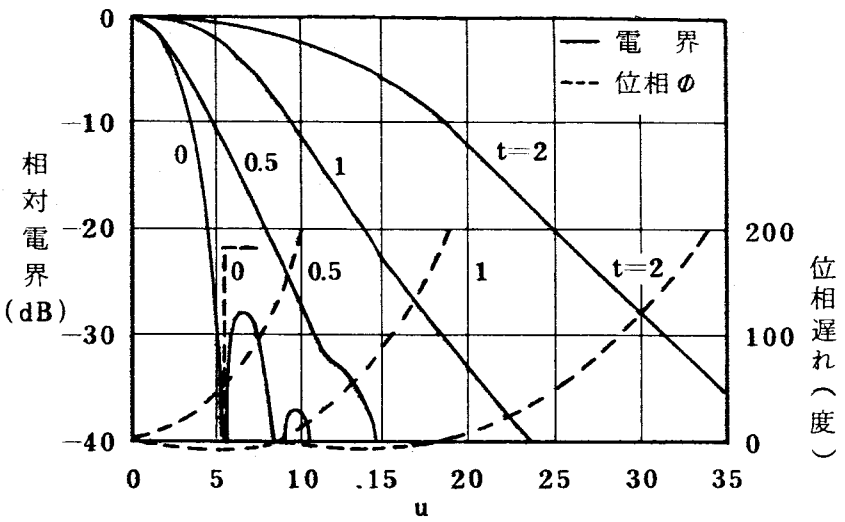


図 3.1 4　$k_0 a = x_{01}$ における t に対する放射パターン

図中，実線は振幅分布であり，破線が位相分布である。この位相分布は幾何光学的波面からの位相遅れΦを示すものであり，つぎのように求められる。

Ψが小さい，すなわち近軸に限れば，線分$\overline{PQ}$の長さΔは，

$$\Delta \simeq \ell_h + R - (\ell_h^2 + R^2 + 2\ell_h R \cos\Psi)^{\frac{1}{2}}$$

$$\simeq \frac{1-\cos\Psi}{\frac{2\lambda}{a^2}t}$$

$$= \frac{1-\cos\Psi}{\frac{2t}{\lambda}\left(\frac{2\pi\sin\Psi}{u}\right)^2} \simeq \frac{\lambda u^2}{16\pi^2 t} \qquad (3.45)$$

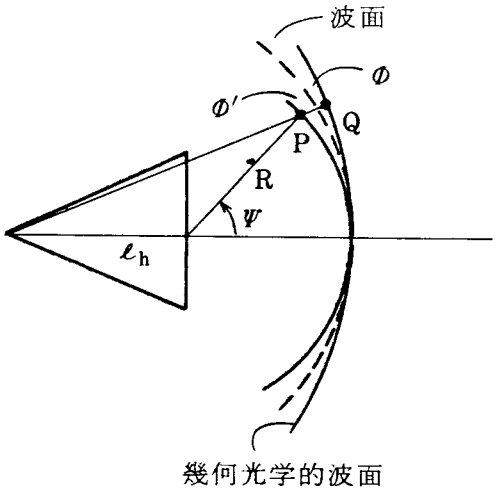


図 3.1 5　波　　面

また，半径 R の球面上のE_{pY1}の位相と波面との位相差Φ'は

$$\Phi' = \tan^{-1}\left[\frac{I_m(E_{pY1})}{R_e(E_{pY1})}\right]_{\Psi=\Psi} - \tan^{-1}\left[\frac{I_m(E_{pY1})}{R_e(E_{pY1})}\right]_{\Psi=0} \qquad (3.46)$$

となる。Δ/λ，Φ' は，k_0a，u，t によって定まる。したがって，次式で与えられる位相遅れ Φ も，k_0a をパラメータにとると t，u で表わされ図 3.14 が得られる。

$$\Phi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} - \Phi' \qquad (3.47)$$

また，図 3.16 にホーンの形状寸法および観測距離が決った場合の周波数，すなわち，t に対するビーム幅の変化および位相の変化を示す。この図においては，t＝1 のときの周波数および u を，それぞれ f_1，u_1 としている。また Φ_{10} は－10 dB 点での Φ である。

t すなわち，周波数が高くなるとビーム幅，位相とも一定の値に近づく。カセグレンアンテナの一次放射器に用いられるアンテナホーンには，広い周波数範囲にわたって，一定のビーム幅，一定の波面をもつことが要求されるが，図 3.16，式（3.43）からわかるように，開口径を大きく，また，その 2 乗に比べホーンの長さおよび観測距離を小さくとり，t を最低周波数において 0.4 以上に選べばよいことがわかる。

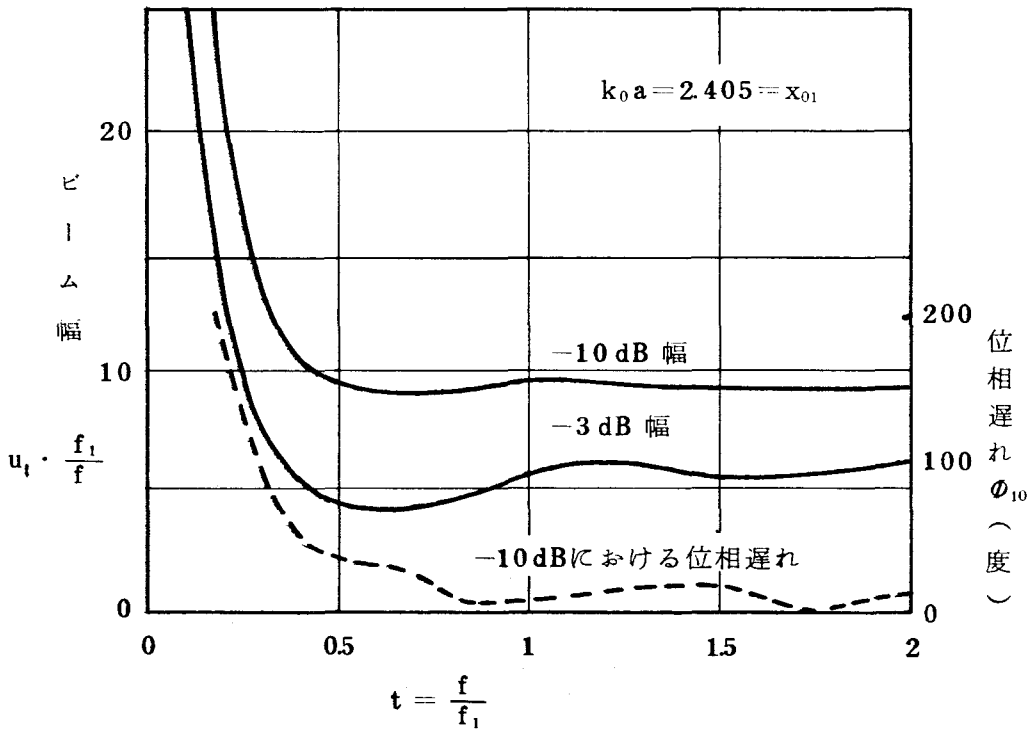


図 3.16　t に対するビーム幅および位相遅れ

3.5.2　コルゲート溝形状の設計

アンテナの要求から，k_0a，t が決まったときのコルゲート溝形状の設計法について述べる。

まず，放射パターンの周波数特性を考慮してk_0aの許容範囲を明確にする。

つぎに，アンテナホーンの使用周波数帯域において，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$を満足するようなコルゲート溝の深さ（$b-a$）を図3.10から求め，このときの$b/a$に対して，放射指向特性に対する要求から決定した$k_0a$の最大値（使用周波数帯域の最低周波数における$k_0a$）が図3.9に示す$k_0a$より小さいことを確認する。

最後に，図3.8を用い，使用周波数帯域において，k_0aが放射指向特性に対する要求から決定されたk_0aの許容範囲内の値を取り得るようにひれの厚みを決定する。

以上の手順によりコルゲート円すいホーンの開口面にもっとも近いコルゲート溝形状を設計できる。

3.6 コルゲート円すいホーンの放射指向特性の実測例

ここでは，3.5で述べた，すなわち導波管の電磁界分布がk_0aによって一義的に決まるとしてコルゲート円すいホーンを設計する方法の妥当性を試作コルゲート円すいホーンにより実験的に検討する。

3.6.1 コルゲート円すいホーンの形状

試作したコルゲート円すいホーンの形状を図3.17に示す。励振用円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器はひれの厚みを変える方式の変換器（第5章参照）からなり，ひれの内径は管軸方向に円弧テーパ状に変化している。また変換器部は11段で構成されており，コルゲート溝の深さはホーン部における深さと同一である。

コルゲート円すいホーンの開口径は$a/a_0=2.95$，開き角は$13°34'$である。ホーン部におけるひれの厚みは十分薄く$(p-d)/p=0.072$と設計されている。

このアンテナホーンの開口部をコルゲート円形導波管で近似して求めたk_0aの理論値を図3.18に示す。$8.85\leq ka\leq 17.07$の範囲において，$\overleftarrow{Y}_{s1}$が容量性サセプタンスを呈し，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$における$k_0a$は2.388である。

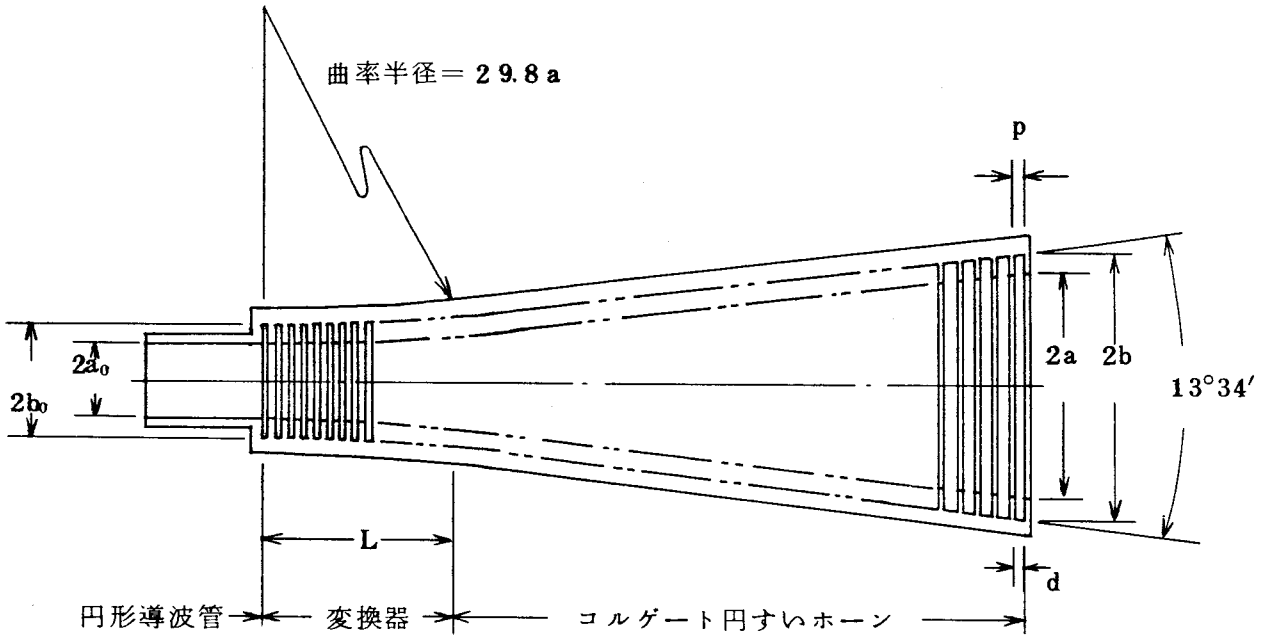


図3.１７　試作コルゲート円すいホーン

$a / a_0 = 2.95$　　$b - a = b_0 - a_0$

$p / a = 0.12$　　$b / a = 1.188$

$d / p = 0.928$　　$b_0 / a_0 = 1.553$

$L = 11p$

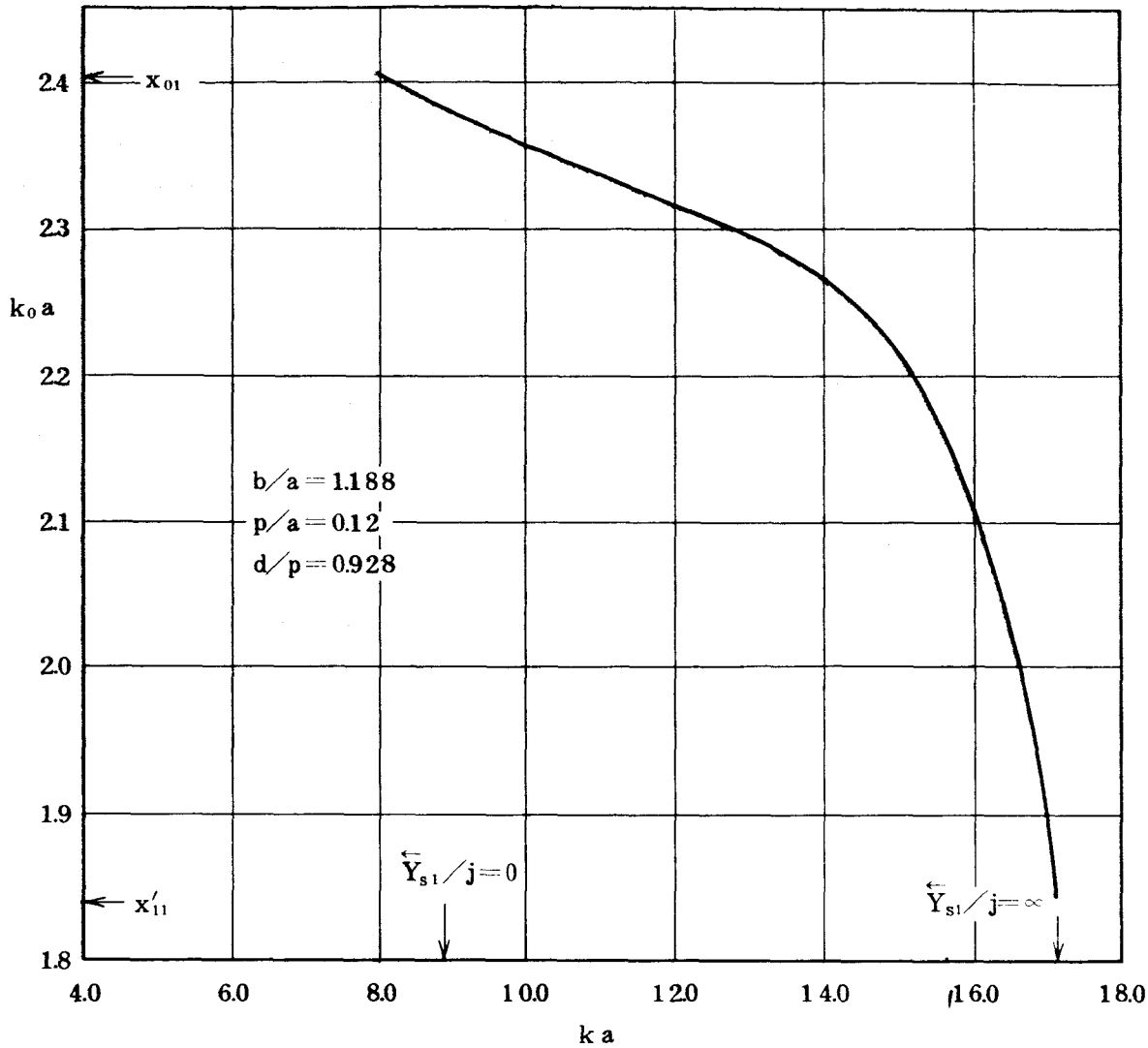


図 3.18　ka ～ k_0a

3.6.2　放射指向特性およびVSWRの実測結果

(a)　放射パターン

図 3.19 に遠隔領域放射パターンの実測結果を示す。図中，実線はE面パターン，破線はH面パターンをそれぞれ示す。放射パターンは ka = 8.7 において，E面とH面の放射パターンが一致し，ka = 17.0 において，通常の円すいホーンの放射パターンに近似し，E面の第1サイドローブレベルが約－16 dB となっている。

図 3.20 に－10 dB におけるビーム幅（半値）の実測値と式（3.41）および，図 3.18 の k_0a を用いて求めた理論値とを対比して示す。理論値と実測値とはよく一致しており，3.5 で述べたコルゲート円すいホーンの設計方法が十分実用的であることがわかる。

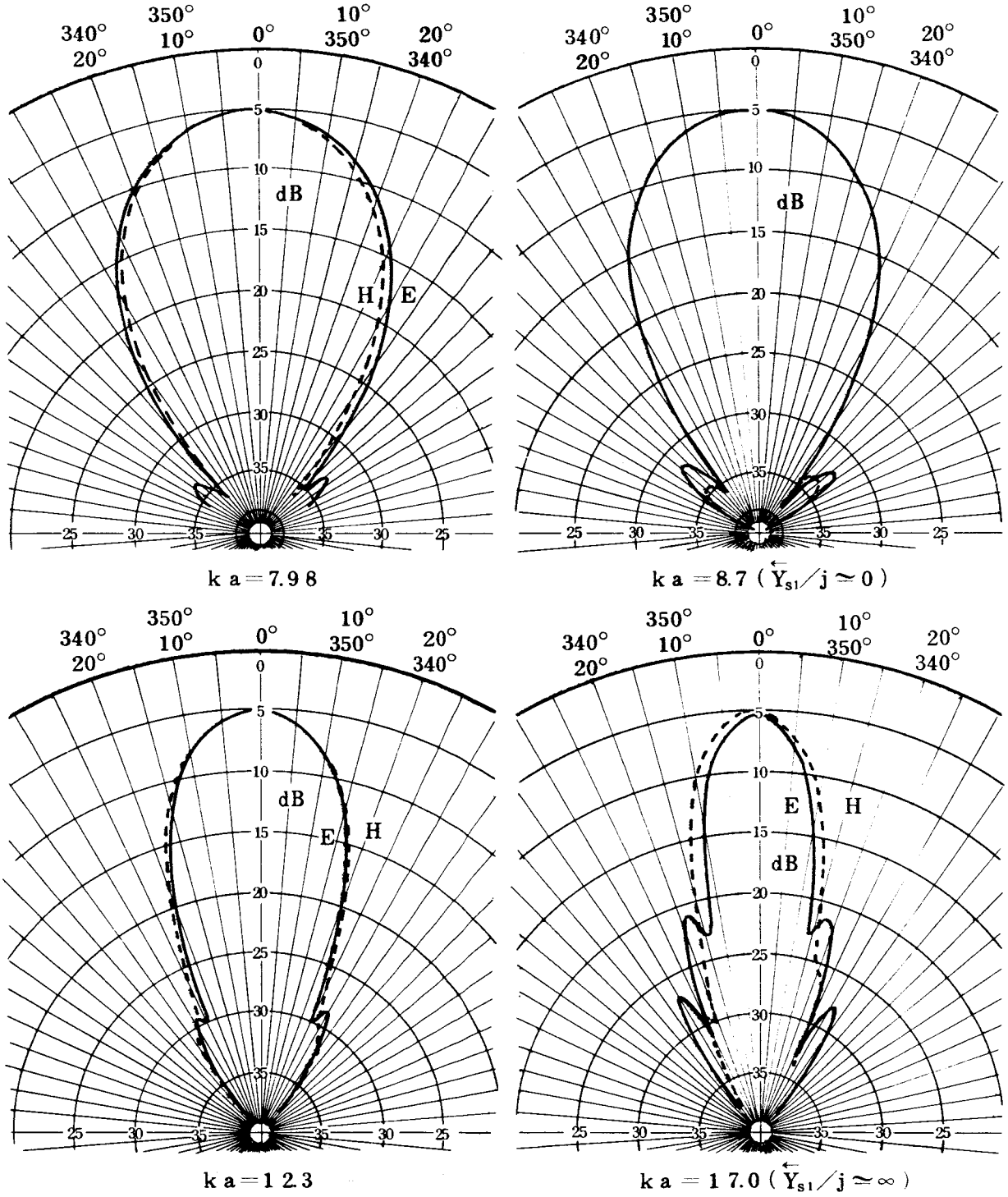


図3.19　放射パターン（ t ≃ 0 ）

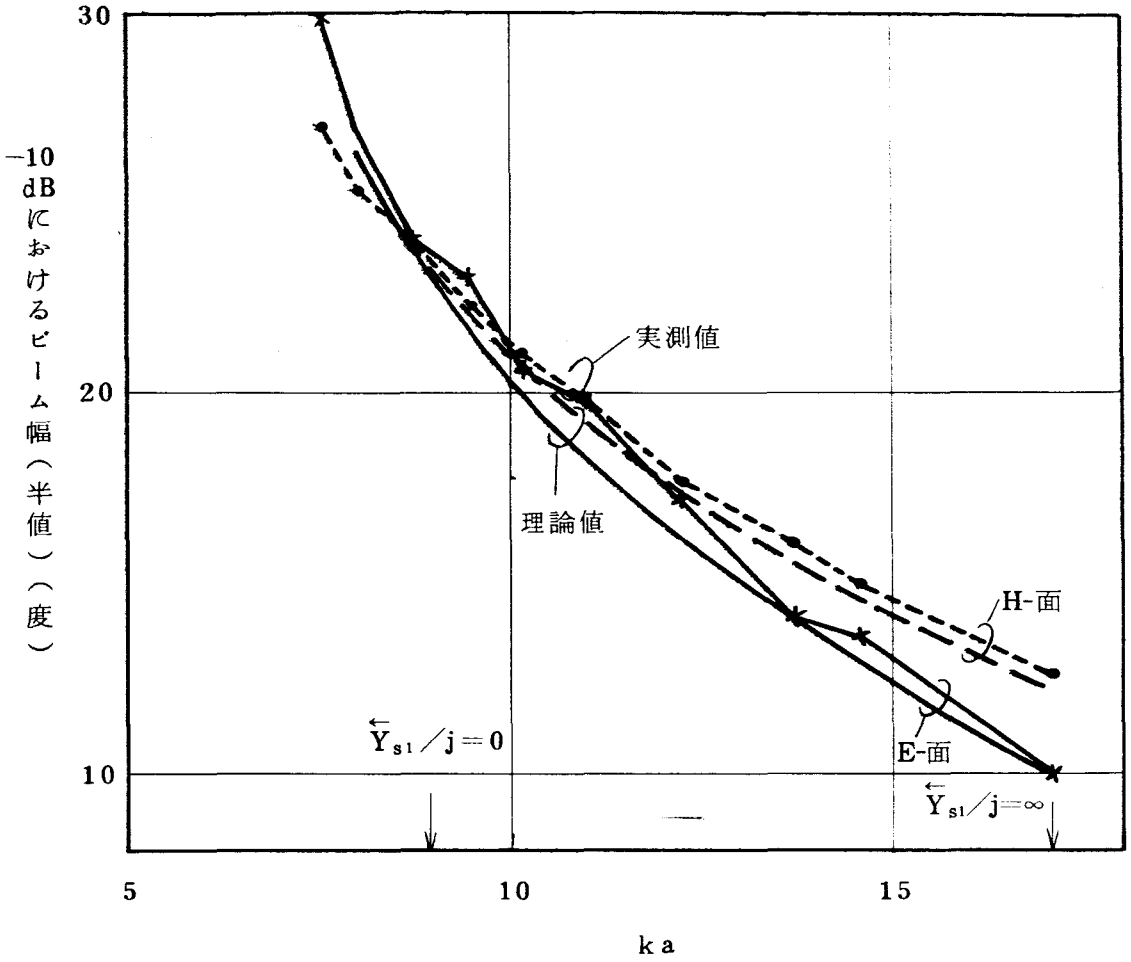


図 3.20　−10 dB におけるビーム幅（半値）

（ t ≃ 0 ）

(b)　位相パターン

図 3.21 に ka = 9.42 のときに t ≃ 0.5 となる観測距離で測定した位相パターンを示す。図中，実線および破線は，それぞれ E 面および H 面の位相パターンである。E 面と H 面の位相パターンは非常によく一致している。これは，図 3.18 からわかるように，このときの k_0a が 2.37 と x_{01} に近いためである。

k_0a が x_{01} に近い値であるので図 3.14 に示した t = 0.5 の位相パターンと対比する。実測結果は Ψ = 20 度で位相遅れ Φ が約 12 度，すなわち，u = 3.2 で Φ ≃ 12 度であり，図 3.14 に示した理論値約 16 度と比較的よく一致している。

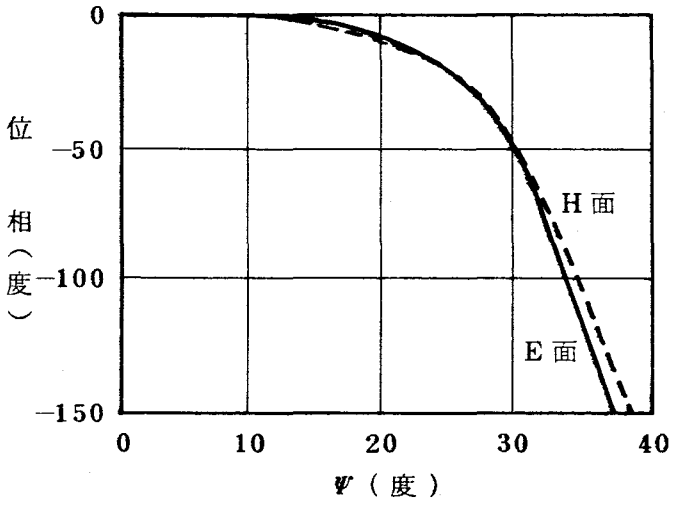


図 3.2 1　位相パターン

ka＝9.42，t≃0.5

(c)　VSWR特性

円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器からみたVSWR特性の実測結果を図3.22に示す。図3.18に示す$Y_{s1}/j>0$の周波数領域においては良好なVSWR特性が得られている。

図3.19～図3.21に示す放射指向特性，および，図3.22に示すVSWR特性から，このコルゲート円すいホーンの使用可能周波数帯域（放射指向特性が通常の円すいホーンより優れ，かつVSWR特性の良好な周波数範囲）は$9.1\leq ka\leq 17.0$であることがわかる。

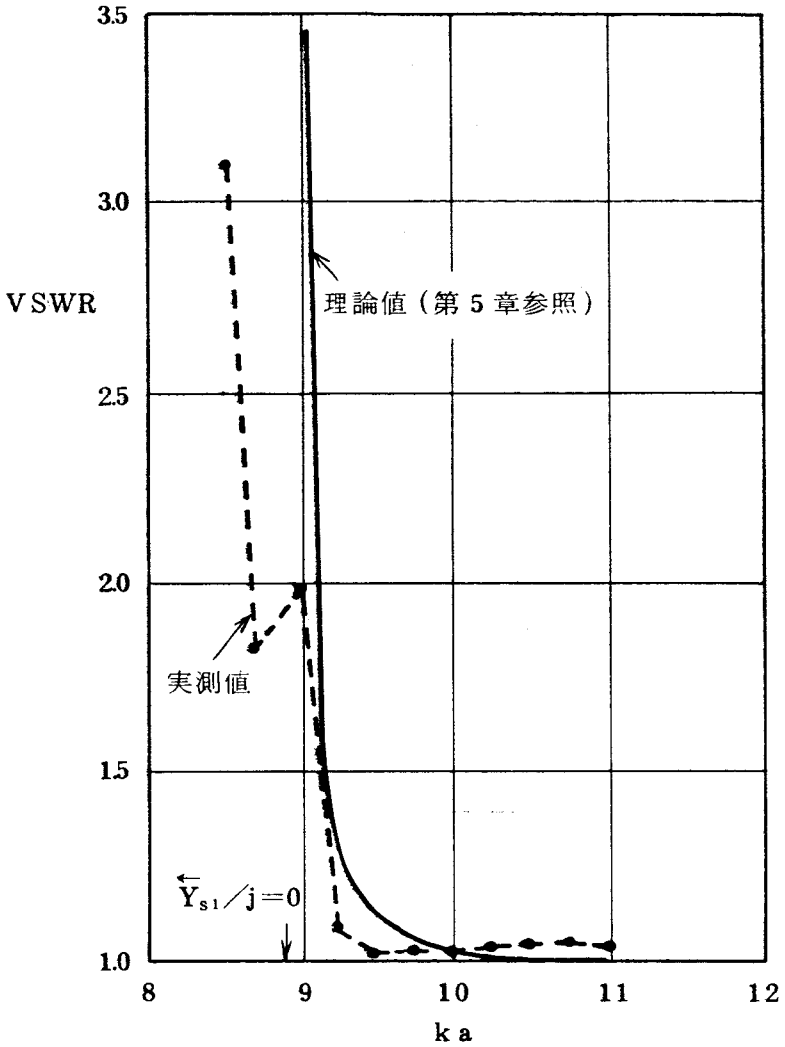


図 3.2 2　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ 近傍のＶＳＷＲ特性

3.7 結　言

開き角の小さなコルゲート円すいホーンの設計方法を確立することを目的として，内径の大きなコルゲート円形導波管の EH_{11} モード波の特性について考察し，まず，横方向位相定数とひれの内半径との積 k_0a によって電磁界分布が決まることを示した。そして，この k_0a を用いてコルゲート円すいホーンの放射指向特性の回転対称性をコルゲート円形導波管の電磁界分布から明らかにするとともに，コルゲート円形導波管形状と k_0a の関係を与えた。

つぎに，コルゲート円すいホーンのユニバーサル放射パターンを，開口電界分布を表わすパラメータ k_0a とホーンの大きさ，観測距離の関係を表わすパラメータ t に対して与えた。

この結果，アンテナの要求性能から放射パターンが決定されると，パラメータk_0a，tを介して，コルゲート円すいホーンの長さ，開口径およびコルゲート溝形状が容易に設計できるようになった。

コルゲート円すいホーンで，広い周波数範囲にわたって回転対称な主ビームを得るにはk_0aをx_{01}より小さく，かつその値の近くに選ぶ必要があり，また広い周波数範囲にわたって，ほぼ一定のビーム幅を得るには，tを0.4以上にする必要があることがわかった。

なお，試作コルゲート円すいホーンの放射指向特性を実測した，理論的検討結果は実測結果とよく一致し，k_0a，tを用いる設計法がコルゲート円すいホーンの設計に有効であることがわかった。

第4章　コルゲート円すいホーンの広帯域化
（リング装荷コルゲート円すいホーン）

4.1　序　言

コルゲート円すいホーンの使用可能周波数範囲を，放射指向特性が通常の円すいホーンより優れ，かつ，コルゲート円すいホーンの入力VSWRが良好な特性となり得る周波数範囲とすると，この周波数範囲はコルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{s1}$ が容量性サセプタンスとなる約1オクターブの周波数範囲よりさらに狭くなる（5.3.1参照）。しかも，周波数の高い範囲では $\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな容量性サセプタンスとなり，第3章で述べた EH_{11} モード波の電磁界分布を表わすパラメータ k_0a が x_{11}' に近づくため，コルゲート溝を設ける効果が減少し，放射指向特性を大きく改善できない。

一方，たとえば，国際商用衛星通信などでは，4GHz帯（3.7～4.2GHz）と6GHz帯（5.925～6.425GHz）[52]とが共用されており，最高周波数は最低周波数の約1.74倍にも達している。したがって，広帯域にわたり k_0a を x_{01} に近づけ，高い周波数範囲においてもコルゲート溝を設ける効果を大きくし，この周波数範囲の放射指向特性を改善することは重要な問題である。本章では EH_{11} モード波の k_0a を広帯域に x_{01} に近づけるという観点に立ったコルゲート円すいホーンの広帯域化について述べる。

コルゲート円すいホーンの広帯域化を目的としたコルゲート円形導波管の改善に関しては，わずかに，M. T. Al－Hakkak[48]の誘電体充てんコルゲート円形導波管の研究がみられる。これは，従来のコルゲート円形導波管のコルゲート溝内に高誘電率の誘電体を充てんするものである。誘電体を充てんすると，コルゲート溝内の波長が短縮され，コルゲート溝の深さが浅くてよく外形寸法の小形化が図れる。

また，図3.10に示した b/a が1に近づくと生じる広帯域化の効果と同様の効果がある。しかし，この導波管では本質的な改善は望めない。筆者はコルゲート円すいホーンの広帯域化を目的としてリング装荷コルゲート円形導波管を考案した。

本章では，まず，第2節において，リング装荷コルゲート円形導波管が $\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲の広帯域化に有効なことを定性的に説明する。つぎに，第3節では，この導波管の EH_{11} モード波の周波数特性を k_0a を用いて明らかにし，この導波管がコルゲート円すいホーンの広帯域化に優れていることを示す。

最後に第4節においては，リング装荷コルゲート円すいホーンの放射指向特性，VSWR特性の実測結果を示すとともに従来のコルゲート円すいホーンとの対比を行なう。理論的検討結果は実測結果とよく一致しリング装荷コルゲート円すいホーンの優秀

