



Title	極厚板多層溶接と応力除去焼なましによる過渡及び残留応力に関する理論的研究
Author(s)	中長, 啓治
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1061
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

極厚板多層溶接と応力除去焼なまし
による過渡及び残留応力
に関する理論的研究

昭和 60 年 1 月

中 長 啓 治

極厚板多層溶接と応力除去焼なまし
による過渡及び残留応力
に関する理論的研究

昭和 60 年 1 月

中 長 啓 治

目 次

第1章 緒 論	1
第2章 熱弾塑性クリープ解析理論	5
2.1 緒 言	5
2.2 熱弾塑性解析理論（複合硬化理論）	7
2.2.1 材料の力学的性質の温度及び塑性履歴依存性を考慮した 熱弾塑性構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）	7
(1) 弾性域における構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）	7
(2) 塑性域における構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）	9
2.2.2 有限要素法に基づく熱弾塑性解析の基礎式（剛性方程式）	16
(1) 要素内の全ひずみと変位の増分関係	16
(2) 構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）	17
(3) 剛性方程式（節点力・節点変位の増分関係）	18
2.3 熱弾塑性クリープ解析理論	21
2.3.1 熱弾塑性クリープ構成方程式-I（一般増分理論）	21
(1) 多軸応力場におけるクリープひずみ	21
(2) 熱弾塑性状態における基礎関係式	25
(3) 熱弾塑性クリープ構成方程式（応力・全ひずみの 増分関係）-I	27

2.3.2 熱弾塑性クリープ構成方程式-II(ひずみ硬化則、べき乗則 及び時間硬化則に対する高精度積分増分理論)	29
(1) 1軸応力場におけるクリープひずみ速度と その解析への導入法	30
(2) 多軸応力場におけるクリープひずみ速度	31
(3) クリープひずみ増分	34
(4) 熱弾塑性クリープ構成方程式(応力・全ひずみの 増分関係) -II	36
2.3.3 有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析の基礎式 (剛性方程式)	39
(1) 構成方程式(応力・全ひずみの増分関係)	39
(2) 剛性方程式(節点力・節点変位の増分関係)	39
(3) 解析手順	40
2.4 結 言	41
第3章 厚板多層突合せ溶接過渡及び残留応力の理論解析法と 残留応力の分布特性及び生成機構	43
3.1 緒 言	43
3.2 多層突合せ溶接残留応力の理論解析法	45
3.2.1 多層溶接における力学的現象とその理論解析法	45
(1) 継手の単位溶接長モデルの採用	47
(2) 各熱サイクルでの取り扱いの理想化	48
3.2.2 溶接線に垂直な断面の拘束条件と残留応力分布	50

3.3 厚板多層突合せ溶接残留応力分布とその生成機構特性に

基づく理論解析及び実験の簡略化	55
3.3.1 緒 言	55
3.3.2 基準熱弾塑性解析	55
(1) 試験体及び拘束条件	55
(2) 熱弾塑性解析の基準解析モデル	57
(3) 解析結果及び考察（溶接残留応力分布の特性と その生成機構）	58
3.3.3 基準熱弾塑性解析結果に基づく解析モデルの簡略化	61
(1) 熱弾塑性解析の簡易解析モデル-I（全断面の過渡及び 残留応力分布を対象とする場合）	61
(2) 熱弾塑性解析の簡易解析モデル-II（最終ビード近傍の 残留応力分布のみを対象とする場合）	62
3.3.4 熱弾塑性解析の簡易解析モデルの適用結果と考察	63
(1) 簡易解析モデル-Iの適用	63
(2) 簡易解析モデル-II の適用	65
(3) 簡易解析モデル-I及びIIの実験への応用	66
3.3.5 結 言	67

3.4 極厚板圧力容器の円周多層突合せ溶接における

過渡及び残留応力	69
3.4.1 緒 言	69
3.4.2 解析対象とそのモデル化	69
3.4.3 材料定数の選定	71
(1) 温度解析における物理定数	72
(2) 熱応力解析における力学的性質	73
3.4.4 理論解析法	76
3.4.5 実験による残留応力の計測	78

3.4.6	理論解析及び実験計測結果と考察	79
(1)	温度分布とその特徴	79
(2)	過渡及び残留応力とその特徴	80
(3)	残留応力と低温割れの可能性	85
(4)	過渡応力と中間焼鈍の必要性	86
(5)	残留応力の生成機構	86
3.4.7	結 言	88

3.5 原子力プラント等配管の水冷法による円周多層突合せ溶接の

	残留応力と水冷法の有効性	91
3.5.1	緒 言	91
3.5.2	4B管・標準入熱の場合（基本的現象）	91
(1)	実験対象及び実験方法	92
(2)	実験計測結果（溶接温度履歴及び残留応力）	93
(3)	理論解析法	96
(4)	理論解析結果（溶接温度履歴及び残留応力）	99
(5)	理論解析で採用する加工硬化則の解析結果への影響	99
(6)	残留応力の生成機構と水冷法の有効性に対する考察	100
3.5.3	2B管、4B管（大入熱）及び 24B管の場合（寸法及び 入熱条件の変化の影響）	103
(1)	解析対象	103
(2)	空冷及び水冷溶接法による残留応力	105
(3)	2B管及び4B管大溶接入熱の場合の残留応力の 生成機構と水冷法の有効性に対する考察	107
(4)	24B管の場合の残留応力の生成機構と水冷法の 有効性に対する考察	109
3.5.4	結 言	113

3.6	厚板多層突合せ溶接残留応力の分布特性とその影響因子	115
3.7	結 言	119
第4章 応力除去焼なまし処理による極厚板溶接残留応力の低減の理論解析と その近似推定法		
4.1	緒 言	121
4.2	応力除去焼なまし処理による極厚板溶接残留応力の低減の理論解析	123
4.2.1	緒 言	123
4.2.2	解析対象とそのモデル	123
4.2.3	実験による残留応力及び温度分布の計測	123
4.2.4	材料の高温におけるクリープ特性と理論解析に採用する クリープ硬化則の選定	125
(1)	定温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析 による推定-I(遷移クリープを用いた場合)	126
(2)	定温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析 による推定-II(定常クリープを用いた場合)	128
(3)	変温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析 による推定とクリープ硬化則の決定	130
4.2.5	理論解析手順	131
4.2.6	理論解析及び実験計測結果と考察	132
(1)	過渡及び残留応力とその特徴	132
(2)	SR処理条件の影響度(効果)	137
(3)	変温リラクセーション試験による残留応力の推定	138
4.2.7	結 言	139

4.3	変温及び定温リラクセーション試験時の応力低下の近似推定法	141
4.3.1	緒言	141
4.3.2	変温及び定温リラクセーション試験時の応力低下の 近似推定式の導出	141
(1)	基礎式	142
(2)	近似式の展開	143
4.3.3	残留応力の推定法	146
(1)	積分の実行による Table の作成	146
(2)	計算手順	148
4.3.4	近似推定法の適用精度	150
4.3.5	結言	152
4.4	結言	153
第5章	総括	155
	謝辞	159
	参考文献	161
	本研究に関連した発表論文	165
付録I	材料試験による加工硬化係数 H 及び降伏曲面の 大きさ σ_0 の決定手順	167
付録II	相当時間を用いることによるクリープひずみ速度の等価性について	173
付録III	クリープ試験時の $\{n_c\}$ について	177
付録IV	クリープひずみ増分の計算 (クリープひずみ速度の 高精度積分) について	179
付録V	材料定数及び規準化弾性ひずみの積分について	183

第 1 章 結 論

本研究は、極厚板の多層突合せ溶接による過渡及び残留応力とその応力除去焼なまし処理時の変化（低減過程）を理論解析により究明するものである。この目的に対し、まず、精度と効率のよい解析理論と解析法を展開し、その適用により、それぞれの残留応力の分布特性を解明する。更に、その生成機構、低温割れとの関連、割れ防止条件等を考察する。

近年、厚板を用いた鋼構造物が多く建造されており、そのほとんどの継手には溶接が適用されている。溶接を適用すると、溶接残留応力と共に溶接変形が生じる。この残留応力は低温割れの原因になると共に、構造物の座屈強度あるいは脆性破壊強度にも影響を与える¹⁾。この中で、溶接残留応力と溶接割れとの関連をより正しく理解するには、溶接の開始から冷却までの全過程における継手に生じる応力及びひずみ履歴に対する正しい情報を得ることが必要である。しかしながら、これまでに数多く製作されている圧力容器などの大型溶接構造物については、その多層溶接時の過渡及び残留応力に関する情報は極めて少ない。したがって、これらの構造物の安全性を検討するためには、このような溶接過渡及び残留応力の3次元分布特性を解明すると共に、その生成機構を明らかにすることが極めて重要である。

溶接継手に生じる残留応力を知るには、2つの方法がある。1つは実験による測定で、他は理論解析による算出である。薄板を1パス溶接し、応力が板厚方向に一樣であると見なせる場合に対しては、2つの方法は共にほぼ確立されている²⁾。特に、理論解析では、過渡応力を知ることでもある。しかし、厚板の多層突合せ継手を対象とした場合は、実験及び理論解析は共に、多くの困難な問題を含み、これまでに信頼できる方法で実行された例はほとんど見当たらない。

以上のような観点から、本研究では、まず、厚板多層突合せ継手に生じる溶接過渡及び残留応力を理論解析により求める。理論解析法は有限要素法をもとに展開するが、多層溶接時の力学的挙動を精度よく取り入れるために複合硬化熱弾塑性解析理論を展開する。次に、この理論を極厚板の多層溶接の問題に適用する場合には、電子計算機の使用時間が膨大になるので、精度と効率のよい解析方法を検討する。これらの理論と解析法を適用し、各種厚板多層突合せ継手に生じる溶接過渡及び残留応力を理

論解析する。この時、理論解析の精度を検討するため一部実験も実施する。解析結果より、各種継手の溶接残留応力の分布特性及び生成機構を解明すると共に、その低温割れとの関連等を考察し、更に、割れ防止の条件を検討する。

本研究では、次に、応力除去焼なまし処理（以後、SR処理と呼ぶ）を取り上げる。厚板多層溶接構造物の実際の施工では、溶接工程の中間で、更に、全溶接終了後、その残留応力の除去などを目的としたSR処理が施されることが多い。例えば、本研究で取り上げる大型圧力容器の胴体と鏡板の周継手もその例である。この処理条件は、JISやASME Codeなどにその基準値が示されているが、近年、構造物の大型化、材料の厚肉化及び高品質化に伴い、基準条件をそのまま適用すると、これまでよりも高温に、しかも長時間保持することを要求される。このため材料が劣化することがあり³⁾、基準条件は必ずしも合理的とはいえない。これを改善するためには、厚板の場合のSR処理による応力除去の効果（SR処理時の溶接残留応力の変化）を明らかにする必要がある。

そこで、本研究では、上記の圧力容器の胴体と鏡板の周継手部を対象とし、溶接残留応力を求めると共に、SR処理による変化を理論解析と実験により調べる。このSR処理を理論解析する場合、クリープ現象を取り入れる必要がある。そこで、前記の熱弾塑性解析理論を拡張し、熱弾塑性クリープ解析理論を展開する。この理論の適用と実験により、継手部のSR処理時の応力緩和現象を究明すると共に、そのSR処理条件との関連を検討する。更に、SR処理後の残留応力を手計算程度で簡単に推定することのできる近似解析法を開発する。

以上を研究課題とする本論文の各章の研究内容は次の通りである。

第2章では、まず、第2節で、通常の塑性問題における等方及び移動硬化則を結合した複合硬化則を温度変化のある場合に拡張し熱弾塑性解析理論に導入し、材料の力学的性質の温度及び塑性履歴依存性を精度よく考慮した複合硬化熱弾塑性解析理論を展開する。第3節では、この理論にクリープ現象を取り入れた複合硬化熱弾塑性クリープ解析理論を導出する。この時、2つの形式の構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を導く。1つはすべてのクリープ則に対して適用できる一般的な構成方程式で、他は、本研究で適用するクリープ則に対し精度の高いクリープひずみ増分を求め、これを用いた構成方程式である。第2節及び第3節では、導出された構成方程式

をもとに、有限要素法に基づく解析理論を展開する。

第3章では、2.2節で示した熱弾塑性解析理論を適用し、いくつかの溶接継手の多層突合せ溶接による過渡及び残留応力を理論解析により求める。そのために、まず、第2節で、上記の理論を適用し多層溶接の問題を取り扱う場合の、精度と効率のよい解析方法を示す。第3節では、厚板平板多層突合せ溶接継手（SM50、板厚50mm）の溶接残留応力を高い精度で求め、その分布特性及び生成機構を検討すると共に、その結果に基づき、極厚板で溶接パス数が非常に多い場合に対し計算時間が大幅に短縮される精度の高い簡易解析モデルを開発する。第4節では、この簡易解析モデルを適用し、極厚板圧力容器（2 1/4Cr-1Mo 鋼、板厚 100及び 150mm）の胴体と鏡板の円周多層突合せ溶接による過渡及び残留応力を求める。その生成機構を解明すると共に、中間焼鈍の必要性、低温割れとの関連について検討する。第5節では、上記の圧力容器等に接続される配管（SUS304鋼管の2B管、4B管及び 24B管）を対象とし、その円周多層突合せ溶接による残留応力を求める。溶接法として、通常の水冷溶接法の他に、応力腐食割れ防止を目的とする水冷溶接法を取り上げる。この時、水冷による熱伝達特性を精度よく考慮した理論解析を行い、溶接入熱量の変化等に対して、水冷溶接法の有効性を残留応力の生成機構から検討する。最後に、第6節では、本章で解明された各種厚板多層突合せ溶接による残留応力の分布特性とその影響因子を総括する。

第4章では、まず、第2節で、2.3節で展開した熱弾塑性クリープ解析理論を適用し、3.4節で取り上げた大型圧力容器の胴体と鏡板の溶接継手部を解析対象とし、その応力除去焼なまし処理（SR処理）時の溶接残留応力の低減を理論解析により調べる。SR処理中の過渡応力及びSR処理後の残留応力の分布特性を示すと共に、SR処理条件を種々変化させ、SR処理条件の残留応力低減への影響度を検討する。第3節では、SR処理後の残留応力を変温及び定温リラクセーション試験により近似的に推定することを考え、同試験後の残留応力を簡単に手計算程度で求めることのできる解析手法を開発する。

最後に、第5章で、本研究により得られた成果を総括する。

なお、本文中の参考文献は、本研究を進める上で参考とした文献を1)で、本研究に関連した発表論文を[1]で示す。

第2章 熱弾塑性クリープ解析理論

2.1 緒言

溶接が行われると、溶接継手の限られた領域、すなわち、溶接金属及びその近傍の母材は熔融温度前後の高温に上昇し、やがて熱伝導と伝達により室温まで冷却する。これに伴い継手の温度分布は時間と共に変化する。また、材料の力学的性質も温度と塑性履歴に依存して変化する。このような溶接時の応力、ひずみ及び変形に関する信頼度の高い情報を理論解析により得るためには、これらの変化を考慮に入れた解析を行う必要がある。

このような溶接問題に対する理論解析は、まず、中根⁴⁾、仲・奥村⁵⁾、大谷⁶⁾、渡辺・佐藤^{7),8)}、辻⁹⁾らによって研究がはじめられ、溶接継手の熱弾塑性挙動に関する貴重な情報が与えられた。しかし、当時の解析法では溶接の具体的な問題に適用するには困難が多く、一般には1次元問題としては取り扱える範囲の極めて単純な理想化された場合しか解析対象とされなかった。これに対して、電子計算機の発達と共に、有限要素法が構造力学の多くの分野で適用されるようになり、上田らは、上記の力学的性質の温度依存性を精度よく考慮し適用範囲の広い有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を展開した²⁾。その解析法の適用により、各種溶接継手の溶接時の熱応力及びひずみ履歴に関する多くの情報を示した¹⁰⁾。また、藤田らも有限要素法に基づく熱弾塑性解析法¹¹⁾により多くの研究を進めた。更に、佐藤らは多層溶接による残留応力を理論解析することを目的として、適用が簡単な1次元熱弾塑性解析法¹²⁾及び2次元有限差分法による熱弾塑性解析法¹³⁾を展開し、いくつかの問題に適用した。しかしながら、これらの解析理論では、塑性域における材料の加工硬化に対して等方硬化則が仮定されている。本研究で対象とする多層溶接が行われる場合は、材料は多重熱サイクルをうけ、それに伴い繰り返し塑性加工をうける可能性がある。もし、この繰り返し負荷が正及び負方向で材料がバウシンガー効果を示す場合には、上記の理論では不十分で、解析理論に降伏曲面の移動を含めたより一般的な加工硬化則を採用する必要がある。

本章においては、まず、第2節で、通常の塑性問題における等方及び移動硬化則を結合した複合硬化則を温度変化のある場合に拡張し熱弾塑性解析理論に導入し、材料

の力学的性質の温度及び塑性履歴依存性をより精度よく考慮することのできる複合硬化熱弾塑性解析理論を展開する。この時、厳密には、温度場と応力場が熱力学のエネルギー保存則を通じて連成を示し、また、慣性力を含め動的影響もうけると考えられるので、これらを考慮に入れる必要がある¹⁴⁾。しかし、溶接の問題では、これらの現象が解析結果に及ぼす影響は、上記の力学的性質の変化に比べ十分小さいと考えられる¹⁵⁾。そこで、本理論では、応力場は温度場と独立であるとし、また、静的問題として取り扱う。したがって、溶接過渡及び残留応力を求める解析手順は、まず、溶接熱が投入されたことに対して温度解析を行い、次に、その温度解析結果を用いて熱応力解析を行う。本研究での温度解析には三角形要素を用いた差分法（三角形差分法）¹⁶⁾を適用する。続く熱応力解析に上記の本章第2節で展開する複合硬化熱弾塑性解析理論を適用する。

ところで、溶接構造物、例えば、原子炉や化学プラントを構成する主要機器である大型圧力容器、ボイラなどは、溶接工程の中で、更に、全溶接終了後、溶接残留応力の除去などを目的とした応力除去焼なまし処理が施される。また、これらの機器は高温で運転され内圧や温度変化による繰返し荷重をうける。このように残留応力を有する構造物が高温に長時間保持される場合、あるいは、その状態で各種荷重をうける場合、その力学的挙動を理論解析するにはクリープ現象を考慮に入れる必要がある。

そこで、応力除去焼なまし処理時の溶接残留応力の変化を理論解析することを直接の目的とし、本章第3節では、上記の熱弾塑性理論にクリープ現象を取り入れた複合硬化熱弾塑性クリープ解析理論を展開する。この時、2つの形式の異なった構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を示す。1つは、すべてのクリープ則に対して適用できる一般的な構成方程式である。他は、本研究で適用するクリープ則に対し、クリープひずみ速度（時間と共に変化する）の時間積分を非常に精度よく行う方法を開発し、それを適用した高精度クリープひずみ増分を用いた構成方程式である。後者は前者に比べかなり大きい時間増分を用いても高い精度を保持することができる。

2.2 熱弾塑性解析理論（複合硬化理論）^[1]

本節では、溶接過渡及び残留応力を精度よく理論解析するための熱弾塑性解析理論を展開する。まず、材料の応力・全ひずみの増分関係、すなわち、構成方程式を導く。この時、材料の力学的性質の温度依存性を考慮すると共に、塑性履歴依存性もできるだけ精度よく取り入れることができるように、複合硬化則を導入する。この構成方程式をもとに、有限要素法により熱弾塑性解析するため、有限要素の剛性方程式を求める。この定式化には、通常の仮想変位の原理を適用する。

2.2.1 材料の力学的性質の温度及び塑性履歴依存性を考慮した熱弾塑性構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

材料の力学的性質は、一般に、温度変化及び塑性変形の進行と共に変化する。特に、溶接の過程においては、溶接継手は溶融点を越える非常に高い温度まで上昇し、その後室温まで冷却するため、大きな温度変化をうけると共に、大きな応力及び塑性変形が伴う場合が多い。したがって、溶接によって生じる熱応力、ひずみあるいは変形を理論解析するには、材料定数の温度依存性及び塑性履歴依存性を考慮する必要がある。

本項では、等方及び移動硬化則を結合した複合硬化則を温度変化がある場合に拡張し、材料定数の変化を精度よく考慮することのできる応力・全ひずみの増分関係、すなわち、構成方程式を展開する。

（1） 弾性域における構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

ここでは、温度変化によるひずみと相変態によるひずみをまとめて熱ひずみと呼ぶことにし、その増分を $\{d\varepsilon^T\}$ と記す。このような熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ は、瞬間線膨張係数 $\{\alpha\}$ と温度増分 dT によって表わされる。

$$\{d\varepsilon^T\} = \{\alpha\} dT \quad (2-2-1)$$

上記の瞬間線膨張係数 $\{\alpha\}$ は、通常、各瞬間の温度変化による膨張あるいは収縮の大きさを示す係数であるが、ここでは、材料が相変態の温度域にある場合は、温度変化と相変態の両方による膨張あるいは収縮の大きさをまとめてこの係数によっ

て表わすことにする。このように取り扱うと、弾性域においては、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ と適合条件を満足するように生じる弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ の和として表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^T\} \quad (2-2-2)$$

応力 $\{\sigma\}$ と上記の弾性ひずみ $\{\varepsilon^e\}$ の関係は、下式で定義される。

$$\{\sigma\} = [D^e] \{\varepsilon^e\} \quad (2-2-3)$$

ここで、 $[D^e]$: 弾性マトリックス、または、弾性応力・ひずみマトリックスと呼ばれているマトリックス ($[D^e]$ の成分は、一般に、ヤング係数、ポアソン比などの関数)

応力、弾性ひずみ及び弾性マトリックスが温度あるいは外力の変化により、 $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon^e\}$, $[D^e]$ から $\{\sigma + d\sigma\}$, $\{\varepsilon^e + d\varepsilon^e\}$, $[D^e] + d[D^e]$ に各々変化した場合、新しい状態においても式(2-2-3)の関係は満足されなければならない。

$$\{\sigma + d\sigma\} = ([D^e] + d[D^e]) \{\varepsilon^e + d\varepsilon^e\} \quad (2-2-4)$$

弾性マトリックス $[D^e]$ (材料定数を含んでいる) が温度だけの関数である場合は、上式の弾性マトリックスの増分 $d[D^e]$ は次のように表わされる。

$$d[D^e] = (d[D^e] / dT) dT \quad (2-2-5)$$

式(2-2-4) と式(2-2-3) の差をとり、式(2-2-5) の関係を用いると、応力増分と弾性ひずみ増分の関係が導かれる。

$$\{d\sigma\} = [D_d^e] \{d\varepsilon^e\} + (d[D^e] / dT) dT \{\varepsilon^e\} \quad (2-2-6)$$

ここで、 $[D_d^e] = [D^e] + (d[D^e] / dT) dT$

物体の温度履歴及び弾性マトリックス $[D^e]$ の温度依存性があらかじめ知られている場合、上記のマトリックス $[D_d^e]$ の第2項 $(d[D^e] / dT) dT$ は未知数に対する非線形項を作らず、解の精度の向上にのみ貢献する。式(2-2-6) の右辺において、第1項は弾性ひずみが増加することによる応力増分であり、第2項は弾性マトリックスが温度によって変化するため、増分前に既に生じていた弾性ひずみに対する応力値が変化することによる応力増分である。

式(2-2-6) より、式(2-2-2) を用いて弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ を消去し、熱ひずみ増分として式(2-2-1) を導入すると、次のような応力と全ひずみの増分関係、すなわち、構成方程式が求められる。

$$\{d\sigma\} = [D_d^e] \{d\varepsilon\} - \{C^e\} dT \quad (2-2-7)$$

ここで、 $\{C^e\} = [D^e](\{\alpha\} - [D^e]^{-1}(d[D^e]/dT)\{\varepsilon^e\})$

(2) 塑性域における構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

(i) 降伏条件、加工硬化則と降伏曲面

材料に生じる応力がある限界値に達すると材料は降伏し、弾性挙動から複雑な塑性挙動を示すようになる。任意の組合せ応力下におけるこのような材料の弾性限度を定義する法則が降伏条件である。応力成分を座標軸とする空間（以後、応力空間と呼ぶ）を考えると、降伏条件はこの応力空間において閉じた超曲面（以後、降伏曲面と呼ぶ）で表示される。降伏曲面の形状、大きさ及び位置（曲面の中心位置）は一般に材料の塑性ひずみの増加と共に変化する。すなわち、降伏条件は初期の条件がそのまま存続するのではなく、塑性加工をうけると変化する。降伏条件のこのような変化に対する法則が加工硬化則である。これまで種々の加工硬化則が提案されている。例えば、等方硬化則¹⁷⁾は降伏曲面の位置及び形状は変化せず、大きさだけが変化する（すなわち、降伏曲面は一様に拡大する）と仮定したものであり、理論的な取り扱いが簡単な硬化則の1つである（Fig.2-2-1(a)）。移動硬化則¹⁸⁾は降伏曲面の大きさ及び形状は変化せず、位置だけが変化するものと仮定したものであり、金属材料の力学上重要な性質の1つであるバウシinger効果を（ある程度の近似を伴うが）比較的簡単に表わすことができる硬化則である（Fig.2-2-1(b)）。更に、材料の真の挙動をより精度よく表わすため、複雑な硬化則が数多く提案されている。ここでは、等方硬化則と移動硬化則を組合せ、降伏曲面の大きさ及び位置が同時に変化しえるものと仮定して理論式を展開する（Fig.2-2-1(c)）。この時、通常の移動硬化則と同様に降伏曲面の形状は変化せず、また、曲面が移動する時、回転は伴わないで平行移動するものと考えられる。このような加工硬化則、すなわち、複合硬化則に従う降伏曲面は一般に次式で表わすことができる。

$$f(\sigma_{ij} - \theta_{ij}, \sigma_0) = 0 \quad (2-2-8)$$

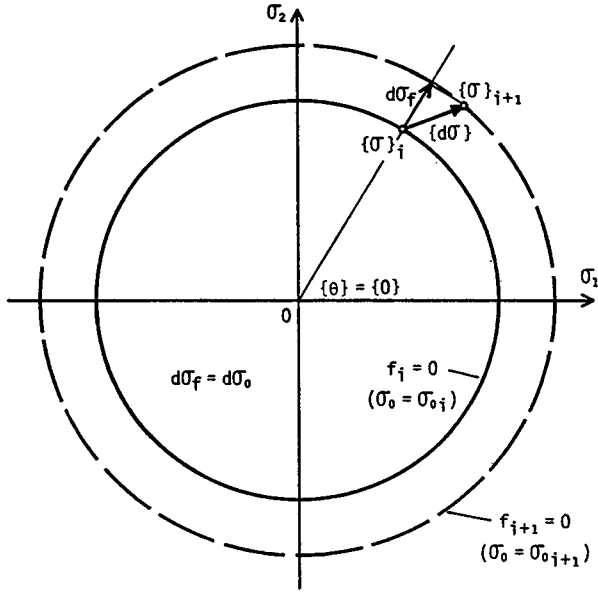
ここで、 $\{\theta\}$ ：応力空間において降伏曲面の中心位置を示す移動ベクトル

σ_0 ：降伏曲面の大きさ

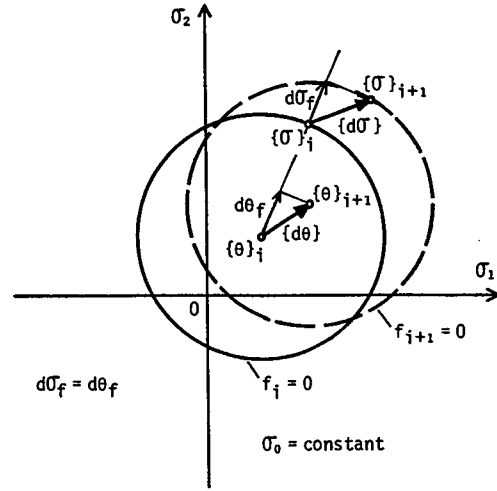
上記の降伏曲面（降伏条件）を規定する関数 f は降伏関数と呼ばれる。

次に、降伏曲面の大きさ及び位置の変化を示す式(2-2-8)を具体的に導出するため

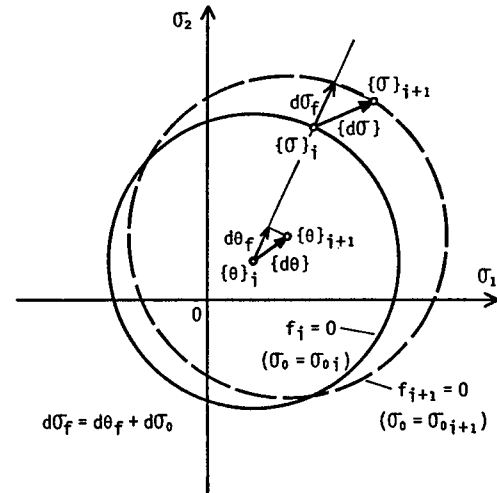
$f=0$: yield surface (in this example, circle)
 $\{\theta\}$: vector which indicates center of yield surface
 σ_0 : a measure of size of yield surface
 (in this example, radius of yield surface)
 $\{\sigma\}$: stresses on yield surface
 $i, i+1$: loading step
 (suffix f indicates normal component of each increment)



(a) Isotropic workhardening rule



(b) Kinematic workhardening rule



(c) Combined workhardening rule

Fig. 2-2-1 Schematic illustration of workhardening rules

に下記の仮定を設ける。

- 1) 降伏曲面の大きさ σ_0 は塑性加工量 (ε_p) 及び温度 (T) の関数であると考ええる。塑性加工量 (ε_p) は次式で与えられる。

$$\varepsilon_p = \int d\varepsilon_p \quad (2-2-9)$$

ここで、 $d\varepsilon_p$: 塑性ひずみ増分ベクトルの大きさ (式(2-2-13)参照)

2) 降伏曲面の移動は、塑性変形が進行する時にのみ起りうる（すなわち、温度変化は曲面移動の直接の原因とはならない）とし、その移動増分 $\{d\theta\}$ は塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_p$ に比例するものとする。

以上の仮定を式で表わすと次のようになる。

$$\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_p, T) \quad (2-2-10)$$

$$d\sigma_0 = (\partial \sigma_0 / \partial \varepsilon_p) d\varepsilon_p + (\partial \sigma_0 / \partial T) dT$$

$$\{d\theta\} = k d\varepsilon_p \{n_\theta\} \quad (2-2-11)$$

ここで、 k : 比例係数

$\{n_\theta\}$: 降伏曲面の移動増分の方角を示す単位ベクトル

式(2-2-10)の具体的な関係は実験結果に基づいて決定される。また、本論文では、降伏曲面の移動増分の方角（式(2-2-11)での単位ベクトル $\{n_\theta\}$ ）は特に規定せず、実際の材料の挙動をよく表わすように自由に選択できる形のまま式を展開する。得られた式を適用する時、この移動増分方向 $\{n_\theta\}$ に対して具体的な仮説を設ければよい。例えば、材料試験の結果、Ziegler 則¹⁹⁾に従うと仮定することが適切と判断された場合は、単位ベクトル $\{n_\theta\}$ は次式で表わされることになる。

$$\{n_\theta\} = \{\sigma - \theta\} / |\{\sigma - \theta\}| \quad (2-2-12)$$

ここで、 $|\{\sigma - \theta\}| = (\{\sigma - \theta\}^T \{\sigma - \theta\})^{1/2}$

(ii) 塑性ひずみ増分と加工硬化係数

塑性域に達した材料は塑性流れ理論（ひずみ増分理論）に従うとし、降伏関数（式(2-2-8)の f ）を塑性ポテンシャルとして導入すれば、塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の成分比、すなわち、ベクトルとしての方向は定義され、 $\{d\varepsilon^p\}$ は次のように示される。

$$\{d\varepsilon^p\} = d\varepsilon_p \{n\} \quad (2-2-13)$$

ここで、 $d\varepsilon_p$: 塑性ひずみ増分の大きさを示すスカラー量

$\{n\}$: 応力点で降伏曲面にたてた外向き法線方向単位ベクトル

$$\{n\} = \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\} / f_\theta,$$

$$f_\theta = |\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}|$$

$$= (\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\})^{1/2}$$

上記のように、塑性ひずみ増分は、降伏曲面に応力点でたてた法線と平行で外向きのベクトルで表わされる (Fig.2-2-2)。また、静水圧に無関係とする通常の降伏関数を塑性ポテンシャルとして用いると、上式により求められる塑性ひずみ増分は、材料の非圧縮性の条件を自動的に満足する。

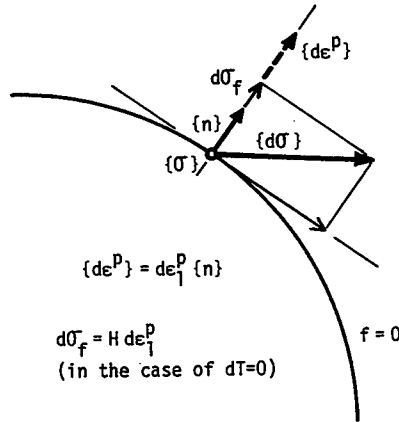


Fig. 2-2-2 Relation between stress increment $\{d\sigma\}$ and plastic strain increment $\{d\epsilon^P\}$ (in the case of $dT=0$)

次に、塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon^P\}$ と応力増分 $\{d\sigma\}$ の関係について考える。この2つの増分間の関係を、応力点が降伏曲面に達し、更に負荷が続く場合に満足されるべき下記の条件式をもとにして求める。すなわち、

$$df = 0 \quad (2-2-14)$$

まず、通常の塑性問題のように温度変化がない場合を考える。降伏曲面が式(2-2-8)で定義され、その大きさ及び位置の変化が式(2-2-10)及び(2-2-11)で各々示されるものとすれば、 df は具体的に次のように表わされる。

$$\begin{aligned} 0 = df &= \left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\}^T \{d(\sigma - \theta)\} + (\partial f / \partial \sigma_0) d\sigma_0 \\ &= f_{\sigma} d\sigma_f - f_{\theta} k n_{\theta f} d\epsilon_{\theta}^P \\ &\quad + (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial \epsilon_{\theta}^P) d\epsilon_{\theta}^P \end{aligned} \quad (2-2-15)$$

ここで、 $d\sigma_f = \{n\}^T \{d\sigma\}$

$$n_{\theta f} = \{n\}^T \{n_{\theta}\}$$

上式より $d\sigma_f$ と $d\epsilon_{\theta}^P$ の関係が次のように表わされる。

$$d\sigma_f = (k n_{\theta f} - f_{\theta}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial \epsilon_{\theta}^P)) d\epsilon_{\theta}^P \quad (2-2-16)$$

式(2-2-16)は、 $df = 0$ を満足する（すなわち、増分後も応力点が降伏曲面上に存在する）場合には、その間に生じる塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_E$ が応力増分 $\{d\sigma\}$ の降伏曲面に対する法線方向成分の大きさ $d\sigma_f$ に比例することを示している（Fig.2-2-2）。言い換えれば、同じ大きさの応力増分 $\{d\sigma\}$ が生じて、その方向により生成される塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_E$ が異なり、降伏曲面の接線方向より法線方向に近いほど、より大きな塑性変形量が生じることを示している。そこで、応力増分 $\{d\sigma\}$ の法線方向成分の大きさ $d\sigma_f$ をこのような意味で“有効応力増分”と呼ぶことにする。ところで、一般の金属材料では、降伏した後、塑性変形を進行させるには、温度変化がない場合は、応力を増加させる必要がある。これは、材料が塑性加工により硬化するからであると考えられ、この現象は加工硬化（ひずみ硬化）と呼ばれている。上記の有効応力増分 $d\sigma_f$ は、そのような塑性変形を進行させるのに有効である応力増分であり、式(2-2-16)は、この $d\sigma_f$ とそれにより生成される塑性ひずみ量 $d\varepsilon_E$ との関係を示すものである。そこで、ここでは、その比例係数を加工硬化係数と呼び、 H で表わすことにすると、式(2-2-16)は次のように書き改められる。

$$d\sigma_f = H d\varepsilon_E \quad (2-2-17)$$

$$\text{ここで、} H = k n_{\sigma f} - f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial \varepsilon_E) \quad (2-2-18)$$

次に、温度変化のある場合について応力増分 $\{d\sigma\}$ と塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の関係を示す。温度変化のある場合は、式(2-2-10)で仮定したように降伏曲面の大きさが温度によっても変化するので、上記の関係はその影響を受け、式(2-2-14)、(2-2-8)、(2-2-10)、(2-2-11)及び(2-2-18)から式(2-2-17)に相当する次の関係が導かれる。

$$d\sigma_f = H d\varepsilon_E - f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \quad (2-2-19)$$

上式のもつ意味を明確にするため、これを $d\varepsilon_E$ について書き換えると、

$$d\varepsilon_E = (d\sigma_f + f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT) / H \quad (2-2-20)$$

上式は温度変化がある場合は、降伏曲面の大きさの温度による変化（膨張あるいは収縮）量によって決まるスカラー増分量 $(-f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT)$ 以上に有効応力増分 $(d\sigma_f)$ が生じないと塑性変形が進行しないことを表わしている。簡単に言えば、降伏曲面が膨張して大きくなる場合は、応力がそ

れ以上に降伏曲面の外へ向って増加しないと新たに塑性変形が生じないことを意味している。

(iii) 構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

塑性域においては、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ と熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ の他に塑性ひずみ $\{d\varepsilon^p\}$ の和として次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^T\} \quad (2-2-21)$$

まず、塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_p$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を求める。材料が降伏したあと負荷状態が続く場合の条件式、式(2-2-14)をもとにする。降伏曲面が式(2-2-8)により、その大きさ及び位置の変化が式(2-2-10)及び(2-2-11)により、更に、加工硬化係数が式(2-2-18)により表わされるものとすれば、式(2-2-14)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} 0 &= df = \left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\}^T \{d(\sigma - \theta)\} + (\partial f / \partial \sigma_0) d\sigma_0 \\ &= f_{\hat{\sigma}} \{n\}^T \{d\sigma\} - f_{\hat{\sigma}} k_{n\theta} d\varepsilon_p + (\partial f / \partial \sigma_0) \\ &\quad \times (\partial \sigma_0 / \partial \varepsilon_p) d\varepsilon_p + (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \\ &= f_{\hat{\sigma}} \{n\}^T \{d\sigma\} - f_{\hat{\sigma}} H d\varepsilon_p \\ &\quad + (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \end{aligned} \quad (2-2-22)$$

ここで、 $f_{\hat{\sigma}} = \left| \left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\} \right|$

$$= \left(\left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\}^T \left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\} \right)^{1/2}$$

$$\{n\} = \left\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \right\} / f_{\hat{\sigma}}$$

$$n_{\theta} = \{n\}^T \{n_{\theta}\}$$

上式を更に以下の手順で変換する。

- 1) 塑性状態においても、応力増分 $\{d\sigma\}$ と弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ の関係は弾性時と同じで、式(2-2-6)によって表わされる。そこで、式(2-2-6)を用いて式(2-2-22)の右辺第1項の応力増分 $\{d\sigma\}$ を弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ などに置き換える。
- 2) 弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ を式(2-2-21)により全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ など他のひずみ増分に置き換える。
- 3) 熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ を式(2-2-1)で、また、塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ を式(2-2-13)で表わす。

以上の結果、式(2-2-22)は、未知量としては全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ と塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_E$ だけが残る増分式となる。これを整理することにより、2つの増分、 $\{d\varepsilon\}$ と $d\varepsilon_E$ の関係が次のように求められる。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_E = & [\{n\}^T [D_a^a] \{d\varepsilon\} - \{ \{n\}^T [D_a^a] \\ & \times (\{\alpha\} - [D_a^a]^{-1} (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\}) \\ & - f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) \} dT] / S \end{aligned} \quad (2-2-23)$$

ここで、 $S = \{n\}^T [D_a^a] \{n\} + H$

次に、上式を用いて応力と全ひずみの増分関係を求める。上記の変換1)で述べた式(2-2-6)をもとにし、その右辺を下記のように変換する。

1) 弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ を式(2-2-21)により全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ など他のひずみ増分に置き換える。

2) 熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ を式(2-2-1)で表わす。また、塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ は式(2-2-13)で示し、更に、その大きさ $d\varepsilon_E$ を式(2-2-23)を用いて全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ など表わす。

以上の変換の結果、式(2-2-6)の右辺には未知量として全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ だけが残る。式(2-2-6)は応力増分 $\{d\sigma\}$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を示す増分式となる。右辺を整理し、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ に関係する項と、その他の項(温度増分 dT を含んでいる項)に分けると、次のような構成方程式を得る。

$$\{d\sigma\} = [D_a^a] \{d\varepsilon\} - \{C^p\} dT \quad (2-2-24)$$

ここで、 $[D_a^a] = [D_a^a] - [D_a^a] \{n\} \{n\}^T [D_a^a] / S$

$$\begin{aligned} \{C^p\} = & [D_a^a] (\{\alpha\} - [D_a^a]^{-1} (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\}) \\ & + [D_a^a] \{n\} f_E^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) / S \end{aligned}$$

式(2-2-24)は材料が塑性状態で負荷が続く場合に適用される。この時、式(2-2-23)で表わされる塑性ひずみ増分の大きさを示すスカラー量 $d\varepsilon_E$ は正の値をとる。これに反して、塑性域で除荷が生じ材料が弾性状態にもどる場合は $d\varepsilon_E$ は負の値をとる。この時は、式(2-2-24)の代りに弾性域での構成方程式、式(2-2-7)を用いて、その増分の計算をやり直す必要がある。したがって、負荷・除荷の判定は次のようになる。

1) $d\varepsilon_E \geq 0 \rightarrow$ 負荷、 2) $d\varepsilon_E < 0 \rightarrow$ 除荷。

荷重あるいは温度変化を与え、増分計算を順次続けていくためには、新しい増分に入る前に、その増分前の降伏曲面の大きさ及び位置を知っておく必要がある。降伏曲面の大きさ (σ_0) は式(2-2-10)に示されているように塑性加工量 (ε_p) と温度 (T) の関数であると仮定して、あらかじめ、実験結果をもとにその関数関係 ($\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_p, T)$) が決定されている。したがって、その時の塑性加工量と温度から降伏曲面の大きさは一義的に決まる。一方、降伏曲面の位置は最初からその時点までの各増分での移動増分量 ($\{d\theta\}$) を加え合わせるにより求められる。各増分での移動増分量 $\{d\theta\}$ は式(2-2-11)により計算される。この時、比例係数 k の値が必要である。この k の値は、 k のみを未知数とする式(2-2-18)によって求められる。

なお、本理論における加工硬化係数 H 及び降伏曲面の大きさ σ_0 を材料試験により決定する手順を付録 I に示しておく。また、ここでは、複合硬化則に対する構成方程式を導いたが、この結果は、更に複雑な、例えば、多重降伏及び加工硬化曲面（加工硬化係数の場）を仮定する Mróz の硬化則²⁰⁾ のような場合に対しても適用することができる。その場合は、最も内側の降伏曲面に対して本理論を適用することになる。

2. 2. 2 有限要素法に基づく熱弾塑性解析の基礎式（剛性方程式）

有限要素法 の概念を簡単に述べると次のようになる²¹⁾。まず、対象とする構造物を有限個の簡単な構造要素の集合と考える。それらは、要素の節点において互いに結合されており、その節点において、釣合い及び適合条件が満足される。したがって、有限要素法を適用する場合、最初に、解析対象である構造物は有限個の要素に分割される。例えば、平面応力あるいは平面ひずみ問題に対しては三角形要素などが、3次元応力問題に対しては4面体要素などが用いられる。

ここでは、連続体を構成する要素の中の1つを代表として取り上げ、前項で求めた熱弾塑性挙動に対する構成方程式を用い、要素の剛性方程式を定式化する。

(1) 要素内の全ひずみと変位の増分関係

要素内の任意の点における変位 $\{s\}$ を、次のように節点変位 $\{w\}$ の関数として表わす。

$$\{s\} = [N]\{w\} = [N_i \ N_j \ \dots\dots]\{w_i \ w_j \ \dots\dots\}^T \quad (2-2-25)$$

ここで、 $[N]$ ：変位関数（ $[N]$ の各成分は一般に座標の関数）

$\{w\}$ ：節点変位（添字（ $i, j, \dots\dots$ ）は節点番号）

変位関数 $[N]$ に要素内の任意の点（節点など境界上の点も含む）の座標値を入れると、式(2-2-25)によってその点の変位を要素の節点変位の関数として表わすことができる。

次に、要素内のひずみ $\{\varepsilon\}$ は、要素内の変位を表わす式(2-2-25)をひずみの定義に従って偏微分する（この場合は $[N]$ を偏微分することになる）と節点変位の関数として得られる。すなわち、

$$\{\varepsilon\} = [B]\{w\} \quad (2-2-26)$$

微小変形の問題では、上記のひずみ・変位マトリックス $[B]$ は変位に独立な関数になっている。したがって、上式の増分形は次のように表わすことができる。

$$\{d\varepsilon\} = [B]\{dw\} \quad (2-2-27)$$

(2) 構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

1つの増分間に要素の温度が変化する場合に対して既に求めた構成方程式、式(2-2-7)及び(2-2-24)は、一般に次の形で表わされる。

$$\{d\sigma\} = [D_d]\{d\varepsilon\} - \{C\}dT \quad (2-2-28)$$

ここで、要素が弾性状態にある場合は、

$$[D_d] = [D_d^e] = [D^e] + (d[D^e]/dT)dT$$

$$\{C\} = \{C^e\}$$

$$= [D_d^e](\{\alpha\} - [D_d^e]^{-1}(d[D^e]/dT)\{\varepsilon^e\})$$

塑性状態にある場合は、

$$[D_d] = [D_d^p] = [D_d^e] - [D_d^e]\{n\}\{n\}^T[D_d^e]$$

$$\div (\{n\}^T[D_d^e]\{n\} + H)$$

$$\{C\} = \{C^p\}$$

$$= [D_d^e](\{\alpha\} - [D_d^e]^{-1}(d[D^e]/dT)\{\varepsilon^e\})$$

$$+ [D_d^e]\{n\}f_{\varepsilon}^{-1}(\partial f/\partial \sigma_0)(\partial \sigma_0/\partial T)$$

$$\div (\{n\}^T[D_d^e]\{n\} + H)$$

(3) 剛性方程式 (節点力・節点変位の増分関係)

これまでに示した基礎式をもとにして、有限要素に作用する節点力と節点変位の関係を仮想変位の原理を適用して求める。なお、本研究では、第3章で、ここで展開した理論を適用し溶接残留応力を求めるが、この場合、物体力の影響は十分小さいと考えられるので、以下の定式化においては、物体力を無視する。

まず、要素に働く境界上の応力と静的に等価な節点力を次のように表わす。

$$\{F\} = \{F_i \ F_j \ \dots\dots\}^T \quad (2-2-29)$$

$F_i, F_j, \dots\dots$ は、節点変位 $w_i, w_j, \dots\dots$ に対応する順序になっている。

いま、この要素に任意の仮想節点変位 $\{w^*\}$ を加えると、その変位の間、節点力 $\{F\}$ のなす外部仕事 δW_e は、

$$\delta W_e = \{w^*\}^T \{F\} \quad (2-2-30)$$

一方、要素内に生じている応力 $\{\sigma\}$ のなす内部仕事 δW_i は、

$$\delta W_i = \int \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\} d(vol) \quad (2-2-31)$$

なお、積分は要素全体について行う。上式の $\{\varepsilon^*\}$ は仮想節点変位 $\{w^*\}$ による仮想ひずみであり、それらは式(2-2-27)によって関係づけられる。したがって、仮想節点変位 $\{w^*\}$ を用いて内部仕事 δW_i を表わすと式(2-2-31)は次のようになる。

$$\delta W_i = \int \{w^*\}^T [B]^T \{\sigma\} d(vol) \quad (2-2-32)$$

式(2-2-30)で与えられる外部仕事を、上式の内部仕事と等置すると、

$$\{w^*\}^T \{F\} = \{w^*\}^T \int [B]^T \{\sigma\} d(vol) \quad (2-2-33)$$

上記の関係はいかなる仮想節点変位 $\{w^*\}$ に対しても成立するので、両辺で $\{w^*\}$ をのぞくベクトルが等しくなければならない。

$$\{F\} = \int [B]^T \{\sigma\} d(vol) \quad (2-2-34)$$

ひずみ・変位マトリックス $[B]$ が一定とみなせる場合には、上式は増分形で次のように表わされる。

$$\{dF\} = \int [B]^T \{d\sigma\} d(vol) \quad (2-2-35)$$

式(2-2-35)に式(2-2-28)及び(2-2-27)を代入すると節点力と節点変位の増分関係、すなわち、剛性方程式が求められる。

$$\{dF\} = [K]\{dw\} - \{dL\} \quad (2-2-36)$$

ここで、 $[K] = \int [B]^T [D_d][B] d(vol)$: 要素の剛性マトリックス

$\{dL\} = \int [B]^T \{C\} dT d(vol)$: 温度変化に対する等価節点力増分

式(2-2-36)は1つの要素の剛性方程式であり、物体全体の剛性方程式は共有する節点での節点変位が等しいと考えて、全要素についての和をとると得られる。

$$\Sigma \{dF\} = \Sigma [K]\{dw\} - \Sigma \{dL\} \quad (2-2-37)$$

上式に境界条件を導入し、節点変位増分 $\{dw\}$ について解き、その $\{dw\}$ を式(2-2-27)及び(2-2-28)に代入することにより、各要素の全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ 及び応力増分 $\{d\sigma\}$ が順次求められる。

2.3 熱弾塑性クリープ解析理論

本節では、溶接構造物の応力除去焼なまし処理など高温時の力学的挙動を精度よく理論解析するための熱弾塑性クリープ解析理論を展開する。本節で新たに取り扱うクリープ現象は、前節 2.2 で述べた塑性現象と、一般に、相互作用を及ぼすと考えられている。これに関して、現在かなり研究が進んでいるが²²⁾、クリープだけに対する構成式ですら、まだ多くの議論が展開されており、その相互作用に関してはいまだ未知の部分が多い。そこで、ここでは、クリープ現象と塑性現象は独立した現象であるとして取り扱う。

上記の仮定のもとに、2つの形式の構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を導く。1つはすべてのクリープ則に対して適用できる一般的な構成方程式で、他は、本研究で適用するクリープ則に対し精度の高いクリープひずみ増分を求め、これを用いた構成方程式である。共に、塑性現象に対しては、前節 2.2 と同じ取り扱いを行う。最後に、これらの構成方程式を基礎式の1つとして、有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論（有限要素の剛性方程式）を導く。

2.3.1 熱弾塑性クリープ構成方程式-I（一般増分理論）^{[2],[3]}

本項では、各種クリープ則が導入できる汎用性のある増分形式の熱弾塑性クリープ構成方程式を導く。そのために、まず、多軸応力場でのクリープ構成式を、より一般的な形で表現する。次に、これを 2.2 節に示した“複合硬化理論”と組合せ、より一般的な形で加工硬化則及びクリープ則を導入した熱弾塑性クリープ構成方程式を示す。

（1）多軸応力場におけるクリープひずみ

金属材料のクリープ挙動は一般に応力、温度のほか、材料の内部構造の変化の影響を受ける。ここでは、すでに示した熱弾塑性理論にクリープ現象を取り入れることを考え、多軸応力場におけるクリープ挙動の一般的な定式化を行う。

（i）1軸応力場におけるクリープ構成式（クリープ硬化則）²³⁾

金属材料のクリープ構成式は、クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}^c$ を、応力 σ 、温度 T のほか、材料の内部構造変化を記述する適当な内部変数 s_i ($i = 1, 2, \dots, n$) の状態関数と考え、次のような微分形構成式として表現されることが多い。

$$\dot{\epsilon}^c = p(\sigma, s_1, s_2, \dots, s_n, T) \quad (2-3-1)$$

$$\dot{s}_i = q_i(\sigma, s_1, s_2, \dots, s_n, T) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-3-2)$$

クリープひずみ速度の変化は、変形とともに進行する材料の硬化とも解釈できる。このため、内部構造の変化に伴うクリープひずみ速度の変化を規定する理論のことをクリープ硬化則 (creep hardening rule) といい、非定常クリープ構成式を定式化する際の基礎となる。クリープ硬化則は、式(2-3-1)の状態関数の引数としてどのような物理量を選ぶかによっていくつかに分類できる。

例えば、変形に伴う内部構造変化の1つの簡単な尺度としてクリープひずみそのものが考えられる。この場合、クリープひずみ速度の構成式は、次のように表わされる。

$$\dot{\epsilon}^c = p(\sigma, \epsilon^c, T) \quad (2-3-3)$$

上式は、材料の硬化が主にクリープひずみに支配されると仮定するものであるから、ひずみ硬化理論 (strain-hardening theory) と呼ばれており、その妥当性については多くの詳細な検討が行われている。この理論は、他の大部分の古典的クリープ硬化理論に比べ優れており、現状では、多くの非定常クリープ解析に適用されている。

(ii) 多軸応力場におけるクリープ構成式

実際の問題では、応力状態が1次元である場合はごく稀であるから、工学的なクリープ問題の解析には、前項で簡単に述べた1軸クリープ構成式を多軸応力状態に拡張する必要がある。このような拡張は、塑性構成式の場合と同様な方法によって行うことができる。ここでは、次の2つの仮定を設けて、この問題を検討する。

- 1) クリープ変形は体積変化を伴わない。
- 2) クリープ変形は静水圧によって影響を受けない。

金属材料の場合、これらの仮定の妥当性は実験的に確かめられている²³⁾。

1軸クリープ構成式を多軸応力状態に拡張する場合、多軸状態での塑性ひずみ増分を取り扱う場合と同様、次のような問題が生じる。すなわち、多軸状態においては、クリープひずみ速度はベクトル $\{\dot{\epsilon}^c\}$ として表わされ、そのクリープひずみ速度ベクトル $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の方向と大きさを規定する法則が必要となる。通常、クリープひずみ

速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の方向と大きさは別々に取り扱われ、方向に対しては、塑性変形の場合と同様な流れ則（クリープ流れ則）が成り立ち、クリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ は次のように規定されると仮定される。

$$\{\dot{\epsilon}^c\} = \Lambda \left\{ \partial g / \partial (\sigma - \theta_c) \right\} \quad (2-3-4)$$

上式で、 Λ は正值のスカラー係数であり、 g は現在までの負荷履歴（応力履歴）、温度履歴、等によって決まるスカラー関数で、クリープポテンシャル(creep potential)と呼ばれる。これは塑性ポテンシャルと同様の性質をもっている。すなわち、 $g = 0$ は Fig.2-3-1に示すように、応力空間において現在の応力点を表面上に含む閉じた超曲面（クリープポテンシャル曲面）を表わす。 $\{\theta_c\}$ は、この曲面の中心位置を示すベクトルである。ベクトル $\{\dot{\epsilon}^c\}$ は、この曲面上の現在の応力点における外向き法線ベクトルとなる。

