

Title	システム故障診断に関する研究
Author(s)	中野, 秀男
Citation	大阪大学, 1975, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1046
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

システム故障診断に関する研究

1975年1月

中野秀男

システム故障診断に関する研究

1975年1月

中野秀男

内 容 梗 概

本論文は、著者が大阪大学大学院工学研究科博士課程(通信工学専攻)に在学中行なった研究のうち、システム故障診断に関する研究をまとめたもので、本文は次の5章から成っている。

第1章は序論で、最近のシステムの大規模化、複雑化にともない、システム故障診断の問題が重要な研究課題になっていること、また、新しく研究の方法論として構造的な研究が注目されてきていることを述べるとともに、本研究がこの分野で占める地位を明らかにしている。あわせて、本研究において基本概念として使う有向グラフについての定義と記号を与えている。

第2章では、内部出力観測によるシステムの故障診断を取り扱い、システム故障診断における1-識別可能性を論じている。すなわち、内部出力観測の機能を上方有向カットセットならびに到達可能行列を使って定式化し、単一故障を含むシステムが1-識別可能であるための必要十分条件を導出している。さらに、多重故障を含む場合について考察し、単一故障の場合の識別可能性を適用できるようにするために多重故障に対するグラフ表現を導出している。

第3章では、システムを1-識別可能にする極小な内部出力観測端子の集合である“ターミナルテスト”について論じている。まず、ターミナルテストの決定法を問題とし、2型節点(出力枝が1つである節点)がシステムを1-識別可能にするために必要であることを基盤にして、2型節点の洗出しと被覆問題の解法とを使うターミナルテスト決定のためのアルゴリズムを導出している。ついで、ターミナルテストを構成する内部端子数について考察し、その下限を論じている。また、ターミナルテストが2型節点の集合のみで一意的に決まるシステム構造を調べ、そのような構造のものにSPASECグラフと名づけた特殊な平面グラフがあることを見い出している。

第4章では、故障信号を阻止しあわせてそれを正常な信号に回復させる

機能をもつ出力阻止回復ゲートを提案し、このゲートによるシステムの故障診断を論じている。まず、出力阻止回復ゲートによる故障診断を阻止回復カットの性質を使って解析し、このゲートによる故障診断方式はユニットレベルまでの識別が可能であることを特徴とするものであることを明らかにしている。ついで、1-識別可能のための必要条件、十分条件について考察し、1-識別可能にするために必要なゲートの型を明らかにしている。

第5章は結論であって、本研究の成果と今後の問題とを総括して述べている。

本論文の各章を構成する研究内容はすべて、電子通信学会論文誌、電子通信学会全国大会、およびIEEE Transaction on Reliabilityにおいてすでに発表されたものである。

システム故障診断に関する研究

目 次

第1章	序 論	1
1. 1	序言	1
1. 2	システム故障診断	2
1. 3	有向グラフ	3
第2章	内部出力観測による故障診断	5
2. 1	序言	5
2. 2	内部出力観測と上方有向カットセット	5
2. 3	診断パターンと到達可能行列およびHasseグラフ	6
2. 4	1-識別可能のための必要十分条件	7
2. 5	2型節点	8
2. 6	二, 三の識別関係	9
2. 7	多重故障に対するグラフ表現	11
2. 8	結言	13
第3章	ターミナルテストの決定法	15
3. 1	序言	15
3. 2	ターミナルテストの決定法	15
3. 3	ターミナルテストを構成する内部端子数の下限	16
3. 4	SPASECグラフ	17
3. 5	結言	19
第4章	出力阻止回復ゲートによる故障診断	21
4. 1	序言	21
4. 2	出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態	21
4. 3	阻止回復カットの性質	22
4. 4	1-識別可能のための必要条件, 十分条件	25
4. 5	出力阻止回復ゲート数および状態数の上限, 下限	28
4. 6	結言	29
第5章	結 論	30
	謝 辞	31
	参考文献	32

関連発表論文

- (1) 中野, 中西, "システム故障診断のための内部端子決定法", 信学会論文誌 C, 54-C, 8, P.744 (昭46-08)
- (2) 中野, 中西, "システム故障診断のための内部端子", 信学会論文誌 C, 54-C, 11, P.1042 (昭46-11)
- (3) 中野, 中西, "システム故障診断における1-識別可能のための必要十分条件", 信学会論文誌 D, 55-D, 10, P.654 (昭47-10)
- (4) 中野, 中西, "システム故障診断の1-識別可能のための必要十分条件に関する一考察", 信学会全国大会, 20 (昭48)
- (5) 中野, 久世, 中西, "内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係", 信学会論文誌 D, 56-D, 8, 技術談話室, P.480 (昭48-08)
- (6) 中野, 中西, "出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断", 信学会論文誌 D, 56-D, 12, P.689 (昭48-12)
- (7) NAKANO, NAKANISHI, "GRAPH REPRESENTATION AND DIAGNOSIS FOR MULTIUNIT FAULTS", IEEE TRANSACTION ON RELIABILITY, VOL.R-23, DECEMBER 1974 (TO BE PUBLISHED)

諸記号

- \bar{A} : 集合Aの補集合
- $|A|$: 集合Aの元の数
- $B(i)$: 節点*i*による阻止回復カットセット
- $B(V')$: 節点の部分集合*V'*による阻止回復カット
- C_k : $\{F\}$ の"関係 \sim "による同値類
- D_i : ユニット*i*の故障に対する診断パターン
- E : 有向枝の集合
- f_e : 有向枝*e*の始点節点
- $f^{-1}i$: 節点*i*から出ている枝の集合
- F_i : システム故障
- $\{F\}$: システム故障の集合
- $G\{V'\}$: グラフ*G*の部分グラフで, 節点の集合を*V'*とし, 両端節点が*V'*の節点であるという枝の集合からなるグラフ。
- $i \geq j$: 節点*i*から節点*j*へ有向道が存在することで, 到達可能であるという。 $i \geq i$ と定める。
- $i \neq j$: i から*j*へ到達可能でないこと。
- $i > j$: i から*j*へ長さ1以上の有向道が存在する。
- $i \not> j$: i から*j*へ長さ1以上の有向道が存在しない。
- $M(F_i)$: システム故障*F_i*の主故障
- n : 節点(ユニット)の数。出力節点をも表わす。
- $od(i)$: 節点*i*から出ている枝の数。 $|f^{-1}i|$ 。
- Q_k : 代表故障
- R_i : 節点*i*から到達可能な節点の集合
- R_{ij} : 節点*i*と節点*j*から到達可能な節点の集合
- $R_{i\bar{j}}$: 節点*i*から到達可能で, 節点*j*から到達可能でない節点の集合
- $R_{\bar{i}j}$: 節点*i*から到達可能でなく, 節点*j*から到達可能な節点の集合
- $R(G)$: グラフ*G*の到達可能行列
- se : 有向枝*e*の終点節点
- T : ターミナルテストを構成する内部端子数

- $U(i)$: 節点 i による上方有向カットセット
 V : 節点の集合
 V^* : 2型節点の集合
 $V_f(i)$: 節点 i を阻止回復状態にしたとき故障信号が阻止回復されないユニットの集合。
 $V_f(V')$: 節点の部分集合 V' を阻止回復状態にしたとき故障信号が阻止回復されないユニットの集合。
 Γ_i : 節点 i からでている枝の終点節点の集合
 $\Gamma^{-1}i$: 節点 i に入る枝の始点節点の集合
 ϕ : 空集合

第1章 序論

1.1 序言

システムの故障診断(fault diagnosis)には、システムが故障状態にあるかどうかを調べる故障検出(fault detection)と、その故障原因となる箇所を見い出す故障箇所診断(fault location)とがある。故障診断といえはこの両者を主する場合もあるし、どちらか一方を示す場合もある。本研究では、システムが故障状態にあることがわがっているとき、どのユニットが故障原因であるかを調べることにあつるので、故障診断といえは後者を主とする。

さて、システムの故障診断は故障システムの回復においてまず第一に直面する問題であり、その技術はシステム運用保守における基本のものであることはいうまでもない。とりわけ、近年の大規模化、複雑化したシステムにとっては、診断時間の短縮による稼働性の向上、自動診断自動修復の導入による高性能、高信頼化などの観点から、確固とした故障診断技術のもつ意義はきわめて大きい。このため、システム故障診断の問題は、システム工学での1つの重要な課題となっている。

ところで、電子回路、機器、装置においてみられるように、これまでの故障診断技術の多くは入出力関係から故障を同定するという形のものではあつたが、この方法には診断対象の規模、複雑さの点で限界がある。大規模化、複雑化したシステムに対しては、単に入出力関係だけでなくシステム内部に立入るといふ方法をとらざるをえないし、また、そのような方法がより適切であると考えられる。このような方法によるシステムの故障診断では、問題は内部に設ける診断のためのテスト機能とそれの配置とということになり、システムの構造に直接依存してくる。この問題にグラフ理論が応用されたのはごく最近であるが、このことによつてシステム故障診断の構造的な研究のもつ厳密性と利点がとくに注目されるようになり、た[1]。以来、システム故障診断の分野でこの方向の研究が活発に進められてきている[2]~[24]。

1.2 システム故障診断

構造論的なシステム故障診断では、システムを構成する各ユニットについて、次のような条件をつける[2],[3]。

- (i) 規定入力が入っているとき規定出力を出していれば、そのユニットは正常状態である。
- (ii) 規定入力が入っているのに規定出力を出さないなら、そのユニットは故障状態にある。
- (iii) ユニットが正常状態にあっても、規定入力が入らなければ規定出力を出さない。