性が確認された。

なお，本論文では，とくに断らずに"コルゲート円形導波管"，"コルゲート円すいホーン"と称した場合は，それぞれ，図2.1，図3.17の構造を示すものとする。

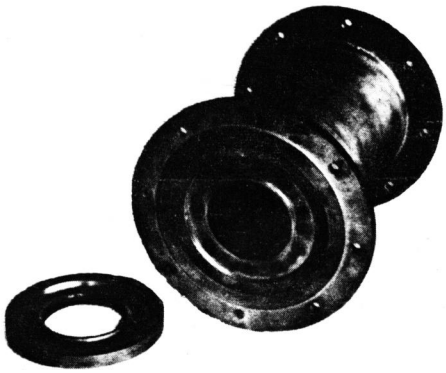
4.2 リング装荷コルゲート円形導波管の構成

4.2.1 構造

リング装荷コルゲート円形導波管の形状を図4.1に示す。図中(a)は，リングを付加したひれ部の構造である。

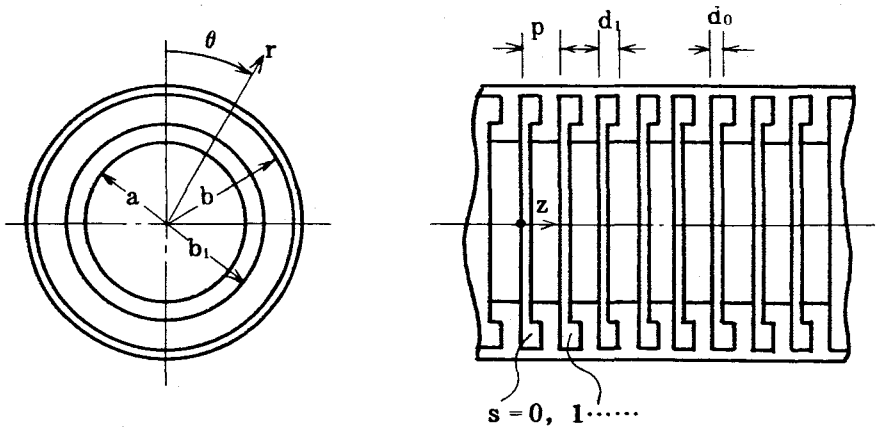
大電力マイクロ波真空管に見られるリエントラント空胴を接続した結合空胴に近い形状である。リエントラント空胴においては，電子ビームと電磁界との有効な結合を得るため，リングの幅（b_1-a）をできるだけ狭くし，かつ，空胴のQを高めるため空胴相互間の結合が円筒部を介して生じないように，ひれの内径を小さく設計する。

しかし，リング装荷コルゲート円形導波管においては，コルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{s1}$ をできるだけ広帯域にわたって容量性サセプタンスとするため，リングの幅が広く，かつ，EH_{11} モード波の伝搬が可能なようにひれの内径が大きく選ばれる点に特徴がある。



(a) ひれ部構造

図4.1 リング装荷コルゲート円形導波管



(b) 座標系および構造

図4.1　リング装荷コルゲート円形導波管

4.2.2　コルゲート溝の呈するアドミタンスの周波数特性

図4.2に示すスミス図表を用いて，リング装荷コルゲート円形導波管におけるコルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{s1}$ の周波数特性について説明し，この導波管が，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲の広帯域化に有効であることを示す。

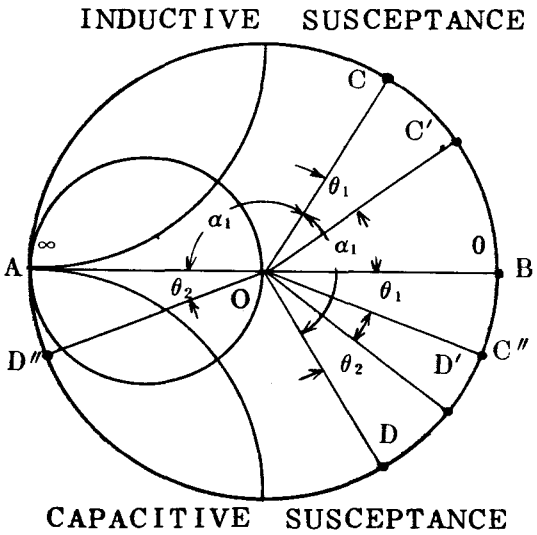


図4.2　スミス図表

いま，内径の大きいコルゲート円形導波管において，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる周波数を，それぞれ，f_H，f_Lとすると式（3.28）から $f_H/f_L \simeq 2.0$ となる。また，コルゲート溝の呈するアドミタンスは，f_Hではスミス図表中の点Aに，または，f_L では点Bに位置する。したがって，$f_H \geq f \geq f_L$ の関係にある周波数 f における規格化したアドミタンスは弧 $\overset{\frown}{ADB}$ 上に位置する。

つぎに，リング装荷コルゲート円形導波管の場合について検討する。リングを付加したコルゲート溝の部分（$a \leq r \leq b_1$）の特性アドミタンスを Y_{20}，リングを付加していないコルゲート溝の部分（$b_1 \leq r \leq b$）の特性アドミタンスを Y_{30} とすると

$$Y_{20}\Big|_{r=b_1-0} > Y_{30}\Big|_{r=b_1+0} \qquad (4.1)$$

である。

いま，リングを付加しないコルゲート溝部の深さ（$b-b_1$）を $0.5<(b-b_1)/(b-a)<1.0$ となるように選ぶと，$r=b_1+0$ からコルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{S_{31}}$ は周波数 f_L では誘導性となり，周波数 f_H では容量性となる。そして，周波数 f_L における規格化したアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{S_{31}}/Y_{30}$ がスミス図表中の点Cに位置するものとすると，周波数 f_H における $\overleftarrow{Y}_{S_{31}}/Y_{30}$ は点Dに位置する。

つぎに，$r=b_1-0$ からコルゲート溝の底をみたときの規格化したアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{S_{31}}/Y_{20}$ について考えると，式（4.1）の関係により，$\overleftarrow{Y}_{S_{31}}/Y_{20}$ は，周波数 f_L では点Cより時計まわりに回転した点C′に，また，周波数 f_H では点Dより反時計まわりに回転した点D′に，それぞれ，位置するようになる。

したがって，$r=a$ においてコルゲート溝の呈する規格化したアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{S1}/Y_{20}$ は，周波数 f_L では∠COC′（$=\theta_1$）だけ点Bより時計まわりに回転し点C″に，また，周波数 f_H では∠DOD′（$=\theta_2$）だけ点Aより反時計まわりに回転し点D″に位置するようになる。

このため，リング装荷コルゲート円形導波管においては，f_H より高い周波数ならびに f_L より低い周波数においても，コルゲート溝の呈するアドミタンスは容量性サセプタンスを呈するようになり，$\overleftarrow{Y}_{S1}\geq 0$ となる周波数範囲は1オクターブ以上に広帯域化される。

4.3 リング装荷コルゲート円形導波管の解析

第2節においては，リング装荷コルゲート円形導波管では，コルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{S1}$ の容量性になる周波数範囲が1オクターブ以上となることを示した。

ここでは，さらに，リング装荷コルゲート円形導波管の電磁界分布について検討し，リング装荷コルゲート円形導波管を伝搬する EH_{11} モード波が，放射指向特性の広域化に有効であることを明らかにする。

4.3.1 各領域における電磁界成分

コルゲート溝のピッチ p が自由空間波長 λ に比べて十分小さい場合について，リング装荷コルゲート円形導波管の特性方程式を求める。

図4.1に示すリング装荷コルゲート円形導波管において，$r\leq a$ の領域を領域Ⅰ，$b_1\geq r\geq a$ の領域を領域Ⅱ，$b\geq r\geq b_1$ の領域を領域Ⅲとし，各領域における電磁界分布を界方程式を用いて求めると次式のようになる。ここで各領域における電磁界

成分は領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲに対応して，添字1，2，3をつけて示し，時間関数 $e^{j\omega t}$ は省略する。

(a) 円筒部領域（$r \leq a$）における電磁界成分

この領域の電磁界成分はコルゲート円形導波管の場合と同様であり，θ 方向に余弦分布となるものを再記すると次式となる。

$$E_{r1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[C_n \frac{j\beta_n}{k_n} Z'_{mn}(k_n r) + D_n \frac{jkm}{k_n^2 r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, Z_{mn}(k_n r)\right] \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.2}$$

$$E_{\theta 1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[C_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 r} Z_{mn}(k_n r) + D_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, Z'_{mn}(k_n r)\right] \cdot \sin m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.3}$$

$$E_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n Z_{mn}(k_n r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.4}$$

$$H_{r1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[D_n \frac{j\beta_n}{k_n} Z'_{mn}(k_n r) + C_n \frac{jkm}{k_n^2 r}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, Z_{mn}(k_n r)\right] \cdot \sin m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.5}$$

$$H_{\theta 1} = -\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[D_n \frac{j\beta_n m}{k_n^2 r} Z_{mn}(k_n r) + C_n \frac{jk}{k_n}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, Z'_{mn}(k_n r)\right] \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.6}$$

$$H_{z1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n Z_{mn}(k_n r) \cdot \sin m\theta \cdot e^{-j\beta_n z} \tag{4.7}$$

(b) リングを装荷した領域（$b_1 \geq r \geq a$）における電磁界分布

$\lambda \gg d_0$ の場合には電磁界は基本波成分のみで近似でき次式で表わされる。

$$E_{r2} = E_{\theta 2} = 0 \tag{4.8}$$

$$E_{z2} = B_0\, U^R_{m0}(\gamma_0 r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.9}$$

$$H_{r2} = B_0 \frac{m}{jkr}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, U^R_{m0}(\gamma_0 r) \cdot \sin m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.10}$$

$$H_{\theta 2} = -B_0 j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, U_{m0}^{R'}(\gamma_0 r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.11}$$

$$H_{z2} = 0 \tag{4.12}$$

(c) コルゲート溝領域（$b \geq r \geq b_1$）における電磁界分布

領域Ⅱの場合と同様に基本波のみで近似すると電磁界成分は次式で表わされる。

$$E_{r3} = E_{\theta 3} = 0 \tag{4.13}$$

$$E_{z3} = A_0 V_{m0}^{R}(\gamma_0 r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.14}$$

$$H_{r3} = A_0 \frac{m}{jkr} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, V_{m0}^{R}(\gamma_0 r) \cdot \sin m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.15}$$

$$H_{\theta 3} = -A_0 j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, V_{m0}^{R'}(\gamma_0 r) \cdot \cos m\theta \cdot e^{-j\beta_0 sp} \tag{4.16}$$

$$H_{z3} = 0 \tag{4.17}$$

ここで

$$V_{m0}^{R}(\gamma_0 r) = \xi_{m0}(\gamma_0 r, \gamma_0 b) / \xi_{m0}(\gamma_0 b_1, \gamma_0 b) \tag{4.18}$$

$$V_{m0}^{R'}(\gamma_0 r) = \delta_{m0}(\gamma_0 r, \gamma_0 b) / \xi_{m0}(\gamma_0 b_1, \gamma_0 b) \tag{4.19}$$

$$U_{m0}^{R}(\gamma_0 r) = \frac{J_m(\gamma_0 r) + F_0 Y_m(\gamma_0 r)}{J_m(\gamma_0 b_1) + F_0 Y_m(\gamma_0 b_1)} \tag{4.20}$$

$$U_{m0}^{R'}(\gamma_0 r) = \frac{J_m'(\gamma_0 r) + F_0 Y_m'(\gamma_0 r)}{J_m(\gamma_0 b_1) + F_0 Y_m(\gamma_0 b_1)} \tag{4.21}$$

F_0は境界条件により定まる定数である。

4.3.2 特性方程式

各領域の境界面における境界条件ならびに式（4.2）～（4.17）から特性方程式を求める。

$r = b_1$における境界条件は $d_1 \simeq d_0$として不連続部で生ずるサセプタンスを無視すると次式で与えられる。

$$\overleftarrow{Y}_{S_3 m} = -\overrightarrow{Y}_{S_2 m} \tag{4.22}$$

ここで，

$$\overleftarrow{Y}_{S_3 m} = \frac{-b_1 \int_{sp}^{sp+d_1} \int_0^{2\pi} [E_{z3} \cdot H_{\theta 3}]_{r=b_1} \, d\theta \, dz}{\left[\int_{sp}^{sp+d_1} E_{z3} \,|\, dz\right]^2_{\substack{r=b_1 \\ \theta=0}}} \tag{4.23}$$

$$\overrightarrow{Y}_{S_2 m} = \frac{b_1 \int_{sp}^{sp+d_0} \int_0^{2\pi} [E_{z2} \cdot H_{\theta 2}]_{r=b_1} \, d\theta \, dz}{\left[\int_{sp}^{sp+d_0} E_{z2} \,|\, dz\right]^2_{\substack{r=b_1 \\ \theta=0}}} \tag{4.24}$$

式（4.9），（4.11），（4.14），（4.16）ならびに式（4.22）からF_0 は次式で与えられる。

$$F_0 = \frac{\frac{d_0}{d_1} V_{m0}^{R'}(\gamma_0 b_1) J_m(\gamma_0 b_1) - J_m'(\gamma_0 b_1)}{Y_m'(\gamma_0 b_1) - \frac{d_0}{d_1} V_{m0}^{R'}(\gamma_0 b_1) Y_m(\gamma_0 b_1)} \tag{4.25}$$

つぎに $r=a$ における境界条件は

$$E_{\theta 1} = E_{\theta 2} = 0 \tag{4.26}$$

$$E_{z1} = \begin{cases} E_{z2} & sp \leq z \leq sp + d_0 \\ 0 & sp + d_0 \leq z \leq sp + p \end{cases} \tag{4.27}$$

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = -\overrightarrow{Y}_{cm} \tag{4.28}$$

ここで

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = \frac{-a \int_{sp}^{sp+d_0} \int_0^{2\pi} [E_{z2} \cdot H_{\theta 2}]_{r=a} \, d\theta \, dz}{\left[\int_{sp}^{sp+d_0} E_{z2} | dz\right]^2_{\substack{r=a \\ \theta=0}}} \tag{4.29}$$

$$\overrightarrow{Y}_{cm} = \frac{a \int_{sp}^{sp+p} \int_0^{2\pi} [E_{z1} \cdot H_{\theta 1}]_{r=a} \, d\theta dz}{\left[\int_{sp}^{sp+p} E_{z1} | dz\right]^2_{\substack{r=a \\ \theta=0}}} \tag{4.30}$$

式（4.26）からC_nとD_nとの関係が，また，式（4.27）からC_nとB_0との関係が求まり，それぞれ，次式で与えられる。

$$D_n = -\frac{\beta_n a \ m}{ka \ k_n a}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\ \frac{C_n}{Z'_{mn}(k_n a)} \tag{4.31}$$

$$C_n = \frac{1}{p\cdot\cos m\theta}\int_{sp}^{sp+d_0} E_{z2}\Big|_{r=a} e^{j\beta_n z}\,dz$$

$$= \frac{d_0}{p}B_0 U^R_{m0}(ka)\,e^{j\frac{\beta_n d_0}{2}}\ \frac{\sin\frac{\beta_n d_0}{2}}{\frac{\beta_n d_0}{2}} \tag{4.32}$$

つぎに，式（4.28）に式（4.25），（4.31），（4.32）を考慮して，式（4.2）～（4.12）を代入するとつぎの特性方程式を得る。

$$j\frac{\varepsilon'_m \pi a}{d_0}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{\frac{d_0}{d_1}\ \frac{\delta_{m0}(ka,kb_1)}{\delta_{m0}(kb_1,ka)}\ V'^R_{m0}(kb_1)+\frac{\delta'_{m0}(kb_1,ka)}{\delta_{m0}(kb_1,ka)}}{1+\frac{d_0}{d_1}\ \frac{\xi_{m0}(ka,kb_1)}{\delta_{m0}(kb_1,ka)}\ V'^R_{m0}(kb_1)}\right]$$

$$= j\frac{\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{ka}{k_n a}\ Z'_{mn}(k_n a)-\frac{ka}{k_n a}\left(\frac{m\beta_n a}{kak_n a}\right)^2\frac{1}{Z'_{mn}(k_n a)}\right]$$

$$\cdot\left(\frac{\sin\frac{\beta_n d_0}{2}}{\frac{\beta_n d_0}{2}}\right)^2$$

$$\simeq j\frac{\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{ka}{k_0 a}\left\{Z'_{m0}(k_0 a)-m^2\left(\frac{\beta_0 a}{kak_0 a}\right)^2\frac{1}{Z'_{m0}(k_0 a)}\right\}\right] \tag{4.33}$$

ただし

$$p \ll \lambda$$

$$k > \beta_0 \tag{4.34}$$

式（4.33）右辺は $-\vec{Y}_{cm}$ であり，左辺は $\overleftarrow{Y}_{sm}$ である。また，式（4.33）は $d_0 \simeq d_1$ の場合であり，$r=b_1$ における不連続部で生ずるサセプタンス B_{dm} を無視している。

B_{dm} を考慮した場合の $r=b_1$ における境界条件は式（4.22）において，$\overleftarrow{Y}_{S_3m}$ の代りに $\overleftarrow{Y}_{S_3m}+B_{dm}$ を用いれば近似的に求まる。[49] このときの特性方程式は式（4.33）における $V'^R_{m0}(kb_1)$ を $V'^R_{m0}(kb_1)+B'd$ で置き換えたものとなる。こ

こで B_{dm} は

$$B_{dm} = j \frac{\varepsilon'_m \pi b_1}{d_1} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} B'_d \tag{4.35}$$

B'_d [50] は

$$B'_d = \frac{2kd_1}{\pi} \left[\ell_n \left(\frac{1-\alpha^2}{4\alpha}\right) \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{2}(\alpha+\frac{1}{\alpha})} + 2 \frac{A+A'+2C}{AA'-C^2} + \left(\frac{kd_1}{8\pi}\right) \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)^{4\alpha} \left(\frac{5\alpha^2-1}{1-\alpha^2} + \frac{4\alpha^2 C}{3A}\right)^2 \right] \tag{4.36}$$

$$\alpha = \frac{d_0}{d_1} < 1$$

$$A = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^{2\alpha} \frac{1 + \sqrt{1-\left(\frac{kd_1}{\pi}\right)^2}}{1 - \sqrt{1-\left(\frac{kd_1}{\pi}\right)^2}} - \frac{1+3\alpha^2}{1-\alpha^2} \tag{4.37}$$

$$A' = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \frac{1 + \sqrt{1-\left(\frac{kd_0}{\pi}\right)^2}}{1 - \sqrt{1-\left(\frac{kd_0}{\pi}\right)^2}} + \left(\frac{3+\alpha^2}{1-\alpha^2}\right) \tag{4.39}$$

$$C = \left(\frac{4\alpha}{1-\alpha^2}\right)^2 \tag{4.40}$$

4.3.3 $\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となる周波数範囲および k_0a の周波数特性

$a \geq r \geq 0$ 領域における電磁界分布を表わす式（4.2）～（4.7）はコルゲート円形導波管の場合と同じである。したがって，特性方程式（4.33）の解である k と β_0 が，コルゲート円形導波管の場合と同一であると，両導波管の電磁界分布は一致する。

すなわち，リング装荷コルゲート円形導波管に対しても，第3章の理論が適用できる。

そこで，ここでは，リング装荷コルゲート円形導波管の k_0a，および，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ をコルゲート円形導波管の k_0a，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ と比較検討することにより，リング装荷コルゲート円形導波管を伝搬する EH_{11} モード波がコルゲート円すいホーンの放射指向特性の広帯域化に有効であることを明らかにする。

(a) $\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となる周波数範囲

リング装荷コルゲート円形導波管が $\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となる周波数範囲の広帯域化に有

効であることを数値計算結果により示す。B_{dm} を考慮した $\overleftarrow{Y}_{sm}$ は式（4.33），（4.35）から次式となる。

$$\overleftarrow{Y}_{sm} = j\,\frac{\varepsilon'_m \pi a}{d_0}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\;\frac{\dfrac{d_0\,\delta_{m0}(ka,\,kb_1)}{d_1\,\delta_{m0}(kb_1,\,ka)}\left\{V'^{R}_{m0}(kb_1)+B'_d\right\}+\dfrac{\delta'_{m0}(kb_1,\,ka)}{\delta_{m0}(kb_1,\,ka)}}{1+\dfrac{d_0\,\xi_{m0}(ka,\,kb_1)}{d_1\,\delta_{m0}(kb_1,\,ka)}\left\{V'^{R}_{m0}(kb_1)+B'_d\right\}} \tag{4.41}$$

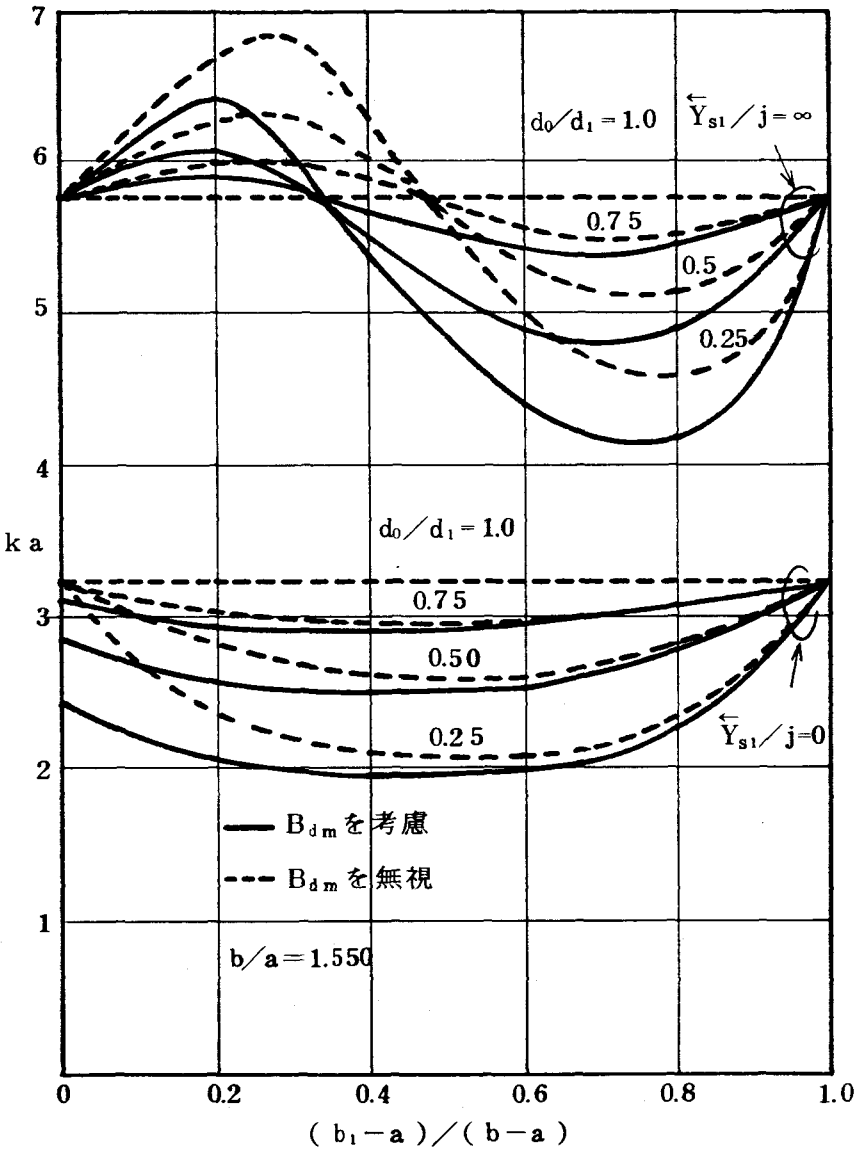


図 4.3　$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が容量性サセプタンスとなる周波数範囲

図4.3に，m=1の場合の $\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲の一例を示す。b/a=1.550の場合であり，横軸は溝の深さに対するリング幅の割合を示し，パラメータは d_0/d_1 である。図中実線は B_{dm} を考慮した場合，破線は B_{dm} を無視した場合である。

Bd_1 の $\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となる周波数範囲に及ぼす影響は $d_0/d_1>0.75$ の場合には小さいことがわかる。

また，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲は $(b_1-a)/(b-a) \simeq 0.25$ のときにもっとも広帯域となり，リング形状によっては1オクターブ以上となる。たとえば，$(b_1-a)/(b-a)=0.25$，$d_0/d_1=0.5$ のリングを装荷すると，リングなしの場合に比べて約1.35倍広帯域となり，1オクターブ以上である。

(b) k_0a の周波数特性

コルゲート円形導波管をホーンに応用した場合に，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \simeq 0$ となる周波数において低サイドローブでかつ回転対称な放射指向特性が得られるのは k_0a が x_{01} に近づくためであり，また，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ となる周波数において，放射指向特性が通常の円すいホーンの場合と同様になるのは k_0a が x'_{11} になるためである。

したがって，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲の広帯域化が図れても，x_{01} となる周波数からわずかにずれると k_0a が急激に x'_{11} に近づくような周波数特性を有する場合には実用上放射指向特性の改善を図ることができない。

図4.4にリング装荷コルゲート円形導波管，および，コルゲート円形導波管の k_0a の周波数特性を示す。両導波管とも b/a=1.188 p/a=0.12 である。図中，実線はリング装荷コルゲート円形導波管の，破線はコルゲート円形導波管の k_0a である。リングを装荷すると $k_0a=x_{01}$ となる周波数と $k_0a=x'_{11}$ となる周波数との間隔が広くなり，k_0a の周波数特性がゆるやかとなる。

図4.5に比帯域と k_0a との関係をより明確にするため，横軸を $\rho=ka/(k_0a=x_{01}$ における $ka)$ としたときの k_0a の変化を示す。1オクターブ以上にわたって，$k_0a>x'_{11}$ である。$\rho \geq 1.75$ と広帯域使用を目的とする場合には，リング装荷コルゲート円形導波管が特に有効である。

図4.6および図4.7に b/a を変えたときの ka と k_0a の関係および $\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ の範囲を，それぞれ，示す。

リングの装荷量を大きくすると $\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる ka の範囲は広帯域となる。しかし，$k_0a=x_{01}$ 近傍で k_0a の周波数特性が強くなるので，要求される比帯域との関連において最も有効なようにリングの装荷量を決めなければならない。

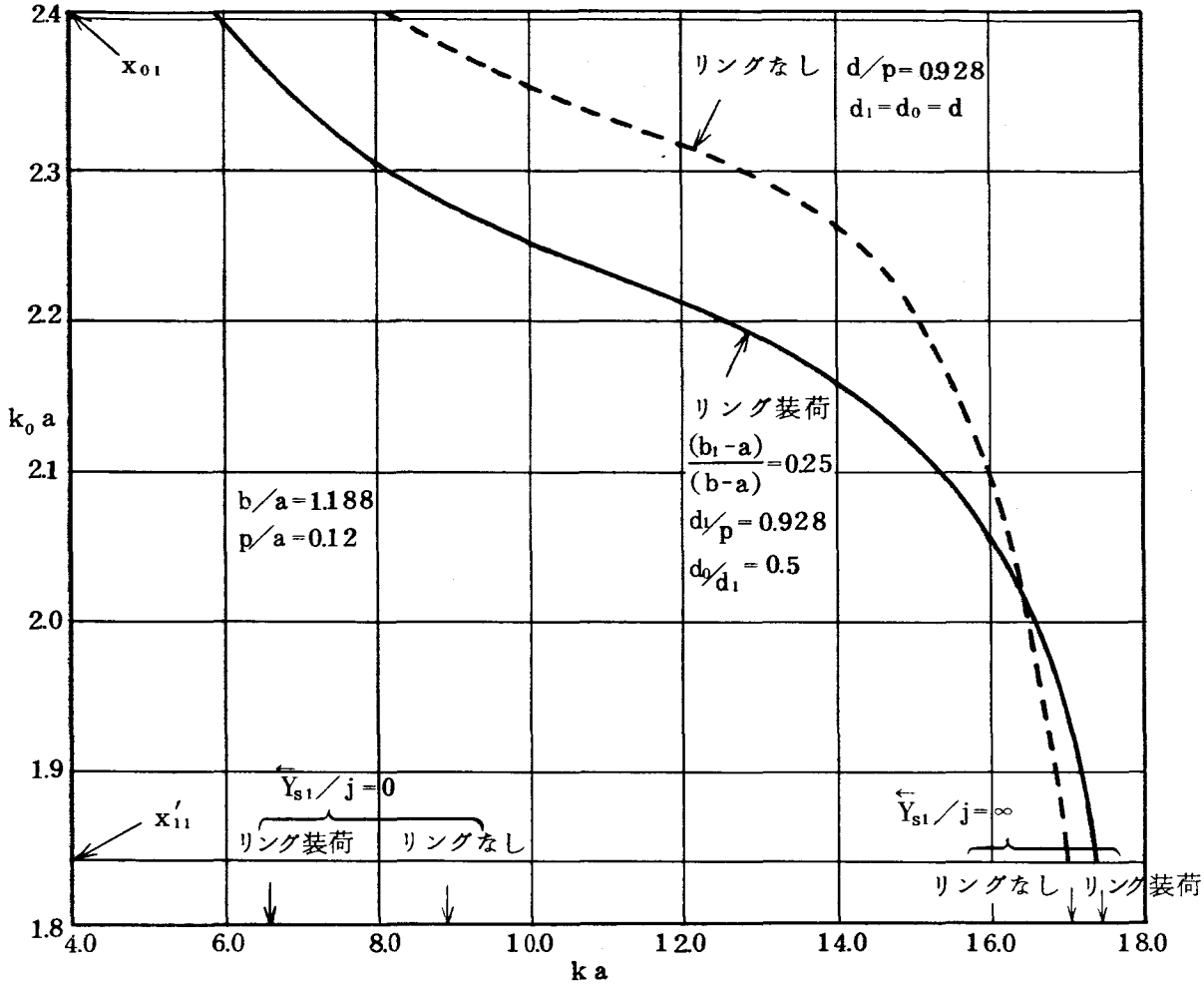


図 4.4　ka ～ k_0 a

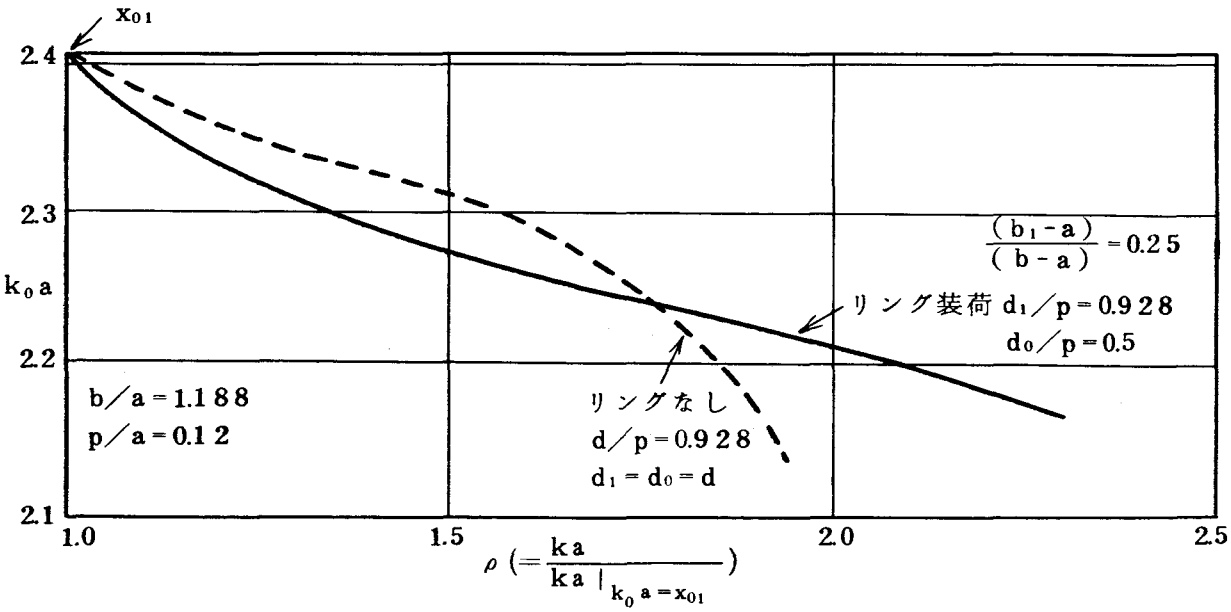


図 4.5　ρ ～ k_0 a

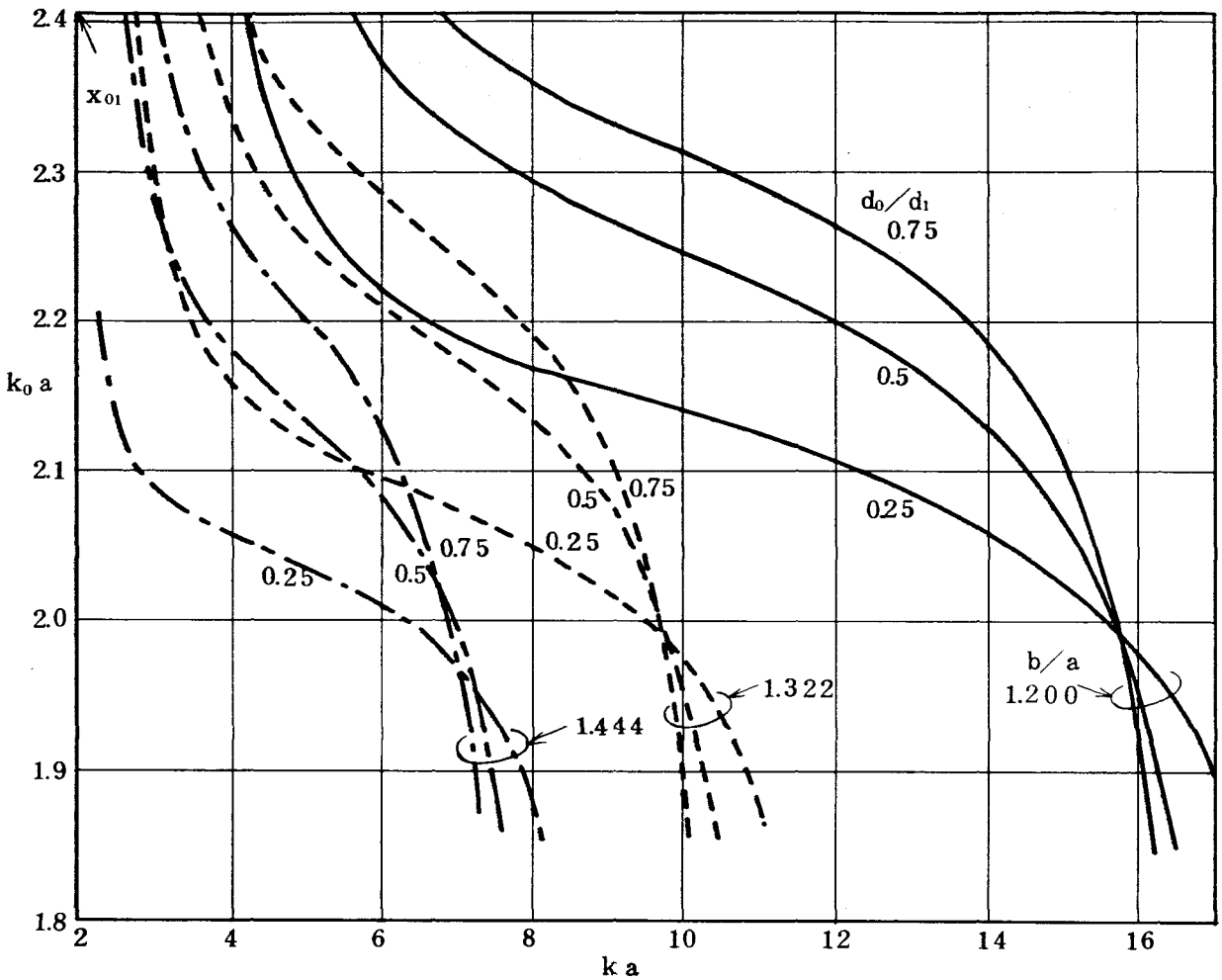


図 4.6　k a ～ k_0 a

p／a＝0.12　d_1／p＝0.928

(b_1－a)／(b－a)＝0.25

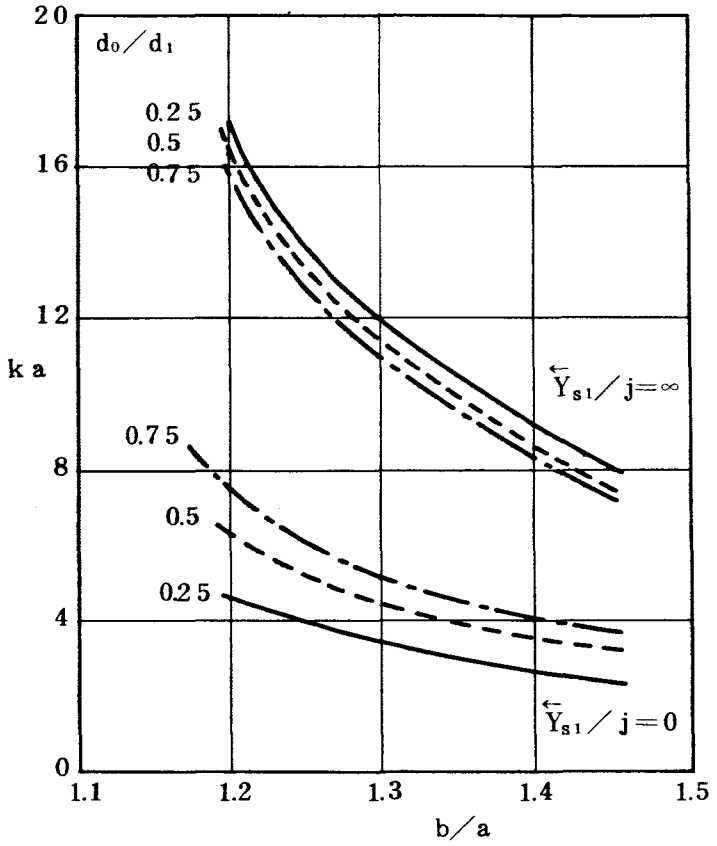


図 4.7　$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ および $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ となる k a

