システム故障診断に関する研究

1975年1月

中　野　秀　男

システム故障診断に関する研究

1 9 7 5年1月

中　野　秀　男

内容梗概

本論文は，著者が大阪大学大学院工学研究科博士課程（通信工学専攻）に在学中行なった研究のうち，システム故障診断に関する研究をまとめたもので，本文は次の5章から成っている。

第1章は序論で，最近のシステムの大規模化，複雑化にともない，システム故障診断の問題が重要な研究課題になっていること，また，新しく研究の方法論として構造的な研究が注目されてきていることを述べるとともに，本研究がこの分野で占める地位を明らかにしている。あわせて，本研究において基本概念として使う有向グラフについての定義と記号を与えている。

第2章では，内部出力観測によるシステムの故障診断を取り扱い，システム故障診断における1-識別可能性を論じている。すなわち，内部出力観測の機能を上方有向カットセットならびに到達可能行列を使って定式化し，単一故障を含むシステムが1-識別可能であるための必要十分条件を導出している。さらに，多重故障を含む場合について考察し，単一故障の場合の識別可能性を適用できるようにするために多重故障に対するグラフ表現を導出している。

第3章では，システムを1-識別可能にする極小な内部出力観測端子の集合である"ターミナルテスト"について論じている。まず，ターミナルテストの決定法を問題にし，2型節点（出力枝が1つである節点）がシステムを1-識別可能にするために必要であることを基盤にして，2型節点の洗い出しと被覆問題の解法とを使うターミナルテスト決定のためのアルゴリズムを導出している。ついで，ターミナルテストを構成する内部端子数について考察し，その下限を論じている。また，ターミナルテストが2型節点の集合のみで一意的に決まるシステム構造を調べ，そのような構造のものにSPASECグラフと名づけた特殊な平面グラフがあることを見い出している。

第4章では，故障信号を阻止しあわせてそれを正常な信号に回復させる

機能をもつ出力阻止回復ゲートを提案し，このゲートによるシステムの故障診断を論じている。 まず，出力阻止回復ゲートによる故障診断を阻止回復カットの性質を使って解析し，このゲートによる故障診断方式はユニットレベルまでの識別が可能であることを特徴とするものであることを明らかにしている。 ついで，1-識別可能のための必要条件，十分条件について考察し，1-識別可能にするために必要なゲートの型を明らかにしている。

第5章は結論であって，本研究の成果と今後の問題とを総括して述べている。

本論文の各章を構成する研究内容はすべて，電子通信学会論文誌，電子通信学会全国大会，および IEEE Transaction on Reliability においてすでに発表されたものである。

システム故障診断に関する研究

目　次

第1章　序　論 ---------- 1
　1．1　序言 ---------- 1
　1．2　システム故障診断 ---------- 2
　1．3　有向グラフ ---------- 3
第2章　内部出力観測による故障診断 ---------- 5
　2．1　序言 ---------- 5
　2．2　内部出力観測と上方有向カットセット ---------- 5
　2．3　診断パターンと到達可能行列およびHasseグラフ ---------- 6
　2．4　1-識別可能のための必要十分条件 ---------- 7
　2．5　2型節点 ---------- 8
　2．6　二，三の識別関係 ---------- 9
　2．7　多重故障に対するグラフ表現 ---------- 11
　2．8　結言 ---------- 13
第3章　ターミナルテストの決定法 ---------- 15
　3．1　序言 ---------- 15
　3．2　ターミナルテストの決定法 ---------- 15
　3．3　ターミナルテストを構成する内部端子数の下限 ---------- 16
　3．4　SPASECグラフ ---------- 17
　3．5　結言 ---------- 19
第4章　出力阻止回復ゲートによる故障診断 ---------- 21
　4．1　序言 ---------- 21
　4．2　出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態 ---------- 21
　4．3　阻止回復カットの性質 ---------- 22
　4．4　1-識別可能のための必要条件，十分条件 ---------- 25
　4．5　出力阻止回復ゲート数および状態数の上限，下限 ---------- 28
　4．6　結言 ---------- 29
第5章　結　論 ---------- 30
　　謝　辞 ---------- 31
　　参考文献 ---------- 32

関連発表論文

(1) 中野, 中西, "システム故障診断のための内部端子決定法", 信学会論文誌C, 54-C, 8, p.744 (昭46-08)

(2) 中野, 中西, "システム故障診断のための内部端子", 信学会論文誌C, 54-C, 11, p.1042 (昭46-11)

(3) 中野, 中西, "システム故障診断における1-識別可能のための必要十分条件", 信学会論文誌D, 55-D, 10, p.654 (昭47-10)

(4) 中野, 中西, "システム故障診断の1-識別可能のための必要十分条件に関する一考察", 信学会全国大会, 20 (昭48)

(5) 中野, 久世, 中西, "内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係", 信学会論文誌D, 56-D, 8, 技術談話室, p.480 (昭48-08)

(6) 中野, 中西, "出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断", 信学会論文誌D, 56-D, 12, p.689 (昭48-12)

(7) Nakano, Nakanishi, "Graph representation and diagnosis for multiunit faults", IEEE Transaction on Reliability, Vol.R-23, December 1974 (to be published)

諸記号

$\bar{A}$	:	集合Aの補集合
$\lvert A \rvert$	:	集合Aの元の数
$B(i)$	:	節点iによる阻止回復カットセット
$B(V')$	:	節点の部分集合V'による阻止回復カット
C_k	:	$\{F\}$の"関係$\sim$"による同値類
D_i	:	ユニットiの故障に対する診断パターン
E	:	有向枝の集合
fe	:	有向枝eの始点節点
$f^{-1}i$	:	節点iから出ている枝の集合
F_i	:	システム故障
$\{F\}$	:	システム故障の集合
$G\{V'\}$	:	グラフGの部分グラフで，節点の集合をV'とし，両端節点がV'の節点であるという枝の集合からなるグラフ。
$i \geq j$	:	節点iから節点jへ有向道が存在することで，到達可能であるという。　$i \geq i$と定める。
$i \ngeq j$	:	iからjへ到達可能でないこと。
$i > j$	:	iからjへ長さ1以上の有向道が存在する。
$i \ngtr j$	:	iからjへ長さ1以上の有向道が存在しない。
$M(F_i)$	:	システム故障F_iの主故障
n	:	節点(ユニット)の数。　出力節点をも表わす。
$od(i)$	:	節点iからでている枝の数。$\lvert f^{-1}i \rvert$.
Q_k	:	代表故障
R_i	:	節点iから到達可能な節点の集合
R_{ij}	:	節点iと節点jから到達可能な節点の集合
$R_{i\bar{j}}$	:	節点iから到達可能で，節点jから到達可能でない節点の集合
$R_{\bar{i}j}$	:	節点iから到達可能でなく，節点jから到達可能な節点の集合
$R(G)$	:	グラフGの到達可能行列
se	:	有向枝eの終点節点
T	:	ターミナルテストを構成する内部端子数

$U(i)$	:	節点 i による上方有向カットセット
V	:	節点の集合
V^*	:	2型節点の集合
$V_f(i)$	:	節点 i を阻止回復状態にしたとき故障信号が阻止回復されないユニットの集合。
$V_f(V')$	:	節点の部分集合 V' を阻止回復状態にしたとき故障信号が阻止回復されないユニットの集合。
Γi	:	節点 i からでている枝の終点節点の集合
$\Gamma^{-1} i$	:	節点 i に入る枝の始点節点の集合
ϕ	:	空集合

第1章 序論

1.1 序言

システムの故障診断(fault diagnosis)には，システムが故障状態にあるかどうかを調べる故障検出(fault detection)と，その故障原因となる箇所を見い出す故障箇所診断(fault location)とがある。故障診断といえばこの両者をさす場合もあるし，どちらか一方を示す場合もある。本研究では，システムが故障状態にあることがわかっているとき，どのユニットが故障原因であるかを調べることにあるので，故障診断といえば後者をさすものとする。

さて，システムの故障診断は故障システムの回復においてまず第一に直面する問題であり，その技術はシステム運用保守における基本のものであることはいうまでもない。とりわけ，近年の大規模化，複雑化したシステムにとっては，診断時間の短縮による稼動性の向上，自動診断自動修復の導入による高性能，高信頼化などの観点から，確固とした故障診断技術のもつ意義はきわめて大きい。このため，システム故障診断の問題は，システム工学での1つの重要な課題となっている。

ところで，電子回路，機器，装置においてみられるように，これまでの故障診断技術の多くは入出力関係から故障を同定するという形のものであったが，この方法には診断対象の規模，複雑さの点で限界がある。大規模化，複雑化したシステムに対しては，単に入出力関係だけでなくシステム内部に立入るという方法をとらざるをえないし，また，そのような方法がより適切であると考えられる。このような方法によるシステムの故障診断では，問題は内部に設ける診断のためのテスト機能とそれの配置ということになり，システムの構造に直接依存してくる。この問題にグラフ理論が応用されたのはごく最近であるが，このことによってシステム故障診断の構造的な研究のもつ厳密性と利点がとくに注目されるようになった[1]。以来，システム故障診断の分野でこの方向の研究が活発に進められてきている[2]～[24]。

1.2　システム故障診断

構造論的なシステム故障診断では，システムを構成する各ユニットについて，次のような条件をつける[2],[3]。

(i)　規定入力が入っているとき規定出力を出していれば，そのユニットは正常状態である。

(ii)　規定入力が入っているのに規定出力を出さないなら，そのユニットは故障状態にある。

(iii)　ユニットが正常状態にあっても，規定入力が入らなければ規定出力を出さない。

以上の条件のもとで，このシステムはユニットを節点，信号の流れを方向としてもつ枝とする有向グラフとしてとらえられる。

有向グラフとしてとらえられたシステムについて，それが故障状態にあるとき，故障原因となっているユニットを抽出するためにはシステムの入出力端子のほかに内部端子を必要とする。　この目的のために付加された内部端子は，それから得られる情報によってユニットの集合を故障ユニットを含む集合と，それを含まない集合とに区分するという働きをもつ。