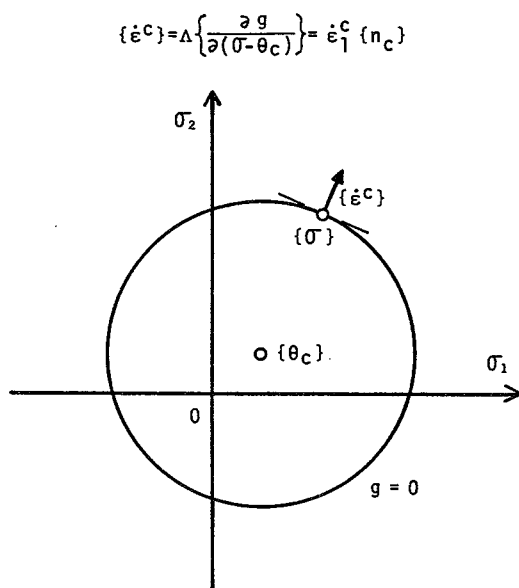


Fig. 2-3-1 Schematic illustration of relation between creep potential surface $g = 0$ and creep strain rate $\{\dot{\epsilon}^c\}$

ここで、クリープポテンシャル曲面として、中心の移動が可能な曲面を採用し、式(2-3-4)を2.2節で塑性ひずみ増分に対して示した式(2-2-13)と同様な形に書き換えると、

$$\{\dot{\epsilon}^c\} = \dot{\epsilon}_2 \{n_c\} \quad (2-3-5)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_c$: クリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の大きさ (すなわち、ベクトル $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の長さ)

$\{n_c\}$: 応力点でクリープポテンシャル曲面にたてた外向き法線方向単位ベクトル

$$\begin{aligned}\{n_c\} &= \{\partial g / \partial (\sigma - \theta_c)\} / g' \\ g' &= |\{\partial g / \partial (\sigma - \theta_c)\}| \\ &= (\{\partial g / \partial (\sigma - \theta_c)\}^T \{\partial g / \partial (\sigma - \theta_c)\})^{1/2}\end{aligned}$$

上式でのクリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の大きさ $\dot{\epsilon}_c$ は、前項で説明したクリープ硬化則 (1軸クリープ構成式) によって記述され、材料のクリープ特性に依存する。

クリープポテンシャル曲面の特性も、クリープ硬化則と同様、材料のクリープ特性に依存する。その形状としては降伏曲面に広く用いられている Misesタイプ、Trescaタイプが多く採用されている。又、クリープポテンシャル曲面が応力空間を移動すると仮定する場合は、その曲面中心の移動速度を規定するのに Bailey の理論²⁴⁾、Orowan の理論²⁵⁾ などが適用されている。

(iii) クリープひずみ増分

2.2節に示した熱弾塑性解析理論にクリープ現象を取り入れ、熱弾塑性クリープ解析理論に拡張するには、クリープひずみ増分を知る必要がある。クリープひずみ増分は前項で示したクリープひずみ速度を増分間で時間積分することによって得られる。ところで、クリープひずみ速度は、既に述べたように、一般に、応力、温度のほかいくつもの内部変数の状態関数であり、それらの変数は時間と共に変化する。このような場合、上記の積分に対しては、2つの方法が考えられる。1つは、各時間増分において、クリープひずみ速度を一定と仮定して積分する方法であり、他は、各時間増分の間での変数の変化をできるだけ考慮してクリープひずみ速度を積分する方法である。後者の場合、積分の方法は対象とするクリープ則によって異なり、また、その結果得られる精度の高いクリープひずみ増分式もそれぞれの場合によって異なる。次項 2.3.2では、第4章で 2 1/4 Cr-1Mo鋼のクリープ挙動を取り扱うことを考え、等方時間硬化則を対象に応力状態及びクリープ定数の積分時間内での変化をできるだけ取り入れてクリープひずみ増分を求める。また、それを用いた場合の熱弾塑性クリープ理論を展開する。本項では、上記に比べ精度は低くなるが、簡単で、すべての

クリープ則（クリープひずみ速度）に対して適用できる前者の方法によってクリープひずみ増分を求める。すなわち、時間 t_i から t_{i+1} の間でのクリープひずみ増分 $\{d\varepsilon^c\}$ を、時間 t_i における応力、温度及び内部変数によって決まる時間 t_i でのクリープひずみ速度 $\{\dot{\varepsilon}^c\}$ に時間増分 $dt = t_{i+1} - t_i$ を乗じることにより求める（これは、クリープひずみ速度の応力、温度及び内部変数依存性は考慮するが、その増分間での変化を無視することになる）。すなわち、

$$\{d\varepsilon^c\} = \{\dot{\varepsilon}^c\} dt \quad (2-3-6)$$

クリープひずみ増分が式(2-3-6)で表わされる場合は、増分は2つの既知量の積として直ちに計算できる。したがって、このような形で熱弾塑性理論にクリープの影響を取り入れる場合は、熱弾塑性クリープ理論は熱弾塑性理論と同程度の複雑さに留まる。ここでは、このような精度は多少低いが、一般性のある式(2-3-6)を用いる場合に対して、以後、理論展開を行う。もし、クリープひずみの精度をより向上させる必要が生じれば、時間増分をより小さくすればよい。

(2) 熱弾塑性状態における基礎関係式

2.2節で示した熱弾塑性現象に対する基礎的な仮定及び関係式のうち、次項で熱弾塑性クリープ構成方程式を導く際に必要となる基礎式を、以下に簡単に再記する。

(i) 熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$

$$\{d\varepsilon^T\} = \{\alpha\} dT \quad (2-2-1)bis$$

ここで、 $\{\alpha\}$ ：瞬間線膨張係数（相変態時には、変態による膨張又は収縮を含む）

dT ：温度増分

(ii) 応力と弾性ひずみの増分関係

弾性マトリックス $[D^e]$ に含まれる材料定数が温度依存性を示す場合は、

$$\{d\sigma\} = [D_a^e]\{d\varepsilon^e\} + (d[D^e]/dT) dT \{\varepsilon^e\} \quad (2-2-6)bis$$

ここで、 $[D_a^e] = [D^e] + (d[D^e]/dT) dT$

(iii) 加工硬化則と降伏曲面（降伏関数）

等方硬化と移動硬化を結合した通常の複合硬化則を温度変化がある場合に拡張した場合、降伏曲面は次のように表わされる。

$$f(\sigma_{ij} - \theta_{ij}, \sigma_0) = 0 \quad (2-2-8)bis$$

ここで、 $\{\theta\}$: 応力空間において降伏曲面の中心位置を示す移動ベクトル

σ_0 : 降伏曲面の大きさを表わすスカラー量

$$\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_p^p, T) \quad (2-2-10)bis$$

$$d\sigma_0 = (\partial \sigma_0 / \partial \varepsilon_p^p) d\varepsilon_p^p + (\partial \sigma_0 / \partial T) dT$$

ここで、 ε_p^p : 塑性加工量 (塑性ひずみ軌跡の長さ)

$d\varepsilon_p^p$: 塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ (すなわち、ベクトル $\{d\varepsilon^p\}$ の長さ) (式(2-2-13)参照)

$$\varepsilon_p^p = \int d\varepsilon_p^p \quad (2-2-9)bis$$

$$\{d\theta\} = k d\varepsilon_p^p \{n_\theta\} \quad (2-2-11)bis$$

ここで、 k : 比例係数 (この大きさは式(2-2-18)により求められる)

$\{n_\theta\}$: 降伏曲面の移動増分の方角を示す単位ベクトル

(iv) 塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$

塑性ひずみ増分を方向と大きさとに分離した形で表わす。方向は降伏関数 (式(2-2-8)の f) を塑性ポテンシャルと見なすと、次のように規定される。

$$\{d\varepsilon^p\} = d\varepsilon_p^p \{n\} \quad (2-2-13)bis$$

ここで、 $d\varepsilon_p^p$: 塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ

$\{n\}$: 応力点で降伏曲面にたてた外向き法線方向単位ベクトル

$$\{n\} = \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\} / f_p,$$

$$f_p = |\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}|$$

$$= (\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\})^{1/2}$$

(v) 負荷条件

塑性域において負荷が続く場合には次式が満足されなければならない。

$$df = 0 \quad (2-2-14)bis$$

(vi) 加工硬化係数 H 及び有効応力増分 $d\sigma_f$

加工硬化係数及び有効応力増分は次のように表わされる。

$$H = k n_{ef} - f \dot{\epsilon}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial \epsilon_p) \quad (2-2-18)bis$$

ここで、 $n_{ef} = \{n\}^T \{n_e\}$

$$d\sigma_f = H d\epsilon_p - f \dot{\epsilon}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \quad (2-2-19)bis$$

ここで、 $d\sigma_f = \{n\}^T \{d\sigma\}$

(3) 熱弾塑性クリープ構成方程式 (応力・全ひずみの増分関係) -I

本研究では、本節の最初に述べたようにクリープ現象と塑性現象とは独立した現象であるとして取り扱う。すなわち、クリープひずみと塑性ひずみを別々に取り扱い、クリープ変形は塑性現象に影響を与えず、塑性変形はクリープ現象に影響を与えないものと仮定する。したがって、(1) で示したクリープ理論と 2.2節で示し、前項で整理した塑性理論はそのまま適用できる。

(i) 弾性域における構成方程式

材料が弾性状態において温度変化をうけ、クリープひずみを生じる場合は、全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は、熱ひずみ増分 $\{d\epsilon^T\}$ 、弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon^e\}$ 及びクリープひずみ増分 $\{d\epsilon^c\}$ の和で表わされる。

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^T\} + \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^c\} \quad (2-3-7)$$

応力・全ひずみの増分関係、すなわち、構成方程式は、熱弾性状態に対する式(2-2-7)と同じ手順で導くことができる。すなわち、応力増分 $\{d\sigma\}$ と弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon^e\}$ の関係を示す式(2-2-6)をもとにし、その右辺を変換する。

この時、

1) 全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は、式(2-2-2)に代り、上記の式(2-3-7)で表わされる。

2) 熱ひずみ増分 $\{d\epsilon^T\}$ は式(2-2-1)により、また、新しく加わったクリープひずみ増分 $\{d\epsilon^c\}$ は式(2-3-6)により表わされる。

以上の点に留意し、式(2-2-6)の右辺を変換し整理すると、熱弾性クリープ構成方程式 (熱弾性クリープ構成方程式-Iと呼ぶ) が次のように得られる。

$$\{d\sigma\} = [D_a^e] \{d\epsilon\} - \{C^e\} dT - [D_a^e] \{\dot{\epsilon}^c\} dt \quad (2-3-8)$$

ここで、 $\{C^e\} = [D_a^e] (\{\alpha\} - [D_a^e]^{-1} (d[D^e]/dT) \{\epsilon^e\})$

2.2節に示した熱弾性状態の場合の式(2-2-7) と比べると、右辺に $- [D_a] \{\dot{\varepsilon}^c\} dt$ の項が加わっている。

(ii) 塑性域における構成方程式

塑性域においては、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^T\} + \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^c\} \quad (2-3-9)$$

最初に、塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_p$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を求める。この手順は、熱弾塑性状態において塑性域における負荷条件式、式(2-2-14)をもとに式(2-2-23)を求めたのと同じである。すなわち、降伏曲面及びその大きさ、位置の変化が式(2-2-8)、式(2-2-10)及び式(2-2-11)で表わされ、また、加工硬化係数とそれらの間に式(2-2-18)の関係があるものとするれば、式(2-2-14)は次のように変換される。

$$\begin{aligned} 0 = df &= \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T \{d(\sigma - \theta) + (\partial f / \partial \sigma_0) d\sigma_0 \\ &= f_{\frac{1}{2}} \{n\}^T \{d\sigma\} - f_{\frac{1}{2}} k_{nef} d\varepsilon_p + (\partial f / \partial \sigma_0) \\ &\quad \times (\partial \sigma_0 / \partial \varepsilon_p) d\varepsilon_p + (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \\ &= f_{\frac{1}{2}} \{n\}^T \{d\sigma\} - f_{\frac{1}{2}} H d\varepsilon_p \\ &\quad + (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) dT \end{aligned} \quad (2-3-10)$$

ここで、 $f_{\frac{1}{2}} = |\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}|$

$$= (\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\})^{1/2}$$

$$\{n\} = \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\} / f_{\frac{1}{2}}$$

$$k_{nef} = \{n\}^T \{n_{\theta}\}$$

上式を、更に、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ が式(2-3-9)で、その中のクリープひずみ増分 $\{d\varepsilon^c\}$ が式(2-3-6)で表わされることに注意して、熱弾塑性時と同じ手順で変換していくと、式(2-3-10)は未知量として、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ と塑性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^p\}$ の大きさ $d\varepsilon_p$ だけが残る増分式になる。これを整理すると $\{d\varepsilon\}$ と $d\varepsilon_p$ の関係が次のように求まる。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_p &= [\{n\}^T [D_a] \{d\varepsilon\} - [\{n\}^T [D_a] (\{\alpha\} - [D_a]^{-1} \\ &\quad \times (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\}) - f_{\frac{1}{2}}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) \\ &\quad \times dT + \{n\}^T [D_a] \{\dot{\varepsilon}^c\} dt] / S \end{aligned} \quad (2-3-11)$$

ここで、 $S = \{n\}^T [D_a] \{n\} + H$

2.2節に示した熱弾塑性状態の場合の式(2-2-23)と比べると、分子に $-\{n\}^T [D_a] \{\dot{\varepsilon}^c\} dt$ の項が加わっている。

次に、構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を求める。この手順も熱弾塑性時と同じである。すなわち、応力増分 $\{d\sigma\}$ と弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^e\}$ の間で常に成立する式(2-2-6)をもとにし、その右辺を変換する。ここでも、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ が式(2-3-9)で、クリープひずみ増分 $\{d\varepsilon^c\}$ が式(2-3-6)で表わされることに留意する。

変換の結果、式(2-2-6)の右辺には全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ だけが未知量として残り、式(2-2-6)は応力増分 $\{d\sigma\}$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を示す増分式となる。右辺を整理し、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ に関係する項と、その他の項に分けると、次のような熱弾塑性クリープ構成方程式（熱弾塑性クリープ構成方程式-Iと呼ぶ）が求まる。

$$\{d\sigma\} = [D_a] \{d\varepsilon\} - \{C^p\} dT - [D_a] \{\dot{\varepsilon}^c\} dt \quad (2-3-12)$$

ここで、 $[D_a] = [D_a] - [D_a] \{n\} \{n\}^T [D_a] / S$

$$\{C^p\} = [D_a] (\{\alpha\} - [D_a]^{-1} (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\})$$

$$+ [D_a] \{n\} f_2^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) / S$$

2.2節に示した熱弾塑性状態の場合の式(2-2-24)と比べると、右辺に $-[D_a] \{\dot{\varepsilon}^c\} dt$ の項が加わっている。

以上示した熱弾性クリープ構成方程式-I及び熱弾塑性クリープ構成方程式-Iは、構成方程式のままで利用できる場合もあるが、それらの式を基礎式の1つとして有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論を導くと、より多くの一般的なクリープ問題に適用することができる。この理論式展開の手順は、2.3.3項で示す。

2.3.2 熱弾塑性クリープ構成方程式-II（ひずみ硬化則、べき乗則及び時間硬化則に対する高精度積分増分理論）^{26), [4], [3]}

前項 2.3.1では、クリープひずみ増分を増分前のクリープひずみ速度に時間増分を乗じることにより求めた。この方法は、すべてのクリープ則に対して適用でき一般性はあるが、実際は時間増分間でクリープひずみ速度は変化するので、精度の高い解を得るには、時間増分を十分小さくする必要があり、計算時間は長くなる。一方、クリープひずみ速度の時間増分間の変化を取り入れてクリープひずみ増分を求めることが

できると、高い精度を保持して時間増分を大きくすることができる。ここでは、この手法について述べる。すなわち、クリープひずみ速度の時間変化をできるだけ忠実に取り入れて微小時間増分間で積分し、精度の高いクリープひずみ増分を求める。次に、これを用いた熱弾塑性クリープ構成方程式を導く。まず、1軸応力状態に対して基本的な考え方と手法を述べる。そして、多軸応力場での一般理論式を展開する。

ところで、本研究の第4章でクリープ現象を取り扱う21/4Cr-1Mo鋼の場合、高温におけるクリープひずみ速度は、575℃以下の比較的低温側でひずみ硬化則に、575℃以上の高温側でべき乗則に従うことが確かめられている（このクリープ特性は、クリープ試験と定温及び変温リラクセーション試験結果に基づいて決定されたものであるが、この点に関しては第4章で詳細に述べる）。そこで、ここでは、クリープひずみ速度がこれらのクリープ則に従う場合を対象とする。同様の手法が他のクリープ則に対しても適用できると考えられる。

(1) 1軸応力場におけるクリープひずみ速度とその解析への導入法

x軸方向の1軸応力場において、クリープひずみ速度がひずみ硬化則に従う場合、次式で表わされる（以下、 $\sigma_x > 0$ とする）。

$$\dot{\epsilon}_x = m A^{1/m} \sigma_x^{\gamma/m} \epsilon_x^{1-1/m} \quad (2-3-13)$$

ここで、 m 、 A 、 γ ：温度に依存するクリープ定数

また、べき乗則に従う場合は次式である。

$$\dot{\epsilon}_x = \beta \sigma_x^n \quad (2-3-14)$$

ここで、 β 、 n ：温度に依存するクリープ定数

式(2-3-13)において、 $m = 1$ 、 $A = \beta$ 、 $\gamma = n$ と置けば、結果は式(2-3-14)と一致するので、形式的にはべき乗則はひずみ硬化則の特別な場合であることがわかる。したがって、理論式は、ひずみ硬化則のみを対象として展開する。

ここで示す解析法では、クリープひずみ速度を微小時間積分してその増分を求める時、クリープひずみ速度に影響を及ぼす因子（例えば、式(2-3-13)では、クリープひずみ ϵ_x 、応力 σ_x 及びクリープ定数 m 、 A 、 γ ）のその時間増分間での変化をできるだけ取り入れて、精度の高いクリープひずみ増分を求めることを考えている。ひずみ硬化則に対して高精度を確保するためには、特にクリープひずみ ϵ_x 及び応力 σ_x の変化を取り入れることが重要である。しかし、それらの変化を精度よく取り入れて

式(2-3-13)を積分することは、非常に困難である。ここでは、次のような計算法によって、この問題点を解決する。

まず、ひずみ硬化則を表わす式(2-3-13)が、次の連立方程式から時間 t を消去して得られたものであることに着目する。

$$\varepsilon_c = A \sigma_x^n t^m \quad (2-3-15)$$

$$\dot{\varepsilon}_c = m A \sigma_x^n t^{m-1} \quad (2-3-16)$$

式(2-3-15)は全ひずみ理論を、また、式(2-3-16)は時間硬化則を表わすクリープ理論式である。この2つの式を用いて、次の手順で計算を進める。まず、クリープが進行中のある瞬間のクリープひずみ、応力及び各定数の値から式(2-3-15)により時間を求める。このようにして求められた時間は、材料がひずみ硬化則に従う場合、一般に真の時間 t とは一致せず、ここでは、相当時間と呼び、 t_{eq} と記することにする。

$$t_{eq} = \{ \varepsilon_c / (A \sigma_x^n) \}^{1/m} \quad (2-3-17)$$

この相当時間 t_{eq} とその時の温度に対する各定数の値及び応力を式(2-3-16)に代入しクリープひずみ速度を求める。式(2-3-16)は、本来、時間硬化則を表わす式であるが、時間として真の時間でなく、上記のようにして求められた相当時間を用いると、ひずみ硬化則に従う場合と、すなわち、式(2-3-13)を直接用いた場合と同じクリープひずみ速度を与える。これらの点に関して、付録IIで詳細に説明する。この時間硬化則を表わす式(2-3-16)の場合は、クリープひずみ速度に影響を及ぼす因子の時間変化を十分取り入れて積分することが可能であり、その結果得られるクリープひずみ増分式は、精度が高い。

これに続く(2)項で式(2-3-16)を多軸応力場に拡張し、(3)項でそのような望ましい形のクリープひずみ増分式 $\{ d\varepsilon^c \}$ を具体的に求める。

(2) 多軸応力場におけるクリープひずみ速度

(i) クリープ関数

多軸応力場におけるクリープひずみ速度 $\{ \dot{\varepsilon}^c \}$ の成分比は、2.3.1項で述べたように、塑性ひずみ増分 $\{ d\varepsilon^p \}$ の成分比が塑性ポテンシャルによって定義されるように、クリープひずみ速度に対するポテンシャル(クリープポテンシャル)によって定義されると仮定する(2.3.1項の(1)で示したFig.2-3-1 参照)。ここでは、次のよ

うな関数をクリープポテンシャルとして採用する。すなわち、中心は移動しないで常に応力空間における原点にあり、形状は降伏曲面と相似形で、大きさはその時の応力点を含むように決定される曲面（クリープ曲面）を規定する関数（クリープ関数）とする。このようなクリープ関数は 2.2節における式(2-2-8) 左辺の降伏関数と同じ関数で表わされる。ただし、曲面の中心は移動しないので、 $\theta_{ij} = 0$ となり、また、曲面の大きさは、一般に、降伏曲面の大きさと一致しないので、 σ_{oc} と記し区別すると、2.3.1項での式(2-3-4) 及び(2-3-5) におけるクリープ関数 g は具体的に次のように示される。

$$g = f_c = f_c(\sigma_{ij}, \sigma_{oc}) \quad (2-3-18)$$

以上の仮定の結果、多軸応力場におけるクリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の成分比、すなわち、ベクトルとしての方向が具体的に定義され、 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ は次のように表わされる。

$$\{\dot{\epsilon}^c\} = \dot{\epsilon}_0 \{n_c\} \quad (2-3-19)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_0$: クリープひずみ速度の大きさを示す係数

$\{n_c\}$: 応力点でクリープポテンシャル曲面にたてた外向き法線方向単位ベクトル

$$\{n_c\} = \{\partial f_c / \partial \sigma\} / f_{\dot{\epsilon}_0}$$

$$f_{\dot{\epsilon}_0} = |\{\partial f_c / \partial \sigma\}| = (\{\partial f_c / \partial \sigma\}^T \{\partial f_c / \partial \sigma\})^{1/2}$$

上記の係数 $\dot{\epsilon}_0$ (以後、クリープひずみ速度係数と呼ぶ) は、クリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ の大きさを示すものであるが、これは 1 軸応力状態にあるクリープ試験により決定される。すなわち、クリープ試験によって得られるクリープに関する材料の特性が、このクリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ によって導入される。そこで、次に、クリープ試験よりクリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ を求める方法について述べ、クリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^c\}$ を更に具体的に示す。

(ii) クリープひずみ速度

既に述べたように、本研究の供試材 2 1/4Cr-1Mo 鋼の場合は、575°C 以下の比較的低温側でひずみ硬化則に、575°C 以上の高温側でべき乗則に従う。更に、(1) 項で述べたように、ひずみ硬化則及びべき乗則は、相当時間を用いることにより時間硬化則で取り扱うことができる。したがって、解析理論を展開する上で、クリープひずみ速

度は時間硬化則に従うとして取り扱う。そして、クリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ を 1 軸応力場におけるクリープひずみ速度式と多軸応力場でのクリープひずみ速度式を比較し、クリープ試験結果より決定する。この具体的な手順を示す。

クリープ試験時のように 1 軸応力場でクリープひずみ速度が時間硬化則に従う場合は、式(2-3-16)で表わされる。1 軸応力状態では、軸方向応力 (σ_x) がただ 1 つの応力成分であるが、式(2-3-16)を多軸応力場に拡張するため、これを下記のような応力空間の原点 (クリープ曲面の中心でもある) からの相当応力 $\bar{\sigma}$ に置き換える (1 軸応力状態では相当応力 $\bar{\sigma}$ は軸方向応力 σ_x に一致する)。すなわち、

$$\bar{\sigma}^2 = \{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2)\} / 2 \quad (2-3-20)$$

そこで、式(2-3-16)は改めて、

$$\dot{\epsilon}_x = m A \bar{\sigma}^\gamma t^{m-1} \quad (2-3-21)$$

一方、1 軸応力状態の場合の軸方向 (x 方向) クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_x$ を多軸応力場に対する式(2-3-19)で表わすと、

$$\dot{\epsilon}_x = \dot{\epsilon}_0 n_{cx} \quad (2-3-22)$$

ここで、 $n_{cx} : \{n_c\}$ の x 成分

式(2-3-21)と(2-3-22)は共に x 方向クリープひずみ速度を表わす式であるので、それらの右辺を等置すると、クリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ が次のように表わされる。

$$\dot{\epsilon}_0 = m A \bar{\sigma}^\gamma t^{m-1} / n_{cx} \quad (2-3-23)$$

上式とクリープ試験によりクリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ の値 (クリープひずみ速度の大きさ) を得ることができる。すなわち、上式に含まれるクリープ定数 m 、 A 及び γ は、通常の 1 軸応力状態で行われるクリープ試験により決定することができ (4.2.4 項参照)、また、 n_{cx} はクリープ試験時の $\{n_c\}$ の x 成分であり、通常、一定値 (n_{cxc} と記す) となる。。これに関しては、付録 III に示す。

以上のようにして決定されるクリープひずみ速度係数 $\dot{\epsilon}_0$ 、式(2-3-23)を式(2-3-19)に代入すれば、多軸応力場におけるクリープひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^0\}$ が大きさを含め具体的に求められる。すなわち、

$$\{\dot{\epsilon}^0\} = m A \bar{\sigma}^\gamma t^{m-1} n_{cxc}^{-1} \{n_c\} \quad (2-3-24)$$

ここで、 n_{cxc} : クリープ試験時の $\{n_c\}$ の x 成分 (一定値、付録 III 参照)

(iii) 相当時間

ところで、前述のように、ひずみ硬化則の表示式の代りに時間硬化則の表示式を用い、ひずみ硬化則に従う場合と同じクリープひずみ速度を得るため、ここでは、時間として相当時間 t_{eq} を用いる。クリープ試験のように 1 軸応力場にあり、クリープひずみが単調に増加する場合は、相当時間 t_{eq} は式(2-3-17)で表わすことができる。解析対象が多軸応力場にあり、クリープひずみの変化も単調ではない場合に、この式(2-3-17)を適用することを考える。そのために、式(2-3-17)に含まれる x 方向応力 σ_x 及びクリープひずみ ε_x^c を一般化する。このうち応力 σ_x は、前項(ii)と同様、原点からの相当応力 $\bar{\sigma}$ に置き換えられる。一方、クリープひずみ ε_x^c は、クリープ試験時には ε_x^c に一致する下記のような相当クリープひずみ $\bar{\varepsilon}^c$ に置き換える。

$$\bar{\varepsilon}^c = \int d \bar{\varepsilon}^c \quad (2-3-25)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} (d \bar{\varepsilon}^c)^2 = & (2/9) \{ (d \varepsilon_x^c - d \varepsilon_y^c)^2 + (d \varepsilon_y^c - d \varepsilon_z^c)^2 \\ & + (d \varepsilon_z^c - d \varepsilon_x^c)^2 + (d \gamma_{xy}^c)^2 + (d \gamma_{yz}^c)^2 + (d \gamma_{zx}^c)^2 \} / 3 \end{aligned}$$

以上の置き換えにより、多軸応力場にあり、クリープひずみの変化も単調ではない一般的な場合に対し、相当時間 t_{eq} は次のように表わされる。

$$t_{eq} = \{ \bar{\varepsilon}^c / (A \bar{\sigma}^n) \}^{1/n} \quad (2-3-26)$$

なお、クリープ試験時には、前記のように、 $\bar{\sigma} = \sigma_x$, $\bar{\varepsilon}^c = \varepsilon_x^c$ となり、式(2-3-26)は式(2-3-17)に一致する。

(3) クリープひずみ増分

ここでは、クリープひずみ速度が時間硬化則に従う場合を対象に、クリープひずみ速度 $\{\dot{\varepsilon}^c\}$ が微小時間 dt の間で示す大きさと方向の変化をできるだけ取り入れて $\{\dot{\varepsilon}^c\}$ を積分し、精度の高いクリープひずみ増分式(クリープひずみ増分を示す増分式)を求める。これを用いることにより、精度の高い解が得られると共に、時間増分を大きくすることができるため、計算時間は大幅に短縮される。

まず、最初に、クリープひずみ速度の方向を規定するクリープ曲面を更に具体的に設定する(大きさは時間硬化則に従うと仮定している)。前項(2)の(i)で、本研究で採用するクリープ曲面を次のように仮定した。すなわち、中心は移動しないで常に応力空間における原点にあり、形状は降伏曲面と相似形で、大きさはその時の応力点を含むように決定される曲面とし、式(2-3-18)のクリープ関数により規定されたと考

えた。したがって、降伏曲面の形状を具体的に仮定すれば、クリープ曲面を完全に決定することができる。そこで、ここでは、降伏曲面の形状が、Mises の条件を示す曲面と相似形であると仮定する。この結果、上記の式(2-3-18)は具体化され、クリープ曲面は次式で表わされる。

$$0 = f_c (\sigma_{ij}, \sigma_{oc}) = \bar{\sigma}^2 - \sigma_{oc}^2 \quad (2-3-27)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$: 式(2-3-20)で表わされる、応力空間原点からの相当応力

σ_{oc} : 応力点を曲面上に含むように決定されるクリープ曲面の大きさ

ところで、時間硬化則に従う場合、多軸応力場におけるクリープひずみ速度 $\{\dot{\varepsilon}^c\}$ は式(2-3-24)で示される。クリープ曲面が式(2-3-27)で表わされる場合、式(2-3-24)の右辺の n_{cxc} の値は具体的に決まり (付録III 参照)、式(2-3-24)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\varepsilon}^c\} &= \sqrt{3/2} m A \bar{\sigma}^\gamma t^{m-1} \{n_c\} \\ &= \sqrt{3/2} a \bar{\sigma}^\gamma t^d \{n_c\} \end{aligned} \quad (2-3-28)$$

ここで、 $a = mA$ 、 $d = m - 1$

そこで、微小時間 dt ($t_{eq} \leq t \leq t_{eq} + dt$) の間で、温度依存性の大きいクリープ定数 a (4.2.4項でのFig.4-2-3 及び4-2-6 参照)、相当応力 $\bar{\sigma}$ 及び法線方向単位ベクトル $\{n_c\}$ (応力点でクリープ曲面にたてた外向き法線方向単位ベクトル) は線形変化し、温度依存性の小さいクリープ定数 γ 及び d (同じくFig.4-2-3 及び4-2-6 参照) は一定であると仮定して、上式を展開し、積分する。クリープ曲面が式(2-3-27)で表わされる場合、次のようなクリープひずみ増分式が求められる。ただし、下記の増分式を導くまでには高次の微小項を無視するなど、多少の近似が入っている。この詳細な式の展開は付録IVに示す。

$$\{d\varepsilon^c\} = \{d\widehat{\varepsilon}^c\} + [C_c] \{d\sigma\} \quad (2-3-29)$$

ここで、 $\{d\widehat{\varepsilon}^c\} = \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^\gamma (K_1 a + K_2 da) \{n_c\}$

$$\begin{aligned} [C_c] &= (3/2) \bar{\sigma}^{\gamma-1} (K_2 a + K_3 da) \{(\gamma-1)\{n_c\}\{n_c\}^T \\ &\quad + [C_{cc}]\} \end{aligned}$$

$$K_1 = \{ (t_{eq} + dt)^{d+1} - t_{eq}^{d+1} \} / (d+1)$$

$$K_2 = (t_{eq} + dt)^{d+1} / (d+1) - \{ (t_{eq} + dt)^{d+2} - t_{eq}^{d+2} \} / \{ (d+1)(d+2)dt \}$$

$$K_3 = (t_{eq} + dt)^{d+1} / (d+1) - 2(t_{eq} + dt)^{d+2} / \{ (d+1) \times (d+2)dt \} + 2 \{ (t_{eq} + dt)^{d+3} - t_{eq}^{d+3} \} / \{ (d+1) \times (d+2)(d+3)dt^2 \}$$

$$[C_{ccc}] = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & -1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

da : 時間増分 dt の間の温度変化 dT に伴う a の増分量

(4) 熱弾塑性クリープ構成方程式 (応力・全ひずみの増分関係) - II

(i) 弾性域における構成方程式

材料の応力・弾性ひずみの増分関係は、弾性マトリックスの温度依存性を考慮して、常に、式(2-2-6)で表わされる。ここでも、これを応力・全ひずみの増分関係に変換する。一方、クリープひずみは、2.3.1項の(3)で仮定したように、熱ひずみ、弾性ひずみ及び塑性ひずみとは無関係な独立したひずみであると考え、クリープひずみが生じる場合の全ひずみ増分は、材料が弾性状態にある時は次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^c\} + \{d\varepsilon^T\} \quad (2-3-30)$$

上式の熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ は式(2-2-1)で、また、クリープひずみ増分 $\{d\varepsilon^c\}$ は式(2-3-29)で表わされる。式(2-3-30)の右辺の $\{d\varepsilon^T\}$ 及び $\{d\varepsilon^c\}$ にそれぞれの式を代入し、 $\{d\varepsilon^e\}$ について解くと、 $\{d\varepsilon^e\}$ は

$\{d\varepsilon\}$ の関数となる。これを応力・弾性ひずみの増分関係式、式(2-2-6) に代入すると、応力増分 $\{d\sigma\}$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を示す増分式が得られる。すなわち、次のような構成方程式（熱弾性クリープ構成方程式-II と呼ぶ）が求められる。

$$\{d\sigma\} = [\widehat{D}_a^e]\{d\varepsilon\} - \{\widehat{C}^e\} dT - [\widehat{D}_a^e]\{d\varepsilon^c\} \quad (2-3-31)$$

ここで、 $[\widehat{D}_a^e] = ([D_a^e]^{-1} + [C_c])^{-1}$

$$\{\widehat{C}^e\} = [\widehat{D}_a^e] (\{\alpha\} - [D_a^e]^{-1} (d[D^e]/dT)\{\varepsilon^e\})$$

上式を 2.2 節の熱弾塑性解析理論における弾性域での構成方程式、式(2-2-7) と比較すると、 $[D_a^e]$ が $[\widehat{D}_a^e]$ になり ($[D_a^e]^{-1}$ 及び $d[D^e]/dT$ は変化していない)、新たに $-\{d\varepsilon^c\}$ の項が加わっている。なお、 $\{C^e\}$ の変化はそれを構成している $[D_a^e]$ の変化によるものである。

(ii) 塑性域における構成方程式

まず、塑性ひずみ増分の大きさ $d\varepsilon_p$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の関係を求める。この手順は、前項(i) の弾性域の場合で構成方程式を求めた手順と基本的に同じである。すなわち、式(2-2-6) をもとに変換していく。まず、塑性域においては、全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^c\} + \{d\varepsilon^T\} \quad (2-3-32)$$

上式の熱ひずみ増分は式(2-2-1) で、クリープひずみ増分は式(2-3-29)で、また、塑性ひずみ増分は式(2-2-13)で表わされる。式(2-3-32)の右辺の $\{d\varepsilon^T\}$ 、 $\{d\varepsilon^c\}$ 及び $\{d\varepsilon^p\}$ にそれぞれの式を代入し、 $\{d\varepsilon^e\}$ について解くと、 $\{d\varepsilon^e\}$ は $\{d\varepsilon\}$ と $d\varepsilon_p$ の関数となる。これを式(2-2-6) に代入する。更に、塑性時の負荷条件式、式(2-2-22)*を用いて応力増分 $\{d\sigma\}$ を消去する。

以上の結果、未知量としては塑性ひずみ増分の大きさ $d\varepsilon_p$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ だけが残る増分式が得られ、2つの増分の関係が次のように求められる。

*) 2.3.1 項の (3) で仮定したように、ここではクリープひずみは降伏条件に何ら影響を及ぼさないものと考えているので、式(2-2-8) で示される降伏曲面の大きさ及び移動増分は、2.2 節同様、式(2-2-10)及び(2-2-11)で表わされる。したがって、式(2-2-22)はそのまま成立する。

$$\begin{aligned}
d\varepsilon_p^e = & [\{n\}^T [\widehat{D}_a^e] \{d\varepsilon\} - \{\{n\}^T [\widehat{D}_a^e] (\{\alpha\} - [D_a^e]^{-1} \\
& \times (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\}) - f_{\hat{e}}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) \\
& \times (\partial \sigma_0 / \partial T)\} dT - \{n\}^T [\widehat{D}_a^e] \{d\varepsilon^c\}] / \widehat{S}
\end{aligned}
\tag{2-3-33}^{**}$$

ここで、 $\widehat{S} = \{n\}^T [\widehat{D}_a^e] \{n\} + H$

上式を熱弾塑性時の式(2-2-23)と比較すると、 $[D_a^e]$ が $[\widehat{D}_a^e]$ になり、新たに $-\{n\}^T [\widehat{D}_a^e] \{d\varepsilon^c\}$ の項が加わっている。なお、 S の変化はそれを構成している $[D_a^e]$ の変化によるものである。

そこで、次に、構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を求める。この場合も、式(2-2-6)をもとに、式(2-3-32)の関係などを用いて変換する。この時、塑性ひずみ増分の大きさ $d\varepsilon_p$ を上記の式(2-3-33)により全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ などに置き換える。結果として、未知量として応力増分 $\{d\sigma\}$ と全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ だけが残る増分式に導かれる。これを整理すると、次のような構成方程式（熱弾塑性クリープ構成方程式-II と呼ぶ）が得られる。

$$\{d\sigma\} = [\widehat{D}_a^p] \{d\varepsilon\} - \{\widehat{C}^p\} dT - [\widehat{D}_a^p] \{d\varepsilon^c\} \tag{2-3-34}^{**}$$

ここで、 $[\widehat{D}_a^p] = [\widehat{D}_a^e] - [\widehat{D}_a^e] \{n\} \{n\}^T [\widehat{D}_a^e] / \widehat{S}$

$$\begin{aligned}
\{\widehat{C}^p\} = & [\widehat{D}_a^e] (\{\alpha\} - [D_a^e]^{-1} (d[D^e] / dT) \{\varepsilon^e\}) \\
& + [\widehat{D}_a^e] \{n\} f_{\hat{e}}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0) (\partial \sigma_0 / \partial T) / \widehat{S}
\end{aligned}$$

上式を熱弾塑性時の式(2-2-24)と比較すると、 $[D_a^e]$ が $[\widehat{D}_a^e]$ になり、新たに $-\{n\}^T [\widehat{D}_a^e] \{d\varepsilon^c\}$ の項が加わっている。なお、 S 、 $[D_a^e]$ 及び $\{C^p\}$ の変化は、それらを構成している $[D_a^e]$ の変化によるものである。

上記の構成方程式を基礎式の1つとして、この後、2.3.3項で、有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論を導く。

**) 前項(3)で、降伏曲面の形状はMisesの条件を示す曲面と相似形であると仮定しているので、これらの式に含まれる $f_{\hat{e}}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0)$ は $-\sqrt{2/3}$ になるが、それぞれ熱弾塑性の場合の式(2-2-23)又は(2-2-24)と比較するため、あえて $f_{\hat{e}}^{-1} (\partial f / \partial \sigma_0)$ のまま残した。

2.3.3 有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析の基礎式（剛性方程式）

ここでは、2.3.1項及び2.3.2項で求めた熱弾塑性クリープ構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）を用いて、有限要素法により熱弾塑性クリープ解析を行う場合の要素の剛性方程式（有限要素の節点力・節点変位の増分関係）を求める。そのための基礎式及びそれを用いた理論式の展開は、2.2.2項で示した熱弾塑性状態の場合と基本的に同じである。

（1）構成方程式（応力・全ひずみの増分関係）

クリープ現象を含む場合の構成方程式は、2.3.1項の熱弾塑性クリープ構成方程式-Iでの式(2-3-8)及び(2-3-12)、又は、2.3.2項の熱弾塑性クリープ構成方程式-IIでの式(2-3-31)及び(2-3-34)で表わされる。これらは、熱弾塑性状態に対する式(2-2-28)と類似の下式で一般的に表わすことができる。

$$\{d\sigma\} = [D_d]\{d\varepsilon\} - \{C_I\}dT - \{C_{II}\} \quad (2-3-35)$$

ここで、[熱弾性クリープ構成方程式-Iの場合（式(2-3-8)参照）]

$$[D_d] = [D_a^e], \quad \{C_I\} = \{C^e\}, \quad \{C_{II}\} = [D_a^e]\{\dot{\varepsilon}^e\}dt$$

[熱弾塑性クリープ構成方程式-Iの場合（式(2-3-12)参照）]

$$[D_d] = [D_a^p], \quad \{C_I\} = \{C^p\}, \quad \{C_{II}\} = [D_a^p]\{\dot{\varepsilon}^e\}dt$$

[熱弾性クリープ構成方程式-IIの場合（式(2-3-31)参照）]

$$[D_d] = [\widehat{D}_a^e], \quad \{C_I\} = \{\widehat{C}^e\}, \quad \{C_{II}\} = [\widehat{D}_a^e]\{d\varepsilon^e\}$$

[熱弾塑性クリープ構成方程式-IIの場合（式(2-3-34)参照）]

$$[D_d] = [\widehat{D}_a^p], \quad \{C_I\} = \{\widehat{C}^p\}, \quad \{C_{II}\} = [\widehat{D}_a^p]\{d\varepsilon^e\}$$

（2）剛性方程式（節点力・節点変位の増分関係）

構成方程式が式(2-3-35)で表わされる場合は、右辺の第2項及び第3項が等価節点力増分を作る。このような場合も、要素の剛性方程式は2.2.2項と同じ手順で求められ、形式的に熱弾塑性状態に対する式(2-2-36)と同じ下式で表わされる。ただし、それを構成する具体的な要素の剛性マトリックス及び等価節点力増分は異なる。

$$\{dF\} = [K]\{dw\} - \{dL\} \quad (2-3-36)$$

ここで、 $[K] = \int [B]^T [D_d] [B] d(vol)$: 要素の剛性マトリックス

$$\{dL\} = \int [B]^T (\{C_I\}dT + \{C_{II}\}) d(vol) : \text{要素の等価節点力増分}$$

(3) 解析手順

2.2節で示した熱弾塑性解析では、それに先立って行う温度解析によって得られる解析対象の温度分布の変化にもとづいて計算を進める。すなわち、各時点の温度 T 及び次の温度増分 dT が与えられると、材料定数及びその増分間の変化量が求まり、更に、増分前の既知量である応力状態などから、各要素の剛性マトリックス及び等価節点力増分を計算する。

一方、本節 2.3で示した熱弾塑性クリープ解析では、時間に依存するクリープひずみを含むため、まず、時間変化が与えられる。それに伴う温度変化を温度解析により求める。この時間及び温度変化に伴う要素の等価節点力増分及び剛性マトリックスを、時間 t における既知量である温度 T 、材料定数、応力状態、更に、時間増分 dt 、温度増分 dT 及びそれに伴う材料定数の変化量などから、式(2-3-36)により求める。この後の手順は、熱弾塑性解析の場合と全く同じである。すなわち、解析対象全体の剛性方程式及び等価節点力増分を求める。これは、2.2節での式(2-2-37)で表わされる。これに境界条件を導入し、未知節点変位増分について解く。得られた節点変位増分を式(2-2-27)、更に、式(2-3-35)に代入すると各要素の全ひずみ増分及び応力増分が順次求められる。

2.4 結 言

本章では、まず、第2節で、多層溶接過渡及び残留応力を理論解析により精度よく求めるために、等方硬化と移動硬化を結合した複合硬化則を温度変化のある場合に拡張し、材料定数の温度依存性と塑性履歴依存性を精度よく取り扱うことのできる複合硬化熱弾塑性解析理論を展開した。次に、応力除去焼なまし処理時の力学的挙動を解析するため、第3節第1項で、多軸応力場におけるクリープ構成式を一般的な形で表わし、上記の理論に組合せ、より一般的な形で加工硬化則とクリープ則を導入した複合硬化熱弾塑性クリープ構成方程式を示した。更に、第3節第2項で、時間硬化則に対して、精度の高いクリープひずみ増分式を求め、それを用いた精度の高い複合硬化熱弾塑性クリープ構成方程式を示した。この理論式において、時間として本項の(2)の(iii)で示した相当時間を用いると、ひずみ硬化則及びべき乗則に対しても適用できる。この結果、多くの複雑な加工硬化則及びクリープ則の導入が可能となり、また、精度の高い解析が可能となった。そこで、第3節第3項では、これらの構成方程式を基礎式の1つとして、有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論(剛性方程式)を導いた。これらの構成方程式あるいは有限要素法に基づく解析理論を適用することにより、溶接及び応力除去焼なまし処理をはじめ、構造物の高温時の力学的挙動をより精度よく理論解析することができる。

第3章 厚板多層突合せ溶接過渡及び 残留応力の理論解析法と残留 応力の分布特性及び生成機構

3.1 緒言

本章では、第2章第2節で示した熱弾塑性解析理論をもとに有限要素法を適用し、いくつかの厚板溶接継手の多層突合せ溶接による過渡及び残留応力を理論解析する。

そのために、まず、第2節で、熱弾塑性解析理論を溶接の問題に適用する際の解析方法について検討する。すなわち、溶接における温度履歴と冶金学的及び力学的現象の特徴について述べ、理論解析を進める上で考慮すべき諸点を指摘し、それらを取り入れた効率のよい解析方法を具体的に示す。

ところで、極厚板の多層突合せ溶接を対象とする場合、上記の効率のよい解析方法を適用しても、溶接パス数が非常に多いため、解析に要する計算時間は膨大になる。そこで、第3節では、まず、厚板多層突合せ溶接（S M50材）による残留応力をできるだけ高い精度で理論解析し、残留応力の生成機構と分布特性を詳細に検討する。次に、その結果に基づき、元の解析法に比べ、非常に短い計算時間で精度の高い解が得られる簡略化された解析方法（簡易解析モデル）を示す。

第4節では、上記の解析方法を適用し、極厚板圧力容器（21/4Cr-1Mo 鋼）の胴体と鏡板の円周多層突合せ溶接による残留応力を理論解析し、実験結果と比較する。得られた結果をもとに、残留応力の生成機構を解明すると共に、過渡応力より中間焼鈍の必要性について、残留応力分布より低温割れの可能性についてそれぞれ検討を加える。

第5節では、上記の圧力容器等に接続される配管（SUS304鋼管）を対象とし、配管間の円周多層突合せ溶接による残留応力を理論解析と実験により求める。この時、溶接部内表面での応力腐食割れを防止する対策の1つとして、内表面に圧縮の残留応力を生じさせるように水冷溶接法を適用する。これに対する理論解析を広範に行い、溶接入熱量及び鋼管寸法の変化に対して、この溶接法の有効性を残留応力の生成機構から検討する。

第6節では、本章で明らかになった各種厚板多層突合せ溶接による残留応力の分布

特性とその影響因子を総括する。

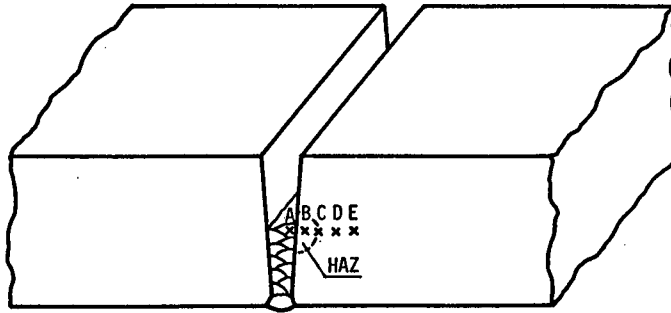
3.2 多層突合せ溶接残留応力の理論解析法

2.2 節で示した熱弾塑性解析理論は増分形の理論であり、解析対象の熱履歴の全過程を細く区分し、各区分での温度変化に対する力学的諸量（変位、ひずみ、応力）の変化量（増分量）を計算するものである。したがって、各時点での応力、ひずみなどは、それまでの各区分での増分量の総和として求められる。この方法を厚板の多層溶接の問題に適用することを考える。この時、継手部全体を対象とし溶接を移動熱源としてそのまま3次元熱弾塑性解析することは、現在の計算機の性能では経済的に不可能に近く、合理的でもない。そこで、本節では、力学的立場から溶接時の現象を細かく検討し、厚板の多層溶接に対し、あまり精度を低下させないと考えられる簡略化した解析法を検討する。

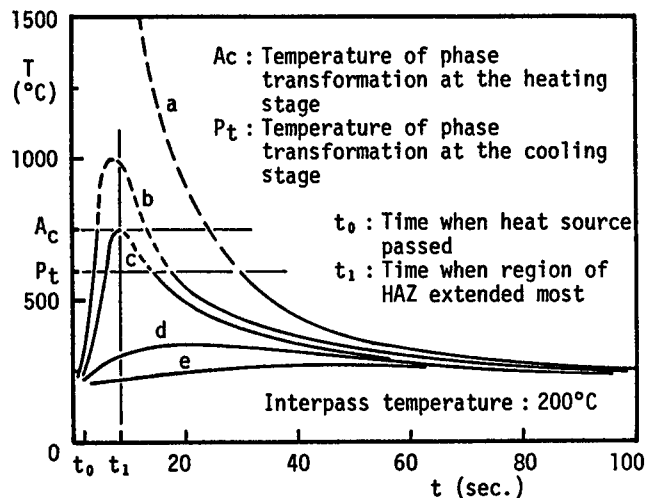
3.2.1 多層溶接における力学的現象とその理論解析法^{[5]~[8]}

本項では、まず、溶接における温度履歴と冶金学的及び力学的現象の特徴について述べ、理論解析を進める上で考慮すべき諸点を指摘し、それらを取り入れた効率のよい解析方法を示す。

いま、Fig.3-2-1(a)に示すような2枚の厚鋼板の多層突合せ溶接により生じる熱応力を理論解析の対象とする。溶接が行われると溶接金属はもとより、その近傍は熱源の通過と共に瞬間的に溶融点に近いかなりの高温まで急熱される。この溶接金属及びその近傍に蓄えられた熱は伝導により母材へ拡がり、同時に、伝達により部材表面より放散される。このような熱サイクルを定性的に示したのがFig.3-2-1(b)である。図における曲線a, b, c, d及びeは、それぞれ、溶接金属部（例えば、Fig.3-2-1(a)での点A）、熱影響部（同じく点B）、熱影響部最外部（同じく点C）、ボンドより溶接金属巾の2倍程度離れた点（同じく点D）及び更に離れた点（同じく点E）での温度履歴を定性的に表わしている。溶接金属部及び熱影響部での初期の温度変化は急激であるが、少し離れた母材の各点では、それらの領域に比べ緩やかな速度で温度は上昇し、やがて冷却過程へ移る。



(a) Butt welded joint



(b) Schematic illustration of thermal cycle of the welded joint

Fig. 3-2-1 Butt welded joint and the schematic illustration of thermal cycle due to welding

このような溶接時の温度変化に伴う材料の冶金学的変化の概略を、3.4節で取り扱う 2 1/4Cr-1Mo 鋼を例にして述べると次のようになる。

- 1) 溶接熱によって母材で溶融した部分は、溶着金属と共に溶接金属を形成する。
- 2) 母材で溶融はしないがオーステナイト変態点 (A_c 点、750 °C 程度) 以上の高温に達した部分は熱影響部 (HAZ) と呼ばれる。
- 3) 溶接金属部及び熱影響部となった領域は冷却過程で相変態を起しベイナイトとマルテンサイトを生じる (P_t 点、500 °C ~ 600 °C)。それまでは多少負荷に耐えるがその降伏応力は小さく、また、この変態時には更に顕著に小さくなる。そして、変態後は母材に比べはるかに高い降伏応力を示す。

4) 母材で最高温度がオーステナイト変態点を越えなかった部分は、冷却過程で元と同じ性質を示す。

2.2 節で示した熱弾塑性解析理論を適用し、以上のような熱サイクルに伴う諸現象を忠実に考慮して解析を進めることは理論的には可能である。しかしながら、厚板の多層溶接を移動熱源としてそのまま詳細に3次元熱弾塑性解析することは、現在の計算機の性能（演算速度、記憶容量）では経済的に不可能に近く、また、必ずしも合理的ではない。そこで、力学的立場から溶接時の現象をもう少し細かく検討し、厚板の多層溶接に対し、あまり精度を低下させないと考えられる次のような簡略化した解析法を採用する。

(1) 継手の単位溶接長モデルの採用

まず、厚板の多層溶接を移動熱源として3次元解析することは困難であるので、Fig.3-2-2 に示すように、継手の単位溶接長を取り出し、これを直接の解析対象とする。この単位溶接長モデルを用いて継手部表面及び内部での応力分布を求める。この時、モデルの溶接線に垂直な断面の拘束条件として次の2つを考える。1つはこの断面の面外変形を自由とし断面内の応力だけを取り扱う平面応力状態（以後、拘束条件1と呼ぶ）とした場合、もう1つは、断面を常に平面状態に維持し、その結果、溶接線方向の応力も生じる平面変形状態（以後、拘束条件2と呼ぶ）とした場合である。ここで述べた平面変形状態とは、溶接線に垂直な各断面が平面状態を維持したまま溶接線方向に移動したり、縦曲りあるいは横曲りのような回転変形を生じることができるとした状態である。仮に、Fig.3-2-2 に示したモデルの溶接長が十分長く、各パスの溶接が溶接線上で同時に（言い換えると、無限大の溶接速度で）行われたとすると、溶接線端部付近を除き、ほぼこの平面変形としての挙動を示すと考えられる。実際の溶接はある有限な速度で連続的に行われ、力学現象も溶接線方向に連続的に変化するので、各断面が平面状態を維持したまま全く同じ挙動を示すと仮定することは、溶接金属の溶接線方向の収縮などに対して実際より厳しい自拘束を与えることになる。したがって、平面変形状態で解析すると溶接線方向残留応力は一般に高めとなり、それに垂直な断面内の応力もその影響を多少うけることになると考えられる。

実際に継手に生じる溶接残留応力は、その溶接線方向の長さが非常に短いと拘束条件1のもとに生じる残留応力に近く、溶接長が十分長くしかも溶接速度が速くなると

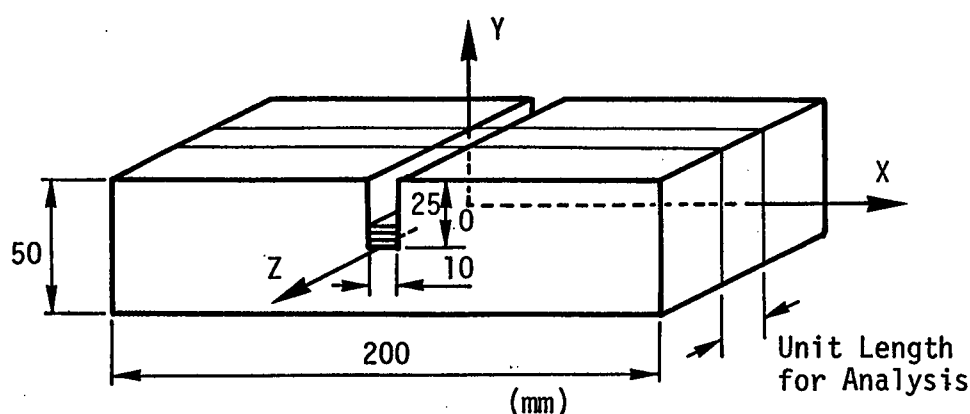


Fig. 3-2-2 Specimen for analysis

上記のように拘束条件2のもとに生じる残留応力に近づく。一般には、その間の分布状態にあると考えられる。この面外変形に対する拘束条件が解析結果（残留応力）に及ぼす影響については、次項 3.2.2で解析結果をもとに検討することとし、ここでは、次に、このような単位溶接長モデルに対する解析手順について述べる。