$p/a=0.12$　$d_1/p=0.928$

$(b_1-a)/(b-a)=0.25$

4.4　リング装荷コルゲート円すいホーンの放射指向特性の実測例

リンゲ装荷コルゲート円形導波管がコルゲート円すいホーンの広帯域化に有効であることを確認するため，リング装荷コルゲート円すいホーンを試作し放射指向特性の実測を行なった。この試作ホーンは，3.6.1 で述べたコルゲート円すいホーンにリングを付加した形状となっている。

4.4.1　リング装荷コルゲート円すいホーンの形状

リング装荷コルゲート円すいホーンの設計には 3.5 で述べた k_0a を用いるコルゲート円すいホーンの設計理論がそのまま適用できる。この場合，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j\geq 0$ となる周波数範囲の広帯域化は d_0/d_1 を小さくすることによって図れるが，d_0/d_1 を小さくすると k_0a の周波数特性が $k_0a\simeq x_{01}$ となる周波数の近傍において強くなることに注意しなければならない。

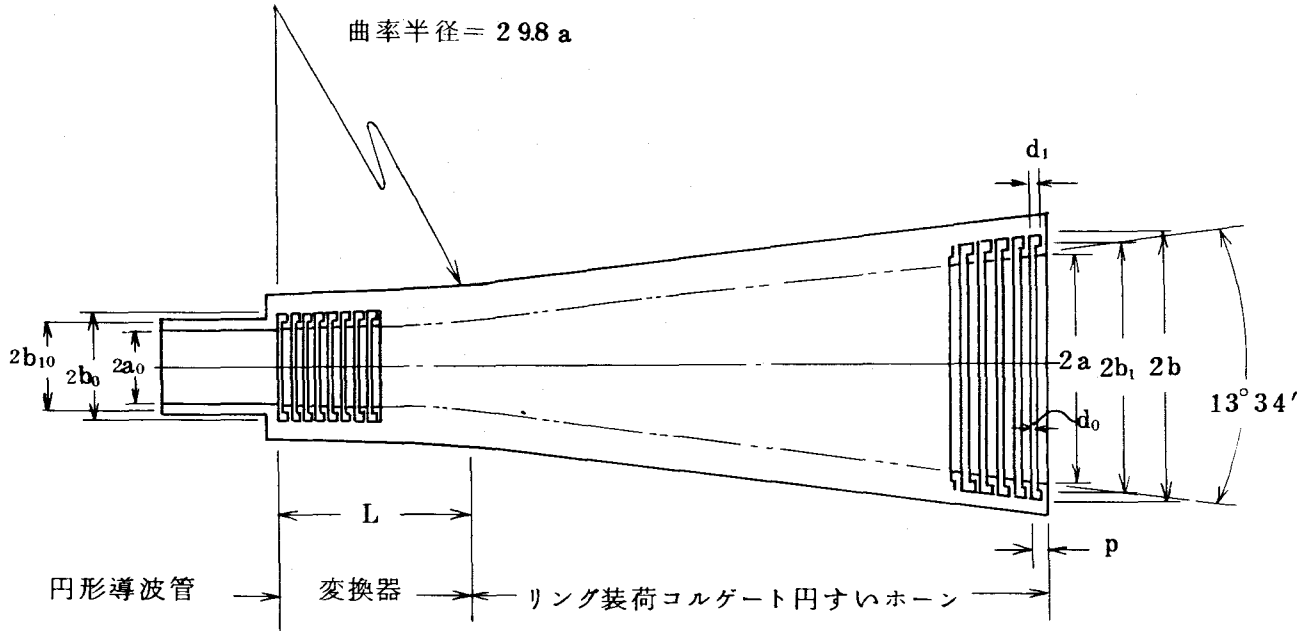


図 4.8　試作リング装荷コルゲート円すいホーン

$a/a_0=2.95$　$d_1/p=0.928$　$(b_1-a)/(b-a)=0.25$　$b-a=b_0-a_0$

$p/a=0.12$　$d_0/d_1=0.5$　$b/a=1.188$　$b_0/a_0=1.553$　$L=19p$

図 4.8 にリング装荷コルゲート円すいホーンの形状を示す。開口径は $a/a_0=2.95$, 開き角は 13°34′ であり，開口面にもっと近いコルゲート溝形状は $d_0/d_1=0.5$，$(p-d_1)/p=0.072$，$(b_1-a)/(b-a)=0.25$ である。

円形導波管とリング装荷コルゲート円すいホーンとの変換器においては，ひれの内径は管軸方向に円弧テーパ状に変化しており，変換器部は 19 段からなっている。また，変換器のコルゲート溝では，深さおよび，リングの幅は，ホーン部と同じであるが，他の形状が管軸方向に除々に変形している。

このアンテナホーンの開口における k_0a の周波数特性の理論値は図 4.4 の場合と同様であり，$17.4 \geq ka \geq 6.55$ の範囲において，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が容量性サセプタンスを呈し，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ における k_0a は 2.365 である。

4.4.2　放射指向特性およびＶＳＷＲの実測結果

(a)　放射パターン

図 4.9 に試作したリング装荷コルゲート円すいホーンの外観写真を示す。また，図4.10に遠隔領域の放射パターンを示す。図中，実線はＥ面パターン，破線はＨ面パターンを示す。

$ka=6.5$ においては，k_0a が 2.365 と x_{01} に近い値となるため従来のコルゲート円すいホーンと同様にＥ面とＨ面との放射パターンがよく一致している。

図 4.11 に −10dB におけるビーム幅（半値）の実測値と 3.6.2 の場合と同様にして求めた理論値とを対比して示す。理論値と実測値とはよく一致している。

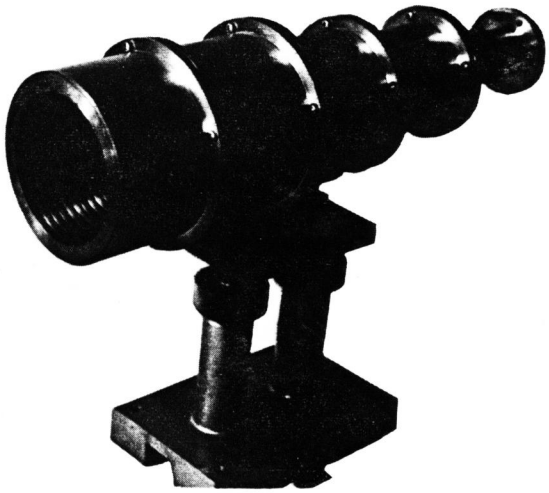
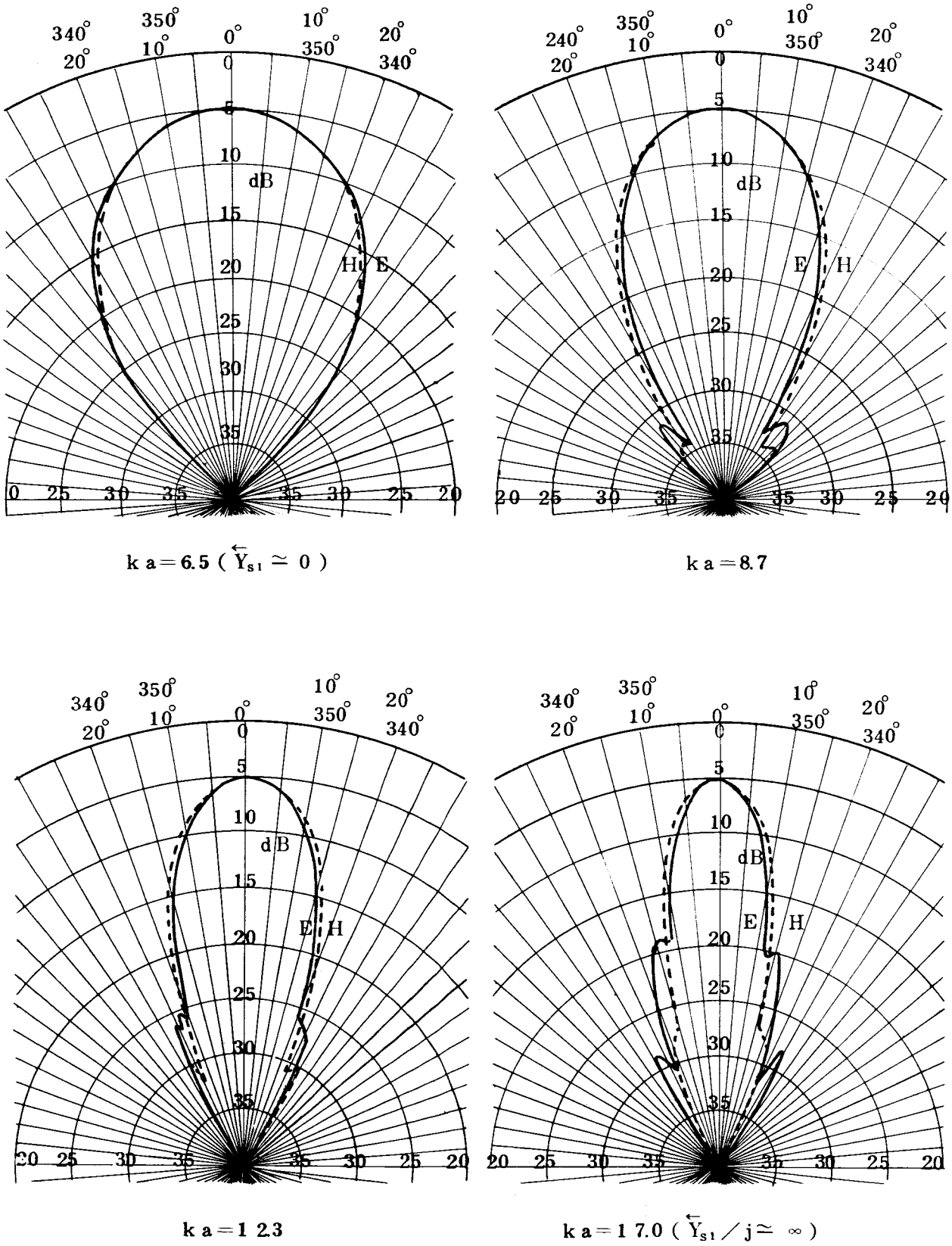


図 4.9　リング装荷コルゲート円すいホーンの外観



k a = 6.5 ($\overleftarrow{Y}_{s1} \simeq 0$)

k a = 8.7

k a = 1 2.3

k a = 1 7.0 ($\overleftarrow{Y}_{s1} / j \simeq \infty$)

図 4.1 0　放射パターン (t ≃ 0)

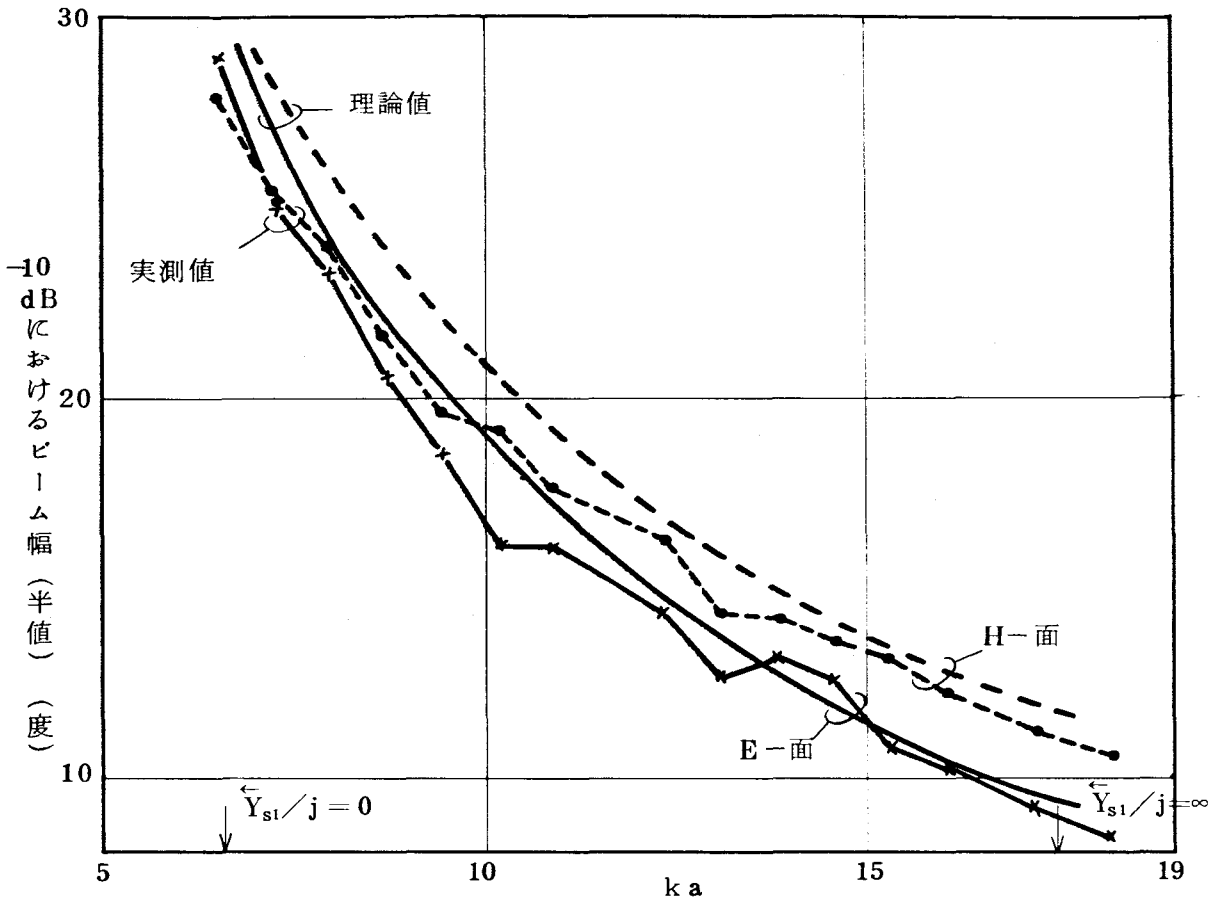


図 4.11　ビーム幅（半値）

（ $t \simeq 0$ ）

(b)　VSWR特性

円形導波管とリング装荷コルゲート円すいホーンとの変換器からみたVSWR特性の実測結果を図4.12に示す。$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる周波数がリング装荷によって低くなっているため，第3章で示した従来のコルゲート円すいホーンの場合より低い周波数から良好なVSWR特性が得られている。

図4.10，図4.12に示す放射パターンおよびVSWR特性からこのリング装荷コルゲート円すいホーンの使用可能周波数範囲は $6.7 \leq ka \leq 17.0$ と1オクターブ以上であることがわかる。3.6.1に示した従来のコルゲート円すいホーンに比べるとリング装荷によって使用可能周波数帯域が1.35倍広帯域となっている。

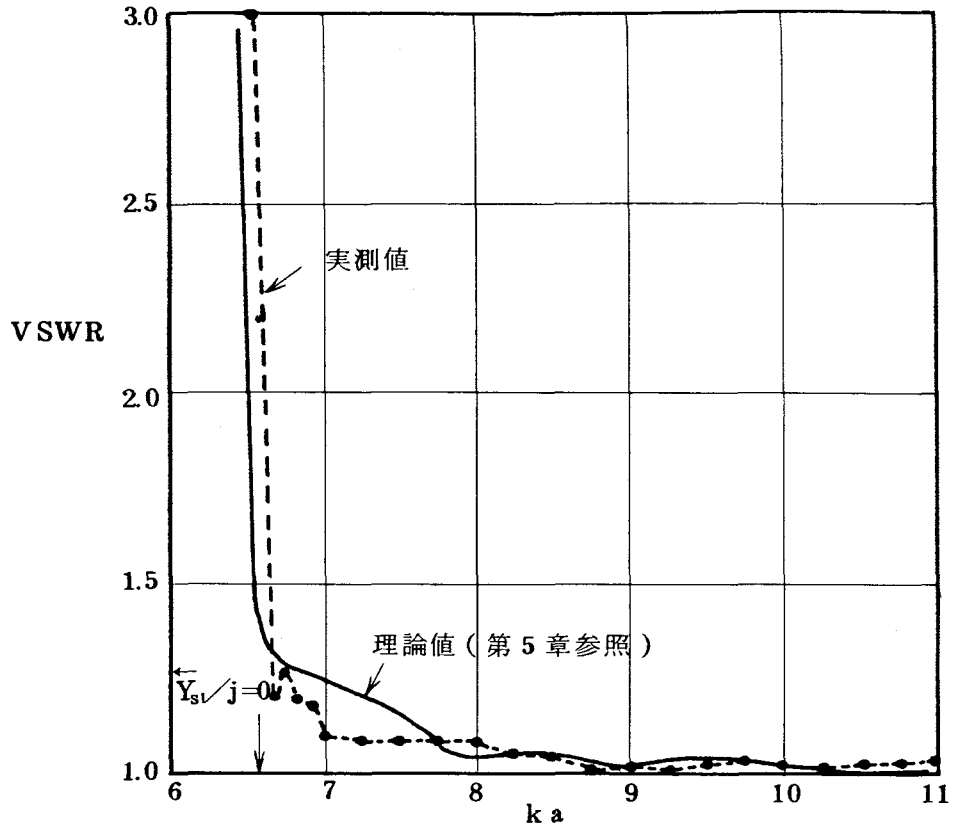


図4.12　VSWR特性

4.4.3　コルゲート円すいホーンとの対比

国際商用衛星通信においては，衛星からの下り回線が4 GHz帯（3.7～4.2GHz），地球局からの上り回線が6GHz帯(5.925～6.425GHz)である。[52] いま，VSWRの許容値を1.10以下とし，3.6.1に示した従来のコルゲート円すいホーンおよび，4.4.2に示したリング装荷コルゲート円すいホーンを前述の周波数帯で用いることを検討する。

VSWRに対する要求から決まる最低周波数におけるkaは，コルゲート円すいホーンの場合は図3.22から ka＝9.25，また，リング装荷コルゲート円すいホーンの場合は図4.12から ka＝7.25 となる。

一方最高使用周波数は，最低周波数の1.74（≒6.425／3.7）倍である。したがって，コルゲート円すいホーン，およびリング装荷コルゲート円すいホーンの使用周波数範囲におけるkaは，それぞれ，9.25≦ka≦16.1，および 7.25≦ka≦12.6 となる。

このkaの範囲における最低の k_0a を，図3.18，および図4.4から求めると，コルゲート円すいホーンでは k_0a＝2.08，リング装荷コルゲート円すいホーンでは

$k_0 a = 2.20$ である。

この例からも明らかなようにリング装荷コルゲート円すいホーンでは高い周波数における $k_0 a$，すなわち，放射指向特性が改善でき，コルゲート円すいホーンの広帯域化に有効であることがわかる。

4.5 結 言

コルゲート円すいホーンの広帯域化を目的として考案したリング装荷コルゲート円形導波管について理論的および実験的検討を行なった。

まず，スミス図表を用いてコルゲート溝にリングを装荷すると $\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数帯が1オクターブ以上となることを定性的に明らかにした。つぎに，リング装荷コルゲート円形導波管の解析を行ない，リング形状と $\overleftarrow{Y}_{s1}$ との関係，および $k_0 a$ の周波数特性について検討した。

リング装荷コルゲート円形導波管においては，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる周波数範囲は d_0/d_1 にほとんど関係なく，$(b_1 - a)/(b - a) \simeq 0.25$ のとき最も広く，1オクターブ以上となり得る。

そして，この周波数範囲においては，$k_0 a$ が x'_{11} と x_{01} との間にあり，放射指向特性の改善に有効な電磁界分布が得られることがわかった。とくに，使用せんとする帯域の上限周波数が下限周波数に対して1.76倍以上となる場合は，リング装荷コルゲート円すいホーンの方が従来のコルゲート円すいホーンより優れた放射指向特性を高い周波数範囲で呈する。

最後に，リング装荷コルゲート円すいホーンを試作し，放射パターン，および，VSWR特性の測定を行なった。リングを装荷することにより，従来のコルゲート円すいホーンに比べて，使用可能周波数帯域を約1.35倍広帯域にすることができた。

また，リング装荷コルゲート円すいホーンの設計には，$k_0 a$ をパラメータとして用いる第3章で述べたコルゲート円すいホーンの設計法がそのまま適用できる。

第5章　コルゲート円すいホーンと円形導波管との変換器の設計法

5.1　序　言

アンテナの一次放射器に反射源があると，反射損失の増加となったり，また，円偏波を用いる通信方式においては楕円偏波率の劣化，交差偏波識別度の劣化につながる重要な問題となる。

コルゲート円すいホーンと円形導波管を直接接続すると，ホーンの喉元部を伝搬する EH_{11} モード波と，それにつながる円形導波管を伝搬する TE^{o}_{11} モード波との伝搬特性が異なるため接続部において大きな反射波が生じる。

このため，コルゲート円すいホーンの実用化に際しては，円形導波管とコルゲート円すいホーン，あるいはコルゲート円形導波管との良好な変換器を得ることが重要となる。本章では，両導波管変換器の特性改善ならびに変換器の設計法について述べる。

通信用アンテナ給電回路においては，一次放射器と送受信機との間に送受信波を分波するための分波装置，偏波変換器などの回路部品を設けることがしばしば要求される。この場合，偏波変換器などの内径は TM^{o}_{11} モード波以上の高次モード波が伝搬しない内径まで大きくする。これは，このような内径の円形導波管においては基本波である TE^{o}_{11} モード波の他には TM^{c}_{01}，TE^{o}_{21} モード波しか伝搬しないため，分波装置，偏波変換器が設けられる導波管部の横断面内形状を管軸に対して軸対称とすることにより，これら高次モード波を発生することなく，広帯域な分波器，偏波変換器を得ることができるためである。

そこで，本章では，広帯域ではあるが高次モード波を考慮する必要のない，すなわち，TM^{o}_{11} モード波がしゃ断状態（$ka < x_{11}$）にある円形導波管と，この導波管の内径とひれの内径が等しいコルゲート円形導波管との変換器を取り扱う。

コルゲート円形導波管モード波の通過帯域はコルゲート溝形状によって異なるが，コルゲート円すいホーンのように b/a が比較的小さいと，$ka < x_{11}$ の周波数範囲において伝搬するモード波は，HE_{11}，EH_{11}，TM^{c}_{01}，TM^{c}_{02}，HE_{21}，EH_{21} モード波である。（図6.1参照）。

したがって，コルゲート円形導波管が理想的に回転対称であると HE_{11} モード波以外の不要モード波は発生しない。[51] このため，HE_{11} モード波の抑制が可能であれば，上述のような変換器は，主として，VSWR特性によって評価できる。

従来のこの種の変換器に，G.H.Bryant[20][26] が考案したコルゲート溝の深さを変える方式の変換器がある。しかし，この変換器は周波数帯域が狭い欠点がある。

変換器の広帯域化を図る目的で，ひれの厚みを変える方式，および，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の二つの変換器を考案した。本章では，まず，第2節，第3節においてこれらの変換器の特性を明らかにし，つぎに，第4節において，従来明確にされていない円形導波管とコルゲート円形導波管との変換器の設計方法について述べる。この設計においては，コルゲート円形導波管の特性インピーダンスとして電圧インピーダンスを用い変換器のVSWRを求めている。最後に第5節において試作変換器のVSWRの実測結果と理論値との対比を示す。両者はよく一致し，電圧インピーダンスを用いる変換器の設計方法が十分実用的であることを示すとともに，リングを装荷する方式の変換器が従来のコルゲート円すいホーンの使用可能周波数帯域を1オクターブまで広帯域化できることを示す。

5.2 従来の変換器

良好な変換器を得るには，変換器部において，コルゲート溝の形状を徐々に変えて，コルゲート溝を伝搬する EH_{11} モード波の電磁界分布を徐々に TE_{11}^{0} モード波の電磁界分布に近づけた後，このコルゲート円形導波管を，ひれの内径と等しい内径の円形導波管に接続すればよい。

EH_{11} モード波の電磁界分布は3.3で述べたようにコルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{s1}$ により変化する。再記すると，たとえば，コルゲート溝の深さが浅く，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな誘導性サセプタンスを呈すときは，$k_0 a \simeq x_{11}$ となり，EH_{11} モード波の電磁界分布は TM_{11}^{0} モード波の電磁界分布に近づく，また，コルゲート溝の深さが深く，約半波長になると，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな容量性サセプタンスを呈し，$k_0 a \simeq x'_{11}$ となり，EH_{11} モード波の電磁界分布は TE_{11}^{0} モード波の電磁界分布に近づく。

G·H·Bryant は，円形導波管とコルゲート円形導波管を接続するとき，図5.1に示すように，円形導波管側に近づくにつれてコルゲート溝を深くし，半波長に近づけることにより両導波管の良好な変換器を得た。

図5.1中に示すように，この変換器においては，$b-a=\lambda/4$ のときに $b'_1-a=\lambda/2$ と設計されているので，一様コルゲート円形導波管を伝搬する EH_{11} モード波の横断面内電磁界の振幅分布が回転対称となる周波数において良好なVSWR特性を得ることができる特徴がある。

しかし，この変換器においては，b'_1-a が半波長から異なると特性が悪くなり，しかも，コルゲート溝が深いため周波数帯域が狭い難点がある。

たとえば，周波数が高くなり，$b-a=1.5\lambda/4$ の場合を考えると，$b'_1-a=3\lambda/4$ となる。すなわち，この周波数においては円形導波管に隣接する最も深いコルゲート溝

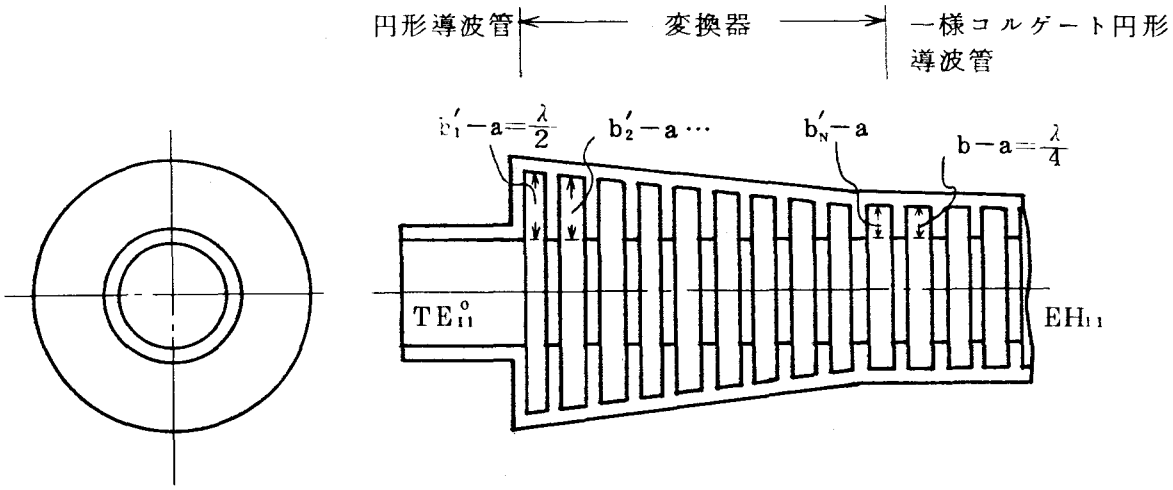


図 5.1　従来の変換器

の $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となり大きな反射波が生じる。

このため，たとえば，コルゲート円すいホーンを国際商用衛星通信地球局用アンテナの一次放射器に用いる場合には，使用上限周波数が下限周波数の約1.74倍（3.7～6.425GHz）あるため，広帯域な変換器の開発が要求される。

5.3　変換器の広帯域化

変換器の広帯域化は変換器を構成するコルゲート円形導波管のコルゲート溝の呈するアドミタンスが，円形導波管側に近づくにつれて，大きな容量性サセプタンスを広帯域に呈するように設計することによって図れる。

ここでは，広帯域な変換器として考案した二種類の変換器の特性について述べる。

5.3.1　ひれの厚みを変える方式の変換器

コルゲート溝の呈するアドミタンス $\overleftarrow{Y}_{s1}$ は式（2.82）で与えられ再記すると，

$$\overleftarrow{Y}_{s1}=j\left[\frac{\pi a}{d}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\right]\cdot V_{10}'(ka) \qquad (2.82)$$

右辺〔　〕内は，コルゲート溝の特性アドミタンスであり，コルゲート溝の幅に関係する。また，$V_{10}'(ka)$ はコルゲート溝の深さによって決まる値である。5.2で述べた変換器は $V_{10}'(ka)$ を大きくし，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ を大きな容量性サセプタンスとする変換器である。

これに対しひれの厚みを変える変換器は〔　〕内，すなわち，特性アドミタンスを大きくすることによって $\overleftarrow{Y}_{s1}$ を大きな容量性サセプタンスとするものである。

ひれの厚みを厚くすると，図2.7，および図3.7に示すように，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$となる周波数範囲においては，$EH_{11}$モード波の$k_0a$が$TE_{11}^{o}$モード波の$k_0a$，すなわち，$x_{11}'$に近づく，したがって，図5.2に示すように，円形導波管側に近づくにつれてひれの厚みを次第に厚くし，かつ，変換器部のコルゲート溝の深さを一様コルゲート円形導波管