構造によるシステムの故障診断の研究の流れと本研究の占める位置を以下に述べてみる。

歴史的には，この方向でのアプローチは，Brule et al [4]によって取り扱かわれ，Sogomonyan[5]，福井，中西[6]と続き，Ramamoorthy[7]が始めてシステムをグラフとしてとらえ，その故障診断を論じた。　これらはすべて，ユニットの出力端子に内部端子を設け，その内部出力を観測させるものである。　一方，Mayeda and Ramamoorthy[8]は，内部端子をテストポイントとして，そこで内部出力観測と内部入力印加のテストを行い，グラフ理論におけるカットセットの概念を用いて構造による故障診断の研究を大きく前進させた。　この論文を基盤とし，さらに文献[4]〜[6]の研究の展開として，内部出力観測にかぎった場合の故障診断の研究，中野，中西[2],[9]〜[11]，奥井[12]，中野，久世，中西[13]があり，さらに，その多重故障への拡張としてNakano and Nakanishi [14]がある。　また，観測

可能なユニットが限定されている場合には，田原,仙石[15]の論文がある。文献[8]のように観測と入力印加の2つのテストをする場合については，松本,樋田[16],[17]の研究がある。 これら一連の研究は，条件(iii)による故障信号の伝搬を阻止できないため，対象とするシステムをフィードバックを含まないシステムに限定するか，または，フィードバックを含む場合にはグラフとしてみて強連結成分以上の識別は無理であるという制約をもっている。

これに対して，Mayeda and Ramamoorthy[18],[19]は有向枝上に設ける阻止ゲート(blocking gate)によるテストを提案し，また，前田[20]はユニットの出力を短絡させるSゲート(S-gate)によるテストについて論じた。 これらのゲートは故障信号の伝搬を阻止するのでフィードバックを含むシステムにも有効であることが示されている。 しかし，阻止ゲートやSゲートでは，入力節点と出力節点の対は識別不能であることと，信号を阻止するだけでなく正常な信号に回復しなければテストできないシステムには適用できないことから，中野,中西[21]は阻止回復ゲートを提案し，それによる故障診断を論じた。 1-識別可能性をえるためのSゲートの集合の見つけ方については，山本[22]の研究がある。 また，コンピューターシステムへの応用については，武末[23]，Ramamoorthy and Chang[24]の論文がある。

1.3　有向グラフ

この節では有向グラフ(directed graph)に関し，以下の議論に必要な事項を述べておく[25],[26]。 例として図1.3.1のグラフG_1を使う。

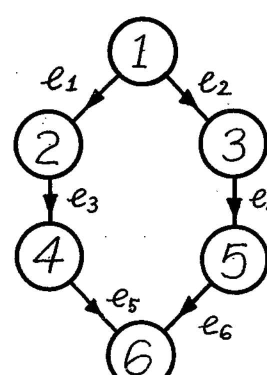

図1.3.1
acyclic SECグラフ G_1

有向グラフは，節点(vertex)の集合Vと有向枝(directed edge，以下では枝と呼ぶ)の集合E，および定義域がEで値域がVに含まれる関数f，sによって記述される。 $e \in E$とすれば，feは枝eの始まる節点であり，seは枝eの終わる節点である。 節点iに対して，$f^{-1}i$はiから

出ている枝の集合，Γiはiから出ている枝の終点節点の集合を，$\Gamma^{-1}i$はiに入る枝の始点節点の集合を表わす。 グラフG_1では，$V=\{1,2,\cdots,6\}$, $E=\{e_1,e_2,\cdots,e_6\}$, $fe_1=1$, $se_1=2$, $\cdots$, $se_6=6$, $f^{-1}=\{e_1,e_2\}$, $\Gamma 1=\{2,3\}$, $\Gamma^{-1}1=\phi$となる。 但し，ϕは空集合である。

節点jが節点iから到達可能(reachable)であるとは，iからjへ有向道(directed path)が存在することで，$i \geq j$で表わす。 また，すべての節点iに対して$i \geq i$と定める。 道の長さとは，その道を構成する枝の数をいう。 $i > j$と書いた時には，iからjへの長さ1以上の道が存在することを示し，特に，$i > i$は節点iを通る有向閉路(directed circuit)の存在を示す。 $\not\geq$, $\not>$はそれぞれ$\geq$, $>$の否定である。 G_1では，$1 \geq 4$, $3 \geq 6$, $4 \not\geq 3$, $3 \not> 4$となる。

Vの部分集合V'に対して，$G\{V'\}$はGの部分グラフで節点の集合をV'とし，両端節点がV'の節点であるという枝の集合からなるグラフを示すが，これはまたsectionグラフなどとも呼ばれる。 グラフGのsectionグラフで，その任意の2つの節点の間が互いに到達可能である極大グラフを強連結成分(strong component)と呼ぶ。 $\Gamma^{-1}i$, Γjが空集合となる節点i, jをそれぞれ入力節点(entry vertex)，出力節点(exit vertex)という。

（定義1.3.1） acyclic SECグラフ： 1つの入力節点と1つの出力節点からなり，有向閉路をもたない連結された有向グラフを，acyclic SECグラフという。

グラフG_1は，入力節点1，出力節点を6とするacyclic SECグラフである。 節点の集合Vの分割，V', $\overline{V}'$に対して，V'と$\overline{V}'$の節点を結ぶ枝の集合をカットと呼び，$G\{V'\}$と$G\{\overline{V}'\}$がともに連結グラフのときカットセットと呼ぶ。 $od(i)$, R_i, R_{ij}, $R_{i\bar{j}}$については5頁の諸記号のところで述べてある。

第２章　内部出力観測による故障診断

2.1　序言

本章と次章で，内部出力観測によるシステムの故障診断について考察する。 対象とするシステムグラフはacyclic SECグラフとする。 有向グラフのacyclic SECグラフへの変更は容易である[8]。 この章では，主に，1-識別可能のための必要十分条件について述べ，第3章でのターミナルテストの決定法の基盤を与えている。 また，2.7節では取り扱うシステム故障を多重故障まで拡張してそのグラフ表現を与えているが，それ以外では単一のユニット故障を問題とする。

2.2　内部出力観測と上方有向カットセット

システムをacyclic SECグラフGでとらえ，入力節点に規定入力が加わっているものとする。任意の節点(システムの任意の構成ユニット) i の出力を観測する。 もしシステムのユニットのどれか1つに故障が生起していることがわかっていれば，i の出力が規定のものであるかどうかによって節点の集合 V は V_r と $\overline{V_r}$ に分割できる。 ここで，V_r は i に到達可能な節点の集合であり，$\overline{V_r}$ は i に到達可能でない節点の集合である。 なぜなら，1.2の条件(iii)より V_r のあるユニットが故障すれば i の出力が規定のものでなくなるからである。

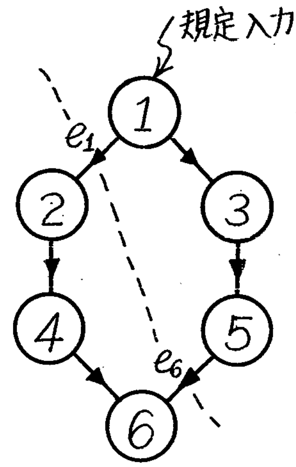

図2.2.1　システム G_1, 5の出力観測および $U(5)$

(定義2.2.1)　上方有向カットセット，$U(i)$；
グラフGの枝 e で，$f_e \in V_r$, $s_e \in \overline{V_r}$ となるものの集合を，節点 i による上方有向カットセット(upper directed cutset)と定義し，$U(i)$ で表わす。

$$U(i)=\{e \mid e\in E,\ f_e \geq i,\ s_e \ngeq i\} \qquad (2.2.1)$$

システム G_1 で5の出力を観測すれば，V は $\{1,3,5\}$ と $\{2,4,6\}$ に分割され，節点5による上方有向カットセット $U(5)$ は $\{e_1, e_6\}$ となる。

2.3　診断パターンと到達可能行列およびHasseグラフ

システムの入力節点に規定入力を入れて各ユニットの出力を観測することにすると，構成ユニットのおのおのが正常状態にあるか故障状態にあるかによって，各ユニットの観測出力は規定出力を示したり示さなかったりする。

（定義2.3.1）　診断パターン, D_i:　ユニットiが故障状態にあるとする。　このとき，ユニットjの出力が規定出力でなければ$d_{ij}=1$，規定出力であれば$d_{ij}=0$とすれば，ユニットiの故障に対する診断パターン(diagnostic pattern) $D_i \equiv (d_{i1}, d_{i2}, \cdots, d_{in})$がえられる。　ここで

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & i \not\geq j \\ 1 & i \geq j \end{cases} \qquad (2.3.1)$$

とも定義できる。

（定義2.3.2）　到達可能行列, $R(G)$:　有向グラフGにおいて，その到達可能行列(reachability matrix) $R(G)$とは，その要素r_{ij}が

$$r_{ij} = \begin{cases} 0 & i \not\geq j \\ 1 & i \geq j \end{cases} \qquad (2.3.2)$$

で定義される正方行列である。

システムG_1の各診断パターンと，グラフG_1の到達可能行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} D_1 &= (1,1,1,1,1,1) \\ D_2 &= (0,1,0,1,0,1) \\ D_3 &= (0,0,1,0,1,1) \\ D_4 &= (0,0,0,1,0,1) \\ D_5 &= (0,0,0,0,1,1) \\ D_6 &= (0,0,0,0,0,1) \end{aligned} \qquad R(G_1) = \begin{bmatrix} 1&1&1&1&1&1 \\ 0&1&0&1&0&1 \\ 0&0&1&0&1&1 \\ 0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

定義2.3.1と2.3.2からわかるように，ユニットiの診断パターンと$R(G)$の第i行は同じである。　したがって適当な節点の対応で2つのグラフの到達可能行列が等しくなれば，この2つのグラフは内部出力観測に対して

等価であるといえる。

(定義2.3.3) 推移枝, Hasseグラフ: acyclic SECグラフGの枝eについて, $fe > i > se$となる節点iが存在すれば, このような枝eを推移枝(transitive edge)と呼ぶ。推移枝のないグラフをHasseグラフと呼ぶ。