（2）各熱サイクルでの取り扱いの理想化

まず、Fig.3-2-1(b)に示した熱サイクルを2つの時期に分ける。すなわち、熱影響部が最も広がった時間を t_1 （既に述べたように、曲線cは熱影響部最外部の温度履歴を表わしている）とし、熱源通過の時間 t_0 から t_1 までを温度上昇期、それ以降を冷却期とする。また、時間 t_1 での温度分布を最高温度分布と呼ぶ。そして、このように定義された温度上昇期の解析の簡略化を考える。

まず、図の曲線a（溶接金属）及びbとc（熱影響部）において破線で示された部分は、降伏応力が十分小さいとして取り扱ってよい時期を表わしている。また、その前後の相変態における収縮または膨張は解析上考慮に入れなくてよいと考えられる（この点に関しては、3.4.3項の(2)で詳しく述べる）。そこで、これらの点に着目し、更に、熱影響部では、実際は図に示したように温度上昇期においては相変態を起すまでは剛性を有するが、解析では瞬間的に高温域に達すると考え、温度上昇期は剛性を持たないとして取り扱う（母材で溶融する部分も同様に考える）と、現象が単純になり、解析に要する計算時間が大幅に短縮される。すなわち、次のような解析手順

を取ることができる。温度上昇期においては、溶接金属部及び熱影響部は剛性を持たず、他の領域では最高温度分布まで線形に温度が上昇すると仮定する。そして、剛性を有する領域の温度増分が適当な大きさ（例えば、最も大きい温度変化が生じる位置で25℃程度）になるように温度差を分割（対象とする領域での最高到達温度はオーステナイト変態点以下であるので、この分割数はあまり多くならない）し、その温度増分に従って、材料の力学的性質の変化を取り入れながら熱応力解析を進めていく。時間 t_1 以降の各点の温度は上昇期に比べ緩やかな速度で変化していく。この冷却期は温度解析により算出される温度分布を適当な時間間隔（温度増分量が適当な大きさになる間隔）で用い、熱応力解析を進めていく。この冷却過程の中で、溶接金属及び熱影響部は順次剛性を回復していく。

1パス溶接においては、以上の手法で解析を行い過渡及び残留応力を知ることができる。ところが、多層溶接を取り扱うには、更にもう1つ、検討すべき問題がある。それは2パス目以降は、既に熱応力を生じている母材及び前パスまでの溶接金属の上に溶接することによる。この溶接によって既溶接部でオーステナイト変態点以上の高温に達する領域では、それまでそこに生じていた応力が一旦解放される。この応力の解放は、先ほどの温度上昇期に含まれるもので、その間の温度変化を十分細かい温度増分に従って解析すれば自動的に取り入れることができる。しかし、そのためには多大の計算時間を要する。そこで、ここでは、そのように実際の現象をそのまま取り扱った場合と比べ精度をほとんど低下させないと考えられる次のような方法で、この現象を解析に取り入れることにする。

まず、新しいパスの溶接により既溶接部でオーステナイト変態点以上の高温になる領域は、先に熱影響部の温度上昇期の取り扱い方で述べたように、瞬間的にそのような高温域に達する（すなわち、剛性を失う）と考える。したがって、温度上昇期の計算に入る前に、そこに生じていた応力を解放させる。有限要素法においては、次のようになる。すなわち、応力を解放させる領域内の各要素の有していた応力を等価節点力に変え（第2章で示した式(2-2-34)を用いればよい）、その和をとり、その領域の剛性を零にした状態で、その周囲の領域との境界に作用させる（その周囲との境界以外にある節点では、等価節点力の和が零となるので、必然的に境界にだけ力を作用させることになる）。この時、節点力を一度に作用させず適当な大きさに分割(1/5～1/10程度)し、少しずつ作用させ弾塑性解析を行う。この応力解放の計算

の後、温度変化に基づく上昇期及び冷却期の計算に移る。これは前述した1パス溶接の場合と全く同じである。多層溶接を対象とする場合、このような解析法をパス数に応じて繰り返すことになる。

3.2.2 溶接線に垂直な断面の拘束条件と残留応力分布^[8]

ここでは、前項で述べた解析法を適用し、理論解析における試験体の溶接線に垂直な断面の拘束条件が解析結果（溶接残留応力）に及ぼす影響について検討する。

ここで解析対象として、既に示したFig.3-2-2のような形状及び寸法のモデルを用いる。モデルの板厚は50mmであり、その半深さ25mmの開先に対し10パス10層の多層溶接を行い、モデルに生じる過渡及び残留応力を求める。材料はSM50とし、理論解析に用いる物理定数²⁷⁾及び力学的性質²⁸⁾をFig.3-2-3及び3-2-4に示す。材料の降伏曲面の形状はMisesの条件で表わされるものとし、また、加工硬化に関しては等方硬化を仮定している（付録I参照）。溶接条件は1パス当りの入熱量を30,000J/cmとし、予熱及びパス間温度は室温（15℃）とする。また、モデルには周囲から何ら外的拘束を加えない。溶接線に垂直な断面の拘束状態として、前項で述べた2つの極端な拘束状態（拘束条件1：平面応力状態、拘束条件2：平面変形状態）を設定し、それぞれに対し熱弾塑性解析を行い残留応力を求める。この解析結果をもとに拘束条件の影響を検討する。温度解析及び熱応力解析には、Fig.3-2-5に示す要素分割を用いる。この分割では、1パス当りの溶着金属の断面積を入熱条件により決まる大きさ程度にしている。温度解析は、2.1節で述べたように三角形差分法¹⁶⁾により行うが、上記の各パスの溶着金属に相当する要素に平均的に瞬間入熱する。入熱後の熱伝導及び伝達によるモデルの温度変化を解析し、その結果を用いて熱応力解析を行う。

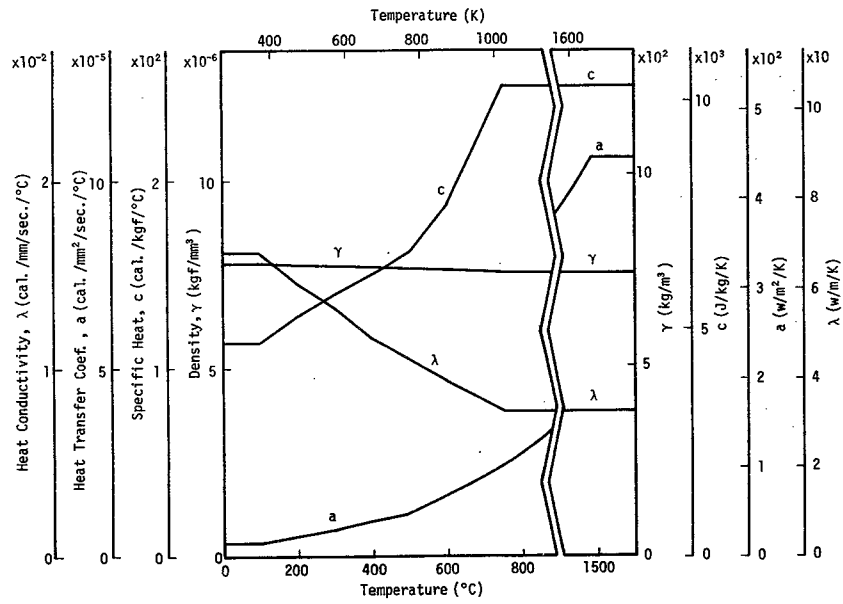


Fig. 3-2-3 Physical properties used in heat conduction analysis

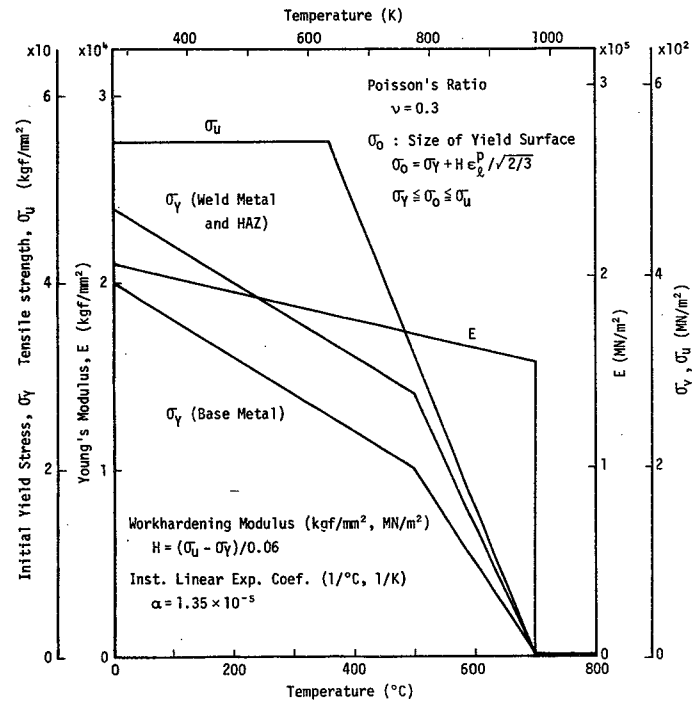


Fig. 3-2-4 Mechanical properties used in thermal stress analysis

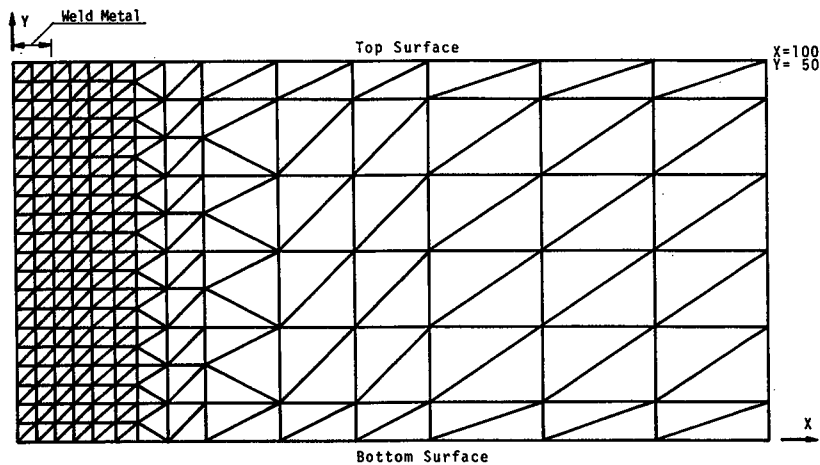
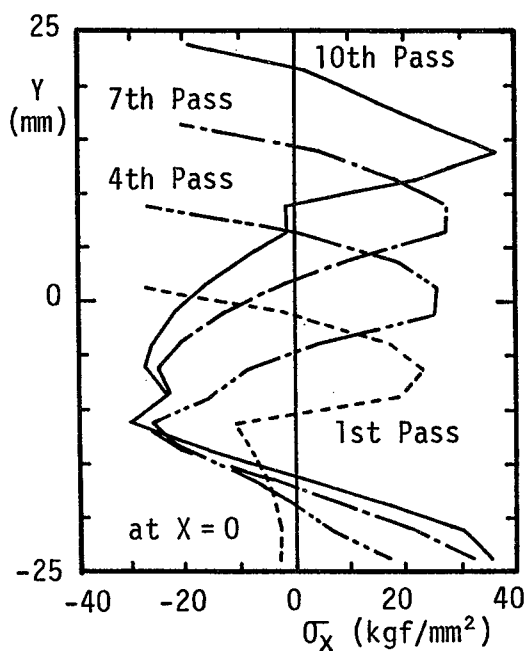


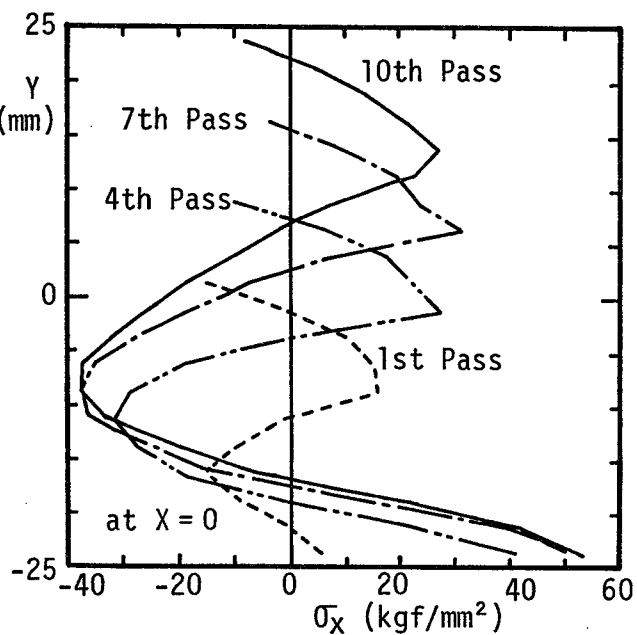
Fig. 3-2-5 Mesh division of specimen

溶接過渡及び残留応力の解析結果として、まず、溶接線に垂直な板幅方向（ x 方向）応力 σ_x を示す。Fig.3-2-6 (a), (b)及び(c)は、板幅方向の過渡及び残留応力 σ_x の分布を断面中央の y 軸上について示したもので、(a)は拘束条件1、(b)は拘束条件2の場合の結果である。更に、同図(c)には2つの拘束条件のもとでの残留応力だけを取り出し比較している。この図を見ると、引張応力の極大値は両拘束条件共に最終溶接金属表面（上表面）より10mm程度内部と、もう1つ、横曲り変形が生じるため下表面上の2箇所に表示されている。拘束条件2では、溶接金属及びHAZの溶接線方向の収縮による応力とそれに伴う縦曲り変形の影響で、拘束条件1の場合に比べ、上表面付近の引張応力のピーク値はやや低下し、逆に下表面でのピーク値は増加している。しかし、分布全体を見ると、両結果は非常によく似た分布形状を示していることが分かる。実際の溶接による残留応力はこの2つの分布の間にあると考えられるが、止端割れ、ルート割れなどに関与するこの板幅方向応力 σ_x の分布は、どちらの拘束状態（拘束条件1又は拘束条件2）で解析しても大きな差はなく、十分精度よく実際に近い解を求めることができると考えられる（最終ビード直下の引張応力の極大値に対しては、拘束条件1の方が大きな値、つまり、安全側の解を与えるようである）。

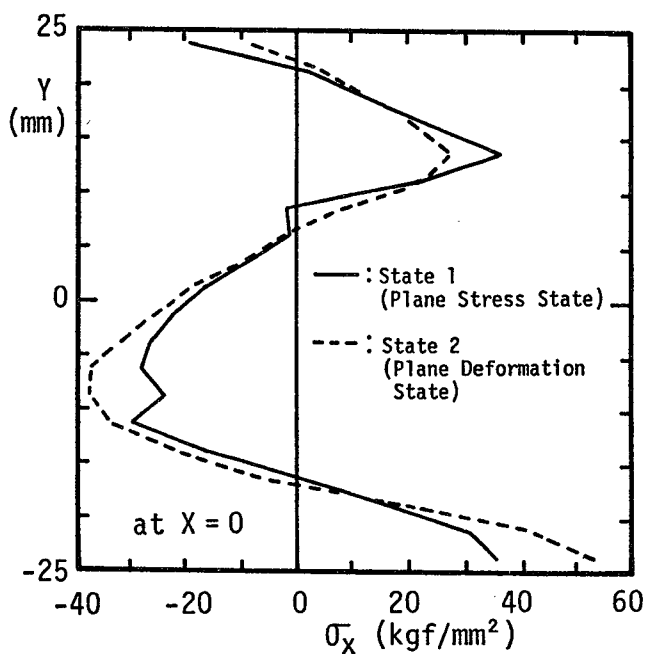
次に、溶接線方向応力 σ_z について示す。拘束条件1では σ_z は生じないが、拘束条件2で生じる σ_z の y 軸上の過渡及び残留応力分布をFig.3-2-7に示す。 σ_x の分布形状と非常に近い。拘束条件2では、溶接金属の溶接線方向の収縮などに対する自



(a) In the case of restraint condition 1 — plane stress state



(b) In the case of restraint condition 2 — plane deformation state



(c) Comparison of residual stresses (σ_x) between in the case of plane stress state and in the case of plane deformation state

Fig. 3-2-6 Transverse welding transient and residual stresses (σ_x) at the middle cross section (at $x = 0$)

拘束が厳しく、ここに示した溶接線方向応力 σ_z は量的には実際に近い状態での最大値になっていると考えられる。

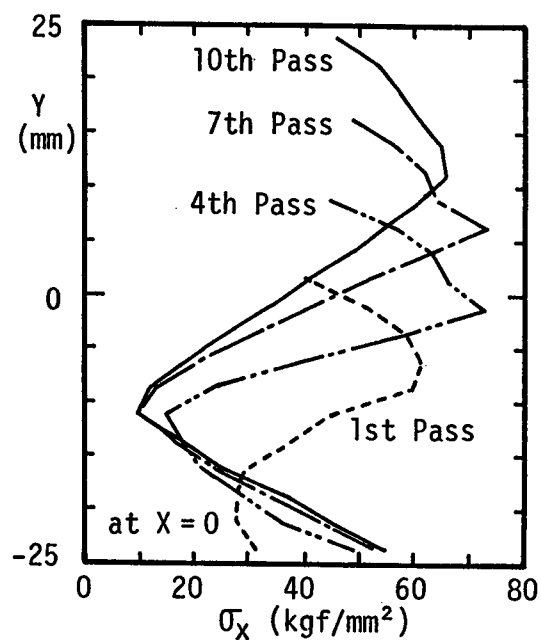


Fig. 3-2-7 Longitudinal welding transient and residual stresses (σ_z) at the middle cross section (at $x = 0$) in the case of restraint condition 2 - plane deformation state

3.3 厚板多層突合せ溶接残留応力分布とその生成機構特性に基づく 理論解析及び実験の簡略化^{[9],[10]}

3.3.1 緒言

多層溶接により継手部に生じる過渡及び残留応力はこれまでに示した理論及び解析法の適用あるいは実験により求めることができるが、厚板、特に極厚板の多層溶接を対象とした場合、溶接パス数が非常に多くなり、解析に要する計算時間あるいは実験の手間は膨大になる。

本節では、このような厚板の多層突合せ溶接残留応力を、できるだけ少ない計算時間及び手間で精度よく求めることができるように解析方法を更に簡略化する。すなわち、解析理論としては常にこれまでに示した有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を適用するが、それを厚板の多層溶接の過渡及び残留応力の解析に適用する際の具体的な解析方法（試験体、要素分割、解析手順、等）に工夫を凝らす。この解析理論を除く具体的な解析方法を以後“解析モデル”と呼ぶ。簡易解析モデルの開発のために、まず、有限要素法に基づく熱弾塑性解析法をできるだけ精度の高い解析モデルに適用し理論解析を行い、上記の残留応力の生成機構と分布特性を詳細に検討する。その結果に基づき、解析モデルの簡略化を図る。簡易解析モデルの開発により、精度の高い解を非常に短い計算時間で得ることができるようになる。また、同様の簡略化が実験においても可能であることを示す。

3.3.2 基準熱弾塑性解析

(1) 試験体及び拘束条件

Fig.3-3-1(a)に本節での解析対象である試験体-1(Specimen-1)を示す。試験体-1は、板厚が50mmの2枚のSM50鋼板で、これを狭開先（開先幅10mm）多層突合せ溶接する。狭開先溶接法を採用したのは、近年、溶接の高能率化、継手の品質向上等の面から注目されている溶接法であると共に、この溶接法が1パス1層溶接と単純であるため、次項3.3.3で示す解析モデルの簡略化の検討に適しているためである。この

試験体-1に対する溶接パス数（層数）は20パス（20層）とする。溶接条件はすべてのパスに対して共通で、入熱量を30,000J/cm、熱効率を0.95とする。また、予熱及びパス間温度は室温の15℃とする。試験体は中央断面（Y Z平面）に対して対称であるので、解析は対称性を考慮して試験体の半分に対してのみ行う。

試験体の拘束条件としては、まず、試験体の溶接線に垂直な断面（X Y平面）に対して平面変形状態を仮定する。すなわち、試験体の溶接長は十分長いが各層は瞬間的に積層されると考え、溶接線に対する横断面は、平面を保持したまま平行移動及び回転変形すると考える。次に、試験体の外的拘束条件としては、簡易解析モデルの適用性を検討するため、Fig.3-3-2 に示す2つの極端な拘束条件、拘束条件A及び拘束条件Bを考える。拘束条件Aは溶接中に試験体に対し何ら外的拘束を加えない。拘束条件Bは試験体の縦曲り変形（X軸まわりの回転）及び横曲り変形（Z軸まわりの回転）を拘束する。この時、横方向（板幅方向）の変位は拘束しない。実際の突合せ溶接継手は、これらの2つの極端な拘束状態の間にあると考えられる。ここでは、これらの仮定と拘束条件のもとで、3次元応力状態の溶接応力を解析する。

解析に用いる試験体の材料S M50の物理定数及び力学的性質は前節の 3.2.2項で Fig.3-2-3 及び 3-2-4に示したものと同一である。なお、700℃以上に達した領域を熱影響部（H A Z）とする。

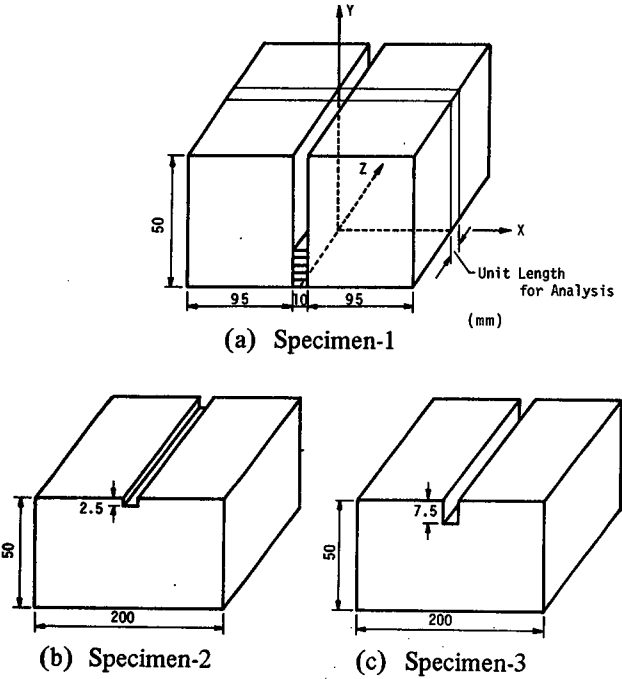


Fig. 3-3-1 Specimens for analysis

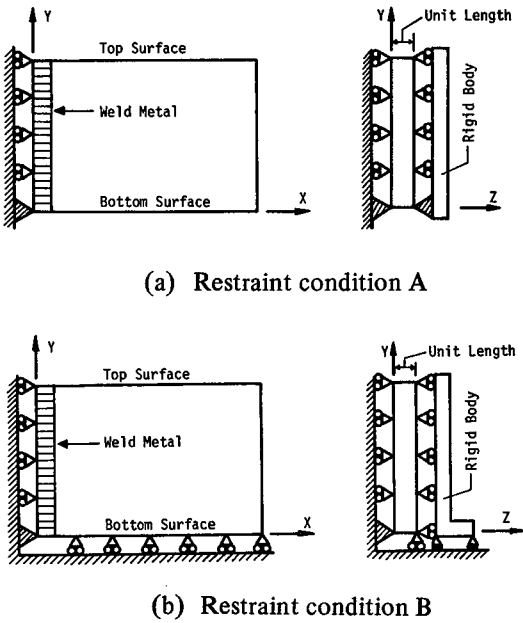
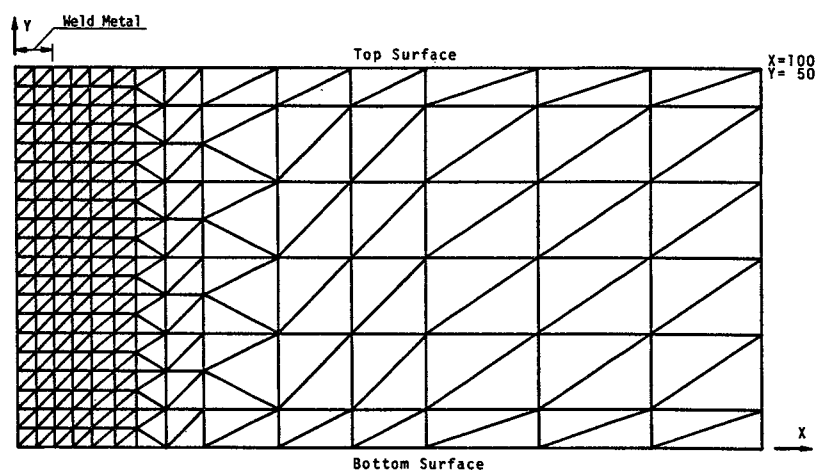


Fig. 3-3-2 Restraint conditions of specimens

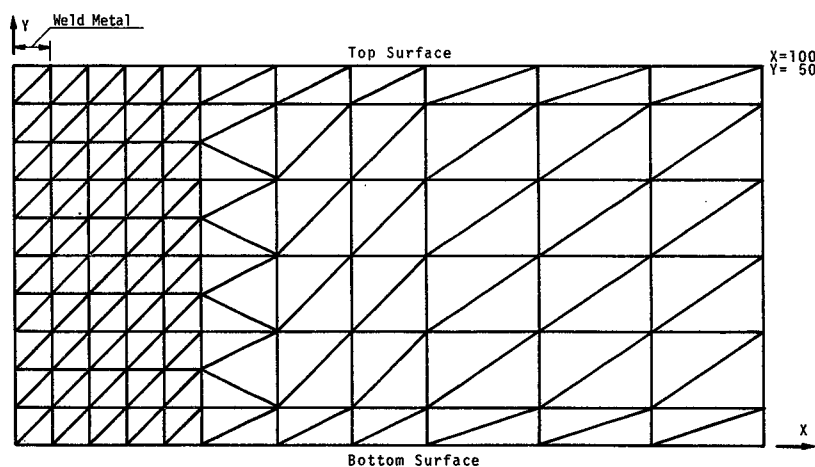
(2) 熱弾塑性解析の基準解析モデル

本研究では、2.1 節で述べたように、溶接時の熱応力解析に対し、温度場と応力場の連成の影響は十分小さいと考え、温度解析と応力解析を別々に行う。すなわち、まず、溶接の全過程にわたる試験体の温度履歴を計算し、次に、その結果を用いて熱応力解析を行う。温度解析は、各パスに対して瞬間熱源を仮定し、差分法により行う。この時、Fig.3-2-3 に示した物理定数の温度依存性を考慮する。熱応力解析には、2.2 節で示した有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を適用する。本解析法では、材料の力学的性質（弾性係数、降伏応力、瞬間線膨張係数、等）の温度依存性及び塑性履歴依存性を考慮することができ、Fig.3-2-4 に示した性質をそのまま解析に取り入れる。

最初に行う基準熱弾塑性解析では、実際の試験体及びその溶接手順等をできるだけ忠実に再現できるよう精度の高い解析モデルを用いる。すなわち、基準解析モデルで



(a) Fine mesh division



(b) Rough mesh division

Fig. 3-3-3 Mesh divisions of specimens

は、試験体-1をそのまま解析対象とし、その要素分割として、Fig.3-3-3 (a) に示すような細かい分割（細分割）を用いる。この分割では、溶接部での要素が1つのパスの溶着金属の断面積より小さくその 1/4 になっている。また、この要素分割のもとに、20パス20層溶接をそのまますべてのパスを省略することなく連続的に解析する。

（3）解析結果及び考察（溶接残留応力分布の特性とその生成機構）

Fig.3-3-4 に、基準解析モデルに対する熱弾塑性解析により得られた溶接残留応力分布を示す。中央断面（ $x = 0$ ）の板幅方向（横方向）応力 σ_x 及び溶接線方向（縦方向）応力 σ_z を、Fig.3-3-4(a)及び(b) に、また、上表面（ $Y = 50\text{mm}$ ）における σ_x 及び σ_z の分布をFig.3-3-4(c)及び(d) に示す。更に、板厚方向応力 σ_y の中央断面（ $x = 0$ ）及び熱影響部（HAZ）の最外部（ $x = 10\text{mm}$ ）における分布とXY平面内剪断応力 τ_{xy} のHAZ最外部における分布をFig.3-3-4(e)に示す。これらの分布を見ると、横方向応力 σ_x 及び縦方向応力 σ_z は非常に大きな値を示しているが、板厚方向応力 σ_y 及び剪断応力 τ_{xy} は比較的小さい。ここで、このような σ_x と σ_z 及び σ_y と τ_{xy} の分布の特徴を見る。

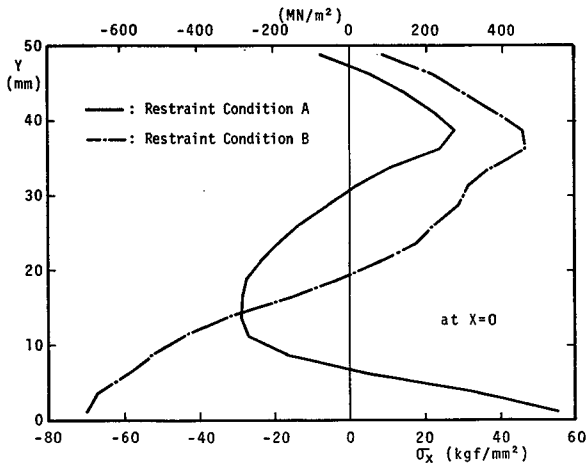
（1） σ_x と σ_z の分布特性と拘束条件

まず、中央断面における横方向残留応力 σ_x （Fig.3-3-4(a)）は、試験体に何ら拘束を加えない拘束条件Aの場合は、最終ビードの数層下と下表面において引張応力の極大値が現われる。縦曲り及び横曲り変形を拘束した拘束条件Bの場合は、引張応力の極大値が最終ビードの数層下に現われるが、下表面においては大きな圧縮残留応力が生じている。

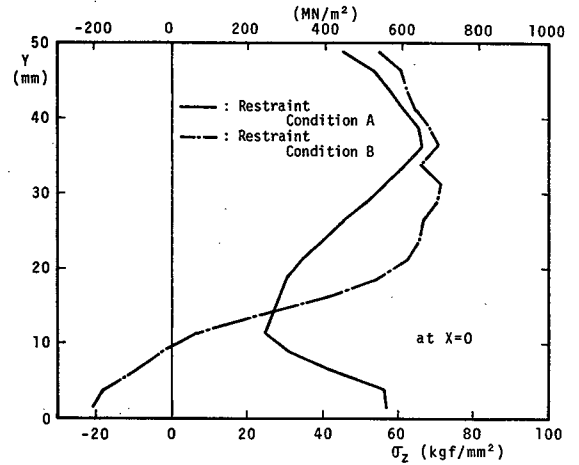
中央断面における縦方向残留応力 σ_z （Fig.3-3-4(b)）は、拘束条件Aのもとでは、横方向残留応力 σ_x と同様、最終ビードの数層下と下表面で引張応力の極大値が現われる。拘束条件Bの場合は、大きな引張残留応力が最終ビードの数層下から板厚中央付近まで分布し、下表面においては圧縮応力が生じている。

以上のような残留応力の生成機構を、各拘束状態に対して簡単に述べると次のようになる。この時、拘束条件Bの場合から考える方が分かり易い。

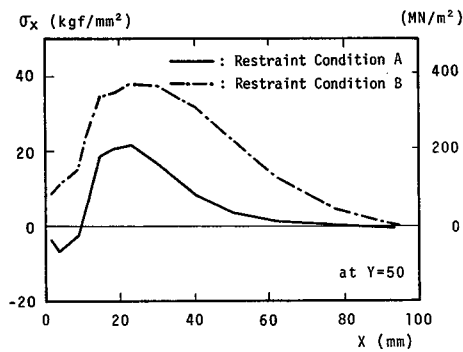
〔拘束条件Bの場合〕 縦曲り及び横曲り変形が拘束されているので、残留応力は主に、各パスの新しい溶接金属及び熱影響部の収縮により、そこには引張応力が生じる



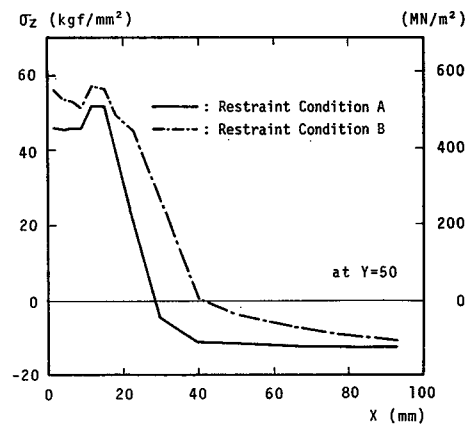
(a) Transverse welding residual stresses (σ_x) at the middle cross section ($x = 0$)



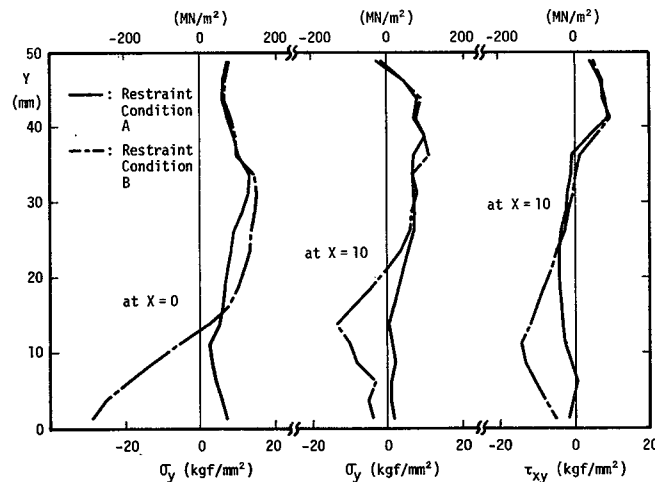
(b) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) at the middle cross section ($x = 0$)



(c) Transverse welding residual stresses (σ_x) on the top surface



(d) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) on the top surface



(e) Welding residual stresses (σ_y, τ_{xy}) at the cross sections ($x = 0, 10$)

Fig. 3-3-4 Results of analyses by standard analytical model

と共に、その収縮により下の層には、既に発生している応力に圧縮応力が付加され、これが、各パスごとに繰り返されることにより生成される。この結果、下表面付近の応力は σ_x 及び σ_z とも圧縮応力になる。

〔拘束条件 A の場合〕 この場合、外的拘束が解放されているので、上記の多層溶接における基本的応力の他に、縦曲り及び横曲り変形が生じることによる応力が付加される。この結果、下表面での σ_x 及び σ_z が共に大きな引張応力になっている。

ところで、実際の溶接継手の拘束状態を考えると、ほとんどすべての継手では、拘束条件 A と拘束条件 B の間の拘束状態にあると考えられるので、必ずしも、下表面に大きな引張応力が現われるとは限らない。多くの厚板の場合、横方向及び縦方向の残留応力の引張の最大値は最終ビードの数層下（最終パスの H A Z とその外部との境界付近）に生じるものと考えられる。その値は、Fig.3-3-4(c)及び(d) に示した上表面での最大引張応力値よりも大きく、断面全体での最大値になっている。なお、下表面にかなり大きい引張応力が生じると、ルート割れの原因になることはよく知られている。

(ii) σ_y と τ_{xy} の分布特性と拘束条件

板厚方向応力 σ_y は、拘束条件 A 及び B 共、最終パスの H A Z の 5mm 程度下部（上表面より 15～20mm）で 15kgf/mm² 前後の引張の最大値を示しているが、 σ_x 及び σ_z に比べるとその応力値は全体的にかなり小さい。また、拘束条件 B の場合、中央断面の下表面付近で大きな圧縮応力になっている。これは、主に Fig.3-3-2(b) に示すように横曲り変形を拘束するため、下表面を平面に保持した状態で回転拘束しているためであると考えられる。実際は、下表面は自由表面であるので、このような大きな圧縮応力は生じないと考えられる。

また、XY 平面内剪断応力 τ_{xy} も、上表面付近では、拘束状態によらずほぼ同じ分布形状を示している。一方、下表面付近では、拘束条件 B では横曲り変形を拘束しているため、拘束条件 A に比べかなり大きい剪断応力 τ_{xy} が生じている。

3.3.3 基準熱弾塑性解析結果に基づく解析モデルの簡略化

本項では、基準熱弾塑性解析結果をもとに、溶接割れに関連して特に重要な横方向応力 σ_x （縦割れ及びルート割れの発生要因となる）及び縦方向応力 σ_z （横割れの発生要因となる）に注目して、解析モデルの簡略化を図る。解析理論には基準解析モデルと同じ有限要素法に基づく熱弾塑性解析法をそのまま適用する。

（1）熱弾塑性解析の簡易解析モデル-I（全断面の過渡及び残留応力分布を対象とする場合）

ここでは、基準解析モデルに対する熱弾塑性解析と同様、試験体の断面全体の過渡及び残留応力分布を得ることを目的として解析モデルの簡略化を検討する。

溶接残留応力の生成機構については、すでに前項 3.3.2で簡単に述べたが、解析結果をもう少し詳しく調べると次のことが分かる。各溶接パスのHAZの領域を観察すると、Fig.3-3-5に示すように、各パスのHAZの領域はその直前のパスの溶接金属及びHAZの領域にかなり広い部分で重なっている。このような相変態温度以上となるHAZ領域では、応力は高温時に一旦解放される。このことに着目して、簡易解析モデル-Iの第1段階として、基準解析モデルと同様、試験体-1に対して細分割を用いるが、解析は1パス置きにし偶数番目のパスに対してのみ行うことにする。これを簡易解析モデル-I-1とする。

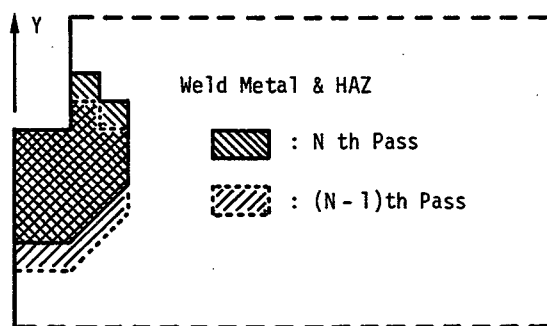


Fig. 3-3-5 Cross-sectional area of weld metal and HAZ of each pass

簡易解析モデル-I-2では、上記の簡略化を更に進める。すなわち、簡易解析モデル-I-1と同様、偶数パスに対してのみ解析を行うが、それに合わせて要素分割も粗くし、実際の溶接パスの2層分を要素分割では1層とし、Fig.3-3-3(b)に示す分割（粗分割）を用いて温度解析及び熱応力解析を行う。これにより、有限要素の数、結果と

して未知節点変位の数を減少させ(Table 3-3-1参照)、計算時間 (CPU time)を大幅に短縮することができる。

以上の解析モデルの簡略化の過程をFig.3-3-6 に示す。なお、この簡易解析モデル-I-1及びI-2 では、解析におけるパス数は実際のパス数の半分になるが、解析を行う各パスの入熱量は、すべてのパスを解析する基準解析と同様、30,000J/cmとする。このことと、本論文ではパス間温度を室温としていることにより、簡易解析モデル-I-1及びI-2 では、解析を行う各パスの溶接による試験体の温度履歴は基準解析での対応するパスの溶接時と全く同じになる。ただし、簡易解析モデル-I-2では、要素分割が基準解析と異なるため、熱応力解析に用いる温度データは多少異なる。

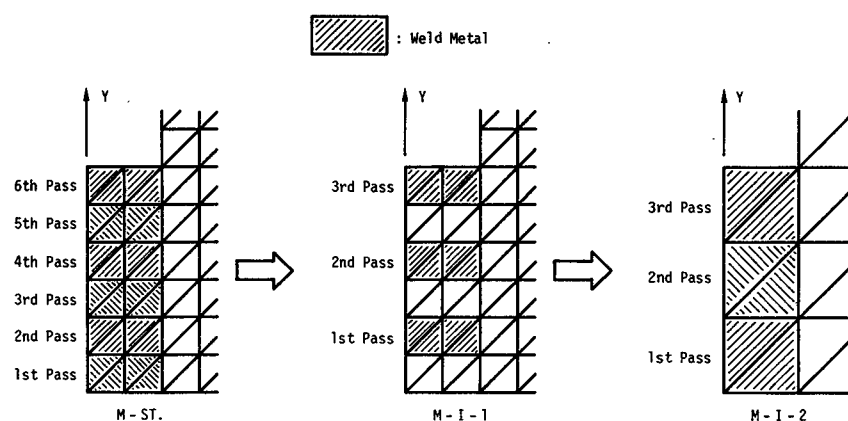


Fig. 3-3-6 Process of simplification of analytical model

(2) 熱弾塑性解析の簡易解析モデル-II (最終ビード近傍の残留応力分布のみを対象とする場合)

3.3.2 項で、厚板多層突合せ溶接継手では、溶接割れに関連して重要な最大引張残留応力が、多くの場合、最終ビードの数層下に生じることが知られた。ここでは、このような最終ビード及びその近傍（以後、単に最終ビード近傍と呼ぶ）の残留応力分布を簡単に得ることを目的とした簡易解析モデル-IIについて述べる。

最終ビード近傍の残留応力は、そのほとんどが最終パス及びその前の数パスの溶接によって生成されていると推定することができる。この推定に基づいて、まず、最も極端な簡略化を行う。すなわち、試験体-1と板厚が同じで板幅が2倍である1枚の板に、1パス分の開先（深さ2.5mm）を加工した試験体-2 (Fig.3-3-1(b)) を用いて最終パスのみに対する解析を行う。これを簡易解析モデル-II-1 とする。次に、

もう少し丁寧な解析として、3パス分の開先を持った試験体-3 (Fig.3-3-1(c)) を用いて、同様の解析を行う。これを簡易解析モデル-II-2 と呼ぶ。なお、これらの解析には、要素分割として細分割をそのまま用いる。したがって、解析を行うパスの温度データは基準解析で得たそれに対応するパスの温度データと全く同じである。

以上の簡易解析モデル-I及びIIの解析条件をまとめてTable 3-3-1 に示す。

Table 3-3-1 Analytical models and comparison of CPU time

Model of Analysis	Total Number of Welding Passes	Total Number of Passes in Analysis	Mesh Division (Num-EL, Num-NP)	Restraint Condition	CPU Time Ratio
M-ST.	20	20	Fine (366, 211)	A, B	100
M-I-1	20	10	Fine (366, 211)	A, B	50
M-I-2	20	10	Rough (176, 108)	A, B	12
M-II-1	1	1	Fine (366, 211)	A, B	5
M-II-2	3	3	Fine (366, 211)	A, B	15

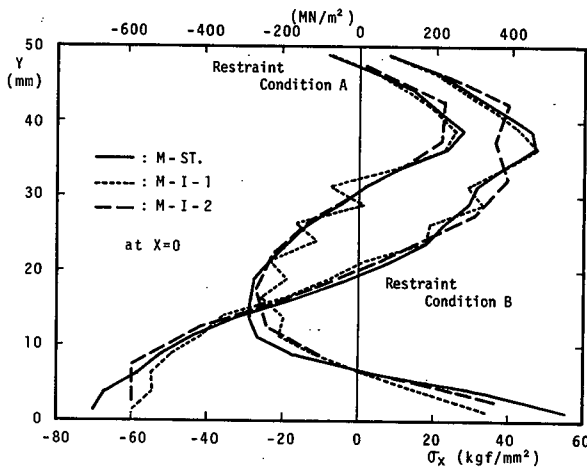
M-ST.: Standard Model, Num-EL: The Number of Elements, Num-NP: The Number of Nodal Points

3.3.4 熱弾塑性解析の簡易解析モデルの適用結果と考察

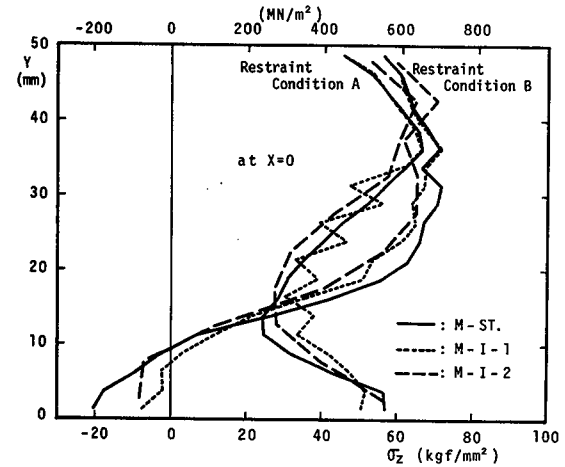
(1) 簡易解析モデル-Iの適用

Fig.3-3-7 に、簡易解析モデル-I-1及びI-2 の適用により得られた残留応力分布を基準解析結果と比較して示す。

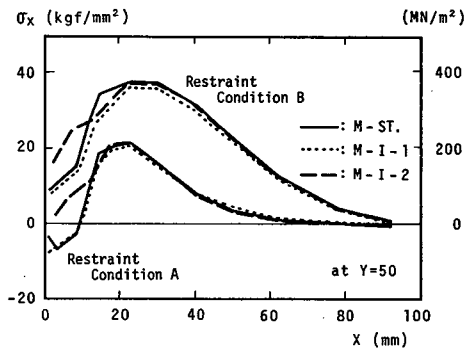
Fig.3-3-7 を見ると、まず、簡易解析モデル-I-1の適用により、残留応力 σ_x 及び σ_z が断面全体に対し拘束条件A及びB共に十分精度よく得られていることが分かる。特に、最終パスのHAZが最終ビード下約10mmまで達することもあり、上表面より10数mm程度までの領域では基準解析結果と非常によく一致している。ただし、下表面付近の残留応力は基準解析結果よりも多少値が小さくなっている。また、中央断面($X=0$)での分布にジグザグが見られる。この2つの現象は、簡易解析モデル-I-1では、要素分割として細分割を用い、奇数番目の溶接パスを省略したことによると考えられる。



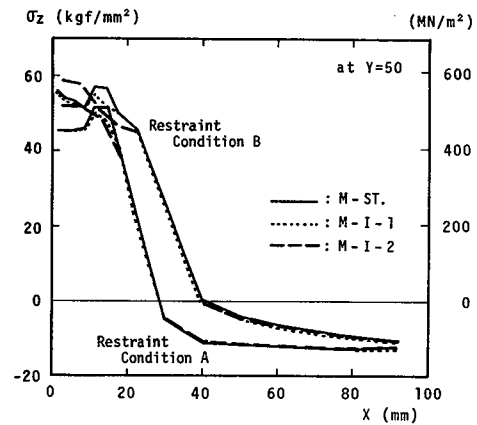
(a) Transverse welding residual stresses (σ_x) at the middle cross section ($x = 0$)



(b) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) at the middle cross section ($x = 0$)



(c) Transverse welding residual stresses (σ_x) on the top surface



(d) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) on the top surface

Fig. 3-3-7 Comparisons of results of analyses (standard analytical model, simplified analytical model I-1, I-2)

簡易解析モデル-I-2の結果も σ_x 及び σ_z とも基準解析結果とよく一致していることがFig.3-3-7よりわかる。ただし、下表面付近の残留応力が少し小さくなっているのは、先ほど同様、解析上の溶接パス数を少なくしたためである。また、最終ビード近傍の残留応力分布が多少異なるのは、解析に使用した要素分割が粗いためであると考えられる。

Table 3-3-1 に、各解析に要した計算時間 (CPU time)を基準解析の計算時間を基準にして示す。簡易解析モデル-I-2は簡易解析モデル-I-1に比べ、最終ビード近傍の残留応力分布に対する解析精度は多少低下するが、計算時間は非常に短縮され、基準解析の約 1/9になる。以上のような解析精度及び計算時間を考えると、溶接部上表

面付近は細分割に、他の領域は粗分割にした、簡易解析モデル-I-1とI-2の混合モデルを適用すると、断面全体の残留応力分布を、特に最終ビード近傍の分布に重点を置いて、精度よくしかも非常に短い計算時間で求めることができると考えられる。

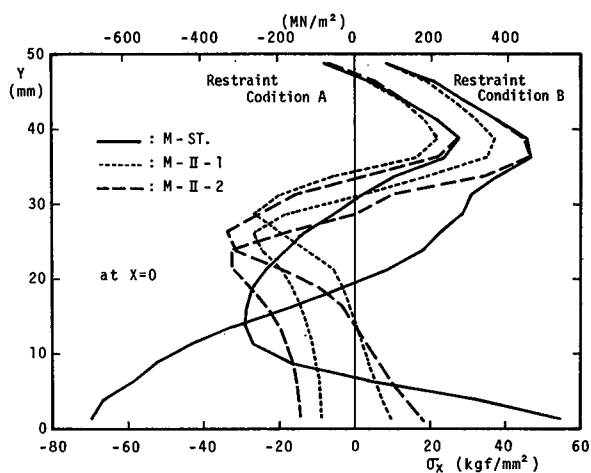
(2) 簡易解析モデル-IIの適用

Fig.3-3-8 に、簡易解析モデル-II-1 及びII-2の適用により得られた結果を基準解析結果と比較して示す。

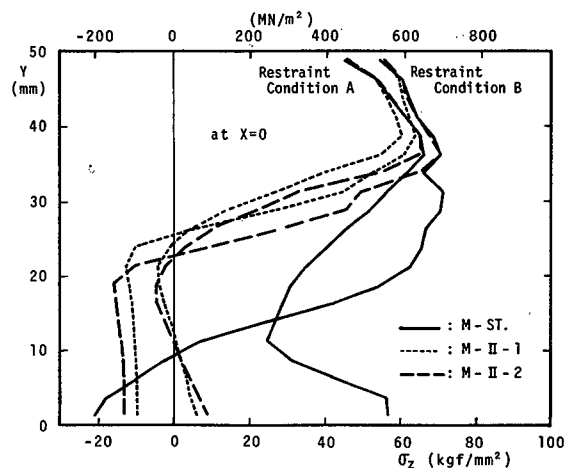
まず、最終パスのみを解析する簡易解析モデル-II-1 により得られた結果に注目すると、最終ビード近傍の残留応力 (σ_x 及び σ_z) 分布が、基準解析結果とかなりよく一致しており、この解析モデルの目的をほぼ達していることが分かる。一方、下表面側では基準解析結果と異った応力分布となり、下表面での応力は、基準解析結果と符号は同じであるが大きさは非常に小さい。

次に、最終3パスを解析する簡易解析モデル-II-2 を適用した結果を見る。最終ビード近傍の残留応力 (σ_x 及び σ_z) 分布は、簡易解析モデル-II-1 の結果より更に基準解析結果に近く、最終パスのHAZの数mm下部まで、すなわち、上表面より15mm近くまではほぼ完全に一致している。このことは、最終ビード及びそのHAZ近傍に生じる残留応力は、そのほとんどが最終パスによって生じるが、この時、最終パスまでに既に生じているその周囲の応力状態の影響を多少うけることを示している。例えば、塑性化の影響である。逆に、その部分よりも更に外側の領域（例えば下表面付近）の応力状態の影響はほとんど受けないようである。この簡易解析モデル-II-2 により得られる最大引張残留応力の位置と大きさは σ_x 及び σ_z 共基準解析結果と殆んど一致している。

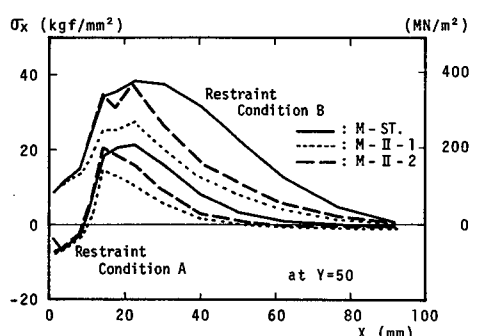
Table 3-3-1 に解析に要した計算時間を比較して示す。最終パスのみ解析する簡易解析モデル-II-1 では基準解析の1/20と計算時間は大幅に短縮される。精度の非常に高い簡易解析モデル-II-2 でも基準解析の約1/7の計算時間を必要とするだけである。ところで、これらの簡易解析モデルでは、細分割をそのまま用いたが、最終パスのHAZ周辺より離れた領域の要素分割を粗分割程度に粗くすると、高い精度を保持した状態で、計算時間を更に短縮することができると考えられる。



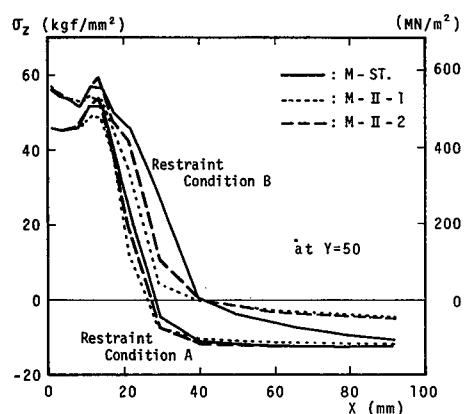
(a) Transverse welding residual stresses (σ_x) at the middle cross section ($x = 0$)



(b) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) at the middle cross section ($x = 0$)



(c) Transverse welding residual stresses (σ_x) on the top surface



(d) Longitudinal welding residual stresses (σ_z) on the top surface

Fig. 3-3-8 Comparisons of results of analyses (standard analytical model, simplified analytical model II-1, II-2)

(3) 簡易解析モデル-I及びIIの実験への応用

ここでは、これまでに示した解析モデルの簡略化を実験に応用することを考える。

まず、簡易解析モデル-Iより、次のような実験の簡略化が考えられる (Fig.3-3-6 参照)。例えば、簡易解析モデル-I-1にほぼ対応する実験の簡略化として、次のような方法が考えられる。すなわち、開先に1パス分の溶着金属をセットし、それを溶かしながら溶接する。これを繰り返す。この時、各パスの入熱量は基準の溶接法における入熱量と同じにするが、溶着金属量は2倍になる。また、簡易解析モデル-I-2にほぼ対応する実験の簡略化としては、上記と同じように1パス当りの入熱量が直接目的とする実験と同じで、溶着金属の量が2倍となる溶接を行うことが考えられる。この

ような溶接が可能であれば、実験における溶接パス数を半分に減少させて、簡易解析モデル-I-1あるいはI-2の適用結果のように、実際の全断面の残留応力状態に十分近い残留応力を試験体に生じさせることができると考えられる。ただし、実験の場合、このような溶接終了後、その残留応力を測定する必要がある。この方の手間も同時に考えると、この簡易化（溶接パス数を半分にする）の、実験全体に対する有効性はあまり高くないかもしれない。

これに対し、縦割れ及び横割れの発生が問題となる最終ビード近傍の残留応力を簡単に求めることのできる簡易解析モデル-IIに対応する、次のような実験の簡略化は非常に有効であると考えられる。例えば、Fig.3-3-1(c)に示した試験体-3のような最終数パス分のみの開先を有する試験体を用いて、数パス溶接を行う。これにより、最終ビード近傍において、すべてのパスの溶接を行った場合に非常に近い残留応力状態を得ることができると考えられる。更に、多少近似度が低下するが、簡易解析モデル-II-1のように最終パスだけを対象として実験を行うと、溶接の手間はほとんど変わらない。本簡略化の有効性は極厚板になり溶接パス数が増加するほど益々高まるものと考えられる。