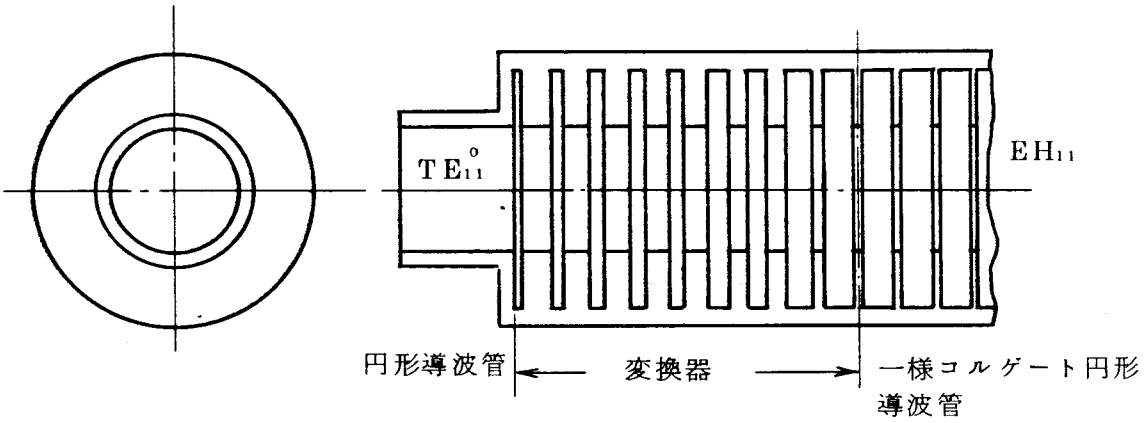


図 5.2　ひれの厚みを変える方式の変換器

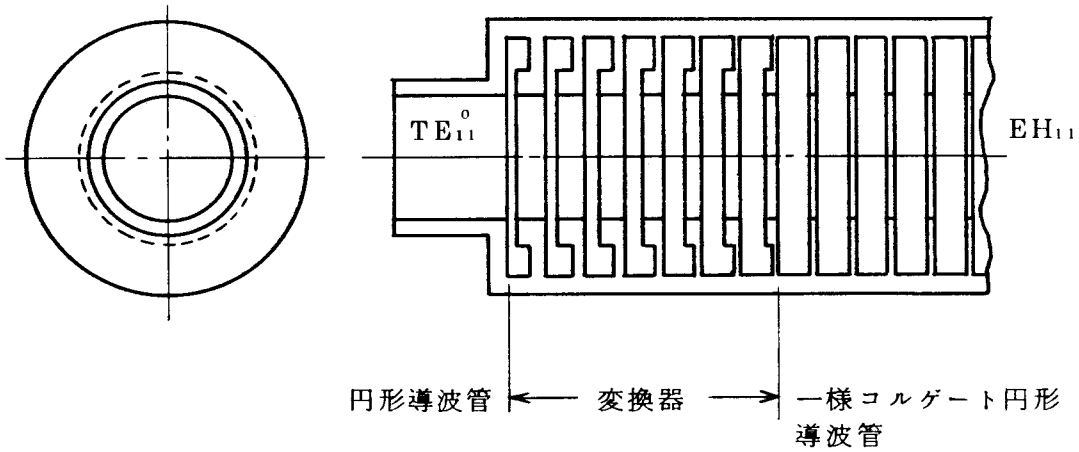


図 5.3　リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器

の深さと同一に設計した変換器においては，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$　となる周波数範囲において，広帯域に良好なVSWR特性を得ることができる。

しかし，この変換器においては，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ すなわち，k_0aがx_{01}となり，横断面内の電磁界の振幅が回転対称となる周波数において良好なVSWR特性が得られない難点がある。この難点は変換器部のコルゲート溝の深さを従来の変換器のように，一様コルゲート円形導波管のコルゲート溝の深さより，やや深くすることによって除

去できるが，その場合には，周波数帯域が1オクターブより若干狭くなる。

5.3.2 リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器

リング装荷コルゲート円形導波管では，1オクターブ以上にわたって$\overleftarrow{Y}_{s1}$が容量性サセプタンスを呈する。したがって，この特性を変換器に応用すると広帯域な変換器を得ることができる。

図5.4にリング装荷コルゲート円形導波管の $ka-\beta_0 a$ 曲線の一例を示す。リング装荷により，$ka-\beta_0 a$ 曲線が次第に $k_0 a=x'_{11}$ の曲線に近づく，したがって，図5.3のように，コルゲート円形導波管側から円形導波管側に近づくにつれてリングの装荷量を多くすれば，円形導波管側に近づくにつれて，EH_{11}モード波の電磁界分布はTE°_{11}モード波の電磁界分布に近づく，しかもこの特性は $\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となる周波数範囲において得られるので，リング形状を適当に選ぶと1オクターブ以上にわた

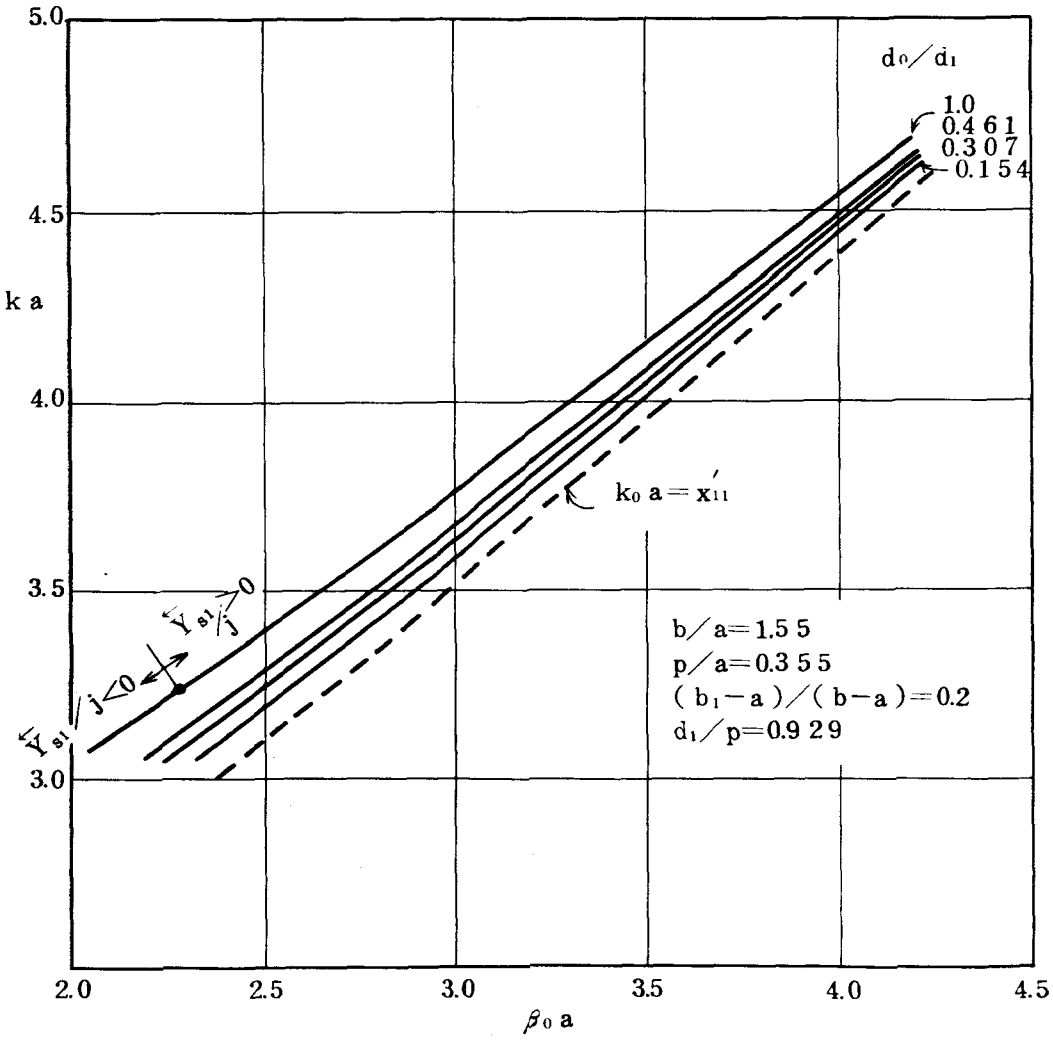


図5.4　リング装荷コルゲート円形導波管の $ka-\beta_0 a$ 曲線

って得ることができる。したがって，この変換器では，一様コルゲート円形導波管において，EH_{11} モード波の電磁界分布が放射指向特性の改善に有効な分布を呈する1オクターブの周波数範囲にわたって良好なＶＳＷＲ特性を得ることができる。

5.4 変換器の設計

第2節，第3節で述べた変換器は，いずれも，変換器部においてコルゲート円形導波管の特性を徐々に変化し円形導波管の特性と一致させることにより良好なＶＳＷＲ特性を得ようとする。いわゆる，テーパ形[53]の変換器である。

ここでは，これらの変換器の反射係数および反射係数を求めるための EH_{11} モード波に対する電圧インピーダンスについて検討し，変換器の設計に必要な諸式を与える。

5.4.1 反射係数

テーパ形変換器のように線路特性が伝搬軸方向にゆるやかに変化している場合の反射係数について検討する。

伝送線路においては一般につぎの伝送線路方程式が成立する。[54]

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dz} &= -Z(z)\,i \\ \frac{di}{dz} &= -Y(z)\,v \end{aligned}\right\} \qquad (5.1)$$

ここで，v，および i は線路電圧および電流，Z(z)および Y(z) は線路単位長あたりの直列インピーダンスおよび並列アドミタンスである。

また，特性インピーダンスを $Z_0^0(z)$，伝搬定数を $\gamma(z)$ とすると $Z_0^0(z)$，および $\gamma(z)$ は，それぞれ

$$\left.\begin{aligned} Z_0^0(z) &= \sqrt{Z(z)/Y(z)} \\ \gamma(z) &= \sqrt{Z(z)\cdot Y(z)} \end{aligned}\right\} \qquad (5.2)$$

で表わされる。そして，各点における電圧反射係数 $\rho(z)$ は

$$\rho(z) = \frac{v/i - Z_0^0(z)}{v/i + Z_0^0(z)} \qquad (5.3)$$

となる。式（5.1）～（5.3）から $\rho(z)$ はつぎの微分方程式を解くことによって求まる。[53]

$$\frac{d\rho(z)}{dz} - 2\gamma(z)\rho(z) + \frac{1}{2}\frac{d\ell_n Z_0^0(z)}{dz}(1-\rho^2(z)) = 0 \qquad (5.4)$$

式（5.4）は伝送線路のz方向への特性変化が小さく

$$\rho^2(z) \ll 1 \qquad (5.5)$$

が成立する場合には

$$\frac{d\rho(z)}{dz} - 2\gamma(z)\rho(z) + \frac{1}{2}\frac{d\ell_n Z_0^0(z)}{dz} = 0 \qquad (5.6)$$

で近似できる。式（5.6）をz＝Lにおいて$\rho(L)=0$の境界条件のもとに解くと，z＝0における反射係数$\rho(o)$は[55]

$$\rho(o) = \int_0^L \frac{1}{2}\frac{d\ell_n Z_0^0(z)}{dz}\exp\left[-2\int_0^z \gamma(\zeta)\,d\zeta\right]dz \qquad (5.7)$$

となり，$Z_0^0(z)$，および$\gamma(z)$がわかれば$\rho(o)$を求めることができる。

5.4.2 変換器の等価回路および反射係数の近似式

図5.1～図5.3に示すような，コルゲート溝形状の異なるコルゲート円形導波管あるいはリング装荷コルゲート円形導波管により構成されたテーパ形変換器は，変換器部の各部の特性がそれと同一コルゲート溝形状の一様なコルゲート円形導波管あるいはリング装荷コルゲート円形導波管の特性で近似できると考えることができ，図5.5のような伝送線路で表示できる。

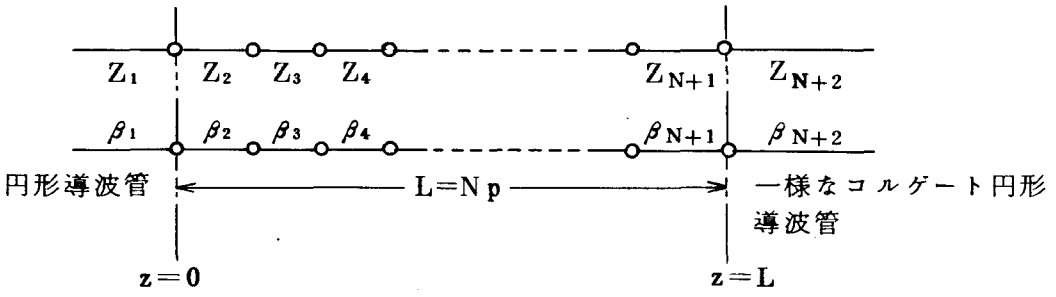


図5.5　等価回路

ここで，Z_1およびβ_1は円形導波管の特性インピーダンスおよび位相定数，また，Z_{N+2}，およびβ_{N+2}は一様コルゲート円形導波管の特性インピーダンスおよび位相定数である。

いま，段数Nを

$$\rho_q^2 = \left(\frac{Z_q - Z_{q-1}}{Z_q + Z_{q-1}} \right)^2 << 1 \qquad (5.8)$$

が成立するように多くすると，式（5.7）に積分表示で示す反射係数は次式で表わされる。

$$\rho(0) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} + \sum_{q=2}^{N+1} \frac{Z_{q+1} - Z_q}{Z_{q+1} + Z_q} e^{-2j\frac{L}{N}\sum_{i=2}^{q}\beta i} \qquad (5.9)$$

式（5.9）に，各段におけるコルゲート円形導波管の特性インピーダンスおよび位相定数を代入すれば，変換器の反射係数を求めることができ変換器を設計することができる。

5.4.3 電圧インピーダンス

式（5.9）を用い変換器の反射係数を求めるには特性インピーダンス，および位相定数が必要である。位相定数は式（2.79），あるいは，式（4.33）から，それぞれ，コルゲート円形導波管あるいは，リング装荷コルゲート円形導波管の場合について求めることができる。

ここでは，コルゲート円形導波管，および，リング装荷コルゲート円形導波管の特性インピーダンスとして，電圧インピーダンスを用いることにし，電圧インピーダンスを導出しその特性を明確にする。

(a) 電圧インピーダンスの導出

EH_{11} モード波の電圧インピーダンスを次式で定義する。

$$Z_V^C = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{P_0} \qquad (5.10)$$

ここで，

Z_V^C ： 電圧インピーダンス

P_0 ： 導波管中の伝送電力

$$V_0 = 2\int_0^a E_{r1}\Big|_{\theta=0} dr \qquad (5.11)$$

伝送電力 P_0 は円筒部領域の周方向および径方向電磁界から次式で求まる。

$$P_0 = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^{2\pi}(E_{r1}\times H_{\theta 1}^{*} - E_{\theta 1}\times H_{r1}^{*})\,r\,dr\,d\theta \qquad (5.12)$$

$k > \beta_0$，$p \ll \lambda$ とすると，この場合には空間高調波成分を無視することができる。P_0 は式（3.1）～（3.4）からつぎのように表わされる。

$$P_0 = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^{2\pi}\Bigg[C_0 D_0 (k^2-\beta_0^2)\frac{Z'_{10}(k_0 r)Z_{10}(k_0 r)}{k_0^3 r}$$

$$+\left(D_0^2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\cos^2\theta + C_0^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sin^2\theta\right)k\beta_0\frac{Z_{10}^2(k_0 r)}{k_0^4 r^2}$$

$$+\left(D_0^2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sin^2\theta + C_0^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cos^2\theta\right)k\beta_0\frac{Z'^2_{10}(k_0 r)}{k_0^2}\Bigg]\,r\,dr\,d\theta \qquad (5.13)$$

式（5.13）は積分公式[56]

$$\int J'_m(k_0 r)J_m(k_0 r)\,dr = \frac{1}{2k_0}J_m^2(k_0 r)$$

$$\int\left[J'^2_m(k_0 r) + \left(\frac{m}{k_0 r}\right)^2 J_m^2(k_0 r)\right]r\,dr$$

$$= \frac{r^2}{2}\Bigg[\left(1-\frac{m^2}{k_0^2 r^2}\right)J_m^2(k_0 r) + \frac{2m}{k_0 r}J_m(k_0 r)J'_m(k_0 r)$$

$$+ J'^2_m(k_0 r)\Bigg] \qquad (5.14)$$

を用いて求めることができ次式となる。

$$P_0 = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,\pi\left(\frac{p}{d}C_0\right)^2\frac{1}{k_0^4}\Bigg[\xi\cdot(k^2+\beta_0^2)$$

$$+\left\{2-k_0^2 a^2\left(1+\frac{J_0^2(k_0 a)}{J_1^2(k_0 a)}\right)\right\}\frac{k\beta_0(1+\xi^2)}{2}\Bigg] \qquad (5.15)$$

ここで

$$\xi = \frac{\beta_0 a J_1(k_0 a)}{k a k_0 a J'_1(k_0 a)} \qquad (5.16)$$

また $\theta=0$ における電圧 V_0 は

$$V_0 = 2\int_0^a \left| j\frac{p}{d} C_0 \left[\frac{\beta_0 a J_1'(k_0 r)}{k_0 a J_1(k_0 a)} - \xi \cdot \frac{k a J_1(k_0 r)}{k_0 a J_1(k_0 a)} \frac{1}{k_0 r} \right] \right| dr$$

$$= 2\frac{p}{d} C_0 \left[\frac{\beta_0 a J_1(k_0 a)}{k_0 a J_1(k_0 a)} \frac{1}{k_0} - \xi \cdot \frac{k a}{k_0 a} \frac{1}{J_1(k_0 a) k_0} \int_0^{k_0 a} \frac{J_1(k_0 r)}{k_0 r} dk_0 r \right] \tag{5.17}$$

となる。

$$\int_0^x \frac{J_1(x)}{x} dx = J_1(x) + 2\sum_{q=1}^{\infty} J_{2q+1}(x) \tag{5.18}$$

を考慮し，式（5.15），（5.17）を式（5.10）に代入すると Z_V^C は次式で与えられる。

$$Z_V^C = 8\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\left[-ka \frac{\xi}{J_1(k_0 a)} \left\{ J_1(k_0 a) + 2\sum_{q=1}^{\infty} J_{2q+1}(k_0 a) \right\} + \beta_0 a \right]^2}{-\pi k a \beta_0 a \left[\left\{ 2 - (k_0 a)^2 \left(1 + \frac{J_0^2(k_0 a)}{J_1^2(k_0 a)}\right) \right\} (1+\xi^2) + \frac{2\xi(k^2+\beta_0^2)}{k\beta_0} \right]} \tag{5.19}$$

また，円形導波管の TE_{11}^{o} モード波の電圧インピーダンス Z_V^O は式（5.19）において，$k_0 a = x_{11}'$ とすることによって

$$Z_V^O = 8\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{k a}{\beta_0 a} \frac{\left\{ J_1(k_0 a) + 2\sum_{q=1}^{\infty} J_{2q+1}(k_0 a) \right\}^2}{\left\{ (k_0 a)^2 - 1 \right\} \pi J_1^2(k_0 a)} \tag{5.20}$$

となる。

(b) 電圧インピーダンスの特性

特性方程式から求まるコルゲート円形導波管およびリング装荷コルゲート円形導波管の EH_{11} モード波の k，β_0 を，式（5.19）に代入すると，それぞれの導波管の EH_{11} モード波に対する電圧インピーダンスを求めることができる。

図 5.6 に，コルゲート円形導波管の電圧インピーダンスの周波数特性の一例を示す。図中実線は半径 a の円形導波管，また，破線はひれの半径 a，b／a＝1.55 のコルゲート円形導波管の，TE_{11}^{o} および EH_{11} モード波の電圧インピーダンスである。周波数が高くなると TE_{11}^{o} モード波の電圧インピーダンスは低くなるが，EH_{11} モード波の電圧インピーダンスは高くなる。そして，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j = \infty$ となる周波数において二つの電圧インピーダンスは一致する。

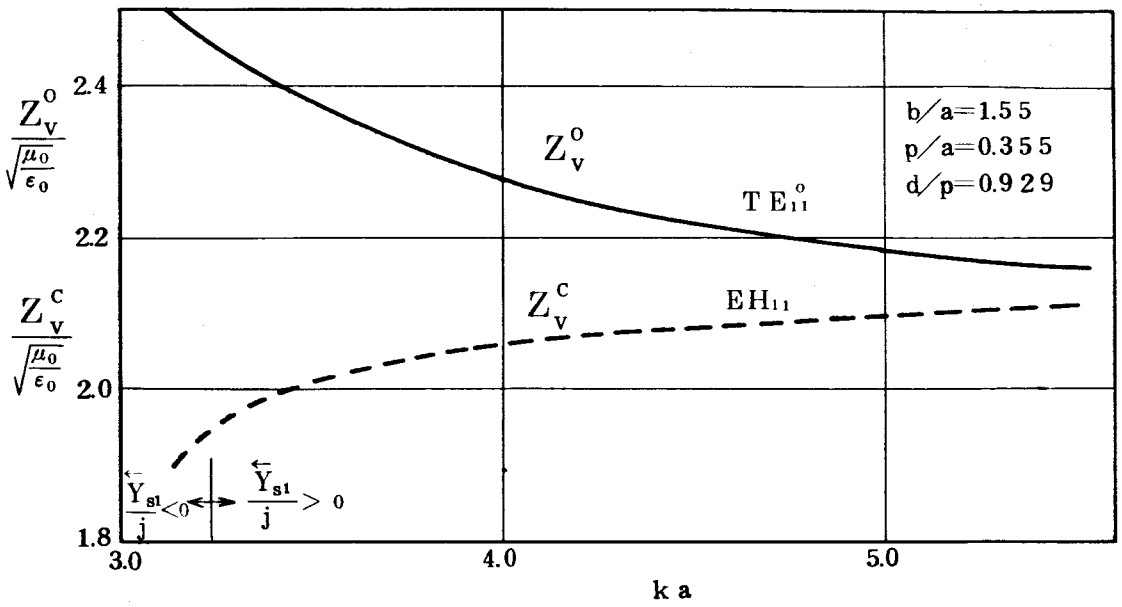


図 5.6　電圧インピーダンスの周波数特性

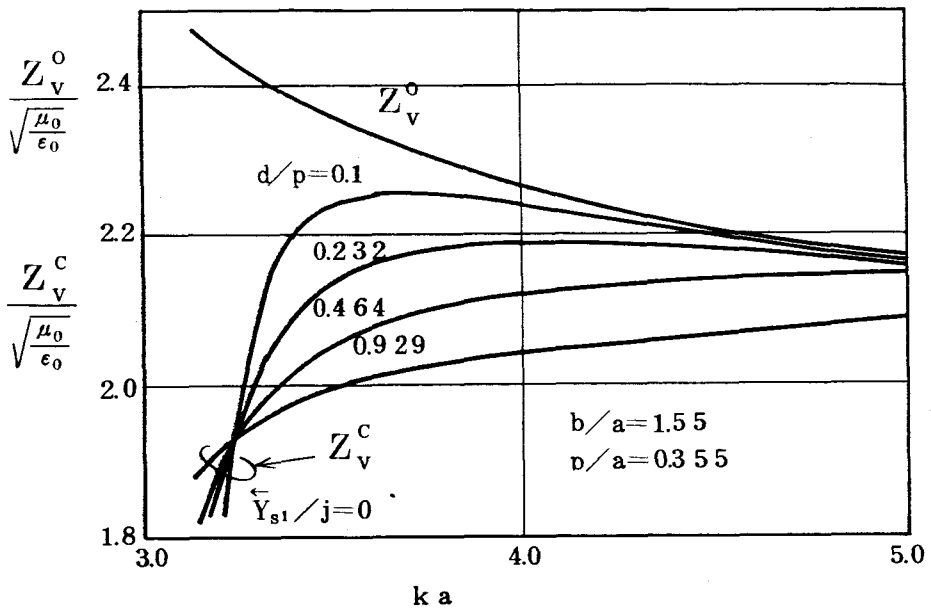
（コルゲート円形導波管）

図 5.7 (a), (b)に，ひれの厚みの EH_{11} モード波の電圧インピーダンスに及ぼす影響を示す。図 5.7 (a)は d／p をパラメータとして，(b)は k a をパラメータとして電圧インピーダンスの変化を示す。k a＝3.23 においては，$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j＝0 となり，ひれの厚みの影響を受けないが，$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j＞0 となる k a においてはひれの厚みを厚くすると Z_V^C は Z_V^O に近づくことがわかる。

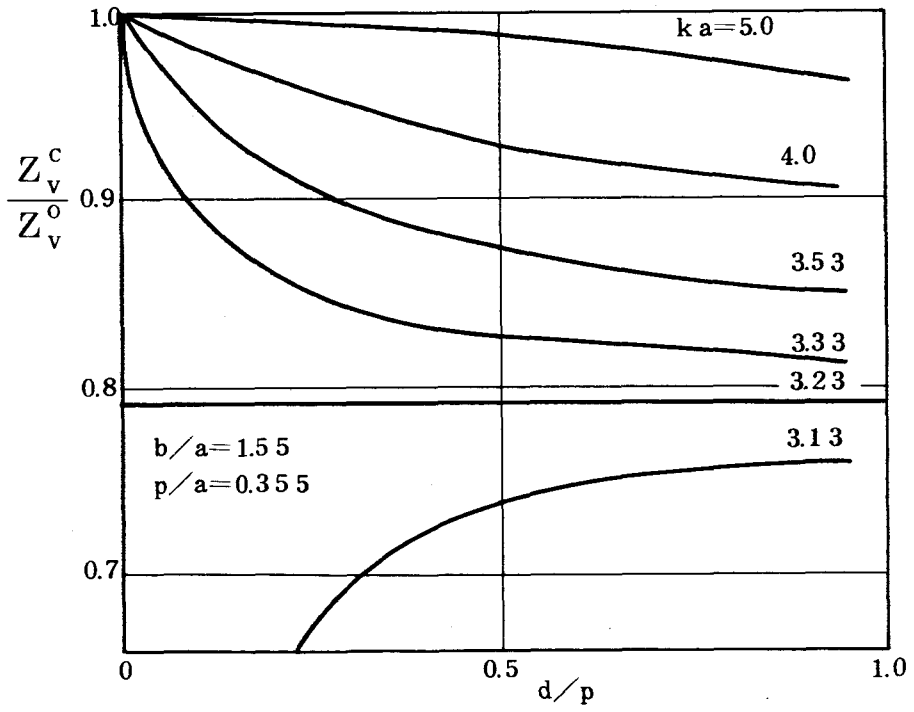
つぎに，リング装荷コルゲート円形導波管の EH_{11} モード波の電圧インピーダンス特性を示す。図 5.8 は d_0／d_1 をパラメータとして，Z_V^C の周波数特性を示し，図 5.9 は k a をパラメータとして，Z_V^C／Z_V^O の変化を示す。

図 5.8，図 5.9 から，b／a，d_1／d_0 が一定の場合には，d_1／p が小さいほど EH_{11} モード波の電圧インピーダンスが TE_{11}^O モード波の電圧インピーダンスに近づくことがわかる。

また，図 5.7，図 5.8 を比較すると，b／a が一定，すなわち，コルゲート溝の深さが同じ場合には，リング装荷コルゲート円形導波管のほうがより低い周波数まで EH_{11} モード波の電圧インピーダンスを TE_{11}^O モード波の電圧インピーダンスに近づけることができる。これはリング装荷コルゲート円形導波管においてはリング装荷により，$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j＝0 となる周波数が低くなるためである。



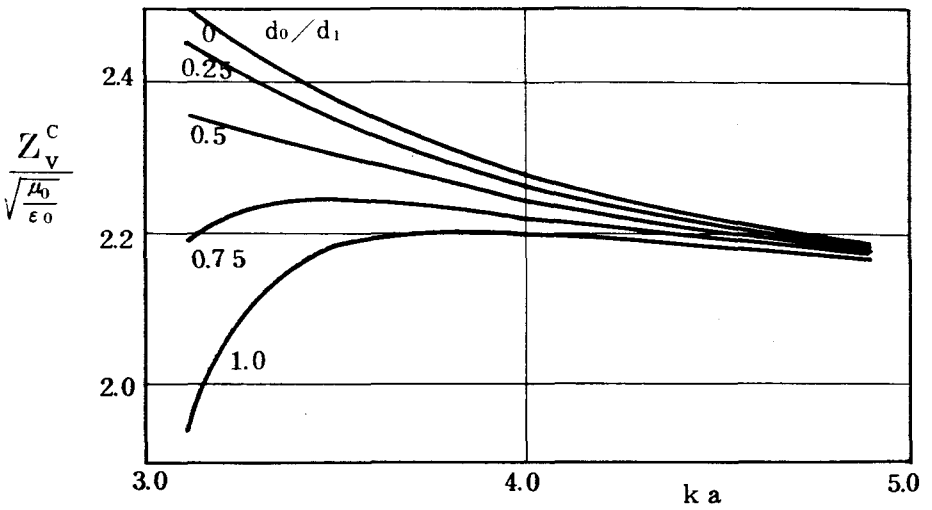
(a) 周波数特性



(b) Z_v^c / Z_v^o

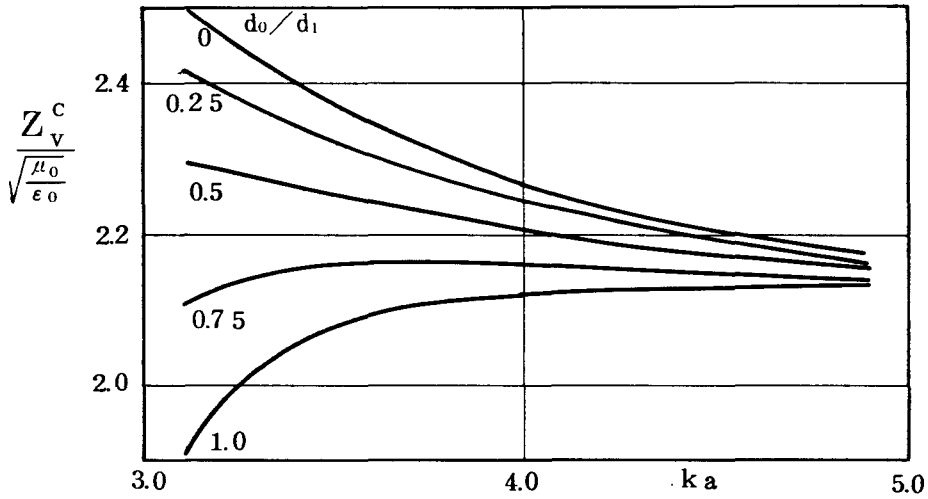
図 5.7　ひれの厚みの電圧インピーダンスに及ぼす影響

（コルゲート円形導波管）

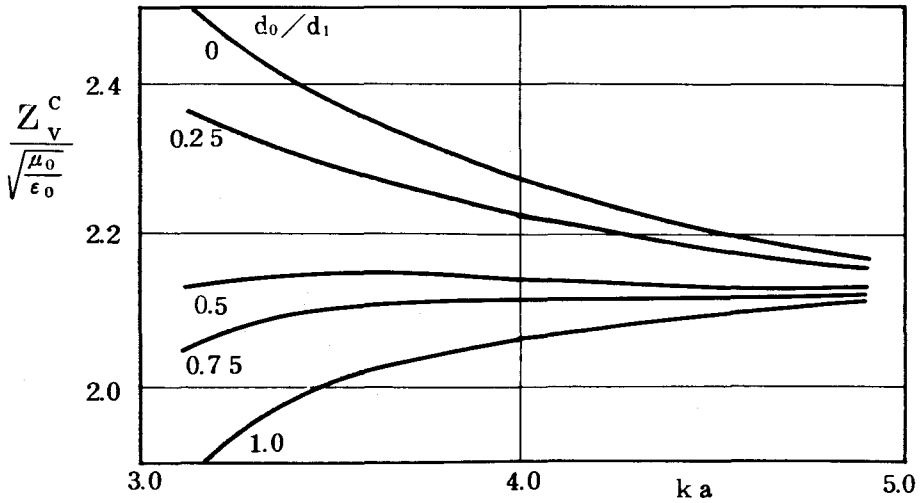


(a) $d_1/p=0.286$

$b/a=1.55$
$p/a=0.355$
$\frac{(b_1-a)}{(b-a)}=0.2$



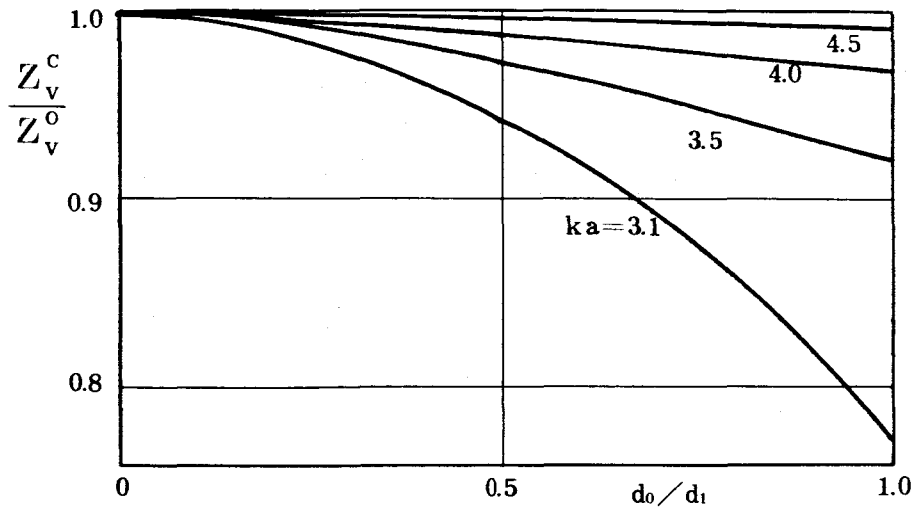
(b) $d_1/p=0.571$



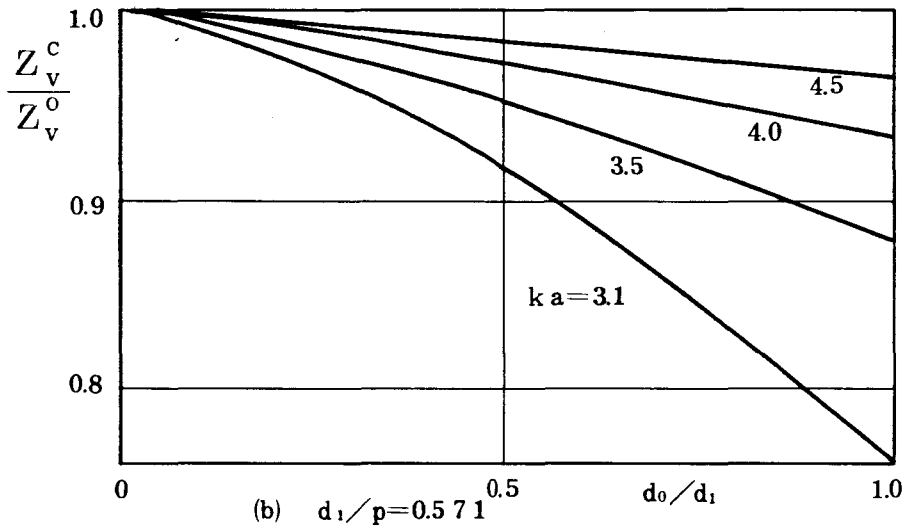
(c) $d_1/p=0.93$

図 5.8　リング形状の電圧インピーダンスに及ぼす影響

（リング装荷コルゲート円形導波管）



(a) $d_1/p=0.286$

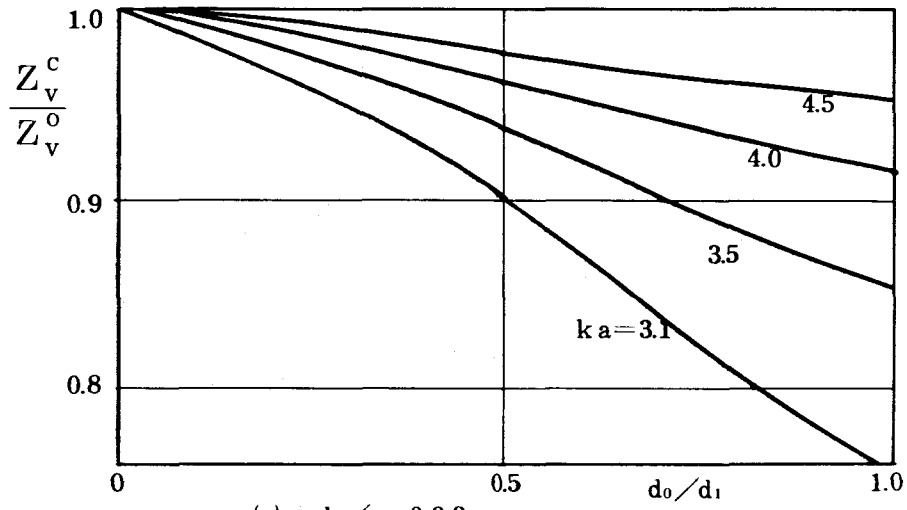


(b) $d_1/p=0.571$

$b/a=1.55$

$p/a=0.355$

$\frac{(b_1-a)}{(b-a)}=0.2$



(c) $d_1/p=0.93$

図 5.9 Z_v^c / Z_v^o

5.5 ＶＳＷＲ特性の実測例

以上，第４節までにおいて，円形導波管とコルゲート円形導波管あるいは，リング装荷コルゲート円形導波管との変換器について述べた。

この理論的検討結果は，開き角，ひれの内径，コルゲート溝形状などを，わずかづつ変える円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器にも適用できる。

