OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Learning coefficients in semiregular models
Author(s)	車谷, 優樹
Citation	大阪大学, 2026, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/105548
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　　名　（　車谷 優樹　）	
論文題名	Learning coefficients in semiregular models （準正則モデルの学習係数）

論文内容の要旨

本論文は、特異モデルに対する学習係数（実対数閾値）を扱う。ベイズ推論では、汎化損失や自由エネルギーなど予測精度を評価する指標の漸近挙動が、モデル固有の有理数である学習係数によって決定されることが明らかになっている。正則性条件を満たすモデルについては学習係数が既知である一方、この条件を満たさない特異モデルでは、縮小ランク回帰モデルなど限られた例に対してのみ個別に値が与えられてきた。しかし、広い範囲の特異モデルに適用できる一般公式はまだ確立されていない。

そこで本論文では、正則性条件よりわずかに弱い条件を満たす準正則モデルを導入し、学習係数の明示公式を導出する。この公式から、Fisher情報量行列の階数や対数尤度比関数の微分構造により定まる自然数が学習係数を大きく影響を与えることが分かる。ただし、この段階の結果は、Kullback-Leibler情報量が解析的である場合、かつ実現パラメータ集合が一点である場合のみに適用でき、より一般の状況には直接適用できない。そこでさらに、(1) Kullback-Leibler情報量が非解析的でも同様の公式が成立すること、(2) 実現パラメータ集合が一点でない場合にも適用可能な公式とすること、の二つの一般化を与える。この結果、Fisher情報量行列の階数や対数尤度比関数の微分構造により定まる自然数だけでなく、実現パラメータ集合の余次元、という幾何学的な量が学習係数に大きく影響することが明らかとなった。

得られた結果は幅広い特異モデルに適用可能であり、具体例として3層ニューラルネットワークおよび混合分布に対し、これまで十分に解明されていなかった一般的な状況における学習係数の上界を与える。

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（車谷優樹）		
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主査　教授　鈴木　譲 副査　教授　内田　雅之 副査　教授　杉本　知之 副査　准教授　寺田　吉壱	

論文審査の結果の要旨

本論文は，特異統計モデルにおける学習係数（実対数閾値）を主題とし，ベイズ推論の理論的基盤に関わる重要な問題を扱ったものである。学習係数は，汎化損失や自由エネルギーといった予測精度評価指標の漸近挙動を支配するモデル固有の量であり，正則モデルにおいてはその値が既知である。一方，正則性条件を満たさない特異モデルについては，縮小ランク回帰モデルなど一部の例を除き，一般的な理論は未整備であった。本論文は，この困難な課題に対して理論的に踏み込んだ研究である。

申請者は，正則性条件よりわずかに弱い条件を満たす「準正則モデル」を新たに導入し，このクラスに対して学習係数の明示公式を導出している。この公式により，Fisher 情報量行列の階数や対数尤度比関数の微分構造によって定まる自然数が，学習係数を本質的に支配することが明らかにされている。これは，正則モデルと特異モデルの間に位置する構造を精密に捉えた結果であり，理論的に高い意義を有する。

さらに申請者は，初期段階で得られた結果が，Kullback-Leibler 情報量が解析的であり，かつ実現パラメータ集合が一点である場合に限られていることを踏まえ，より一般的な状況への拡張を行っている。具体的には，(1) Kullback-Leibler 情報量が非解析的な場合にも同様の公式が成立すること，(2) 実現パラメータ集合が一点でない場合にも適用可能な公式へと拡張できること，の二点を示している。この一般化により，Fisher 情報量行列の階数や微分構造に由来する量に加えて，実現パラメータ集合の余次元という幾何学的量が学習係数に本質的な影響を与えることが明らかにされている。

得られた理論結果は適用範囲が広く，申請者は具体例として三層ニューラルネットワークおよび混合分布モデルを取り上げ，従来十分に解析されてこなかった一般的な状況における学習係数の上界を与えている。これらの結果は，特異モデルにおけるベイズ推論の理解を大きく前進させるものであり，今後の理論研究および応用研究の双方に対して重要な基盤を与えるものである。

以上のように，本論文は，特異統計モデルにおける学習係数の理論を体系的に深化させた優れた研究成果であり，理論的独創性，数学的厳密性，および将来的な発展性のいずれの点から見ても高く評価できる。申請者は当該分野において十分な研究能力を有することを示しており，本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。