3.3.5 結 言

厚板、特に極厚板の多層突合せ溶接残留応力を理論解析あるいは実験により求める場合の計算時間及び手間は膨大である。本節ではこれらを大幅に減少させることを目的とし、解析及び実験モデルの簡略化を検討した。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 厚板の多層突合せ溶接残留応力を、有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を適用し、全断面に対して精度よく求めることのできる簡易解析モデルとして、

(i) 解析するパスを1パス置きにする。

(ii) 更に、それに合わせて要素分割を粗くする。

いずれの場合も、解析結果の精度はほとんど低下せず、解析に要する計算時間は大幅に短縮される。

(2) 最大引張残留応力 (σ_x 及び σ_z) は、多くの場合、最終ビードの数層下に生じ、縦割れ及び横割れの発生要因になると考えられる。その正確な位置と大きさを含

め最終ビード近傍の残留応力分布は、次のような簡易解析モデルの適用により求めることができる。すなわち、最終数パス分の開先を有する試験体を用いて、その数パス溶接に対してのみ解析を行う。これにより計算時間は大幅に減少する。この簡略化は実験に対してもそのまま応用でき、その有効性は非常に高い。すなわち、溶接の手間を大幅に減少させることができる。ただし、実験においては溶接終了後、その残留応力を測定する必要があり、これにかなりの手間を要する。

なお、ここでは、過渡応力に関しては、割愛したが、簡易解析モデル-Iの適用により過渡応力に関しても、残留応力と同程度の精度のよい解が得られている。また、予熱及びパス間温度を室温としたが、室温より高い場合に対しても、更に、1パス1層溶接でなく数パス1層溶接の場合に対しても、ここで示した簡略化の適用は基本的に可能であると考えられる。

3.4 極厚板圧力容器の円周多層突合せ溶接における過渡及び残留応力

3.4.1 緒言

圧力容器を建造する場合、その溶接工程に胴体と鏡板の円周突合せ溶接がある。極厚板を用いる場合には、非常に溶接パス数の多い多層溶接となる。この場合に、止端割れ、ビード下割れなど低温割れが発生し、容器の破壊の直接的原因につながることもあるので、割れ発生防止は重要な問題の1つになっている。その原因として、冶金的なもの、溶接施工的なものなどがあるが、力学的な面からは、溶接による熱応力が溶接金属及び熱影響部を中心に大きく発生し引張応力が残留することが、割れ発生の要因の1つになると考えられる。特に、この胴体と鏡板の接合部は構造的に溶接線周りの回転が生じ難い形状であるため、溶接線に直角方向にかなり大きな熱応力が生じることが十分考えられる。

そこで、本節では、このような力学的拘束状態にある圧力容器の胴体と鏡板の継手部をモデル化し、その多層溶接（87パス及び167パス）による熱応力を理論的及び実験的に研究する。理論解析にあたっては、2.2節で示した有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を用いる。本研究では、この手法により、87パス及び167パスという非常に溶接パス数の多い多層溶接による残留応力を解析するに当たり、前節3.3で示した解析の簡略化手法（簡易解析モデル）を適用する。他方、実験は2種類で、1つは理論解析に用いる材料定数を決定するため、他は理論解析と同じモデルに対して多層溶接を行い残留応力を計測するために行う。そして、理論及び実験により求められた残留応力分布を比較、検討する。

3.4.2 解析対象とそのモデル化

本節では、Fig.3-4-1に示すような圧力容器の胴体と鏡板の周継手部を対象とし、溶接によって生じる残留応力を理論解析する。圧力容器は図に示すように軸対称構造物であり、上記の継手部における溶接変形は、溶接線に直角方向（容器の軸方向）の収縮（横収縮）と溶接線を軸とする回転（角変形）に分けることができる。前者は溶接の初期の段階では比較的自由に生じるが、積層されるに従い、先に溶接された

部分が冷却し剛性をもち、次第にこの種の膨張・収縮を拘束するようになる。他方、後者の角変形は、胴体と鏡板が共に軸対称な形状をしており、その構造的内部拘束のため、溶接の初期の段階から生じ難い。このような特徴のある溶接中の拘束状態を小型試験片で再現させるために、Fig.3-4-2 に示すようなモデルを用いる。

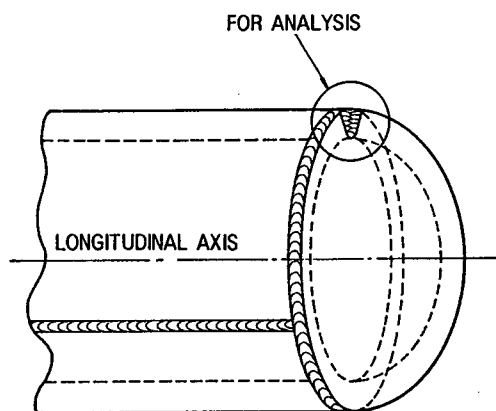


Fig. 3-4-1 Welded cylinder-head connection of a pressure vessel

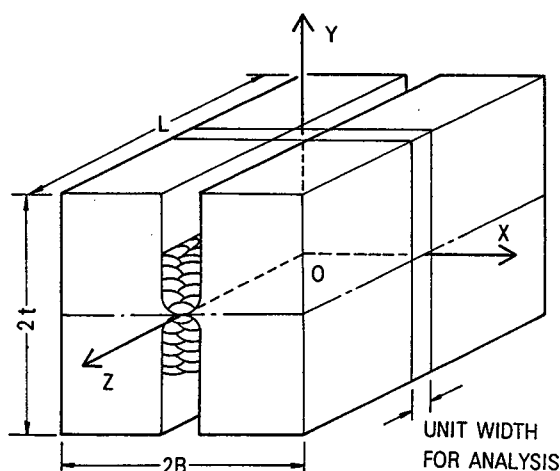


Fig. 3-4-2 Idealized research model

このモデルは上下左右対称で、溶接を上下両開先同時に行えば、部材の形状的及び溶接方法における対称性より、角変形は理想的には生じない。理論解析ではこのような状態を完全に実現することができる。一方、実験では上下同時に溶接することは困難であるので、上下交互に溶接を行うことにする。したがって、上下の対称位置の溶接は多少時間的ずれを生じるが、試験片のパス数が非常に多いため、ある程度溶接が進むと、それ以後角変形はほとんど生じなくなり、残留応力に及ぼす影響は十分小さいと考えられる。

理論解析及び実験に用いるモデルの具体的な寸法をTable 3-4-1 に示す。試験体 M-200は板厚が200mm の、 M-300は300mm のモデルであり、各々、板厚100mm 及び150mm の圧力容器の胴体・鏡板接合部を対象としたものである。供試材は、圧力容器用鋼材として代表的な 2 1/4Cr-1Mo 鍛鋼 (ASTM A336 F22)で、焼ならし、焼もどし処理を施している。また、溶接材料にはUS521A×MF29A(神鋼製)を用いた。それぞれの化学成分をTable 3-4-2 に示す。理論解析する場合に、これらの材料の物理的及び力学的性質が必要であるが、それらは次項で実験結果をもとに決定する。また、溶接

はサブマージアーク溶接により行うが、各試験体に対する溶接条件をTable 3-4-3 に示す。

Table 3-4-1 Dimensions of research models

Name of Specimen	2t	2B	L
M - 200	200	600	900
M - 300	300	360	500

(mm)

Table 3-4-2 Chemical compositions of 2 1/4Cr-1Mo Steel

Name of Specimen	Chemical Compositions (wt %)						
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo
M - 200	0.11	0.22	0.47	0.007	0.011	2.03	1.01
M - 300	0.12	0.22	0.50	0.010	0.011	2.28	0.98
Weld Metal (US521A x MF29A)	0.07	0.42	0.78	0.012	0.012	2.28	1.06

Table 3-4-3 Conditions of welding

Name of specimen	Current (A)	Voltage (V)	Velocity (cm/min.)	Heat-input (J/cm)	Preheating and interpass temp. (°C) *	Total number of passes	Total number of layers
M-200	550	34	33	34,000	200	43 × 2	20 × 2
M-300	650	34	27	49,110	200	83 × 2	34 × 2

* : $y = x + 273$, (y [K], x [°C])

3 . 4 . 3 材料定数の選定

ここでは、理論解析で用いる材料定数を選定する。まず、温度解析で必要となる物理定数を、次に、熱応力解析で必要となる力学的性質を、それぞれ、本研究で行った実験結果及びこれまでに公表されている文献を参考に決定する。特に、力学的性質は、本供試材の場合、溶接金属、母材及び熱影響部で大きく異なり、また、温度履歴の影響を受けるので、これらに対し明確に区別して示す。

(1) 温度解析における物理定数

温度解析で必要となる物理定数は、密度 (γ)、比熱 (c)、熱伝導率 (λ) 及び熱伝達率 (a) である。本節の研究では、これらの物理定数を次のように決定した。まず、密度に関しては、本研究の温度解析には三角形要素を用いた差分法を適用するが、計算では各要素の温度変化に伴う体積変化は考慮に入れていないので、密度は変化しないとして取り扱った。すなわち、本供試材に対して室温における値のみ実測し、温度依存性は示さないものとした。次に、比熱は室温における値を、また、熱伝導率は室温から 600℃までの温度域における値をそれぞれ実測し、それ以上の温度域における値は、文献29) に示されている類似の材料の温度依存性を参考にそれぞれ決定した。最後に、熱伝達率は特に測定せず、文献27) を参考にその温度依存性を仮定した。以上のように決定し、実際の解析に使用した物理定数をFig.3-4-3 に示す。これらの諸定数を用いて行った溶接温度解析の予備計算の結果が示す熱影響部の大きさは、実験におけるものと非常に近くなっており、使用した定数は適切なものであると考えられる。

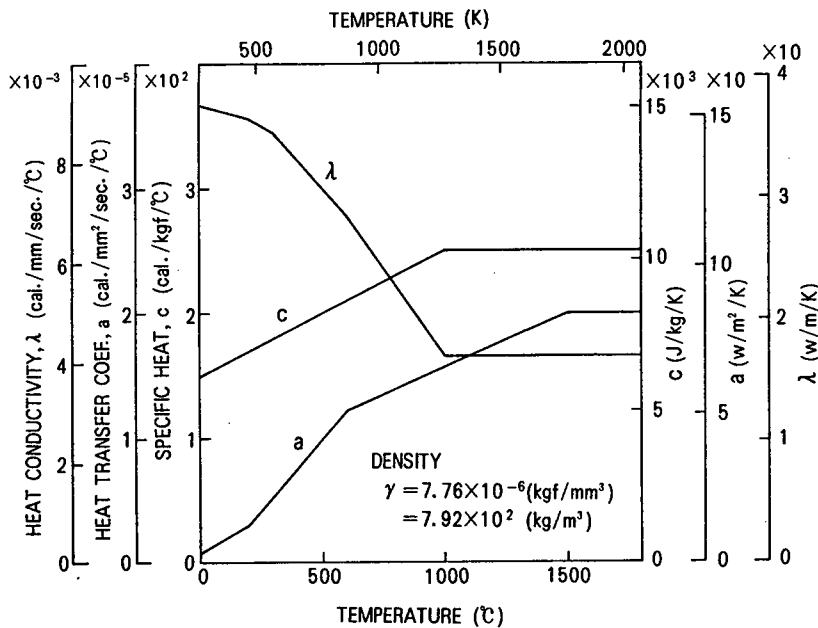


Fig. 3-4-3 Physical properties used in heat conduction analysis

(2) 熱応力解析における力学的性質

熱応力の理論解析において必要となる材料定数、すなわち、力学的性質は、2.2 節で示した理論式より明らかなように、瞬間線膨張係数 (α)、弾性係数 (E)、降伏曲面の大きさ (σ_0) 及び加工硬化係数 (H) である。これらの定数は、一般に、溶接金属及び母材で異なり、また、温度及びひずみ履歴の関数となる。本研究で適用する解析理論は増分形式で展開されている。応力解析に先立って、温度解析は終了している。したがって、各時間増分毎の解析が進むと、その時点までの温度及びひずみ履歴に関する情報はすべて得られるので、それらの履歴に対する材料定数の変化をそのまま解析に取り入れることができる。しかし、材料定数のこのような詳細な変化を知ることは、非常に多くの材料試験を行う必要があり、実際にはかなり難しい。一方、溶接における力学的な挙動と材料定数の変化の影響の程度を検討すれば、精度をあまり低下させずに理論解析における取り扱い方を簡潔にすることができ、その結果、材料定数も比較的簡単な形で整理できる。以下においては、溶接部近傍での平均的な温度履歴に対して行った実験結果と他の文献をもとに、冶金学的な状態を考慮して、解析に用いる上記の定数を溶接金属、母材及び熱影響部に対してそれぞれ決定する。この時、相変態時の力学的挙動の取り扱いが重要となるので、まず、これについて検討する。

(i) 相変態時の力学的挙動

本節における供試材 2 1/4Cr-1Mo 鋼は、溶接による熱サイクルにおける最高到達温度により、温度上昇過程及び冷却過程において相変態を起す。上昇過程における相変態は、変態温度が高く、また、変態後の組織であるオーステナイトはほとんど負荷に耐えないので、変態中の挙動を特に厳密に取り扱わなくても（例えば、変態温度に達すると剛性を失うと仮定しても）、残留応力を解析する上では大きな誤りにならない。一方、上昇過程でオーステナイト化された領域では、冷却過程で再び相変態を起しベーナイトとマルテンサイトを生じる。この時の変態温度はかなり低く、変態前後の組織は共にある程度の剛性を有しており、しかも、この変態による体積膨張は大きい。したがって、この冷却過程での相変態の取り扱い方は解析結果に及ぼす影響が大きいと考えられ重要である。

ところで、このような冷却過程での相変態中の力学的挙動に関しては、既にこれま

で、各種材料に対し実験によりかなりよく調べられており^{30),31)}、一般に次のような結果が得られている。すなわち、“相変態が起ると鋼の降伏応力は急激に顕著に低下する。その大きさは、変態中の弱い方の相の降伏応力よりもはるかに小さい。”このような現象は、“Transformation Plasticity”と呼ばれている。変態に伴う体積膨張は、まず、それまでの収縮による引張応力を軽減させ、更に、圧縮応力を生じさせることがあるが、上述したように、この状態では十分小さい応力で塑性流れが生じるため大きな圧縮応力を作るに到らず、変態終了時には非常に小さい応力が残留するだけである。このような一般的な結論が、本供試材 2 1/4Cr-1Mo 鋼に対しても適用できるかを調べるため、本供試材に対し、次のような高温引張試験を行った。すなわち、試験片を約 1350℃ の高温まで昇温し、その後、冷却させる。試験予定温度まで冷却すると試験片の温度を保持し、引張試験を行う。この結果、相変態終了までの降伏応力は非常に小さく数 kgf/mm² 程度であることが確認された。

以上のような変態時の力学的挙動を理論解析に考慮するために、本研究では、冷却過程では変態を終了するまでは降伏応力は十分小さいと仮定する。このように仮定すれば変態終了時には相変態領域の応力は十分小さく、それ以後の冷却によりそこに応力が生成されていくことになり、実際の現象と一致する。

(ii) 力学的性質

まず、上記の検討結果に基づき、相変態時の力学的挙動の取り扱いを次のように簡潔化する。温度上昇過程及び冷却過程での相変態は規定の温度に到達した瞬間に起こると考える。ここで解析対象とする 2 1/4Cr-1Mo 鋼に対し、温度上昇過程でのオーステナイト化温度は A_{c1} 点と A_{c3} 点の中間温度、750℃ とする。その温度以上の高温に達した領域（溶融部及び熱影響部）では、冷却過程でベイナイトとマルテンサイトを生じるが、その変態温度は 600℃ (P_t 点) とする。本解析で用いる有限要素（三角形要素）は要素内の温度及び力学的性質は一様であるとして取り扱うので、上述の相変態は要素内で瞬間的に生じることになる。この領域は冷却過程に入り P_t 点に到るまで、オーステナイト組織の状態で多少負荷に耐えることが実験により知られたが、解析では P_t 点を越えるまでのオーステナイトは負荷に耐えないと仮定して取り扱う。

材料の初期降伏応力及び加工硬化に関しては次のように考える。本供試材は溶接金

属及び母材共降伏応力が高く、また、加工硬化の程度が比較的小さい。そこで、全温度域において材料は完全弾塑性体であると仮定する。すなわち、加工硬化係数 (H) は常に 0 であり、降伏曲面は塑性変形の進行によってその大きさ (σ_0) が変化したり中心位置が移動したりしないとする。ただし、降伏応力の大きさ (σ_0) は、溶接金属及び熱影響部と母材では大きく異なり、また、温度依存性を示すので、実験を行い、それらの依存性を決定する。この時、降伏曲面の形状は Mises の条件に従うものとする。

弾性係数 (E) 及び瞬間線膨張係数 (α) は、溶接金属及び母材での相違が小さいので同じ値をとるとし、また、ひずみ履歴の影響はないと考え、温度のみに依存するものと仮定する。これらの定数 E 及び α は、相変態時、大きく変化すると考えられるが、残留応力に対する影響が特に大きい冷却時において、相変態終了まで材料は負荷に耐えないと仮定しているので、相変態時に対しては、特に厳密には取り扱わず、その間ある一定値をとると仮定しておく。

以上のように考えて決定した材料の力学的性質を Fig. 3-4-4(a), (b), (c) 及び (d) に示す。母材と溶接金属及び熱影響部とに分け、その温度履歴（特に、各熱サイクルでの最高到達温度）によって性質を分類している。

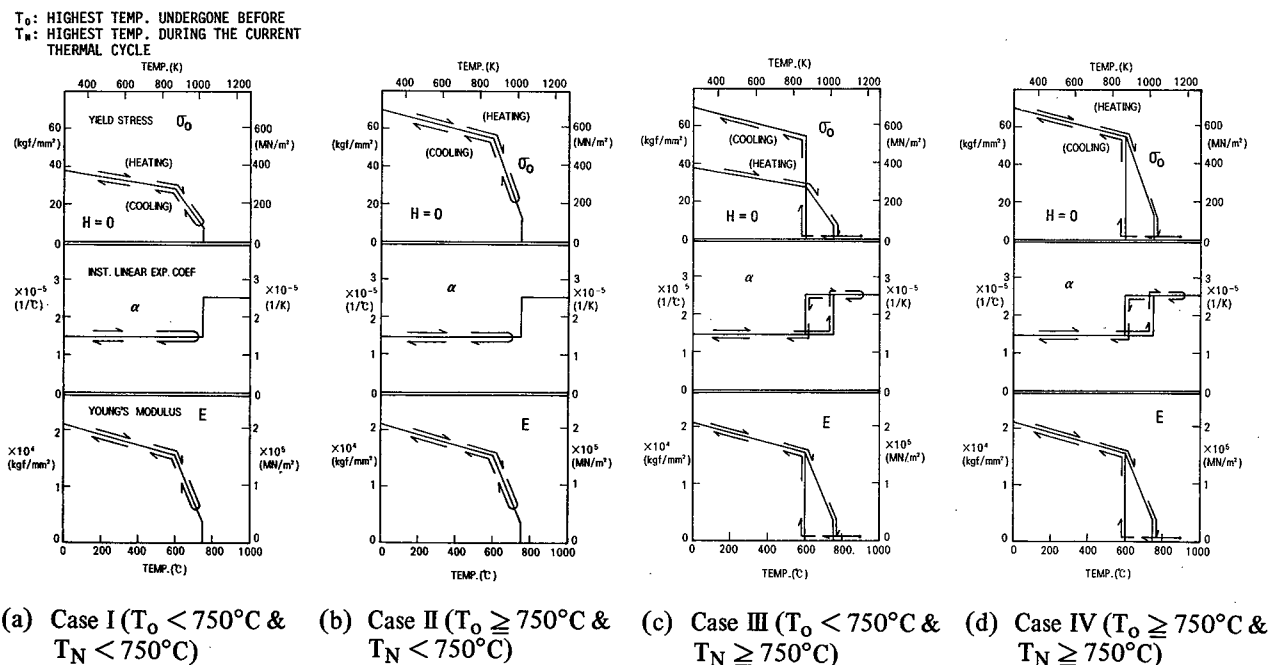


Fig. 3-4-4 Mechanical properties used in thermal stress analysis

3.4.4 理論解析法

本研究の理論解析では、まず、温度解析を行い、その結果得られる温度分布を用いて熱応力解析を行う。温度解析には三角形要素を用いた熱伝導解析理論（三角形差分法）を、熱応力解析には 2.2 節で示した有限要素法に基づく熱弾塑性解析理論を適用する。これらの理論を用いて溶接、特に極厚板多層溶接の問題を取り扱う場合の精度と効率のよい解析法及び簡略法を本章第 2 節及び第 3 節で示した。本解析においてはそれらの手法を適用する。第 3 節での簡略化の適用においては、断面全体の過渡及び残留応力を非常に短い計算時間で精度よく得られる簡易解析モデル-I-2を用いる。ただし、ここでは、予熱及びパス間温度が 200℃で室温よりかなり高い。そこで、この簡易モデル-I-2に対し、次のような予備計算を行い、パス間温度が室温でない場合の取り扱い方を検討した。つまり、簡易モデル-I-2では、要素分割での 1 層に実際の溶接での複数パスが含まれている。これに対し、温度解析では、要素分割での各層での第 1 パスだけ計算し、次のパスを省略する代りに、試験体の各点で、この第 1 パスによる温度変化とほぼ同様の変化が次のパスの前後でも生じると考える。したがって、第 1 パスでパス間温度まで冷却した時の値に、この変化量を加えた後、次の層での第 1 パスの計算に移る（この方法で、応力解析に必要なパスに関し非常に精度のいい計算が可能となる）。応力解析ではこのようにして得られた温度分布を用い、各層につき 1 パス分の計算を行う。このような方法により得られた解析結果は、細分割を用い、温度分布及び応力解析共すべてのパスにつき計算した結果、すなわち、基準モデルに対する熱弾塑性解析結果と十分よく一致した。そこで、本試験体、M-200 及び M-300 に対する理論解析にこの簡略法を適用する。

ところで、本節の研究においては、最初に述べたように止端割れ、ビード下割れなど溶接線に平行な方向の破面をもつ割れを問題にしており、それに直角方向、すなわち、板幅方向の溶接残留応力を知ることが大きな目的となっている。そこで、本節では、試験体の溶接線に垂直な断面の拘束条件としては、3.2 節で検討した平面応力状態にあるとして断面内に生じる応力を 2 次元的に解析する。また、各パスの溶接は瞬間熱源によるものとする。更に、本節第 2 項で述べたように、上下両開先が同時に溶接されるものとして、その対称性より、上記の単位溶接長を板厚とする薄板の $1/4$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$) の領域を直接の解析対象とする。その要素分割を Fig.3-4-5

及び3-4-6 に示す。前者が試験体 M-200、後者が M-300に対する要素分割であり、簡略化された解析法により、溶接部の層数はそれぞれ実際のほぼ1/2 になっている。

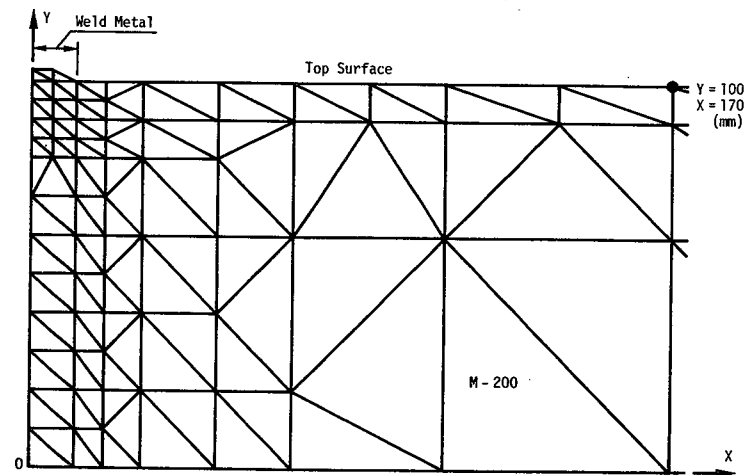


Fig. 3-4-5 Mesh division of specimen M-200

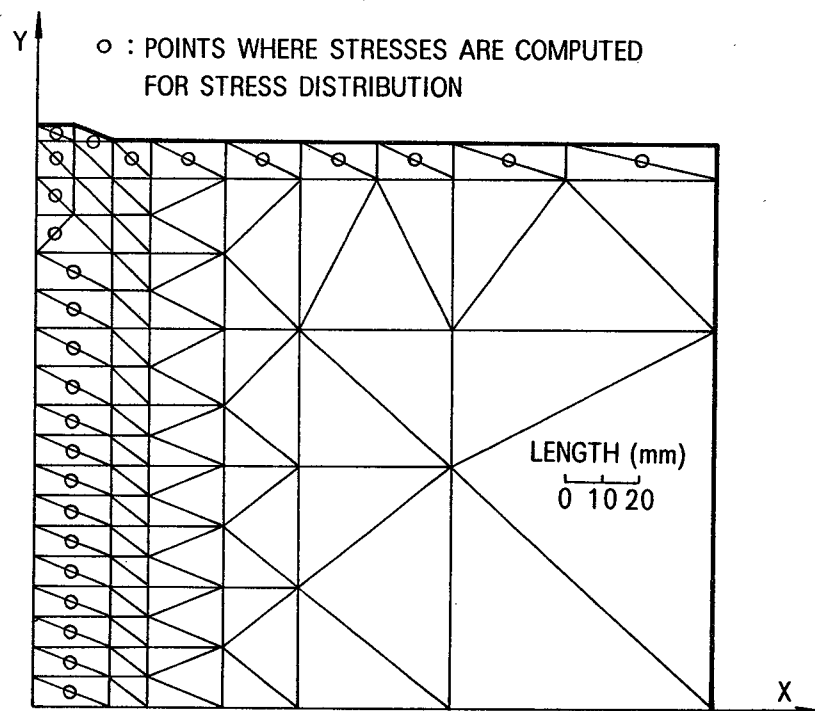


Fig. 3-4-6 Mesh division of specimen M-300

3.4.5 実験による残留応力の計測

本節では、Fig.3-4-2 に示したモデルを対象とし、その多層溶接による過渡及び残留応力を研究するもので理論解析と共に実験を行い、その計測結果と理論解析結果とを比較し、本研究で適用した解析法の信頼性と有用性を検討する。

ここで対象としている極厚板の溶接継手には3次元残留応力が生じる。したがって、実験においても3次元応力をそのまま計測できることが理想である。ところで現在は、3次元残留応力の新しい測定法が提案され³²⁾、実際の溶接残留応力の測定等に適用され、その信頼性と有用性が確認されている³³⁾が、この研究当時は、まだ、信頼できる3次元残留応力の測定法が確立されておらず、本研究では、下記の応力弛緩法により極厚板溶接継手の残留応力を測定した。

Fig.3-4-2 の試験体が室温まで冷却した後、まず、溶接線中央部にて溶接線（Z軸）に垂直に厚さが30mmの薄い層を試験体より切断した。次に、その切り出された薄い層を縦横（Fig.3-4-2 でのY及びX軸方向）に細かく分割して応力をほぼ完全に解放した。これらの切断前後のひずみの変化を電気抵抗線ひずみゲージを用いて測定し、それより試験体に生じていた残留応力を計算した。この解放ひずみの測定は、試験体表面では最初から可能であるが、内部点では不可能であり、薄い層に切り出した後、その切断面にゲージを貼り、その後の分割による変化量を測定した。ところで、初めの切断によって切り出された薄い層では、溶接線方向の残留応力はかなり解放されており、この層に残った残留応力は平面応力状態に近いと考えられる。内部点ではこの状態から後のひずみが測定されているので、実験値はほぼ平面応力状態における残留応力が計測されたことになる。一方、試験体表面では、最初からの全解放ひずみが測定されており、これより算出される残留応力は実際の溶接による全残留応力であり重要である。そこで、試験体表面での残留応力の実験値としてはこの2種類の値（平面応力状態としての残留応力と全残留応力）を示すことにする（図において、各々、2-DIMENSION、3-DIMENSION と記す）。

以上のような実験操作により求められた残留応力値は、この後、理論解析結果と比較し、Fig.3-4-11及び3-4-12に示す。

3.4.6 理論解析及び実験計測結果と考察

(1) 温度分布とその特徴

解析結果として、まず、温度解析により得られた試験体の温度分布を示す。温度解析では、200℃の予熱温度に保持された試験体に最初の溶着金属を盛る瞬間から、最終層の溶接終了後、試験体全体が室温に冷却するまでを連続的に解析する。ここでは、このような温度解析結果の一部を示す。

Fig.3-4-7(a)及び(b)は試験体 M-200の要素分割での第4層及び第8層の溶接後、溶接金属が剛性を回復した直後の温度分布を、Fig.3-4-8(a)及び(b)は試験体 M-300の第6層及び第14層溶接後の同時期の温度分布を示したものである。これらの温度分布を見ると、溶接部から遠ざかるに従い温度は急激に低下し、また、等温曲線は溶接部に平行な直線に近づき、板厚方向の温度差が小さくなっていくことが分る。一方、溶接部では板厚方向の温度差は大きい、最も新しいパスの溶接金属からかなり離れた中心部でも熱の流入及び蓄積により、溶接中は常にパス間温度(200℃)以上の高温状態にある。これらの温度分布の特徴は、溶接によって局部に集中した熱を投与することと、本例では上下対称溶接であることに起因していると考えられる。

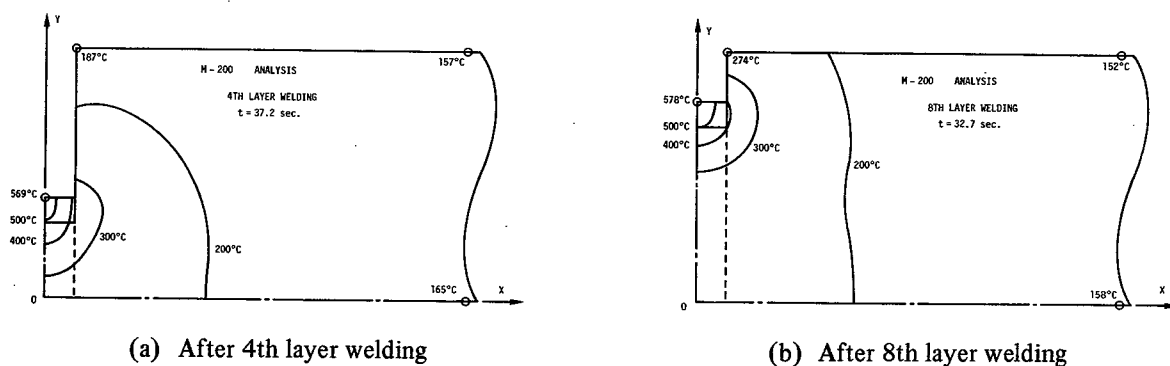


Fig. 3-4-7 Temperature distributions of specimen M-200

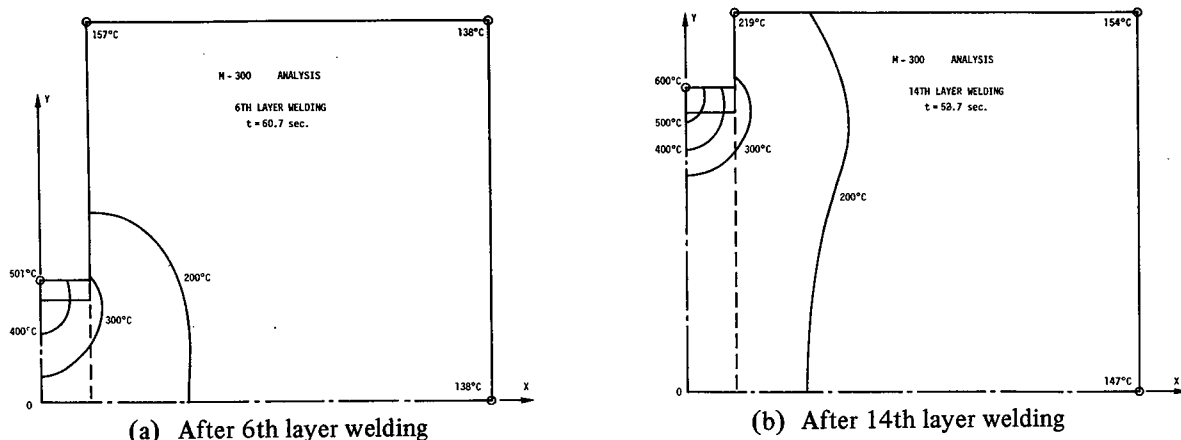


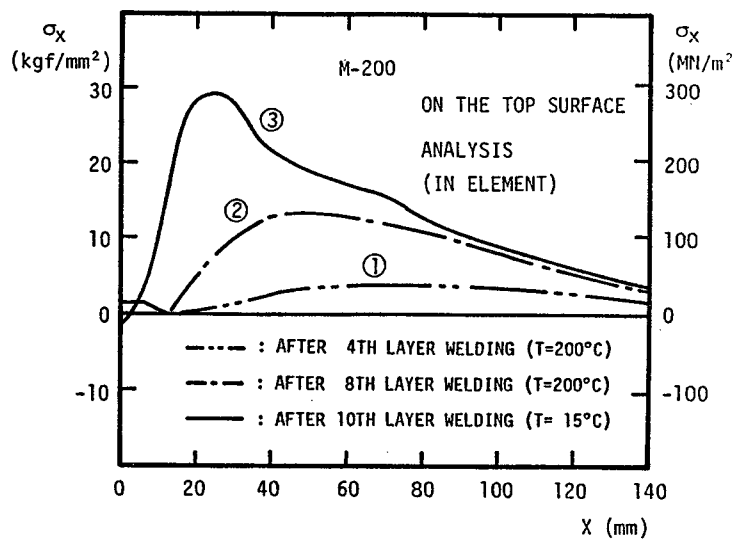
Fig. 3-4-8 Temperature distributions of specimen M-300

(2) 過渡及び残留応力とその特徴

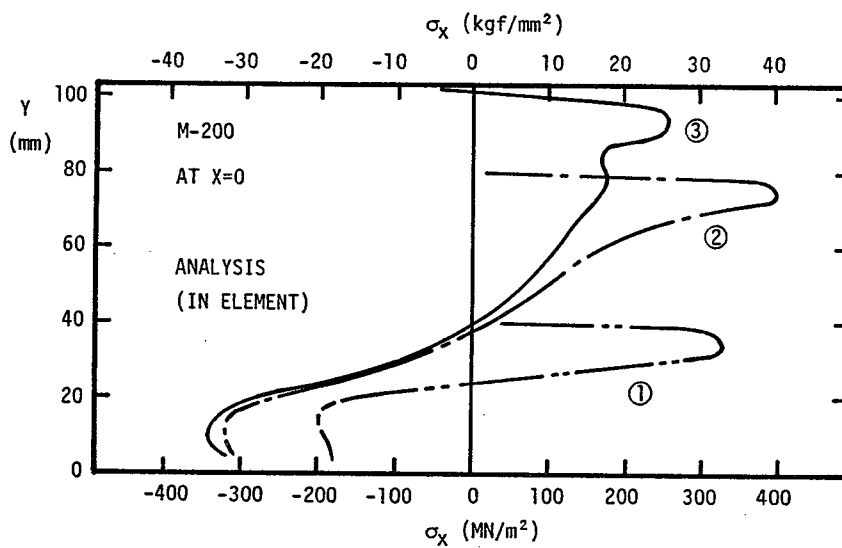
先に述べたように、本研究では溶接線に直角方向の応力、特に、板幅方向（横方向）応力 σ_x に注目しているので、この応力成分の分布の特徴を示す。

Fig.3-4-9(a)及び(b)に、M-200の試験体表面及び中央断面での過渡及び残留応力を示す。また、Fig.3-4-10(a)及び(b)にはM-300の試験体について同様の応力を示す。これらの過渡応力は途中のいくつかの層まで溶接が進んだ時の応力を示したもので、最も新しいパスの溶接金属の温度がパス間温度(200℃)まで冷却した時の応力分布を表わしている。ただし、最終層では試験体全体が室温まで冷却した時の応力、すなわち、残留応力分布を示している。

Fig.3-4-9(a)及びFig.3-4-10(a)から知られるように、試験体表面には引張応力が生じ、溶接が進むにつれ増加していくが、溶接が上の層へ近付くに従い急激に増加する。残留応力は溶接金属上でほとんど零となり、その最大値は止端部より15～20mm程度離れた位置に生じ、その大きさは25～30kgf/mm²である。更に中心から離れるに従い応力は次第に減少していく。Fig.3-4-9(b)及びFig.3-4-10(b)の中央断面での σ_x の分布を見ると、各パスでの新しい溶接金属に最大の引張応力が生じてるが、これはここで用いた要素分割がやや粗く有限要素が多少大きいためであると考えられる。これらの解析に先立って、小さなモデルで要素分割を細かくして行った予備解析結果及び3.3節での解析結果から判断すると、新しい溶接金属の下部（HAZ付近）に

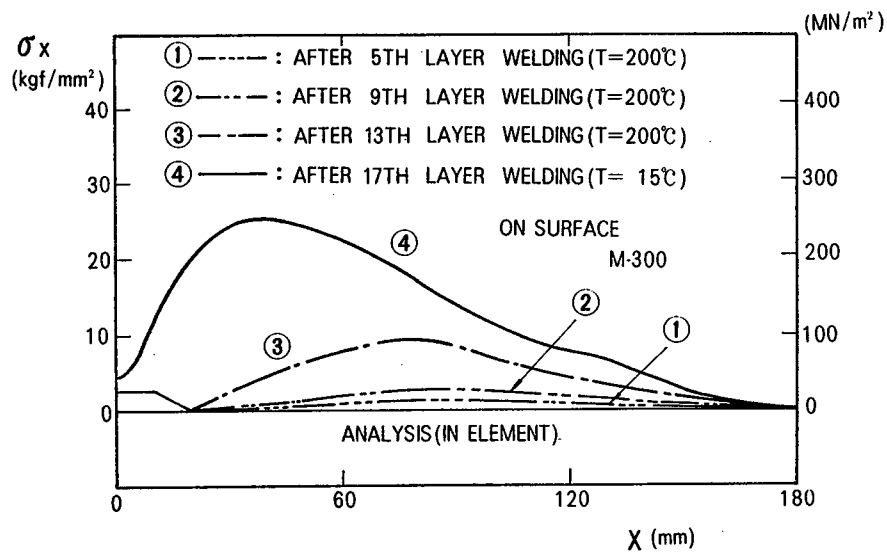


(a) On the top surface

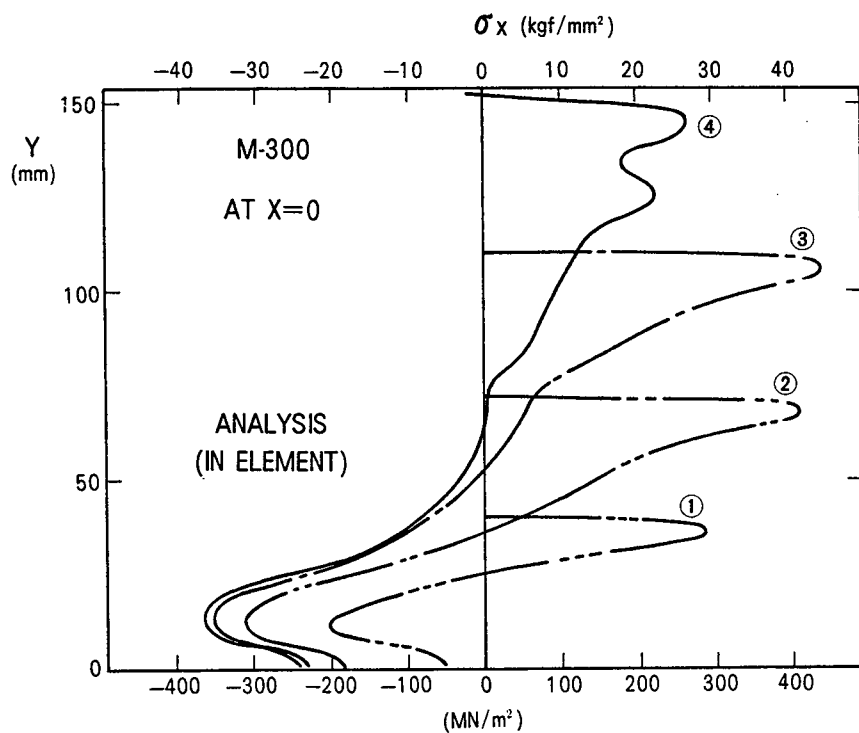


(b) At the middle cross section (at $x = 0$)

Fig. 3-4-9 Transverse welding transient and residual stresses (σ_x) (M-200)



(a) On the top surface



(b) At the middle cross section (at x = 0)

Fig. 3-4-10 Transverse welding transient and residual stresses (σ_x) (M-300)

最大値が生じるものと推定される。この引張応力の値は溶接が上の層へ進むほど少しずつ増加していくが、同時に、それまでに盛られた層の溶接金属には圧縮応力が付加されていく。ここで、初期に盛られた層の溶接金属の応力履歴に注目すると、溶接直後に生じた引張応力はその後減少していき逆に圧縮応力へ転じている。残留応力は表面ではほとんど零で、最終溶接金属層の下部で25~30kgf/mm²程度の最大引張応力が生じ、板厚中心に進むに従い徐々に圧縮側へ移り、中心部付近には35kgf/mm²前後の圧縮応力が生じている。

Fig.3-4-11(a),(b),(c),(d) 及びFig.3-4-12(a),(b),(c),(d) に、この理論解析による残留応力を実験結果と比較して示す。Fig.3-4-11は試験体 M-200の、そして、

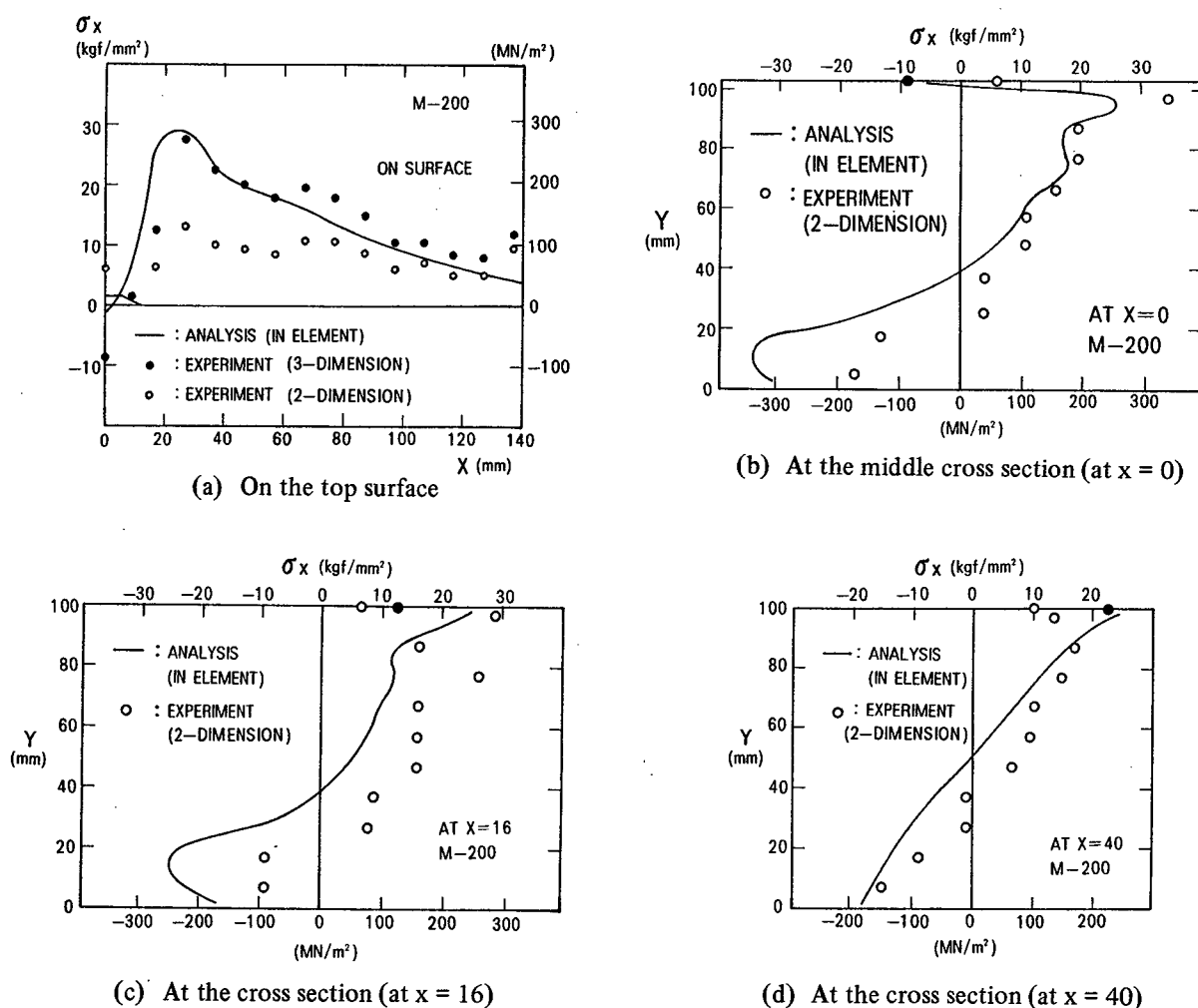


Fig. 3-4-11 Transverse welding residual stresses (σ_x) (M-200)

Fig.3-4-12は M-300の結果である。これらの図の(a)は試験体表面、(b)は中央 ($x = 0$) 断面、(c)は M-200では $x = 16(\text{mm})$ 、 M-300では $x = 40$ の断面、そして、(d)は M-200では $x = 40$ 、 M-300では $x = 60$ の各断面における応力分布を示したものである。試験体表面での実験計測値としては、最初からの全解放ひずみにより算出される残留応力値 (図中、3-DIMENSION と記した値) と、試験体を薄い層に切断した状態 (平面応力状態) で内部に残っている残留応力値 (図中、2-DIMENSION と記した値) の両方を示した。また、断面における実験値は、前者の値は得られないので、後者の薄い層に残っている残留応力値のみを示した。解析結果とこれらの実験値とを比較すると、多層溶接で現象が複雑であり、また、解析においてはいくつかの簡略化を行ったにもかかわらず、試験体表面及び断面とも一部を除いて非常によく一致して

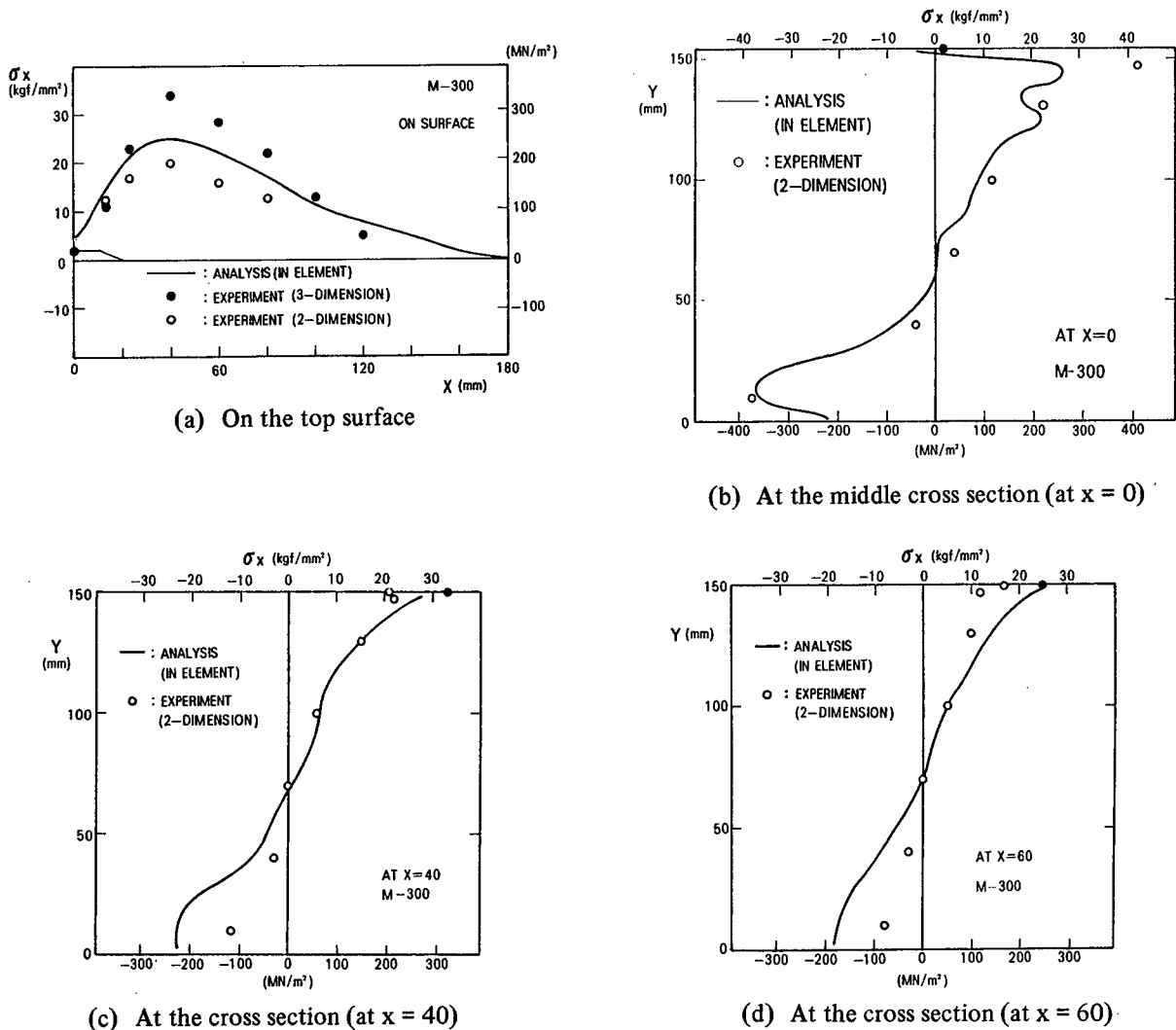


Fig. 3-4-12 Transverse welding residual stresses (σ_x) (M-300)

いる。

実験では、上記の他に、溶接線方向残留応力 σ_z の試験体表面での分布も計測したので、これをFig.3-4-13に示す。なお、この図中の M-100は本研究での予備的实验で、 $t = 50\text{mm}$ に対する結果である。

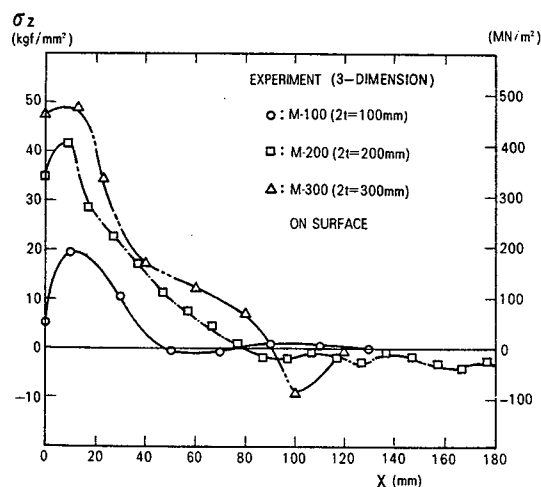


Fig.3-4-13 Experimental longitudinal welding residual stresses (σ_z) on the top surface (M-100, M-200, M-300)

(3) 残留応力と低温割れの可能性

これまでに示した溶接過渡及び残留応力分布の特徴の1つは、最も大きい引張応力が、溶接中では常に新しい層の直下に生じ、溶接終了後の残留応力でも、中央断面では最終溶接金属層の直下に生じることである。また、表面上での残留応力分布では、最終溶接金属表面では応力はほとんど零であり、止端部より15~20mm離れた位置で引張応力が最大になっている。このように最終溶接金属表面付近で応力が大きい値とならない理由については後述する(5)で述べるが、この現象に伴って、止端部での溶接線に直角方向の応力 σ_x が比較的小さな引張応力(15~20kgf/mm²)に留まっている。このことと、溶接金属及び母材の熱影響部の降伏応力が70kgf/mm²程度であることにより、この残留応力が主因となって止端割れが発生することはあまり考えられない。一方、最終溶接金属下部で、この σ_x は止端部よりむしろ高い値(25~30kgf/mm²)を示しており、水素の集積による脆化を伴えば、この最終溶接金属下部で低温割れが発生し表面へ拡がることは十分考えられる。

(4) 過渡応力と中間焼鈍の必要性

ここで解析の対象とした継手は極厚板を用いた圧力容器の胴体と鏡板の接合部であり、その多層溶接工程においては、通常、全厚を一度に溶接しないで、例えば、50～75mm厚の溶接ごとに、中間焼鈍が行われる。この焼鈍は、脱水素、材質の改善及びそれまでの溶接によって生じた内部応力の除去を目的とするものであるが、製作上かなりの手間を必要とする。ところで溶接工程中の内部応力、つまり、これまでに示した過渡応力の変化を見ると、応力除去の点からはこの中間焼鈍はあまり有意義ではない。

その理由は、先にも述べたように、最大引張応力は常に新しい溶接金属直下に生じるが、その応力は溶接が更に進み、上部に新しい溶接金属が盛られるに従い次第に緩和されていくからである。つまり、溶接金属部においては、1つの層に注目すると、最初は大きな引張応力が生じるが、その後、その引張応力は増加するのではなく、次第に圧縮側へ減少していく。

(5) 残留応力の生成機構^[13]

(2) 及び(3) 項では多層溶接残留応力分布の特徴を述べた。このような厚板多層溶接残留応力の生成機構については、既に、3.3節で簡単に説明した(本節の継手は3.3節の拘束条件Bの場合に属する)が、ここでは、更に詳細に、特に、最終溶接金属表面付近での残留応力 σ_x が非常に小さい値になっていることに注目してその生成機構を考察する。まず、試験体中央断面の応力分布を取り上げる。中央断面($x=0$)での σ_x は層を重ねるごとに再分布され、常にその時の最上層下部に最大引張応力が発生している。これは、新しい層の溶接によってその近傍が高温に達し、応力が一旦解放されると共に、その後の冷却による横収縮によって新しい層には引張応力が生じ、それより下層には圧縮応力が付加されるためである。ところで、最終溶接金属部の応力は小さい。その理由として、溶接金属の横収縮に対する周囲からの拘束が最終溶接金属部ではその下部に比べ多少緩く、横収縮が拘束されることにより溶接金属内に生じる引張応力がその下部よりは小さくてすむこと及び最終パス溶接後、大きな引張応力が生じると考えられる高温域が表面より多少内部へ移動することが上げられる。

次に、試験体表面の応力分布を考える。試験体表面には引張の σ_x が生じ溶接が

進むにつれ増加していく。その変化は溶接が上層に移るに従い急激となる。この応力も各層の新しい溶接金属の横収縮によるものと考えられる。すなわち、新しい溶接金属がその収縮時に試験体の開先を中心部へ引き寄せようとするのに対して、既に溶接され十分剛性を回復している下層の溶接部を介して試験体が抵抗するためである。特に、溶接が最上層に近づくと、溶接金属部の収縮が表面付近を直接引き寄せようとするため、表面で付加される引張応力は大きくなる。