以下, この章と次章ではHasseグラフとなるacyclic SECグラフについてだけ考える。

2.4 1-識別可能のための必要十分条件

V'をVの部分集合とし, V'の各出力端子で内部出力を観測するものとする。V'の観測でどのユニットが故障状態にあるかが確定的にわかるとき, システムはV'の観測で1-識別可能(1-distinguishable)であるという。このことは, V'の観測によって任意の異なる節点の対が識別可能であることにほかならない。さらに, 異なる節点の対i, jのどちらが故障状態にあるかを節点kの出力が識別するのは

$$i \geq k, \quad j \ngeq k \tag{2.4.1}$$

か

$$i \ngeq k, \quad j \geq k \tag{2.4.2}$$

のときで, かつ, そのときにかぎる。このとき, 簡単にkはiとjを識別するということにする。明らかに,

[定理2.4.1] V'の観測でシステムが1-識別可能なための必要十分条件は, 任意の異なる節点の対i, jに対して,

$$(R_{i\bar{j}} \cup R_{\bar{i}j}) \cap V' \neq \phi \tag{2.4.3}$$

となることである。

定理2.4.1は, 上方有向カットセットと到達可能の概念のもとで次のようになる。

[定理2.4.2] V'の観測でシステムが1-識別可能なための必要十分条件は,

(I)　$U(V') = \bigcup_{k \in V'} U(k) = E$　(2.4.4)

かつ　(II)　任意の互いに到達可能でない節点の対 i, j に対して，

$(R_{\bar{i}j} \cup R_{i\bar{j}}) \cap V' \neq \phi$　(2.4.3)

である。

(証明)　すべての異なる節点の対の集合Pは，一方から他方へ到達可能である節点の対の集合P_1と，互いに到達可能でない節点の対の集合P_2に分割できる。　P_2での識別に条件IIが必要十分であることは定理2.4.1から明らかである。　ゆえに，P_1での識別に条件Iが必要十分であることを示せばよい。

V'の上方有向カットセットの和集合$U(V')$が枝eを含まなければ節点の対fe, seを識別することはできない。　$fe \geq se$であるから，条件IはP_1での識別に必要である。　逆に，P_1の任意の元(i, j)に対して$i > j$とする。　iからjへ少なくとも1つの有向路が存在するから，この構成枝の1つをe'とする。　条件Iが成立すれば，V'の元kで$U(k)$がe'を含むものが存在する。　このとき，$i \geq fe'$, $fe' \geq k$だから$i \geq k$となる。　また，$se' \geq j$, $se' \ngeq k$ だから$j \ngeq k$となる。　したがって，kはiとjを識別する。　ゆえに，条件Iが成立すればP_1における識別は可能である。

Q.E.D.

2.5　2型節点

V'の観測がシステムを1-識別可能にするとき，必ずV'が含む節点が存在することをこの節で示す。　与えられたシステムグラフはHasseグラフになっていることに注意されたい。

(定義2.5.1)　2型節点：　節点iからでていく枝の数，$od(i)$，が1である節点iを2型節点(2nd-type-vertex)と呼ぶ。

[定理2.5.1]　節点iが2型節点なら，V'の観測がシステムを1-識別可能にするときV'はiを含む

(証明)　枝eを節点iからでている枝とする。　iの出力観測はiとseを識別する。　i以外の節点は，iとseの両方から到達可能

か，または両方から到達可能でないかのどちらかだから，iとseを識別するのはiだけであり，V'はiを含む　　Q.E.D.

定理2.5.1の証明からわかるように，V'が条件Iを満たせば2型節点をすべて含むことがわかる。このことは，条件IIを改善させ次の定理となる。

［定理2.5.2］　V'の観測でシステムが1-識別可能なための必要十分条件は，条件I，かつ

(II′) 任意の互いに到達可能でなく，かつ，どちらも2型節点でない節点の対i，jに対して

$$(R_{ij} \cup R_{ji}) \cap V' \neq \phi \qquad (2.5.1)$$

である。

（証明）　互いに到達可能でない節点の対(i, j)でiが2型節点とすると，V'はiを含み，iはiとjを識別することから証明できる。

Q.E.D.

2.6　二，三の識別関係

V'の観測でシステムを1-識別可能にするとは，すべての異なる節点の対を識別することであるが，2.4，2.5の議論より，より少ない節点の対の集合の識別で十分であることがわかった。この節では，その集合をより小さくすることを考えてみる。

（定義2.6.1）　下限：　R_{ij}による section graph $G\{R_{ij}\}$がただ1つの入力節点をもつとき，iとjは下限をもつという。

［定理2.6.1］　V'が条件Iを満足すれば，V'は下限をもつ節点の対を識別する。

（証明）　条件Iを満足するV'が互いに到達可能でないが下限をもつ節点の対(i, j)を識別しないものとする。したがって，V'はR_{ij}ともR_{ji}とも共通部分をもたない。iとjの下限をkとする。iからkへの有向道の最初の枝をeとする。このとき，iとseを識別する節点はR_{ij}に存在しない。なぜなら，任意の$l \in R_{ij}$に対して，

iからもs_ℓからもkを通してℓへ到達可能となり，iとs_ℓは識別できない。ゆえに矛盾する。 Q.E.D.

次に，2つの節点の対(i, j)と(k, ℓ)があって，(k, ℓ)が識別されているとき(i, j)が必ず識別されるための必要十分条件を2つの場合について述べる。V'を節点の部分集合としたとき，$i \ngeq V'$は，iからV'のどの節点へも到達可能でないことを示すものとする。また，$k \geq \ell$のときには$R_{\bar{k}\ell}$は空集合になることに注意されたい。

［定理2.6.2］ 互いに到達可能でないユニットの対(k, ℓ)が識別されるとき，他のユニットの対(i, j)が必ず識別されるための必要十分条件は，条件(α)あるいは条件(β)，あるいはそれらでi，jまたはk，ℓを入れ換えたものを満足することである。

$$(\alpha)\quad \begin{array}{ll} i \geq k, & i \ngeq R_{\bar{k}\ell}, \\ j \ngeq R_{k\bar{\ell}}, & j \geq \ell \end{array} \qquad (2.6.1)$$

$$(\beta)\quad \begin{array}{ll} i \geq k, & i \geq \ell, \\ j \ngeq R_{k\bar{\ell}}, & j \ngeq R_{\bar{k}\ell} \end{array} \qquad (2.6.2)$$

（証明） $i \geq k$かつ$j \geq k$のときには，kが(i, j)を識別しない。$i \geq k$かつ$j \geq \ell$のときには，$i \ngeq R_{\bar{k}\ell}$かつ$j \ngeq R_{k\bar{\ell}}$のときに限って，(k, ℓ)を識別すれば(i, j)を識別する。$i \geq k$，$i \geq \ell$のときには，$j \ngeq R_{k\bar{\ell}}$，$j \ngeq R_{\bar{k}\ell}$のときに限って(k, ℓ)を識別すれば(i, j)を識別する。$i \ngeq k$，$i \ngeq \ell$，$j \ngeq k$では，kが(i, j)を識別しない。 Q.E.D.

［定理2.6.3］ $k \geq \ell$であるユニットの対(k, ℓ)が識別されるとき，他のユニットの対(i, j)が必ず識別されるための必要十分条件は，条件(γ)，あるいは(γ)でi，jまたはk，ℓを入れ換えたものを満たしていることである。

$$(\gamma)\quad i \geq k, \qquad j \ngeq R_{k\bar{\ell}} \qquad (2.6.3)$$

（証明） $i \geq k$のとき，$j \ngeq R_{k\bar{\ell}}$のときに限って(k, ℓ)を識別すれば(i, j)を識別する。$i \ngeq k$，$j \ngeq k$のときは，kが(i, j)を識別しない。

システムG_1では，${}_6C_2 = 15$個のユニットの対がある。 定理2.4.2から

$(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,6), (2,3), (2,5), (3,4), (4,5)$

の10個の対でよくなり，さらに定理2.5.2または定理2.6.1より

$(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,6)$

の6個の対でよくなる。 また，さらに定理2.6.2および定理2.6.3より，条件(γ)から

$(2,4), (3,5), (4,6), (5,6)$

で十分であることがわかる。

2.7 多重故障に対するグラフ表現

前節までは，単一のユニットの故障について考察してきた。 この節では，2つ以上のユニットの同時故障を含む場合の多重故障について考えてみる。

すべてのシステム故障の集合を$\{F\}$と表わし，この要素は故障ユニットの集合とし，$\{F\} = \{F_1, F_2, \cdots, F_p\}$とする。 もし，システム故障$F_i$が$t$個のユニットの故障であれば$t$重故障と呼ぶことにする。 1重故障を単一故障ともいうことにする。 前節までのように，$\{F\}$がすべての単一故障の集合$\{F_1, F_2, \cdots, F_n\}$のときは，それぞれの診断パターン$D_i$($i = 1, \cdots, n$)はすべて異なる。 しかし，多重故障の場合は診断パターンの同じシステム故障が存在することがある。

システムグラフがG_1となるシステムで，$\{F\}$はすべての単一故障$F_1, \cdots, F_6$と$F_7 = \{1, 3\}$, $F_8 = \{2, 4\}$, $F_9 = \{4, 5\}$とする。 このとき，F_7, F_8, F_9の診断パターンD_7, D_8, D_9はそれぞれ

$$D_7 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$$
$$D_8 = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$$
$$D_9 = (0, 0, 0, 1, 1, 1)$$

となる。

（定義2.7.1） 瞬時診断可能故障： 観測された診断パターンD_iから，存在するシステム故障がF_iであると確定的にわかるとき，F_iは瞬時診断可能(1-step diagnosable)という。

(定義2.7.2)　逐次診断可能故障：　F_iの診断パターンD_iと同じ診断パターンをもつシステム故障が他に存在すれば，F_iは逐次診断可能(sequentially diagnosable)という。

そこで，{F}を同じ診断パターンをもつもので類別することを考える。まず，システム故障F_iの主故障$M(F_i)$を次のように定める。

(定義2.7.3)　主故障，$M(F_i)$：　システム故障F_iの主故障(main fault)$M(F_i)$とは，F_iの部分集合で，$j \in M(F_i)$となるのは，$\ell > j$となるℓがF_iに存在しない時である。