以上の条件のもとで、このシステムはユニットを節点、信号の流れを方向としてもつ枝とする有向グラフとしてとらえられる。

有向グラフとしてとらえられたシステムについて、それが故障状態にあるとき、故障原因となっているユニットを抽出するためにはシステムの入出力端子のほかには内部端子を必要とする。この目的のために付加された内部端子は、それから得られる情報によってユニットの集合を故障ユニットを含む集合と、それを含まない集合とに区分するという働きをもつ。

構造によるシステムの故障診断の研究の流れと本研究の占める位置を以下に述べてみる。

歴史的には、この方向でのアプローチは、Brule et al [4]によって取り扱われ、Sogomonyan [5]、福井、中西 [6]と続き、Ramamoorthy [7]が初めてシステムをグラフとしてとらえ、その故障診断を論じた。これらはすべて、ユニットの出力端子に内部端子を設け、その内部出力を観測させるものである。一方、Hayeda and Ramamoorthy [8]は、内部端子をテストポイントとして、そこで内部出力観測と内部入力印加のテストを行い、グラフ理論におけるカットセットの概念を用いて構造による故障診断の研究を大きく前進させた。この論文を基盤とし、さらに文献[4]~[6]の研究の展開として、内部出力観測にこだわった場合の故障診断の研究、中野、中西 [2]、[9]~[11]、奥井 [12]、中野、久世、中西 [13]があり、さらに、その多重故障への拡張として Nakano and Nakanishi [14]がある。また、観測

可能なユニットが限定されている場合には、田原、仙石[15]の論文がある。文献[8]のように観測と入力印加の2つのテストをする場合には、松本、飛田[16],[17]の研究がある。これら一連の研究は、条件(iii)による故障信号の伝搬を阻止できないため、対象とするシステムをフィードバックを含まないシステムに限定するか、または、フィードバックを含む場合にはグラフとしてみて強連結成分以上の識別は無理であるという制約をもっている。

これに対して、Mayeda and Ramamoorthy[18],[19]は有向枝上に設ける阻止ゲート(blocking gate)によるテストを提案し、また、前田[20]はユニットの出力を短絡させるSゲート(S-gate)によるテストについて論じた。これらのゲートは故障信号の伝搬を阻止するのでフィードバックを含むシステムにも有効であることが示されている。しかし、阻止ゲートやSゲートでは、入力節点と出力節点の対は識別不能であることと、信号を阻止するだけでなく正常な信号に回復しなければテストできないシステムには適用できないことから、中野、中西[21]は阻止回復ゲートを提案し、それによる故障診断を論じた。1-識別可能性をえるためのSゲートの集合の見つけ方については、山本[22]の研究がある。また、コンピュータシステムへの応用については、武末[23]、Ramamoorthy and Chang[24]の論文がある。

1.3 有向グラフ

この節では有向グラフ(directed graph)に関して、以下の議論に必要な事項を述べておく[25],[26]。例として図1.3.1のグラフ G_1 を使う。

有向グラフは、節点(vertex)の集合 V と有向枝(directed edge, 以下では枝と呼ぶ)の集合 E , および定義域が E で値域が V に含まれる関数 f_s により記述される。 $e \in E$ とすれば、 f_e は枝 e の始まる節点であり、 s_e は枝 e の終わる節点である。節点 i に対して、 $f^{-1}(i)$ は i から

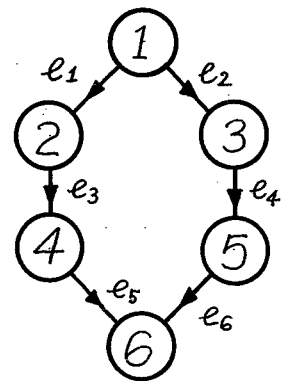


図1.3.1
acyclic SEC 777 G_1

出ている枝の集合, Γ_i は i から出ている枝の終点節点の集合を, Γ^{-1}_i は i に入る枝の始点節点の集合を表わす。グラフ G_1 では, $V = \{1, 2, \dots, 6\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_6\}$, $f^{-1} = \{e_1, e_2\}$, $\Gamma^{-1}_1 = \{2, 3\}$, $\Gamma^{-1}_1 = \phi$ となる。但し, ϕ は空集合である。

節点 j が節点 i から到達可能 (reachable) であるとは, i から j へ有向道 (directed path) が存在すること, $i \geq j$ と表わす。また, すべての節点 i に対して $i \geq i$ と定める。道の長さとは, その道を構成する枝の数をいう。 $i > j$ と書いた時は, i から j へ長さ 1 以上の道が存在することを示し, 特に, $i > i$ は節点 i を通る有向閉路 (directed circuit) の存在を示す。 $\geq, >$ はそれぞれ $\geq, >$ の否定である。 G_1 では, $1 \geq 4$, $3 \geq 6$, $4 \not\geq 3$, $3 \not\geq 4$ となる。

V の部分集合 V' に対して, $G\{V'\}$ は G の部分グラフで節点の集合を V' とし, 両端節点が V' の節点であるという枝の集合からなるグラフを示すが, これはまた section グラフなどとも呼ばれる。グラフ G が section グラフで, その任意の 2 つの節点の間が互いに到達可能である極大グラフを強連結成分 (strong component) と呼ぶ。 Γ^{-1}_i, Γ_j が空集合となる節点 i, j をそれぞれ入力節点 (entry vertex), 出力節点 (exit vertex) といい。

(定義 1.3.1) acyclic SEC グラフ: 1 つの入力節点と 1 つの出力節点からなり, 有向閉路をもたない連結された有向グラフを, acyclic SEC グラフという。

グラフ G_1 は, 入力節点 1, 出力節点を 6 とする acyclic SEC グラフである。節点の集合 V の分割, V', \bar{V}' に対して, V' と \bar{V}' の節点を結ぶ枝の集合をカットと呼び, $G\{V'\}$ と $G\{\bar{V}'\}$ がともに連結グラフのときカットセットと呼ぶ。 $od(i), Ri, Rij, Rij^{-1}$ については 5 頁の諸記号のところで述べてある。

第2章 内部出力観測による故障診断

2.1 序言

本章と次章で、内部出力観測によるシステムの故障診断について考察する。対象とするシステムグラフはacyclic SECグラフとする。有向グラフのacyclic SECグラフへの変更は容易である[8]。この章では、主に、1-識別可能のための必要十分条件について述べ、第3章でのターミナルテストの決定法の基盤を与えている。また、2.7節では取り扱うシステム故障を多重故障まで拡張してそのグラフ表現を与えているが、それ以外では単一のユニット故障を問題とする。

2.2 内部出力観測と上方有向カットセット

システムをacyclic SECグラフ G でとらえ、入力節点に規定入力が加わっているものとする。任意の節点(システムの任意の構成ユニット) i の出力を観測する。もしシステムのユニットのどれか一つに故障が生起していることがわかっていれば、 i の出力が規定のものであるかどうかによって節点の集合 V は V_r と \bar{V}_r に分割できる。ここで、 V_r は i に到達可能な節点の集合であり、 \bar{V}_r は i に到達可能でない節点の集合である。なぜなら、1.2の条件(iii)より V_r のあるユニットが故障すれば i の出力が規定のもでなくなるからである。

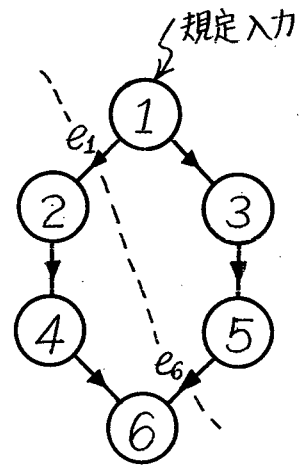


図2.2.1 システム G_1 の5の出力観測および $U(5)$

(定義2.2.1) 上方有向カットセット, $U(i)$;

グラフ G の枝 e で、 $fe \in V_r$, $se \in \bar{V}_r$ となるものの集合を、節点 i による上方有向カットセット(upper directed cutset)と定義し、 $U(i)$ で表わす。

$$U(i) = \{e \mid e \in E, fe \geq i, se \not\geq i\} \quad (2.2.1)$$

システム G_1 で5の出力を観測すれば、 V は $\{1, 3, 5\}$ と $\{2, 4, 6\}$ に分割され、節点5による上方有向カットセット $U(5)$ は $\{e_1, e_6\}$ となる。

2.3 診断パターンと到達可能行列およびHasseグラフ

システムの入力節点に規定入力を入れて各ユニットの出力を観測することになると、構成ユニットのおののおのが正常状態にあるか故障状態にあるかによって、各ユニットの観測出力は規定出力を示したり示さなかったりする。

(定義2.3.1) 診断パターン, D_i : ユニット i が故障状態にあるとする。このとき、ユニット j の出力が規定出力でなければ $d_{ij} = 1$, 規定出力であれば $d_{ij} = 0$ とすれば、ユニット i の故障に対する診断パターン (diagnostic pattern) $D_i = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{in})$ がえられる。ここで

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2.3.1)$$

とも定義できる。

(定義2.3.2) 到達可能行列, $R(G)$: 有向グラフ G において、その到達可能行列 (reachability matrix) $R(G)$ とは、その要素 r_{ij} が

$$r_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2.3.2)$$

で定義される正方行列である。

システム G_{10} の各診断パターンと、グラフ G_{10} の到達可能行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} D_1 &= (1, 1, 1, 1, 1, 1) \\ D_2 &= (0, 1, 0, 1, 0, 1) \\ D_3 &= (0, 0, 1, 0, 1, 1) \\ D_4 &= (0, 0, 0, 1, 0, 1) \\ D_5 &= (0, 0, 0, 0, 1, 1) \\ D_6 &= (0, 0, 0, 0, 0, 1) \end{aligned} \quad R(G_{10}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

定義2.3.1と2.3.2からわかるように、ユニット i の診断パターンと $R(G)$ の第 i 行は同じである。したがって、適当な節点の対応で2つのグラフの到達可能行列が等しくなれば、この2つのグラフは内部出力観測に対して