以上より明らかなように、多層溶接の場合、各層の新しい溶接金属の収縮が応力生成の主因となっていると考えられるが、これだけでは最終溶接金属表面付近での応力が小さいことを説明するには不十分である。そこで、解析結果を更に詳しく検討すると、もう1つの重要な応力の生成要因があることが分る。それは、溶接終了後の試験体全体としての板厚方向への収縮である。つまり、Fig.3-4-7 及び3-4-8 は途中のパスの溶接後の温度分布であるが、溶接金属部の温度は高く板厚方向に一様に近付いている。溶接終了時、中央の溶接金属部付近は高温状態にあり、試験体が完全に室温に冷却するまでの板厚方向への収縮は、表面中央部にくぼみが生じるような変形を起こす。この曲がり変形による圧縮応力が中央部表面付近に加わる。表面及び中央断面での残留応力分布で、最終溶接金属表面近傍で予想に反して応力が低く、表面中央部ではほとんど零となっているのは主にこの理由による。

そこで、以上の2つの要因が応力生成に大きな影響力を持つものと考え、試験体 M-300を対象として簡単な弾性計算を行ってみた。つまり、(1) 熱弾塑性解析で溶接金属となる要素に、ある温度差（有効温度差と呼ぶことにする）に相当する収縮ひずみを順次与えた（この時未溶接部の要素は除かれている）。(2) 次に、全溶接金属部にこれとは別に板幅方向にある大きさの温度差に相当する収縮ひずみを与えた。この(1) 及び(2) の弾性計算の結果の和をFig.3-4-14(a) 及び(b) に熱弾塑性解析結果と比較して示す。この解析例では、(2) の全溶接金属に与える温度変化量を、温度解析結果を参考にして、 50°C とした。一方、(1) の溶接金属要素を順次増加させながら、新しい溶接金属要素に与えていく温度変化量、すなわち、有効温度差は、最終的に求められる表面での引張残留応力の最大値が熱弾塑性解析結果と一致するように決めた。この条件を満足する有効温度差は 180°C であった。弾性計算であるので、中央断面での応力分布では圧縮応力がかなり大きくなっているが、定性的には非常によく一致している。本解析結果より、極厚板多層溶接における残留応力の生成要因と

して、各層の新しい溶接金属の収縮と、溶接終了後の溶接金属部全体としての板厚方向への収縮が上げられることを確認することができる。

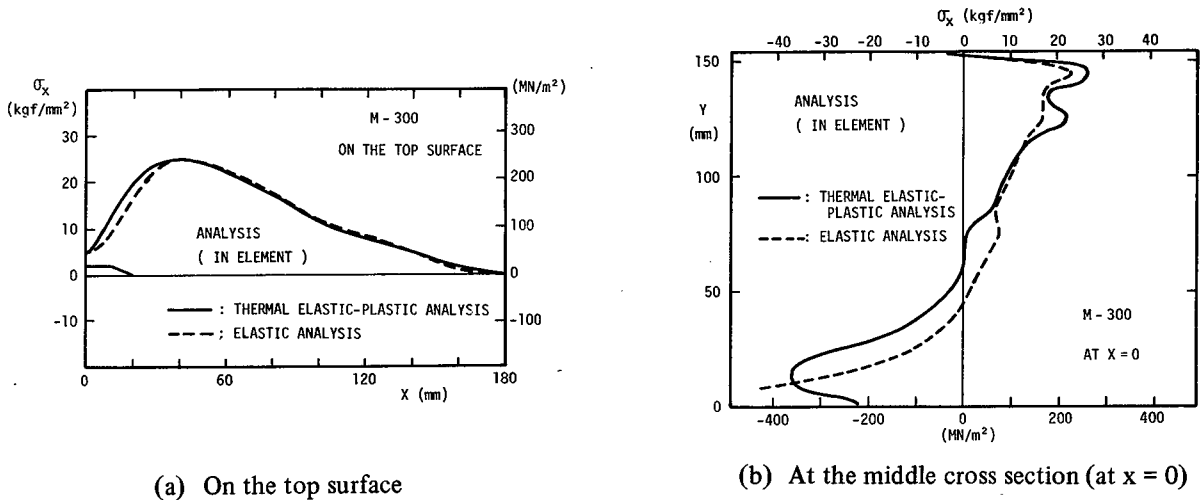


Fig. 3.4-14 Results of elastic analysis to estimate welding residual stresses

3.4.7 結 言

本節では極厚板を用いた圧力容器の胴体と鏡板の周継手部を対象とし、その力学的条件を考慮したモデルを用いて、多層溶接による過渡及び残留応力を理論解析した。また、実験による計測も同時に行い、その結果を比較した。理論解析は 2.2節で示した理論と 3.2節及び 3.3節で示した解析法に基づいて行い、この継手部に生じる過渡及び残留応力を得た。そして、理論解析及び実験計測結果に対していくつかの考察を加えた。本節で明らかになった諸点を要約すると次のようになる。

(1) 理論解析には 2.2節で示した有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を適用した。この理論を溶接問題に適用するために、本節に入る前に、3.2 節で溶接中の力学現象を理想化し、精度と効率のよい解析法を開発した。また、パス数が非常に多い極厚板多層溶接のような場合には非常に長い計算時間を要するので、経済的な解析を行うため、3.3 節で更に解析の簡略化を行った。それらの適用により得られた本節での解析結果は実験計測値と基本的に非常によく一致し、適用した手法の信頼性と有用性が確認された。

また、解析結果及び考察をまとめると次のようになる。

(2) 溶接中、板幅方向(横方向)の過渡応力 σ_x の引張の最大値は常に新しい溶接金属下部に生じる。しかし、1つの溶接層に注目すると、溶接が更に上の層に進むに従い引張応力は徐々に緩和されていき、溶接部板厚中心付近には逆に圧縮応力が蓄積されていく。したがって、内部応力 σ_x の軽減だけを目的とするならば、中間焼鈍はあまり意味がないと考えられる。

(3) 残留応力分布において、 σ_x の引張の最大値は、表面上では止端部より15~20mm程度離れた位置に、また、中央断面では最終溶接金属下部に生じる。その大きさは共に25~30kgf/mm²である。一方、止端部では15~20kgf/mm²程度の応力に留まっている。したがって、低温割れは止端部よりむしろ最終溶接金属下部に生じ、表面へ拡がる可能性があると考えられる。

(4) 以上のような多層溶接残留応力は、各層の新しい溶接金属の収縮と、全溶接終了後の溶接金属部を中心とした板厚方向への収縮により生成される。特に、止端部を含め最終溶接金属表面付近での残留応力 σ_x が大きくなるのは第2の要因によるところが大である。

3.5 原子力プラント等配管の水冷法による円周多層突合せ溶接の残留応力と水冷法の有効性^{[14]~[16]}

3.5.1 緒言

SUS304等ステンレス鋼管は、耐食性、高温強度、低温における靱性等が優れており、原子力プラントを初め種々の設備において多く使用されている。しかし、次の3つの条件が重畳する場合には、溶接部においてその内表面で応力腐食割れが発生することがある。すなわち、

1)溶接による高い引張残留応力、2)材質の鋭敏化、3)酸素を含んだ腐食環境。

したがって、これを力学的に防止するには、内表面の溶接残留応力を圧縮応力にすることである。最近、この残留応力の圧縮への転化及び材質の鋭敏化の低減を目的として、溶接中に溶接部内表面をスプレー噴水にて強制的に冷却させる水冷溶接法(Heat-sink welding)が適用され、基本的に有効であると考えられている³⁴⁾。同時に、鋼管寸法及び入熱量によっては、水冷法の有効性が低下する場合があることも実験報告されている³⁵⁾。しかし、このような水冷溶接法の有効性を力学的立場から、詳細に十分検討した研究は見当たらない。

本節の研究では、まず、SUS304・4B管をある標準的な溶接条件(入熱量)のもとで、通常の溶接部を自然冷却させる空冷溶接法(Conventional welding)と上記の水冷溶接法で円周多層突合わせ溶接した場合の残留応力を理論解析と実験により求め、その生成機構を明らかにする。そして、残留応力分布の改善に水冷法が非常に有効な溶接法であることを示す。

次に、理論解析により、種々の鋼管寸法及び入熱量に対して、空冷法及び水冷法による残留応力を求める。その生成機構を解明することにより、これらの条件の変化が水冷法の有効性に及ぼす影響について検討し、水冷法の有効な条件を見出す。

3.5.2 4B管・標準入熱の場合(基本的現象)

ここでは、まず、SUS304・4B管をある標準的な入熱条件で空冷法と水冷法で溶接した場合の残留応力を理論解析と実験により求め、この場合、水冷法が非常に有効な溶

接法であることを示す。次に、水冷法が有効となるメカニズム、すなわち、その残留応力の生成機構を空冷法の場合と比較し検討する。

(1) 実験対象及び実験方法

実験は、SUS304・4B管(Sch 80)を供試材とし、開先加工を施した後、円周多層突合わせ溶接を行い、溶接時の温度と冷却後の残留応力を計測するものである。その試験体の形状及び寸法をFig.3-5-1 に、また、供試材の化学成分をTable 3-5-1 に示す。なお、溶接材料はD308である。

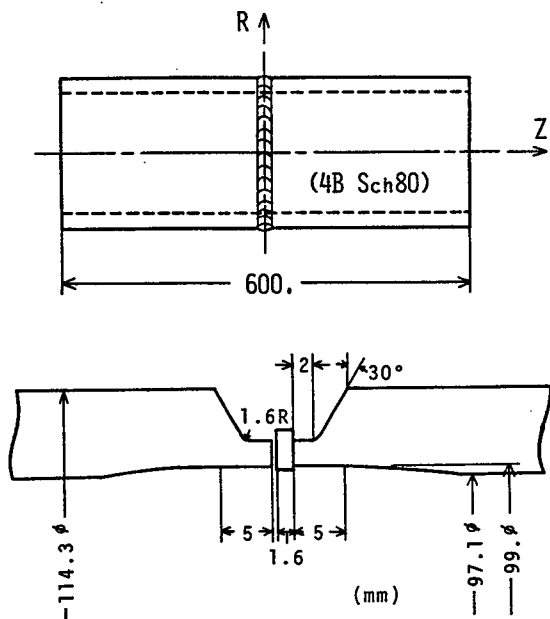


Fig. 3-5-1 Dimensions of 4-inch diameter test pipe

Table 3-5-1 Chemical compositions of 4-inch test pipe (%)

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Cu	Co
0.06	0.43	1.73	0.032	0.013	8.97	19.24	0.16	0.23

実験における溶接は、溶接中の冷却法が異なる次の2つの方法で行う。1つは、試験体を自然冷却させる通常空冷溶接法で、もう1つは、溶接中に溶接部内表面をスプレー噴水にて強制的に冷却させる水冷溶接法である。その溶接条件をTable 3-5-2

に示す。溶接はどちらの場合も6パス4層で行い、その溶接条件は冷却方法をのぞくとほとんど同じである。水冷法の場合でも、スプレー冷却の前に管を接合しておく必要があるため、1～3パスは空冷法で溶接を行う。その後、4～6パスの溶接時に冷却水（室温）を22ℓ/min.の流量で溶接部内表面に噴水させる。

一方、実験における計測は、溶接時の温度変化の計測と溶接終了後の残留応力の計測からなる。温度変化の計測は、溶接部付近の管の内外表面及び内部に取り付けた熱電対により行う。他方、残留応力の計測は、管の内外表面で標点距離3mmの2軸ひずみゲージを用い弛緩法により行う。

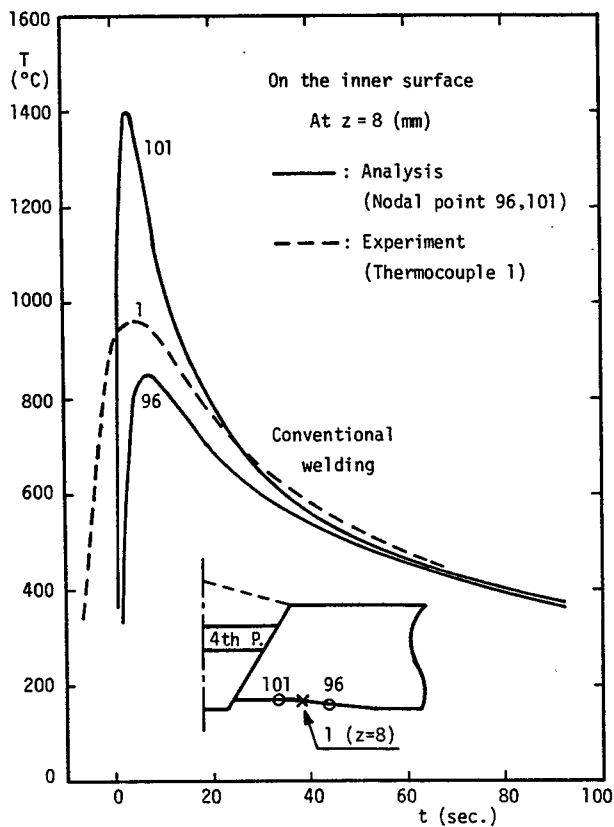
Table 3-5-2 Conditions of welding for 4-inch pipe (Standard heat input)

WELDING METHOD	WELDING PROCEDURE	PASS NO.	ROD	INTER-PASS TEMP. (°C)	CURRENT (A)	VOLTAGE (V)	TRAVEL SPEED (cm/min)	HEAT INPUT (kJ/cm)	SPRAY WATER FLOW RATE (ℓ/min)
CONVENTIONAL WELDING	GTAW	1	I.R.	140	120	12	6.5	13.3	—
		2	T1.6	130	100	11.5	9.5	7.3	
		3	T1.6	140	100	11.5	9.5	7.3	
	SMAW	4	W3.2	140	120	25	11.5	15.7	
		5	W3.2	150	120	25	12.5	14.4	
		6	W3.2	140	120	25	12.9	14.0	
HEAT SINK WELDING	GTAW	1	I.R.	140	120	12	7.0	12.3	—
		2	T1.6	130	100	11.5	9.5	7.3	
		3	T1.6	130	100	11.5	9.0	7.7	
	SMAW	4	W3.2	140	120	25	12.0	15.0	22
		5	W3.2	150	120	25	12.9	14.0	
		6	W3.2	140	120	25	12.9	14.0	

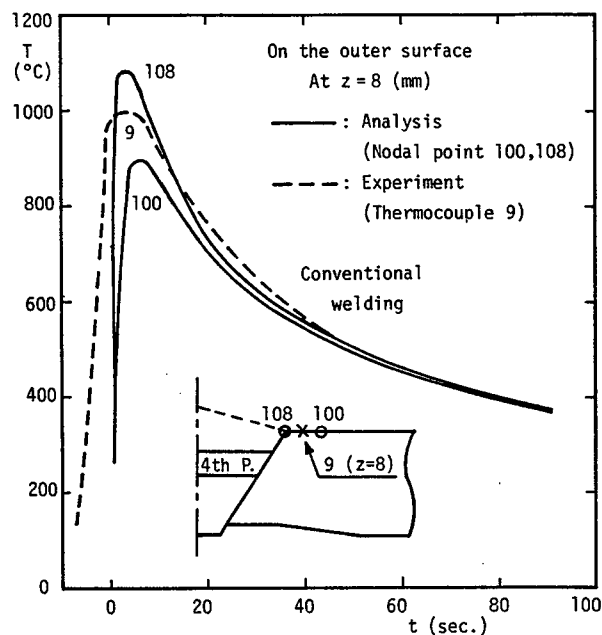
I.R.: INSERT RING T1.6 : TG308L 1.6φ W3.2 : WEL308L 3.2φ

（２）実験計測結果（溶接温度履歴及び残留応力）

まず、温度計測結果の一部をFig.3-5-2(a),(b)及び3-5-3(a),(b)に破線で示す。Fig.3-5-2 が空冷法の場合で、Fig.3-5-3 が水冷法の場合である。共に、第4パスの溶接時の温度履歴を示すもので、計測位置はいずれも溶接部中心からの距離が8mmで、(a)が内表面（水冷法の場合は内表面から0.3mm内部の点）、(b)が外表面の温度変化である。空冷法と水冷法の温度履歴を比較すると、最高到達温度及び冷却速度がかなり異なり、特に内表面での最高到達温度の相違が大きいことが分かる。水

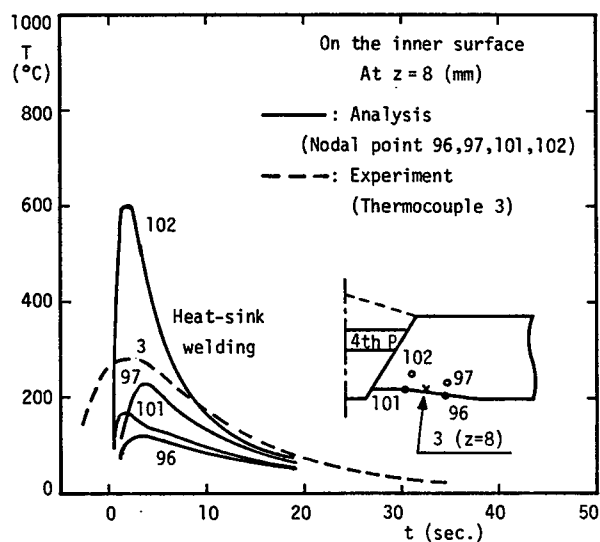


(a) On the inner surface

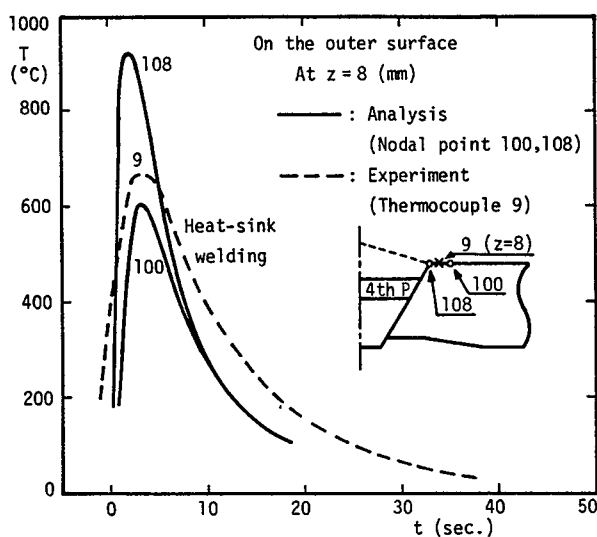


(b) On the outer surface

Fig. 3-5-2 Temperature histories of 4-inch pipe by conventional welding
(Standard heat input, 4th pass, $z = 8$ mm)



(a) On the inner surface



(b) On the outer surface

Fig. 3-5-3 Temperature histories of 4-inch pipe by heat-sink welding
(Standard heat input, 4th pass, $z = 8$ mm)

冷法の場合、内表面での温度上昇量は非常に小さく、板厚方向に大きい温度差が生じている。

次に、残留応力の計測結果をFig.3-5-4(a),(b)及び3-5-5(a),(b)に示す。Fig. 3-5-4 が空冷法の場合、Fig.3-5-5 が水冷法の場合の結果で、それぞれの図の(a) は管の軸方向応力 (σ_z)、(b) は円周方向応力 (σ_θ) の内外表面における分布である。溶接部内外表面上に注目すると、空冷法の場合は、軸方向応力 (σ_z) 及び円周方向応力 (σ_θ) が共に、内表面では引張に、外表面ではほとんど零か圧縮になっている。一方、水冷法の場合は、逆に、上記の応力成分は共に、内表面では大きな圧縮に、外表面では大きな引張になっている。

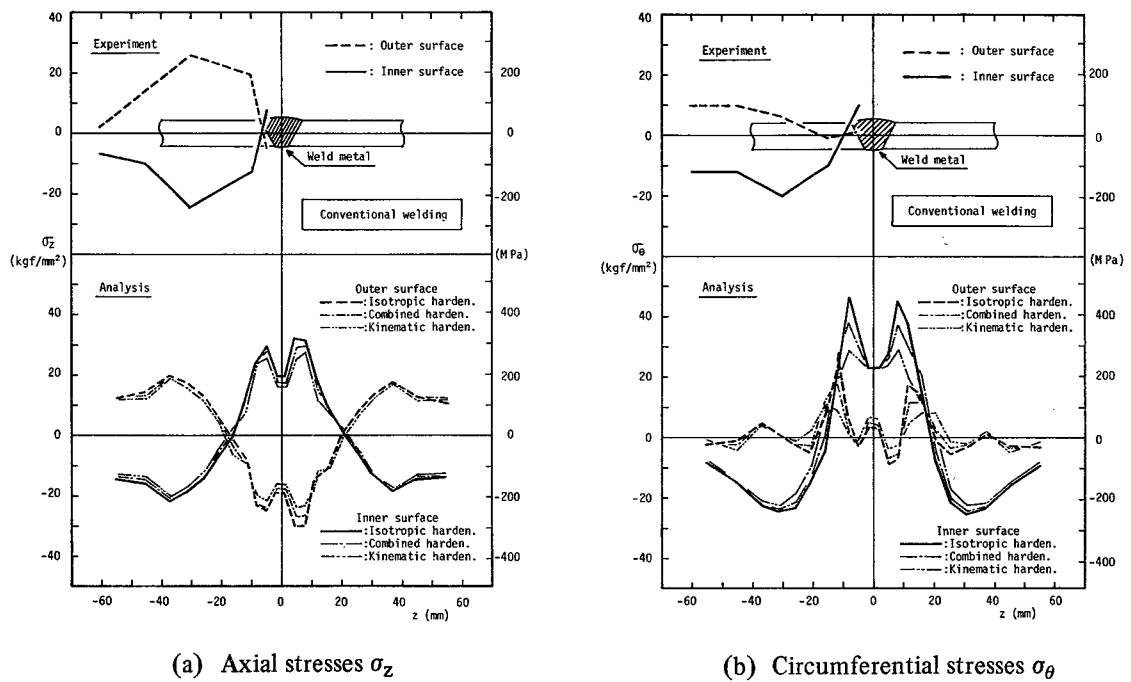


Fig. 3-5-4 Welding residual stresses of 4-inch pipe on the inner and outer surfaces by conventional welding

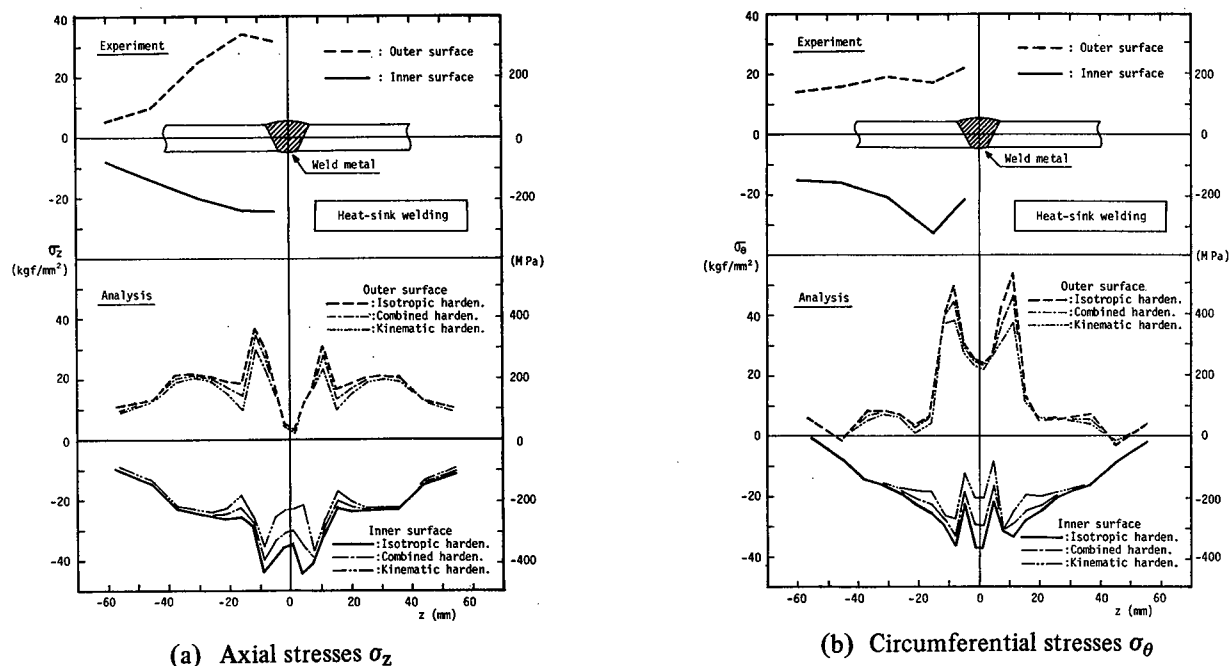


Fig. 3-5-5 Welding residual stresses of 4-inch pipe on the inner and outer surfaces by heat-sink welding

(3) 理論解析法

理論解析では、これまでと同様、まず、温度解析を行い、次に、その温度分布を用いて熱応力解析を行う。温度解析には差分法を、熱応力解析には有限要素法に基づく熱弾塑性解析法を適用する。本節の研究で取り扱う鋼管の円周多層突合せ溶接は実際は3次元状態における現象であるが、3.2節でも述べたように、現在の計算機の性能では、非線形の3次元熱応力解析を直接行うことは、経済的に非常に難しい状態にある。そこで、試験体が軸対称であることに注目し、解析では溶接も軸対称になるように行われたと考える。すなわち、各パスの溶着金属が全周にわたって瞬間的に同時に盛られたと仮定する。このように考えると、解析は軸対称問題となり、2次元問題と同程度の記憶容量と演算時間で、3次元応力状態としての熱応力解を得ることができる。ところで、この軸対称問題としての取り扱いは、3.2節で検討した平面変形状態に近い。溶接線に垂直な断面は平面を保持したまま移動する。ただし、この時、軸対称であることの拘束をうける。すなわち、各断面は半径方向にのみ移動することができる。

解析に用いたSUS304材に対する材料定数をFig.3-5-6 及び3-5-7 に示す。Fig. 3-5-6 は温度解析に用いた物理定数^{36),37)}を示しており、この中で、水冷法の場合のス

プレー噴水に対する熱伝達率は本解析特有のものである。この温度依存性は文献37)と実験による温度計測結果をもとに決定した。図に示されているように、表面温度が上昇し 100℃を越えると、核沸騰がはじまり、表面からの熱伝達率は急激に増加する。しかし、表面温度が物体内部からの熱伝導により更に上昇し、200℃を越えると、その後は急激に低下していく。Fig.3-5-7 は熱応力解析に用いた力学的性質^{36),38)}を示しており、本供試材は1000℃付近の高温までかなりの強度を有していることが分かる。その間の温度上昇及び冷却過程で相変態を生じない。また、加工硬化に関しては、材料が等方硬化するものと仮定して材料試験結果より決定された材料定数を示している。すなわち、Fig.3-5-7 での材料の初期降伏応力 σ_Y は 2.2節の理論式における降伏曲面の大きさ σ_0 の初期値に相当し、材料の降伏後は、降伏曲面の中心は移動せず、加工硬化係数 H と比例的に降伏曲面は膨張していく (σ_0 が大きくなっていく) と考える。なお、降伏曲面の形状は Misesの条件に従うものと仮定する。

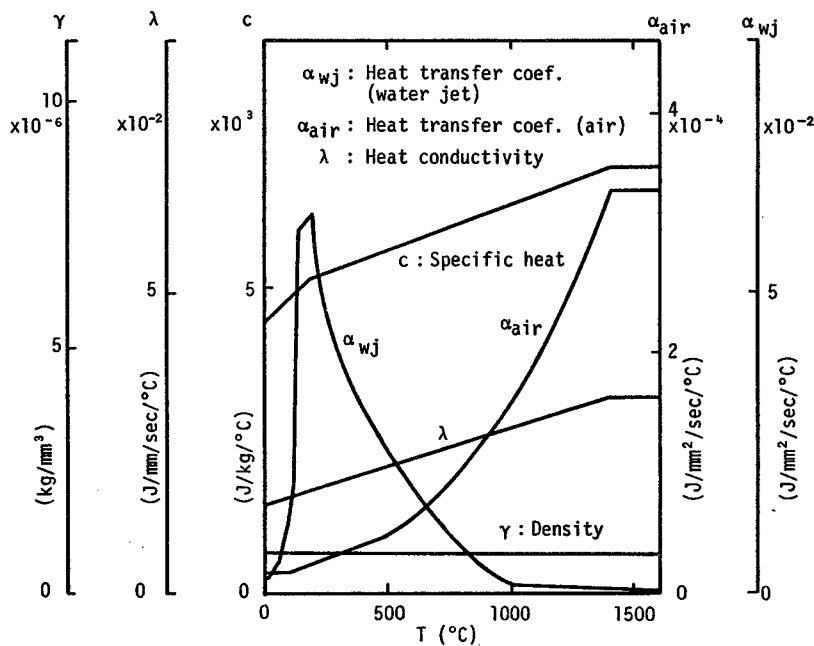


Fig. 3-5-6 Physical properties used in temperature analysis

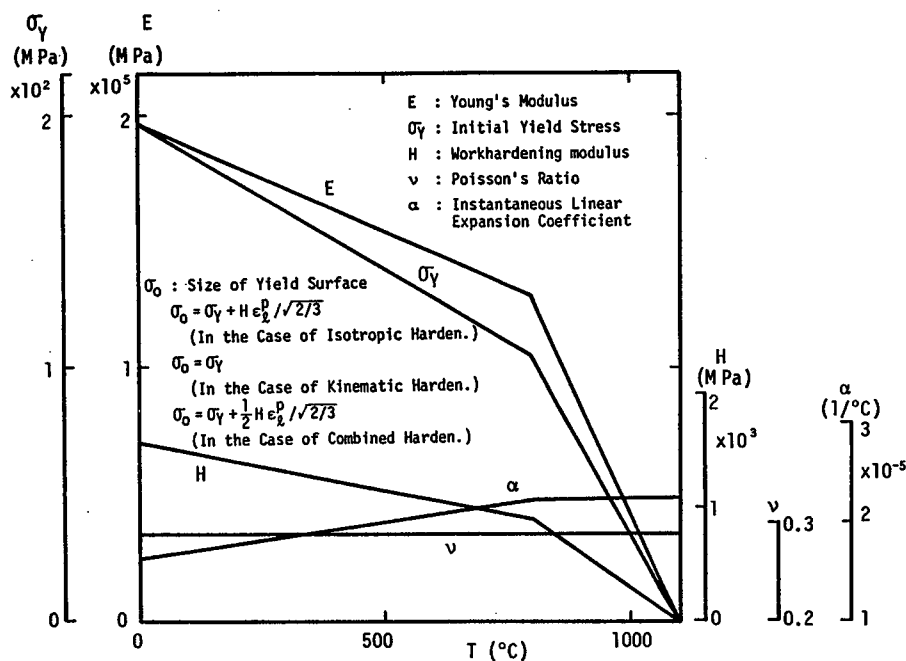


Fig. 3-5-7 Mechanical properties used in thermal stress analysis

ところで、ステンレス鋼は、一般に、初期降伏後の加工硬化による強度の上昇が大きく、その多層溶接残留応力を理論解析する場合、解析に採用する加工硬化則が結果に大きな影響を及ぼす可能性がある。そこで、本解析では、上記のような定数を用いて等方硬化則に従うと仮定する場合の他に、下記のような取り扱いのもとに、移動硬化及び複合硬化に従うと仮定して解析を行う。まず、移動硬化則に従うとする場合は、Fig.3-5-7 の σ_Y が常に降伏曲面の大きさ σ_0 を表わし、降伏後の加工硬化による応力の上昇時には、 σ_0 は変化せず、曲面の中心がその応力上昇量に相当する量だけ応力空間を移動していると仮定する。次に、複合硬化則に従うとする場合は、等方硬化と移動硬化の比率を 1 : 1 とし、例えば、応力増加量が 2 kgf/mm^2 であれば、この間に、 σ_0 は 1 kgf/mm^2 分だけ大きくなり、残りの 1 kgf/mm^2 分は、曲面中心が移動していると仮定する。また、降伏曲面の移動方向は、移動硬化則及び複合硬化則共、Ziegler 則¹⁹⁾に従うと仮定する。この場合の移動方向は、2.2 節で示した式(2-2-12)によって表わされる。なお、理論解析に用いる要素分割は、次項 3.5.3 で Fig.3-5-11(b) に示す。

(4) 理論解析結果（溶接温度履歴及び残留応力）

空冷法及び水冷法の場合の温度解析結果をそれぞれFig.3-5-2(a),(b)及び3-5-3(a),(b)に実線で示す。解析で温度履歴が得られる節点と実験計測点の位置は必ずしも一致していないので、解析結果としては、図中に示すように各実験計測点を囲む2～4つの節点の温度履歴を示すことにした。解析結果と実験結果を比較すると、空冷法の場合は、最高到達温度及び冷却速度共に両結果は非常によく一致している。一方、水冷法の場合は、冷却速度が解析結果の方がやや速くなっている。ただし、これらの図に示した位置だけでなく全体にそのような傾向があるので、この温度解析結果を用いて行う熱応力解析に対しては、この冷却速度の多少の相違は大きな影響を及ぼさないと考えられる。

次に、空冷法及び水冷法の場合の残留応力の解析結果をFig.3-5-4(a),(b)及び3-5-5(a),(b)に示す。いずれの場合も、解析結果と実験結果は基本的に非常によく対応している。溶接部内表面の残留応力は解析においても、軸方向(σ_z)及び円周方向(σ_θ)共、空冷法の場合に引張であったのが、水冷法の適用により圧縮へ転じていることが分かる。

(5) 理論解析で採用する加工硬化則の解析結果への影響

ここで、解析で仮定する加工硬化則が結果に及ぼす影響について検討する。等方硬化則を仮定すると、繰返し荷重を受ける場合、一般に、移動硬化則を仮定する場合よりも残留応力の絶対値は大きくなると考えられるが、Fig.3-5-4 及び3-5-5を見ると、ここでも、そのような傾向が見られる。すなわち、空冷法及び水冷法共、 σ_z 及び σ_θ の値（絶対値）が、等方硬化を仮定した場合、移動硬化を仮定した場合より大きくなっている（複合硬化はその間にある）。溶接残留応力が大きい目に見積られることは、溶接割れなど安全性を検討する場合、安全側の結果と考えられ、したがって、等方硬化則の結果が安全側の結果となるが、それは引張残留応力に対する場合だけである。ここで、水冷法の場合を考えると、圧縮残留応力を生成させることにより割れを防止する。この場合、その後の稼働時に応力変化が生じることを考えると、この溶接工作時にできるだけ大きな圧縮応力を残留させておくことが望ましい。等方硬化を仮定すると、移動硬化の場合より大きな圧縮残留応力を算出し、より安全な状態を推定させる。安全性の評価に対しては危険側の結果となる。したがって、このよう

な意味では、水冷法の解析に対しては、移動硬化あるいは複合硬化を仮定した方が好ましいと考えられる。しかしながら、下記の理由により、本研究では、以後、等方硬化を仮定して解析を進めていく。

- 1) 本供試材に対し、移動あるいは複合硬化を仮定して、実際の材料の挙動をより精度よく表わすことのできる信頼できる材料定数がいまだ確定されていない（ここでは、等方硬化を仮定した場合の材料定数を仮に利用しただけである）。
- 2) 量的には多少差があるが、結果の傾向、すなわち、空冷法の場合から水冷法の場合への残留応力の転化に関しては、どの硬化則を仮定しても類似の結果を得ている。

しかしながら、上記のような結果を見ると、将来、残留応力の大きさをより厳密に議論する必要が生じれば、材料の真の挙動をより精度よく表わす加工硬化則とその材料定数を確定して、本論文 2.2節で示した理論を適用して解析する必要があると思われる。

(6) 残留応力の生成機構と水冷法の有効性に対する考察

ここでは、これまでに示した残留応力の生成機構について考察する。まず、解析結果を用いて、溶接部中央板厚方向の温度分布の例を、空冷法と水冷法の場合を比較して Fig.3-5-8 に示す。共に、最終の第6パス溶接後、新しい溶接金属の温度が約

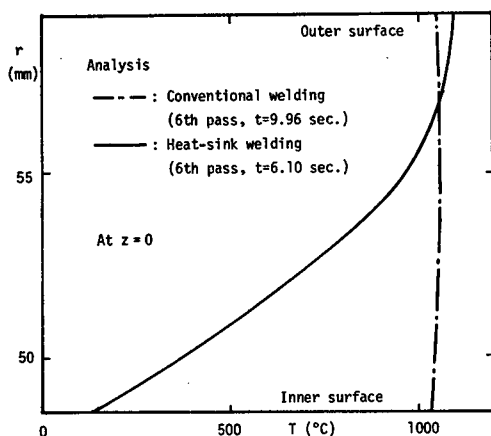


Fig. 3-5-8 Temperature distributions in the wall thickness direction at the center of weld zone of 4-inch pipe (Standard heat input, 6th pass)

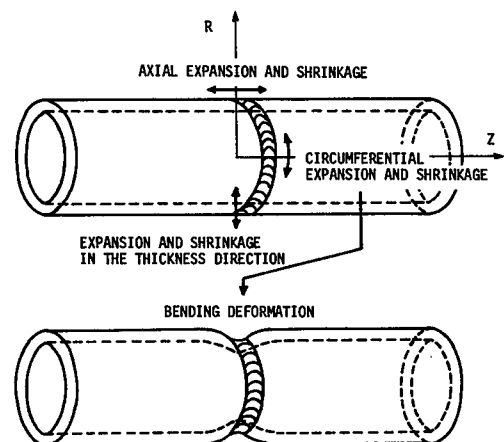


Fig. 3-5-9 Expansions and shrinkages at the joint of a pipe by circumferential butt welding

1000℃まで冷却した時の分布である。空冷法の場合は、このような高温時においてすでに板厚方向に一樣な温度分布になっている。一方、水冷法の場合は、内表面の温度上昇量が小さく、板厚方向の温度差は非常に大きい。Fig.3-5-8 は第6パスの溶接による温度分布であるが、残留応力に対する影響力が大きい後半のパスの溶接時において常に同様の特徴がみられる。したがって、基本的には、このような温度変化に伴う熱膨張・収縮の内的拘束によって生じる応力を考えることにより残留応力を推定することができると思われる。

次に、溶接により試験体に生じる熱膨張・収縮を区分する。本研究のように円管を円周溶接する場合には、熱膨張・収縮はFig.3-5-9 に示すように、軸方向膨張・収縮、円周方向膨張・収縮及び板厚方向膨張・収縮に分けることができる。そして、これらの膨張・収縮により2次的に生じる変形があり、そのうち残留応力を考える上で無視できないものとして、円周方向膨張・収縮に伴う $z-r$ 平面内での曲げ変形がある。そこで、以下において、Fig.3-5-8 に示すような温度分布特性をもつ空冷法と水冷法のそれぞれの場合に、これらの各種の膨張・収縮によって溶接部内外表面に生じる応力を検討することにする。

(a) 軸方向膨張・収縮による応力

まず、空冷法の場合は、軸方向の膨張・収縮によっては、応力はあまり生成されないと考えられる。他方、水冷法の場合は、溶接熱サイクルの後に高温側の外表面付近には引張の軸方向応力が、低温側の内表面付近には圧縮の軸方向応力が残留するものと考えられる。また、円周方向には平面変形状態に近いので、これらの応力のポアソン比程度の応力が生じるものと考えられる。

(b) 円周方向膨張・収縮による応力

まず、円周方向応力として、空冷法の場合は、溶接部では内外表面とも引張応力が生成されるものと考えられる。他方、水冷法の場合は、(a)と同様に溶接部外表面付近に引張、内表面付近に圧縮の円周方向応力が生じるものと考えられる。また、この方向の膨張・収縮に伴う $z-r$ 面内での曲げ変形により、空冷法及び水冷法共、溶接部中央付近では外表面側に圧縮、内表面側に引張の軸方向応力が付加されるものと考えられる。

(c) 板厚方向膨張・収縮による応力

この方向の膨張・収縮は板厚方向残留応力の生成に対しては支配的であるが、軸方

(d) 残留応力

Table 3-5-3 Mechanisms of production of welding residual stresses

(b) Heat-sink welding

Component of Stress	Location	σ_A	σ_C	σ_R
σ_z	O. S.	+	-	+
	I. S.	-	+	-
σ_θ	O. S.	0	+	+
	I. S.	0	-	-

— 102 —

3.5.3 2B管、4B管（大入熱）及び24B 管の場合（寸法及び入熱条件の変化の影響）

前項では、4B管に対する標準溶接入熱の場合を対象に理論解析と実験を行い、水冷法の有効性とその残留応力の生成機構を示した。同時に、理論解析結果が実験結果とよく対応し、理論解析が有用であることも確かめた。ところで、これまでの実験結果によると、鋼管寸法及び入熱量が変化すると水冷法の有効性が低下する場合がある。そこで、ここでは、まず、理論解析により、種々の鋼管寸法及び入熱量に対して、空冷法及び水冷法による残留応力を求める。次に、その生成機構の変化を解明することによりこれらの条件の変化が水冷法の有効性に及ぼす影響について検討し、水冷法の有効な条件を見い出す。

（1）解析対象

SUS304鋼管を円周多層突合せ溶接した場合の残留応力を理論解析により求める。鋼管の寸法としては、ここでは、2B管、4B管及び24B 管を取り上げる。これらの試験体の寸法及び積層順序をFig.3-5-10(a)，(b)及び(c)に示す。また、理論解析に用いる各試験体の要素分割をFig.3-5-11(a)，(b)及び(c)に示す。溶接法としては、空冷法

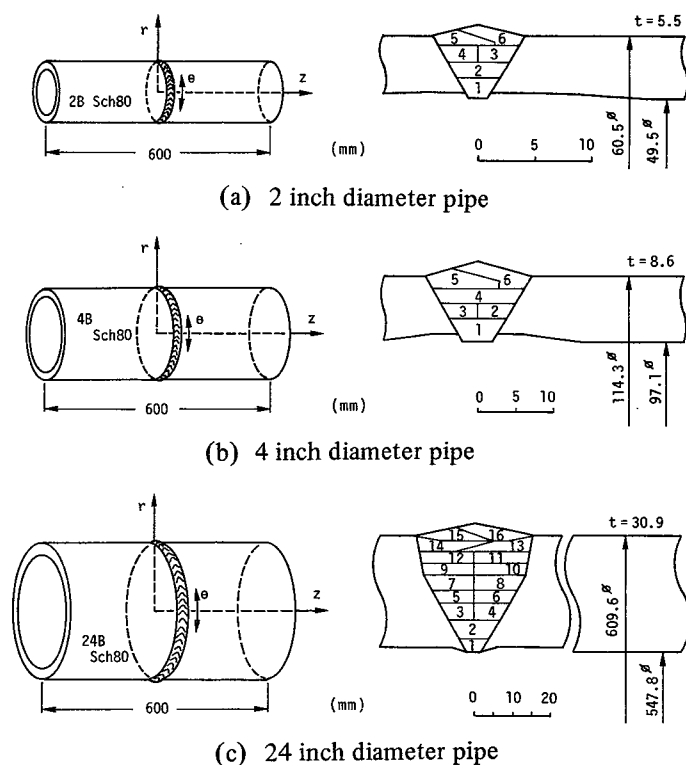
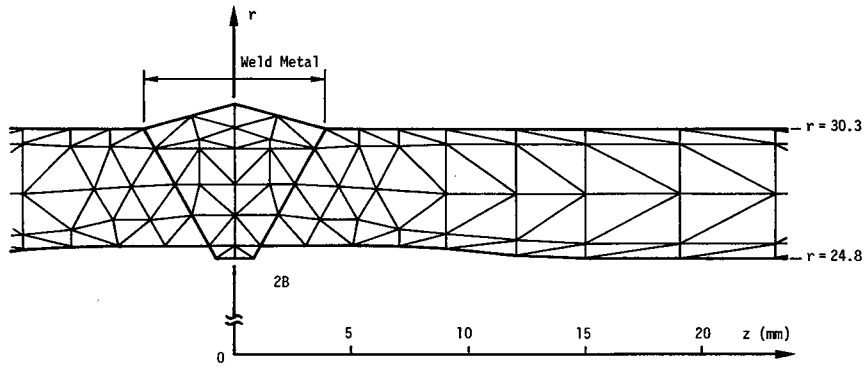
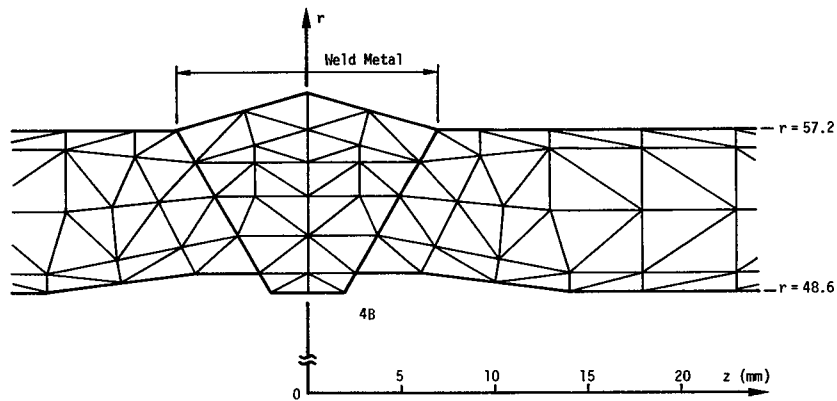


Fig.3-5-10 Dimensions and build-up sequences of pipes used in analysis

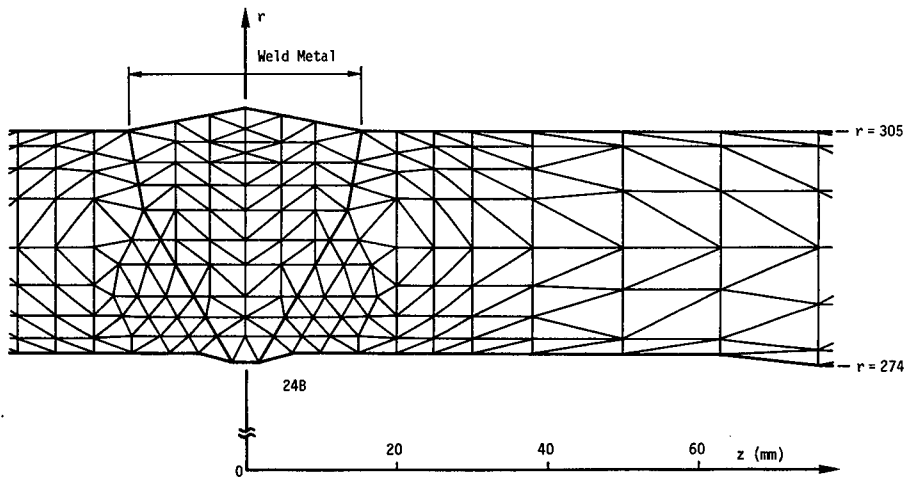
と水冷法の2つの方法を採用する。その溶接条件（入熱量）をTable 3-5-4に示す。この溶接条件は空冷法及び水冷法に対して共通である。4B管でQ-14と記してあるのが、前項での標準入熱条件である。4B管では、これに対し、入熱量を大きくしパス数を減じた場合を取り上げる。なお、解析法は前項と同じである。



(a) 2 inch diameter pipe



(b) 4 inch diameter pipe



(c) 24 inch diameter pipe

Fig. 3-5-11 Mesh divisions of specimens

Table 3-5-4 Conditions of welding (Heat input)

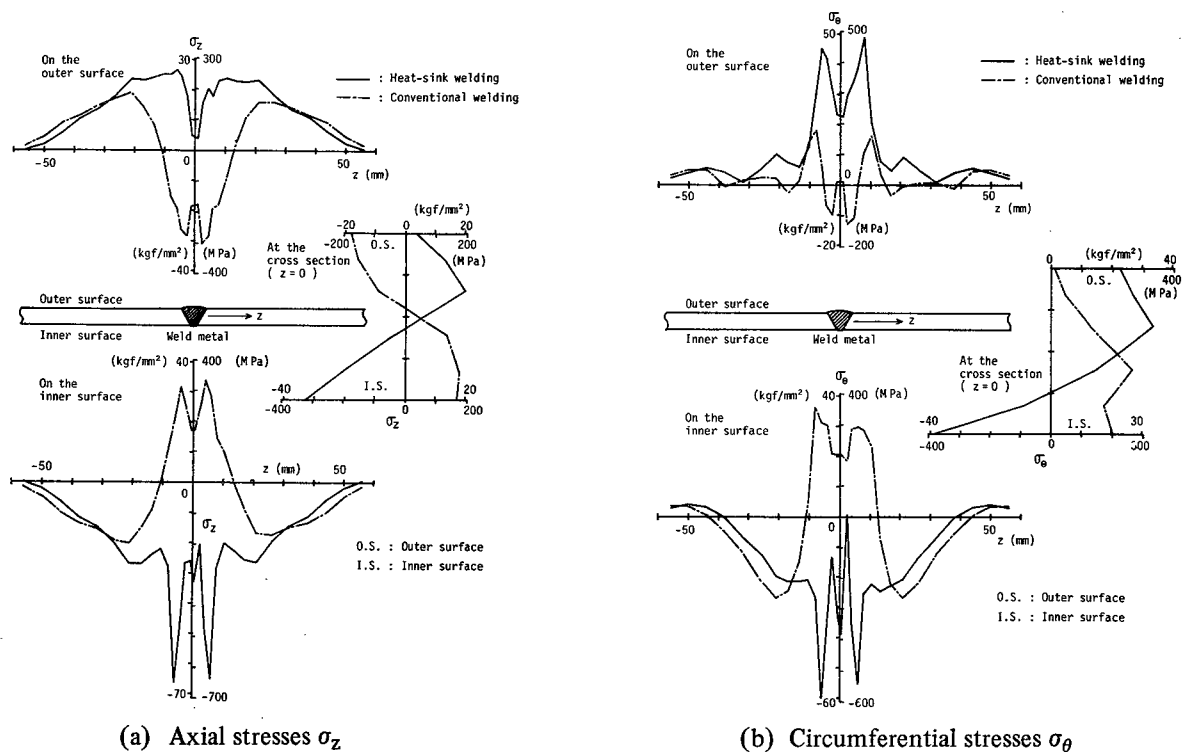
Size of pipe Pass No.	2B	4B			24B
		Q-14	Q-23	Q-45	
1	8.2	13.3			7.2
2	8.2	7.3			21.7
3	8.2	7.3			13.1
4	8.2	15.3	18.0	25.0	13.1
5	8.2	14.2	22.0	45.0	13.1
6	8.2	14.0	23.0		13.1
7 ~ 16					19.8

(kJ/cm)

(2) 空冷及び水冷溶接法による残留応力

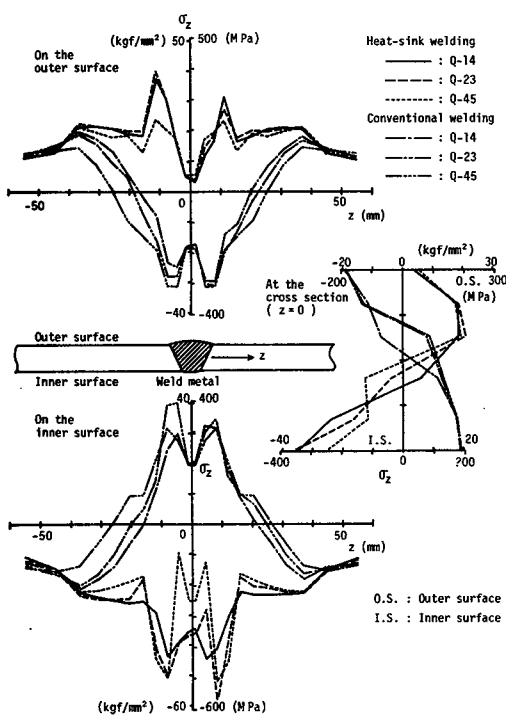
(i) 2B 管の場合

2B管の場合の溶接残留応力分布を、空冷法と水冷法の結果を比較して、Fig.3-5-12 (a) 及び(b) に示す。図は、前項での4B管の標準溶接入熱の場合と同様に、水冷法が有効であることを示している。すなわち、溶接部内表面で、空冷法の場合、軸方向応力 (σ_z) 及び周方向応力 (σ_θ) が共に大きな引張応力であったのが、水冷法の適用により、共に大きな圧縮応力に転じている。ただし、周方向応力に関しては、一部の領域で圧縮応力の値が小さくなっている。

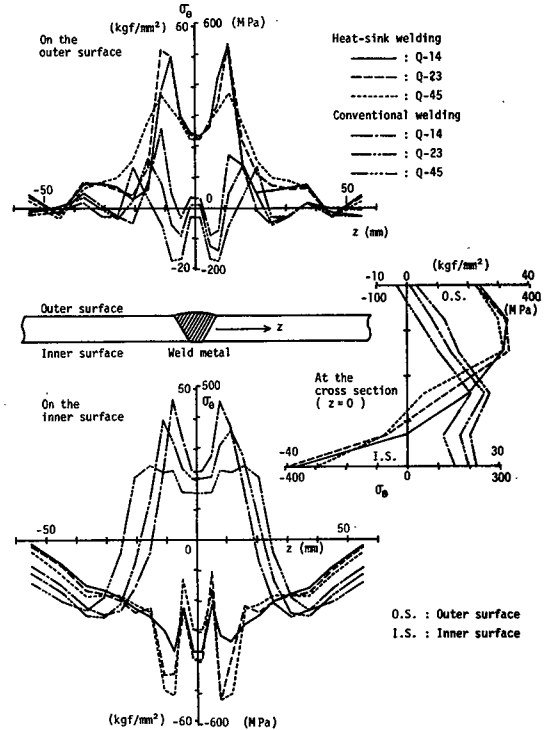
Fig. 3-5-12 Welding residual stresses of 2-inch pipes on the inner and outer surfaces and at the cross section ($z=0$)

(ii) 4B 管の大溶接入熱の場合

溶接入熱量の変化による影響を調べた4B管の場合の結果をFig.3-5-13(a) 及び(b) に示す。Q-14をQ-23, Q-45と入熱量を大きくしていった（その結果、Q-45はパス数が1つ減じた）場合も、水冷法の効果は、基本的には認められるが、Q-45では、2B管の時と同様、一部圧縮応力の値が小さくなっている領域が見られる。



(a) Axial stresses σ_z



(b) Circumferential stresses σ_θ

Fig. 3-5-13 Welding residual stresses of 4-inch pipes on the inner and outer surfaces and at the cross section ($z=0$)

(iii) 24B管の場合

24B 管の場合の結果を、Fig.3-5-14(a) 及び(b) に示す。2B管及び4B管の場合と比べ、残留応力の分布形状はかなり異なっている。溶接部内表面に注目すると、空冷法の場合、軸方向応力 (σ_z) 及び周方向応力 (σ_θ) は共に引張応力ではあるが、その値は小さい。一方、水冷法の場合、周方向応力は大きな圧縮応力になっているが、軸方向応力は小さい圧縮応力となり、水冷法の有効性が低くなっているようである。

