OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Coding-Theoretic Approaches to Classical and Quantum Predictive Games in Game-Theoretic Probability
Author(s)	野村, 尭良
Citation	大阪大学, 2026, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/105630
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（野村　尭良）	
論文題名	Coding-Theoretic Approaches to Classical and Quantum Predictive Games in Game-Theoretic Probability (ゲーム論的確率論における古典と量子予測ゲームに対する符号理論的アプローチ)

論文内容の要旨

ランダム現象を記述する標準的な数学的枠組みは，Kolmogorov が測度論的基盤の上に確立した確率論である．この枠組みでは，確率変数の統計的性質は「確率1で成立する事象」として定式化され，強力で一貫した理論を与える一方，確率的挙動が操作的にどのように生起するかを直接には説明しない．これに対し Shafer-Vovk が提唱したゲーム論的確率論は，確率空間を先験的には仮定せず，Forecaster・Skeptic・Reality の三者による非対称な逐次ゲームを通して統計的ふるまいを研究する枠組みを与える．ゲーム論的確率論における基本結果の一つであるゲーム論的大数の法則は，Reality が大数の法則に従わない限り，Skeptic が破産を回避したまま資産を無制限に増大させ得る戦略が存在することを主張するものである．この意味でランダム性は確率過程として想定されるものではなく，Reality に許容される行動への制約として現れる．本学位論文は，Skeptic の資産過程の背後に情報理論的観点，とりわけ計算論的ランダムネス理論における randomness deficiency（ランダムネス欠損）の考え方が潜在するという観察に着想を得て，その系統的な展開を論ずるものである．本学位論文は二つのパートから構成されている．

はじめにPart Iでは，上記の情報理論的観察に基づき，ユニバーサル符号の一つである Lempel–Ziv 符号化に着想を得た単一（純粋）戦略を構成する．これにより，従来の証明のように可算無限個の口座に資産を分割する混合戦略に依らず，ゲーム論的大数の法則の別証明を与えるとともに，Forecaster がマルコフ的構造をもつ場合へ一般化する．具体的には，Forecaster が時間斉次なマルコフカーネルに従ってオッズを提示する予測ゲームにおいて，任意の有限列に対し，その経験頻度が与えられたマルコフカーネルの統計構造に従うことを，Skeptic がこの戦略によって Reality に強制できることを示す．この枠組みではエントロピー概念が自然に導入され，応用として，熱力学における代表的思考実験である Szilárd エンジンをゲーム論的に定式化し，熱力学第二法則に関する操作的解釈を議論する．

続いてPart IIでは，ゲーム論的確率論の量子力学への拡張を検討する．まず，確率分布の代わりに量子状態を対象とする予測ゲームを考え，mutually unbiased bases（相互不偏基底）の枠組みを用いて，測定結果から元の量子状態に関する十分な情報が得られる状況を構成し，古典の場合に近い条件下でゲーム論的大数の法則が成立することを示す．次に，局所隠れ変数モデルのもとで成立する CHSH 不等式を逐次ゲームとして再構成し，局所性ループホールおよび測定依存性（自由選択）ループホールを構造的制約として定式化する．さらに，(i) 条件付き頻度分布が CHSH 相関へ収束すること，(ii) 隠れ変数の割当と測定設定の間に相関が存在しないこと，を同時に検証する二つの資産過程を導入し，Nature が両条件を同時に満たし得ないため，少なくとも一方の資産過程が発散せざるを得ないことを証明する．これにより，Scientist 側の操作的な勝利戦略が導かれ，実験的に観測された CHSH 不等式の破れに対して，ゲーム論的かつ操作的観点からの解釈を与える．

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名	（　野村　尭良　）	
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主 査　教授	藤原　彰夫
	副 査　教授	矢野　孝次
	副 査　教授	太田　慎一
	副 査　教授	佐久間紀佳

論文審査の結果の要旨

本学位申請論文は、ゲーム論的確率論における情報理論的視点を明確化するとともに、その量子論的枠組みへの新たな展開を論じたものである。ランダム現象を記述する標準的枠組みは、Kolmogorov による測度論的確率論である。そこでは統計法則は「確率 1 で成立する事象」として定式化され、強力で一貫した理論を与える一方、確率的挙動が操作的にいかに生起するかを直接には説明しない。これに対し Shafer-Vovk が提唱したゲーム論的確率論では、確率測度を先験的に仮定せず、Forecaster・Skeptic・Reality の三者が逐次的に行動する非対称ゲームとして統計法則を捉える。その基本定理の一つであるゲーム論的大数の法則は、Reality が大数の法則に従わない限り、Skeptic が破産を回避したまま資産を無制限に増大させる戦略が存在することを主張する。言い換えれば、ランダム性を「Reality が従うべき制約」として特徴づける枠組みである。本論文は、Skeptic の資産過程が尤度比過程として表現され、対数資産が符号長差（圧縮利得）として解釈できること、さらにアルゴリズム的ランダムネス理論におけるランダムネス欠損の観点と整合することに着目し、ゲーム論的確率論を符号理論の立場から再構成して、古典および量子の予測ゲームへ展開するものである。

第 I 部では、ユニバーサル符号に基づく単一（純粋）戦略として、Lempel-Ziv 符号化に着想を得た賭け戦略を構成し、資産を可算無限個の口座に分割する従来の混合戦略に依らない、ゲーム論的大数の法則の新しい証明を与えている。さらに、Forecaster が時間斉次な k 次マルコフ核に従ってオッズを提示する予測ゲームを扱い、任意の有限列に対し、その経験頻度が提示されたマルコフ核の統計構造に従うことを Skeptic が Reality に強制できることを示している。この符号理論的定式化によりエントロピー概念が自然に導入され、応用として Szilárd エンジンのゲーム論的モデル化を通じて、熱力学第二法則を操作的観点から再解釈している。

第 II 部では、量子論的枠組みへの拡張が検討される。量子状態と測定を組み込んだ予測ゲームを定式化し、相互不偏基底を用いた量子トモグラフィが従う大数の法則を導出している。さらに Bell 型不等式の一つである CHSH 不等式を逐次ゲームとして構成し、局所性および測定依存性（自由選択）ループホールを構造的制約として定式化している。具体的には、(i)条件付き頻度の CHSH 相関への収束、および (ii)隠れ変数と測定設定の独立性、の両方を同時に検証する二つの資産過程を導入し、少なくとも一方の資産が必ず発散することを証明することにより、Nature が両条件を同時に満たし得ないことを示している。これは、実験的に観測されてきた CHSH 破れに対し、ゲーム論的かつ操作的な立場から、局所的隠れ変数モデルでは説明できないことを示す理論的根拠を与えるものである。

以上のように、本学位申請論文は、ゲーム論的確率論に対する申請者独自の問題意識を前面に打ち出したユニークな研究をまとめたものであり、第 I 部の内容はすでに情報理論分野の国際ジャーナルに掲載済みであるなど、学術的に高く評価されている。また、ゲーム論的確率論を量子論的枠組みへ展開する試みも相まって、将来の研究の新たな方向性や可能性も示唆している。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。