(定義2.7.4)　関係～，同値類，C_k：　２つのシステム故障F_i, F_jの主故障が同じなら，$F_i \sim F_j$とする。　関係～は同値関係だから，{F}は関係～で同値類$C_1, C_2, \cdots, C_s$に類別される。

(定義2.7.5)　代表故障，Q_k：　各同値類C_kに対して，$M(F_i)$を代表故障(representative fault)Q_kとする。　ただし，F_iはC_kの任意の要素である。

[定理2.7.1]　同値類C_kの各F_iに対して，その診断パターンは同じであり，それは代表故障Q_kの診断パターンである。　また，各同値類C_kはそれぞれQ_kにもとづく異なる診断パターンをもつ。　(証明略)

[系2.7.1a]　関係～による類別は，診断パターンによる類別である。
[系2.7.1b]　観測された診断パターンがD_iである同値類C_kに対して，代表故障Q_kを構成するすべてのユニットは故障状態にある。
[系2.7.1c]　システム故障F_iが属する同値類C_kが，F_iだけで構成されていればF_iは瞬時診断可能であり，それ以外ではF_iは逐次診断可能である。

以上の議論のもとで多重故障をグラフ表現する。　2.3節で診断パターンは到達可能行列と同じであると述べた。　acyclicグラフでは到達可能行列から一意的にHasseグラフができる。　したがって，多重故障では{F}

を同値類に類別した上で，診断パターンを到達可能行列の各行とみなしてacyclicグラフを構成すればよいことがわかる。

$\{F\}$はすべての単一故障$F_1,\cdots,F_n$を含むものとする。 ただし，F_iはユニットiの単一故障を示す。 節点$\tilde{i}$ $(i=1,\cdots,n)$を各単一故障にわりあてる。 これは同時にユニットiをも示す。 節点$\tilde{i}$ $(i=n+1,\cdots,s)$を，その代表故障Q_iが単一故障でない同値類に割り合てる。 $\tilde{i}$から$\tilde{j}$へ到達可能であるのは，Q_jの各節点j'に対して，Q_iの中に$i' \geq j'$となる節点i'が存在するときで，かつそのときにかぎるものとする。 このことは，$\tilde{i} \geq \tilde{j}$なら，システム故障Q_iはQ_jを構成するユニットの出力をすべて規定出力としないことを意味する。 $\tilde{i}$の集合と到達可能関係が定義されれば，それらから$\{F\}$をグラフ表現することができる。 ただし$\tilde{i}$ $(i=1,\cdots,n)$から$\tilde{j}$ $(j=n+1,\cdots,s)$へと，$\tilde{k}$と$\tilde{l}$ $(k,l=n+1,\cdots,s)$の間の到達可能関係は本質的な意味をもたない。

先程の例では，$\{F\}$は次のように類別されて代表故障が決まり，節点を割り合てると図2.7.1のようにグラフ表現される。

$C_1=\{F_1,F_7\}$, $Q_1=\{1\}$, $\tilde{1}$
$C_2=\{F_2,F_8\}$, $Q_2=\{2\}$, $\tilde{2}$
$C_3=\{F_3\}$, $Q_3=\{3\}$, $\tilde{3}$
$C_4=\{F_4\}$, $Q_4=\{4\}$, $\tilde{4}$
$C_5=\{F_5\}$, $Q_5=\{5\}$, $\tilde{5}$
$C_6=\{F_6\}$, $Q_6=\{6\}$, $\tilde{6}$
$C_7=\{F_9\}$, $Q_7=\{4,5\}$, $\tilde{7}$

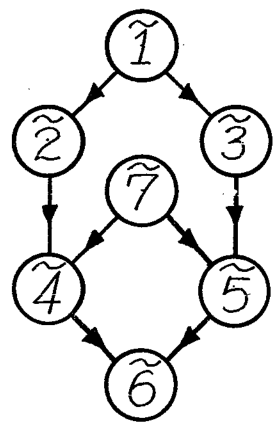

図2.7.1
$\{F_1,\cdots,F_9\}$のグラフ表現

2.8　結言

この章においては，1-識別可能のための必要十分条件と多重故障に対するグラフ表現について述べた。 Pをすべての異なる節点の対の集合としたとき，1-識別可能のための必要十分条件は，Pの部分集合P'で，P'のすべての節点の対を識別すればPについても識別されているという，すなわち1-識別可能となる，できれば極小の集合P'を求めることにある。

本章での結果から，P'としてシステムグラフの枝の両端節点の対の集合と，条件II'を満足しかつ下限をもたない節点の対の集合の和集合を得た。この集合が極小であるという保証はない。極小な集合を求めるには，2.6節の後半の議論を更に押し進めればよいと思われるが煩雑になるものと考えられる。

2.7節における多重故障に対するグラフ表現では，1.2節でのシステムグラフのとらえ方の拡張を行なった。この節の結果から，ユニットを節点とせずシステム故障を節点とした方が自然と思われるが，これは{F}がすべての単一故障を含むと仮定したためであって，むしろ節点はユニットまたはシステム故障またはその両方を表わすと考えた方がよいと考えられる。

第３章　ターミナルテストの決定法

３．１　序言

システムを１-識別可能にする極小な内部出力観測の集合をターミナルテストという。いいかえれば，V'の出力観測がターミナルテストであるとは，V'がシステムを１-識別可能にし，V'のどの真部分集合もこの性質をもたないものである。この章では前章での議論をもとに，3.2節でターミナルテストの決定法を，また3.3節ではターミナルテストを構成する内部端子数の下限について述べる。SPASECグラフと名づけたグラフではターミナルテストは一意的に定まり，それは２型節点の集合であることを3.4節で証明する。この章では単一故障のみを取り扱う。

３．２　ターミナルテストの決定法

（ステップ　１）　２型節点の集合をV^*とする。

（ステップ　２）　V^*の観測で節点の集合Vは$\{V_1, V_2, \cdots, V_u\}$に識別されるものとする。$V_i$ ($i=1,\cdots,u$) がすべて１つの節点だけからなるとき，V^*だけがターミナルテストである。それ以外では次へ。

（ステップ　３）　被覆表を書く。（$V-V^*-\{$出力節点$\}$）の各節点を各行に割り当てる。各列には，V^*の各元による上方有向カットセットの和集合$U(V^*)$に含まれない枝の両端節点の対と，互いに到達可能でなくかつどちらも２型節点でなく下限をもたない節点の対i，jで

$$(R_{ij} \cup R_{ij}) \cap V^* = \phi \qquad (3.2.1)$$

となるものを割り当てる。kがiとjを識別すれば行kと列(i, j)の交差点にチェックをし被覆表を完成させる。

被覆表を作ればあとは被覆問題(covering problem)となる。すべてのターミナルテストを洗いだすならprime implicant法[27],[28]を，１つの最小被覆を求めるのなら文献[29],[30]等がある。

システムG_2のターミナルテストを見つけてみる。（ステップ１）$V^*=\{4,5\}$。（ステップ２）V^*の観測によってVは$\{\{1,2,3\},\{4\},\{5\},\{6\}\}$と分割される。

(ステップ3)　行は1,2,3であり，列は(1,2)(1,3),(2,3)になる。　被覆表は，

	(1,2)	(1,3)	(2,3)
1	✓	✓	
2		✓	✓
3	✓		✓

と書け，ターミナルテストは{1,2,4,5}，{1,3,4,5}，{2,3,4,5}の3つとなる。

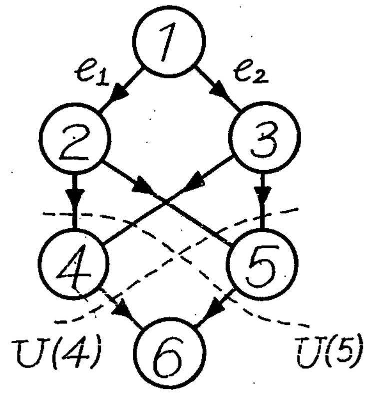

図3.2.1　システム G_2

3.3　ターミナルテストを構成する内部端子数の下限

ターミナルテストを構成する内部端子数をTとすれば，Tはグラフの構造によってかわる。この節ではTに関する2つの下限を与える。

［定理3.3.1］　2型節点の数を$|V^*|$とすれば，

$$T \geq L_1 = |V^*| \tag{3.3.1}$$

次の下限は少し複雑である。2節点間の有向道のうちで長さの一番長いものを最長路(detour)と呼ぶ。

［補題3.3.1］　入力節点から出力節点までの最長路の長さをmとすれば，

$$T \geq m \tag{3.3.2}$$

（証明）　acyclic SECグラフにおいて，上方有向カットセットは任意の有向道の2つ以上の枝は含まない。ゆえに，すべての枝を含むにはm個以上の上方有向カットセットが必要である。　Q.E.D.

（定義3.3.1）　1型節点：　節点iが2型節点で，しかも$\Gamma^{-1}i$がすべて2型節点なら，iを1型節点(1st-type-vertex)と呼び，その集合を$V^{(1)}$とする。

［定理3.3.2］　入力節点から出力節点までの最長路Pの長さをmとし，$V^{(1)}$の元の数を$|V^{(1)}|$，$|V^{(1)}|$の元でこのPの構成要素となっている元の数

を$|V^{(1)}\ \mathrm{on}\ P|$とすれば

$$T \geqq L_2 = m + |V^{(1)}| - |V^{(1)}\ \mathrm{on}\ P| \qquad (3.3.3)$$

（証明）　P上にない$V^{(1)}$の節点をiとする。iがP上になければ$\Gamma^{-1}i$もP上にない。$U(i)$がP上の枝eを含めば，$\Gamma^{-1}i$による上方有向カットセットの和集合もeを含むから，補題3.3.1より$T \geqq m+1$となり，結局式(3.3.3)が言える。　Q.E.D

最長路の長さmが節点数nに近ければL_2が，mが小さければL_1が下限として有効に働くものと思われる。

3.4　SPASECグラフ

これまでシステムが一般のacyclic SECグラフであらわせる場合について論じてきたが，ここではシステムがacyclic SECグラフで，かつ，ある条件をみたす平面グラフであらわせる場合について考察する。これは，対象とするシステムをHasseグラフであらわしたとき，おうおうにしてこのようなグラフであらわせるからである。

（定義3.4.1）　SPASECグラフ：グラフGが平面グラフ(planar graph)であるとは，それがどの枝も節点以外の点で交わらずに平面上に写像されることである。acyclic SECグラフGに入力節点と出力節点を結ぶ枝を加えてもGが平面グラフのとき，グラフGをSPASECグラフ(special planar acyclic SEC graph)と呼ぶ。

SPASECグラフにおけるターミナルテストは次の定理のように簡単に見つかる。

［定理3.4.1］　与えられたシステムに対応するacyclic SECグラフがSPASECグラフとなれば，1-識別可能性を与えるターミナルテストは一意的に定まり，それは2型節点の集合V^*である。

（証明）　以下の補題3.4.1，3.4.2よりV^*はシステムを1-識別可能にする。　Q.E.D.