等価であるといえる。

(定義2.3.3) 推移枝, Hasseグラフ: acyclic SECグラフ G の枝 e について, $fe > i > se$ となる節点 i が存在すれば, このような枝 e を推移枝(transitive edge)と呼ぶ。推移枝のないグラフをHasseグラフと呼ぶ。

以下, この章と次章ではHasseグラフとなるacyclic SECグラフについてだけ考える。

2.4 1-識別可能のための必要十分条件

V' を V の部分集合とし, V' の各出力端子で内部出力を観測するものとする。 V' の観測でどのユニットが故障状態にあるかが確定的にわかるとき, システムは V' の観測で1-識別可能(1-distinguishable)であるという。このことは, V' の観測によって任意の異なる節点の対が識別可能であることにほかならない。さらに, 異なる節点の対 i, j のどちらが故障状態にあるかを節点 k の出力が識別するのは

$$i \geq k, \quad j \neq k \quad (2.4.1)$$

か $i \neq k, \quad j \geq k \quad (2.4.2)$

のときで, かつ, そのときに過ぎる。このとき, 簡単に k は i と j を識別するということにする。明らかに,

[定理2.4.1] V' の観測でシステムが1-識別可能のための必要十分条件は, 任意の異なる節点の対 i, j に対して,

$$(R_{ij} \cup R_{ji}) \cap V' \neq \emptyset \quad (2.4.3)$$

となることである。

定理2.4.1は, 上方有向カットセットと到達可能の概念のもとで次のようになる。

[定理2.4.2] V' の観測でシステムが1-識別可能のための必要十分条件は,

$$(I) \quad U(V') = \bigcup_{k \in V'} U(k) = E \quad (2.4.4)$$

かつ (II) 任意の互いに到達可能でない節点の対 i, j に対して、
 $(R_{ij} \cup R_{ji}) \cap V' \neq \phi \quad (2.4.3)$

である。

(証明) すべての異なる節点の対の集合 P は、一方から他方へ到達可能である節点の対の集合 P_1 と、互いに到達可能でない節点の対の集合 P_2 に分割できる。 P_2 での識別に条件 II が必要十分であることは定理 2.4.1 から明らかである。ゆえに、 P_1 での識別に条件 I が必要十分であることを示せばよい。

V' の上方有向カットセットの和集合 $U(V')$ が枝 e を含まなければ節点の対 fe, se を識別することはできない。 $fe \geq se$ であるから、条件 I は P_1 での識別に必要である。逆に、 P_1 の任意の元 (i, j) に対して $i > j$ とする。 i から j へ少なくとも一つの有向路が存在するから、この構成枝の一つを e' とする。条件 I が成立すれば、 V' の元 k で $U(k)$ が e' を含むものが存在する。このとき、 $i \geq fe', fe' \geq k$ だから $i \geq k$ となる。また、 $se' \geq j, se' \neq k$ だから $j \neq k$ となる。したがって、 k は i と j を識別する。ゆえに、条件 I が成立すれば P_1 における識別は可能である。 Q.E.D.

2.5 2型節点

V' の観測がシステムを 1-識別可能にするとき、必ず V' が含む節点が存在することをこの節で示す。与えられたシステムグラフは Hasse グラフになっていることに注意されたい。

(定義 2.5.1) 2型節点: 節点 i から出ていく枝の数, $od(i)$, が 1 である節点 i を 2型節点 (2nd-type-vertex) と呼ぶ。

[定理 2.5.1] 節点 i が 2型節点なら、 V' の観測がシステムを 1-識別可能にするとき V' は i を含む

(証明) 枝 e を節点 i から出ていく枝とする。 i の出力観測は i と se を識別する。 i 以外の節点は、 i と se の両方から到達可能

が、または両方から到達可能でないかのどちらかだから、 i と se を識別するのは i だけであり、 V' は i を含む Q.E.D.

定理2.5.1の証明からわかるように、 V' が条件Iを満たせば2型節点をすべて含むことがわかる。このことは、条件IIを改善させ次の定理となる。

[定理2.5.2] V' の観測でシステムが1-識別可能なための必要十分条件は、条件I、かつ

(II') 任意の互いに到達可能でなく、かつ、どちらも2型節点でない節点の対 i, j に対して

$$(R_{ij} \cup R_{ji}) \cap V' \neq \emptyset \quad (2.5.1)$$

である。

(証明) 互いに到達可能でない節点の対 (i, j) で i が2型節点とすると、 V' は i を含み、 i は i と j を識別することから証明できる。

Q.E.D.

2.6 二、三の識別関係

V' の観測でシステムを1-識別可能にするとは、すべての異なる節点の対を識別することであるが、2.4, 2.5の議論より、より少ない節点の対の集合の識別で十分であることがわかった。この節では、その集合をより小さくすることを考えてみる。

(定義2.6.1) 下限: R_{ij} による section graph $G\{R_{ij}\}$ が $E \in I$ の入力節点をもつとき、 i と j は下限をもつという。

[定理2.6.1] V' が条件Iを満足すれば、 V' は下限をもつ節点の対を識別する。

(証明) 条件Iを満足する V' が互いに到達可能でないが下限をもつ節点の対 (i, j) を識別しないものとする。したがって、 V' は R_{ij} と R_{ji} とも共通部分をもたない。 i と j の下限を l とする。 i から l への有向道の最初の枝を e とする。このとき、 i と se を識別する節点は R_{ij} に存在しない。なぜなら、任意の $l \in R_{ij}$ に対して、

i からも $s \in \mathcal{C}$ からも \mathcal{C} を通して \mathcal{L} へ到達可能となり、 i と $s \in \mathcal{C}$ は識別できない。ゆえに矛盾する。 Q.E.D.

次に、2つの節点の対 (i, j) と $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ があって、 $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ が識別されているとき (i, j) が必ず識別されるための必要十分条件を2つの場合について述べる。 V' を節点の部分集合としたとき、 $i \notin V'$ は、 i から V' のどの節点へも到達可能でないことを示すものとする。また、 $\mathcal{C} \geq \mathcal{L}$ のときには $R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ は空集合になることに注意されたい。

[定理2.6.2] 互いに到達可能でないユニットの対 $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ が識別されるとき、他のユニットの対 (i, j) が必ず識別されるための必要十分条件は、条件 (α) あるいは条件 (β) 、あるいはそれらで i, j または \mathcal{C}, \mathcal{L} を入れ換えたものを満足することである。

$$(\alpha) \quad \begin{array}{ll} i \geq \mathcal{C}, & i \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}, \\ j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}, & j \geq \mathcal{L} \end{array} \quad (2.6.1)$$

$$(\beta) \quad \begin{array}{ll} i \geq \mathcal{C}, & i \geq \mathcal{L}, \\ j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}, & j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}} \end{array} \quad (2.6.2)$$

(証明) $i \geq \mathcal{C}$ かつ $j \geq \mathcal{C}$ のときには、 \mathcal{C} が (i, j) を識別しない。
 $i \geq \mathcal{C}$ かつ $j \geq \mathcal{L}$ のときには、 $i \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ かつ $j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ のときに限って、 $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ を識別すれば (i, j) を識別する。
 $i \geq \mathcal{C}$ 、 $i \geq \mathcal{L}$ のときには、 $j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ 、 $j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ のときに限って $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ を識別すれば (i, j) を識別する。
 $i \notin \mathcal{C}$ 、 $i \notin \mathcal{L}$ 、 $j \notin \mathcal{C}$ では、 \mathcal{C} が (i, j) を識別しない。 Q.E.D.

[定理2.6.3] $\mathcal{C} \geq \mathcal{L}$ であるユニットの対 $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ が識別されるとき、他のユニットの対 (i, j) が必ず識別されるための必要十分条件は、条件 (γ) 、あるいは (γ) で i, j または \mathcal{C}, \mathcal{L} を入れ換えたものを満たしていることである。

$$(\gamma) \quad i \geq \mathcal{C}, \quad j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}} \quad (2.6.3)$$

(証明) $i \geq \mathcal{C}$ のとき、 $j \notin R_{\mathcal{C}\mathcal{L}}$ のときに限って $(\mathcal{C}, \mathcal{L})$ を識別すれば (i, j) を識別する。
 $i \notin \mathcal{C}$ 、 $j \notin \mathcal{C}$ のときは、 \mathcal{C} が (i, j) を識別しない。

システム G_1 では, $cC_2 = 15$ 個のユニットの対がある。定理2.4.2から
 $(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,6), (2,3), (2,5), (3,4), (4,5)$
 の10個の対でよくなり, さらに定理2.5.2または定理2.6.1より

$$(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (4,6), (5,6)$$

の6個の対でよくなる。また, さらに定理2.6.2および定理2.6.3より,
 条件(γ)から

$$(2,4), (3,5), (4,6), (5,6)$$

で十分であることがわかる。

2.7 多重故障に対するグラフ表現

前節までは, 単一のユニットの故障について考察してきた。この節では,
 2つ以上のユニットの同時故障を含む場合の多重故障について考えて
 みる。

すべてのシステム故障の集合を $\{F\}$ と表わせ, この要素は故障ユニット
 の集合とし, $\{F\} = \{F_1, F_2, \dots, F_p\}$ とする。もし, システム故障 F_i
 が n 個のユニットの故障であれば n 重故障と呼ぶことにする。1重故障
 を単一故障ともいうことにする。前節までのように, $\{F\}$ がすべての単
 一故障の集合 $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ のときは, それぞれの診断パターン D_i ($i = 1, \dots, n$)
 はすべて異なる。しかし, 多重故障の場合は診断パターンの
 同じシステム故障が存在することがある。