ここでは，5.5.1において試作した円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器の実測結果を理論値と対比して示し，両者がよく一致することを示す。また，5.5.2においては，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる円形導波管とコルゲート円形導波管との変換器の実測結果を示し，リングを装荷することの有効性を明らかにする。

5.5.1 コルゲート円すいホーン・円形導波管変換器

内径２ａの円形導波管と開口径5.1ａ，開き角10.68度のコルゲート円すいホーンとの変換器を試作した。

変換器の設計目標は $2.4 \geq ka \geq 2.0$ の周波数範囲において VSWR$\leq$1.03とした。また，このコルゲート円すいホーンにおいては下限の使用周波数，すなわち，ka=2.0においてコルゲート溝の深さが４分の１波長となっている。

変換器の方式としては，使用周波数範囲が狭いので，ひれの厚みと，溝の深さを変える二つの方式を併用した。

変換器の構造を図5.10に示す。円形導波管に隣接するコルゲート溝寸法は，ホーン部に比べて，溝の深さが約1.54倍深く，ひれの厚みが5.3倍厚い。そして，ホーン部に近づくにつれて溝の深さは浅く，ひれの厚みは薄くなっている。また，変換器部の特性が徐々に変化するように，ひれの内径は図中に示す曲率半径でホーン部に向って円弧状に大きくなっており，変換器の段数Ｎは４７に設計されている。

図5.11にＶＳＷＲの実測結果を理論値と対比して示す。両者はよく一致している。

また，図3.22，図4.12に示したそれぞれの変換器の理論値も本章で述べた方法で求めたものである。これらから本章で述べた，電圧インピーダンスを用いる設計法が有効であることがわかる。

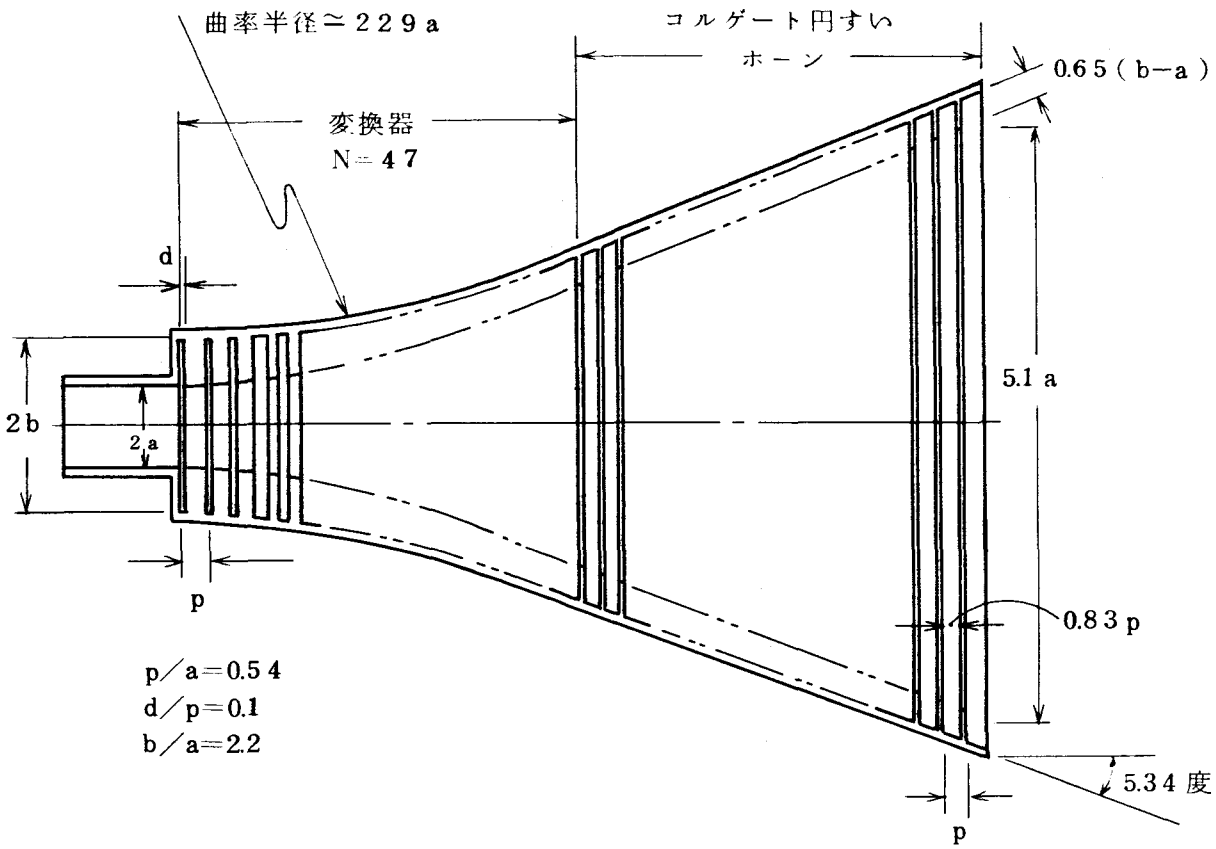


図5.10　円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器

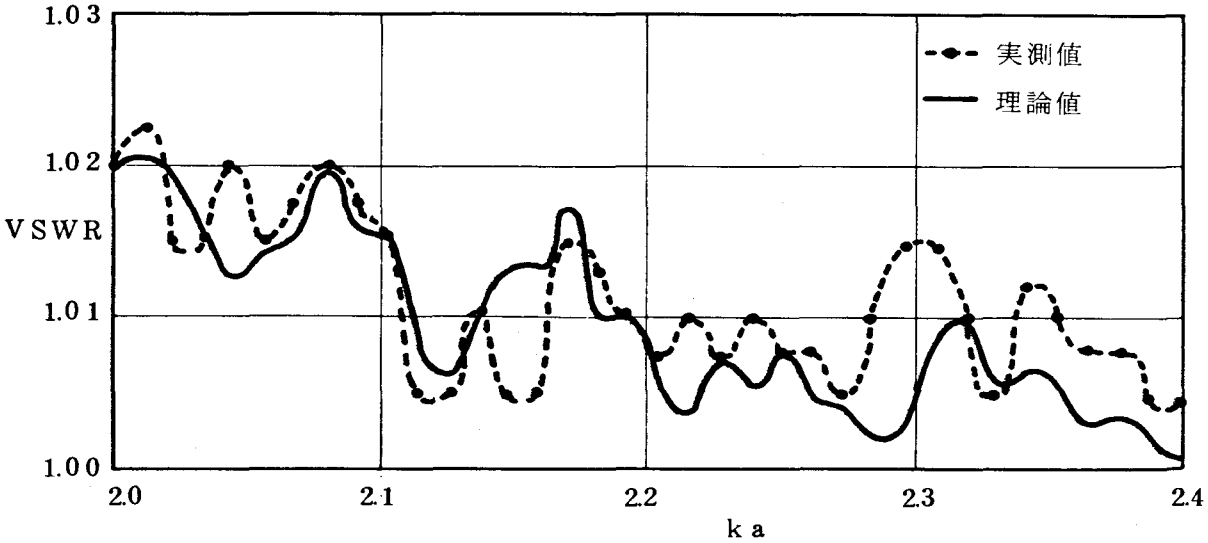


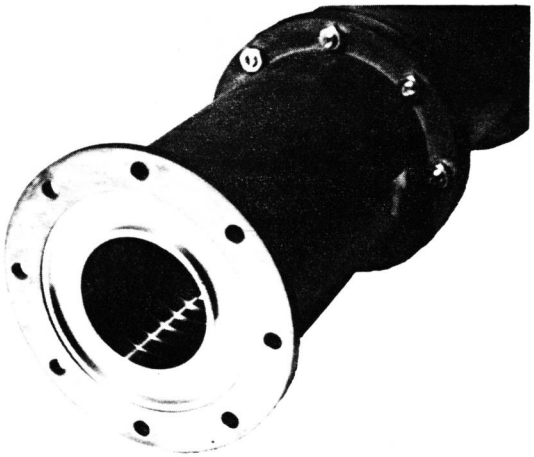
図5.11　試作変換器のVSWR

5.5.2　円形導波管・コルゲート円形導波管変換器

ここでは，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる変換器の試作結果について述べる。

試作した変換器は，b／a＝1.55，p／a＝0.355，d／p＝0.929の寸法形状の一様コルゲート円形導波管と円形導波管との変換器である。

このコルゲート円形導波管は ka＝3.23においてコルゲート溝の深さが約4分の1波長，すなわち，$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j＝0 となる。ここでは，リング装荷の有効性を確認するため，変換器部のコルゲート溝の深さを一様コルゲート円形導波管の深さと同一にし，リング形状，とひれの厚みのみを変えることによって，ka＝3.23で良好なVSWR特性を得るように変換器を設計した。



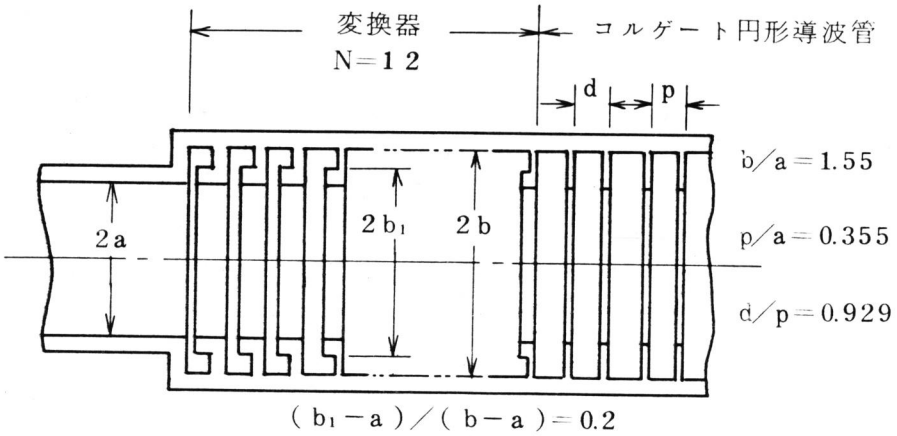


図5.12　リング装荷コルゲート円形導波管を用いた変換器

設計目標を 3.83≧ka≧3.1 の周波数範囲において，VSWR≦1.05 とした。設計は図5.8，図5.9を参考に，5.4.1で述べた方法により行なった。

図5.12，図5.13に，それぞれ，構造および実測結果を示す。実測値と理論値とは比較的よく一致し，一様コルゲート円形導波管において，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる周波数（ka＝3.23）においても良好なVSWRが得られている。

このことは，リングを装荷する方式の変換器を円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器として用いると，良好なVSWR特性で放射指向特性の改善効果のいちじるしい低い周波数範囲（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j$ が零近傍で，k_0a が x_{01} の値に近い）を広帯域に使用できることを示している。すなわち，この方式の変換器はリングを装荷しない従来のコルゲート円すいホーンの使用可能周波数範囲を1オクターブに近づけることができる点で非常に有効である。

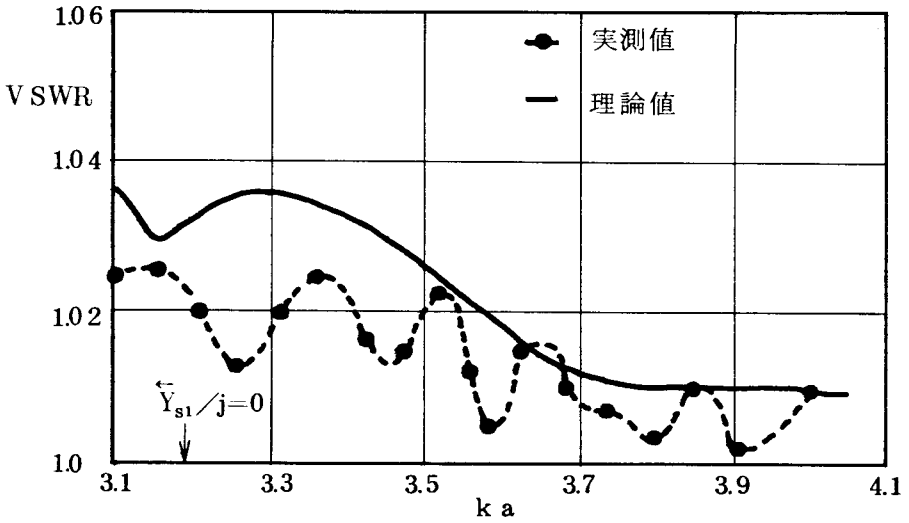


図5.13　試作変換器のVSWR

5.6　結　言

コルゲート円すいホーンの実用化に際して重要な円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器について理論的，実験的検討を行なった。

まず，従来の円形導波管・コルゲート円形導波管変換器，および新たに考案した二種類の広帯域な変換器について検討し，これらの動作原理を明らかにした。

つぎに，伝搬特性が管軸方向にゆるやかに変化するテーパ形変換器の設計手法について考察した。そして，変換器の各部分を，その部分導波管と同一形状の無限長コルゲー

ト円形導波管，あるいは，リング装荷コルゲート円形導波管の特性で近似する変換器設計法に必要な諸式を与えた。この設計法により，新たに考案したひれの厚みを変える円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器，および，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる円形導波管・コルゲート円形導波管変換器を試作した。理論値は実測結果とよく一致し，上述の設計法が十分実用的であること，ならびに，ひれの厚みを変える方式，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器が，この種の変換器の広帯域化に有効であることがわかった。とくに，後者の変換器は，従来のコルゲート円すいホーンにおいて，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \geq 0$ となる全周波数範囲において良好なＶＳＷＲ特性を得ることができる。

また，上述の設計法においては，コルゲート円形導波管およびリング装荷コルゲート円形導波管の特性インピーダンスとして，電圧インピーダンスを用いた。両導波管の特性インピーダンスは，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が大きな容量性サセプタンとなるようにコルゲート溝形状を変えると円形導波管の特性インピーダンスに近づく。

第6章　コルゲート円すいホーンのEH_{11}モード波以外のモード波に対する特性

6.1 序　言

第3章，および第4章においては放射指向特性の改善に用いられるEH_{11}モード波に重点をおき，コルゲート円すいホーンの設計法，および，その特性改善について，それぞれ論じた。また，第5章においては，コルゲート円すいホーンに接続される給電回路に高次モード波が含まれないという前提のもとに，コルゲート円すいホーン・円形導波管変換器の広帯域化，および，その設計法を明確にした。

しかし，アンテナの用途によっては，とくに，コルゲート円すいホーンを広帯域に用いる場合は，アンテナ給電回路の構成上，給電回路における高次モード波を完全に抑制できない場合がある。

たとえば，国際商用衛星通信地球局アンテナにおいては，アンテナを衛星に対して常時正対させるため，衛星を自動的に追尾する高次モード波検出追尾方式が多く採用されている。[57]

この場合には，正対すべき方向との角度誤差を，アンテナに励振される高次モード波の一つであるTM_{01}^{0}モード波を検出することによって得る。このため，受信周波数帯（4GHz帯）においてTM_{01}^{0}モード波が伝搬可能な円形導波管がアンテナ給電回路部に含まれる。

このときには，送信周波数帯（6GHz帯）においてTM_{11}^{0}モード波がこの円形導波管部を伝搬可能となり，しかも，TM_{11}^{0}モード波が給電回路で励振されやすいという問題がある。

このような場合には，アンテナ給電回路で励振されやすい高次モード波に対するコルゲート円すいホーンの特性を明確にすることが重要となる。

本章では，これらの高次モード波に関連するEH_{11}モード波以外のモード波の放射指向特性に及ぼす影響，高域通過ろ波器の一種である円形導波管と帯域通過ろ波器の一種であるコルゲート円形導波管との複数個のモード波を考慮に入れた接続法などについて述べる。

コルゲート円すいホーンのEH_{11}モード波以外のモード波に関しては，A. F. Kay[4]，M. E. J. Jeuken[58]らおよびP. J. B. Clarricoatsら[6]の報告がある。しかし，これらにおいては，コルーゲート円すいホーンあるいは，コルゲート円形導波管開口からの放射パターンの実測結果，数値計算例が示されている程度である。

また，Y. Garault[41]はコルゲート円形導波管を電子線形加速器の高速粒子のマイクロ波セパレータに用いるため，位相速度が光速に近いときのEH_{11}モード波の特性，およびその他のモード波の伝搬帯域などについて研究を行なっている。しかし，溝のピッチが波長に比べて十分小さく，かつ，ひれの厚みが十分薄い場合に限られている。

このように，従来の研究では，コルゲート円すいホーンの広帯域設計に必要な，EH_{11}モード波以外のモード波の電磁界分布の周波数特性，コルゲート溝形状のそれらのモード波の伝搬帯域に及ぼす影響，高次モード波が伝搬している円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器の設計指針などが明解にされていない。

本章では，まず，第2節において，コルゲート円すいホーンが使用される周波数範囲において伝搬し得るEH_{11}モード波以外のモード波の電磁界分布とコルゲート溝の呈するアドミタンスとの関係を明らかにする。

つぎに第3節においてコルゲート溝形状の種々のモード波の伝搬帯域に及ぼす影響を明らかにする。すなわち，第2節，第3節で放射指向特性，変換器を考察するための基礎資料を与える。

そして，第4節においては，EH_{11}モード波以外のモード波の放射指向特性に及ぼす影響について数値計算例を用いて述べ，第5節においては，円形導波管とコルゲート円形導波管との伝搬特性の相違に起因する両導波管変換器の問題点を明確にするとともに，オーバサイズ円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器の設計指針を示す。

最後に第6節において，しゃ断周波数の測定，試作変換器の実測結果について述べる。

6.2 電磁界分布

アンテナ給電回路は，送受分波器，円偏波発生器，追尾信号用高次モード波結合器などにより構成される。[57] これらの回路構成部品はその機能，動作周波数帯域などを考慮して，所要周波数帯域内において高次モード波が発生しないように設計される。しかし，これら内径の異なる回路構成部品を接続するテーパ導波管においては，TM_{11}^{0}モード波が発生しやすい。このため，テーパ導波管は管軸長を十分長くするとともに，発生したTM_{11}^{0}モード波が相殺されるように設計される。[59]

しかし，実際には，導波管の管軸長に制限があり，また，広帯域にわたって完全に相殺することは困難である。しかもTM_{11}^{0}モード波は円形導波管の管軸部近傍において強い径方向電界を有するため，放射指向特性に及ぼす影響が強いと考えられる。

TM_{11}^{0}モード波は，関数の直交性から，コルゲート円形導波管においては，HE_{1i}あるいはEH_{1i}モード波に変換されると考えることができる。

図6.1に$b/a = 1.444$のコルゲート円形導波管の$ka-\beta_0 a$曲線の一例と示す。比較

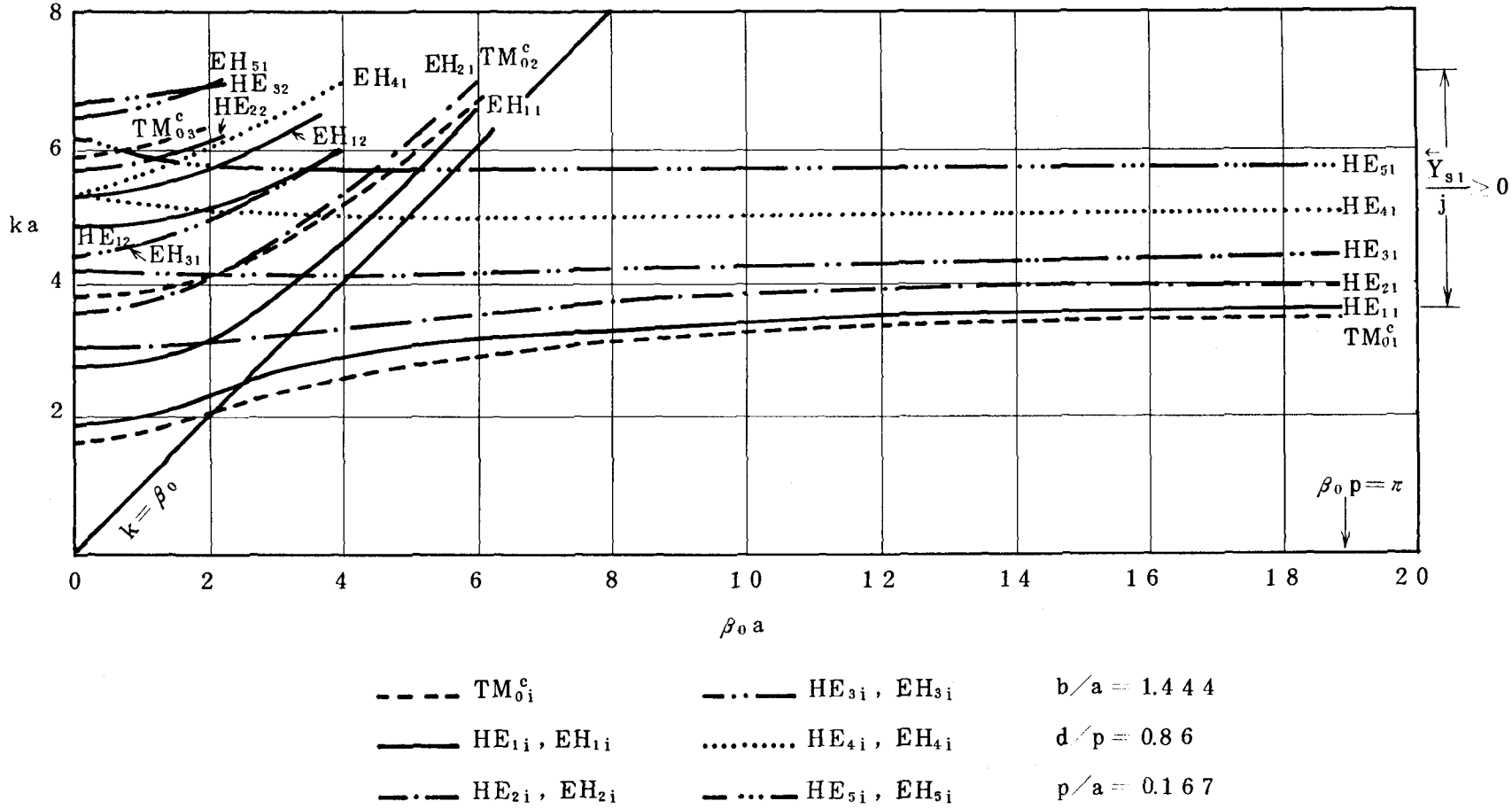
的低い周波数（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j>0$ となるコルゲート円すいホーンの使用周波数範囲）で伝搬するHE_{1i}，EH_{1i}モード波にはHE_{11}，EH_{11}，HE_{12}，EH_{12} モード波がある。

HE_{11}，EH_{11}モード波については，すでに述べたので，ここではまず，6.2.1において放射指向特性への強い影響が考えられるHE_{12}，およびEH_{12}モード波の電磁界分布の特性を明確にし，つぎに，6.2.2において，高次モード波検出追尾方式の信号源として利用されるTM_{0i}^{c} モード波の電磁界分布の特性を明らかにする。

6.2.1　HE_{12}，EH_{12}モード波の電磁界分布

HE_{12}，EH_{12}モード波の電磁界分布は，$m=1$ のときの特性方程の第3番目および第4番目の解を求めることによってわかる。たとえば，内径 $2a$が十分大きく，かつ，$k>\beta_0$，$p\ll\lambda$ の場合には，式（3.25）の第3番目および第4番目の解であるk，β_0を式（3.7）～（3.10）に代入すると，それぞれ，HE_{12}および，EH_{12} モード波の電磁界分布を求めることができる。

しかし，種々のコルゲート溝形状に対して，特性方程式を求め、電磁界分布を求めることは繁雑である。そこで，ここでは，コルゲート溝の呈するアドミタンス$\overleftarrow{Y}_{s1}$との関連において電磁界を検討する。



TM^c_{0i} — HE_{3i}, EH_{3i} — $b/a = 1.444$

HE_{1i}, EH_{1i} — HE_{4i}, EH_{4i} — $d/p = 0.86$

HE_{2i}, EH_{2i} — HE_{5i}, EH_{5i} — $p/a = 0.167$

図 6.1　ka − β_0a 曲線

コルゲート溝の深さが非常に浅いコルゲート円形導波管の特性は比較的低い周波数範囲においては，ひれの内径と内径が等しい円形導波管の特性と近似的に等しい。この場合には，コルゲート円形導波管のモード波を，前進波である円形導波管のモード波に対応づけることができ，しかもコルゲート溝が浅く，周波数が低いほど，すなわち，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j$ が $-\infty$ に近づくと k_0a は大きくなる　（たとえば図2.5参照）。

そこで，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=-\infty$ のときの最大の k_0a を最初に求め，これをもとに周波数，あるいは，コルゲート溝の深さが変わり，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が次第に変化したときの k_0a を求める。

$\overleftarrow{Y}_{s1}$ と特性方程式の関係は，EH_{11} モード波の場合と同様で，式（3.27）からつぎのようになる。

$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\pm\infty$ の場合

$$J_1'(k_0a)=0 \quad \text{または} \quad J_1(k_0a)=0 \tag{6.1}$$

$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ の場合

$$J_0(k_0a)=0 \quad \text{または} \quad J_2(k_0a)=0 \tag{6.2}$$

ただし，$k_0a=0$ の根は除く。

表6.1に，式（6.1），式（6.2）の解である k_0a を大きさの順に示す。なお，表中（　　）内は具体的な値を示す。

$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=-\infty$ のときの特性方程式の解が各モード波の最大の k_0a となることから，HE_{12} モード波の k_0a は第3番目の解である x'_{12}，EH_{12} モード波の k_0a は第4番目の解である x_{12} となる。

つぎに，コルゲート溝形状あるいは周波数が連続的に変化し，$\overleftarrow{Y}_{s1}$ が次第に大きな容量性サセプタンスとなる場合を考える。k_0a は次第に小さくなり，そのとき，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ では式（6.2）の，また $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ では式（6.1）の解でなければならない。したがって，HE_{12} モード波の k_0a は表中の←印のように，また，EH_{12} モード波の k_0a は⇐印のように変化する。なお←印はすでに述べた EH_{11} モード波の場合である。

	$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\pm\infty$		$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$	
	$J_1'(k_0a)=0$	$J_1(k_0a)=0$	$J_0(k_0a)=0$	$J_2(k_0a)=0$
k_0a	x_{11}' (1.84118)			
			x_{01} (2.40483)	
		x_{11} (3.83171)		
				x_{21} (5.13562)
	x_{12}' (5.33144)			
			x_{02} (5.52008)	
		x_{12} (7.01559)		

表6.1　$J_1(k_0a)=0$，$J_1'(k_0a)=0$，$J_0(k_0a)=0$
$J_2(k_0a)=0$の根
ただし，$k_0a\leq x_{12}$，$k_0a=0$は除く。

表6.2にすでに述べたHE_{11}，EH_{11}モード波とともに，HE_{12}，EH_{12} モード波の$\overleftarrow{Y}_{s1}$とk_0aとの関係を示す。なお，ここでは，コルゲート溝形状と周波数を同時に変化させ，$-\infty\leq\overleftarrow{Y}_{s1}/j\leq\infty$の範囲において各モード波が伝搬可能な状態を考えて，$\overleftarrow{Y}_{s1}$とk_0aとの関係を求めているが，実際にはコルゲート円形導波管形状は不変であり，あらゆる$\overleftarrow{Y}_{s1}$の値に対して各モード波が伝搬できるとはかぎらないことに注意を要する。

しかし，上述の考察は，変換器などの設計においてコルゲート溝形状や，周波数変化に対する各モード波の特性変化を検討するうえで重要である。

	k_0a		
	$\overleftarrow{Y}_{s1}=-j\infty$	$\overleftarrow{Y}_{s1}=j0$	$\overleftarrow{Y}_{s1}=j\infty$
HE_{11} モード	x_{11}' (1.84)	*	*
EH_{11} モード	x_{11} (3.83)	x_{01} (2.40)	x_{11}' (1.84)
HE_{12} モード	x_{12}' (5.33)	x_{21} (5.13)	x_{11} (3.83)
EH_{12} モード	x_{12} (7.01)	x_{02} (5.52)	x_{12}' (5.33)

表6.2　$\overleftarrow{Y}_{s1}$ と k_0a の関係

*　阻止帯域（6.3.2参照）

図 6.2 に $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$，および $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$ のときの EH_{11}，HE_{12}，ならびに EH_{12} モード波の横断面内電界分布を示す。

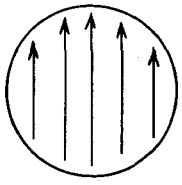
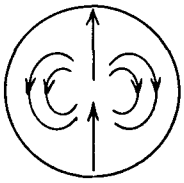
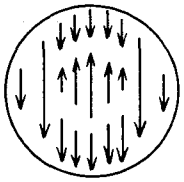
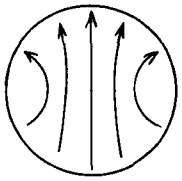
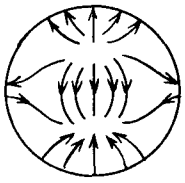
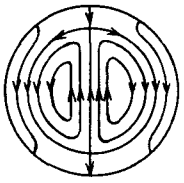
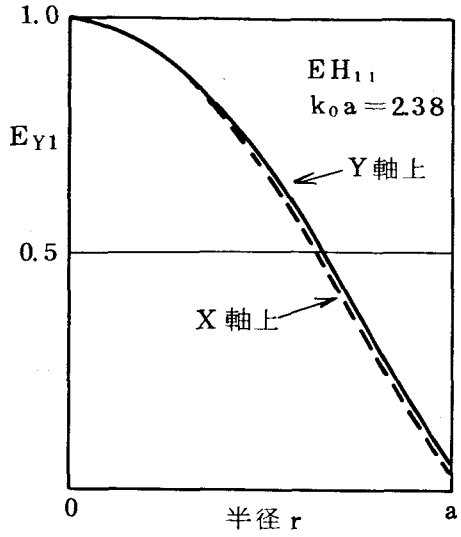
	EH_{11} モード	HE_{12} モード	EH_{12} モード
$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ $(ka \simeq \beta_0 a)$			
	$E_{Y1}=AJ_0(x_{01}\frac{r}{a})$ $E_{X1}=0$	$E_{Y1}=AJ_2(x_{21}\frac{r}{a})\cos 2\theta$ $E_{X1}=AJ_2(x_{21}\frac{r}{a})\sin 2\theta$	$E_{Y1}=AJ_0(x_{02}\frac{r}{a})$ $E_{X1}=0$
$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$			
	$E_{r1}=A\frac{J_1(x'_{11}\frac{r}{a})}{x'_{11}\frac{r}{a}}\cos\theta$ $E_{\theta 1}=AJ'_1(x'_{11}\frac{r}{a})\sin\theta$	$E_{r1}=AJ'_1(x_{11}\frac{r}{a})\cos\theta$ $E_{\theta 1}=A\frac{J_1(x_{11}\frac{r}{a})}{x_{11}\frac{r}{a}}\sin\theta$	$E_{r1}=A\frac{J_1(x'_{12}\frac{r}{a})}{x'_{12}\frac{r}{a}}\cos\theta$ $E_{\theta 1}=AJ'_1(x'_{12}\frac{r}{a})\sin\theta$