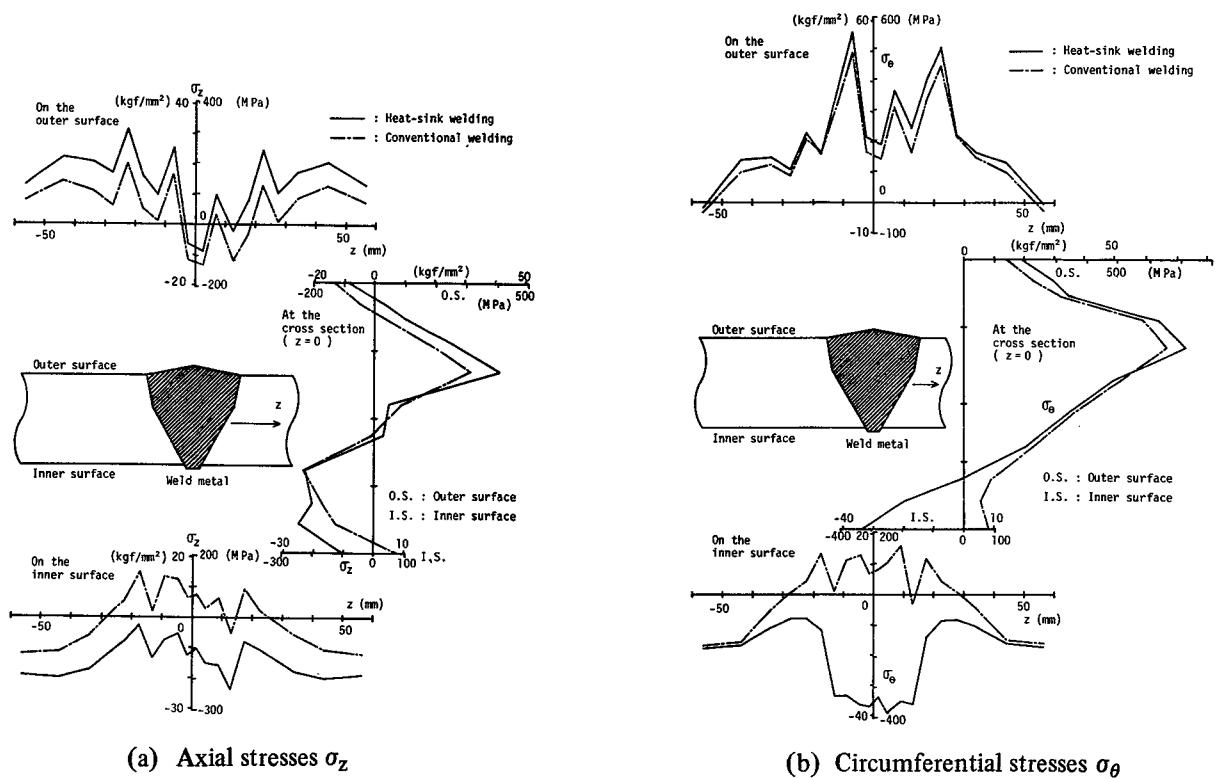


Fig. 3-5-14 Welding residual stresses of 24-inch pipes on the inner and outer surfaces and at the cross section ($z = 0$)

(3) 2B管及び4B管大溶接入熱の場合の残留応力の生成機構と水冷法の有効性に対する考察

(i) 残留応力の生成機構

前項 3.5.2では、4B管で標準入熱、すなわち、Q-14の場合の残留応力の生成機構を考察した。ここで解析した2B管の場合及び4B管で入熱量を大きくした場合の残留応力の生成機構も基本的にそれと同じである。ただし、2B管及び4B管でQ-45の場合、水冷法を適用しても溶接部で一部圧縮応力が小さくなっている領域であった。これは板厚に対して入熱量が大きく、水冷法を適用しても内表面が十分冷却されなかったためである。すなわち、理論解析結果では前項での4B管のQ-14の場合、溶接部内表面での最高到達温度が $150 \sim 250^\circ\text{C}$ 程度であったのに対して、2B管の場合は、 $500 \sim 900^\circ\text{C}$ 、4B管でQ-45の場合は $800 \sim 1300^\circ\text{C}$ の高温にまで上昇している。このため、板厚方向温度差が、4B管のQ-14の場合に比べ小さくなり、それにより生成される

内表面圧縮残留応力が小さくなったと考えられる。

ところで、水冷効果の小さい、すなわち、圧縮応力の小さい領域が溶接金属部よりむしろそのすぐ外側で顕著に現われているのは主に次の理由による。溶接金属部では裏波ビードが内側に少し突き出ている（Fig.3-5-10参照）ため表面積が広くなり、水冷による冷却効果はそれに隣接する母材熱影響部より大きくなる。その結果、内表面での最高温度は、溶接金属中央部でなく、ボンド付近に現われ、その領域の圧縮応力を低下させている。通常の空冷溶接法による継手で割れが発生するのは、溶接金属部よりむしろ溶接熱サイクルにより鋭敏化される熱影響部であることを考えると、この圧縮応力低下現象は注意を要すると考えられる。

（ii）水冷法の有効性に対する考察

上記のように2B管及び4B管で大入熱を与えた場合、管内面を水冷しているにもかかわらず、温度は1000℃前後まで上昇し、圧縮残留応力は小さくなった。したがって、2B管及び4B管のように薄板の場合には、1パス当り（特に後半のパス）の入熱量をできるだけ小さくすることが水冷法の有効性を高める上で重要である。これに関連して注目すべきことは、水冷による冷却効果と管表面温度との関係である。Fig.3-5-6に示したようにスプレー噴水に対する熱伝達率は温度によって大きく変化する。すなわち、約 150～200℃の温度範囲で非常に大きくなり、表面温度が上昇するのを抑制するのに非常に効果があるが、表面温度がその領域を越えると、伝達率は大きく低下していく。したがって、入熱量を板厚に対して十分小さい値から大きくしていくと、ある入熱範囲内では、内表面の最高到達温度は 200℃前後を越えない（4B管でQ-14の場合がこの例）が、この入熱範囲を越えるような入熱量を与えると最高到達温度は大きく上昇する可能性がある（2B管の場合及び4B管でQ-45の場合がこの例）。したがって、入熱条件を設定する場合には、前もって、上記のような噴水熱伝達特性を考慮した温度解析を行うか、実験によって温度計測することにより、内表面での最高到達温度が伝達率のピーク温度を越えないような入熱量にすることが、水冷法の有効性を確保する上での必要十分条件であると考えられる。

(4) 24B 管の場合の残留応力の生成機構と水冷法の有効性に対する考察

(i) 残留応力の生成機構

24B 管の場合は、管の板厚が30.9mmあり、16パス 9層の多層溶接となる。このため、2B管及び4B管の場合と異なり、空冷法及び水冷法とも、厚板の多層突合せ溶接としての残留応力の生成機構を示す。すなわち、各パスの溶接により生じる応力の積み重ねとして残留応力が生成される。

(a) 空冷法の場合

まず、空冷法の場合の残留応力の生成機構について考える。これまで内外表面での残留応力分布についてのみ注目してきたが、残留応力の生成機構を考える上では、断面内板厚方向の分布を調べることも重要である。そこで、Fig.3-5-14(a) 及び(b) に示した24B 管の溶接部中央断面での残留応力分布に注目する。この残留応力分布は、すでに、3.3節及び3.4節で示した厚板の平板の多層突合せ溶接時の残留応力分布に似ている。Fig.3-5-15(a) 及び(b) に、3.3節で取り扱った板厚50mm、板幅95mmの2枚の厚板 (S M50) を20パス20層 (各パスの入熱量、 $Q = 30\text{kJ/cm}$) で狭開先多層突合せ溶接した場合の残留応力分布を再び示す。溶接部材の横曲り変形 (角変形) 及び縦曲り変形を拘束した場合 (拘束条件B) 及び溶接部材に外部から何ら拘束を加えなかった場合 (拘束条件A) の両極端な拘束状態に対して理論解析したものである。拘束状態の違いによる残留応力分布の差は下表面付近で顕著に現われている。

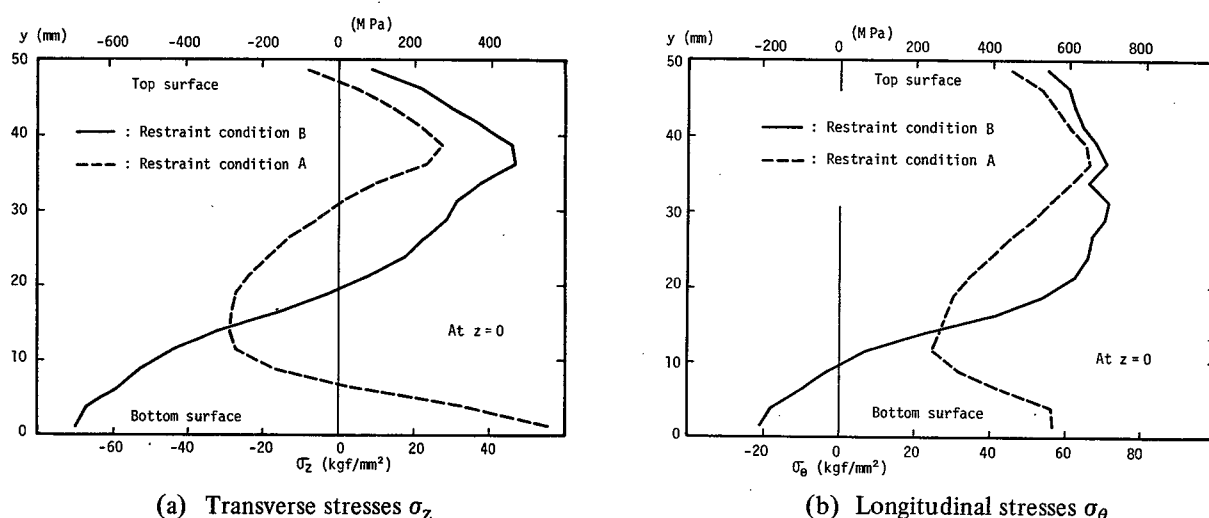


Fig. 3-5-15 Welding residual stresses of thick plane plate at the cross section ($z = 0$)

24B 管の空冷法による溶接残留応力分布 (Fig.3-5-14) を前記の平板の多層突合せ溶接の場合の分布 (Fig.3-5-15) と比較すると、材料、試験体及び開先形状、溶接条件など異なる点が多いにもかかわらず、軸方向応力 (σ_z) 及び周方向応力 (σ_θ) は共に拘束条件 A と拘束条件 B の場合の間の分布形状を示しており、残留応力の生成機構は類似のものであると考えられる。そこで、まず、この平板の多層突合せ溶接で各拘束状態のもとで溶接部に生じる残留応力の生成機構をもう一度簡単に述べておく。

〔拘束条件 B の場合〕 縦曲り及び横曲り変形が拘束されているので、残留応力は主に、各パスの新しい溶接金属及び熱影響部の収縮により、そこには引張応力が生じると共に、その収縮により、下の層には、すでに発生している応力に圧縮応力が付加され、これが各パスごとに繰り返されることにより生成される。この結果、下表面付近の応力は σ_z 及び σ_θ 共圧縮応力になる。

〔拘束条件 A の場合〕 この場合、外的拘束が解放されているので、上記の多層溶接における基本的応力の他に、縦曲り及び横曲り変形が生じることによる応力が付加される。この結果、下表面での σ_z 及び σ_θ が共に大きな引張応力になっている。

これに対して、本節で解析している円管の円周多層突合せ溶接では、試験体が軸対称であるため、縦曲り変形は内的に拘束されと考えられるが、横曲り変形はある程度生じる。したがって、円管の拘束状態は上記の平板の 2 つの拘束状態の間にあり、残留応力もそれに対応したものになっていると考えられる。言い換えると、24B 管の場合の残留応力の生成機構は、拘束条件 B の場合の生成機構に、拘束条件 A での要因、すなわち、横曲り変形がある程度加わったものと考えられる。ただし、この横曲り変形の原因は、平板の突合せでは溶接線直角方向 (板幅方向) の収縮であるが、円管の突合せではもう 1 つの大きな要因として周方向 (溶接線方向) の収縮がある。

(b) 水冷法の場合

水冷法による溶接部中央断面における残留応力を、空冷法の場合と比較する (Fig.3-5-14)。2 つの溶接法による残留応力分布は、軸方向応力 (σ_z) 及び周方向応力 (σ_θ) 共に、内表面付近を除くとほぼ同じで、水冷法の場合の残留応力の生成機構も空冷法の場合と基本的に同じであると考えられる。

ここで、上述の内表面付近の残留応力分布が異なる理由を考える。まず、内表面の

応力の履歴を調べる。Fig.3-5-16(a) 及び(b) は内表面溶接部中央での軸方向応力 (σ_z) 及び周方向応力 (σ_θ) の履歴を示したものである。横軸は溶接された層数で、第 1 及び 2 層は水冷法の場合も空冷溶接している。2 つの溶接法で内表面応力に差が生じるのは、軸方向応力 (σ_z) に関してはその後の第 3 層、周方向応力 (σ_θ) に関しては第 3 ~ 5 層を溶接した時である。これらの層の溶接時には、2B 管及び 4B 管の時と同様、板厚方向に強制的に大きな温度差をつけることが有効で、この時期に水冷法の場合は内表面の応力が圧縮側へ転じている。一方、後半の層の溶接時には、2 つの溶接法で応力変化にあまり大きな差はない。これは層が増すと、特に強制的に内表面を冷却しなくても、板厚方向に大きな温度差が自然に生じることによる。つまり、後半の層の溶接時においては、水冷法の効果は顕著に現われないと考えられる。逆に、この後半の溶接時には (a) 項で述べた横曲り変形の影響が大きくなり、引張応力が加算されるため、水冷法の場合でも軸方向応力 (σ_z) は圧縮から引張方向へ進むことになるので注意を要する。

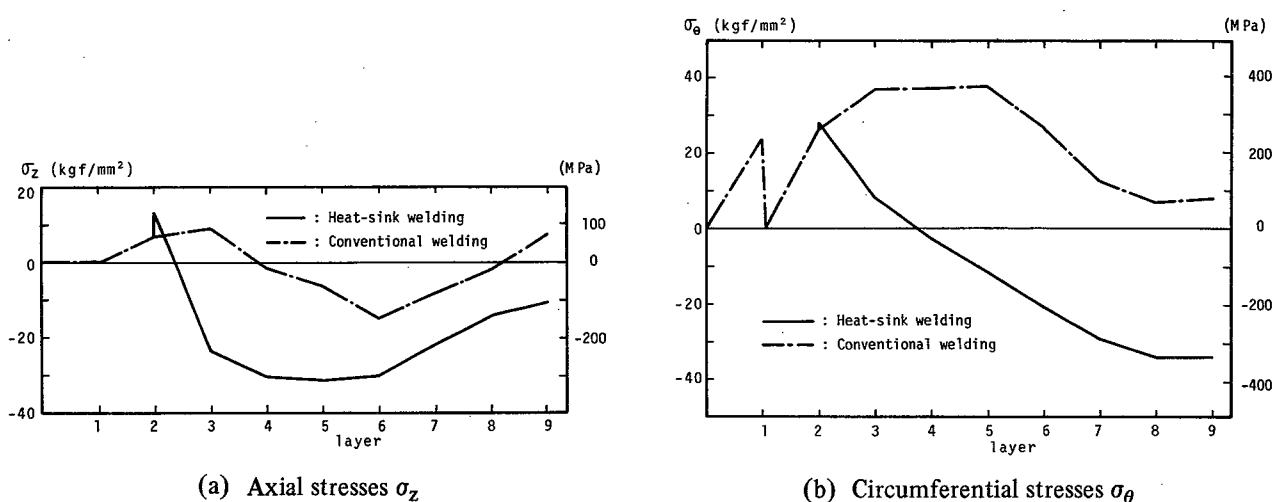


Fig. 3-5-16 Stress histories of 24-inch pipes on the center of the inner surface during welding

(ii) 水冷法の有効性に対する考察

まず、(1)の(a)項で述べた空冷法による残留応力の生成機構をもとに、応力分布の有効な改善法を考えると、次の点が重要である。すなわち、両極端な拘束状態にある平板の残留応力分布(Fig.3-5-15)より明らかなように、横曲り変形の影響は大きく、これを拘束治具等で防止することができると、空冷法の場合でも、溶接部内表面に圧縮残留応力が生じることが期待できる。

次に(1)の(b)項で述べた水冷法の場合の残留応力の生成機構をもとに、有効な改善法を考える。

24B管のように厚板になると、溶接部内表面の残留応力を圧縮化させるのに水冷法が有効であるのは前半のパスの溶接時だけで、後半のパスに対しては有効性はほとんどない。逆に、横曲り変形のため、同表面軸方向応力(σ_z)は圧縮から引張側へ変化する(引張応力にはならないが、圧縮応力としての値が小さくなる)。

上述の考察をもとにすると、水冷法を用いた残留応力分布の有効な改善法の要点は次のようになる。

- 1) 水冷法が有効な前半のパスの間に、内表面にできるだけ大きな圧縮応力を作っておくことが望ましく、そのためには、2B管及び4B管で入熱量を変化させた場合の結果より明らかなように、各パスの入熱量をできるだけ小さくすることが効果的である。
- 2) 水冷法が有効でない後半のパスでは、横曲り変形による軸方向応力(σ_z)の引張側への変化量をできるだけ小さくすることが望ましい。このためには、横曲り変形の主因である軸方向(溶接線直角方向)及び周方向(溶接線方向)収縮力のうち、特に、周方向収縮力を小さくすることが有効*)で、狭開先にして溶接部の断面積を小さくする(溶着金属量を少なくする)とか、連続溶接でなくスキップ溶接にするなどの方法が考えられる。勿論、空冷法に対して述べたように横曲り

*) 軸方向収縮力は、内表面軸方向応力に対しては、拘束条件Bの場合に対する説明のように、まず、圧縮応力を付加させる作用があり、2次的なものとして、拘束条件Aの場合のように、横曲り変形を生じさせることによる引張応力の付加がある。一方、周方向収縮力は、内表面軸方向応力に対しては、横曲り変形を生じさせることによる引張応力の付加が第1の作用であると考えられる。

変形を拘束することができれば、より効果的である。

なお、ここでは軸対称問題として理論解析を行っているので、すなわち、各パスの溶着金属が全周にわたって同時に盛られたと仮定しているのので、その周方向収縮力は、移動熱源による実際の溶接時より大きくなっていると考えられる。したがって、この収縮力に起因する横曲り変形によって付加される内表面の軸方向引張応力増分は、実際は多少小さく、軸方向残留応力は解析結果より圧縮側にあると考えられる。

3.5.4 結 言

本節の研究では、SUS304・2B管、4B管及び24B管を対象とし、空冷法と水冷法による溶接残留応力を理論解析と実験により求め、その生成機構を明らかにした。更に、応力腐食割れ防止を考え、残留応力分布の改善に対する水冷法の有効性（溶接部内表面に圧縮残留応力を生成させる）について検討した。得られた結果を要約すると、

（１）水冷法は、溶接残留応力分布の改善（溶接部内表面の残留応力を軸方向及び周方向成分共圧縮応力に転化する）に基本的に非常に有効な溶接法である。

（２）2B管及び4B管のように薄板の場合、1パス当り（特に後半のパス）の入熱量をできるだけ小さくすることが、水冷法の有効性を高める上で重要である。具体的には、溶接による温度履歴をスプレー噴水の熱伝達特性を考慮して理論解析するか、実験計測することにより、溶接部内表面での最高到達温度が水冷伝達率のピーク温度（200℃前後）を越えないような入熱量にすることが、水冷法の有効性を確保する上で必要十分条件であると考えられる。

（３）24B管の場合、水冷法が有効な前半のパスでの入熱量をできるだけ小さくすることが望ましい。また、空冷法あるいは水冷法にかかわらず、溶接部内表面の軸方向応力を引張側へ進ませる横曲り変形はできるだけ防止することも重要で、そのためには、(i) 拘束治具を用いる、(ii) 狭開先にして溶接金属部の断面積を小さくする、あるいは、(iii) 連続溶接でなくスキップ溶接にする、などの方法が効果的であると考えられる。

3・6 厚板多層突合せ溶接残留応力の分布特性とその影響因子

厚板 U 形開先多層突合せ溶接残留応力の継手部表面及び断面における分布特性は、本章第 3 節で板厚 50mm の S M 50 材の突合せ溶接に対して示した Fig. 3-3-4 で代表される。これらの残留応力分布は、継手の溶接変形に対し 2 つの極端な拘束状態を設定し、各拘束状態に対して求めたものである。すなわち、拘束条件 A は継手の縦曲り及び横曲りが自由に生じえる場合で、拘束条件 B はそれらの変形を拘束した場合である。残留応力の分布特性はこの拘束状態の影響を受け、特に、初期に溶接された下表面側でその影響が大きく現われる。すなわち、縦曲り及び横曲り変形が自由に生じえる場合 (Fig. 3-3-4 での拘束条件 A) は、下表面付近の残留応力は、溶接線方向及び板幅方向応力共、大きな引張応力になる。上記の変形が拘束される (拘束条件 B) と、これらの応力は圧縮応力に転化する。したがって、例えば、ルート割れが問題となるような場合は、このような継手の拘束状態に注目する必要がある。一方、上表面側、すなわち、最終ビード近傍では、拘束状態の影響は比較的小さい。これは、厚板では、最終パス近くの溶接時には、それまでに溶接されたパスの溶接金属が剛性を回復しており、これが上記の変形を内的に拘束し、この影響が大きくなるためである。最終ビード近傍の残留応力分布の特徴は、最大引張応力が最終ビード上ではなく、その数層下に生じることである (この理由については 3.4.6 項の (5) を参照のこと)。この特徴は横方向残留応力において顕著である。この位置付近での大きな引張残留応力が、ビード下割れ、縦割れ、横割れの発生原因になる可能性がある。なお、一般の溶接継手に生じる残留応力は、ここで示した、拘束条件 A と拘束条件 B の 2 つの極端な拘束条件のもとに解析された分布特性の間にあると考えられる。

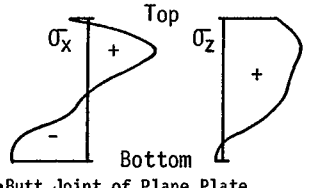
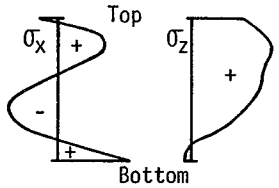
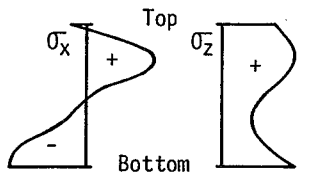
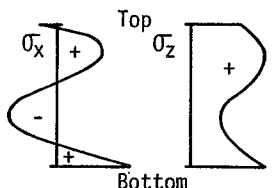
第 4 節では、板厚 100 及び 150mm の 2 1/4Cr-1Mo 鋼製圧力容器の胴体と鏡板の円周突合せ溶接継手部 (U 形開先) の溶接残留応力を理論解析すると共に実験で測定した。この継手部は構造的内部拘束のため、縦曲り及び横曲り変形は生じ難いと考え、これを小形試験体で再現させるため、板厚をもとの 2 倍の 200mm 及び 300mm とした上下対称の両面 U 形開先継手モデルを用い、上下対称溶接を行った。これにより、上記のような拘束状態にある U 形開先の溶接残留応力を知ることができると共に、両面 U 形開先を上下対称溶接した場合の残留応力も知ることができる。理論解析及び実験により得られた溶接残留応力 (Fig. 3-4-11 及び Fig. 3-4-12) は拘束状態の影響を

うけ、第3節での拘束条件Bの場合と同様、初期に溶接されたモデル板厚中央部（実際の継手では内表面に相当する）には圧縮応力が残留し、上表面付近には引張応力が生じ、その最大値は最終ビード直下に現われている。これに、水素の集積による脆化が伴えば、ビード下割れが発生し表面へ拡がる可能性がある。ところで、この継手の板厚は、第3節での50mmに対し、100mmあるいは150mmもあり、圧縮応力から引張応力へ変化する途中に零に近い小さい応力が分布する領域が存在する。また、積層中に各パスでパス間温度(200℃)まで冷却した時の過渡応力の分布状態(Fig.3-4-9 及び Fig.3-4-10)も、基本的に残留応力と同じ特徴を有している。

第5節での SUS304 製円管の円周多層突合せ溶接（V形開先）残留応力も、第3節で分類した分布特性の中に含まれる。円管を突合せ溶接する場合の拘束状態は、試験体が軸対称であるため、縦曲り変形は内的に拘束されるが、横曲り変形（角変形）はある程度生じる。厚板である 24B管（板厚30.9mm）の場合、このような拘束状態のもとでの応力分布になっている（Fig.3-5-14）。すなわち、第3節での2つの極端な拘束状態のもとでの分布の間の分布になっている。ところで、この第5節では、通常の水冷溶接法の他に、応力腐食割れ防止を目的とした水冷溶接法を適用した。この場合、初層側の内表面が強制的に冷却されるため、2B管（板厚5.5mm）及び4B管（板厚8.6mm）のような薄板の場合でも、水冷溶接法が適用される後半のパスの溶接時、厚板と同じように板厚方向に大きな温度差が生じる。このため、残留応力分布は第3節での厚板の拘束条件Bの場合に近い分布を示しており、溶接部内表面には圧縮応力が残留している（Fig.3-5-12及び3-5-13）。この圧縮残留応力が応力腐食割れを防止する。なお、これらの薄板の水冷溶接法の場合の残留応力は、全く異った分布を示している。

以上示した各種溶接継手に生じる残留応力の分布特性と拘束状態の関係をまとめると Table 3-6-1 のようになる。

Table 3-6-1 Classification of welding residual stress distribution according to the restraint condition

		Angular Distortion		
		Restricted		Free
Longitudinal Deformation	Restricted	 •Butt Joint of Plane Plate, Restraint Condition B (Sec. 3.3) •Cylinder-Head Butt Joint of Pressure Vessel (Sec. 3.4)	•Butt Joint of Pipe (Sec. 3.5)	
				
	Free			 •Butt Joint of Plane Plate, Restraint Condition A (Sec. 3.3)

σ_x : Transverse Welding Residual Stress, σ_z : Longitudinal Welding Residual Stress

最後に、材料の種類と残留応力分布の特性との関係について考える。本章では、S M 50、2 1/4Cr-1Mo 鋼及び SUS304 を供試材とした。これらの材料の力学的特性を簡単に述べると下記の通りである。

(i) S M 50 (Fig.3-2-4 参照)

- 力学的溶融及び剛性回復温度は共に約 700℃。

(ii) 2 1/4Cr-1Mo 鋼 (Fig.3-4-4 参照)

- 力学的溶融温度は約 750℃。
- 750℃を越え剛性を失うと、冷却過程で 550～ 600℃で相変態を生じるまでの降伏応力は小さく、また、相変態時に降伏応力は更に小さくなるので、事実上、相変態終了後剛性を回復すると考えてよい。

- 剛性回復後の降伏応力は非常に高い。

(iii) SUS304 (Fig.3-5-7 参照)

- 力学的溶融及び剛性回復温度は共に約1100℃と高い。

- 初期降伏応力は小さいが、加工硬化による降伏応力の上昇は大きい。

以上の材料に対し、第3節から第5節において、各種継手の溶接残留応力を求めた。それらの結果から判断すると、第3節での残留応力分布 (Fig.3-3-4) に代表される分布特性は、材料の種類、すなわち、上記の力学的特性の相違の影響をあまりうけず、厚板U形開先多層突合せ溶接残留応力の一般的な特徴を示していると考えられる。

なお、これらの多層溶接残留応力の分布特性に関しては、佐藤らの研究^{12),13)}においても類似の結果が得られている。

3.7 結 言

本章では、第2章第2節で示した熱弾塑性解析理論を適用し、いくつかの厚板溶接継手の多層突合せ溶接による過渡及び残留応力を理論解析した。また、実験も行い解析結果の精度を検討した。本章で行った研究を総括すると次のようになる。

(1) 多層溶接に対する精度と効率のよい解析方法を示し、更に、極厚板で溶接パス数が非常に多い場合に対し、計算時間が大幅に短縮される精度の高い熱弾塑性解析法の簡易解析モデルを開発した。

(2) 各種厚板溶接継手（S M 50平板突合せ溶接継手、2 1/4Cr-1Mo 鋼圧力容器胴体・鏡板円周突合せ溶接継手、SUS304円管円周突合せ溶接継手）に生じる溶接過渡及び残留応力を理論解析及び実験計測により求めた。

(3) 各溶接残留応力の分布特性及びその生成機構を解明した。

(4) (3) の結果をもとに、溶接残留応力と溶接低温割れとの関連あるいは割れ防止のための溶接条件等を考察した。

(5) 最後に、上記の溶接残留応力分布特性とその影響因子を総括した。すなわち、厚板多層突合せ溶接残留応力の基本的分布特性は、第3節でFig.3-3-4 に示した分布形状で代表され、分布特性に対しては継手の拘束条件が最も支配的であることを示した。

第 4 章 応力除去焼なまし処理による 極厚板溶接残留応力の低減の 理論解析とその近似推定法

4.1 緒 言

大型の圧力容器の溶接施工工程では、胴体と鏡板などの接合のための多層突合せ溶接とその残留応力除去のための応力除去焼なまし処理（以後、S R 処理と呼ぶ）が行われる。これらの過程で発生あるいは除去される残留応力は低温割れや S R 割れにも関連して極めて重要である。

このうち、溶接残留応力については、既に、第 3 章第 4 節で圧力容器の胴体と鏡板の円周溶接継手部をモデル化し、理論解析と実験により、その溶接残留応力を求め、いくつかの新しい知見を得た。

一方、この溶接残留応力を除去するため、通常、S R 処理が施される。この S R 処理に対する基準条件は、JIS や ASME Code などに示されているが、近年、構造物の大型化、材料の厚肉化及び高品質化に伴い、基準条件をそのまま適用すると、これまでよりも高温に、しかも長時間保持することを要求される。このため、材料が劣化することがあり、基準条件は必ずしも合理的な規定とは言い難い。これを改善するためには、厚板の場合の S R 処理による応力除去の効果（S R 処理時の溶接残留応力の変化）を明らかにする必要がある。ところで、圧力容器など極厚板を用いた大型溶接構造物の場合、上記の処理条件の他に、焼鈍炉の加熱容量の不足、加熱及び冷却中の温度不均一による変形の防止などの制約から、S R 処理時の昇温及び降温速度は非常に小さく設定されている。このように昇温速度が小さい場合、実際は、昇温過程で生じるクリープひずみのため、昇温時に残留応力はかなり低下し、その後、処理規定で要求されているような長時間の保持は不必要である可能性がある。

そこで、本章では、上記の圧力容器の胴体と鏡板の継手部モデルに対し、モデルに生じた溶接残留応力が、S R 処理によりどのように変化（減少）するのか、S R 処理条件を種々変化させて、理論解析と実験により調べる。理論解析には第 2 章第 3 節で示した有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析法を適用する。理論解析及び実験結果より、S R 処理条件の残留応力低減への影響度を検討する。更に、それらの結果

を変温及び定温リラクセーション試験結果と比較し、その応力緩和現象に近いことを示す。そこで、次に、SR処理後の残留応力を変温及び定温リラクセーション試験により近似的に推定することを考え、同試験後の残留応力を簡単に手計算程度で求めることのできる解析手法を開発する。

4.2 応力除去焼なまし処理による極厚板溶接残留応力の低減の理論解析

4.2.1 緒言

本節では、3.4 節で求めた圧力容器の胴体と鏡板の継手部モデルに生じた溶接残留応力が、SR 処理によりどのように緩和されるのか、理論解析と実験により調べる。理論解析には 2.3.2 項で示した精度の高い熱弾塑性クリープ解析理論-II を適用する。この解析法の適用に際し、供試材（21/4Cr-1Mo 鋼）の高温におけるクリープ特性を調べ、解析に用いるクリープ硬化則を選定する。理論解析及び実験結果より、SR 処理条件の残留応力低減への影響度を検討すると共に、それらの結果を変温及び定温リラクセーション試験結果と比較し、その応力緩和現象が見かけ上これらの試験時に近いものであることを示す。

4.2.2 解析対象とそのモデル

ここでは、3.4 節で明らかになった圧力容器を対象とした 21/4Cr-1Mo 鋼極厚板多層突合せ溶接継手モデルに生じた残留応力が SR 処理によってどのように緩和されるかを解明する。したがって、ここで取り扱う解析対象とそのモデルは、当然ながら、3.4 節で示した Fig.3-4-1 及び 3-4-2 と同じものである。本節での理論解析では、同モデルに対して先に計算された溶接残留応力を初期値として、2.3 節で示した熱弾塑性クリープ解析理論-II を適用し、SR 処理後の残留応力を求める。実験では、試験体の溶接長を十分長くとり、溶接終了後、その中央部を切断し、溶接残留応力を計測すると共に、残りの部分に対し SR 処理を施す。

4.2.3 実験による残留応力及び温度分布の計測

溶接残留応力の計測は、3.4 節で述べたように、板厚の異なる 2 種の試験体 M-200 と M-300 に対して行ったが、溶接残留応力除去のための SR 処理は、そのうち M-200 を対象とした。すなわち、試験体 M-200 の溶接終了後、溶接残留応力計測のため、溶接線中央部で幅 30mm の薄い層を溶接線に垂直に切り出し、その両側の残りの 2 つのブ

ロックをSR処理用とした。試験体 M-200は2体作成し、合計4体のSR処理用試験体を用意した。それぞれをMSR-200-1, 2, 3 及び 4と呼び、Table 4-2-1 に示すような4つの異った条件でSR処理を施した。これは、SR処理条件が残留応力の軽減に及ぼす影響を知るためである。

Table 4-2-1 Conditions of stress relief annealing

Name of SR condition	Name of specimen	Heating and cooling rate (°C/hr.)	Heating temp. (°C)	Holding time (hr.)
SR - 1	MSR-200-1 MSR-300-1	30	600	0
SR - 2	MSR-200-2 MSR-300-2	30	650	0
SR - 3	MSR-200-3 MSR-300-3	100	650	0 *
SR - 4	MSR-200-4 MSR-300-4	30	650	0

* : To let the model reach the annealing temperature of 650°C, additional one hour is needed (ref. Fig. 4-2-1).

SR処理後の残留応力は、溶接残留応力と同じ方法(3.4.5項参照)で計測した。その結果は、この後、理論解析結果と比較しFig.4-2-12に示す(表面での残留応力分布は3次元状態における値のみを示した)。

ところで、このSR処理の昇温中に、試験体内での温度差が大きくなると、新たに生じる熱応力によって塑性変形や割れを生じ処理目的に反することが起こる可能性がある。このような付加現象が生じないような昇温速度を選定するため、昇温中の試験体の温度分布を計測した。この温度分布の計測は、Fig.4-2-1 に示すように上記の MSR試験体とほぼ同じ寸法の試験体を用いて、表面と板厚中心の合計3点(図中の点 A, B, C) にCA(クロメル・アルメル)熱電対を取り付けて行った。昇温速度は、Table 4-2-1 に示したSR処理条件と同じ30°C/hr.及び 100°C/hr.である。Fig.4-2-1 にその測定結果を示す。端部に近い位置(図中の点 A)を除けば、すなわち、端面から板厚以上離れると(点 B及び C)、表面と板厚中心での温度差は、昇温速度が30°C/hr.の場合で 5°C以下、 100°C/hr.の場合で15°C以下となり非常に小さい

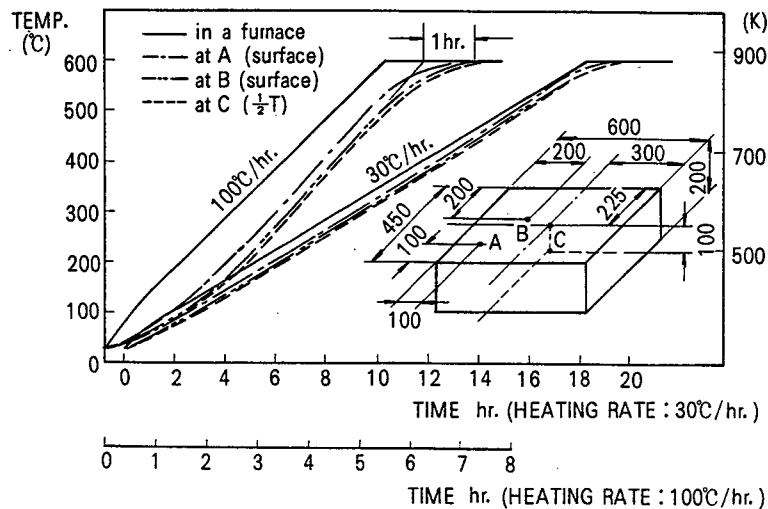


Fig. 4-2-1 Histories of temperature of a specimen during heating and holding stages

ことが分かる。また、長さ方向の温度差は、重要な影響を与えないので、この程度の昇温速度であれば、均一加熱とみなしてよいものと考えられる。

4.2.4 材料の高温におけるクリープ特性と理論解析に採用するクリープ硬化則の選定

クリープ現象の力学的な解析理論は、既に 2.3 節で示した。ここでは、この解析理論を、クリープ現象により応力を低下させることを主たる目的とする SR 処理時の応力解析に適用することを考え、その場合、解析で必要となるクリープ硬化則の選定方法について述べる。この選定は、クリープ試験及びリラクセーション試験結果に基づいて行う。クリープ硬化則が決まると、クリープひずみ速度の大きさ（クリープひずみ速度係数）は、2.3.2 項の (2) の (ii) の手順で求めることができる。なお、クリープ曲面に対しては、2.3.2 項の (3) で仮定したように、Mises の降伏曲面と同じ形状の曲面を採用し、また、曲面中心は移動しないものとする。

クリープ試験の主たる目的は一定の温度及び負荷応力のもとで増加していくクリープひずみの時間変化を測定し、その結果をもとに、クリープひずみ速度とそれに影響を及ぼす諸因子との関係を明らかにすることである（もう 1 つの大きな目的は破断時間を調べることにある）。一方、リラクセーション試験は全ひずみを一定にし昇温時

あるいは一定温度のもとで緩和されていく応力の時間変化をみるものであり、通常の溶接構造物のSR処理中の応力緩和現象は、このリラクセーション試験時にかなり近い拘束状態において生じていると考えられる。

SR処理の理論解析に用いるクリープ硬化則の選定にあたって、まず、リラクセーション試験結果をよく表わすと予想されるクリープ硬化則を選び、その中に含まれる定数の値をクリープ試験結果をもとに決定する。次に、そのクリープ硬化則と実験により決定された定数を用い、リラクセーション試験における応力緩和を理論解析により求める。その結果と実験結果を比較することにより、仮定されたクリープ硬化則の適性を検討し、SR処理の理論解析に採用するクリープ硬化則を決定する。以下、その手順を具体的に示す。

(1) 定温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析による推定 - I (遷移クリープを用いた場合)

比較的短時間におけるリラクセーションは、クリープ試験における遷移クリープと関連をもつと考えられている。そこで、まず、遷移クリープを用いてリラクセーション試験における応力緩和を推定することを考える。この場合、比較的簡単なクリープ則としてひずみ硬化則と時間硬化則の2つのクリープ則の適用が考えられるが、前者の方が物理的に意味があり*)、また、一般に実験結果との対応もよい^{23), 39)}。そこで、本章における供試材2 1/4Cr-1Mo 鋼に対しても、ひずみ硬化則を適用してみる。ひずみ硬化則は、クリープひずみ速度が既に示した式(2-3-13)で表わされると仮定したものである。

$$\dot{\epsilon} = m A^{1/m} \sigma_x^{\gamma/m} \epsilon_x^{C/m - 1/m} \quad (2-3-13)bis$$

上式(2-3-13)に含まれるクリープ定数 m 、 A 及び γ は、クリープ試験結果より次のように決定することができる。

*) 時間硬化則は、時間の経過が硬化の原因になると仮定する考え方である。言い換えれば、硬化は材料が一定時間のあいだ高温下に置かれたことに起因するものであって、その際に受けた変形によって生ずるものではないと考える。最近の転位論によれば、硬化はひずみそのものに依存するとされており、したがって、ひずみ硬化則が支持されることになる。

クリープ試験時のように温度及び応力が一定の場合は、式(2-3-13)と全ひずみ論を表わす式(2-3-15)は全く同じ意味をもつ（表現の仕方が異なるだけである。すなわち、どちらの式を用いても、すべての瞬間で同じクリープひずみ量、したがって、同じクリープひずみ速度を与える）。

$$\varepsilon_c = A \sigma_x^\gamma t^m \quad (2-3-15) \text{bis}$$

上式(2-3-15)の両辺の対数をとると次のようになる。

$$\log \varepsilon_c = \log A + \gamma \log \sigma_x + m \log t \quad (4-2-1)$$

クリープひずみ ε_c の対数と時間 t の対数は線形関係にある。そこで、クリープ試験結果を上式に対応させ図にしたのがFig.4-2-2 である。定数 m は図における直線の傾きとして求められる。定数 A 及び γ は、2つの異った負荷応力 σ_x のもとでのクリープ試験結果より、例えば、時間 $t = 1$ の時のクリープひずみ ε_c を式(4-2-1) に代入して得られる連立方程式から求めることができる。このようにして得られたクリープ定数 m 、 A 及び γ をFig.4-2-3 に示す。各定数は温度依存性を示し、特に、550℃と600℃の間では不連続になっている。

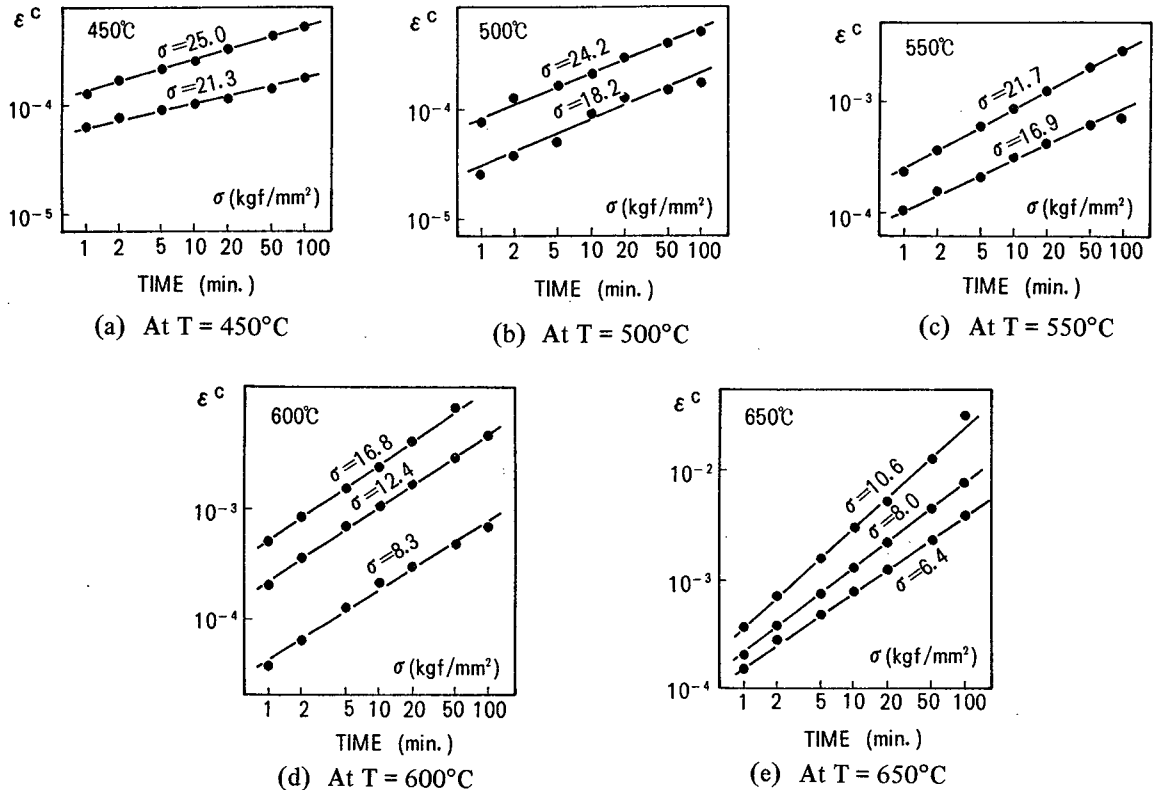


Fig. 4-2-2 Results of creep test (Relation between transient creep strain and time)

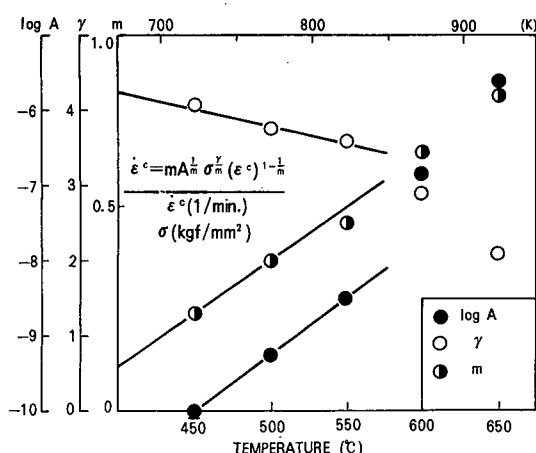


Fig. 4-2-3 Observed values of constants in the strain-hardening creep law

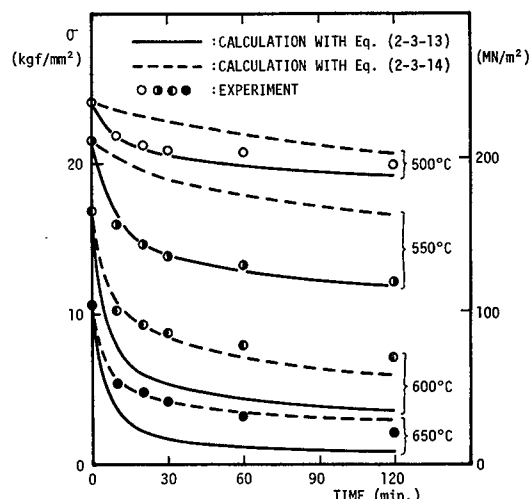


Fig. 4-2-4 Relaxation test results at constant temperature

次に、クリープひずみ速度がひずみ硬化則に従うとし、式(2-3-13)とこれらの定数を用いて、各温度での定温リラクセーション試験における応力緩和を推定してみた。Fig.4-2-4 に実験結果と比較してその計算値を実線で示す。500°C及び550°Cにおいては理論解析結果は実験結果によく一致しているが、600°C及び650°Cでは大きな差が生じている。これらの結果から、本供試材の場合、低温域と高温域とでクリープ特性が相違することが推察される。このような現象は調質型HT60においても認められている。その原因については明らかでないが、低温域ではひずみ硬化が大きくクリープひずみ速度に対するクリープひずみ量の影響力が大きい（したがって、それを考慮に入れたひずみ硬化則の適用がよい結果を与える）が、高温域ではひずみ硬化の程度は小さく、クリープひずみ速度は応力値によってほぼ定まることに関連しているといわれている⁴⁰⁾。

(2) 定温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析による推定-II（定常クリープを用いた場合）

そこで、次に、クリープ試験でクリープひずみ速度が一定となる（そして、その値は負荷応力と温度の関数として定まる）定常クリープを用いて、リラクセーション試験における応力緩和を推定してみる。定常クリープにおけるクリープひずみ速度は、既に式(2-3-14)で示したべき乗則で整理される。

$$\dot{\epsilon}_c = \beta \sigma^n$$

(2-3-14)bis

上式の両辺の対数をとると、

$$\log \dot{\epsilon}_c = \log \beta + n \log \sigma \quad (4-2-2)$$

クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c$ の対数と負荷応力 σ の対数は線形関数となる。そこで、クリープ試験結果よりその定常クリープにおけるクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c$ を上式に対応させ図にしたのが Fig.4-2-5 である。定数 n は図における直線の傾きであり、 $\log \beta$ は $\log \sigma = 0$ の時の $\log \dot{\epsilon}_c$ の値である。このようにして求められたクリープ定数 β 及び n を Fig.4-2-6 に示す。各定数は温度依存性を示し、Fig.4-2-3 と同様 550℃ と 600℃ の間で不連続になっている。

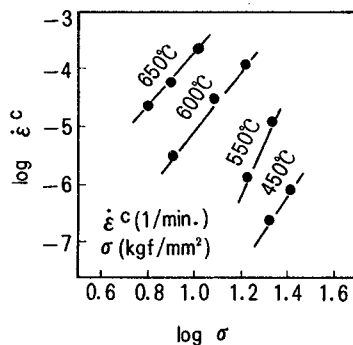


Fig. 4-2-5 Results of creep test
(Relation between
steady-state creep strain
rate and loaded stress)

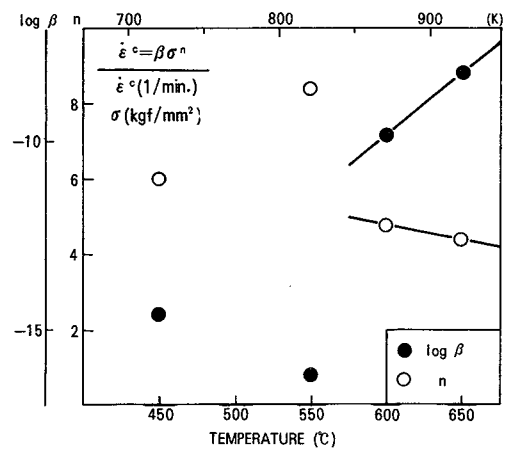


Fig. 4-2-6 Observed values of constants in the
power creep law

式(2-3-14)に上記の定数を用いて定温リラクセーション試験における応力緩和を推定した結果が、Fig.4-2-4 における破線である。ひずみ硬化則を適用した場合とは逆に 500℃及び 550℃においては実験結果とかなり異なるが、600℃及び 650℃の高温域ではよく一致している。

以上の結果から、クリープ試験結果をもとに定温リラクセーション試験における応力緩和を推定するには、575℃を境にして低温側では遷移クリープを用いて定数の値を定めたひずみ硬化則を、高温側では定常クリープを用いて定数の値を定めたべき乗則を適用すればよいと考えられる。

(3) 変温リラクセーション試験時の応力緩和の理論解析による推定とクリープ硬化則の決定

ところで、実際の溶接構造物のSR処理は、昇温過程、保持過程及び冷却過程に分かれる。これまで検討してきた定温リラクセーション試験は、SR処理においては、その保持過程に相当する。そこで、次に、SR処理時の昇温過程に相当する変温リラクセーション試験における応力緩和を、上記の考え方にに基づき、すなわち、575℃以下ではひずみ硬化則を、575℃以上ではべき乗則を用いて推定し、温度変化がある場合への適用性を調べてみた。

Fig.4-2-7 に解析結果と実験結果を比較して示す。昇温速度を 100℃/hr.とした場合及び30℃/hr.とした場合共に両結果はよく一致しており、上記の考え方は変温リラクセーション試験に対しても十分な精度をもって適用できることが確かめられた。

そこで、SR処理時の応力解析に対して、昇温、保持及び冷却過程に対し一貫して、

1) 575℃以下では、遷移クリープを用いて定数の値を定めたひずみ硬化則

2) 575℃以上では、定常クリープを用いて定数の値を定めたべき乗則

を適用することにする。なお、Fig.4-2-3 及び4-2-6 における実線は、これまでの解析及び以後の解析で用いる理想化された各クリープ定数の温度依存性を示すものである。

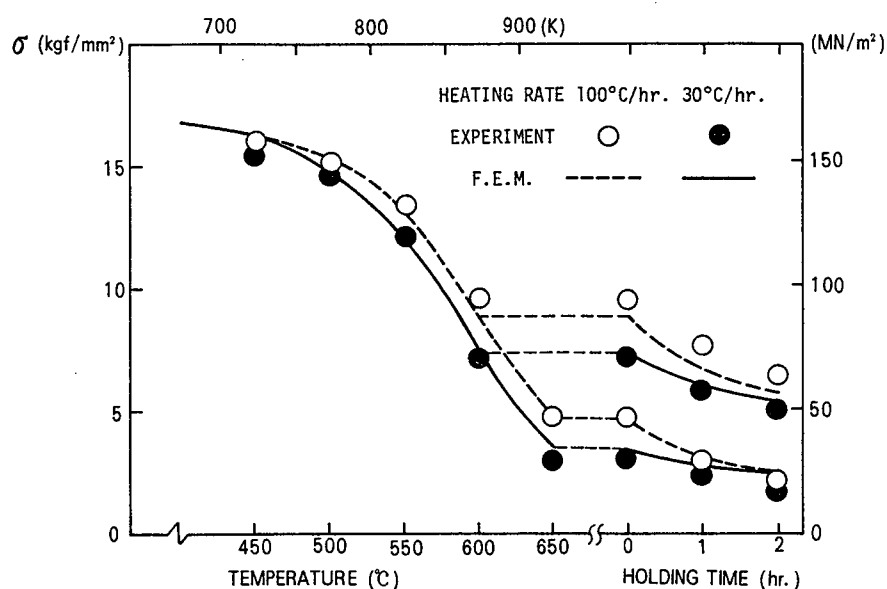


Fig. 4-2-7 Results of stress relaxation during heating and holding stages

4.2.5 理論解析手順

熱応力解析は 2.3.2項で示した有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論-II を適用して行う。解析に用いるクリープ硬化則は、前項で、本供試材 2 1/4Cr-1Mo 鋼 に対し、実験及び理論解析を行い詳細に検討し決定した。また、各クリープ硬化則に 含まれる定数の具体的な数値も示した。

ここでの理論解析は 3.4節での溶接残留応力の解析に続くもので、問題の取り 扱い方は 3.4.4項と同様である。例えば、対称性より試験体断面の 1/4のみ解析対象 とし、平面応力状態として解析する。要素分割も同じものを用いる。実験では S R 処 理を施したのは試験体 M-200のみであるが、解析では M-300に対しても同じ条件で S R 処理が行われたとして取り扱う。そして、それぞれの試験体を MSR-300-1, 2, 3 及び 4と呼ぶ。MSR-200及び MSR-300は共に 3.4節で解析した溶接残留応力を初期値 として Table 4-2-1の S R 処理条件のもとに理論解析を行う。

ところで、S R 処理中の試験体の温度は、4.2.3項で述べたように、昇温速度が 30℃/hr.の場合は勿論であるが、100℃/hr.の場合でもほぼ一樣であるので、理論 解析では特に温度計算はしないで、試験体の温度は完全に一樣であるとして実験に おける炉の昇温速度に従って温度を上昇させていく。ただし、S R 処理条件 3 の場合 のみ、1時間の保持時間を余分に与える。その理由は、Fig.4-2-1 に示すように、 昇温速度が 100℃/hr.の場合、実験において、試験体の温度が保持温度付近まで上昇 した後、完全に保持温度に達するのに1時間余分な時間を必要とし、事実上1時間保 持したことになり、理論解析をこれと同等の条件で行うためである。