システムグラフが G_1 となるシステムで, $\{F\}$ はすべての単一故障 $F_1, \dots,$
 F_6 と $F_7 = \{1, 3\}, F_8 = \{2, 4\}, F_9 = \{4, 5\}$ とする。このとき, $F_7, F_8,$
 F_9 の診断パターン D_7, D_8, D_9 はそれぞれ

$$D_7 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

$$D_8 = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$$

$$D_9 = (0, 0, 0, 1, 1, 1)$$

となる。

(定義2.7.1) 瞬時診断可能故障: 観測された診断パターン D_i から,
 存在するシステム故障が F_i であると確定的にわかるとき, F_i は瞬時診断可
 能(1-step diagnosable)と(1)。

(定義2.7.2) 逐次診断可能故障: F_i の診断パターン D_i と同じ診断パターンをもつシステム故障が他に存在すれば, F_i は逐次診断可能(sequentially diagnosable)という。

そこで, $\{F\}$ を同じ診断パターンをもつもので類別することを考える。まず, システム故障 F_i の主故障 $M(F_i)$ を次のように定める。

(定義2.7.3) 主故障, $M(F_i)$: システム故障 F_i の主故障(main fault) $M(F_i)$ とは, F_i の部分集合で, $j \in M(F_i)$ となるのは, $l > j$ となる l が F_i に存在しない時である。

(定義2.7.4) 関係 \sim , 同値類, C_k : 2つのシステム故障 F_i, F_j の主故障が同じなら, $F_i \sim F_j$ とする。関係 \sim は同値関係だから, $\{F\}$ は関係 \sim で同値類 C_1, C_2, \dots, C_s に類別される。

(定義2.7.5) 代表故障, Q_k : 各同値類 C_k に対して, $M(F_i)$ を代表故障(representative fault) Q_k とする。ただし, F_i は C_k の任意の要素である。

[定理2.7.1] 同値類 C_k の各 F_i に対して, その診断パターンは同じであり, それは代表故障 Q_k の診断パターンである。また, 各同値類 C_k はそれぞれ Q_k にもとづく異なる診断パターンをもつ。(証明略)

[系2.7.1a] 関係 \sim による類別は, 診断パターンによる類別である。

[系2.7.1b] 観測された診断パターンが D_i である同値類 C_k に対して, 代表故障 Q_k を構成するすべてのユニットは故障状態にある。

[系2.7.1c] システム故障 F_i が属する同値類 C_k が, F_i だけで構成されていれば F_i は瞬時診断可能であり, それ以外では F_i は逐次診断可能である。

以上の議論のもとで多重故障をグラフ表現する。2.3節で診断パターンは到達可能行列と同じであると述べた。acyclicグラフでは到達可能行列から一意的にHasseグラフができる。したがって, 多重故障では $\{F\}$

と同値類に類別した上で、診断パターンを到達可能行列の各行とみなしてacyclicグラフを構成すればよいことがわかる。

$\{F\}$ はすべての単一故障 F_1, \dots, F_n を含むものとする。ただし、 F_i はユニット i の単一故障を示す。節点 $\tilde{i} (i=1, \dots, n)$ を各単一故障にありあてゐる。これは同時にユニット i をも示す。節点 $\tilde{i} (i=n+1, \dots, s)$ を、その代表故障 Q_i が単一故障でない同値類に割り合てる。 \tilde{i} から \tilde{j} へ到達可能であるのは、 Q_j の各節点 j' に対して、 Q_i の中に $i' \geq j'$ となる節点 i' が存在するときで、かつそのときにがきるものとする。このことは、 $\tilde{i} \geq \tilde{j}$ なら、システム故障 Q_i は Q_j を構成するユニットの出力をすべて規定出力としなれないことを意味する。 \tilde{i} の集合と到達可能関係が定義されれば、それらから $\{F\}$ をグラフ表現することができ。ただし $\tilde{i} (i=1, \dots, n)$ から $\tilde{j} (j=n+1, \dots, s)$ へと、 \tilde{r} と $\tilde{l} (r, l=n+1, \dots, s)$ の間の到達可能関係は本質的な意味をもたない。

先程の例では、 $\{F\}$ は次のように類別されて代表故障が決まり、節点を割り合てると図2.7.1のようにグラフ表現される。

$C_1 = \{F_1, F_7\},$	$Q_1 = \{1\},$	$\tilde{1}$
$C_2 = \{F_2, F_8\},$	$Q_2 = \{2\},$	$\tilde{2}$
$C_3 = \{F_3\},$	$Q_3 = \{3\},$	$\tilde{3}$
$C_4 = \{F_4\},$	$Q_4 = \{4\},$	$\tilde{4}$
$C_5 = \{F_5\},$	$Q_5 = \{5\},$	$\tilde{5}$
$C_6 = \{F_6\},$	$Q_6 = \{6\},$	$\tilde{6}$
$C_7 = \{F_9\},$	$Q_7 = \{4, 5\},$	$\tilde{7}$

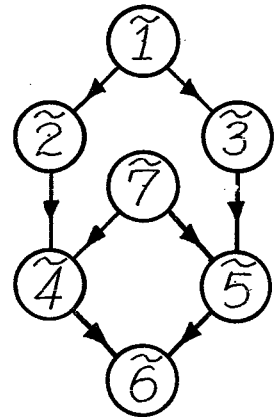


図2.7.1 $\{F_1, \dots, F_9\}$ のグラフ表現

2.8 結言

この章においては、1-識別可能のための必要十分条件と多重故障に対するグラフ表現について述べた。Pをすべての異なる節点の対の集合としたとき、1-識別可能のための必要十分条件は、Pの部分集合P'で、P'のすべての節点の対を識別すればPについて識別されているという、すなわち1-識別可能となる、できれば極小の集合P'を求めることにある。

本章での結果から、 P' としてシステムグラフの枝の両端節点の対の集合と、条件II'を満足しかつ下限をもたない節点の対の集合の和集合を得た。この集合が極小であるという保証はない。極小な集合を求めるには、2.6節の後半の議論を更に押し進めればよいと思われるが煩雑になるものと考えられる。

2.7節における多重故障に対するグラフ表現では、1.2節でのシステムグラフの α と β の拡張を行なった。この節の結果から、ユニットを節点とせずシステム故障を節点とした方が自然と思われるが、これは F がすべての単一故障を含むと仮定したためであって、むしろ節点はユニットまたはシステム故障またはその両方を表わすと考えた方がよいと考えられる。

第3章 ターミナルテストの決定法

3.1 序言

システムを1-識別可能にする極小な内部出力観測の集合をターミナルテストという。言い換えれば、 V の出力観測がターミナルテストであるとは、 V がシステムを1-識別可能にし、 V のどの真部分集合もこの性質をもたないものである。この章では前章での議論をもとに、3.2節でターミナルテストの決定法を、また3.3節ではターミナルテストを構成する内部端子数の下限について述べる。SPASECグラフと名づけたグラフではターミナルテストは一意的に定まり、それは2型節点の集合であることを3.4節で証明する。この章では単一故障のみを取り扱う。

3.2 ターミナルテストの決定法

(ステップ 1) 2型節点の集合を V^* とする。

(ステップ 2) V^* の観測で節点の集合 V は $\{V_1, V_2, \dots, V_u\}$ に識別されるものとする。 V_i ($i=1, \dots, u$) がすべて1つの節点だけからなるとき、 V^* だけがターミナルテストである。それ以外では次へ。

(ステップ 3) 被覆表を書く。 $(V - V^* - \{\text{出力節点}\})$ の各節点を各行に割り合てる。各列には、 V^* の各元による上方有向カットセットの和集合 $U(V^*)$ に含まれない枝の両端節点の対と、互いに到達可能でなくかつどちらも2型節点でなく下限をもたない節点の対 i, j で

$$(R_{ij} \cup R_{ji}) \cap V^* = \phi \quad (3.2.1)$$

となるものを割り合てる。仮に i と j を識別すれば行 i と列 (i, j) の交差点にチェックをし被覆表を完成させる。

被覆表を作ればあとは被覆問題(covering problem)となる。すべてのターミナルテストを洗い出すなら prime implicant法[27], [28]を、1つの最小被覆を求めるのなら文献[29], [30]等がある。

システム G_2 のターミナルテストを見つけてみる。(ステップ 1) $V^* = \{4, 5\}$ 。(ステップ 2) V^* の観測によつて V は $\{\{1, 2, 3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$ と分割される。

(ステップ3) 行は1, 2, 3であり, 列は(1, 2), (1, 3), (2, 3)になる。被覆表は,

	(1, 2)	(1, 3)	(2, 3)
1	✓	✓	
2		✓	✓
3	✓		✓

と書け, τ -ミナルテストは $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$ の3つとなる。

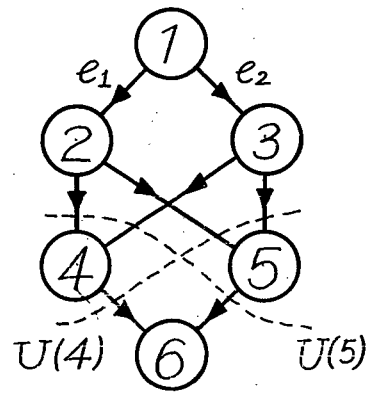


図3.2.1 システム G_2

3.3 τ -ミナルテストを構成する 内部端子数の下限

τ -ミナルテストを構成する内部端子数を T とすれば, T はグラフの構造によってかわる。この節では T に関する2つの下限を与える。

[定理3.3.1] 2型節点数を $|V^*|$ とすれば,

$$T \geq L_1 = |V^*| \quad (3.3.1)$$

次の下限は少し複雑である。2節点間の有向道のうちで長さの一番長いものを最長路 (detour) と呼び、

[補題3.3.1] 入力節点から出力節点までの最長路の長さを m とすれば,

$$T \geq m \quad (3.3.2)$$

(証明) acyclic SEC グラフにおいて, 上方有向カットセットは任意の有向道の2つ以上の枝は含まない。ゆえに, すべての枝を含むには m 個以上の上方有向カットセットが必要である。 Q.E.D.