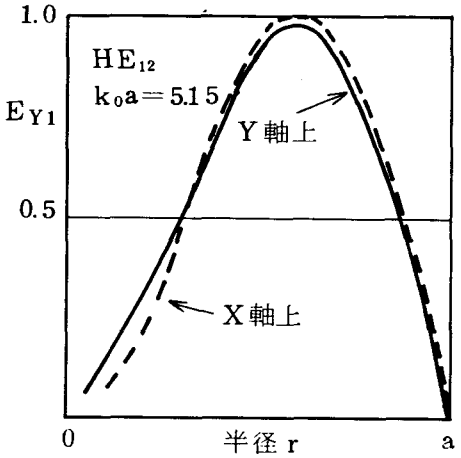
図 6.2　EH_{11}，HE_{12}，EH_{12} モード波の電界形状

また，図 6.3 に Y−Y′ 軸上の E_{Y1} および X−X′ 軸上の E_{Y1} の相対電界分布を示す。図中(a)は $k_0 a=2.38$ ($\simeq x_{01}$) のときの EH_{11} モード波，(b)は $k_0 a=5.15$ ($\simeq x_{21}$) のときの HE_{12} モード波また(c)は $k_0 a=5.46$ ($\simeq x_{02}$) のときの EH_{12} モード波の相対電界分布である。

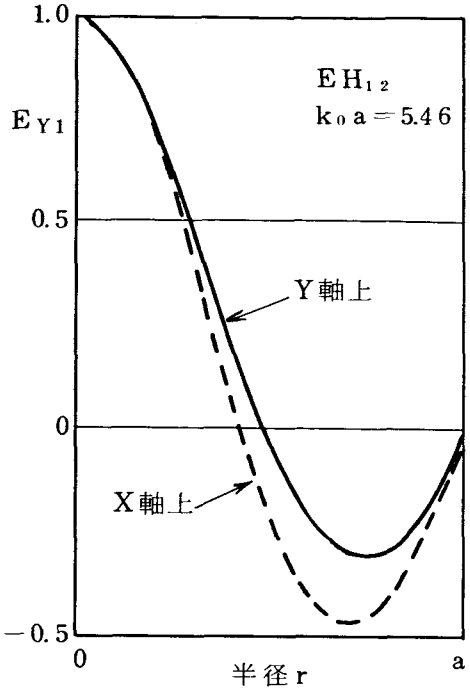
図 6.2，図 6.3 から EH_{11} モード波の他に HE_{12} モード波が励振されると，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j \simeq 0$ が成立する周波数においても，電磁界の振幅に回転対称性がなくなることがわかる。すなわち，コルゲート円すいホーンにおいて，HE_{12} モード波が励振されると放射指向特性の回転対称性が劣化することがわかる。



(a)



(b)



(c)

図 6.3　相対電界分布

$b/a=1.188$

$p/a=0.119$

$d/p=0.928$

6.2.2　TM_{01}^{c}，TM_{02}^{c} モード波の電磁界分布

TM_{0i}^{c} モード波の電磁界分布は $m=0$ のときの特性方程式の第 i 番目の解である k，β_0 を式（3.7）～（3.10）に代入することにより求めることができる。6.2.1 の場合と同様に考察して求めると，$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=\pm\infty$，および $\overleftarrow{Y}_{s0}/j=0$ のときの TM_{01}^{c}，TM_{02}^{c} モードの k_0a は表6.3に示すようになる。

	k_0a	* 阻止帯域（6.3.2 参照）	
	$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=-\infty$	$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=0$	$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=\infty$
TM_{01}^{c} モード	x_{01}（2.40）	*	*
TM_{02}^{c} モード	x_{02}（5.52）	x_{11}（3.83）	x_{01}（2.40）

表 6.3　$\overleftarrow{Y}_{s0}$ と k_0a の関係

$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=-\infty$ における TM_{01}^{c} モード波の k_0a，および，$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=\infty$ における TM_{02}^{c} モード波の k_0a は x_{01} となる。したがって，このときの TM_{01}^{c} および TM_{02}^{c} モード波の電磁界分布は円形導波管の TM_{01}^{0} モード波の電磁界分布と一致する。

いま，コルゲート円すいホーンの使用周波数範囲内（$\overleftarrow{Y}_{s1}/j\geq 0$）で考えると，このとき伝搬し得る TM_{01}^{c} モード波は TM_{02}^{c} モード波となり，このモード波が追尾信号として用いられることになる。

図 6.4 に TM_{02}^{c} モード波の相対電界を示す。破線および実線はそれぞれ，$k_0a=x_{02}$（$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=-\infty$）および $k_0a=x_{01}$（$\overleftarrow{Y}_{s0}/j=\infty$）のときの半径方向相対電界である。

周波数が変化し，k_0a が x_{02} から x_{01} まで変化すると電界分布は図中の破線で示す分布に連続的に変化する。

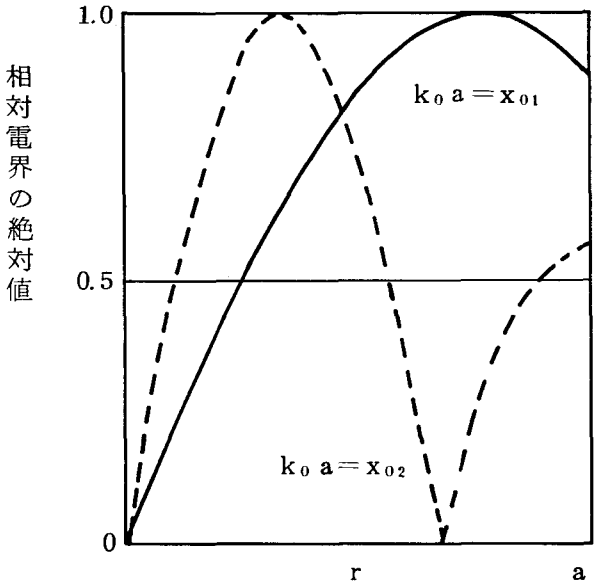


図 6.4　TM_{02}^{c} モード波の相対電界

6.3　伝搬帯域

コルゲート円形導波管は一種の周期構造回路である。このため，円形導波管が高域通過ろ波器の特性を呈するのに対し，帯域通過ろ波器の特性を呈す。このため，円形導波管モード波が，それに接続されるコルゲート円形導波管を伝搬するには，円形導波管モード波に対応するコルゲート円形導波管モード波の伝搬帯域が所要周波数帯域を覆うように存在しなければならない。ここでは，両導波管を接続するとき重要となる各モード波の伝搬帯域について述べる。

伝搬帯域は図 6.1 に示した $ka-\beta_0a$ 曲線からも明らかなように，$\beta_0=0$ および $\beta_0p=\pi$ におけるそれぞれの ka の間となる。

ここでは，コルゲート溝形状を考慮に入れて，6.3.1 では $\beta_0=0$ のときしゃ断周波

数に対するkaについて，6.3.2では$\beta_0 p=\pi$のときのしゃ断周波数に対するka について，それぞれの特性を明確にする。

6.3.1 $\beta_0=0$ におけるしゃ断周波数

(a) コルゲート円形導波管[60]

(i) ひれの厚みが薄い場合

溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい（$p \ll \lambda$）場合には，$\beta_0=0$ におけるしゃ断周波数は式（2.79）から近似的に次式となる。

$$\left.\begin{aligned} &J'_m(ka)=0 \\ &\frac{1}{p}Z'_{mo}(ka)=\frac{1}{d}V'_{mo}(ka) \end{aligned}\right\} \qquad (6.3)$$

ひれの厚みが薄く$p \simeq d$の場合には式（6.3）は，Y. Garault[41]が与えたように次式となる。

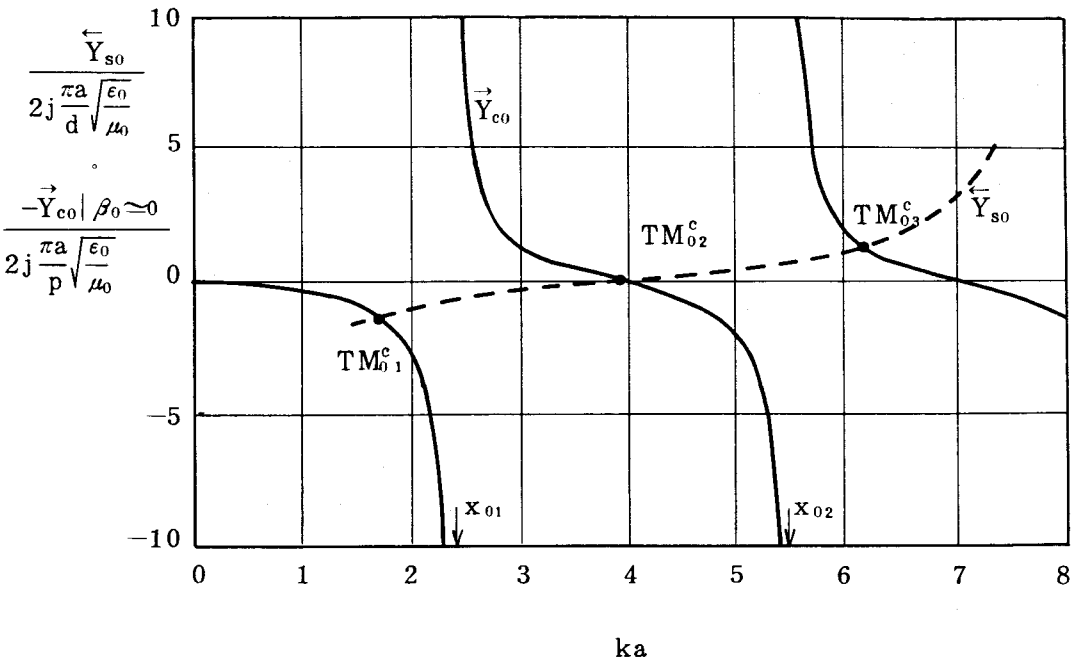
$$\left.\begin{aligned} &J'_m(ka)=0 \\ &J_m(\kappa b)=0 \end{aligned}\right\} \qquad (6.4)$$

図6.5にb／a＝1.40，p＝d の場合の$\overleftarrow{Y}_{sm}$および$\beta_0 \simeq 0$における$\overrightarrow{Y}_{cm}$を示す。図6.5(a)はTM^c_{0i}モード波の場合，図6.5(b)はEH_{1i}，HE_{1i}モード波の場合，図6.5(c)はEH_{2i}，HE_{2i}，モード波の場合，図6.5(d)はEH_{3i}，HE_{3i}モード波の場合である。

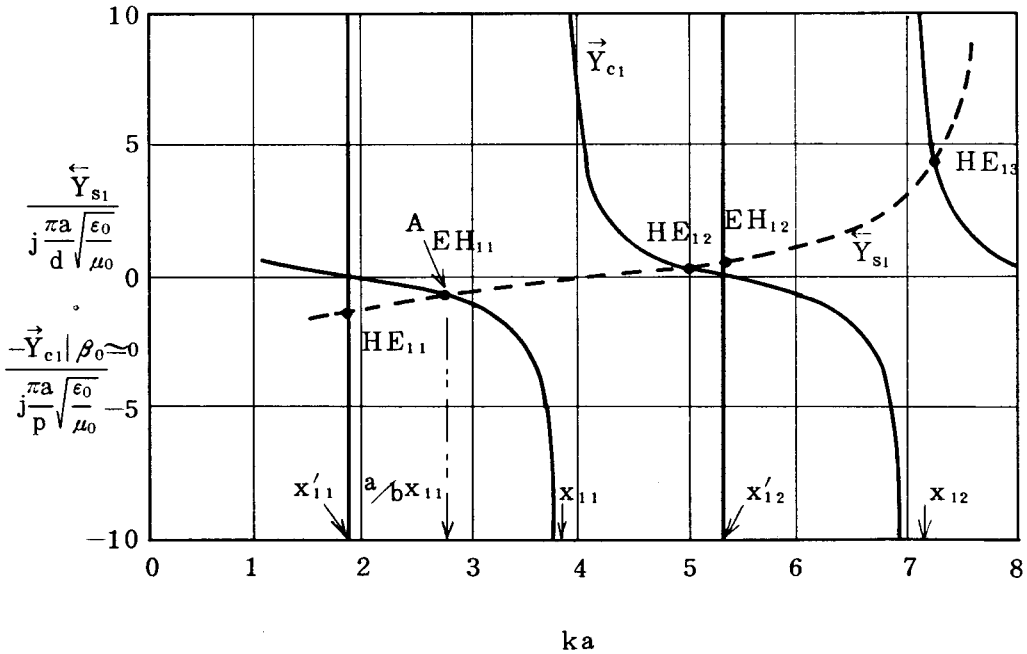
図中の$\overleftarrow{Y}_{sm}$と$-\overrightarrow{Y}_{cm}$の交点におけるkaが$\beta_0 \simeq 0$におけるしゃ断周波数を与える。たとえば，EH_{11}モード波は，コルゲート溝の深さを非常に浅くして$\overleftarrow{Y}_{s1}/j$を負の無限大に近づけたときにkaがTM^0_{11}モード波の$\beta_0=0$におけるka，すなわち，x_{11}に近づくモード波である。したがって，図6.5(b)の場合には，図中のA点におけるkaが$\beta_0=0$のときのkaとなる。

このときのkaは式(6.4)の解であり次第で与えられる。

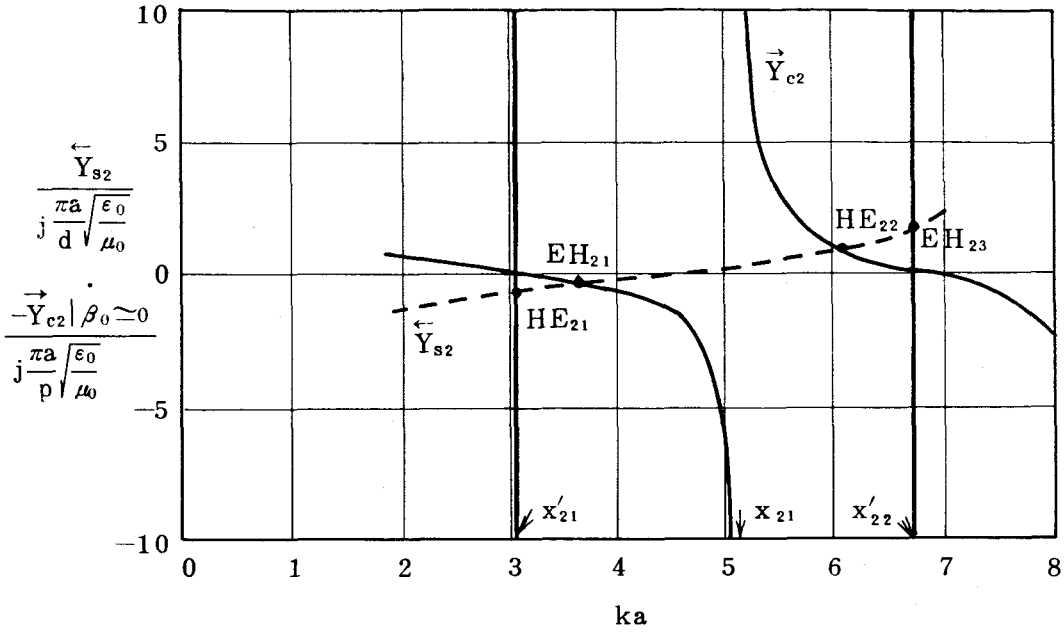
$$ka\Big|_{\beta_0 a=0}=x_{11}\frac{a}{b} \qquad (6.5)$$



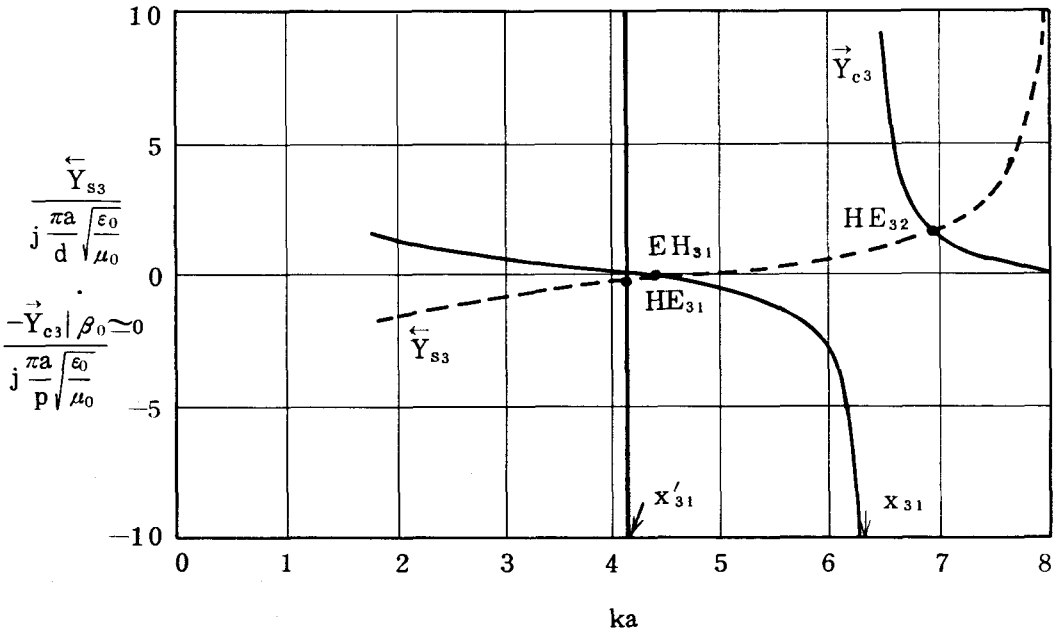
(a) $\overleftarrow{Y}_{s0}$ と $\vec{Y}_{c0}|_{\beta_0 \simeq 0}$



(b) $\overleftarrow{Y}_{s1}$ と $\vec{Y}_{c1}|_{\beta_0 \simeq 0}$



(c) $\overleftarrow{Y}_{s2}$ と $\vec{Y}_{c2}|_{\beta_0\simeq 0}$



(d) $\overleftarrow{Y}_{s3}$ と $\vec{Y}_{c3}|_{\beta_0\simeq 0}$

図 6.5 $\overleftarrow{Y}_{sm}$ と $\vec{Y}_{cm}|_{\beta_0\simeq 0}$

$b/a = 1.4$

$p = d$

図6.6にb／aと$\beta_0=0$におけるkaの関係を示すb／aが1に近づくとEH_{mi}，HE_{mi}，TM_{0i}^{c}モード波の$\beta_0=0$におけるkaは，それぞれ，円形導波管のTM_{mi}^{0}，TE_{mi}^{0}，TM_{0i}^{0}モード波のしゃ断周波数におけるkaと一致する。

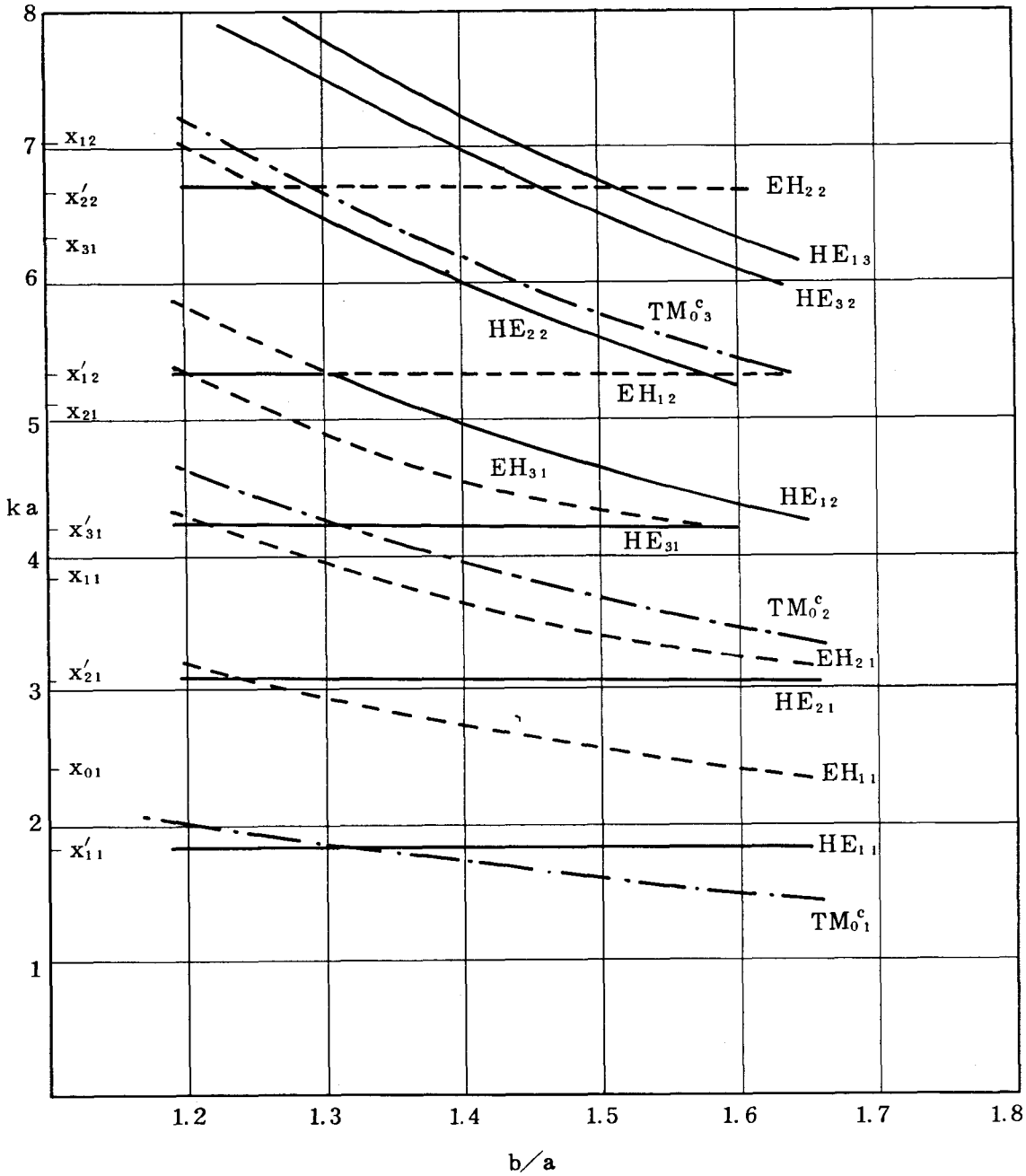


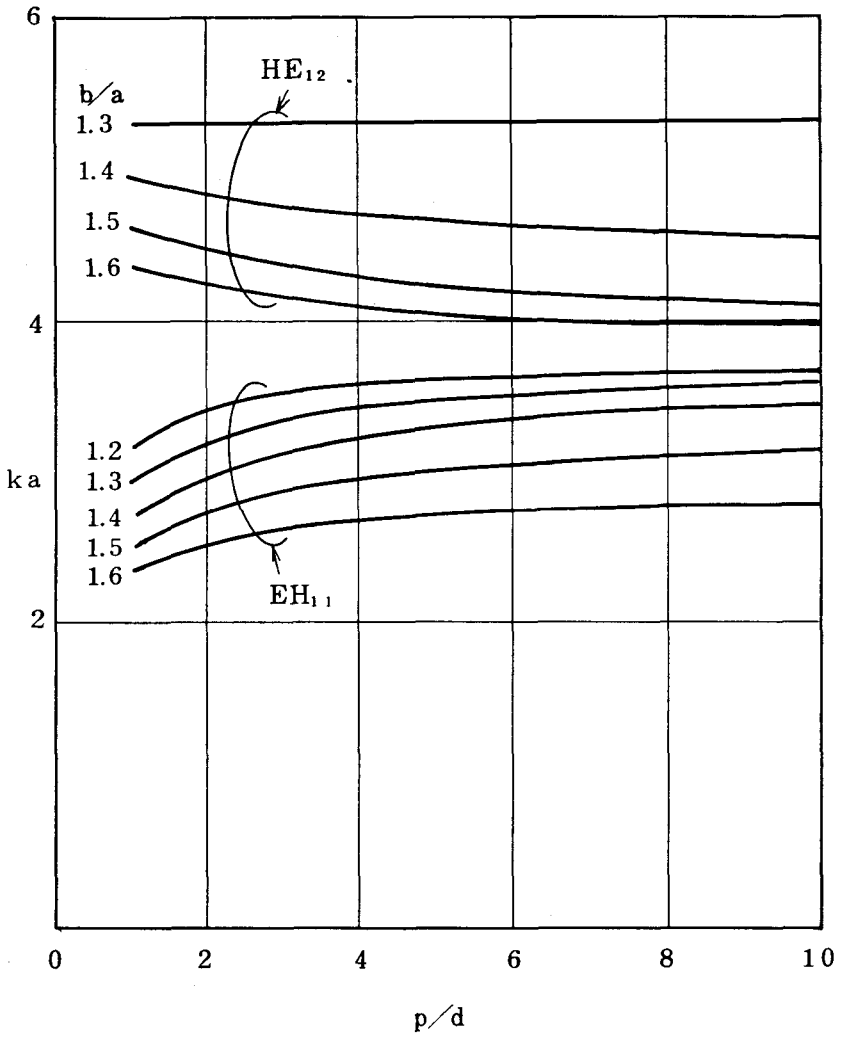
図6.6　$\beta_0=0$におけるkaとb／aとの関係

p＝d

(ii) ひれの厚みが厚い場合

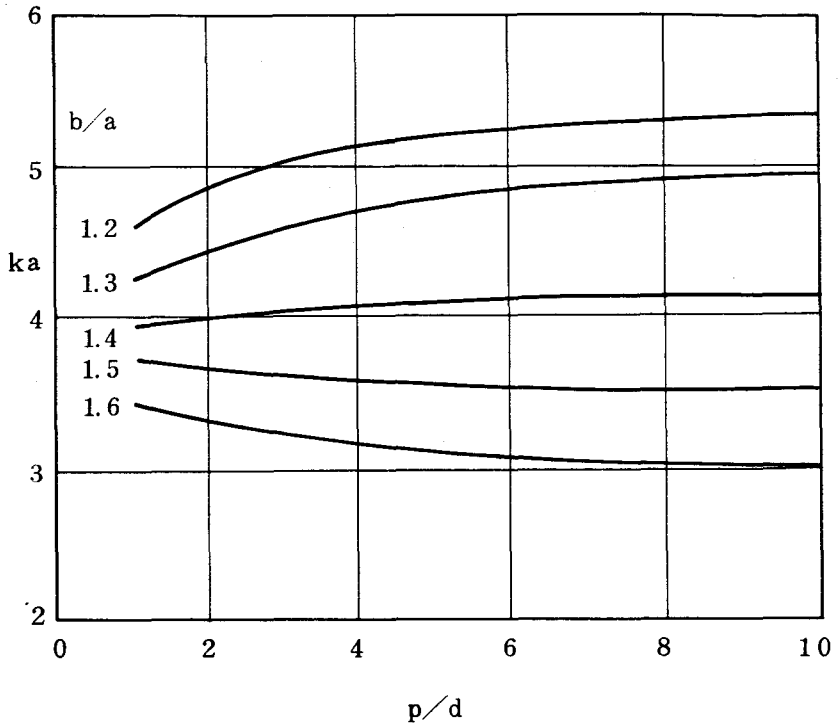
ひれの厚みを変えるとコルゲート溝の呈するアドミタンス$\overleftarrow{Y}_{sm}$が変わるので，$\beta_0 = 0$におけるしゃ断周波数が変化する。

図6.7に，式(6.3)から求めたEH_{11}，HE_{12}およびTM_{02}^{c}モード波の$\beta_0 = 0$におけるkaとp/dとの関係を示す。p/dが大きくなると，$\beta_0 = 0$におけるしゃ断周波数は，しゃ断周波数における$\overleftarrow{Y}_{sm}$が容量性のモード波においては低くなり，しゃ断周波数における$\overleftarrow{Y}_{sm}$が誘導性のモード波においては高くなる。



(a) EH_{11}，HE_{12}

図6.7 $\beta_0 = 0$におけるkaとp/dとの関係



(b)　TM_{02}^{c}

図 6.7　$\beta_0 = 0$ における ka と p／d との関係

(b)　リング装荷コルゲート円形導波管

式（4.33）において，$\beta_0 = 0$ とすることにより，各モード波のしゃ断周波数を求めることができる。

リング装荷コルゲート円形導波管の特徴はリング形状を適当に設計すると $\overleftarrow{Y}_{sm}/j=0$ となる周波数を下げかつ $\overleftarrow{Y}_{sm}/j > 0$ となる周波数範囲を広帯域にできる点にある。したがって，たとえば，$\beta_0 = 0$ におけるしゃ断周波数において $\overleftarrow{Y}_{sm}/j = 0$ となるようなモード波に対しては，6.3.1 (ii) で述べたようなひれの厚みのみを変える方法では，$\beta_0 = 0$ におけるしゃ断周波数を変化させ得ないが，リング装荷を行なうと $\overleftarrow{Y}_{s1}/j > 0$ となる周波数範囲（放射指向特性の改善にコルゲート円すいホーンが有効な周波数範囲）を狭くすることなく，$\beta_0 = 0$ におけるしゃ断周波数を変えることができる。

一例として図 6.8 に，b／a＝1.508 のコルゲート円形導波管および，リング装荷コルゲート円形導波管の TM_{02}^{c} モード波の $\beta_0 = 0$ におけるしゃ断周波数を示す。図中実線ははコルゲート円形導波管の場合であり，破線はリング装荷コルゲート円形導波管の場合である。

コルゲート円形導波管の $\beta_0 = 0$ におけるしゃ断周波数は p／d に対する変化が小さい。これは $\overleftarrow{Y}_{s0}/j \simeq 0$ であることによる。

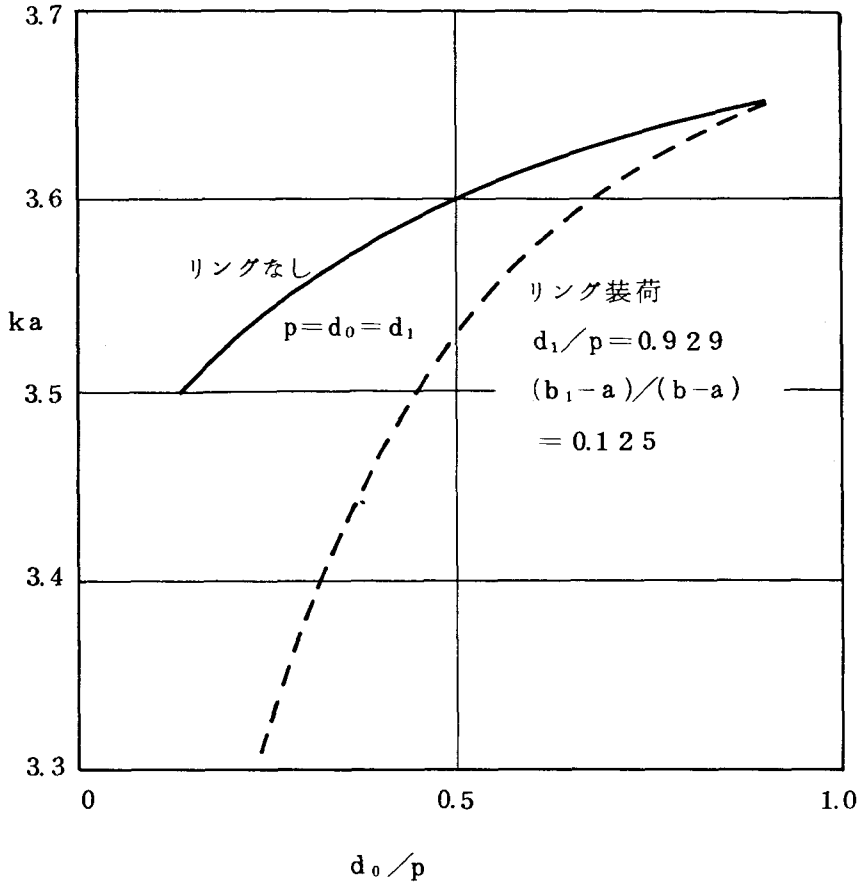


図 6.8　リング形状の $\beta_0=0$ における ka に
およぼす影響（TM^c_{02} モード波，b/a＝1.508）

これに対し，リングを装荷すると $Y_{s0}/j=0$ となる周波数が下るため，$\beta_0=0$ におけるしゃ断周波数が大きく変化している。

6.3.2　$\beta_0 p=\pi$ における ka

(a)　コルゲート円形導波管

$\beta_0 p=\pi$ のときの ka は，式（2.72）に $\beta_0 p=\pi$ を代入することによって求めることができる。

このときの kn は，

$$k_n^2=k^2-(2n+1)^2\pi^2/p^2 \qquad (6.5)$$

となり，$k_0^2=k_{-1}^2$ である。このことからも明らかなように，$\beta_0 p=\pi$ における ka を求めるには空間高調波成分を考慮して式（2.72）を数値計算により解かねばならない。