一方、S R 処理後、試験体は昇温速度と同じ速度で冷却されるため、実際は降温中 にも多少クリープひずみが生じる。しかし、本研究の S R 処理条件では、降温するま でに既に残留応力は十分小さな値まで低減されていると予想され、その場合は降温中 のクリープひずみの生成量は極僅かであり、これを無視しても S R 処理後の残留応力 の推定精度はほとんど低下しない。又、同じ理由で、降温中塑性変形も生じないと考 えられる。そこで、降温時にはクリープひずみ及び塑性ひずみは生じないと仮定する と、S R 処理保持温度から室温までの降温中の応力の変化は弾性係数の増加によって のみ起る。本解析ではこのように考え、降温時の解析を省いて冷却後の残留応力を次 式で計算した。

$$\sigma_R = (E_R / E_T) \times \sigma_T \quad (4-2-3)$$

ここで、 σ_R , E_R : 室温での残留応力及び弾性係数

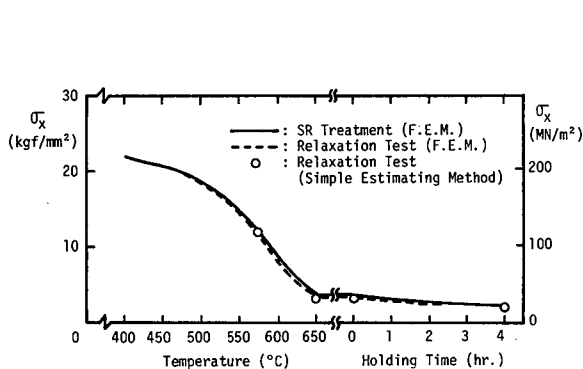
σ_T , E_T : 温度 T での残留応力及び弾性係数

4.2.6 理論解析及び実験計測結果と考察

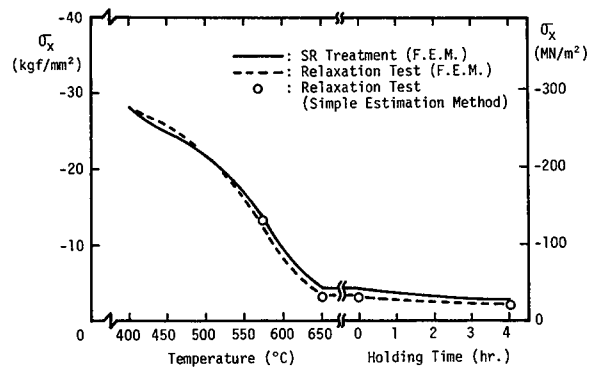
(1) 過渡及び残留応力とその特徴

本研究では溶接線に直角方向の応力、特に σ_x に注目しているので、ここでも $S R$ 処理時の過渡及び残留応力を σ_x に注目して示す。

Fig.4-2-8 及び 4-2-9 には、試験体 MSR-200 の、また、Fig.4-2-10 及び 4-2-11 には MSR-300 の過渡応力を示す。Fig.4-2-8 及び 4-2-10 は昇温速度が 30°C/hr. ($S R$ 処理条件 1, 2 及び 4) の場合、Fig.4-2-9 及び 4-2-11 は 100°C/hr. ($S R$ 処理条件 3) の場合である。過渡応力としては、溶接金属部 (y 軸上) の応力に注目し、各々の図で (a) は溶接残留応力で最大引張応力を、(b) は最大圧縮応力を示す位置での $S R$ 処理時におけるその応力変化を表わしたものである。ただし、これらの図は昇温及び保持過程での推移を示したもので、この後、降温過程が続く、前項で述べたように弾性係数の増加率に相当する応力変化が生じる。

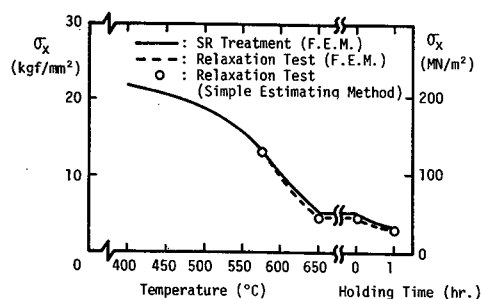


(a) Change of maximum tensile welding residual stress

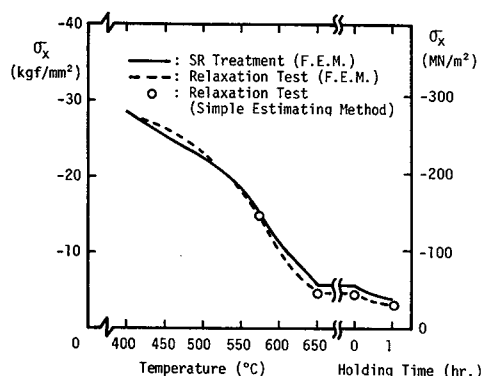


(b) Change of maximum compressive welding residual stress

Fig. 4-2-8 Transient stresses (σ_x) during stress relief annealing (MSR-200-1, 2, 4)

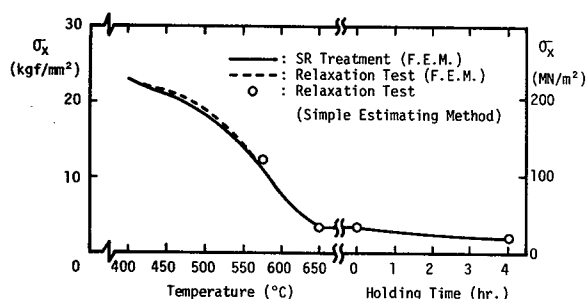


(a) Change of maximum tensile welding residual stress

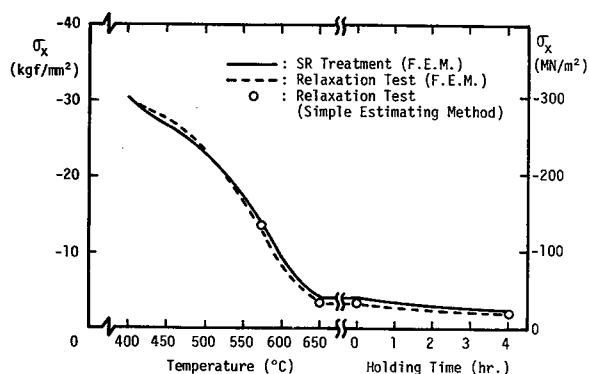


(b) Change of maximum compressive welding residual stress

Fig. 4-2-9 Transient stresses (σ_x) during stress relief annealing (MSR-200-3)

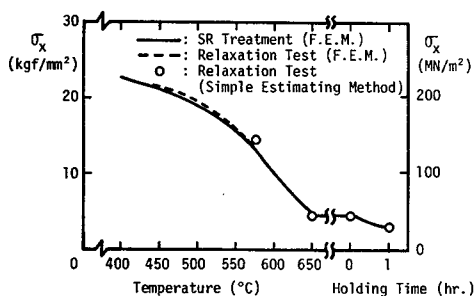


(a) Change of maximum tensile welding residual stress

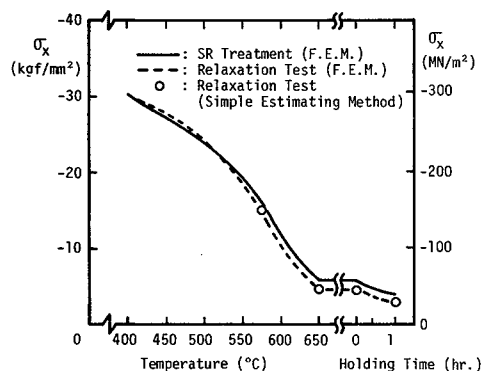


(b) Change of maximum compressive welding residual stress

Fig. 4-2-10 Transient stresses (σ_x) during stress relief annealing (MSR-300-1, 2, 4)



(a) Change of maximum tensile welding residual stress



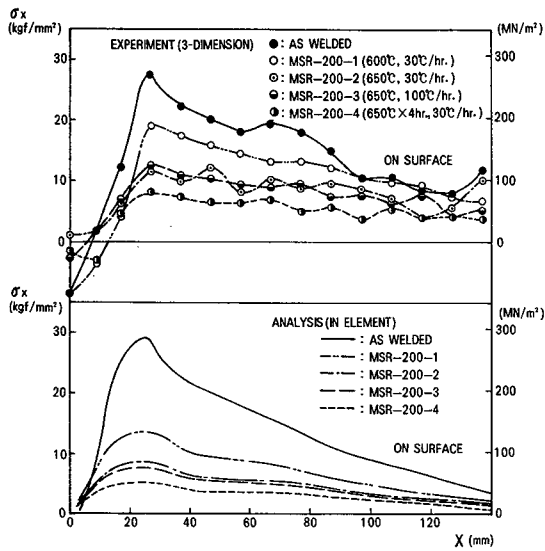
(b) Change of maximum compressive welding residual stress

Fig. 4-2-11 Transient stresses (σ_x) during stress relief annealing (MSR-300-3)

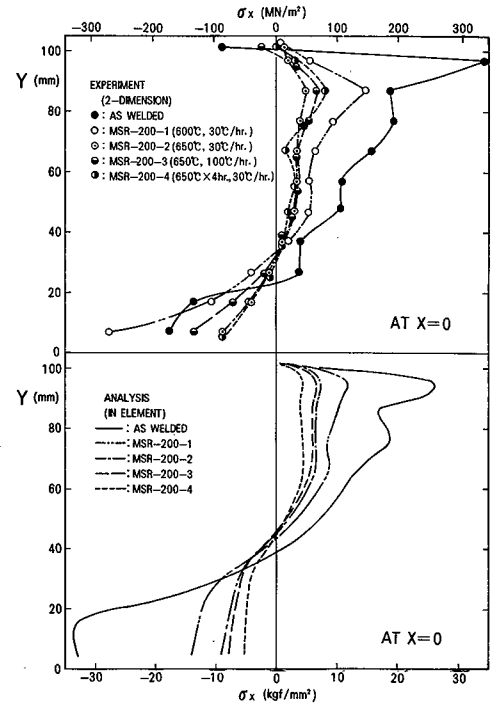
Fig.4-2-8～4-2-11において、溶接残留応力は昇温過程で温度上昇と共に大きく減少していくが、そのすべてがクリープひずみの生成によるものではなく、一部は単に弾性係数が減少する(Fig.3-3-4参照) ことによるものである。575℃を超え、べき乗則に従う温度域に入ると、応力の低下と共に減少速度は鈍ってくる。そして、650℃に達した時点では、上記の4つの初期応力(試験体が2種で、各々の引張残留応力と圧縮残留応力の最大値を初期値としているので、合計4つの初期値がある)及びそれらに対する2つの昇温速度(30℃/hr.及び100℃/hr.)の場合、いずれも、応力の絶対値は5 kgf/mm² 前後まで減少している。このように応力は昇温過程で十分小さい値まで低下しているので、その後の保持過程での減少量はあまり大きくない。

Fig.4-2-12(a),(b),(c),(d) 及び4-2-13(a),(b),(c),(d) に、試験体MSR-200 及び MSR-300 に対する理論解析によるS R処理後の残留応力を示す。各々の図で(a)は試験体表面、(b)は中央($x = 0$)断面、(c)は MSR-200では $x = 16$ (mm), MSR-300では $x = 40$ の断面、(d)は MSR-200では $x = 40$ 、MSR-300では $x = 80$ の各断面における応力分布を示している。Fig.4-2-12には実験計測値も同時に示している。試験体表面での実験値は、最初からの全解放ひずみにより算出される残留応力値(図中、3-DIMENSION と記した)であり、断面における実験値は、3.4節と同様、薄い層に切断した時に、その層に残っている残留応力値(図中、2-DIMENSION と記した)である。

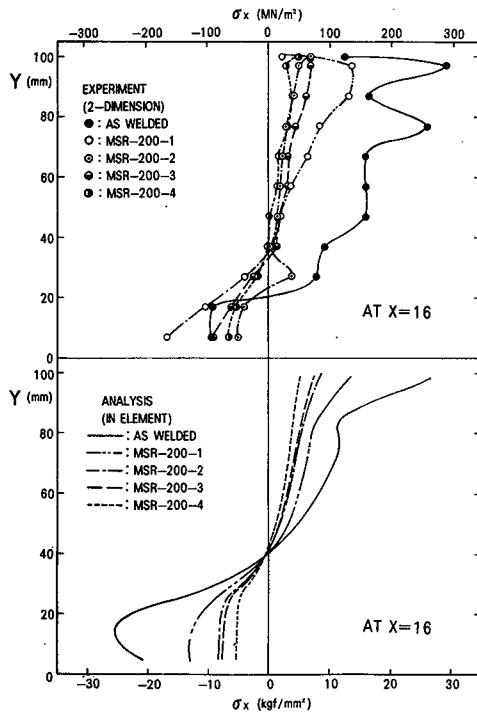
S R処理後の残留応力分布は、溶接残留応力分布と基本的に同じ特徴を有しているが、溶接残留応力での絶対値が大きい程、S R処理時に多くのクリープひずみを生成し、応力の減少が著しいため、全体としてはなだらかな分布になっている。MSR-200で実験計測値と理論解析値とを比較してみると、試験体表面では、実験値は3次元応力状態におけるものであり、解析は平面応力状態として求めたものであるため、解析値が実験値に比べ多少低い値を示しているが、いずれのS R処理条件の場合も両結果はよく対応している。中央断面での分布をみると、実験値及び解析値は共に平面応力状態のものであり、両結果がよく一致していることが認められる。なお、実験では、これらの分布の他に、溶接線方向残留応力 σ_z の試験体表面における分布も計測したので、これをFig.4-2-14に示す。



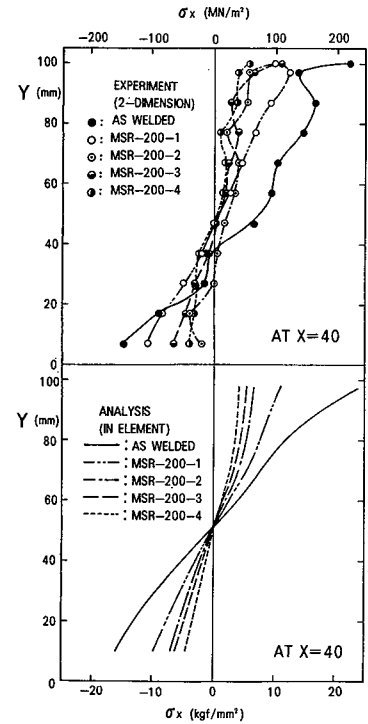
(a) On the top surface



(b) At the middle cross section (at $x = 0$)

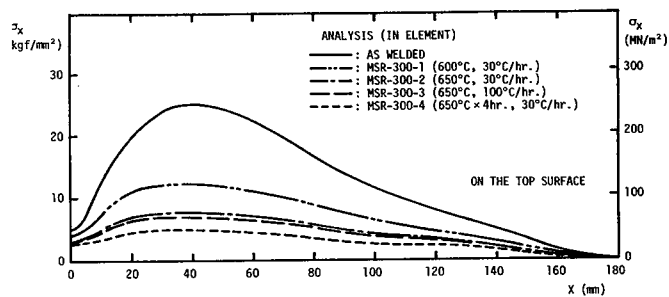


(c) At the cross section (at $x = 16$)

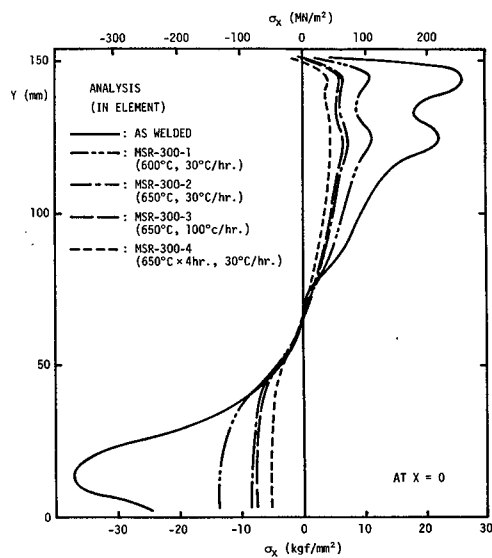


(d) At the cross section (at $x = 40$)

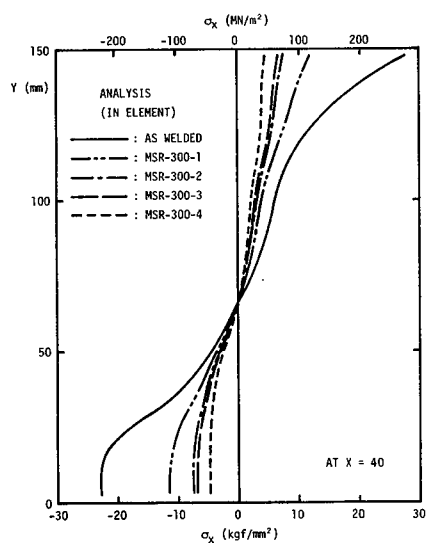
Fig. 4-2-12 Transverse residual stresses (σ_x) after annealing (MSR-200-1, 2, 3, 4)



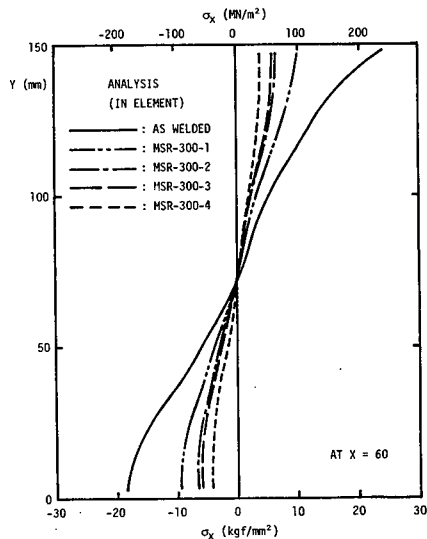
(a) On the top surface



(b) At the middle cross section (at x = 0)



(c) At the cross section (at x = 40)



(d) At the cross section (at x = 60)

Fig. 4-2-13 Transverse residual stresses (σ_x) after annealing (MSR-300-1, 2, 3, 4)

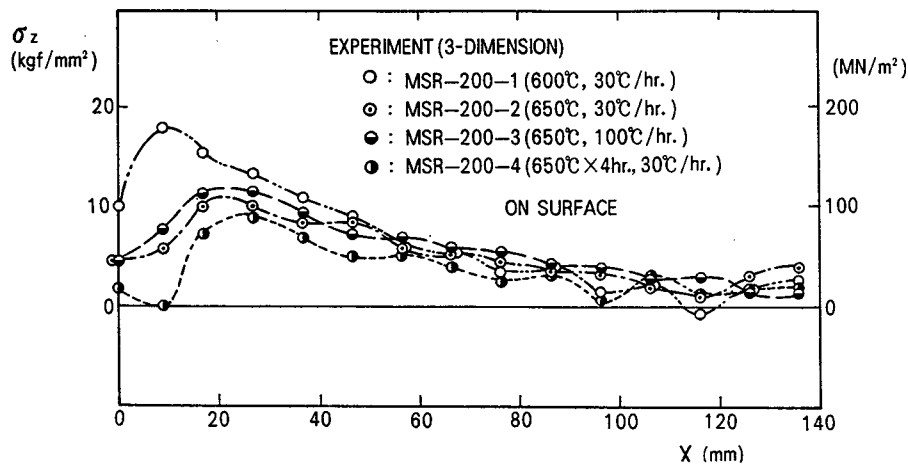


Fig. 4-2-14 Experimental longitudinal residual stresses (σ_z) after annealing on the top surface (MSR-200-1, 2, 3, 4)

(2) S R 処理条件の影響度 (効果)

本研究では昇温速度として、 30°C/hr. と 100°C/hr. の2つの速度を選んだ。前項(1)で示した過渡応力をみると、同じ温度まで上昇した時、応力値は 30°C/hr. の方が少し低くなっているが、その差は小さい。一方、保持温度は応力低下に大きな影響力を持っており、例えば、 650°C とした場合は 550°C とした場合に比べ、その温度に達した時点での応力値は $1/3 \sim 1/4$ 程度にまで減少している。この保持温度は、その後保持する場合の応力低下に対しても大きな影響力を持っている。これは、定温リラクセーション試験結果を示したFig.4-2-4によく表われている。以上の結果を要約すると次のようになる。昇温速度が $30^\circ\text{C/hr.} \sim 100^\circ\text{C/hr.}$ の範囲にある場合、保持温度を 650°C/hr. に設定すると昇温過程で大部分の残留応力は除去され、保持の必要はあまりない。一方、保持温度を 550°C/hr. とすると、保持時間を多少長くとっても応力低下量は小さい。すなわち、本供試材の場合、S R 処理の効果は保持温度に強く依存していると考えられる。ここで改めて、4つの条件で行ったS R 処理後の残留応力分布を比較してみると、その大小関係は以下のようにになっている（これは解析結果において明確に表れているが、実験値の傾向も同様である）。

$$\sigma_R (\text{SR}-1) > \sigma_R (\text{SR}-2) \cong \sigma_R (\text{SR}-3) > \sigma_R (\text{SR}-4) \quad (4-2-4)$$

保持温度を 600°C/hr. としたS R 処理条件1の場合は、他の 650°C とした場合と比

べ、処理後の残留応力はかなり高い値となっていることが分かる。以上は、板厚の異なる2種の試験体 MSR-200及び MSR-300に共通の結論であり、この範囲での板厚の相違(200～300mm)は以上のSR処理の効果にほとんど影響を及ぼさないことを知ることができる。

(3) 変温リラクセーション試験による残留応力の推定

Fig.4-2-8～4-2-11に、溶接継手部中央断面（溶接金属部）における最大引張応力及び圧縮応力のSR処理中の変化を実線で示した。それらの曲線は先にFig.4-2-7に示した変温リラクセーション試験の解析及び実験結果と非常によく似た推移を示している。そこで、変温リラクセーション試験を行うことによりSR処理後の残留応力を推定することの可能性を調べてみる。すなわち、初期応力をそれぞれの試験体での上記の最大引張応力あるいは圧縮応力に一致させ、試験体に施したSR処理と同じ条件で変温及び定温リラクセーション試験を行った場合を想定して、理論解析を行う。その結果をFig.4-2-8 から4-2-11に破線で示す。いずれの試験体、初期応力及びSR処理条件の場合も両結果はよく一致している。このことは、Table 4-2-2 に示す溶接継手部と変温リラクセーション試験片での応力及びひずみ状態の相違が、少なくとも本研究で取り扱った範囲では、あまり大きな影響を及ぼさなかったことを示すと共に、SR処理後の残留応力をリラクセーション試験によりかなりの精度をもって推定することが可能であることを示している。そこで、次節 4.3では、この変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を手計算程度で簡単に求めることのできる近似推定法を示す。なお、 Fig.4-2-8～4-2-11の図中の○印は、この近似推定法を適用した場合の解である。これについては、次節で詳しく述べる。

Table 4-2-2 Comparison of stress and strain states between stress relief annealing and relaxation test

	Relaxation Test	Stress Relief Annealing
Stress State	Uni-axial ($\sigma_x \neq 0, \sigma_{ij} = 0$)	Multi-axial
Strain State	$\epsilon_x = \epsilon_x^T$	Usually $\epsilon_{ij} \neq \epsilon_{ij}^T$

4.2.7 結 言

本節では、大型圧力容器の胴体と鏡板の円周突合せ継手部を対象に、SR処理による溶接残留応力の変化を理論解析及び実験により調べた。

得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 本供試材(2 1/4Cr-1Mo 鋼)の場合、SR処理時のクリープ挙動は、575℃を境にして、低温側では遷移クリープを用いて定数の値を定めたひずみ硬化則に、高温側では定常クリープを用いて定数の値を定めたべき乗則に従う。

(2) SR処理後の残留応力は、基本的には溶接残留応力と同じ分布形状を示すが、溶接残留応力で絶対値が大きい程、応力の低下量も大きく、全体としてなだらかな分布になる。この時、引張応力の最大値の生じる位置はほとんど変化しない。すなわち、板幅方向残留応力の引張の最大値は試験体上表面では止端部より15~20mm程度離れた位置に、また、中央断面では最終層直下あるいはその少し内部に生じ続けている。

(3) 昇温速度が30℃/hr.~100℃/hr.の場合、SR処理の効果は保持温度に強く依存する。例えば、650℃に昇温すれば、大部分の応力は昇温過程で除去されるため保持の必要はあまりない。これに対し、550℃の保持温度では保持時間を多少長くとっても、SR処理の効果は小さい。

(4) 本研究で取り扱った極厚板多層突合せ溶接残留応力の場合、高応力領域のSR処理中の応力緩和現象は変温及び定温リラクセーション試験時に近く、SR処理後の残留応力をリラクセーション試験によりかなり精度よく推定することができる。

これに関連し、次節4.3では、この変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を手計算程度で簡単に求めることのできる近似推定法を示す。

4.3 変温及び定温リラクセーション試験時の応力低下の近似推定法^[19]

4.3.1 緒言

前節 4.2では有限要素法に基づく熱弾塑性クリープ解析理論を適用し、極厚板溶接継手のSR処理による応力変化を理論解析した。しかし、その解析理論及びプログラムは複雑であり、その解析の実行には大型計算機の使用を必要とし（さらに3次元問題になると計算時間が非常に長くなり）、簡単に計算することができない。一方、前節の結論の1つとして、SR処理後の残留応力を、変温及び定温リラクセーション試験によってかなり精度よく推定できることが分かった。

そこで、本節では、変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を簡単に（手計算程度で）求める解析手法を開発する。そのために、まず、リラクセーション試験時の応力、ひずみの諸関係を理想化して、近似式を展開する。次に、それを用いて簡易計算を行い、その結果の精度が非常に高いことを示す。なお、材料としてはこれまでと同じ21/4Cr-1Mo鋼を対象とする。

4.3.2 変温及び定温リラクセーション試験時の応力低下の近似推定式の導出

通常、変温リラクセーション試験は、室温で試験片の軸方向に所定の応力を与え、その後、試験片の温度を上昇させ高温での応力緩和を調べるものである。この時、試験片の温度上昇に伴う熱膨張量だけ試験片端部を移動させ、熱ひずみの拘束による応力が試験片に加わらないようにしている。また、定温リラクセーション試験は、所定の温度に試験片を昇温した後、所定の応力を加えて変形を拘束し、その後の応力緩和を見るものである。本項では、このようなリラクセーション試験後の残留応力を簡単に求めるための近似推定式を導出する。

リラクセーション試験は上記のように試験片に1軸方向に載荷するものである。以下に示す諸式も1軸方向（軸方向）の応力及びひずみに対するものである。試験片の軸方向をX方向とし、便宜上、軸方向応力 $\sigma_x > 0$ とする。また、リラク

セーシ ョ ン試験中には、塑性変形が生じないと仮定する*)。

(1) 基礎式

まず、試験片における応力・ひずみ関係を考えると、応力は軸方向成分以外は零であるので、

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (4-3-1)$$

ここで、 σ_x : 軸方向応力 (kgf/mm²)

ε_x : 軸方向弾性ひずみ

E : 弾性係数 (kgf/mm²)

上記の弾性係数は、通常、温度依存性を示す。ここで対象としている 2 1/4Cr-1Mo 鋼の場合は 3.4 節で示した Fig.3-4-4 のようになる。

次に、ひずみ成分の間の関係を考える。まず、定温リラクセーション試験では温度変化がなく、全軸方向 (X 方向) ひずみ量は初期値から変化せず一定である。また、変温リラクセーション試験では温度変化が与えられるが、熱膨張ひずみに相当する変位量で試験片端部を軸方向に移動させるので、軸方向ひずみは、熱ひずみを除いた残りが常に初期値に等しい。すなわち、両リラクセーション試験において、塑性変形が生じないとしているので、クリープひずみの生成量と弾性ひずみの減少量は等しい。したがって、ひずみ成分間及びひずみ速度成分間の関係は、それぞれ、次のようになる。

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} - \varepsilon_{ex} \quad (4-3-2)$$

ここで、 ε_x : 軸方向クリープひずみ

ε_{x0} : 軸方向弾性ひずみの初期値 ($\varepsilon_x = \varepsilon_{x0}$ の時、 $\varepsilon_{ex} = 0$ とする)

$$\dot{\varepsilon}_x = -\dot{\varepsilon}_{ex} \quad (4-3-3)$$

ここで、 $\dot{\varepsilon}_x$: 軸方向クリープひずみ速度 (1/min.)

$\dot{\varepsilon}_{ex}$: 軸方向弾性ひずみ速度 (1/min.)

上式のクリープひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_x$ は、材料によって、種々のクリープ硬化則で表わされる。既に述べたように、本供試材 (2 1/4Cr-1Mo 鋼) の場合は、575°C 以下でひずみ

*) このように仮定して得られる解は、実際に塑性ひずみが生じる場合に対しては、リラクセーション試験後の残留応力を、塑性ひずみ量に相当する応力分だけ高く見積ることになる。言い換えると、推定結果は安全側になる。

硬化則に、575℃以上ではべき乗則に従うとするのが適当である。それらは下式で表わされる。すなわち、

1) ひずみ硬化則に従う場合

$$\dot{\epsilon}_c = m A^{1/m} (\sigma_x)^{\gamma/m} (\epsilon_c)^{1-1/m} \quad (2-3-13)bis$$

2) べき乗則に従う場合

$$\dot{\epsilon}_c = \beta (\sigma_x)^n \quad (2-3-14)bis$$

上式に含まれる m , A , γ 及び β , n はクリープ定数であり、本供試材の場合、4.2節で示したように、Fig.4-2-3 及び Fig.4-2-6 のような温度依存性を示す。

最後に、昇温時の温度と時間の関係は、一定速度で昇温する場合には、次式となる。

$$T = T_0 + v t \quad (4-3-4)$$

ここで、 T : 温度 (℃)

T_0 : 初期温度 (℃)

v : 昇温速度 (℃/min.)

t : 時間 (min.)

以上に示した式 (4-3-1)~(4-3-4) 及び (2-3-13)、(2-3-14) が基本となる式である。

(2) 近似式の展開

試験片の過渡及び残留応力は、各時点でのクリープひずみの増加に伴い減少していく弾性ひずみが分かると、式 (4-3-1) により直ちに求めることができる。そのために、昇温及び保持過程での試験片における弾性ひずみの変化を求めることを考える。具体的には、式 (4-3-3) の左辺のクリープひずみ速度を積分してクリープひずみを求めると、弾性ひずみの変化と等しくなる。この計算を直接実行することはできないので、以下に示すような方法によって弾性ひずみの変化を求める。

まず、式 (4-3-3) を用い、その左辺のクリープひずみ速度に、温度域により式 (2-3-13) 又は式 (2-3-14) を代入する。更に、式 (4-3-1) 及び (4-3-2) を用いて応力 σ_x 及びクリープひずみ ϵ_c を消去すると、材料定数 (弾性係数とクリープ定数) 及び弾性ひずみからなる式が得られる。この式を変形すると、材料定数だけで表わされる項と弾性ひずみ速度及び弾性ひずみに材料定数がべき乗としてかかる項とに分離できる。そして、この式の両辺を時間積分する。この積分では、式 (4-3-4) より

$d t = (1 / v) d T$ の関係があるので、材料定数の時間積分は、この関係を用いて温度積分に置き変えることができる。この結果、次式が得られる。

1) ひずみ硬化則に従う場合

$$\int_{T_{ss}}^{T_{es}} m A^{1/m} E^{\gamma/m} d T = -v \int_{\epsilon_{x0s}}^{\epsilon_x^e} (\epsilon_{\frac{x}{s}})^{-\gamma/m} (\epsilon_{\frac{x0}{s}} - \epsilon_{\frac{x}{s}})^{-1+1/m} d \epsilon_{\frac{x}{s}} \quad (4-3-5)$$

ここで、 T_{ss} ：ひずみ硬化則に従ってクリープひずみが生じ始める温度

T_{es} ：弾性ひずみ $\epsilon_{\frac{x}{s}}$ を求めたい温度

ϵ_{x0s} ：ひずみ硬化則に従ってクリープひずみが生じ始める時の初期軸方向弾性ひずみ（本供試材の場合、最初に生じるクリープひずみはひずみ硬化則に従うので、 $\epsilon_{x0s} = \epsilon_{x0}$ と考えてよい）

2) ベキ乗則に従う場合

$$\int_{T_{sp}}^{T_{ep}} \beta E^n d T = -v \int_{\epsilon_{x0p}}^{\epsilon_x^e} (\epsilon_{\frac{x}{s}})^{-n} d \epsilon_{\frac{x}{s}} \quad (4-3-6)$$

ここで、 T_{sp} ：ベキ乗則に従ってクリープひずみが生じ始める温度

T_{ep} ：弾性ひずみ $\epsilon_{\frac{x}{s}}$ を求めたい温度

ϵ_{x0p} ：ベキ乗則に従ってクリープひずみが生じ始める時の初期軸方向弾性ひずみ

ここで、式 (4-3-5) 及び (4-3-6) の積分を考える。昇温中の材料定数（弾性係数とクリープ定数）は温度と共に変化するが、式 (4-3-5) 及び (4-3-6) の左辺は温度による積分であるので、材料定数が温度依存性を示しても積分は可能である（実際は一般に数値積分を行うことになる）。他方、式 (4-3-5) 及び (4-3-6) の右辺の積分を考えると、クリープひずみの生成により弾性ひずみは変化していくが、弾性ひずみの積分項に含まれるクリープ定数もその積分区間内で変化する。ところが、それらのクリープ定数は温度に対しては一意的に値が決まるが、弾性ひずみとは全く関数関係がない。したがって、式 (4-3-5) 及び (4-3-6) の右辺の積分は、クリープ定数が温度依存性を示す場合は不可能となる。ところで、Fig.4-2-3 及び Fig.4-2-6 に示したクリープ定数を見ると、定数 m 、 γ 及び n は、定数 A 及び β に比べ温度依存性は非常に小さい。そこで、それらの定数は積分区間内で一定である（例えば、積分区間の平均の温度に対する値を用いる）と仮定すると、上記の式 (4-3-5) 及び (4-3-6) の右辺の積分は可能となり、近似値を得ることができる（これらの定数に対しては、左辺の積分においても一定と仮定し統一する）。この時、クリープひずみ速度が

ひずみ硬化則に従う場合に対する式(4-3-5)の右辺は簡単な解析解は持たないが、積分式内の弾性ひずみ ε_x を初期値 ε_{x0s} で除して、規準化することにより、初期弾性ひずみを積分式内に含まない形に変形できる。この結果を式(4-3-7)に示す。他方、べき乗則に従う場合に対する式(4-3-6)の右辺は簡単な解析解を持つ。この時、Fig.4-2-6 より明らかなように、 $n \approx 1$ であるので、この条件のもとに式(4-3-8)のような解を得る。

1) ひずみ硬化則に従う場合

$$m \int_{T_{ss}}^{T_{es}} A^{1/m} E^{r/m} dT = -v (\varepsilon_{x0s})^{(1-r)/m} \times \int_1^{\varepsilon_x^e} (n \varepsilon_x)^{-r/m} (1 - n \varepsilon_x)^{1/m-1} d n \varepsilon_x \quad (4-3-7)$$

ここで、 $n \varepsilon_x$: 規準化軸方向弾性ひずみ、すなわち、 $n \varepsilon_x = \varepsilon_x / \varepsilon_{x0s}$

2) べき乗則に従う場合

$$\int_{T_{sp}}^{T_{ep}} \beta E^n dT = -v \{ (\varepsilon_x)^{1-n} - (\varepsilon_{x0p})^{1-n} \} / (1-n) \quad (4-3-8)$$

式(4-3-7)及び(4-3-8)は、更に、次のように変形できる。

1) ひずみ硬化則に従う場合

$$= (m/v) (\varepsilon_{x0s})^{(r-1)/m} \int_{T_{ss}}^{T_{es}} A^{1/m} E^{r/m} dT = \int_1^{\varepsilon_x^e} (n \varepsilon_x)^{-r/m} (1 - n \varepsilon_x)^{1/m-1} d n \varepsilon_x \quad (4-3-9)$$

2) べき乗則に従う場合

$$= (1-n)/v \int_{T_{sp}}^{T_{ep}} \beta E^n dT + (\varepsilon_{x0p})^{1-n} = (\varepsilon_x)^{1-n} \quad (4-3-10)$$

上記の両式の左辺の積分は可能であり、その前に乗じられている係数も既知である。したがって、式(4-3-9)では左辺の値は計算できることになるので、その値に等しくなるような右辺の積分領域として弾性ひずみの変化が計算でき、これに弾性係数Eを乗じて応力が求められる。他方、式(4-3-10)は左辺の積分値が得られていれば、左辺の値に等しくなる弾性ひずみが直接求められる。これらの計算手法については、次項 4.3.3で詳しく述べる。これまでは昇温過程における弾性ひずみを近似的に求めるための式を展開した。

同様の手法をSR処理における保持過程に相当する定温リラクセーション試験時に

適用する。本供試材の場合、S R 処理の保持温度は、通常、575℃以上であると考えられるので、べき乗則に従う場合だけを取り扱うことにする。この場合の式の展開は、変温時の式(4-3-8)を導いた時と基本的に同じである。ただし、ここで必要となる式は、式(4-3-1),(4-3-3)及び(2-3-14)だけである。また、変温時での温度による積分は時間による積分になるが、定温なので材料定数は積分区間内で一定であり、容易に積分ができる。その結果、次式が導かれる(ただし、 $n \neq 1$)。

$$\varepsilon_{\varepsilon} = \{(\varepsilon_{\varepsilon 0 pc})^{1-n} + (n-1) \beta E^n t\}^{1/(1-n)} \quad (4-3-11)$$

ここで、 $\varepsilon_{\varepsilon 0 pc}$: 定温リラクセーション試験を始めた時の初期軸方向弾性ひずみ

t : 定温リラクセーション試験が始まってからの時間

以上で、変温及び定温リラクセーション試験で昇温及び保持過程における弾性ひずみの変化を求める積分式を得ることができた。

S R 処理では、この後、冷却過程に入る。これに対しては、昇温過程に対して求めた式(4-3-9) 及び(4-3-10)をそのまま利用することができる。それは昇温過程に対する式の展開では、昇温速度 v の符号を特に指定していないからである。したがって、昇温過程では、 $v > 0$, $T_{ss} < T_{es}$, $T_{sp} < T_{ep}$ であるのに対して、冷却過程では、 $v < 0$, $T_{ss} > T_{es}$, $T_{sp} > T_{ep}$ の関係となる。

4.3.3 残留応力の推定法

前項 4.3.2では、昇温、保持及び冷却過程での弾性ひずみの変化(クリープひずみの生成による)を求める式(4-3-9) ,(4-3-10) 及び(4-3-11)を得た。ここでは、これらの式をもとに変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を推定する手法について述べる。

(1) 積分の実行による Table の作成

残留応力の推定手順は次項 (2)で述べるが、実際の計算では、式(4-3-9) 及び(4-3-10)に含まれる積分が必要になる。ここでは、まず、式(4-3-9) 及び(4-3-10)の左辺の材料定数の温度による積分と、式(4-3-9) の右辺の規準化弾性ひずみの積分を行う。材料定数の積分は、各クリープ硬化則が適用される温度範囲を積分区間とする。すなわち、ひずみ硬化則に対しては 400℃～ 575℃、また、べき乗則に対しては 575℃～ 700℃とする。他方、規準化弾性ひずみの積分は、1 から 0 までを積分区間

とする。得られた結果を、Table 4-3-1~4-3-3 に示す。これらの積分は、初期弾性ひずみ及び昇温速度を含んでいない。したがって、3つの積分は1つの材料に対して1度行えば、すべての初期応力及び昇温速度に対してその結果が利用できる。なお、これらの積分上の注意事項を付録Vに示す。

Table 4-3-1 Integration of the term I_{ps} in the expression of strain-hardening creep law

T_{es}	I_{ps}	T_{es}	I_{ps}	T_{es}	I_{ps}
401	1.2884E+15	461	3.1953E+18	521	6.7715E+20
403	4.2382E+15	463	3.8227E+18	523	8.0926E+20
405	7.7656E+15	465	4.5726E+18	525	9.6713E+20
407	1.1983E+16	467	5.4691E+18	527	1.1557E+21
409	1.7027E+16	469	6.5408E+18	529	1.3812E+21
411	2.3058E+16	471	7.8218E+18	531	1.6506E+21
413	3.0269E+16	473	9.3531E+18	533	1.9725E+21
415	3.8893E+16	475	1.1183E+19	535	2.3571E+21
417	4.9204E+16	477	1.3371E+19	537	2.8168E+21
419	6.1532E+16	479	1.5986E+19	539	3.3660E+21
421	7.6274E+16	481	1.9112E+19	541	4.0223E+21
423	9.3900E+16	483	2.2849E+19	543	4.8064E+21
425	1.1497E+17	485	2.7315E+19	545	5.7434E+21
427	1.4017E+17	487	3.2654E+19	547	6.8629E+21
429	1.7030E+17	489	3.9035E+19	549	8.2005E+21
431	2.0632E+17	491	4.6661E+19	551	9.7988E+21
433	2.4939E+17	493	5.5777E+19	553	1.1708E+22
435	3.0089E+17	495	6.6672E+19	555	1.3989E+22
437	3.6245E+17	497	7.9693E+19	557	1.6715E+22
439	4.3606E+17	499	9.5257E+19	559	1.9972E+22
441	5.2407E+17	501	1.1385E+20	561	2.3863E+22
443	6.2928E+17	503	1.3608E+20	563	2.8512E+22
445	7.5507E+17	505	1.6265E+20	565	3.4066E+22
447	9.0545E+17	507	1.9441E+20	567	4.0702E+22
449	1.0852E+18	509	2.3236E+20	569	4.8629E+22
451	1.3001E+18	511	2.7771E+20	571	5.8100E+22
453	1.5571E+18	513	3.3191E+20	573	6.9414E+22
455	1.8643E+18	515	3.9668E+20	575	8.2930E+22
457	2.2315E+18	517	4.7409E+20		
459	2.6705E+18	519	5.6660E+20		

(1.0000E+05 = 1.0000 × 10⁵)

where $I_{ps} = \int_{T_{ss}}^{T_{es}} A(T)^{\frac{1}{m}} E(T)^{\frac{1}{m}} dT$, $T_{ss} = 400$ (°C)

Table 4-3-2 Integration of the term I_{pp} in the expression of power creep law

T_{ep}	I_{pp}	T_{ep}	I_{pp}	T_{ep}	I_{pp}
577	2.8825E+09	619	2.5238E+11	661	2.3693E+12
579	6.1080E+09	621	2.8373E+11	663	2.6128E+12
581	9.7162E+09	623	3.1848E+11	665	2.8793E+12
583	1.3751E+10	625	3.5701E+11	667	3.1706E+12
585	1.8261E+10	627	3.9970E+11	669	3.4888E+12
587	2.3302E+10	629	4.4696E+11	671	3.8362E+12
589	2.8932E+10	631	4.9927E+11	673	4.2149E+12
591	3.5219E+10	633	5.5713E+11	675	4.6276E+12
593	4.2237E+10	635	6.2109E+11	677	5.0767E+12
595	5.0068E+10	637	6.9175E+11	679	5.5651E+12
597	5.8803E+10	639	7.6978E+11	681	6.0957E+12
599	6.8542E+10	641	8.5588E+11	683	6.6714E+12
601	7.9396E+10	643	9.5084E+11	685	7.2955E+12
603	9.1488E+10	645	1.0555E+12	687	7.9712E+12
605	1.0495E+11	647	1.1707E+12	689	8.7021E+12
607	1.1994E+11	649	1.2976E+12	691	9.4917E+12
609	1.3662E+11	651	1.4372E+12	693	1.0343E+13
611	1.5516E+11	653	1.5906E+12	695	1.1261E+13
613	1.7578E+11	655	1.7591E+12	697	1.2250E+13
615	1.9869E+11	657	1.9441E+12	699	1.3312E+13
617	2.2414E+11	659	2.1470E+12	700	1.3872E+13

(1.0000E+05 = 1.0000 × 10⁵)

where $I_{pp} = \int_{T_{sp}}^{T_{ep}} B(T) E(T)^n dT$, $T_{sp} = 575$ (°C)

Table 4-3-3 Integration of the term I_s in the expression of elastic strain

$n \mathcal{E}_x^e$	$-I_s$	$n \mathcal{E}_x^e$	$-I_s$	$n \mathcal{E}_x^e$	$-I_s$
0.99	1.3052E-06	0.66	5.6983E-01	0.33	1.7724E+03
0.98	9.4448E-06	0.65	7.0337E-01	0.32	2.4468E+03
0.97	3.1066E-05	0.64	8.6831E-01	0.31	3.4077E+03
0.96	7.4075E-05	0.63	1.0722E+00	0.30	4.7908E+03
0.95	1.4816E-04	0.62	1.3248E+00	0.29	6.8035E+03
0.94	2.6531E-04	0.61	1.6379E+00	0.28	9.7670E+03
0.93	4.4032E-04	0.60	2.0269E+00	0.27	1.4186E+04
0.92	6.9147E-04	0.59	2.5108E+00	0.26	2.0866E+04
0.91	1.0413E-03	0.58	3.1141E+00	0.25	3.1112E+04
0.90	1.5175E-03	0.57	3.8676E+00	0.24	4.7083E+04
0.89	2.1543E-03	0.56	4.8110E+00	0.23	7.2408E+04
0.88	2.9936E-03	0.55	5.9948E+00	0.22	1.1333E+05
0.87	4.0866E-03	0.54	7.4841E+00	0.21	1.8083E+05
0.86	5.4963E-03	0.53	9.3628E+00	0.20	2.9472E+05
0.85	7.2996E-03	0.52	1.1739E+01	0.19	4.9173E+05
0.84	9.5908E-03	0.51	1.4755E+01	0.18	8.4202E+05
0.83	1.2485E-02	0.50	1.8594E+01	0.17	1.4843E+06
0.82	1.6123E-02	0.49	2.3498E+01	0.16	2.7032E+06
0.81	2.0678E-02	0.48	2.9786E+01	0.15	5.1080E+06
0.80	2.6359E-02	0.47	3.7877E+01	0.14	1.0065E+07
0.79	3.3427E-02	0.46	4.8331E+01	0.13	2.0817E+07
0.78	4.2195E-02	0.45	6.1897E+01	0.12	4.5534E+07
0.77	5.3052E-02	0.44	7.9579E+01	0.11	1.0638E+08
0.76	6.6473E-02	0.43	1.0273E+02	0.10	2.6885E+08
0.75	8.3040E-02	0.42	1.3321E+02	0.09	7.4728E+08
0.74	1.0346E-01	0.41	1.7354E+02	0.08	2.3365E+09
0.73	1.2864E-01	0.40	2.2721E+02	0.07	8.4822E+09
0.72	1.5963E-01	0.39	2.9905E+02	0.06	3.7443E+10
0.71	1.9780E-01	0.38	3.9581E+02	0.05	2.1593E+11
0.70	2.4478E-01	0.37	5.2701E+02	0.04	1.8345E+12
0.69	3.0262E-01	0.36	7.0617E+02	0.03	2.8760E+13
0.68	3.7385E-01	0.35	9.5264E+02	0.02	1.3795E+15
0.67	4.6162E-01	0.34	1.2944E+03	0.01	1.0164E+18

(1.0000E+05 = 1.0000 × 10⁵)

where $I_s = \int_1^{n \mathcal{E}_x^e} \left(n \mathcal{E}_x^e \right)^{-\frac{1}{m}} (1 - n \mathcal{E}_x^e)^{\frac{1}{m}-1} d n \mathcal{E}_x^e$

(2) 計算手順

前項(1)で準備したTableを用いて、次の手順でリラクセーション試験後の残留応力を推定する。Fig.4-3-1にこの計算手順をフローチャートで示しておく。

まず、昇温中の温度がひずみ硬化則に従う温度域（575℃以下）にある場合の応力を求める。昇温中の温度を T_{es} とすると、Table 4-3-1より、式(4-3-9)の左辺の積分値が求まる。初期弾性ひずみ及び昇温速度は既知なので、式(4-3-9)より規準化弾性ひずみの積分値が決まる。そこで、Table 4-3-3を用いることにより、その時の規準化弾性ひずみの量を知ることができる。これより弾性ひずみが、更に、その温度での弾性係数を乗じることにより応力が得られる。

次に、べき乗則に従う温度域（575℃以上）まで昇温する場合の応力を求める。この場合は、べき乗則に従う温度域に入る時の弾性ひずみをあらかじめ求めておく必要がある。この弾性ひずみは、上記のひずみ硬化則に従う場合で、材料定数の積分区間の上限値 T_{es} をひずみ硬化則からべき乗則に移る温度（575℃）に設定すれば求められる。べき乗則に従う領域での昇温終了時の温度を T_{ep} とすれば、Table 4-3-2より式(4-3-10)の左辺の積分値が求まる。昇温速度は既知であり、また、この温度域に入った時の初期弾性ひずみも上述のように求められているので、式(4-3-10)よりその温度での弾性ひずみを計算することができる。

この後、昇温終了時の温度 T_{ep} で保持される場合は、式(4-3-11)によって保持後の弾性ひずみが求まる。更に、それに続く冷却過程に対しては、昇温過程と同じ手順で、ただし、計算の流れを逆にして、弾性ひずみの変化を求めることができる。すなわち、まず、べき乗則に従うとして、次に、ひずみ硬化則に従うとして計算する。また、この時、Table 4-3-1～4-3-3もそのまま利用できる。ただし、温度 T_e と T_s を逆に考える必要がある。すなわち、そのクリープ硬化則に従う温度域に入る時の温度を T_e 、その温度域から出る時の温度を T_s と考えてTableを利用する。

以上の結果、変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力が求められる。なお、ここで示した解析法は次のような特徴を有している。すなわち、2.3節で示した有限要素法による熱弾塑性クリープ解析法は、汎用性があり、精度も高いが、増分形で計算を進めていくため、最初から昇温、保持及び冷却の全過程を連続的に計算していく必要がある。他方、本手法では、積分式を用いているため、その積分区間内であれば、どの時点の応力でも直接求めることができ、計算が至って簡単である。

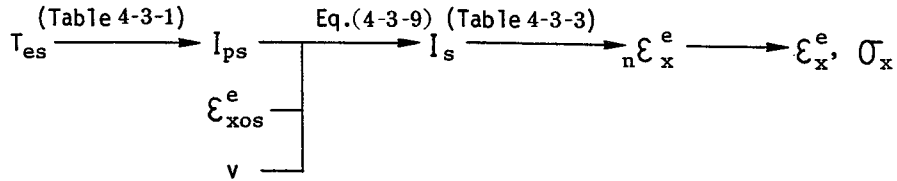
A. For strain-hardening creep law

Eq.(4-3-9) may be expressed as

$$-\frac{m}{V} (\xi_{xos}^e)^{\frac{Y-1}{m}} \cdot I_{ps} = I_s$$

where

$$I_{ps} \equiv \int_{T_{ss}}^{T_{es}} A(T)^{\frac{1}{m}} E(T)^{\frac{Y}{m}} dT, \quad I_s \equiv \int_1^{\xi_x^e} (\xi_x^e)^{-\frac{Y}{m}} (1 - \xi_x^e)^{\frac{1}{m}-1} d\xi_x^e$$



B. For power creep law

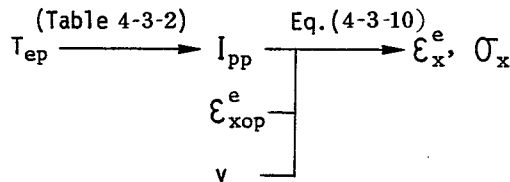
B-1 At the heating stage

Eq.(4-3-10) may be expressed as

$$-\frac{1-n}{V} \cdot I_{pp} + (\xi_{xop}^e)^{1-n} = (\xi_x^e)^{1-n}$$

where

$$I_{pp} \equiv \int_{T_{sp}}^{T_{ep}} \beta(T) E(T)^n dT$$



B-2 At the holding stage

Eq.(4-3-11) is expressed as

$$\xi_x^e = \{(\xi_{xopc}^e)^{1-n} + (n-1) \beta E^n t\}^{\frac{1}{1-n}}$$

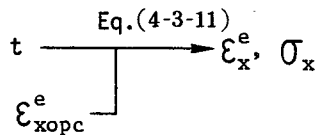


Fig. 4-3-1 Flow chart of calculation by simple estimating method

4.3.4 近似推定法の適用精度

4.3.2及び 4.3.3項で述べた近似推定法の適用性を調べるため、種々の条件（初期応力、昇温速度）に対し変温及び定温リラクセーション試験を行った場合の応力の推移を本手法で算出し、有限要素法による精度の高い解と比較した。

具体的な適用対象として、初期応力 σ_{x0} を20、40及び60kgf/mm²の3レベルに、また、昇温速度 v は、極厚板を対象としているので4.2節で適用した比較的緩やかな30及び100℃/hrの2種類を考え、その組合せによる合計6つの条件を設定した。その他、共通の条件として、保持温度は650℃とし、保持時間は1時間とした。本手法による応力値の推定は、計算のつなぎ目となる3時点、すなわち（1）ひずみ硬化則からべき乗則に移る時、（2）昇温終了時及び（3）保持終了時に対して行った。その推定結果をFig.4-3-2(a)～(f)に丸印（○）で示す。また、同図に、すべての材料定数の温度依存性を考慮した精度の高い有限要素法による計算結果を実線で示す。

本手法では、クリープ定数のうち比較的溫度依存性の小さい3つの定数は各積分区間内で一定値をとると仮定したが、Fig.4-3-2の結果をみると、すべての条件に対し有限要素法による解と非常によく一致しており、上記の仮定が本推定法の精度をほとんど低下させておらず、本推定法が精度の高い近似解を与えることが分かる。そこで、前節4.2のSR処理に対して、この近似推定法を適用してみた。すなわち、初期応力をそれぞれの試験体の溶接金属部での最大引張応力あるいは圧縮応力に一致させ、試験体に施したSR処理と同じ条件で変温及び定温リラクセーション試験を行った場合に対して、その応力変化を本推定法により求めた。その結果を、4.2節のFig.4-2-8～Fig.4-2-11に○印で示す。これらの結果を見ると、本手法により、溶接継手のSR処理による残留応力の変化を高い精度で推定することができることが分かる。なお、Fig.4-3-2には、昇温及び保持過程における応力変化のみを示したが、それに続く冷却過程でも、本解析法で精度の高い解が得られている。