(定義3.3.1) 1型節点: 節点 i が2型節点で, $\forall j \in \Gamma^{-1}(i)$ がすべて2型節点なら, i を1型節点 (1st-type-vertex) と呼び, その集合を $V^{(1)}$ とする。

[定理3.3.2] 入力節点から出力節点までの最長路 P の長さを m とし, $V^{(1)}$ の元の数を $|V^{(1)}|$, $V^{(1)}$ の元で P の構成要素となっている元の数を

を $|V^{(1)} \cap P|$ とすれば

$$T \geq L_2 = m + |V^{(1)}| - |V^{(1)} \cap P| \quad (3.3.3)$$

(証明) P 上には $V^{(1)}$ の節点を z とする。 z が P 上になければ $\Gamma^{-1}z$ も P 上にはない。 $U(z)$ が P 上の枝 e を含めば、 $\Gamma^{-1}z$ による上方有向カットセット α の和集合も e を含むから、補題 3.3.1 より $T \geq m + 1$ となり、結局式 (3.3.3) が言える。 Q.E.D

最長路の長さ m が節点数 n に近ければ L_2 が、 m が小さければ L_1 が下限として有効に働くものと思われる。

3.4 SPASEC グラフ

これまでシステムが一般の acyclic SEC グラフであらわせる場合について論じてきたが、ここではシステムが acyclic SEC グラフで、かつ、ある条件をみたす平面グラフであらわせる場合について考察する。これは、対象とするシステムを Hasse グラフであらわしたとき、おうおうにしてこのようなグラフであらわせるからである。

(定義 3.4.1) SPASEC グラフ: グラフ G が平面グラフ (planar graph) であるとは、それがどの枝も節点以外の点で交わらずに平面上に写像されることである。 acyclic SEC グラフ G に入力節点と出力節点を結ぶ枝を加えても G が平面グラフのとき、グラフ G を SPASEC グラフ (special planar acyclic SEC graph) と呼ぶ。

SPASEC グラフにおけるターミナルテストは次の定理のように簡単に見つかる。

[定理 3.4.1] 与えられたシステムに対応する acyclic SEC グラフが SPASEC グラフとなれば、1-識別可能性を与えるターミナルテストは一意的に定まり、それは 2 型節点の集合 V^* である。

(証明) 以下の補題 3.4.1, 3.4.2 より V^* はシステムを 1-識別可能にする。 Q.E.D

[補題3.4.1] G がSPASECグラフなら, 2型節点の集合 V^* は条件II'を満足する。

(証明) 節点 i, j は互いに到達可能でなく, かつどちらも2型節点でないとする。また, 1 と n は入力節点と出力節点を表わすものとする。節点の集合 V は i と j に関して4つの部分集合 $R_{ij}, R_{\bar{i}j}, R_{i\bar{j}}, R_{\bar{i}\bar{j}}$ に分割される。 i と j は互いに到達可能でないからすべて空集合でない。 $R_{\bar{i}j}, R_{i\bar{j}}, R_{\bar{i}\bar{j}}$ による有向グラフ $G\{R_{\bar{i}j}\}, G\{R_{i\bar{j}}\}, G\{R_{\bar{i}\bar{j}}\}$ は, それぞれ $1, i, j$ をただ1つの入力節点とするacyclic連結グラフであり, R_{ij} による有向グラフ $G\{R_{ij}\}$ は n をただ1つの出力節点とするacyclic連結グラフである。

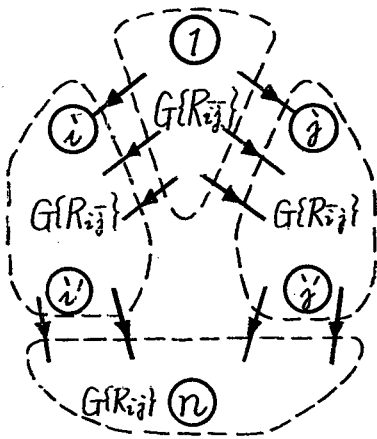


図3.4.1

i と j によるグラフの分割

$R_{\bar{i}j}(R_{i\bar{j}})$ から R_{ij} への枝である。(図3.4.1参照) $G\{R_{\bar{i}j}\}$ と $G\{R_{i\bar{j}}\}$ はacyclicグラフだから少なくとも1つの出力節点をもち, それをそれぞれ i', j' とする。 i' と j' から出ている枝は, すべて $R_{\bar{i}j}$ および $R_{i\bar{j}}$ から R_{ij} への枝である。

Case 1. acyclicグラフ $G\{R_{ij}\}$ の入力節点はただ1つとし, それを n' とする。このとき, 図3.4.1の下半分は図3.4.2のようになる。図3.4.2で n' から n への一番左側の道を P_L , 右側の道を P_R とする。 n' には $R_{\bar{i}j}$ からも $R_{i\bar{j}}$ からも枝が入っているから, SPASECグラフなら i から出ている枝の終点節点は

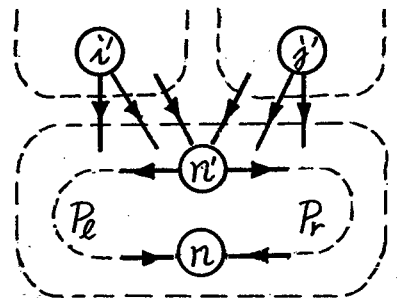


図3.4.2 Case 1の時の
図3.4.1の下半分

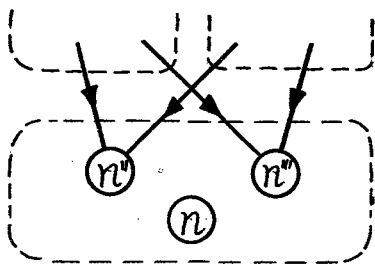


図3.4.3 Case 2の時の
図3.4.1の下半分

すべて P_2 上にある節点である。したがって、 i' から出ている枝は1本を除けばすべて推移枝となり、 i' は2型節点であり仮定に矛盾する。

Case 2. $G\{R_{ij}\}$ の入力節点は2個以上とし、そのうち2個を n'' , n'' とする。(図3.4.3参照) n'' も n'' も、 R_{ij} と R_{ij} から入る枝をもつから、SPASECグラフとならない。Q.E.D.

[補題3.4.2] SPASECグラフにおいて、2型節点の集合を V^* とすれば、 V^* は条件Iを満足する。

(証明) 一方から他方へ到達可能な節点の対の集合を P_1 とすれば、 V^* が P_1 のすべての対を識別可能なら定理2.4.2より V^* は条件Iを満足する。 P_1 の元 (i, j) で、 i から j へ到達可能とすれば、節点の集合 V は R_{ij} , R_{ij} , R_j に分割される。 R_{ij} は空集合であることもある。 i と j を識別するのは R_{ij} の節点だけである。 $G\{R_{ij}\}$ は入力節点を j , 出力節点を n とするacyclic SECグラフとなるので、補題3.4.1のCase 1があてはまり、 i' を同様に定め n' を j に置き換えれば同じ手法で V^* が P_1 のすべての対を識別可能にできる。 Q.E.D.

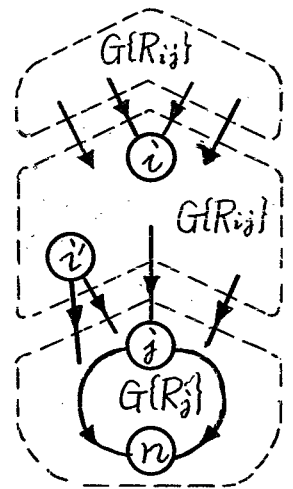


図3.4.4

$i \geq j$ の時の
 i と j によるグラフの分割

SPASECグラフならターミナルテストは一意的に定まるが、ターミナルテストが一意的に定まってもSPASECグラフでないことがあることに注意された。図3.4.5のグラフ G_3 のターミナルテストは $\{4, 5, 6, 7\}$ だけである。

3.5 結言

この章では、ターミナルテストの決定法とその下限について述べた。

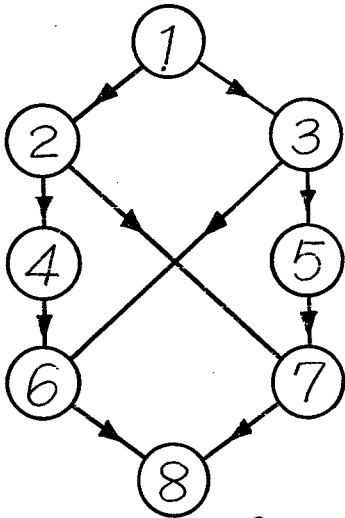


図3.4.4 システム G_3

ターミナルテストの決定法は、2型節点の集合 V^* をもとめ、 V^* の観測で1-識別可能にならない場合は被覆問題を解くというものである。特に、SPASECグラフでは V^* の観測で1-識別可能となり、SPASECグラフでなくとも一般に被覆表はあまり大きくなりないものと思われる。ターミナルテストを構成する内部端子数の厳密な下限についてはまだ未解決であり、もしこれが解決すればターミナルテストの決定法が簡単になると考えられる。序言で述べたように多重故障についてこの章では考へなかつたが、すべての単一故障を含む多重

故障では少しの変更で同じ議論が使える。また、取り替えたばかりのユニットや高信頼度をもつユニットを含む場合のようにすべての単一故障を含まない多重故障では少し複雑になるが解決できる。