図 6.1 に示した $ka-\beta_0 a$ 曲線の一例からもわかるように TM^c_{01}，HE_{m1} モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka は小さく，コルゲート円すいホーンの使用周波数範囲にある。し

かし，その他のモード波では $\beta_0 p=\pi$ における ka が十分大きいので，コルゲート円すいホーンの使用周波数範囲内では，これらのモード波に対しては，コルゲート円形導波管が高域通過特性を呈するものと考えてさしつかえない。

図 6.9 に，$\beta_0 p=\pi$ における ka が小さい TM_{01}^{c}，HE_{m1} モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka を，b/a に対して示す。コルゲート溝の深さが浅くなると $\beta_0 p=\pi$ における ka は大きくなる。この値が $\beta_0=0$ における ka，すなわち x'_{m1} 以上となる HE_{m1} モード波は前進波となる。

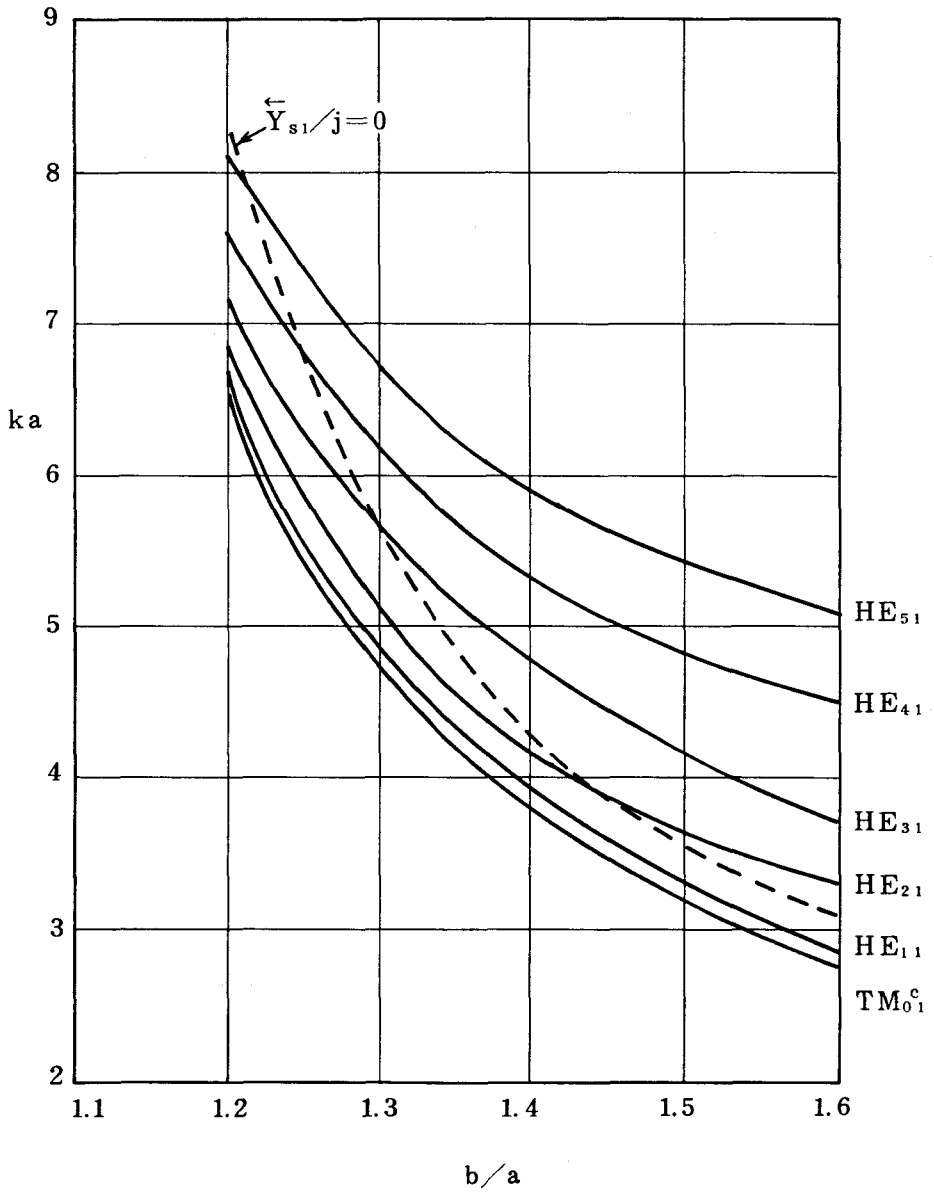


図 6.9　$\beta_0 p=\pi$ における ka

p/d＝1

n＝−3〜3

図6.10および図6.11に，HE_{11} および $TM_{0}^{c}{}_{1}$ モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka と p／d との関係を示す。p／d すなわち，ひれの厚みの影響は小さいことがわかる。

図6.9から $TM_{0}^{c}{}_{1}$ および m が小さい HE_{m1} モード波では b／a が大きいときには $\beta_0 p=\pi$ における ka が小さいことがわかる。この場合には，アンテナホーンに応用するコルゲート導波管では $\beta_0 p=\pi$ においても $p \ll \lambda$ が成立する。

そこで，$a \gg p$，$p=d$ のコルゲート円形導波管において，$p \ll \lambda$ が成立するものとして $\beta_0 p=\pi$ における $\vec{Y}_{cm}$ について検討する。この場合には，

$$\left.\begin{aligned}
&\beta_n p=(2n+1)\pi \\
&K_n^2=-k_n^2=\beta_n^2-k^2 \simeq \beta_n^2 \\
&K_n a \simeq |(2n+1)\pi a/p| \gg 1 \\
&\mathcal{J}'_{mn}(K_n a) \simeq 1 \\
&\left(\frac{\sin\frac{\beta_n p}{2}}{\frac{\beta_n p}{2}}\right)^2=\left\{\frac{2}{(2n+1)\pi}\right\}^2
\end{aligned}\right\} \qquad (6.6)$$

が成立し $\vec{Y}_{cm}$ は次式となる。

$$\vec{Y}_{cm} \simeq \frac{j\varepsilon'_m \pi a}{p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,\frac{p}{\lambda}\left[1-\left(\frac{m}{ka}\right)^2\right]\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{8\pi}{(2n+1)^3\pi^3} \qquad (6.7)$$

したがって特性方程式は

$$V'_{m0}(ka)=\frac{p}{\lambda}\left[1-\left(\frac{m}{ka}\right)^2\right]\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{8\pi}{(2n+1)^3\pi^3} \qquad (6.8)$$

となる。

式(6.8)から，mが小さいモード波に対しては右辺が非常に小さくなるため，$V'_{m0}(ka) \simeq 0$ すなわち $\overleftarrow{Y}_{sm}/j=0$ のときの ka が $\beta_0 p=\pi$ における ka となることがわかる。

たとえば，変換器の設計において考慮しなければならない HE_{11} モード波の上限のしゃ断周波数は $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる周波数に近似的に等しくなる。図6.9中に $\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$ となる ka を破線で示す。ka が小さいときには HE_{11} モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka と比較的よく一致している。

(b) リング装荷コルゲート円形導波管

式(4.33)に $\beta_0 p=\pi$ を代入することにより，$\beta_0 p=\pi$ における ka を求めることが

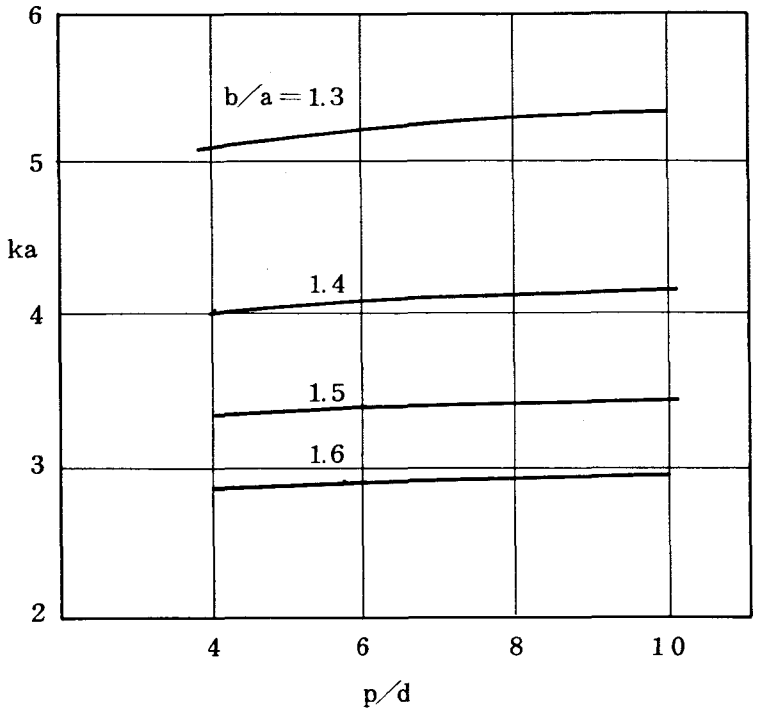


図 6.10　HE_{11} モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka

n＝－3～3

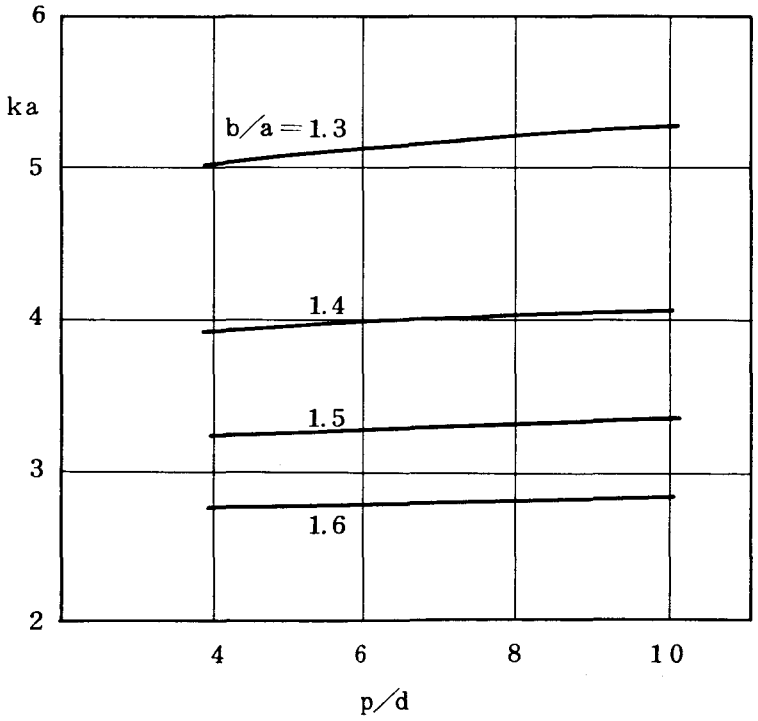


図 6.11　TM_{01}^{c} モード波の $\beta_0 p=\pi$ における ka

n＝－3～3

できる。

しかし，リング装荷コルゲート円形導波管の$\vec{Y}_{cm}$がコルゲート円形導波管の$\vec{Y}_{cm}$と同一であること，および，リング装荷コルゲート円形導波管の$\overleftarrow{Y}_{sm}$がコルゲート円形導波管の$\overleftarrow{Y}_{sm}$に容量性サセプタンスを付加したものと近似的にみなせることから，リング装荷コルゲート円形導波管の場合の特性は，コルゲート円形導波管の場合の特性から概略わかる。

たとえば，$\beta_0 p=\pi$におけるkaが小さいTM_{01}^{c}，HE_{m1}モード波の場合には，式（6.8）の左辺に容量性サセプタンスが付加されることを考えると，$\beta_0 p=\pi$におけるkaはコルゲート円形導波管の場合より小さくなることがわかる。そして，たとえば，リング装荷の効果として，不要モード波であるHE_{11}モード波の上限しゃ断周波数を低くできることがわかる。

6.4 放射指向特性に及ぼす影響

管軸部に強い径方向電界を有するHE_{12}，EH_{12}モード波の，放射指向特性に及ぼす影響について数値計算例を用いて述べる。

開き角13度のコルゲート円すいホーンの遠隔領域における放射パターンを求める。開口形状は図6.3に示したコルゲート円形導波管形状に相当する。数値計算は第3章で述べた方法により，$\overleftarrow{Y}_{s1}$が小さな容量性サセプタンスとなる$ka=9.06$で行なった（図3.10参照）

このときの，EH_{11}，HE_{12}およびEH_{12}モード波の$k_0 a$は，それぞれ，2.38（$\simeq x_{01}$），5.15（$\simeq x_{21}$），および5.46（$\simeq x_{02}$）である。

図6.12，図6.13および図6.14に，それぞれ，EH_{11}，HE_{12}およびEH_{12}モード波の放射パターンを示す。図中，実線および破線はそれぞれ，E面およびH面の放射パターンである。

また，図6.15および図6.16に，EH_{11}モード波に対して-10dBのHE_{12}モード波が同相あるいは逆相で励振された場合，および-10dBのEH_{12}モード波が同相あるいは逆相で励振された場合の放射パターンを示す。

図6.15に示すように，HE_{12}モード波が励振されるとE面とH面とのビーム幅が大きく異なる。これは図6.2からも明らかなようにHE_{12}モード波の導波管横断面内の電界が$\theta=0$と$\theta=\pi/2$とで位相がπ異なるためである。

これに対し，EH_{12}モード波が励振された場合には，図6.16に示すようにE面とH面とのビーム幅は大きく変化しない。これは，EH_{12}モード波の横断面内電界が，EH_{11}モード波の場合と同様に$\theta=0$と$\theta=\pi/2$とで位相が同相であることによる。

これらの数値計算例から，コルゲート円すいホーンを広帯域に用いる場合には，コルゲート円すいホーンおよびアンテナ給電回路の設計において，とくにHE_{12} モード波および，このモード波に変換される可能性のあるTM_{11}^{0} モード波が励振されないように設計することが重要なことがわかる。

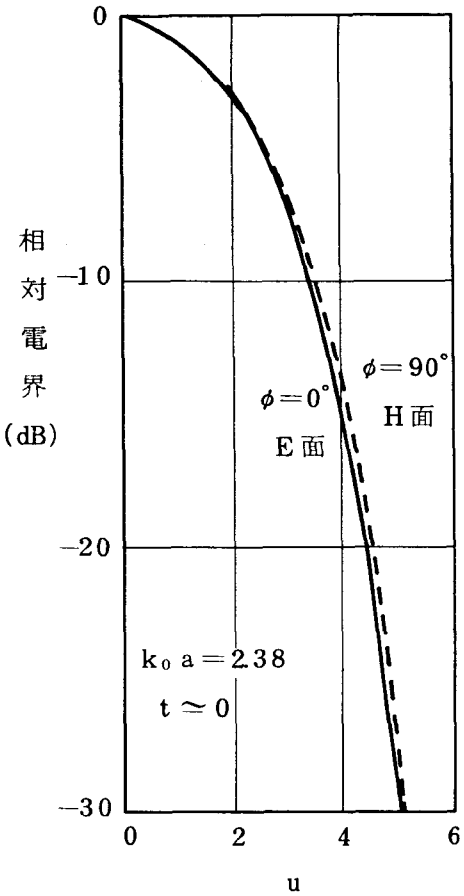


図6.12　EH_{11} モード波の放射パターン

b/a=1.188

p/a=0.119

d/p=0.928

ka=9.06

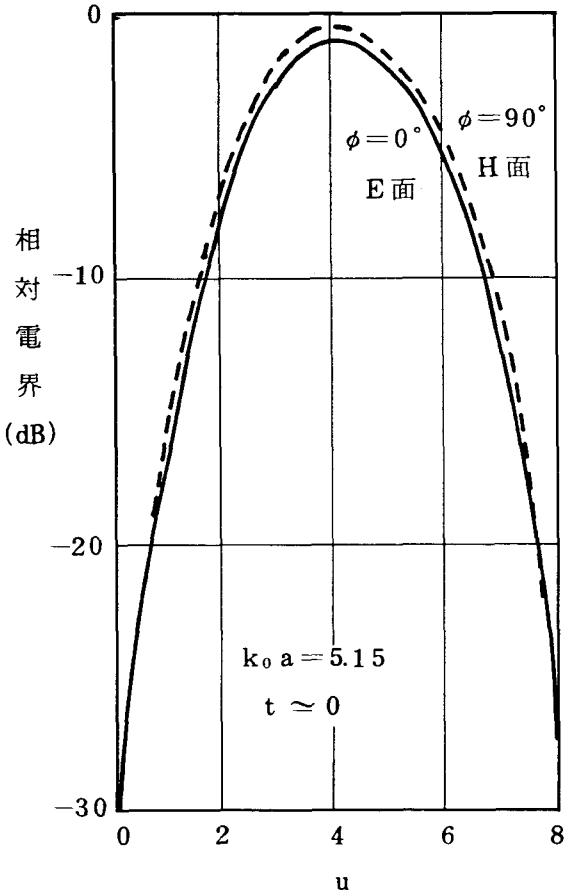


図6.13　HE_{12} モード波の放射パターン

b/a=1.188

p/a=0.119

d/p=0.928

ka=9.06

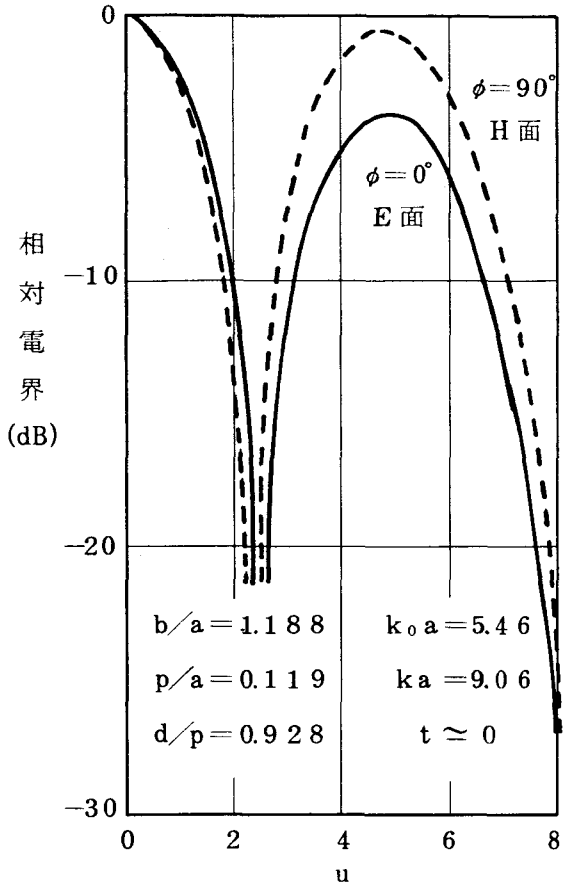


図 6.14　EH_{12} モード波の放射パターン

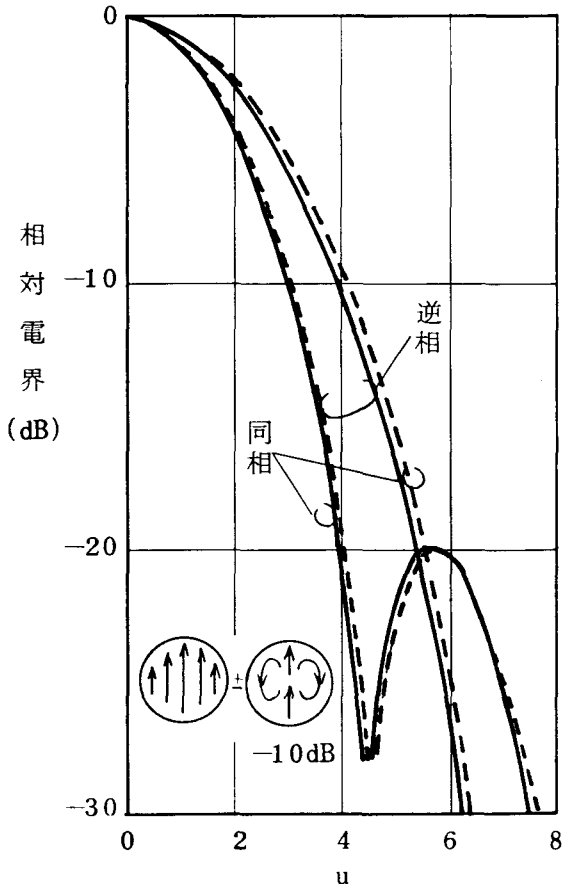


図 6.15　EH_{11} モード波と HE_{12} モード波とで励振したときの放射パターン

b/a=1.188 ——— φ=0°
p/a=0.119 ---- φ=90°
d/p=0.928
ka=9.06
t≃0

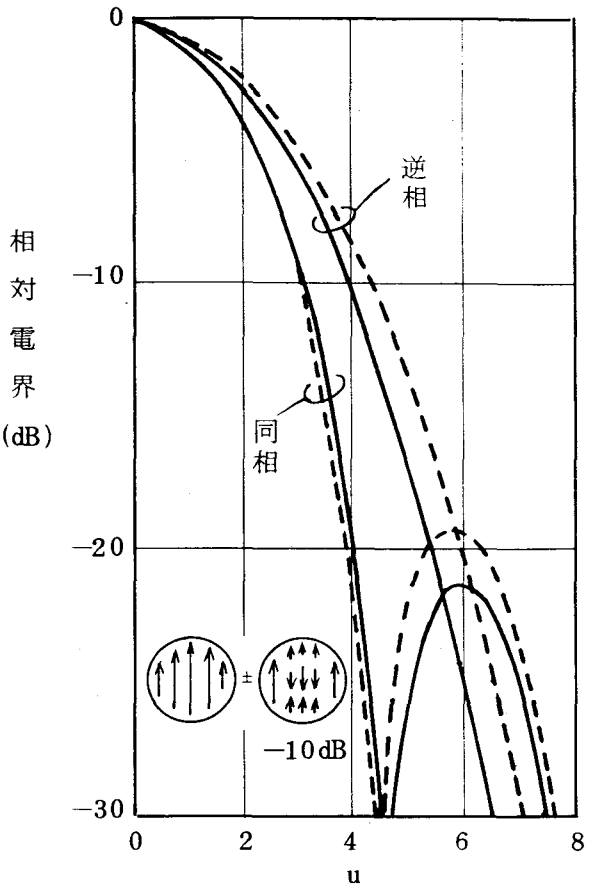


図 6.16　EH_{12} モード波と EH_{12} モード波とで励振したときの放射パターン

b/a=1.188 ——— φ=0°
p/a=0.119 ---- φ=90°
d/p=0.928
ka=9.06
t≃0

6.5 オーバサイズ円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器

第5章においては，高次モード波が伝搬していない円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器についてその設計方法を明確にした。

ここでは，高次モード波が伝搬しているオーバサイズの円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器について述べる。

まず，6.5.1では，6.2および6.3の結果を用いて，このようなオーバサイズ円形導波管とコルゲート円形導波管とを接続する場合に生じる問題を具体例を用いて明らかにする。

つぎに，6.5.2において，オーバサイズ円形導波管とコルゲーと円すいホーンとの変換器の設計指針を示す。

6.5.1 変換器における問題点

円形導波管は一種の高域通過ろ波器であり，周波数が高くなると種々の高次モード波が伝搬可能となる。これに対し，コルゲート円形導波管は一種の帯域通過ろ波器であり，各モードの伝搬帯域はコルゲート溝形状によって異る。

したがって，オーバサイズ円形導波管とコルゲート円形導波管を接続すると，円形導波管を伝搬する種々のモード波は，それぞれのモード波に対応するコルゲート円形導波管のモード波に変換される帯域でのみコルゲート円形導波管を伝搬し，他の周波数帯においてはしゃ断される。そして，高次モード波がしゃ断された場合には，この高次モード波はオーバサイズ円形導波管の他端に接続される基本波のみを伝搬する入力導波管によってもしゃ断されるため，両しゃ断点間において，いわゆる閉じ込め共振を起す。[61]

つぎに，図6.17に示す回路構成における共振現象を具体的に述べる。

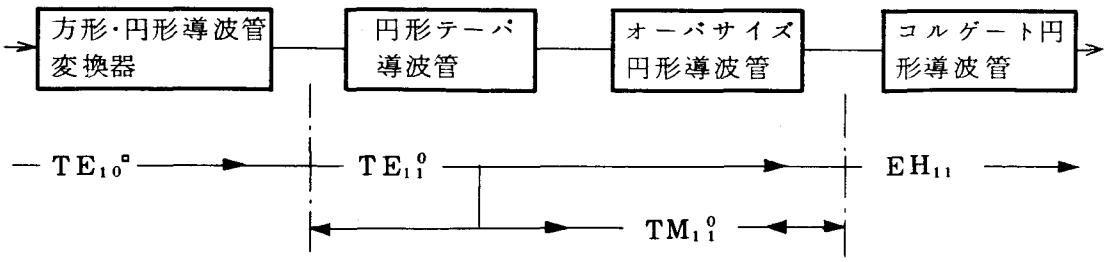


図6.17 回路構成

コルゲート円形導波管の形状を b／a＝1.444とするとEH_{11}，HE_{12} モード波の ka－β_0a 曲線は図6.18の実線のようになる。図中破線は半径 a の円形導波管におけるTE_{11}^0，TM_{11}^0 モード波の ka－β_0 a 曲線である。コルゲート円形導波管の使用周波数範囲を$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j＞0，すなわち ka≧3.9とすると，オーバサイズ円形導波管はTM_{11}^0 モード波を伝搬し得る。図6.17のような回路構成においては，TE_{11}^0 モード波が円形テーパ導波管を伝搬するときTM_{11}^0 モード波が発生しやすい。

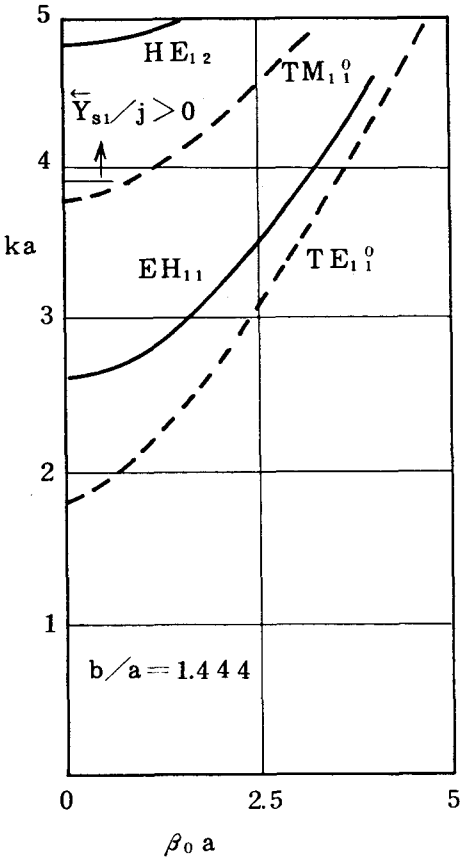


図6.18　ka－β_0a 曲線
b／a＝1.444

いま，オーバサイズ円形導波管をTE_{11}^0，TM_{11}^0モード波が伝搬するものとする。さて，変換器においては良好なVSWR 特性を得るため，変換器の円形導波管側においては$\overleftarrow{Y}_{s1}$／j≃∞ となっている。したがって，変換器部においては図6.2から明らかなようにTE_{11}^0 モード波はEH_{11} モード波に，またTM_{11}^0モード波はHE_{12}モード波に変換される。しかし，変換器に図6.18に特性を示す一様なコルゲート円形導波管が接続されていると，ka＞3.9の周波数範囲においててはTE_{11}^0モード波はEH_{11}モード波に変換されコルゲート円形導波管を伝搬するが，TM_{11}^0 モード波はHE_{12} モード波に変換されるため，HE_{12}モード波のしゃ断周波数以下，すなわち4.85≧ka≧3.9の周波数範囲においてはコルゲート円形導波管を伝搬し得ずしゃ断される。

このため，TM_{11}^0 モード波は円形テーパ導波管とコルゲート円形導波管とによりしゃ断され，両しゃ断点間の長さによって決まる周波数で共振する。

この共振は，TM_{11}^0 モード波の発生量が非常に小さい場合にも，大きな遅延歪を与えるため，[61] 変換器の設計においては十分考慮しなければならない問題である。

なお，ここでは，TM_{11}^0 モード波の閉じ込め共振について述べたが，他の高次モード波が発生した場合も同様である。

6.5.2 変換器の設計指針

変換器を介して円形導波管とコルゲート円形導波管を接続する場合に，共振が生じる可能性のある周波数範囲は変換器の形状にはかかわりなく，コルゲート円形導波管形状によって決定される。

この場合に閉じ込め共振による遅延歪を小さくするには，共振を起すモード波を吸収形のモードろ波器などにより吸収減衰することが必要となる。しかし，この方法では給電回路の雑音温度を高めることになり低雑音化が望まれる場合には望ましくない。

ここでは，円形導波管に変換器を介して接続される回路がホーンであること，すなわち，変換器の内径を次第にホーン開口に向って大きくし得ることに着目した閉じ込め共振を防ぐ方法について述べる。

6.5.1の場合と同様に給電回路で励振されやすいTM_{11}^{0}モード波を例に説明する。

TM_{11}^{0}モード波に対応するHE_{12}モード波の下限しゃ断周波数はひれの厚みが薄い場合には図6.6のように変化する。すなわち，ホーン喉元部のようにb／aが大きい場合は〔$b/a \geq x'_{12}/x_{12} \simeq 1.32$〕

$$ka\Big|_{\beta_0=0} = x_{12} \cdot \frac{a}{b} \qquad (6.9)$$

となる。したがって，コルゲート溝の深さ，あるいは，ひれの内径2aを大きくし，bを大きくすれば，HE_{12}モード波のしゃ断周波数は低くなる。またひれの厚みを厚くしても図6.7に示すようにしゃ断周波数は低くなる。

そこで，図6.19に示すような変換器において円形導波管に隣接するコルゲート溝形状を，コルゲート溝の深さが深い，また，ひれの厚みが厚い形状とすると，HE_{12}モード波の下限しゃ断周波数をTM_{11}^{0}モード波のしゃ断周波数に近づけることができる。

つぎに，そのコルゲート溝に隣接する変換器部の形状を，コルゲート溝の深さ，および，ひれの厚みは前段の場合と同一に保ち，ひれの内径のみを大きくしたとすると，図6.7から明らかなように，この変換器部におけるHE_{12}モード波のしゃ断周波数は低くなる。したがって，この変換器部においては，ひれの内径が大きくなることによるHE_{12}モード波のしゃ断周波数の低下分に相当するだけ前段のコルゲート溝の深さより深さを浅く，また，ひれの厚みを薄くしても，TM_{11}^{0}モード波をしゃ断することはない。

この操作を繰りかえし行ない，変換器部のコルゲート溝の深さ，および，ひれの厚みを放射指向特性から要求される所定の形状に近づければ，TM_{11}^{0}モード波はつねにHE_{12}モード波に変換されホーンより放射され，閉じ込め共振を起さなくなる。この

場合TM_{11}^{0}モード波の発生量が多いと6.4で述べたように放射指向特性が劣化する原因となるが発生量が少ないと放射指向特性に及ぼす影響は小さい。

また，この方法は第5章で述べた変換器の整合法とも一致するので良好なVSWR特性が得られる。

ここでは，TM_{11}^{0}モード波とHE_{12}モード波とについて述べたが他の高次モード波についても同様に考えることができる。

また，リング装荷コルゲート円形導波管を適用すると設計の自由度がまし，広帯域特性が要求される場合に大きな効果が得られる。

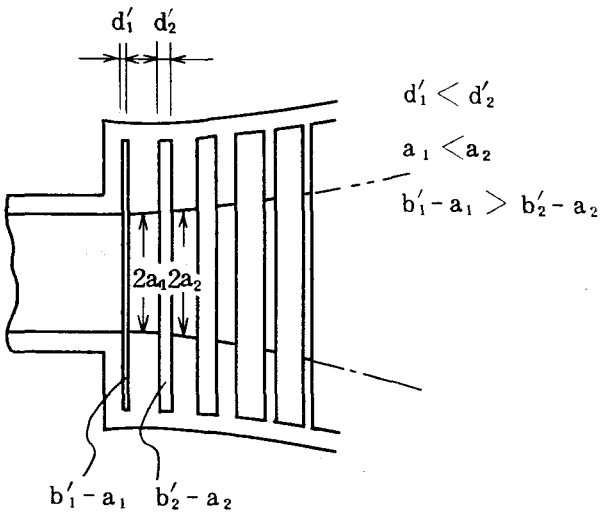


図6.19　変換器

6.6　下限しゃ断周波数およびオーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の実測例

ここでは，変換器の設計に必要な，ひれの厚みの$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数に及ぼす影響の実測例と，オーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の試作結果について述べる。

6.6.1　$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数

オーバサイズ円形導波管とコルゲート円形導波管とを接続し，オーバサイズ円形導波管において，測定しようとするコルゲート円形導波管モード波に対応する円形導波管の高次モード波を励振し，この円形導波管モード波に対するコルゲート円形導波管の通過特性を測定することにより，$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数を測定した。

測定したコルゲート円形導波管モード波は，HE_{12}，HE_{32}，HE_{13}モード波であり，それぞれに対応する円形導波管モード波は，TM_{11}^{0}，TM_{31}^{0}，TM_{12}^{0}モード波である。図6.20に測定結果を示す。実線は基本波成分（$\ell=0$, $n=0$）のみで電磁界を近似して求めた各モード波の$\beta_0=0$におけるしゃ断周波数の理論値であり，○，△，×印は，それぞれ，HE_{12}，HE_{32}，HE_{13}モード波のしゃ断周波数の実測値である。理論値は実測値とよく一致している。