[補題3.4.1]　Gが SPASEC グラフなら，2型節点の集合 V^* は条件 II′ を満足する。

（証明）　節点 i, j は互いに到達可能でなく，かつどちらも2型節点でないとする。　また，1と n は入力節点と出力節点を表わすものとする。　節点の集合 V は i と j に関して4つの部分集合 R_{ij}, $R_{i\bar{j}}$, $R_{\bar{i}j}$, $R_{\bar{i}\bar{j}}$ に分割される。　i と j は互いに到達可能でないからすべて空集合でない。$R_{\bar{i}\bar{j}}$, $R_{i\bar{j}}$, $R_{\bar{i}j}$ による有向グラフ $G\{R_{\bar{i}\bar{j}}\}$, $G\{R_{i\bar{j}}\}$, $G\{R_{\bar{i}j}\}$ は，それぞれ1, i, j をただ1つの入力節点とする acyclic 連結グラフであり，R_{ij} による有向グラフ $G\{R_{ij}\}$ は n をただ1つの出力節点とする acyclic 連結グラフである。i も j も2型節点でないとしたとき，SPASEC グラフなら，$R_{i\bar{j}}$ か $R_{\bar{i}j}$ は2型節点を含むことをいえばよい。

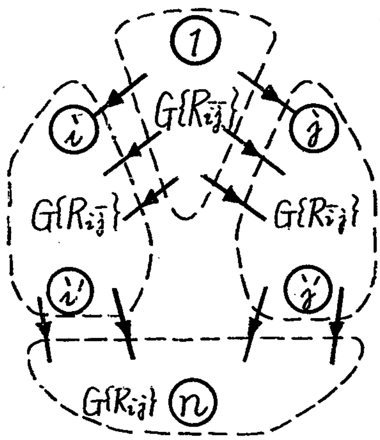

図3.4.1
i と j によるグラフの分割

そこで，互いに到達可能でなく，かつ，いずれも2型節点でない節点の対 i, j で，$R_{i\bar{j}}$ も $R_{\bar{i}j}$ も2型節点を含まないものがあるとする。したがって，$R_{i\bar{j}}$ と $R_{\bar{i}j}$ の各節点 k で，$od(k) \geqq 2$ となる。さて，$R_{i\bar{j}}$ ($R_{\bar{i}j}$) の節点から出ている枝は，$G\{R_{i\bar{j}}\}$ ($G\{R_{\bar{i}j}\}$) の枝であるか，$R_{i\bar{j}}$ ($R_{\bar{i}j}$) から R_{ij} への枝である。(図3.4.1参照)　$G\{R_{i\bar{j}}\}$ と $G\{R_{\bar{i}j}\}$ は acyclic グラフだから少なくとも1つの出力節点をもち，それをそれぞれ i', j' とする。　i' と j' から出ている枝は，すべて $R_{i\bar{j}}$ および $R_{\bar{i}j}$ から R_{ij} への枝である。

Case 1. acyclic グラフ $G\{R_{ij}\}$ の入力節点はただ1つだとし，これを n' とする。　このとき，図3.4.1の下半分は図3.4.2のようになる。　図3.4.2で n' から n への一番左側の道を P_l，右側の道を P_r とする。　n' には $R_{i\bar{j}}$ からも $R_{\bar{i}j}$ からも枝が入っているから，SPASEC グラフなら i' から出ている枝の終点節点は

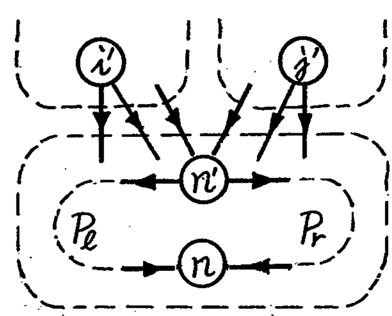

図3.4.2　Case 1の時の図3.4.1の下半分

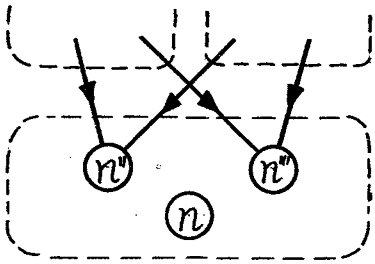

図3.4.3　Case 2の時の
図3.4.1の下半分

すべてP_ℓ上にある節点である。したがって，i'から出ている枝は1本を除けばすべて推移枝となり，i'は2型節点であり仮定に矛盾する。

Case 2. $G\{R_{\bar{i}\bar{j}}\}$の入力節点は2個以上だとし，そのうちの2個をn'', n'''とする。(図3.4.3参照)　n''もn'''も，$R_{\bar{i}\bar{j}}$と$R_{i\bar{j}}$から入る枝をもつから，SPASECグラフとならない。Q.E.D.

［補題3.4.2］　SPASECグラフにおいて，2型節点の集合をV^*とすれば，V^*は条件Iを満足する。

（証明）　一方から他方へ到達可能な節点の対の集合をP_1とすれば，V^*がP_1のすべての対を識別可能なら定理2.4.2よりV^*は条件Iを満足する。　P_1の元(i, j)で，iからjへ到達可能とすれば，節点の集合Vは$R_{\bar{i}\bar{j}}$，$R_{i\bar{j}}$，R_jに分割される。　$R_{i\bar{j}}$は空集合であることもある。iとjを識別するのは$R_{i\bar{j}}$の節点だけである。$G\{R_j\}$は入力節点をj，出力節点をnとするacyclic SECグラフとなるので，補題3.4.1のCase 1があてはまり，i'を同様に定めn'をjに置き換えれば同じ手法でV^*がP_1のすべての対を識別可能にできる。　Q.E.D.

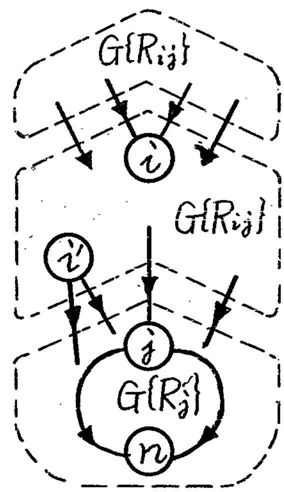

図3.4.4
$i \geq j$の時の
iとjによるグラフの分割

SPASECグラフならターミナルテストは一意的に定まるが，ターミナルテストが一意的に定まってもSPASECグラフでないことがあることに注意された。　図3.4.5のグラフG_3のターミナルテストは$\{4, 5, 6, 7\}$だけである。

3.5　結言

この章では，ターミナルテストの決定法とその下限について述べた。

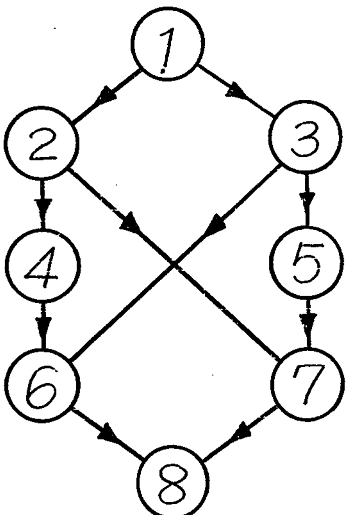

図3.4.4 システム G_3

ターミナルテストの決定法は，２型節点の集合V^*をもとめ，V^*の観測で1-識別可能にならなければ被覆問題を解くというものである。 特に，ＳＰＡＳＥＣグラフではV^*の観測で1-識別可能となり，ＳＰＡＳＥＣグラフでなくとも一般に被覆表はあまり大きくならないものと思われる。 ターミナルテストを構成する内部端子数の厳密な下限についてはまだ未解決であり，もしこれが解ければターミナルテストの決定法が簡単になると考えられる。 序言で述べたように多重故障についてこの章では考えなかったが，すべての単一故障を含む多重故障では少しの変更で同じ議論が使える。 また，取り替えたばかりのユニットや高信頼度をもつユニットを含む場合のようにすべての単一故障を含まない多重故障では少し複雑になるが解決できる。

第4章　出力阻止回復ゲートによる故障診断

4.1　序言

この章では，故障信号を阻止しさらに回復させる機能をもたせた出力阻止回復ゲートを提案し，これによる故障診断を論じる。始めに4.2節で出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態について述べ，4.3節で阻止回復カットセットの性質を明らかにする。ついで，この性質をもとにして，阻止回復カットセットによる枝の被覆と節点の対の識別について考察し，出力阻止回復ゲートの適当な組によってシステムは1-識別可能であることを証明するとともに，1-識別可能性に必要な出力阻止回復ゲートを構造面から4.4節で調べる。4.5節では，1-識別可能性に必要な出力阻止回復ゲート数および状態数の上限と下限について述べる。故障は単一故障とする。

4.2　出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態

この章では，システムを1出力節点をもつ連結有向グラフとしてとらえる。したがって，内部出力観測の場合とちがって有向閉路を許す。このグラフで外部出力端子をもつユニットに対応する節点を出力節点と呼び n で表わす。