第4章 出力阻止回復ゲートによる故障診断

4.1 序言

この章では、故障信号を阻止しさらに回復させる機能をもたせた出力阻止回復ゲートを提案し、これによる故障診断を論じる。始めに4.2節で出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態について述べ、4.3節で阻止回復カットセットの性質を明らかにする。ついで、この性質をもとにして、阻止回復カットセットによる枝の被覆と節点の対の識別について考察し、出力阻止回復ゲートの適当な組によつてシステムは1-識別可能であることを証明するとともに、1-識別可能性に必要な出力阻止回復ゲートを構造面から4.4節で調べる。4.5節では、1-識別可能性に必要な出力阻止回復ゲート数および状態数の上限と下限について述べる。故障は単一故障とする。

4.2 出力阻止回復ゲートとその阻止回復状態

この章では、システムを1出力節点をもつ連結有向グラフとしてとらえる。したがって、内部出力観測の場合とちがって有向閉路を許す。このグラフで外部出力端子をもつユニットに対応する節点を出力節点と呼びて表わす。

(定義4.2.1) 出力阻止回復ゲート, 阻止回復状態: 出力阻止回復ゲート (output blocking and recovering gate) とは, n 以外の節点 i の内部出力端子におかれ, それが働くとき i の出力を阻止するとともに正常な信号を入れるゲートである。ゲートが動作状態にあるとき, それは阻止回復状態 (blocking and recovering state) にあるという。

システムに1つの故障ユニットが存在するとき, n の出力は規定出力でない。このとき, i で阻止回復して n の出力を観測すれば, 故障によっては規定出力がでるときとそうでないときがある。規定出力が出ない時故障の可能性のあるユニットの集合を $V_f(i)$, 規定出力がでるとき故障の可能性のあるユニットの集合を $V_g(i)$ とする。節点 j が $V_f(i)$ に含まれ

るということは、 j の故障による j からの誤出力がすべて i で阻止された正常な信号に回復し、故障が n まで伝搬しないとみなせる。定義4.2.1と1.2節の条件(i),(ii),(iii)より補題4.2.1は明らかである。

[補題4.2.1] $\overline{V_f(i)}$ は、 j から n へのすべての有向道が i を含むという j の集合である。

(定義4.2.2) 阻止回復カット, $B(i)$: $V_f(i)$ と $\overline{V_f(i)}$ を結ぶ枝の集合を i による阻止回復カットと呼び、 $B(i)$ で表わす。

たゞ1つの内部出力を阻止回復状態にすることを単一阻止回復状態と呼べば、その拡張として多重阻止回復状態が考えられる。この場合、 V' ($\subseteq V$)を多重阻止回復状態にして n の出力を観測すれば、その結果として、 V は $V_f(V')$ と $\overline{V_f(V')}$ に分割される。

[補題4.2.2] $\overline{V_f(V')}$ は、 j から n へのすべての有向道が V' のある節点を含むという j の集合である。

定義4.2.2の阻止回復カットの定義域は、 $V - \{n\}$ から $V - \{n\}$ のすべての部分集合に自然に拡張される。また、 n には阻止回復ゲートはあかないが、 n の故障は必ず n の出力へ伝搬するから、

[補題4.2.3] すべての V' に対して、 $n \in \overline{V_f(V')}$ である。

4.3 阻止回復カットの性質

V' を阻止回復状態にしたとき、出力節点での観測結果によって、 V は $V_f(V')$ とその補にわかれる。これは、グラフから $B(V')$ を取り除いたことに対応する。しかし、グラフから $B(V')$ を取り除けば一般に2つ以上の連結部分ができ、ちょうど2つということはない。このことは、1つの連結部分は $V_f(V')$ と $\overline{V_f(V')}$ の節点の両方を含むことではないが、異なる連結部分が同じ集合の元をもつことがあることを意味する。したがって $B(V')$ の除去は $V_f(V')$, $\overline{V_f(V')}$ 以上の分割をグラフの連結部分分割として

おこなう。

[定理4.3.1] 任意の V' に対して, $G \setminus V_f(V')$ は連結グラフである。

(証明) グラフから $B(V')$ を除いたとき, $V_f(V')$ の節点はすべて n へ到達可能である。ゆえに, $G \setminus V_f(V')$ は連結グラフである。Q.E.D.

これに対して, $G \setminus \overline{V_f(V')}$ のグラフは連結グラフになるとはかぎらない。

[定理4.3.2] $G \setminus V'$ が連結グラフなら $G \setminus \overline{V_f(V')}$ は連結グラフとなり, しかも, $\overline{B(V')}$ はカットセットである。

(証明) $\overline{V_f(V')}$ の各節点 i から途中に V' の節点を含まない V' への有向道にある節点はすべて $\overline{V_f(V')}$ に含まれる。ゆえに, $G \setminus V'$ が連結なら $G \setminus \overline{V_f(V')}$ も連結となる。

[系4.3.2] 単一阻止回復カットはカットセットである。

定理4.3.2の逆は一般に成立しない。反例を図4.3.1を示す。

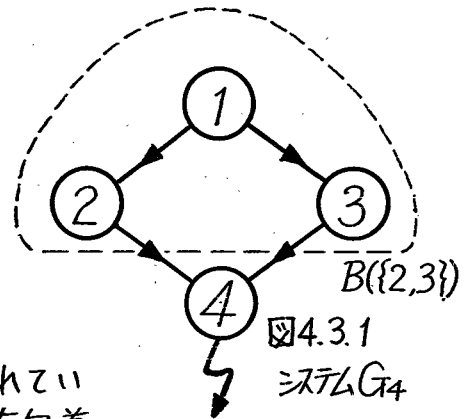


図4.3.1 システム G_4

$V_0 (\subseteq V)$ に出力阻止回復ゲートが置かれてい
るものとする。 $i \in V_0$ で, i から n への有向道
がすべて $V' (\subseteq V_0, \text{お}i)$ の少なくとも1つの節点を含むとき, V' を阻止回
復状態にすれば, i での阻止回復状態は意味をなさない。このとき, i
は $V' \cup \{i\}$ の中で冗長な阻止回復であるという。ただし, このような i
は, ある阻止回復状態の中で冗長な阻止回復であるということ, 冗長な
ゲートではないことに注意されたい。

[定理4.3.3] $\overline{V_f(V')}$ から $V_f(V')$ へのすべての枝はすべて V' からの枝
である。また, このような枝 e の始点節点 f はすべて V' の中で冗長で
ない阻止回復で, それ以外の V' の節点は V' の中で冗長な阻止回復である。

(証明) $i \in \overline{V_f(V')} - V'$ とし, i から $V_f(V')$ への枝 e があるとす

る。このとき、 s から n への V' の節点を通らない有向道が存在し矛盾する。したがって、このような枝の始点節点の和集合は V' に含まれる。 V' の中で冗長な阻止回復でない節点 j で、これらの枝の始点節点でないものがあつたとすると、 j から n への有向道は必ず $V' - \{j\}$ の節点を通り冗長となる。逆に、 V' の中で冗長な阻止回復の節点 k があつて k から $V_f(V')$ への枝があれば k は冗長でなくなる。

Q.E.D.

$G[V_f(V')]$ は、一般に複数の連結部分からなりたつ。これを $G[V_1], G[V_2], \dots, G[V_k]$ とする。明らかに、 V_1, V_2, \dots, V_k は $V_f(V')$ の分割である。 $V_i (i=1, \dots, k)$ の中で、 V_i から $V_f(V')$ への枝をもつ節点の集合を E_i とすれば、定理 4.3.3 より $V_i' \subseteq V_i$ で、それは V_i の冗長でない阻止回復の集合である。よって、次の定理がなりたつ。

[定理 4.3.4] \tilde{V}' を V' から冗長な阻止回復の節点をすべて取り除いたものとする。このとき、

$$\tilde{V}' = V_1' + V_2' + \dots + V_k' \quad (4.3.1)$$

ただし、 $+$ は集合の直和を表わす。したがって、カット $B(V')$ が 2 つ以上の互いに排他的なカットセットから構成されていれば、その各カットセット E_i に対して、 V' の部分集合 V_i' があつて

$$B(V_i') = E_i \quad (4.3.2)$$

この節では阻止回復カットについて調べたが、定理 4.3.4 からわかるように、 V' を阻止回復状態にしたとき $B(V')$ がカットセットでなくカットであれば、 V' の真部分集合の適当な組み合わせで V' の阻止回復状態の役目をなせ、 V' の阻止回復状態は必要でないことがわかる。図 4.3.2 は斜線部の阻止回復状態によるグラフの分割を図示したものである。

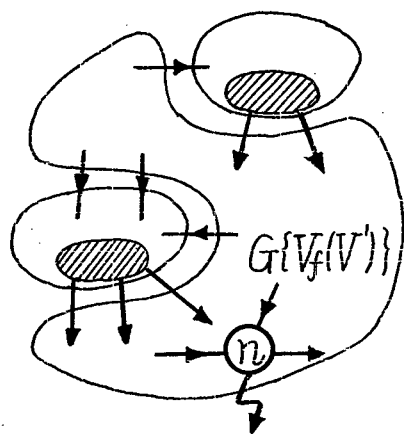


図 4.3.2
阻止回復カットによる分割

4.4 1-識別可能のための必要条件, 十分条件

出力阻止回復ゲートの集合を V_0 とし, そのすべての部分集合 (空集合は除く) を阻止回復状態として使うものとする。したがって, N 個のゲートを使うとすれば $(2^N - 1)$ 個の阻止回復状態が存在することになる。ただし, 中には冗長なものを含むものがあるので $(2^N - 1)$ 個よりは少なくなる。また, 前節より, 意味のあるものはさらに少なくなるはずである。さて, システムが V_0 で 1-識別可能であるとは, 任意の異なる節点の対 i, j に対して V_0 の部分集合 V' があつて, $V_f(V')$ に i, j のどちらか一方が, $レ$ がもう一方だけ含まれるということである。よつて, 次の定理は明らかである。

