様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　髙　野　凌　史　）	
論文題名	Rough Path and Regularity Structure Approaches to Stochastic Analysis: Rough Volatility and Singular SPDEs （ラフパスと正則性構造による確率解析：ラフボラティリティと特異な確率偏微分方程式）

論文内容の要旨

近年ラフパス理論と呼ばれる，確率積分を一般化線積分として扱う理論が登場した．この理論を用いる数学的利点は，確率微分方程式の解を決定論的な写像から構成できる点，方程式の解に対する台定理や大偏差原理の証明が明瞭となる点である．本研究の目的は，数理ファイナンスで現れるラフボラティリティ模型や物理学で現れる放物型アンダーソン模型を，ラフパス理論を土台に解析することである．

本論文の第一章，第二章は，ラフボラティリティ模型の解析に焦点を当て，ラフパス理論の観点から「ラフボラティリティ模型に対する大偏差原理」を証明する．本研究課題の数学的難点は，模型の係数に現れる確率過程（非整数ブラウン運動）がブラウン運動より低い正則性を持つため，当模型に従来のラフパス理論をそのまま適用できるかどうか非自明な点である．この問題を解決するための一つのアイデアは，ブラウン運動と非整数ブラウン運動が駆動する新しいラフパス空間を考えることである．第一章では，ブラウン運動と非整数ブラウン運動が駆動するラフパス理論を構築し，その応用としてラフボラティリティ模型の大偏差原理を証明する．

第二章では，第一章とは異なり，むしろ既存のラフパス理論の範疇で模型の解析を試みる．まず，非整数ブラウン運動が被積分関数となるような確率積分を考え，その確率積分に対するラフパスに着目することで，ラフボラティリティ模型の大偏差原理を証明する．この手法の利点は，従来のラフパス理論を利用できるため第一章の手法に比べ初頭的である点，さらに模型の係数条件を弱められるという点が挙げられる．

第三章では，放物型アンダーソン模型をはじめとする特異な確率偏微分方程式に焦点を当て，方程式に対する解写像の構成を正則性構造理論（ラフパス理論の発展物）の枠組みから行う．本研究では，方程式に対する微分作用素から決まる基本解とその性質に着目して解写像を構成する．当手法を応用することで， 2次元変数係数放物型アンダーソン模型の時間局所解を，先行研究に比べ弱い条件のもとで構成する．

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　高　野　凌　史　）			
論文審査担当者		（職）	氏　名
	主 査	教 授	深 澤 正 彰
	副 査	教 授	関 根 順
	副 査	教 授	矢 野 裕 子
	副 査	准教授	星 野 壮 登（ 東 京 科 学 大 学 ）

論文審査の結果の要旨

本論文はラフパス理論及びその発展形である正則性構造理論を，ファイナンス及び物理学に現れる確率モデルに適用できるよう拡張・改良し，その結果としてラフボラティリティモデルに対する大偏差原理の証明や，繰り込みによる二次元変数係数放物型アンダーソンモデルの時間局所解の構成法を与えたものである．

ラフボラティリティモデルは資産価格のモデルで，ボラティリティ過程のハースト指数が小さいことから，その反復積分から生じる問題により従来のラフパス理論が適用できる対象ではなかった．本論文の一章では，ラフパス空間の拡張として部分ラフパス空間を導入し，部分ラフパス空間からラフパス空間への積分写像の連続性を証明することで，ラフボラティリティモデルをラフパス流に解析する手法を開拓した．その結果として既存研究より弱い条件下で短時間極限における大偏差原理の証明に成功している．

第二章では，一次元の場合に限っては伊藤積分に対する大偏差原理から従来のラフパス理論の枠組みだけでラフボラティリティモデルの大偏差原理を導けることも示している．また金融実務の問題意識に沿った応用として，大偏差原理に基づくインプライドボラティリティの近似公式も与えている．

第三章では，変数係数の放物型アンダーソンモデルが扱われている．この特異確率偏微分方程式モデルに対しては定数係数でないことが既存の正則性構造理論の適用を困難にしている．正則性構造理論の中核である再構成定理を，半群に基づく新たな手法によって拡張し，その結果既存研究より弱い条件の下で放物型アンダーソンモデルの時間局所解を構成することに成功した．

以上はいずれも新奇性が高く，今後の応用も見込まれる有意義な成果である．よって本論文を博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める．