（定義4.2.1）　出力阻止回復ゲート，阻止回復状態：出力阻止回復ゲート（output blocking and recovering gate）とは，n 以外の節点 i の内部出力端子におかれ，それが働くとき i の出力を阻止するとともに正常な信号を入れるゲートである。ゲートが動作状態にあるとき，それは阻止回復状態（blocking and recovering state）にあるという。

システムに1つの故障ユニットが存在するとき，n の出力は規定出力でない。このとき，i で阻止回復して n の出力を観測すれば，故障によっては規定出力がでるときとそうでないときがある。規定出力が出ない時故障の可能性のあるユニットの集合を $V_f(i)$，規定出力がでるとき故障の可能性のあるユニットの集合を $\overline{V_f}(i)$ とする。節点 j が $\overline{V_f}(i)$ に含まれ

るということは，jの故障によるjからの誤出力がすべてiで阻止され正常な信号に回復し，故障がnまで伝搬しないとみなせる。 定義4.2.1と1.2節の条件(i),(ii),(iii) より補題4.2.1は明らかである。

［補題4.2.1］ $\overline{V_f(i)}$は，jからnへのすべての有向道がiを含むというjの集合である。

（定義4.2.2） 阻止回復カット，$B(i)$： $V_f(i)$と$\overline{V_f(i)}$を結ぶ枝の集合をiによる阻止回復カットと呼び，$B(i)$で表わす。

ただ1つの内部出力を阻止回復状態にすることを単一阻止回復状態と呼べば，その拡張として多重阻止回復状態が考えられる。 この場合，V' ($\subseteq V$)を多重阻止回復状態にしてnの出力を観測すれば，その結果として，Vは$V_f(V')$と$\overline{V_f(V')}$に分割される。

［補題4.2.2］ $\overline{V_f(V')}$は，jからnへのすべての有向道がV'のある節点を含むというjの集合である。

定義4.2.2の阻止回復カットの定義域は，$V-\{n\}$から$V-\{n\}$のすべての部分集合に自然に拡張される。 また，nには阻止回復ゲートはおかれず，したがってnの故障は必ずnの出力へ伝搬するから，

［補題4.2.3］ すべてのV'に対して，$n\in V_f(V')$である。

4.3 阻止回復カットの性質

V'を阻止回復状態にしたとき，出力節点での観測結果によって，Vは$V_f(V')$とその補にわかれる。 これは，グラフから$B(V')$を取り除いたことに対応する。 しかし，グラフから$B(V')$を取り除けば一般に2つ以上の連結部分ができ，ちょうど2つということはない。 このことは，1つの連結部分は$V_f(V')$と$\overline{V_f(V')}$の節点の両方を含むことはないが，異なる連結部分が同じ集合の元をもつことがあることを意味する。したがって$B(V')$の除去は$V_f(V')$，$\overline{V_f(V')}$以上の分割をグラフの連結部分分割として

おこなう。

［定理4.3.1］ 任意のV'に対して，$G\{V_f(V')\}$は連結グラフである。
(証明) グラフから$B(V')$を除いたとき，$V_f(V')$の節点はすべてnへ到達可能である。 ゆえに，$G\{V_f(V')\}$は連結グラフである。Q.E.D.

これに対して，$G\{\overline{V_f(V')}\}$のグラフは連結グラフになるとはかぎらない。

［定理4.3.2］ $G\{V'\}$が連結グラフなら$G\{\overline{V_f(V')}\}$は連結グラフとなり，したがって，$B(V')$はカットセットである。
(証明) $\overline{V_f(V')}$の各節点iから途中にV'の節点を含まないV'への有向道上にある節点はすべて$\overline{V_f(V')}$に含まれる。 ゆえに，$G\{V'\}$が連結なら$G\{\overline{V_f(V')}\}$も連結となる。

［系4.3.2］ 単一阻止回復カットはカットセットである。

定理4.3.2の逆は一般に成立しない。反例を図4.3.1で示す。

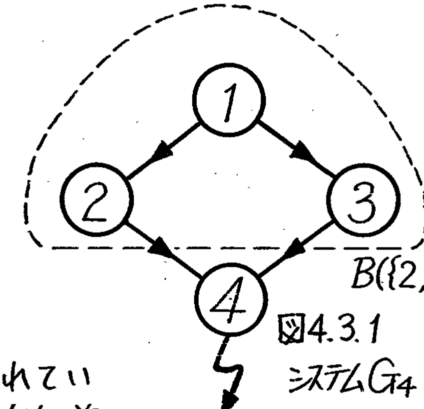

図4.3.1 システムG_4

$V_0(\subseteqq V)$に出力阻止回復ゲートが置かれているものとする。 $i\in V_0$で，iからnへの有向道がすべて$V'(\subseteqq V_0, \not\ni i)$の少なくとも1つの節点を含むとき，$V'$を阻止回復状態にすれば，$i$での阻止回復状態は意味をなさない。 このとき，$i$は$V'\cup\{i\}$の中で冗長な阻止回復であるという。 ただし，このようなiは，ある阻止回復状態の中で冗長な阻止回復であるということで，冗長なゲートではないことに注意されたい。

［定理4.3.3］ $\overline{V_f(V')}$から$V_f(V')$へのすべての枝はすべてV'からの枝である。 また，このような枝eの始点節点f_eはすべてV'の中で冗長でない阻止回復で，それ以外のV'の節点はV'の中で冗長な阻止回復である。
(証明) $i\in\overline{V_f(V')}-V'$とし，$i$から$V_f(V')$への枝$e$があるとす

る。 このとき，seからnへのV'の節点を通らない有向道が存在し矛盾する。したがって，このような枝の始点節点の和集合はV'に含まれる．V'の中で冗長な阻止回復でない節点jで，これらの枝の始点節点でないものがあったとすると，jからnへの有向道は必ず$V'-\{j\}$の節点を通り冗長となる。逆に，V'の中で冗長な阻止回復の節点kがあってkから$V_f(V')$への枝があればkは冗長でなくなる。

Q.E.D.

$G\{\overline{V_f(V')}\}$は，一般に複数個の連結部分からなりたつ。これを$G\{V_1\}$, $G\{V_2\}, \cdots, G\{V_k\}$とする。明らかに，$V_1, V_2, \cdots, V_k$は$\overline{V_f(V')}$の分割である。$V_i\ (i=1,\cdots,k)$の中で，$V_i$から$V_f(V')$への枝をもつ節点の集合を$V_i'$とすれば，定理4.3.3より$V_i' \subseteqq V_i$で，それは$V_i$の冗長でない阻止回復の集合である。よって，次の定理がなりたつ。

[定理4.3.4] $\tilde{V}'$をV'から冗長な阻止回復の節点をすべて取り除いたものとする。このとき，

$$\tilde{V}' = V_1' + V_2' + \cdots + V_k' \qquad (4.3.1)$$

ただし，+は集合の直和を表わす。したがって，カット$B(V')$が2つ以上の互いに排他的なカットセットから構成されていれば，その各カットセットE_iに対して，V'の部分集合V_i'があって

$$B(V_i') = E_i \qquad (4.3.2)$$

この節では阻止回復カットについて調べたが，定理4.3.4からわかるように，V'を阻止回復状態にしたとき$B(V')$がカットセットでなくカットであれば，V'の真部分集合の適当な組み合せでV'の阻止回復状態の役目をなし，V'の阻止回復状態は必要でないことがわかる。図4.3.2は斜線部の阻止回復状態によるグラフの分割を図示したものである。

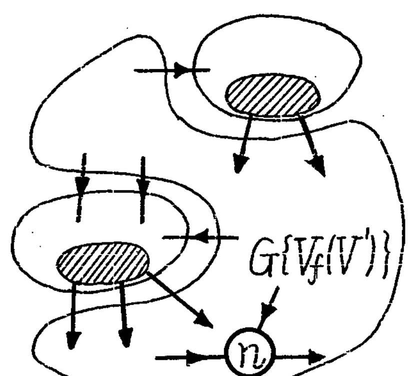

図4.3.2
阻止回復カットによる分割

4.4　1-識別可能のための必要条件，十分条件

出力阻止回復ゲートの集合をV_0とし，そのすべての部分集合（空集合は除く）を阻止回復状態として使うものとする。したがって，N個のゲートを使うとすれば（2^N-1）個の阻止回復状態が存在することになる。ただし，この中には冗長なものを含むものがあるので（2^N-1）個よりは少なくなる。また，前節より，意味のあるものはさらに少なくなるはずである。さて，システムがV_0で1-識別可能であるとは，任意の異なる節点の対i，jに対してV_0の部分集合V'があって，$V_f(V')$にi，jのどちらか一方が，しかも一方だけ含まれるということである。よって，次の定理は明らかである。

［定理4.4.1］ V_0に出力阻止回復ゲートを置く。システムがV_0で1-識別可能であれば，

$$E=\bigcup_{\mathrm{all}\,V'\subseteq V_0} B(V') \tag{4.4.1}$$

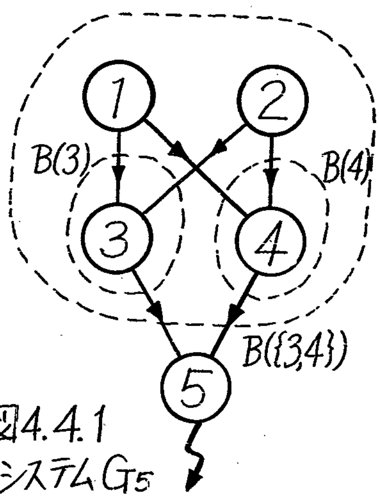

図4.4.1
システムG_5

定理4.4.1は1-識別可能のための必要条件であるが，この条件が十分条件でないことは次の例を考えれば明らかである。図4.4.1のシステムG_5において，$V_0=\{3,4\}$とすれば阻止回復状態は2つの単一阻止回復状態$\{3\}$，$\{4\}$と多重阻止回復状態$\{3,4\}$である。

$$B(3)\cup B(4)\cup B(\{3,4\})=E$$

であるが，1と2の識別はできない。また，

$$B(3)\cup B(4)=E$$

であるが，このときは1，2，5の識別ができない。グラフG_5の節点をみればわかるように，式(4.4.1)が成立しても，$i\ne j$，$j\ne i$のときには，iとjは識別されないことがありうることを示している。また，$i\geq j$でも，$j\geq i$ならグラフG_6の節点1，2（図4.4.2）のように識別できないときがある。