[定理 4.4.1] V_0 に出力阻止回復ゲートを置く。システムが V_0 で 1-識別可能であれば,

$$E = \bigcup_{\text{all } V' \subseteq V_0} B(V') \quad (4.4.1)$$

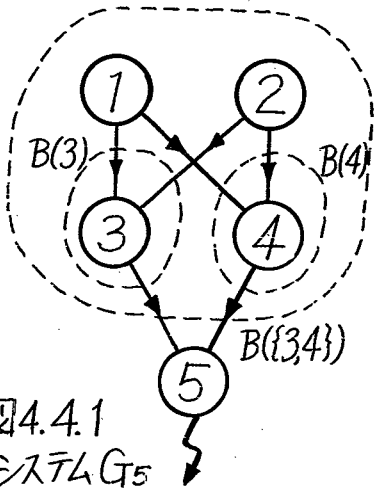


図 4.4.1
システム G_5

定理 4.4.1 は 1-識別可能のための必要条件であるが, この条件が十分条件でないことは次の例を考えれば明らかである。図 4.4.1 のシステム G_5 において, $V_0 = \{3, 4\}$ とすれば阻止回復状態は 2 つの単一阻止回復状態 $\{3\}, \{4\}$ と多重阻止回復状態 $\{3, 4\}$ である。

$$B(3) \cup B(4) \cup B(\{3, 4\}) = E$$

であるが, 1 と 2 の識別はできない。また,

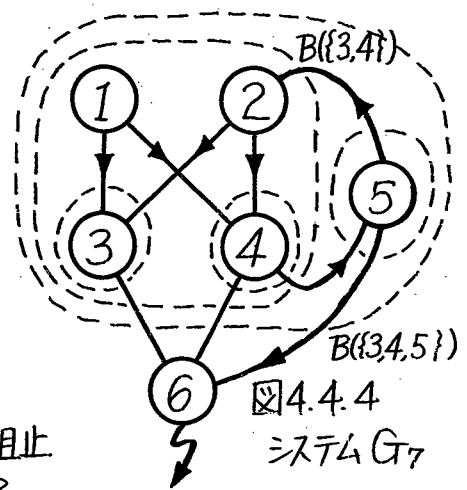
$$B(3) \cup B(4) = E$$

であるが, このときは 1, 2, 5 の識別ができない。グラフ G_5 の節点をみればわかるように, 式 (4.4.1) が成立しても, $i \neq j, j \neq i$ のときには, i と j は識別されないことがあることを示している。また, $i \geq j$ でも, $j \geq i$ ならグラフ G_0 の節点 1, 2 (図 4.4.2) のように識別できないときがある。

止回復状態は i と j を識別する。したがって、 $V_i = V_j$ である。 P_0 で、 V_i にあるものの一つを v とすると、 $i \geq_{P_0} v \geq_{P_0} j \geq_{P_0} v \geq_{P_0} j$ となり、 P_0 は $V_f(V_c)$ の少なくとも一つの節点を通るから、 $j > j$ となって矛盾する。ゆえに、 \equiv のような P_0 は存在せず、 i と j はともに $G \setminus V_f(V_b)$ の中にある。 $V_e = \bigcup_{\text{all } v \in \{v_a\}} V_d$ とすれば、 V_e は i から n へのすべての有向道を阻止回復するから、 i の故障信号を阻止回復する。 V_e の部分集合 V_g で、 i を阻止回復し、かつ、 $B(V_g)$ がカットセットとなるものが存在し、それは $\{v_a\}$ の元でもあるから、 V_g は j を阻止回復しない。したがって、 V_g は i と j を識別する。 Q.E.D.

$i \geq j$ で、 $j \neq i$, $j > j$ の時には、
 図 4.4.4 のシステム G_7 のように i と j (1 と 2) が識別できないときがある。

出力阻止回復ゲートによってシステムを 1-識別可能にできるかについては次の定理がなりたつ。



[定理 4.4.4] n 以外のすべての単一阻止回復状態はシステムを 1-識別可能にする。

(証明) $i \neq j$, $j \neq i$ のとき、 i が j の単一阻止回復状態は i と j を識別する。 $i \geq j$, $j \neq i$ のとき、 i の単一阻止回復状態は i と j を識別する。 $i \geq j$, $j \geq i$ のとき、 i から n への有向道で j を通らないものが存在するか、 j から n への有向道で i を通らないものが存在するか、一般に前者だとしてよいから、 \equiv のとき j の単一阻止回復状態は i と j を識別する。各場合について n の単一阻止回復状態はとる必要はないから、 n も他と識別されている。 Q.E.D.

\equiv で、システムを 1-識別可能にするために必要な出力阻止回復ゲートを問題にする。

[定理 4.4.5] $od(i) = 1$ ならば、システムを 1-識別可能にするために節点 i に出力阻止回復ゲートを置くことが必要である。

(証明) $od(i) = 1$ より, $\Gamma i = \{j\}$ とする。 i と j を識別することは必要である。 i の単一阻止回復状態は i の故障信号を阻止回復し j の故障信号を阻止回復しない。 なぜなら, j の故障信号を阻止回復するとすれば, j から n へのすべての有向道は i を通り i からは j への枝しか出てないので矛盾する。

いま, i を含まない V の部分集合 V' があって V' の阻止回復状態が i と j を識別するとすれば, $\forall_f(V') \Rightarrow i$, $\forall_f(V') \Rightarrow j$, $\forall_f(V') \Rightarrow j$, $\forall_f(V') \Rightarrow i$ のどちらかである。 前者なら j の故障信号が V' で阻止回復されるので, $od(i) = 1$ より i の故障信号も阻止回復され矛盾する。 後者なら i から j への枝は $B(V')$ に含まれ, 定理 4.3.3 より, i は V' に含まれることになり矛盾する。 ゆえに, i と j を識別するのは i を含む多重阻止回復状態しかなく, i の出力阻止回復ゲートは必要となる。 Q.E.D.

このようなゲートを 2 型出力阻止回復ゲート (簡単に 2 型ゲート) と呼ぶ。

[定理 4.4.6] $\Gamma i \ni n$ ならば, システムを 1-識別可能にするために節点 i に出力阻止回復ゲートを置くことが必要である。

(証明) 手順は定理 4.4.5 のそれと同じである。 補題 4.2.3 より n は常に \forall_f に含まれるから, i の単一阻止回復状態は i と n を識別する。 i を含まない V の部分集合 V' の阻止回復状態で i と n を識別するものがあったとすると, i の故障信号は V' で阻止回復されなければならない。ところが, $\Gamma i \ni n$ より i から n への長さ 1 の有向道があるので, V' は i を阻止回復できない。 Q.E.D.

このようなゲートを 1 型出力阻止回復ゲート (簡単に 1 型ゲート) と呼ぶ。

4.5 出力阻止回復ゲート数および状態の上限, 下限

システムを 1-識別可能にするための最小の出力阻止回復ゲート数を N_α , 最小の阻止回復状態数を N_β とする。

[定理4.5.1] 節点の数を n とすれば,

$$N_A \leq n - 1 \quad (4.5.1)$$

$$N_B \leq n - 1 \quad (4.5.2)$$

(証明) 定理4.4.4より明らかである。このような上限を与えるシステムの1つは図4.5.1のような飛び越しのない直列接続システムである。 Q.E.D.

定理4.4.5, 4.4.6の1型ゲート, 2型ゲートの性質より, N_A の下限はつきのようなになる。

[定理4.5.2] 1型ゲートの集合を $V_G^{(1)}$, 2型ゲートの集合を $V_G^{(2)}$ とすれば

$$N_A \geq |V_G^{(1)} \cup V_G^{(2)}| \quad (4.5.3)$$



図4.5.1
直列接続
システム

4.6 結言

この章では, 出力阻止回復ゲートを提案し, それについての基本的な考察を加えた。このゲートによれば, どのような構造のシステムでも定理4.4.4より目的のレベルまで識別できるので, 内部端子にもたせる機能としては最上の機能といえる。理論的には1-識別可能のための必要十分条件がもっとも興味あるところであるが, このゲートに關しては“すべての隣接する節点の対を識別すれば, それらの節点の対は定理4.4.2の条件を満たす節点の対が識別されていり”というところまでいえないが, た。

なお, ここでは阻止回復ゲートは節点出力端子に置かれているが, 文献[18], [19]のように枝に置くとした場合もほとんど同じような議論ができる。

第5章 結論

本論文で得られた主な成果および今後に残された問題を簡単にまとめておく。

第2章では、内部出力観測の集合がシステムを1-識別可能にするための必要十分条件と多重故障に対するグラフ表現を示した。1-識別可能のための必要十分条件は、本章での議論の進め方からはこれ以上は煩雑になるものと思われる。むしろ、次章のSPASECグラフの考え方の方が新しいものができそうに思われる。また、この必要十分条件は次のターミナルテストが簡単に与えられればよいので、それも含めて考えればよいと思う。

第3章では、システムを1-識別可能にする最小な集合であるターミナルテストの決定法について述べた。この決定法は最終的には被覆表になるが、SPASECグラフと名づけた特殊な平面グラフでは簡単に一意的に決まることを示した。残された問題は、3.3節におけるTの厳密な下限であり、これが解ければ最小な集合となる最小ターミナルテストが簡単に見つかるであろうと予想できる。

第4章では、出力阻止回復ゲートを提案し、その故障診断として主に1-識別可能性について示した。この故障診断方式は、その能動的性質のため、構造的な診断におけるテスト方式としては最大の分解能をもつ。ただし、ゲートで正常な入力を加えられるようにしなければならないという点で、費用が高価になることが予想され、安価ではあるが分解能の低い他の方法と組み合わせるといった形式も考えられる。

