OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Information Geometry for Statistical Models with Support Dependency
Author(s)	吉岡, 正記
Citation	大阪大学, 2026, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/105549
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　吉岡正記　）	
論文題名	Information Geometry for Statistical Models with Support Dependency （サポート依存性をもつ統計モデルの情報幾何学）

論文内容の要旨

統計理論と統計モデルの幾何学的性質との間には深い関係があり，情報幾何学はこれを微分幾何の枠組みで記述する理論として発展してきた．正則な統計モデルにおいては，Chentsovの定理により，Fisher情報行列から定まるリーマン計量（Fisher計量）と，アファイン接続の1パラメータ族であるα接続からなる幾何構造が自然に導かれる．この結果は，統計的推測における不変性を幾何学的に特徴づけるものである．しかし，分布のサポートがパラメータに依存するような非正則統計モデルではこの定理を適用することができず，幾何構造と統計理論との対応関係は十分に解明されていない．

本論文では，非正則モデルの代表的なクラスとして，片側切断指数型分布族（one-sided truncated exponential family; oTEF）に注目する．oTEFは自然パラメータと切断パラメータという二種のパラメータをもち，パレート分布族，切断正規分布族など多くの実用的なモデルを含む．一方で，密度のサポートが切断パラメータに依存するため正則条件を満たさない．従来の研究では，正則モデルの枠組みを形式的に拡張した幾何構造が用いられてきたが，その統計的意味づけは不明瞭であった．

本論文の主な貢献は次の三点からなる．第一に，oTEFにおける最尤推定量の漸近的性質に基づいてリーマン計量を定義する．さらに，指数型分布族のもつ統計的等積性に着目し，すべてのαに対して等積性を保つ新しいα接続の拡張をoTEF上に導入する．第二に，多次元の非正則モデル，とくに oTEF に対して，確率マッチング事前分布およびモーメントマッチング事前分布の条件を，上述のリーマン計量とα接続係数を用いて統一的に記述する．このとき，共通のベクトル場に沿った Lie 微分が現れることを通じて，両者が共有する幾何構造を明らかにする．第三に，非正則モデルにおけるバイアス補正の枠組みを情報幾何学的に定式化し，oTEF における最尤推定量の漸近バイアスの主要項が拡張されたα接続の接続係数と一致することを示す．以上の結果により，非正則性が事前分布やバイアス補正の構造に与える影響が，情報幾何の観点から統一的に理解される．

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　　名	（吉岡正記）	
	（職）	氏　　名
論文審査担当者		
主査	教　授	鈴木　譲
副査	教　授	内田　雅之
副査	教　授	杉本　知之
副査	教　授	田中冬彦（全学教育推進機構）
副査	准教授	寺田　吉壱

論文審査の結果の要旨

本論文は，情報幾何学の枠組みに基づき，従来十分に理論的整理がなされてこなかった非正則統計モデルに対して，新たな幾何学的構造とその統計的意味づけを与えるものである。とくに，分布のサポートがパラメータに依存するという非正則性のために，Chentsov の定理をはじめとする正則モデルの理論が適用できない状況に着目し，その困難を正面から扱っている点に本研究の大きな意義がある。

申請者は，非正則モデルの代表例として片側切断指数型分布族（one-sided truncated exponential family; oTEF）を取り上げ，最尤推定量の漸近的性質を精密に解析することにより，リーマン計量を新たに定義している。さらに，指数型分布族に内在する統計的等積性という性質に注目し，すべての α に対して等積性を保つような α 接続の拡張を導入している点は独創的であり，従来の形式的拡張にとどまっていた非正則モデルの情報幾何に明確な統計的基盤を与えている。

また，本論文では，多次元の非正則モデルに対する確率マッチング事前分布およびモーメントマッチング事前分布の条件が，導入されたリーマン計量と α 接続を用いて統一的に記述できることが示されている。両者が共通のベクトル場に沿った Lie 微分として表現されることを明らかにした点は，事前分布の構造を幾何学的に理解する上で重要な結果であり，今後の発展可能性も高い。

さらに，非正則モデルにおけるバイアス補正の問題についても，情報幾何学の観点から体系的な定式化が与えられている。とくに，oTEF における最尤推定量の漸近バイアスの主要項が，拡張された α 接続の接続係数と一致することを示した結果は，推定理論と幾何構造との対応関係を明確にするものであり，本論文の理論的完成度を高めている。

以上のように，本論文は，非正則統計モデルにおける情報幾何学の理論を大きく前進させるものであり，理論的独創性，数学的厳密性，および将来的な応用可能性のいずれの観点から見ても高く評価できる。申請者は当該分野において十分な研究能力を有することを示しており，本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。