ここで，式(4.4.1)の成立がどのような節点の対の識別を意味するかを調べてみる。定理4.3.4からわかるように，すべての部分集合の阻止回復状態が使えるという仮定があるときは，単にカットセットによるシステムの2分割を考えればよいから，次の定理は明らかである。

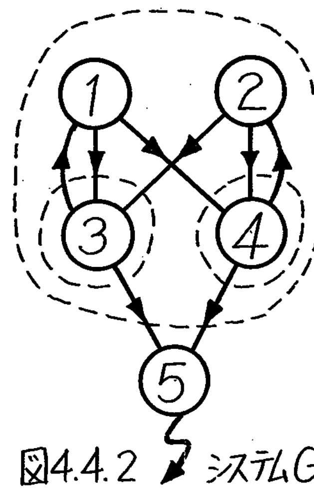

図4.4.2 システムG_6

[定理4.4.2] 式(4.4.1)が成立すれば，隣接する節点の対は識別されている。

また，次の定理がなりたつ。

[定理4.4.3] 式(4.4.1)が成立すれば，$i \geq j$, $j \ngeq i$, $j \ngeq j$である節点の対iとjは識別されている。

(証明) iからnへのすべての有向道の集合を$\{P_i\}$，またjからnへのすべての有向道の集合を$\{P_j\}$とする。$\{P_j\}$の各有向道はiを使わない。$\{P_i\}$にある枝で$\{P_j\}$にない枝の集合をE_{ij}とする。$\{P_j\}$はiを使わないからE_{ij}は空でなく，少なくともiからの枝を含む。$\bigcup_{\mathrm{all}\ V' \subseteq V_0} B(V') = E$ とする。$V_a \subseteq V_0$で，$B(V_a) \cap E_{ij} \neq \phi$となる$V_a$の集合を$\{V_a\}$とする。ただし，$B(V_a)$がカットセットとなるものだけを選ぶものとする。$\{V_a\}$のどの$V_b$も$i, j$を識別しないとすれば，$i$と$j$はともに$G\{V_f(V_b)\}$の中にある。なぜなら，$V_b$が$i$と$j$を識別しないとすれば，$i$と$j$はともに$G\{V_f(V_b)\}$の中にあるか，$G\{\overline{V_f(V_b)}\}$の中にあるかである。いま，$\{V_a\}$の中である$V_c$があって，$i$と$j$がともに$G\{V_f(V_c)\}$の中にあるとすれば，$i \geq j$, $j \ngeq i$と$E_{ij} \neq \phi$から，iからjへの有向道P_0で，図4.4.3のように$G\{V_f(V_c)\}$を通るものが存在する。V_cは冗長な阻止回復がないように選んである。V_cの部分集合で，i, jをそれぞれ阻止回復する最小集合をV_i，V_jとする。$V_i \neq V_j$なら，V_iまたはV_jだけの阻

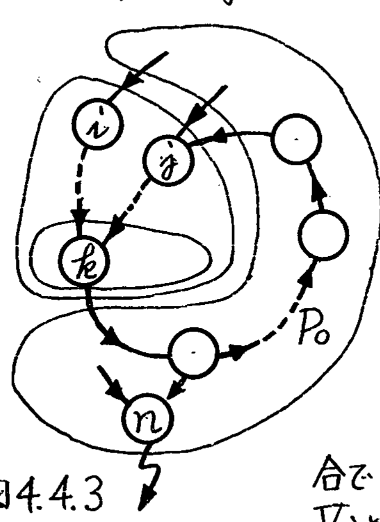

図4.4.3

止回復状態は i と j を識別する。 したがって，$V_i = V_j$ である。 P_0 で，V_i にあるものの１つを k とすると，$i \geq_{P_0} k \geq_{P_0} j \geq k \geq_{P_0} j$ となり，P_0 は $V_f(V_c)$ の少なくとも１つの節点を通るから，$j > j$ となって矛盾する。 ゆえに，このような P_0 は存在せず，i と j はともに $G\{V_f(V_b)\}$ の中にある。 $V_e = \bigcup_{all\ V_d \in \{V_a\}} V_d$ とすれば，V_e は i から n へのすべての有向道を阻止回復するから，i の故障信号を阻止回復する。 V_e の部分集合 V_g で，i を阻止回復し，かつ，$B(V_g)$ がカットセットとなるものが存在し，それは $\{V_a\}$ の元でもあるから，V_g は j を阻止回復しない。 したがって，V_g は i と j を識別する。Q.E.D.

$i \geq j$ で，$j \not\geq i$，$j > j$ の時には，図4.4.4のシステム G_7 のように i と j（1と2）が識別できないときがある。

出力阻止回復ゲートによってシステムを1-識別可能にできるかについては次の定理がなりたつ。

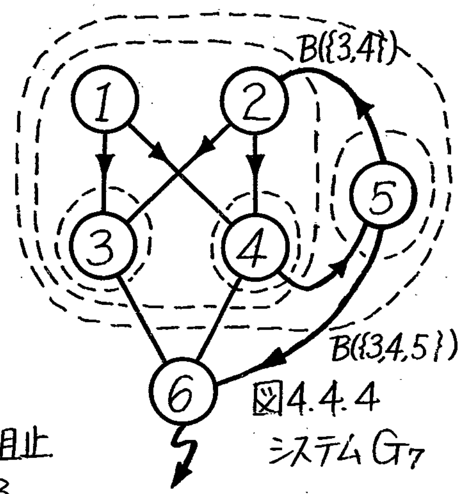

図4.4.4
システム G_7

［定理4.4.4］ n 以外のすべての単一阻止回復状態はシステムを1-識別可能にする。

（証明） $i \not\geq j$，$j \not\geq i$ のとき，i か j の単一阻止回復状態は i と j を識別する。 $i \geq j$，$j \not\geq i$ のとき，i の単一阻止回復状態は i と j を識別する。 $i \geq j$，$j \geq i$ のとき，i から n への有向道で j を通らないものが存在するか，j から n への有向道で i を通らないものが存在する。 一般に前者だとしてよいから，このとき j の単一阻止回復状態は i と j を識別する。 各場合について n の単一阻止回復状態はとる必要はないから，n も他と識別されている。 Q.E.D.

ここで，システムを1-識別可能にするために必要な出力阻止回復ゲートを問題にする。

［定理4.4.5］ $od(i) = 1$ ならば，システムを1-識別可能にするために節点 i に出力阻止回復ゲートを置くことが必要である。

(証明)　$od(j)=1$より，$\Gamma i=\{j\}$とする。　iとjを識別することが必要である。　iの単一阻止回復状態はiの故障信号を阻止回復しjの故障信号を阻止回復しない。　なぜなら，jの故障信号を阻止回復するとすれば，jからnへのすべての有向道はiを通りiからはjへの枝しかでてないので矛盾する。

いま，iを含まないVの部分集合V'があってV'の阻止回復状態がiとjを識別するとすれば，$V_f(V')\ni i$，$V_f(V')\ni j$か，$V_f(V')\ni j$，$V_f(V')\ni i$のどちらかである。　前者ならjの故障信号がV'で阻止回復されるので，$od(i)=1$よりiの故障信号も阻止回復され矛盾する。後者ならiからjへの枝eは$B(V')$に含まれ，定理4.3.3.より，iはV'に含まれることになり矛盾する。　ゆえに，iとjを識別するのはiを含む多重阻止回復状態しかなく，iの出力阻止回復ゲートは必要となる。　Q.E.D.

このようなゲートを2型出力阻止回復ゲート（簡単に2型ゲート）と呼ぶ。

[定理4.4.6]　$\Gamma i\ni n$ならば，システムを1-識別可能にするために節点iに出力阻止回復ゲートを置くことが必要である。

(証明)　手順は定理4.4.5のそれと同じである。　補題4.2.3よりnは常にV_fに含まれるから，iの単一阻止回復状態はiとnを識別する。　iを含まないVの部分集合V'の阻止回復状態でiとnを識別するものがあったとすると，iの故障信号はV'で阻止回復されなければならない。　ところが，$\Gamma i\ni n$よりiからnへの長さ1の有向道があるので，V'はiを阻止回復できない。　Q.E.D.

このようなゲートを1型出力阻止回復ゲート（簡単に1型ゲート）と呼ぶ。

4.5　出力阻止回復ゲート数および状態の上限，下限

システムを1-識別可能にするための最小の出力阻止回復ゲート数をN_α，最小の阻止回復状態数をN_βとする。

〔定理4.5.1〕　節点の数をnとすれば，

$$N_\alpha \leqq n-1 \qquad (4.5.1)$$

$$N_\beta \leqq n-1 \qquad (4.5.2)$$

（証明）　定理4.4.4より明らかである。　このような上限を与えるシステムの1つは図4.5.1のような飛び越しのない直列接続システムである。　Q.E.D.