謝辞

本研究の全過程を通じて直接理解ある御指導を賜わり、学に励まして御助言いただいた中西教授に対して心から深謝する。また、電子工学教室 児玉慎三教授には適切な御指導、御討論をいただいた。心から感謝の意を表す。

大学院修士、博士課程において、御指導御教示を賜わった通信工学教室 板倉清保教授、滑川敏彦教授、熊谷信昭教授、手塚慶一教授、電子工学教室 尾崎弘教授、産業科学研究所 角所収教授に対し厚く御礼申し上げます。

また、日頃御助言、御討論をいただいている福井大学工学部 松本忠助教授に心から感謝する。

筆者の属している研究室の 濱富士雄技官、大学院学生 高雄義明氏、望月 輝久氏、黒石良市氏、研究生 川野正氏および本学卒業生 山本均氏、長谷真司氏、佐藤一美氏、守屋裕司氏、砂孝行氏には種々の面で御協力をいただいた。特に、極東貿易の 久世了氏には本論文 定理 2.6.2、定理 2.6.3 に対し有益な助言をいただいた。

また、電子工学教室 前田肇 助手、神戸大学工学部 池田雅夫氏、シャープ株式会社 伊勢雅博氏には種々の面で御助言をいただいた。ここに記して心から感謝する。

参考文献

- (1) CHANG, H. Y., E. MANNING, G. METZE, "FAULT DIAGNOSIS OF DIGITAL SYSTEMS", JOHN WILEY & SONS, INC., 1970
- (2) 中野秀男, 中西義郎, "システム故障診断のための内部端子決定法", 信学会論文誌 C, 54-C, 8, pp. 744-750 (昭46-8)
- (3) MAYEDA, W., "GRAPH THEORY", CHAP. 14, WILEY INTERSCIENCE, 1972
- (4) BRULE, J. D., R. A. JOHNSON, E. J. KLETSKY, "DIAGNOSIS OF EQUIPMENT FAILURE", IRE TRANS. ON RELIABILITY AND CONTROL, VOL. RC-9, PP. 23-34, APRIL 1960
- (5) SOGOMONYAN, E. S., "MONITORING OPERABILITY AND FINDING FAILURES IN FUNCTIONALLY CONNECTED SYSTEM", AVTOMATIKA I TELEMEXHANIKA, VOL. 25, No. 6, PP. 874-882, JUNE 1964
- (6) 福井徹文, 中西義郎, "故障検知のための観測出力決定の情報理論的考察", 信学会論文誌 C, 51-C, 1, pp. 16-22 (昭43-1)
- (7) RAMAMOORTHY, C. V., "A STRUCTURAL THEORY OF MACHINE DIAGNOSIS", PROC. 1967 SPRING JOINT COMPUTER CONF., PP. 743-756, 1967
- (8) MAYEDA, W., C. V. RAMAMOORTHY, "DISTINGUISHABILITY CRITERIA IN ORIENTED GRAPHS AND THEIR APPLICATION TO COMPUTER DIAGNOSIS-I" IEEE TRANS. ON CIRCUIT THEORY, VOL. CT-16, No. 4, PP. 448-454, NOVEMBER 1969
- (9) 中野秀男, 中西義郎, "システム故障診断のための内部端子", 信学会論文誌 C, 54-C, 11, pp. 1042-1048 (昭46-11)
- (10) ———, ———, "システム故障診断における1-識別可能のための必要十分条件", 信学会論文誌 D, 55-D, 10, pp. 654-659 (昭47-10)
- (11) ———, ———, "システム故障診断の1-識別可能のための必要十分条件に関する一考察", 信学会全国大会, 20 (昭48)
- (12) 奥井和紀, "故障診断のための観測端子決定に関する一考察", 信学会研資, 電子計算機専門委員会, EC-72-12, 6月 1972
- (13) 中野秀男, 又世3, 中西義郎, "内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係", 信学会論文誌 D, 56-D, 8, 技術談話室, pp. 480-481 (昭48-8)
- (14) NAKANO, H., Y. NAKANISHI, "GRAPH REPRESENTATION AND DIAGNOSIS FOR MULTIUNIT FAULTS", IEEE TRANS. ON RELIABILITY, VOL. R-23,

DECEMBER 1974 (TO BE PUBLISHED)

- (15) 田原米起, 仙石正和, "出力観測可能なユニットが限定されたシステムの故障診断", 信学会論文誌D, 57-D, 6, 技術談話室, pp. 387-388 (昭49-6)
- (16) 松本忠, 飛田義孝, "システム故障診断における内部テスト端子数の下限をみたすグラフの構造および生成法", 信学会研資, 回路とシステム理論専門委員会, CT-73-5, 1973
- (17) ———, ———, "システム故障診断に関する研究(1), 内部テスト端子数の下限および最小内部テスト端子数の決定アルゴリズム", 福井大学工学部研究報告, 22, 1, pp. 135-166 (昭49-3)
- (18) MAYEDA, W., C.V. RAMAMOORTHY, "DISTINGUISHABILITY CRITERIA IN ORIENTED GRAPHS AND ITS APPLICATION TO COMPUTER DIAGNOSIS-II", PROC. OF IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUIT THEORY, PP. 38-39, GEORGIA 1970
- (19) RAMAMOORTHY, C.V., W. MAYEDA, "COMPUTER DIAGNOSIS USING THE BLOCKING GATE APPROACH", IEEE TRANS. ON COMPUTER, VOL. C-20, No. 11, PP. 1294-1299, NOVEMBER 1971
- (20) 前田 渡, "グラフとシステムダイアグノーシス", 信学会研資, 回路とシステム理論専門委員会, CT-72-26, 7月1972
- (21) 中野秀男, 中西義郎, "出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断", 信学会論文誌D, 56-D, 12, pp. 689-695 (昭48-12)
- (22) 山本 勝, "システムの故障診断に関する一考察", 信学会論文誌D, 56-D, 11, pp. 631-636, (昭48-11)
- (23) 武末 勝, "論理回路の診断分解能と回路構造", 信学会論文誌C, 54-C, 10, pp. 877-884 (昭46-10)
- (24) RAMAMOORTHY, C.V., L.C. CHANG, "SYSTEM MODELING AND TESTING PROCEDURES FOR MICRODIAGNOSTICS", IEEE TRANS. ON COMPUTER, VOL. C-21, No. 11, PP. 1169-1183, NOVEMBER 1972
- (25) BERGE, C., "THE THEORY OF GRAPHS AND ITS APPLICATIONS", JOHN WILEY & SONS, INC., NEW-YORK 1962
- (26) HARARY, F., R.Z. NORMAN, D. CARTWRIGHT, "STRUCTURAL MODELS: AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF DIRECTED GRAPHS", JOHN WILEY & SONS, INC., 1965

- (27) McCLUSKEY, JR., E.J., "MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS", B.S.T.J., VOL.35, PP.1417-1444, NOVEMBER 1956
- (28) PYNE, I.B., E.J.McCLUSKEY, JR., "THE REDUCTION OF REDUNDANCY IN SOLVING PRIME IMPLICANT TABLES", IRE TRANS.ON ELECTRIC COMPUTER, VOL.EC-11, PP.473-482, AUGUST 1962
- (29) GIMPEL, J.F., "A REDUCTION TECHNIQUE FOR PRIME IMPLICANT TABLES" IEEE TRANS. ON ELECTRIC COMPUTER, VOL.EC-14, No.4, PP.535-541, AUGUST 1965
- (30) BERGMAN, L.G., C.D.WEISS, "A TRANSFORMATION TECHNIQUE FOR OBTAINING LEAST COST SOLUTION TO COVERING PROBLEMS", SIAM JOURNAL APPLIED MATHEMATICS, VOL.23, No.4, PP.463-476, DECEMBER 1972

論文目録

氏名 中野秀男

主論文 システム故障診断に関する研究

(主論文のうち印刷公表したもの)

1. システム故障診断のための内部端子決定法
電子通信学会論文誌C
54巻8号
昭和46年8月25日
1. システム故障診断のための内部端子
電子通信学会論文誌C
54巻11号
昭和46年11月25日
1. システム故障診断における1-識別可能のための
必要十分条件
電子通信学会論文誌D
55巻10号
昭和47年10月25日
1. システム故障診断の1-識別可能のための必要十分
条件に関する一考察
電子通信学会全国大会
講演論文集, 分冊1
昭和48年3月27日

1. 内部出力観測によるシステム故障診断での識別関係
電子通信学会論文誌D
56巻8号

昭和48年8月25日

1. 出力阻止回復ゲートによるシステムの故障診断
電子通信学会論文誌D
56巻12号

昭和48年12月25日

(主論文のうち未発表のもの)

1. GRAPH REPRESENTATION AND DIAGNOSIS FOR MULTIUNIT
FAULTS

(多重故障に対するグラフ表現と故障診断)

IEEE TRANSACTION ON
RELIABILITY 23巻

昭和49年12月掲載予定

31 July 1974

IEEE Transactions on Reliability
Dr. Ralph A. Evans, Editor
804 Vickers Avenue
Durham, NC 27701

Mr. Hideo Nakano
Dr. Yoshiro Nakanishi
Dept. of Communication Engineering
Faculty of Engineering
Osaka University
Suita, Osaka 565 JAPAN

SUBJECT: Your paper TR-345 "Graph representation and diagnosis
for multiunit faults"

Your paper is quite satisfactory and is scheduled for the
December 1974 issue. If you wish to update either of the
biographies, please send the revised copy promptly.

Thank you for your interest,

R. A. Evans

RAE:lt

In reply, please always refer to TR-345.