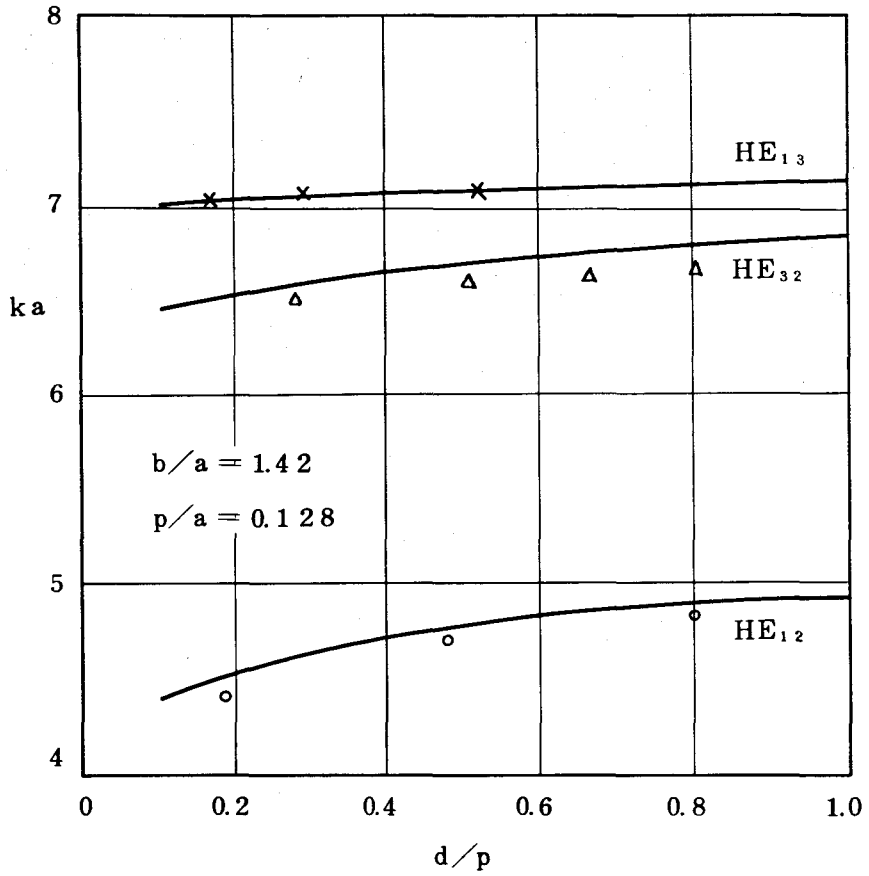


図 6.20　$\beta_0 = 0$ における ka の実測値

6.6.2　オーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の試作結果

表 6.4 に示す関係にある二周波数帯を共用する変換器の試作結果について述べる。なお，この変換器はアンテナが到来波に対して正対していないときに一次放射器内に励振される TM_{01}^{0} モード波を追尾用角度誤差信号として検出し，自動追尾を行なう方式のアンテナに用いることができるように低周波数帯の中心周波数において TM_{01}^{0} モード波が伝搬し得るような円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器である。

低周波数帯　$(f_L \pm \triangle f_L)$	$2\triangle f_L / f_L = 0.127$
高周波数帯　$(f_H \pm \triangle f_H)$	$2\triangle f_H / f_H = 0.081$
ビーコン周波数　(f_B)	f_L
f_H / f_L	1.56

表 6.4　周波数配置

また，この変換器に接続されるコルゲート円すいホーン形状は，開き角 13 度，コルゲート溝の深さは $f_L - \triangle f_L$ において 0.275λ，またピッチ間隔は $f_L - \triangle f_L$ において

0.173λとした。

(a) 設　計

変換器の設計は第5章の場合と同様に，変換器の各部分を，各部分のコルゲート溝形状と同一なコルゲート溝形状を有する一様なコルゲート円形導波管で近似することにより行なった。

まず，円形導波管に隣接する変換器のひれの内径 $2a_1$ は，円形導波管の内径と等しくし，

- f_B において，TM_{01}^0 モード波を伝搬すること（$ka_1 \geq x_{01}$）
- TM_{11}^0 モード波のしゃ断周波数（$ka_1 = x_{11}$）が $f_L+\triangle f_L$ と $f_H-\triangle f_H$ の間にあること
- TM_{12}^0 モード波のしゃ断周波数（$ka_1 = x_{12}$）が $f_H+\triangle f_H$ 以上であること

などを考慮して，$f_L-\triangle f_L$ における ka_1 が 3.06 となるように選んだ。

表6.5にこのときの周波数と ka_1 との関係を示す。

周波数	ka_1
$f_L-\triangle f_L$	3.06
f_L	3.27
$f_L+\triangle f_L$	3.48
$f_H-\triangle f_H$	4.91
$f_H+\triangle f_H$	5.32

表6.5　周波数配置と ka_1 との関係

つぎに，変換器部のコルゲート溝部形状は，ひれの内径を曲率半径 $37\lambda_L$（λ_L は $f_L-\triangle f_L$ における自由空間波長）で変化させ，また，コルゲート溝の深さ，および，ひれの厚みは，

- TM_{02}^c モード波のしゃ断周波数が f_B 以下であること
- HE_{12} モード波のしゃ断周波数を $f_H-\triangle f_H$ 以下とし，TM_{11}^0 モード波の閉じ込め共振周波数を帯域外に配置すること
- VSWR 特性が良好であること
- 急激な形状変化により高次モード波を発生しないこと

などを考慮して表6.6のように設計した。

N	a_N/a_1	$(p-d'_N)/a_1$	$(b'_N-a_N)/a_1$
1	1.000	0.304	0.583
2	1.001	〃	〃
3	1.003	〃	〃
4	1.008	〃	〃
5	1.013	〃	〃
6	1.021	〃	〃
7	1.030	〃	〃
8	1.041	〃	〃
9	1.053	0.279	〃
10	1.067	〃	〃
11	1.082	〃	〃
12	1.100	0.253	〃
13	1.119	0.190	〃
14	1.141	0.127	〃
15	1.162	0.063	〃
16	1.186	0.025	0.558
17	1.216	〃	〃
18	1.248	〃	〃
19	1.271	〃	〃
20	1.293	〃	〃

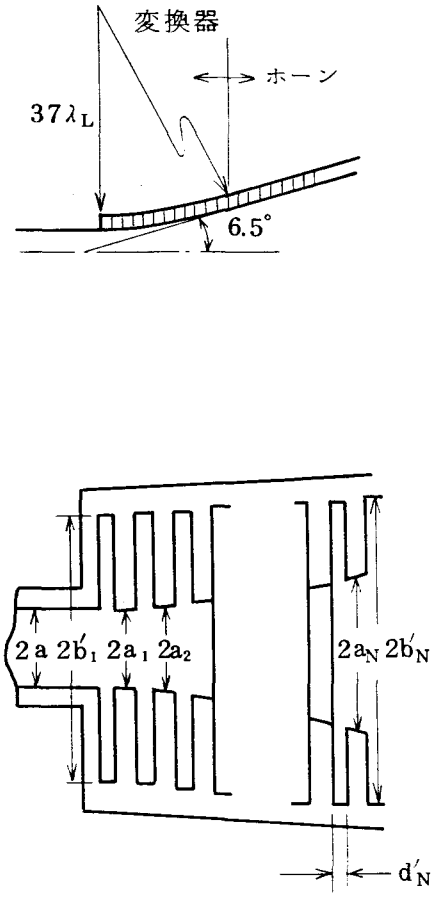


表 6.6　変換器形状

図6.21に，この変換器のTM_{02}^{c}，HE_{12}モード波のしゃ断周波数の理論値を使用周波数帯域と対比して示す。縦軸はka_N，横軸はb'_N/a_Nであり，変換器各段のしゃ断周波数がka_Nで表示されている。ここで，a_N，b'_Nは変換器N段めのaおよびbである。

図から，TM_{02}^{c}モード波のしゃ断周波数はf_Bより低く，TM_{11}^{0}モード波の閉じ込め共振が生じる可能性のある周波数範囲は，$f_L+\triangle f_L$と$f_H-\triangle f_H$との間の帯域外にあることがわかる。

(b)　実測結果

図6.22に変換器のTM_{01}^{0}モード波の伝搬特性の実測結果を示す。図6.21に示すしゃ断特性の理論値とよく一致している。

図6.23は変換器で発生するTM_{02}^{c}モード波の発生量であり−31dBと非常に少ない。

また，図6.24にVSWRの実測結果を示す。VSWRは1.13以下であり，閉じ込め共振による急峻なVSWRの変化は認められなかった。

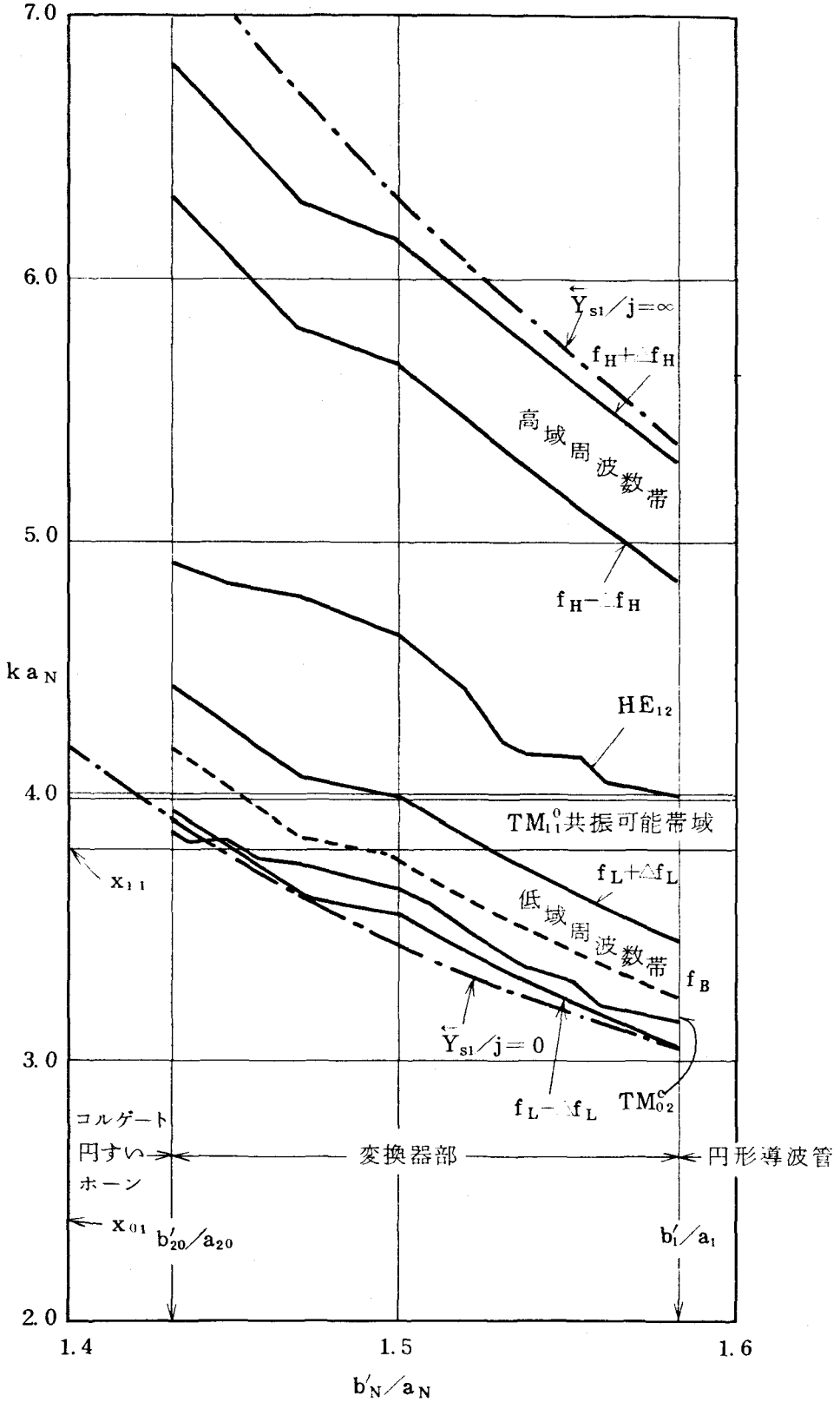


図6.21　変換器における，$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=0$および$\overleftarrow{Y}_{s1}/j=\infty$となる$ka_N$，$TM_{02}^c$，$HE_{12}$モード波の下限しゃ断周波と周波数帯域の関係（寸法形状は表6.6参照）

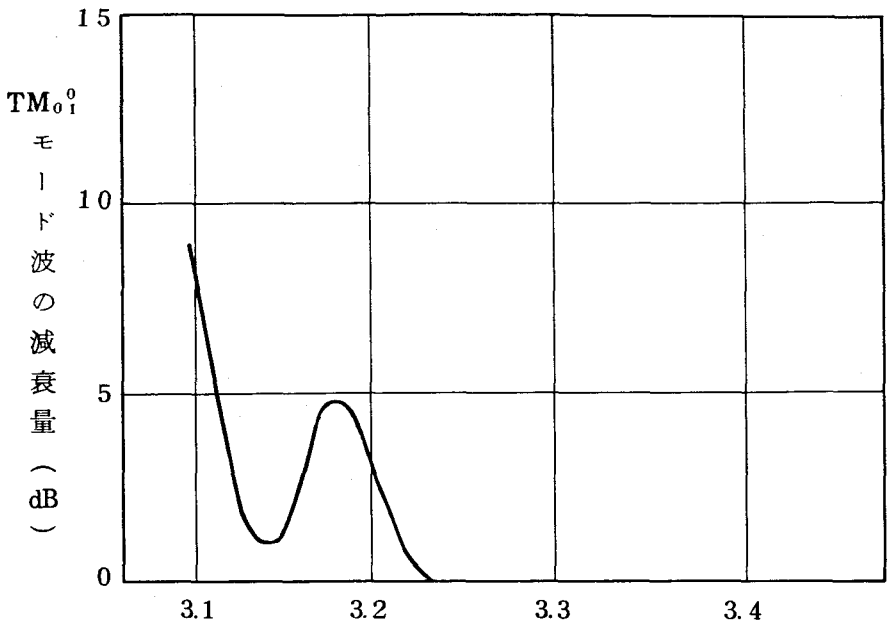


図6.22　TM_{01}^{0} モード波の伝搬特性

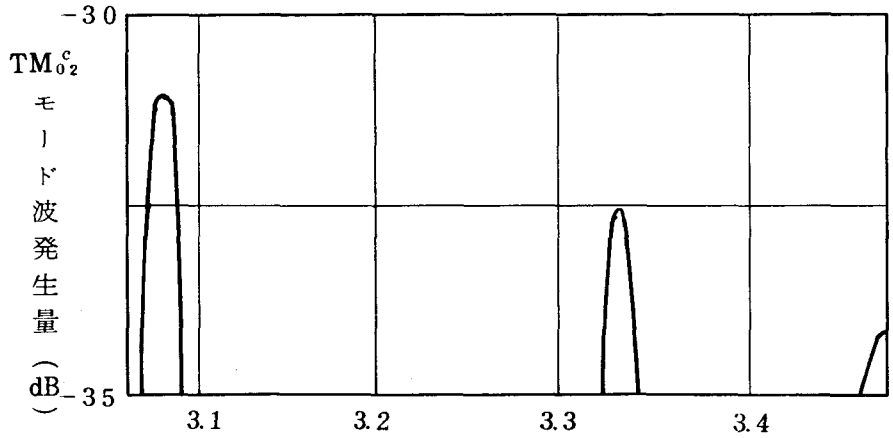
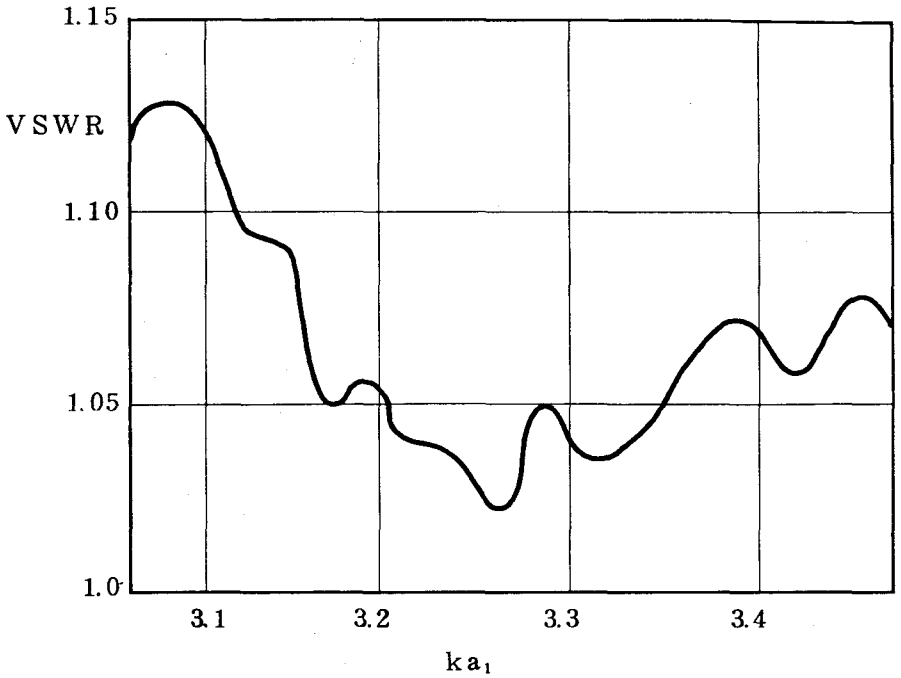
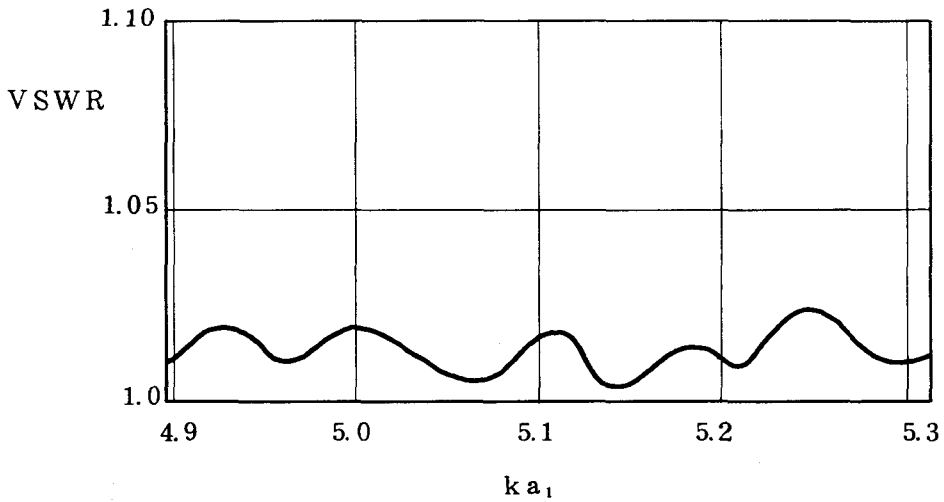


図6.23　TM_{02}^{c} モード波発生量



(a)　低周波数帯ＶＳＷＲ



(b)　高周波数帯ＶＳＷＲ

図6.24　ＶＳＷＲの実測値

6.7 結　言

コルゲート円すいホーンを広帯域に用いる場合に問題となるEH_{11} モード波以外のモード波について考察した。

まず，それらモード波の電磁界分布と円形導波管モード波との関係を，コルゲート溝の呈するアドミタンス$\overleftarrow{Y}_{s1}$との関連において明確にし，アンテナ給電回路でTM_{11}^{0} モード波が励振されると，コルゲート円すいホーンにおいてHE_{12} モード波に変換され，とくに放射パターンを劣化させる原因となることを数値計算例を用いて具体的に示した。

また，コルゲート溝形状の各種モード波の伝搬帯域に及ぼす影響を明確にし，複数個のモード波が伝搬している円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器の設計に有用な資料を与えた。また，このような変換器の問題点を明確にするとともに，設計指針を示した。

最後に，伝搬帯域の下限しゃ断周波数の実測結果，および，上述の設計指針に従った二周波数帯を共用するオーバサイズ円形導波管・コルゲート円すいホーン変換器の具体的設計例と試作結果を示した。

伝搬帯域に関する実測結果は理論的検討結果とよく一致した。また，試作変換器については期待通りの性能が得られることを確認した。

第7章　結　　論

以上がこれまで筆者が行なってきたコルゲート円形導波管形円すいホーンに関する研究をまとめたものである。本研究において得られた成果ならびに結論を改めて要約するとつぎのようになる。

(i) アンテナホーンへの応用を前提として，コルゲート溝中の高次モード波，円筒部における空間高調波を考慮したコルゲート円形導波管の解析を行なった。速波領域（$k > \beta_0$）においては，溝のピッチが自由空間波長に比べて十分小さい（$p/\lambda < 0.15$）と，空間高調波を無視してひれの厚みの電磁界分布に及ぼす影響を考慮できる。

(ii) 溝のピッチが自由空間波長の3分の1強になると，コルゲート溝は周方向電界，および磁界に対して，それぞれ電気壁，磁壁の条件を同時には満足し難くなる。また，この場合の電磁界分布はコルゲート溝中の高次モード波を1次まで考慮すれば，考慮しない場合に比べてよりよく実測値と一致する。

(iii) 電磁界分布の状態を表わすパラメータとしてk_0aを，また，ホーンの長さ，開口径，観測距離等を表わすパラメータとしてtを導入し，k_0aとコルゲート円形導波管形状，および，k_0a，tと放射指向特性との関係を明確にした。これにより，アンテナの要求から放射指向特性をきめると，k_0a，tを介してコルゲート円すいホーンの設計が容易にできる。

(iv) コルゲート円すいホーンの特性改善を目的として，リング装荷コルゲート円形導波管を考案した。この導波管をアンテナホーンに応用したリング装荷コルゲート円すいホーンでは，通常の円すいホーンより放射指向特性が優れ，かつ，良好なVSWR特性の得られる使用可能周波数範囲が，1オクターブ以上となる。また，試作したリング装荷コルゲート円すいホーンでは，従来のコルゲート円すいホーンに比べて使用可能周波数帯域が1.35倍広帯域である。

(v) ひれの厚みを変える方式，および，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器を考案した。これにより円形導波管とコルゲート円すいホーンとの広帯域整合が可能となった。とくに，リング装荷コルゲート円形導波管を用いる方式の変換器では，コルゲート円すいホーンにおいて優れた放射指向特性が得られる1オクターブの周波数範囲にわたり，良好な電圧定在波比特性が得られる。

(vi) コルゲート円形導波管における高次モード波の電磁界分布，伝搬帯域の検討を行なった。そして，高次モード波の放射指向特性に及ぼす影響，ならびに，オーバサイズ円形導波管とコルゲート円すいホーンとの変換器の問題点を明確にし，コルゲート円すいホー

ンを広帯域に用いる場合の設計指針を示した。

これらの研究成果をとりいれたコルゲート円形導波管形円すいホーンは，広帯域でかつ，高能率，低雑音であることが要求される衛星通信地球局用アンテナの一次放射器などに数多く実用されている。

謝　　辞

本研究を行なうにあたり終始懇切な御指導，御鞭撻を賜った大阪大学教授　牧本利夫博士に衷心より感謝の意を表します。

また，有益な御助言，御討論をもって御指導下さった大阪大学教授　藤沢和男博士，大阪大学教授　難波進博士，大阪大学教授　末田正博士，大阪大学教授　浜川圭弘博士，ならびに常日頃御指導をいただく大阪大学教授　裏克己博士に深く感謝いたします。

マイクロ波回路の研究にあたり，常日頃御指導，御鞭撻を賜わる三菱電機株式会社　中央研究所長　喜連川隆博士，同社鎌倉製作所電子機器研究部長　武市吉博博士，同部　橋本勉博士，水沢丕雄博士，ならびに同社通信機製作所マイクロ波衛星通信部長　立川清兵衛博士，同部アンテナ技術課　竹内政和課長，別段信一主任に深く感謝いたします。

最後に本研究にあたり実験，計算に御協力をいただいた蟹谷正二郎氏に御礼を申し上げます。

文　　献

〔1〕 P. D. Potter : "A new horn antenna with suppresed sidelobes and equal beamwidths", The Microwave Journal, 6, 6, PP. 71-78, (June 1963).

〔2〕 E. R. Nagelberg, J. Shefer : "Mode conversion in circular waveguide", BSTJ, PP. 1321-1338, (May 1965).

〔3〕 T. Satoh : "Dielectric-loaded horn antenna", IEEE Trans. AP., AP-20, 3, PP. 199-201, (Mar. 1972).

〔4〕 A. F. Kay : "The scalar feed", TRG report, contract AF 19 (604)-8057, (Mar. 1964).

〔5〕 H. C. Minnett, B. Mac A. Thomas : "A method of synthesizing radiation patterns with axial symmetry", IEEE Trans. AP., AP-14, 9, PP. 654-656, (Sep. 1966).

〔6〕 P. J. B. Clarricoats, P. K. Saha : "Propagation and radiation behavior of corrugated feeds part 2-corrugated conical-horn feed", Proc. IEE, 118, 9, PP. 1177-1186, (Sep. 1971).

〔7〕 M. E. J. Jeuken : "Frequency independence and symmetry properties of corrugated conical horn antennas with small flare angles", Thesis, Eindhoven University of Technology, (1970).

〔8〕 P. J. B. Clarricoats : "Analysis of spherical hybrid modes in a corrugated conical horn", Electronics Letters, 5, 9, PP. 189-190, (May 1969).

〔9〕 J. K. M. Jansen, M. E. J. Jeuken, C. W. Lambrechtse : "The scalar feed", A. E. Ü., 26, 1, PP. 22-30, (1972).

〔10〕 M. S. Narasimhan : "Corrugated conical horns with arbitrary corrugation depth", The Radio and Electronic Engineer, 43, 3, PP. 188-192, (March 1973).

〔11〕 M. S. Narasimhan, B. V. Rao : "Hybrid modes in corrugated conical horns", Electronics Letters, 6, 2, PP. 32-34, (Jan. 1970).

〔12〕 C. A. Mentzer, L. Peters : "Properties of cutoff corrugated surfaces for corrugated horn design", IEEE Trans. AP., AP-22, 2, PP. 191-196, (March 1974).

〔13〕 M. S. Narasimhan : "Corrugated conical horns with arbitrary groove depth", Proc. 1971 Europian Microwave Conference, 1, B6/4:1, (1971).

〔14〕 M. S. Narasimhan, M. S. Govindarajan : "Eigenvalues of spherical hybrid modes in corrugated conical horns", Proc. IEE, 120, 9, PP. 965-967, (Sep. 1973).

〔15〕 W. Spika : "Realisation of a hybrid-mode secondary focus feed for the 100m radiotelescope, Effelsberg", Proc. 1971 Europian Microwave Conference, 1, B6/1:1, (1971).

〔16〕 糸原，遠藤，畠山，水沢，別段："4回反射集束ビーム給電カセグレンアンテナ"，信学会アンテナ伝播研資，AP71－39，(1971-10).

〔17〕 宮："衛星通信工学"，ラテイス，P231，(1969).

〔18〕 L. Brillouin : "Wave guides for slow waves", J. A. P., 19, PP. 1023-1041, (Nov. 1948).

〔19〕 G. Saxon, T. R. Jarvis, I. White : "Angular-dependent modes in circular corrugated waveguide", Proc. IEE, 110, 8, PP. 1365-1373, (Aug. 1963).

〔20〕 G. H. Bryant : "Propagation in corrugated waveguides", Proc. IEE, 116, 2, PP. 203-213, (Feb. 1969).

〔21〕 P. J. B. Clarricoats, P. K. Saha : "Theoretical analysis of cylindrical hybrid modes in a corrugated horn", Electronics Letters, 5, 9, PP. 187-190, (May 1969).

〔22〕 P. J. B. Clarricoats, P. K. Saha : "Attenuation in corrugated circular waveguide", Electronics Letters, 6, 12. PP. 370-372, (June 1970).

〔23〕 P. J. B. Clarricoats, P. K. Saha : "Propagation and radiation behaviour of corrugated feeds part 1 - corrugated-waveguide feed", Proc. IEE, 118, 9, PP. 1167-1176, (Sep. 1971).

〔24〕 P. J. B. Clarricoats, A. D. Olver : "Low attenuation in corrugated circular waveguides", Electronics Letters, 9, 16, PP. 376-

377, (Ang. 1973).

〔25〕 A. D. Olver, P. J. B. Clarricoats, S. L. Chong: "Experimental determination of attenuation in corrugated circular waveguides", Electronics Letters, 9, 18, PP. 424-426, (Sep. 1973).

〔26〕 G. H. Bryant: "Antenna feed systems", United States Patent 3, 618, 106, (Nov. 10, 1969).

〔27〕 武田，橋本："コルゲート円形導波管におけるひれの厚みおよび溝のピッチの伝搬特性に及ぼす影響"，信学会論文誌（B），56-B, 12, PP. 543-550, (Dec. 1973).

〔28〕 水沢，武田，別段："コルゲート円すいホーンアンテナの放射特性"，信学会論文誌（B），56−B, 1, PP. 14-19, (Jan. 1973).

〔29〕 F. Takeda, T. Hashimoto: "Broadbanding of corrugated conical horns by means of the ring-loaded corrugated waveguide structure", IEEE Trans. AP., (Nov. 1976) 採録決定。

〔30〕 Y. Takeichi, T. Hashimoto, F. Takeda: "The ring-loaded corrugated waveguide", IEEE Trans. MTT., MTT-19, 12, PP. 947-950, (Dec. 1971).

〔31〕 F. Takeda, T. Hashimoto: "Radiation characteristics of the ring-loaded corrugated conical horn", 1973 G-AP International Symposium, PP. 224-227, (Aug. 23, 1973).

〔32〕 Y. Takeichi, T. Hashimoto, F. Takeda: "The ring-loaded corrugated waveguide", 1971 IEEE G-MTT International Microwave Symposium, PP. 36-37, (May 15, 1971).

〔33〕 武市，橋本，武田："コルゲート円形導波管の理論とアンテナへの応用"，信学会マイクロ波研資，MW70-77, (1971-02).

〔34〕 武田，橋本，武市："リング装荷コルゲート円形導波管"，信学会マイクロ波研資，MW71-73, (1971-11).

〔35〕 水沢，武田，別段："コルゲート円すいホーンアンテナの放射特性"，信学会アンテナ伝播研資，AP71-77, (1972-03).

〔36〕 武田："リング装荷コルゲートホーンの放射指向特性"，アンテナ伝播研資，AP72-65, (1972-11).

〔37〕 武田："円形導波管・コルゲート導波管変換器"，信学会マイクロ波研資，MW72-119, (1973-02).

〔38〕 抜山平一："電気磁気学"，丸善（1964）.

〔39〕 小山次郎："進行波管"，通研叢書，丸善，P15，（1964）.

〔40〕 安宅彦三郎："電気通信数学",岩波全書177，岩波書店，P198，（1959）.

〔41〕 L.E.O.Young："Advanced in microwaves"，5，Academic Press INC.，London，P260，（1970）.

〔42〕 藤沢："ラダートロン（新形高出力ミリ波発振管）の理論"，信学会雑誌，47，9，PP.1345-1353，（1964）.

〔43〕 C.G.Montogomery，R.H.Dicke，E.M.Purcell："Principles of microwave circuits"，McGraw-hill Book Co.，New York，P307，（1948）.

〔44〕 H.Jasik："Antenna engineering hand book"，McGraw-hill Book Co.，New York，P10-4，（1961）

〔45〕 M.S.Narasimhan："Eigenvalues of a class of spherical wave functions"，IEEE Trans. AP.，AP-21，1，PP.8-14，（Jan. 1973）.

〔46〕 S.Silver，H.M.James："Microwave antenna theory and design"，McGraw-hill Book Co.，New York，P110，（1949）.

〔47〕 喜連川，水沢："カセグレンアンテナにおける一次ホーンの設計理論"，昭和44和度電気四学会連合大会，No.1413.

〔48〕 M.J.Al-Hakkak："Dielectric loading of corrugated waveguide"，Electronics Letters，8，7，PP.179-180，（April 1972）.

〔49〕 C.G.Montogomery，R.H.Dicke，E.M.Purcell："Principle of microwave circuits"，（前出），P307.

〔50〕 N.Marcuvitz："Waveguide hand book"，McGraw-hill book Co.，New York，P307，（1951）.

〔51〕 柚木，猪飼，古溝："円形導波管H_{11}波伝送について"，Fujitsu，15，2，PP.343-361，（1964）.

〔52〕 宮："衛星通信工学"，前出，P358.

〔53〕 R.W.Klopfenstein："A transmission line taper of improved design"，Proc. IRE.，44，PP.31-35，（Jan. 1956）.

〔54〕 牧本，松尾："マイクロ波工学の基礎"，広川書店，P2，（1964）.

〔55〕 矢野："微分積分学"，裳華房，P252，（1956）.

〔56〕 R. A. Waldron: "Theory of guided electromagnetic waves", Van. Nostrand Reinhold Co., London, P57, (1969).

〔57〕 宮："衛星通信工学"，前出，P261.

〔58〕 M. E. J. Jeuken, C. W. Lanbrechtse: "Difference mode in the scalar feed", Proc. 1971 Europian Microwave Conference, 1, B6/5:1, (Dec. 1975).

〔59〕 C. C. H. Tang: "Mode conversion in tapered waveguide at and near cutoff", IEEE Trans. MTT., MTT-14, 5, PP. 233-239, (May, 1966).

〔60〕 武田，蟹谷，橋本："コルゲート導波管のしゃ断特性に及ぼすひれの厚みの影響"，昭和48年度電子通信学会全国大会，No. 751.

〔61〕 菅原："円形導波管を用いたパラボラアンテナ給電系の伝送特性と設計"，信学会論文誌（B），58-B, 12, PP. 635-642, (Dec. 1975).