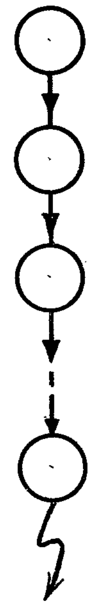

図4.5.1
直列接続システム

定理4.4.5，4.4.6の1型ゲート，2型ゲートの性質より，N_αの下限はつぎのようになる。

〔定理4.5.2〕　1型ゲートの集合を$V_G^{(1)}$，2型ゲートの集合を$V_G^{(2)}$とすれば

$$N_\alpha \geqq |V_G^{(1)} \cup V_G^{(2)}| \qquad (4.5.3)$$

4.6　結言

この章では，出力阻止回復ゲートを提案し，それについての基本的な考察を加えた。　このゲートによっては，どのような構造のシステムでも定理4.4.4より目的のレベルまで識別できるので，内部端子にもたせる機能としては最上の機能といえる。　理論的には1-識別可能のための必要十分条件がもっとも興味あるところであるが，このゲートに関しては"すべての隣接する節点の対を識別すれば，それらの節点の対と定理4.4.2の条件を満たす節点の対が識別されている"というところまでしかいえなかった。

なお，ここでは阻止回復ゲートは節点出力端子に置かれているが，文献[18],[19]のように枝に置くとした場合もほとんど同じような議論ができる。

第5章　結論

本論文で得られた主な成果および今後に残された問題を簡単にまとめておく。

第2章では，内部出力観測の集合がシステムを1-識別可能にするための必要十分条件と多重故障に対するグラフ表現を示した。1-識別可能のための必要十分条件は，本章での議論の進め方からはこれ以上は煩雑になるものと思われる。むしろ，次章のSPASECグラフの考え方からの方が新しいものができてきそうに思われる。また，この必要十分条件は次のターミナルテストが簡単にさえ決まればよいので，それも含めて考えればよいと思う。

第3章では，システムを1-識別可能にする極小な集合であるターミナルテストの決定法について述べた。この決定法は最終的には被覆表になるが，SPASECグラフと名づけた特殊な平面グラフでは簡単に一意的に決まることを示した。残された問題は，3.3節におけるTの厳密な下限であり，これが解ければ最小な集合となる最小ターミナルテストが簡単に見つかるであろうと予想できる．

第4章では，出力阻止回復ゲートを提案し，その故障診断として主に1-識別可能性について示した。この故障診断方式は，その能動的性質のため，構造的な診断におけるテスト方式としては最大の分解能をもつ。ただし，ゲートで正常な入力を加えられるようにしなければならないという点で，費用が高価になることが予想され，安価ではあるが分解能の低い他の方法と組み合せるという形式も考えられる。

謝辞

本研究の全過程を通じて直接理解ある御指導を賜わり，常に励まされ御助言いただいた中西教授に対して心から深謝する。　また，電子工学教室児玉慎三教授には適切な御指導，御討論をいただいた。　心から感謝の意を表する。

大学院修士，博士課程において，御指導御教示を賜わった通信工学教室板倉清保教授，滑川敏彦教授，熊谷信昭教授，手塚慶一教授，電子工学教室尾崎弘教授，産業科学研究所角所収教授に対し厚く御礼申し上げる。

また，日頃御助言，御討論をいただいている福井大学工学部松本忠助教授に心から感謝する。

筆者の属している研究室の濱富士雄技官，大学院学生高雄義明氏，望月輝久氏，黒石良市氏，研究生川野正氏および本学卒業生山本均氏，長谷真司氏，佐藤一美氏，守屋裕司氏，砂孝行氏には種々の面で御協力をいただいた。　特に，極東貿易の久世了氏には本論文定理2.6.2，定理2.6.3に対し有益な助言をいただいた。

また，電子工学教室前田肇助手，神戸大学工学部池田雅夫氏，シャープ株式会社伊勢雅博氏には種々の面で御助言をいただいた。　ここに記して心から感謝する。

参考文献

(1) Chang, H.Y., E.Manning, G.Metze, "Fault diagnosis of digital systems", John Wiley & Sons, Inc., 1970

(2) 中野秀男, 中西義郎, "システム故障診断のための内部端子決定法", 信学会論文誌 C, 54-C, 8, pp. 744-750 (昭46-8)

(3) Mayeda, W., "Graph theory", Chap.14, Wiley Interscience, 1972

(4) Brule, J.D., R.A.Johnson, E.J.Kletsky, "Diagnosis of equipment failure", IRE Trans. on Reliability and Control, Vol.RC-9, pp.23-34, April 1960

(5) Sogomonyan, E.S., "Monitoring operability and finding failures in functionally connected system", Avtomatika i Telemekhanika, Vol.25, No.6, pp.874-882, June 1964

(6) 福井徹, 中西義郎, "故障検知のための観測出力決定の情報理論的考察" 信学会論文誌 C, 51-C, 1, pp. 16-22 (昭43-1)

(7) Ramamoorthy, C.V., "A structural theory of machine diagnosis", Proc. 1967 Spring Joint Computer Conf., pp.743-756, 1967

(8) Mayeda, W., C.V.Ramamoorthy, "Distinguishability criteria in oriented graphs and their application to computer diagnosis-I" IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol.CT-16, No.4, pp.448-454, November 1969

(9) 中野秀男, 中西義郎, "システム故障診断のための内部端子", 信学会論文誌 C, 54-C, 11, pp. 1042-1048 (昭46-11)

(10) ———, ———, "システム故障診断における1-識別可能のための必要十分条件", 信学会論文誌 D, 55-D, 10, pp. 654-659 (昭47-10)

(11) ———, ———, "システム故障診断の1-識別可能のための必要十分条件に関する一考察", 信学会全国大会, 20 (昭48)

(12) 奥井和紀, "故障診断のための観測端子決定に関する一考察", 信学会研資, 電子計算機専門委員会, EC-72-12, 6月 1972

(13) 中野秀男, 久世3, 中西義郎, "内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係" 信学会論文誌 D, 56-D, 8, 技術談話室, pp. 480-481 (昭48-8)

(14) Nakano, H., Y.Nakanishi, "Graph representation and diagnosis for multiunit faults", IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-23,

DECEMBER 1974 (TO BE PUBLISHED)

(15) 田原米起, 仙石正和, "出力観測可能なユニットが限定されているシステムの故障診断", 信学会論文誌D, 57-D, 6, 技術談話室, pp.387-388 (昭49-6)

(16) 松本忠, 樋田義孝, "システム故障診断における内部テスト端子数の下限をみたすグラフの構造および生成法", 信学会研資, 回路とシステム理論専門委員会, CT-73-5, 1973

(17) ――――, ――――, "システム故障診断に関する研究(1), 内部テスト端子数の下限および最小内部テスト端子の決定アルゴリズム", 福井大学工学部研究報告, 22, 1, pp.135-166 (昭49-3)

(18) MAYEDA, W., C.V. RAMAMOORTHY, "DISTINGUISHABILITY CRITERIA IN ORIENTED GRAPHS AND ITS APPLICATION TO COMPUTER DIAGNOSIS-II", PROC. OF IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUIT THEORY, PP.38-39, GEORGIA 1970

(19) RAMAMOORTHY, C.V., W. MAYEDA, "COMPUTER DIAGNOSIS USING THE BLOCKING GATE APPROACH", IEEE TRANS. ON COMPUTER, VOL.C-20, NO.11, PP.1294-1299, NOVEMBER 1971

(20) 前田渡, "グラフとシステムダイアゴノーシス", 信学会研資, 回路とシステム理論専門委員会, CT-72-26, 7月 1972

(21) 中野秀男, 中西義郎, "出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断", 信学会論文誌D, 56-D, 12, pp.689-695 (昭48-12)

(22) 山本勝, "システムの故障診断に関する一考察", 信学会論文誌D, 56-D, 11, pp.631-636, (昭48-11)

(23) 武末勝, "論理回路の診断分解能と回路構造", 信学会論文誌C, 54-C, 10, pp.877-884 (昭46-10)

(24) RAMAMOORTHY, C.V., L.C. CHANG, "SYSTEM MODELING AND TESTING PROCEDURES FOR MICRODIAGNOSTICS", IEEE TRANS. ON COMPUTER, VOL.C-21, NO.11, PP.1169-1183, NOVEMBER 1972

(25) BERGE, C., "THE THEORY OF GRAPHS AND ITS APPLICATIONS", JOHN WILEY & SONS, INC., NEW-YORK 1962

(26) HARARY, F., R.Z. NORMAN, D. CARTWRIGHT, "STRUCTURAL MODELS: AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF DIRECTED GRAPHS", JOHN WILEY & SONS, INC., 1965

(27) McCluskey,Jr.,E.J., "Minimization of Boolean functions", B.S.T.J.,Vol.35, pp.1417-1444, November 1956

(28) Pyne,I.B., E.J.McCluskey,Jr., "The reduction of redundancy in solving prime implicant tables", IRE Trans.on Electric Computer, Vol.EC-11, pp.473-482, August 1962

(29) Gimpel,J.F., "A reduction technique for prime implicant tables" IEEE Trans. on Electric Computer, Vol.EC-14, No.4, pp.535-541, August 1965

(30) Bergman,L.G., C.D.Weiss, "A transformation technique for obtaining least cost solution to covering problems", SIAM Journal Applied Mathematics, Vol.23, No.4, pp.463-476, December 1972

報告番号・甲第1824号

論文目録

氏名　中野秀男

主論文　システム故障診断に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1. システム故障診断のための内部端子決定法
   電子通信学会論文誌C
   54巻8号
   昭和46年8月25日
1. システム故障診断のための内部端子
   電子通信学会論文誌C
   54巻11号
   昭和46年11月25日
1. システム故障診断における1-識別可能のための必要十分条件
   電子通信学会論文誌D
   55巻10号
   昭和47年10月25日
1. システム故障診断の1-識別可能のための必要十分条件に関する一考察
   電子通信学会全国大会
   講演論文集，分冊1
   昭和48年3月27日

1. 内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係
電子通信学会論文誌D
56巻8号
昭和48年8月25日

1. 出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断
電子通信学会論文誌D
56巻12号
昭和48年12月25日

（主論文のうち未発表のもの）

1. GRAPH REPRESENTATION AND DIAGNOSIS FOR MULTIUNIT FAULTS
（多重故障に対するグラフ表現と故障診断）
IEEE TRANSACTION ON RELIABILITY 23巻
昭和49年12月掲載予定

31 July 1974

IEEE Transactions on Reliability
Dr. Ralph A. Evans, Editor
804 Vickers Avenue
Durham, NC 27701

Mr. Hideo Nakano
Dr. Yoshiro Nakanishi
Dept. of Communication Engineering
Faculty of Engineering
Osaka University
Suita, Osaka 565 JAPAN

SUBJECT: Your paper TR-345 "Graph representation and diagnosis for multiunit faults"

Your paper is quite satisfactory and is scheduled for the December 1974 issue. If you wish to update either of the biographies, please send the revised copy promptly.

Thank you for your interest,

R. A. Evans

RAE:lt

In reply, please always refer to TR-345.