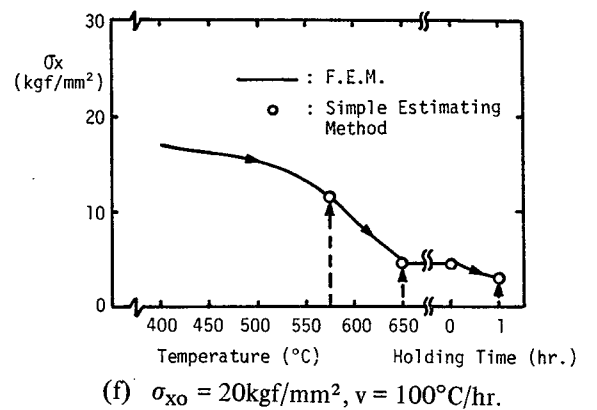
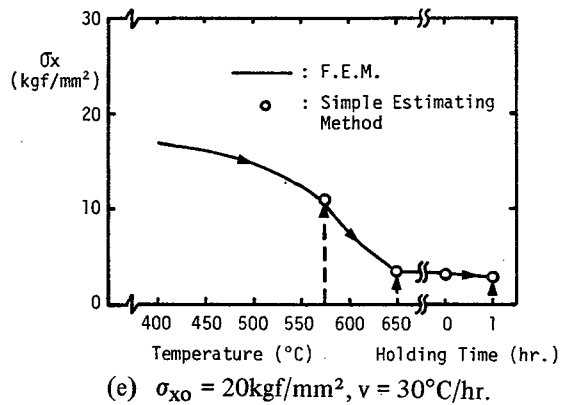
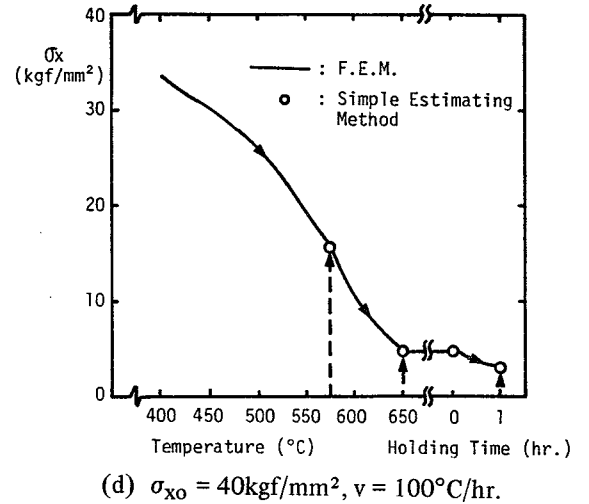
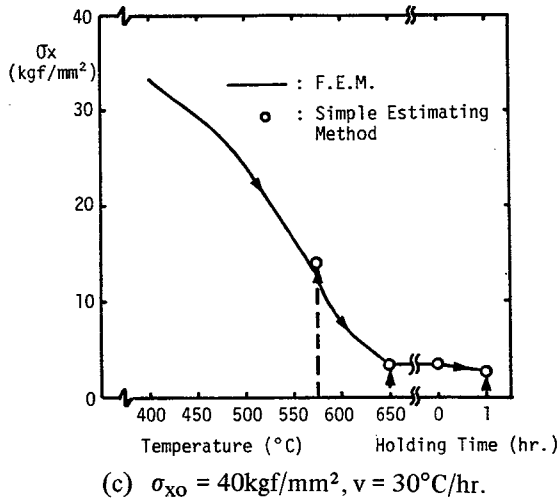
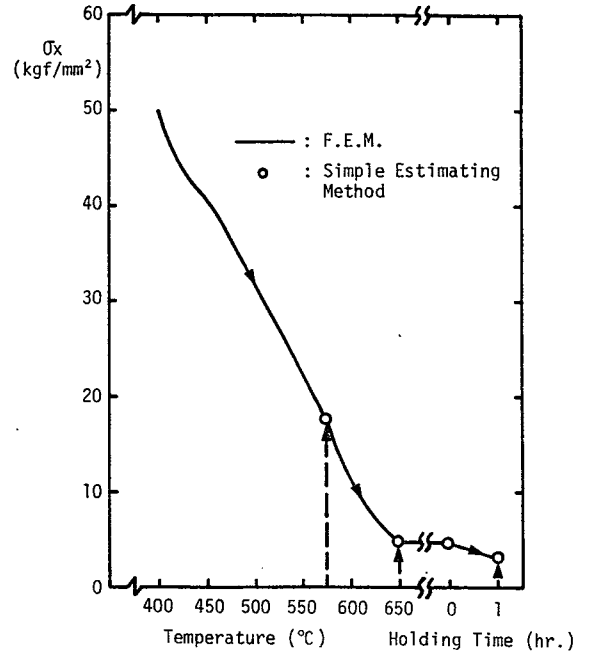
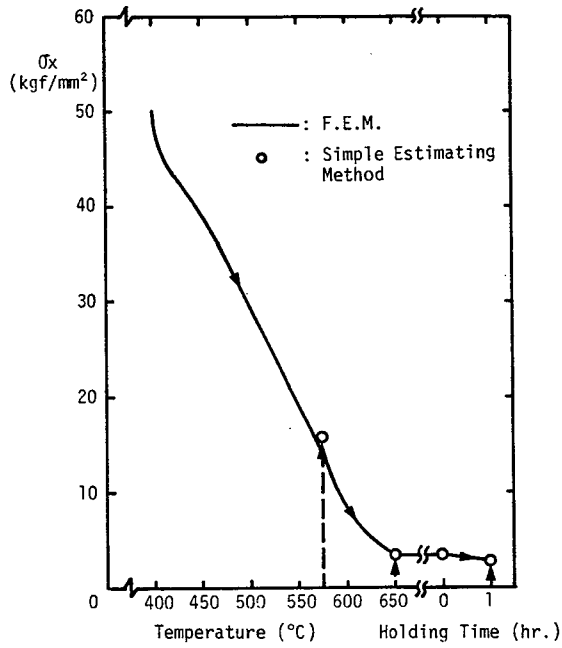


Fig. 4-3-2 Results of calculation on anisothermal relaxation tests by FEM and simple estimating method

4.3.5 結 言

本節の研究は、極厚板溶接継手のSR処理後の残留応力を簡単に（手計算程度で）求める解析手法を開発することを目的とし、SR処理による応力緩和現象と非常に近い現象を示す変温及び定温リラクセーション試験を対象に、近似解析法を展開し、その適用性を検討した。その結果、次のような結論が得られた。すなわち、本手法では、1つの材料に対して3つの簡単な数値積分をあらかじめ行っておけば、変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を、あらゆる試験条件（初期応力、昇温速度、保持温度）に対して、簡単に、また、非常に精度よく求めることができる。

ところで、一般にSR処理をうける部材（構造物）では、Table 4-2-2に示したように、各点の応力状態は多軸応力状態にあり、また、各点の全ひずみの変化量はリラクセーション試験時のように必ずしもその点の熱ひずみ量と一致しない。このような条件の相違が応力緩和に及ぼす影響は4.2節の実験及び解析結果から判断するとそれほど大きくないと予想され、その場合は、本節で示したように本近似解析法によりSR処理後の残留応力を簡単に精度よく推定することができるが、この点に関しては、今後、検討を続ける必要があると考えられる。

4.4 結 言

本章では、大型圧力容器の胴体と鏡板の円周突合せ継手部を対象に、SR処理による溶接残留応力の変化を理論解析及び実験により調べた。更に、SR処理による応力緩和現象に近い挙動を示す変温及び定温リラクセーション試験に対し、その試験後の残留応力を簡単に求めることのできる解析手法を開発した。本章での研究成果を要約すると次のようになる。

(1) 本供試材(2 1/4Cr-1Mo 鋼)の場合、SR処理時のクリープ挙動は、575℃を境にして、低温側ではひずみ硬化則に、高温側ではべき乗則に従う。

(2) SR処理後の残留応力は、基本的に溶接残留応力と類似の分布形状を持つ。全体としてなだらかな分布となるが、最大引張残留応力の生じる位置はほとんど変化しない。

(3) 極厚板で昇温速度が小さい場合、SR処理の効果は保持温度に強く依存する。例えば、650℃に昇温すれば保持の必要はほとんどないが、550℃の保持温度では保持時間を多少長くしても応力低下の程度は小さい。

(4) 本研究で取り扱った極厚板多層突合せ溶接残留応力の場合、高応力領域のSR処理時の応力緩和現象は変温及び定温リラクセーション試験時の現象と非常に近い。したがって、この関係を利用して、多層突合せ継手の応力緩和を推定することが可能のようである。ただし、SR処理時の継手部とリラクセーション試験時の試験片では、実際は、応力及びひずみ状態が異なり、この相違が応力緩和挙動に及ぼす影響(本研究での理論解析及び実験結果では小さかった)については、今後、検討を続ける必要があると考えられる。

(5) 変温及び定温リラクセーション試験後の残留応力を、あらかじめ、3つの簡単な数値積分表を作っておくだけで、あらゆる試験条件(初期応力、昇温速度、保持温度)に対し、簡単に、また、非常に精度よく求めることのできる解析手法を開発した。

第 5 章 総 括

近年、厚板を用いた圧力容器等の大型溶接構造物が多く建造されているが、その安全性に重要な影響を及ぼす溶接残留応力及び応力除去焼なまし処理（SR 処理）後の残留応力については詳細な情報は極めて少ない。

本研究では、このような厚板多層突合せ継手に生じる溶接過渡及び残留応力と、溶接工程の中であるいは溶接終了後に行われる SR 処理による応力変化を理論解析により究明したものである。まず、理論解析のために、多層溶接及び応力除去焼なまし処理を対象とした精度と効率のよい理論と解析法を新しく開発した。この適用により、各種継手の溶接過渡及び残留応力を求め、その分布特性及び生成機構を解明すると共に、低温割れとの関連等を考察し、割れ防止の溶接手順を力学的見地から検討した。更に、極厚板溶接継手に生じた残留応力の SR 処理時の変化を理論解析により求め、SR 処理条件の応力低減への影響度を検討した。また、SR 処理後の残留応力の近似推定法を開発した。

本研究の各章で得られた結論を要約すると次の通りである。

第 1 章では、本研究の概要を述べた。すなわち、本研究では、厚板多層突合せ溶接過渡及び残留応力と応力除去焼なまし処理時のその変化を理論解析し、残留応力の分布特性及び生成機構、低温割れとの関連、その防止などを考察することを述べた。

第 2 章では、まず、第 2 節で、多層溶接過渡及び残留応力を理論解析によって精度よく求めるために、材料の力学的性質の温度及び塑性履歴依存性を精度よく考慮することのできる複合硬化熱弾塑性解析理論を展開した。次に、第 3 節で、応力除去焼なまし処理時の溶接残留応力の低減過程を理論解析するため、クリープ現象を含めた複合硬化熱弾塑性クリープ解析理論を展開した。解析理論の展開において、すべてのクリープ則が導入できる一般的な構成方程式の他に、本研究で適用するクリープ則に対し精度の高いクリープひずみ増分を求め、それを用いた高精度複合硬化熱弾塑性クリープ構成方程式を示した。第 2 節と同様、これらの構成方程式をもとに有限要素法に基づく解析理論を展開した。

第 3 章では、第 2 章第 2 節で示した理論を適用し、各種厚板多層突合せ溶接による過渡及び残留応力を理論解析により求めた。また、実験により解析結果の精度を確

認した。これらの研究成果をまとめると次のようになる。

(1) 上記理論を多層溶接の問題に適用する場合に対し、溶接時の力学現象の特徴を検討し、精度と効率のよい解析方法を示した(本章第2節)。更に、極厚板で溶接パス数が非常に多い場合に対し、計算時間が大幅に短縮される精度の高い熱弾塑性解析法の簡易解析モデルを開発した(第3節)。

(2) 下記の各種厚板多層溶接継手に生じる溶接過渡及び残留応力を理論解析及び一部実験計測により求めた。

(i) 第3節では、厚板平板多層突合せ溶接継手(SM50、板厚50mm)を、

(ii) 第4節では、極厚板圧力容器胴体・鏡板円周多層突合せ溶接継手(2 1/4Cr-1Mo 鋼、板厚 100及び 150mm)を、

(iii) 第5節では、薄板及び厚板円管多層突合せ溶接継手(SUS304、板厚 5.5、 8.6及び30.9mm)を対象とした。

(3) 上記の各溶接残留応力の分布特性及びその生成機構を解明した(第3節～第5節)。

(4) (3)の結果をもとに、溶接残留応力と溶接低温割れとの関連あるいは割れ防止のための溶接条件等を考察した(第3節～第5節)。

(5) 最後に、上記の溶接残留応力の分布特性とその影響因子を総括した(第6節)。すなわち、厚板多層突合せ溶接残留応力の基本的分布特性は、第3節でFig. 3-3-4 に示した2つの極端な分布形状で代表され、分布特性に対しては継手の拘束条件が最も支配的であることを示した。この分布特性は本章で得られた最も重要な成果の1つであり、これを簡単に述べると次のようになる。

“まず、継手の拘束条件の如何にかかわらず、溶接部板厚方向で最終ビードのHAZとその外部との境界付近に、大きな溶接線方向及び板幅方向引張残留応力が生じる。これがビード下割れ、縦割れあるいは横割れの発生原因になる可能性がある。継手の横曲り及び縦曲り変形に対する拘束が弱いと、上記の他に、初層側表面付近に大きな引張残留応力が生じる。これがルート割れの発生要因となりうる。”

第4章では、まず、第2節で、第3章第4節で求めた極厚板圧力容器の胴体と鏡板の周継手部に生じた溶接残留応力が、その後のSR処理によりどのように変化するか、SR処理条件を種々変化させて調べた。この結果から得られた最も重要な結論は以下の通りである。

“極厚板で昇温速度が小さい場合（ $30^{\circ}\text{C/hr.} \sim 100^{\circ}\text{C/hr.}$ ）、S R 処理の効果は保持温度に強く依存し、本供試材（ $21/4\text{Cr-1Mn}$ 鋼）の場合、 650°C に昇温すれば、昇温終了時、既に応力は十分小さく低下しており、保持の必要はほとんどない。これに対し、 550°C の場合、保持時間を多少長くしても、応力低下の程度は小さい。”

最後に、第4章第3節では、溶接継手部のS R 処理時の応力緩和現象に近い挙動を示す変温及び定温リラクセーション試験に対し、その試験後の残留応力を簡単に、また、非常に精度よく求めることのできる解析手法を開発した。これにより、極厚板溶接継手部のS R 処理後の残留応力を近似的に知ることができる。

本研究において、まず、厚板多層突合せ溶接過渡及び残留応力を解析する理論を拡張し、実用的な解析法を展開した。そして、その適用による多くの解析結果から、その分布特性、生成機構、低温割れとの関連、更に、割れ防止条件を考察した。これらの知見は、厚板溶接構造物を建造し、その安全性を検討する上で重要である。また、それらのS R 処理時の過渡及び残留応力とS R 処理条件との関連を解明したことは、今後、S R 処理に伴う材質の変化（改善あるいは劣化）を同時に考慮し、適正なS R 処理条件を規定する上で有用な資料を提供した。

本研究は、大阪大学溶接工学研究所教授 上田幸雄博士の御指導のもとに、同研究所弾塑性学部門の教職員、卒業生をはじめ、多数の方々から、数々の御協力を得て行われたものである。

特に、上田幸雄教授には、研究の計画、実施、結果の検討など本研究の全般にわたって終始たえない御指導と御鞭撻を賜った。

また、本論文をまとめるにあたり、大阪大学教授 佐藤邦彦博士、八木順吉博士から有益な御指示と御討論を賜った。

研究の当初においては、当時大阪大学溶接工学研究所助手 福田敬二博士から研究の全般にわたって御討論と御援助をいただいた。

本研究遂行期間中、大阪大学教授 赤木新介博士、大阪大学溶接工学研究所助手 金 裕哲氏、大阪府立高専講師 越智敏明博士には有益な御助言と御討論をいただいた。理論解析及びその結果の整理にあたっては、大阪大学溶接工学研究所技官 古木良一氏ならびに当時大阪大学大学院あるいは工学部に在学していた谷川雅之氏（日立造船）、笠井祥司氏（東洋工業）、森川裕文氏（神戸製鋼所）、大久保克己氏（川崎重工）、井上和也氏（三菱重工）、TAN SAY HONG氏（シンガポール）及び吉川雅之氏（大学院在学中）をはじめ、多くの方々から多大の御協力をいただいた。

また、本研究の推進、特に実験の実施においては、神戸製鋼所 山内武氏、高橋英司氏、深田利昭氏、坂本公一氏及び日立製作所 清水翼氏、伊藤久雄氏の各氏から貴重な御助言と御援助をいただいた。

更に、広島大学助教授 矢尾哲也博士及び大阪大学溶接工学研究所助手 村川英一博士からも有益な御助言をいただいた。また、本研究の英論文作成にあたっては、後藤扶左子氏の御協力を得た。

本論文はワードプロセッサを使用して作成したが、複雑な式を含む本文の入力及び修正は、すべて、末松千代子氏によるものである。

本研究は、以上の方々をはじめ多数の方々の御指導と御協力を得てはじめてなしたものであり、本論文を終えるにあたり、これらの方々に心からの謝意を表します。

最後に、本研究の完成には、両親及び妻、恵子の蔭なる支えがあったことを付記し、感謝する。

参 考 文 献

- 1) 例えば、佐藤、向井、豊田；溶接工学、理工学社（第1版、1979）。
- 2) 例えば、Y. Ueda and T. Yamakawa; Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method, Trans. of JWS(the Japan Welding Society), 2-2(1971), 90-100, and IIW, Doc. X-616-71(1971)及び溶接学会誌、42-6(1973), 567-577.
- 3) 例えば、R.W. ニコルズ編著、木原博・安藤良夫監訳；圧力容器工学、産報（初版、1972）。
- 4) 中根；薄い軟鋼円板の中心部を溶接した場合の熱応力（第1報）、溶接学会誌、17-1(1948)、15-24.
- 5) 仲、奥村；薄鋼板の溶接に依る熱応力（第1報）、溶接学会誌、17-3(1948)、86-96.
- 6) 大谷；溶接熱応力の図式解法（第1報）、溶接学会誌、17-10(1948)、349-358.
- 7) 渡辺；一次元的温度分布による矩形板の熱応力並に残留応力に関する研究、造船協会論文集、86号(1954)、173-184.
- 8) 渡辺、佐藤；中心部を加熱せられた円形板の熱応力、造船協会論文集、86号、(1954)、185-198.
- 9) 辻；一次元温度分布を有する矩形板の熱弾塑性応力問題に関する研究（第4報）一突合せ溶接継手に生ずる過渡応力ならびに残留応力について一、造船協会論文集、118号(1965)、307-317.
- 10) 例えば、上田、福田、中長；初層すみ肉溶接における残留応力と割れの形態について、溶接学会誌、44-3(1975)、250-257.
- 11) 藤田、野本；熱弾塑性問題に関する研究（その1）、日本造船学会論文集、130号(1971)、183-191.
- 12) 佐藤、瀬尾、岩井、高橋；多層盛溶接による熱応力・ひずみに関する熱弾塑性解析一累層して加熱冷却をうける帯板の熱応力およびひずみについて一、溶接学会誌、42-10(1973)、1007-1017.

- 13) 佐藤、寺崎、田中；溶接継手の残留応力分布の数値解析、溶接学会誌、48-8(1979)、616-620.
- 14) J.T. Oden; Finite Elements of Nonlinear Continua, McGraw-Hill(1972).
- 15) 上田；有限要素法の溶接力学への応用、圧力技術、12-3(1974)、142-150.
- 16) 佐伯、岩城；ピストン冠の熱負荷解析、日本船用機関学会誌、4-1(1969)、51-58.
- 17) R. Hill; The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford(1950).
- 18) For example, W. Prager; The Theory of Plasticity, A Survey of Recent Achievements (James Clayton Lecture), Proc. Instn. Mech. Engres., 169(1955), 41-57.
- 19) H. Ziegler; A Modification of Preger's Hardening Rule, Quart. Appl. Math., 17(1959).
- 20) Z. Mróz; ON THE DESCRIPTION OF ANISOTROPIC WORKHARDENING, J. Mech. Phys. Solids, 15(1967), 163-175.
- 21) 例えば、O.C. ツィエンキーヴィッツ著、吉識雅夫・山田嘉昭監訳；基礎工学におけるマトリックス有限要素法、培風館（初版、1975）.
- 22) 例えば、井上；塑性－クリープ相互作用を伴う非弾性体の構成関係およびその繰返し変形への適用と寿命評価法について、材料、第32巻、第 357号、1983、594-604.
- 23) 日本材料学会編；固体力学の基礎、日刊工学新聞社(1981)、7章
- 24) R. W. Bailey; Journal of Institute of Metals, 35(1926), 27.
- 25) E. Orowan; Journal of the West Scotland Iron and Steel Institute, 54(1946), 45.
- 26) 上田、福田；応力除去焼なましの力学問題に対する有限要素法の適用、溶接学会誌、44-1(1975)、902-908 及び Trans. of JWRI, 4-1(1975), 39-45 and Trans. of JWS, 8-1(1977), 19-25.
- 27) 渡辺、佐藤；溶接力学とその応用、朝倉書店（第3版、1971）、第6章第1節.

- 28) 日本鋼構造協会耐火小委員会高温強度班編；構造用鋼材の高温時ならびに加熱後の機械的性質、JSSC、4-33(1968)、5-74.
- 29) 日本材料学会高温強度部門委員会編；金属材料の物理定数に関する資料
- 30) L.F. Porter and P.C. Rosenthal; Effect of Applied Tensile Stress on Phase Transformations in Steel, Acta Metallurgica, Vol.7-July(1959), 504-514.
- 31) W.K.C. Jones and P.J. Alberry; A Model for Stress Accumulation in Steels during Welding, TWI, Int. Conf. on Residual Stresses in Welded Construction and Their Effects, 1977, 15-26.
- 32) 上田、福田、中長、円道；残留応力の有限要素法に基づく測定原理と推定値の信頼性、日本造船学会論文集、138号(1975)、499-507.
- 33) 例えば、上田、福田；3次元溶接残留応力の簡易測定法に関する研究（nLy法および単純化Ly法の提案）、溶接学会誌、52-2(1983)、110-117.
- 34) 例えば、佐々木、桐原、今井；SUS304鋼管溶接部の残留応力および鋭敏化軽減、溶接学会全国大会講演概要、第19集(1976)、228-229.
- 35) 桐原、今井、正岡、佐々木；管内水冷溶接によるSUS304鋼管溶接部の残留応力および鋭敏化軽減法、溶接学会誌、48-10(1979)、756-762.
- 36) 日本機械学会非弾性構造解析法実用化研究分科会（主査 山田嘉昭）編；非弾性構造解析法の実用化に関する研究(II)、1979.
- 37) 越智；水噴流および噴霧による高温面の冷却に関する研究、大阪大学提出学位論文(1978).
- 38) E.F. Rybicki et al.; Residual Stresses at Girth-Butt Welds in Pipes and Pressure Vessels, Battelle Columbus Laboratories for U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1977.
- 39) F.K.G.オドクヴィスト、J.ハルト著、村上澄男訳；クリープ強さの理論、培風館（初版、1967）、15章.
- 40) 田中、小幡；応力除去焼鈍に関する研究（第2報）、溶接学会誌、36-3(1967)、222-228.

本研究に関連した発表論文

- [1] Y. Ueda and K. Nakacho; Theory of Thermal Elastic-Plastic Analysis with A More General Workhardening Rule, Trans. of JWRI(Welding Research Institute of Osaka Univ.), 9-1(1980), 107- 114, and IIW(International Institute of Welding), Doc. X-989-81(1981).
- [2] Y. Ueda, K. Nakacho and K. Fukuda; Constitutive Equations for Thermal Elastic-Plastic Creep Analysis, Proc. of Int. Conf. on Welding Research in The 1980's (JWRI, 1980), Poster Session P-14, 77-82.
- [3] Y. Ueda and K. Nakacho; Constitutive Equations for Thermal Elastic-Plastic Creep State, Trans. of JWRI, 10-1(1981), 89-94.
- [4] Y. Ueda, E. Takahashi, K. Fukuda, K. Sakamoto and K. Nakacho; Multipass Welding Stresses in Very Thick Plates and Their Reduction from Stress Relief Annealing, Trans. of JWRI, 5-2(1976), 179-189.
- [5] 上田、福田、中長、高橋；溶接における熱弾塑性解析—特に多層盛溶接—、マトリックス構造解析法研究発表論文集（日本鋼構造協会）、第7回大会(1973)、419-426.
- [6] 上田、高橋、福田、中長；極厚板の多層突合せ溶接における過渡および残留応力、溶接学会誌、44-6(1975)、464-474.
- [7] Y. Ueda, K. Fukuda and K. Nakacho; Basic procedures in analysis and measurement of welding residual stresses by the finite element method, TWI(THE WELDING INSTITUTE), Int. Conf. on Residual Stresses in Welded Construction and Their Effects, 1977, 27-37.
- [8] 上田、中長、笠井、井上；多層溶接残留応力の理論解析の簡略化に関する研究（第1報）、WD分科会（溶接学会）・W2分科会（日本造船学会）合同委員会資料、WDW2-20-80(1980).

- [9] Y. Ueda and K. Nakacho; Simplifying Methods for Analysis of Transient and Residual Stresses and Deformations due to Multipass Welding, Trans. of JWRI, 11-1(1982), 95-103.
- [10] 上田、中長; 極厚板多層突合せ溶接残留応力分布とその生成機構特性に基づく理論解析及び実験の簡略化、溶接学会論文集、2-1(1984)、75-82.
- [11] Y. Ueda, E. Takahashi, K. Fukuda and K. Nakacho; TRANSIENT AND RESIDUAL STRESSES IN MULTI-PASS WELDS, IIW, Doc. X-698-73 (1973).
- [12] Y. Ueda, E. Takahashi, K. Fukuda and K. Nakacho; Transient and Residual Stresses in Multi-Pass Welds, Trans. of JWRI, 3-1(1974), 59-67.
- [13] 上田、福田、中長; 有限要素法による溶接応力の解析と残留応力の発生機構、溶接学会誌、45-1(1976)、29-35.
- [14] 上田、中長、清水、笠井; オーステナイト系ステンレス鋼管の多層円周突合せ溶接への水冷法の適用とその残留応力、溶接学会誌、49-1(1980)、61-66.
- [15] 上田、中長、清水、大久保; 水冷法による円周多層突合せ溶接の残留応力とその生成機構、溶接学会誌、52-2(1983)、90-97.
- [16] Y. Ueda, K. Nakacho and T. Shimizu; Improvement of Residual Stresses of Circumferential Joint of Pipe by Heat-Sink Welding for IGSCC, ASME, 1984 Pressure Vessel and Piping Conference, 84-PVP-10.
- [17] Y. Ueda, E. Takahashi, K. Fukuda, K. Sakamoto and K. Nakacho; Multipass Welding Stresses in Very Thick Plates and Their Reduction from Stress Relief Annealing, IIW, Doc. X-850-76(1976), and ASME, Proc. of Third Int. Conf. on Pressure Vessel Technology, Part II (1977), 925-933.
- [18] 上田、高橋、福田、坂本、中長; 極厚板多層溶接部の応力除去焼なまし時における力学的挙動、溶接学会誌、47-8(1978)、500-506.
- [19] 上田、中長; 応力除去焼なまし処理後の残留応力の近似推定法(第1報)、溶接学会論文集、1-2(1983)、174-181.

付録 I 材料試験による加工硬化 係数 H 及び降伏曲面の 大きさ σ_0 の決定手順

ここでは、よく知られている簡単な加工硬化則 2 つを例にとり、その硬化則を採用する場合に、本文中に示した加工硬化係数 H (式(2-2-17)) 及び降伏曲面の大きさ σ_0 ($= \sigma_0(\varepsilon_p = \int d\varepsilon_p, T)$) (式(2-2-10)) が材料試験からどのように決定されるか、その手順を具体的に示す。まず、各温度で引張試験(引張軸方向を x 方向とする)を行ったところ Fig.A-I-1 に示すような応力・塑性ひずみ線図($\sigma_x \cdot \varepsilon_p$ 線図) が得られたものとする。

(1) 等方硬化則に従うと仮定する場合

この硬化則は、塑性変形が進行する時、降伏曲面の位置及び形状は変化せず、大きさだけが変化する(すなわち、降伏曲面は一様に拡大する)と仮定したものである。温度変化がある場合は、降伏曲面の大きさは温度によっても変化すると考えるべきであるので、ここではそのように仮定する。そして、材料試験結果(Fig.A-I-1) をこのような立場からみて、加工硬化係数 H 及び降伏曲面の大きさ σ_0 を決定する。

まず、降伏曲面の形状は次式で表わされる Mises の条件に従うと仮定する。

$$0 = f = \bar{\sigma}^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{A-I-1})$$

ここで、 $\bar{\sigma}$: 相当応力 (本文、式(2-3-20))

σ_0 : 降伏曲面の大きさ

上記の降伏曲面が一様に拡大すると仮定すると、引張試験時において降伏した後は、次の関係が常に成立する。

$$d\varepsilon_p = \sqrt{3/2} \, d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{3/2} \, d\varepsilon_p \quad (\text{A-I-2})$$

$$d\sigma_f = \sqrt{2/3} \, d\bar{\sigma} = \sqrt{2/3} \, d\sigma_x \quad (\text{A-I-3})$$

加工硬化係数 H は、本文、式(2-2-17)に上記の 2 式を代入することにより、次のように表わされる。

$$H = d\sigma_f / d\varepsilon_p = (2/3) \, d\sigma_x / d\varepsilon_p \quad (\text{A-I-4})$$

したがって、Fig.A-I-1 に示した $\sigma_x \cdot \varepsilon_p$ 線図の傾きから上式により加工硬化係数

Hを求めることができ、Fig.A-I-2 に示すような温度依存性をもつHが得られる（この例では、Hは温度だけの関数となっているが、一般には、塑性変形の進行と共に、Hは変化すると考えられる）。

次に、降伏曲面の大きさ σ_0 と塑性加工量（ $\varepsilon_p = \int d\varepsilon_p$ ）及び温度（T）の関係を求める。降伏曲面が一様に拡大すると仮定する場合、引張試験時においては次の関係が成立する。

$$0 = df = \bar{\sigma}^2 - \sigma_0^2 = \sigma_x^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{A-I-5})$$

上式に示すように、降伏した後は軸方向応力 σ_x と降伏曲面の大きさ σ_0 とは常に等しい。したがって、Fig.A-I-1の縦軸の σ_x と σ_0 と考え、横軸の ε_p を式(A-I-1)の関係を用いて ε_p に換算すれば、Fig.A-I-1から降伏曲面の大きさ σ_0 と塑性加工量（ ε_p ）及び温度（T）の関係を求めることができる。その結果をFig.A-I-3に示す。

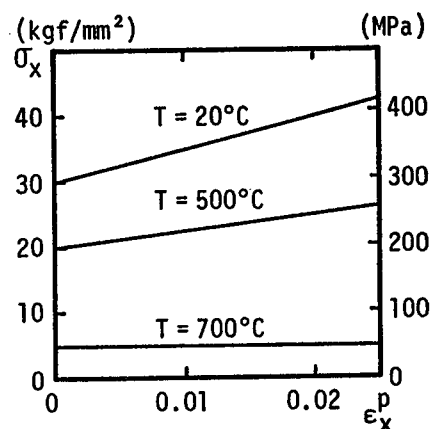


Fig. A-I-1 Results of uniaxial tensile tests at various temperatures (Relation between σ_x and ε_x^p)

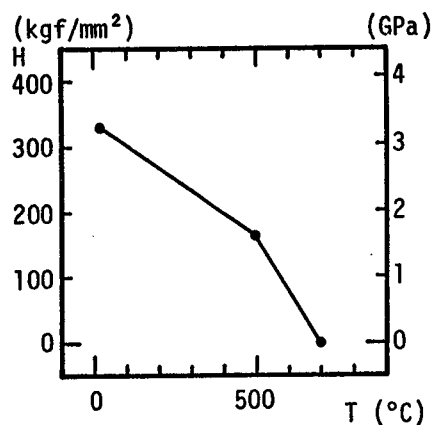


Fig. A-I-2 Workhardening modulus H

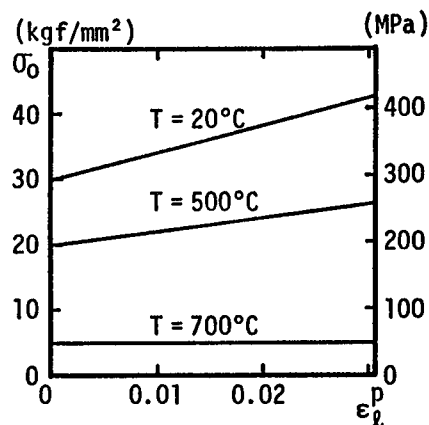


Fig. A-I-3 Size of yield surface σ_0 (in the case of isotropic workhardening rule)

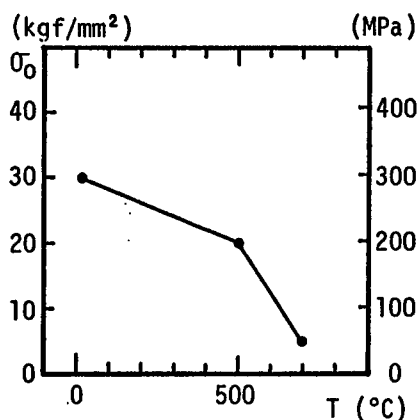


Fig. A-I-4 Size of yield surface σ_0 (in the case of kinematic workhardening rule, Ziegler rule)

(2) Ziegler の移動硬化則に従うと仮定する場合

この硬化則は、塑性変形が進行する時、降伏曲面の大きさ及び形状は変化せず位置だけがある規定された方向（本文、式(2-2-12)あるいは、下記の式(A-I-7)で表わされる方向）に変化すると仮定したものである。しかし、温度変化がある場合は、降伏曲面の大きさは温度によっては変化すると考えるべきであり、ここでは、そのように仮定する。そして、材料試験結果をこのような立場からみて、加工硬化係数H及び降伏曲面の大きさ σ_0 を決定する。

まず、降伏曲面の形状は Mises の条件に従うとする。曲面が移動する場合は次式で表わされる。

$$0 = f = \overline{\sigma - \theta}^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{A-I-6})$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \overline{\sigma - \theta}^2 = 1/2 [& \{(\sigma_x - \theta_x) - (\sigma_y - \theta_y)\}^2 + \{(\sigma_y - \theta_y) \\ & - (\sigma_z - \theta_z)\}^2 + \{(\sigma_z - \theta_z) - (\sigma_x - \theta_x)\}^2 \\ & + 6\{(\tau_{yz} - \theta_{yz})^2 + (\tau_{zx} - \theta_{zx})^2 + (\tau_{xy} - \theta_{xy})^2 \}] \end{aligned}$$

Ziegler の移動硬化則では、降伏曲面は各瞬間の曲面中心と曲面上の応力点を結ぶ経ベクトルの方向に移動すると仮定する。すなわち、移動方向は次式で表わされる。

$$\{\dot{\theta}\} = \dot{\mu} \{\sigma - \theta\} \quad (\text{A-I-7})$$

上式を増分形で示すと、

$$\{d\theta\} = d\mu \{\sigma - \theta\} \quad (\text{A-I-8})$$

上記の方向に曲面が移動する場合、引張試験時において降伏した後は、次の関係が常に成立する（別記1）を参照）。

$$d\varepsilon_E = \sqrt{3/2} d\varepsilon_E \quad (\text{A-I-9})$$

$$d\sigma_f = \sqrt{2/3} d\sigma_x \quad (\text{A-I-10})$$

これらの関係は等方硬化を仮定した(1)の場合と同じであり、この2式を式(2-2-17)に代入することにより得られる加工硬化係数Hと $(d\sigma_x / d\varepsilon_E)$ の関係も式(A-I-4)と同じになる。

$$H = d\sigma_f / d\varepsilon_E = (2/3) d\sigma_x / d\varepsilon_E \quad (\text{A-I-11})$$

したがって、Fig.A-I-1 からFig.A-I-2 と同じ加工硬化係数Hが得られる。

次に、降伏曲面の大きさ σ_0 について考える。この硬化則では、塑性変形によっては降伏曲面の大きさは変化しないと仮定している。したがって、降伏曲面の大きさ σ_0 を決定するには各温度で引張試験を行い、塑性域に達した時（すなわち、

応力点が降伏曲面に達した時)の応力値を知ることができればよい。その瞬間は、まだ $\{\theta\} = \{0\}$ であり、また、引張試験であるので軸方向応力 σ_x 以外の応力成分は 0 であるので、次式が成立する。

$$0 = f = \overline{\sigma - \theta}^2 - \sigma_0^2 = \bar{\sigma}^2 - \sigma_0^2 = \sigma_x^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{A-I-12})$$

したがって、この時の軸方向応力 σ_x が降伏曲面の大きさ σ_0 を示していることになる。そして、以後の塑性加工の進行によっては、この σ_0 は変化しないと考える。Fig.A-I-1 より σ_0 を求めると Fig.A-I-4 のようになる。 σ_0 はこの図に示すように、通常、温度依存性は示す。

(別記 1) 引張試験時における $d\varepsilon_E$ と $d\varepsilon_P$ 及び $d\sigma_f$ と $d\sigma_x$ の関係

降伏曲面は次式で表わされる。

$$0 = f = \overline{\sigma - \theta}^2 - \sigma_0^2 \quad (\text{A-I-6})\text{bis}$$

また、降伏曲面の移動増分は次式で与えられる。

$$\{d\theta\} = d\mu \{\sigma - \theta\} \quad (\text{A-I-8})\text{bis}$$

塑性域に入ってから第 1 荷重増分時には、 $\{d\theta\}$ は次のように表わされる。

$$\{d\theta\}_1^T = d\mu_1 [\sigma_{x1} - 0 \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0] \quad (\text{A-I-13})$$

第 2 荷重増分時には、

$$\{d\theta\}_2^T = d\mu_2 [\sigma_{x2} - d\theta_{x1} \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0 \quad 0-0] \quad (\text{A-I-14})$$

以後同様であり、 $\{\sigma - \theta\}$ は σ_x 及び θ_x 以外の成分はすべて常に 0 である次式によって表わされる。

$$\{\sigma - \theta\}^T = [\sigma_x - \theta_x \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (\text{A-I-15})$$

したがって、 $\{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}$ 及び $\{n\}$ は、常に、次式で示される。

$$\begin{aligned} \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T &= [2(\sigma_x - \theta_x) \quad -(\sigma_x - \theta_x) \\ &\quad -(\sigma_x - \theta_x) \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ &= [2 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0](\sigma_x - \theta_x) \end{aligned} \quad (\text{A-I-16})$$

$$\begin{aligned} \{n\}^T &= \{\partial f / \partial (\sigma - \theta)\}^T / f'_2 \\ &= [\sqrt{2/3} \quad -1/\sqrt{6} \quad -1/\sqrt{6} \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (\text{A-I-17})$$

$$\begin{aligned}
 \text{ここで、} f_{\Sigma} &= | \{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \} | \\
 &= (\{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \}^T \{ \partial f / \partial (\sigma - \theta) \})^{1/2} \\
 &= \sqrt{6} (\sigma_x - \theta_x)
 \end{aligned}$$

$\{n\}$ は上記のように各成分の値が一定のベクトルとなるので、本文、式(2-2-13)、 $\{d\varepsilon^p\} = d\varepsilon_{\Sigma}^p \{n\}$ の左辺と右辺の x 成分の間で、常に、次の関係が成立する。

$$d\varepsilon_x^p = d\varepsilon_{\Sigma}^p \cdot n_x = \sqrt{2/3} d\varepsilon_{\Sigma}^p \quad (\text{A-I-18})$$

また、 $d\sigma_f$ も上記の $\{n\}$ により、 $d\sigma_x$ と、常に、次の関係を持つことが分かる。

$$d\sigma_f = \{n\}^T \{d\sigma\} = \sqrt{2/3} d\sigma_x \quad (\text{A-I-19})$$

付 録 I I 相当時間を用いることによるクリープひずみ速度の等価性について

ここでは、全ひずみ理論式を利用して求めた相当時間を時間硬化理論式に用いると、ひずみ硬化理論に従うとした場合と同じクリープひずみ速度が得られることを説明する。

あらゆる応力、温度 (σ 、 T) の組合せ (σ_j 、 T_k) に対してクリープ曲線 (クリープ試験結果) が用意されているものとする (Fig.A-II-1)。全ひずみ理論は、時間 t_i におけるクリープひずみ ε_i^c が、時間 t_i における (σ_i 、 T_i) に対するクリープ曲線上の時間 t_i でのクリープひずみと一致すると仮定するものである。時間硬化理論は、時間 t_i におけるクリープひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_i^c$ が、時間 t_i における (σ_i 、 T_i) に対するクリープ曲線上の時間 t_i でのクリープひずみ速度と一致すると仮定するものである。ひずみ硬化理論は、時間 t_i におけるクリープひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_i^c$ が、時間 t_i における (σ_i 、 T_i) に対するクリープ曲線上のクリープひずみ ε_i^c (時間 t_i までに実際に生じたクリープひずみ量であり、(σ_i 、 T_i) に対するクリープ曲線の時間 t_i におけるクリープひずみ量ではない) でのクリープひずみ速度と一致すると仮定するものである。

今、仮に、時間 t_i において、 $\varepsilon^c = \varepsilon_i^c$ 、 $\sigma = \sigma_i$ 、 $T = T_i$ であり、しかも、(ε_i^c 、 t_i) 点が、(σ_i 、 T_i) に対するクリープ曲線上に存在する (A点) と仮定する (Fig.A-II-2)。このような場合には、時間 t_i でのクリープひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_i^c$ は、時間硬化則を仮定してもひずみ硬化則を仮定しても同じになる。そして、 Δt 時間後 ($t = t_{i+1} = t_i + \Delta t$) には B_1 点に達する。一方、全ひずみ理論を適用すると、時間 t_{i+1} における (σ_{i+1} 、 T_{i+1}) に対するクリープ曲線上の時間 t_{i+1} における位置 B_2 に移ることになる。したがって、まず、全ひずみ理論は他の2つの理論と異った結果を与える。更に、その次の時間増分を考える。今度は、クリープひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{i+1}^c$ が時間硬化理論とひずみ硬化理論で異なる。時間硬化理論では、(σ_{i+1} 、 T_{i+1}) に対するクリープ曲線の時間 t_{i+1} における傾き (B_2 点での傾き) が、また、ひずみ硬化理論では、同クリープ曲線のクリープひずみ ε_{i+1}^c

における傾き（ B_3 点での傾き）が、それぞれクリープひずみ速度を与える。したがって、増分後のクリープひずみ量は 2 つの理論で異なる。

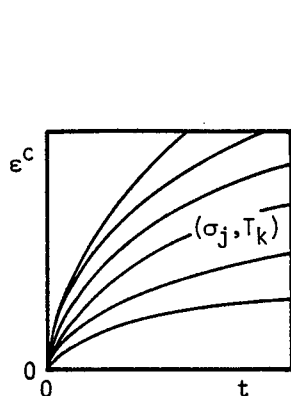


Fig. A-II-1 Results of creep tests under various stresses σ and temperatures T

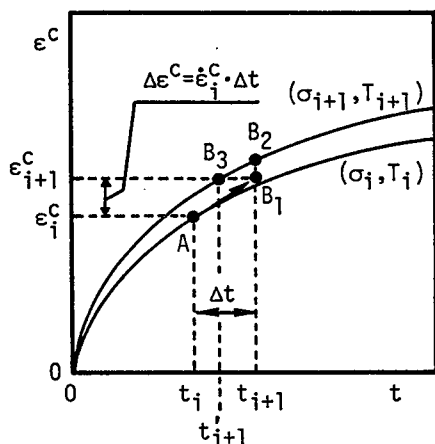


Fig. A-II-2 Creep strain rates for total strain theory, time hardening theory and strain hardening theory

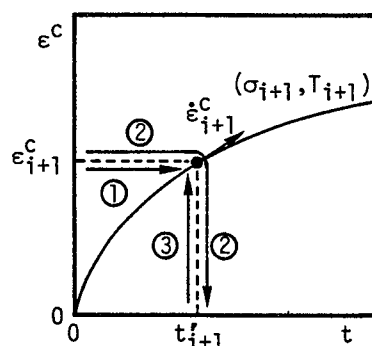


Fig. A-II-3 Flows of calculation of creep strain rate obeying strain hardening theory

ところで、上記の例より分かるように、ひずみ硬化理論を適用する場合、例えば、 $t = t_{i+1}$ におけるクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{i+1}^c$ は、 (σ_{i+1}, T_{i+1}) に対するクリープ曲線の B_3 点における傾きとして与えられるので、時間軸においては真の時間 t_{i+1} でなく、図に示した t'_{i+1} が対応する（以後、このような時間 t' を相当時間と呼ぶ）。言い換えると、クリープひずみ速度を決定する上では、 (σ_{i+1}, T_{i+1}) に対するクリープ曲線上の $(\epsilon_{i+1}^c, t'_{i+1})$ 点に、この時の状態があるかのように想定しているとも言える。そこで、時間硬化理論は、 (σ_{i+1}, T_{i+1}) に対するクリープ曲線で真の時間 t_{i+1} における曲線の傾きが、時間 t_{i+1} におけるクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{i+1}^c$ を与えると仮定したものであるが、もし、その時間として、真の時間 t_{i+1} でなく、上記の相当時間 t'_{i+1} を用いるならば、時間硬化理論に従ってクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{i+1}^c$ を求めても、ひずみ硬化理論に従って求めた場合と全く同じクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{i+1}^c$ が得られることになる。*)

*) はじめに述べた時間 $t = t_i$ からの増分に対する説明を参照のこと。

このような意味をもつ相当時間 t'_{i+1} は、 (σ_{i+1}, T_{i+1}) に対するクリープ曲線上の $\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}'_{i+1}$ における時間であるので、全ひずみ理論を適用する場合の式、つまり、 (σ_{i+1}, T_{i+1}) に対するクリープ曲線を示す次式において、左辺の $\dot{\epsilon}^c$ を $\dot{\epsilon}'_{i+1}$ と置けば求めることができる。

$$\dot{\epsilon}^c = A(T_{i+1}) \cdot (\sigma_{i+1})^{r(T_{i+1})} \cdot t^{m(T_{i+1})} \quad (\text{A-II-1})$$

すなわち、相当時間 t'_{i+1} は次のように表わされる。

$$t'_{i+1} = \{ \dot{\epsilon}'_{i+1} / (A(T_{i+1}) \cdot (\sigma_{i+1})^{r(T_{i+1})}) \}^{1/m(T_{i+1})} \quad (\text{A-II-2})^{**}$$

(なお、全ひずみ理論では、式(A-II-1)右辺の t に真の時間 t_{i+1} を入れることにより、クリープひずみ $\dot{\epsilon}'_{i+1}$ を求める。このようにして求められた $\dot{\epsilon}'_{i+1}$ は、他の2つの理論により求められる $\dot{\epsilon}'_{i+1}$ とは一般に一致しない。)

以上をまとめると、次のようになる。ひずみ硬化理論に従うとしてクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}^c$ を決定する方法として、次の2つがある (Fig.A-II-3参照)。

- (i) ひずみ硬化理論式を直接用いる (Fig.A-II-3での①)。
- (ii) まず、全ひずみ理論式を用いて相当時間 t' を求め (同じく②)、次に、時間としてこの相当時間 t' を用いて時間硬化理論式に従ってクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}^c$ を計算する (同じく③)。

本研究においては、上記のうち、(ii)の方法を採用したが、その理由は本文において述べたように、以下の通りである。クリープひずみ速度を微小時間積分し、クリープひずみ増分を求める場合、ひずみ硬化理論式より、時間硬化理論式の方が、クリープひずみ速度の微小時間の間の変化をより精度よく取り入れるて積分することができ、したがって、精度の高いクリープひずみ増分式を求めることができるためである。

**) 本文第2章第3節、式(2-3-17)に相当する。

付 録 III クリープ試験時の { n c } について

ベクトル { n c } は、本文、式(2-3-19)に示したように、一般に、次のように表わされる。

$$\{ n c \} = \{ \partial f_c / \partial \sigma \} / f_{\dot{\epsilon}_e} \quad (\text{A-III-1})$$

上式のクリープ関数 f_c は、式(2-3-18)のように示されるが、 $f_c = 0$ で表わされるクリープ曲面がMises の降伏曲面と同じ形状である（本文、式(2-3-27)）とすると、クリープ試験時のように応力が1軸状態にある（ σ_x のみ生じている）場合、上式の $\{ \partial f_c / \partial \sigma \}$ 及び $f_{\dot{\epsilon}_e}$ はそれぞれ次のように具体的に求められる。

$$\{ \partial f_c / \partial \sigma \}^T = [2 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \sigma_x \quad (\text{A-III-2})$$

$$f_{\dot{\epsilon}_e} = | \{ \partial f_c / \partial \sigma \} |$$

$$= (\{ \partial f_c / \partial \sigma \}^T \{ \partial f_c / \partial \sigma \})^{1/2} = \sqrt{6} \sigma_x \quad (\text{A-III-3})$$

式(A-III-2) 及び(A-III-3) を式(A-III-1) に代入すると、1軸応力状態にある場合の { n c } が、次のように各成分が一定値となるベクトルとして表わされる。

$$\{ n c \}^T = [\sqrt{2/3} \quad -1/\sqrt{6} \quad -1/\sqrt{6} \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (\text{A-III-4})$$

付録 IV クリープひずみ増分の
計算（クリープひずみ
速度の高精度積分）
について

下記の本文、式(2-3-28)を、微小時間 Δt の間で時間積分する。

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \sqrt{3/2} \ a \ \bar{\sigma}^\gamma \ t^d \ \{n_c\} \quad (2-3-28)\text{bis}$$

微小時間増分 Δt の間で、上式に含まれるクリープ定数 a 、相当応力 $\bar{\sigma}$ 及び法線方向単位ベクトル $\{n_c\}$ が、下記のように線形変化し、クリープ定数 γ 及び d は一定値をとると仮定する。

$$a = a_i + (da/dt)_i (t - t_i) \quad (\text{A-IV-1})$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_i + (d\bar{\sigma}/dt)_i (t - t_i) \quad (\text{A-IV-2})$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^\gamma &= \bar{\sigma}_i^\gamma + \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} (d\bar{\sigma}/dt)_i (t - t_i) \\ &\quad + (\gamma(\gamma-1)/2!) \bar{\sigma}_i^{\gamma-2} (d\bar{\sigma}/dt)_i^2 (t - t_i)^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\{n_c\} = \{n_c\}_i + \{dn_c/dt\}_i (t - t_i) \quad (\text{A-IV-3})$$

上記の3式より、 $a \bar{\sigma}^\gamma \{n_c\}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} a \bar{\sigma}^\gamma \{n_c\} &= a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{n_c\}_i + \{a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{dn_c/dt\}_i \\ &\quad + a_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} (d\bar{\sigma}/dt)_i \{n_c\}_i + (da/dt)_i \bar{\sigma}_i^\gamma \\ &\quad \times \{n_c\}_i\} (t - t_i) + \{a_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} (d\bar{\sigma}/dt)_i \{dn_c/dt\}_i \\ &\quad + a_i (\gamma(\gamma-1)/2) \bar{\sigma}_i^{\gamma-2} (d\bar{\sigma}/dt)_i^2 \{n_c\}_i \\ &\quad + (da/dt)_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{dn_c/dt\}_i \\ &\quad + (da/dt)_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} (d\bar{\sigma}/dt)_i \{n_c\}_i\} (t - t_i)^2 + \dots \\ &\equiv A_1 + A_2 (t - t_i) + A_3 (t - t_i)^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{A-IV-4})$$

式(A-IV-4)を式(2-3-28)に代入し、時間 t_i から t_{i+1} までの微小時間 Δt の間で積分する。

$$\begin{aligned} \sqrt{2/3} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \{\dot{\varepsilon}^c\} dt &= \int_{t_i}^{t_{i+1}} a \bar{\sigma}^\gamma t^d \{n_c\} dt \\ &= \int_0^{\Delta t} (A_1 + A_2 t' + A_3 t'^2 + \dots) (t' + t_i)^d dt' \\ &= A_1 K_1 + A_2 K_2 \Delta t + A_3 K_3 \Delta t^2 + \dots \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} t' = t - t_i, \\ dt'/dt = 1, \\ \Delta t = t_{i+1} - t_i \end{array} \right.$$

(別記1) 参照

$$\begin{aligned}
&= a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{n_c\}_i K_1 + \{a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{d n_c\}_i \\
&+ a_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} d \bar{\sigma}_i \{n_c\}_i + d a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{n_c\}_i \} K_2 \\
&+ \{a_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} d \bar{\sigma}_i \{d n_c\}_i \\
&+ a_i (\gamma(\gamma-1)/2) \bar{\sigma}_i^{\gamma-2} (d \bar{\sigma})_i^2 \{n_c\}_i \\
&+ d a_i \bar{\sigma}_i^\gamma \{d n_c\}_i \\
&+ d a_i \gamma \bar{\sigma}_i^{\gamma-1} d \bar{\sigma}_i \{n_c\}_i \} K_3 + \dots \\
&= \bar{\sigma}^\gamma [(K_1 a + K_2 d a) \{n_c\} \\
&+ (K_2 a + K_3 d a) (\gamma (d \bar{\sigma} / \bar{\sigma}) \{n_c\} + \{d n_c\}) \\
&+ a \gamma (d \bar{\sigma} / \bar{\sigma}) \{d n_c\} K_3 \\
&+ a (\gamma(\gamma-1)/2) ((d \bar{\sigma})^2 / \bar{\sigma}^2) \{n_c\} K_3 + \dots] \\
&\equiv \bar{\sigma}^\gamma (K_1 a + K_2 d a) \{n_c\} \\
&+ \bar{\sigma}^\gamma (K_2 a + K_3 d a) \{(\gamma / \bar{\sigma}) \{n_c\} \sqrt{3/2} \{n_c\}^T \{d \sigma\} \\
&+ \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{-1} ([C_{cc}] - \{n_c\} \{n_c\}^T) \{d \sigma\} \} \\
&= \bar{\sigma}^\gamma (K_1 a + K_2 d a) \{n_c\} \\
&+ \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{\gamma-1} (K_2 a + K_3 d a) \{ \gamma \{n_c\} \{n_c\}^T \\
&+ ([C_{cc}] - \{n_c\} \{n_c\}^T) \} \{d \sigma\} \\
&= \bar{\sigma}^\gamma (K_1 a + K_2 d a) \{n_c\} \\
&+ \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{\gamma-1} (K_2 a + K_3 d a) \{(\gamma-1) \{n_c\} \{n_c\}^T \\
&+ [C_{cc}] \} \{d \sigma\}
\end{aligned}$$

(A-IV-5)

A₁、A₂、A₃をもとに
もどす。

時間の添字はすべてiなの
で、以下省略する。

第1行及び第2行は、(別
記2)及び(別記3)を用
いて変換し、第3行以下は
無視する。

上式より、微小時間 Δt ($t_i \leq t \leq t_i + \Delta t$) の間のクリープひずみ増分 $\{d \varepsilon^c\}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
\{d \varepsilon^c\} &= \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^\gamma (K_1 a + K_2 d a) \{n_c\} \\
&+ 3/2 \bar{\sigma}^{\gamma-1} (K_2 a + K_3 d a) \{(\gamma-1) \{n_c\} \{n_c\}^T \\
&+ [C_{cc}] \} \{d \sigma\} \\
&\equiv \{d \widehat{\varepsilon^c}\} + [C_c] \{d \sigma\}
\end{aligned}$$

(A-IV-6)

なお、本文においては積分区間を $t_{eq} \leq t \leq t_{eq} + d t$ としているので、ここでの t_i は本文では t_{eq} に、 Δt は $d t$ に、また、 t_{i+1} は $t_{eq} + d t$ に、各々、対応する。

(別記1) 時間積分について

$$\int_0^{\Delta t} (t' + t_i)^d dt' = \frac{1}{d+1} [(t' + t_i)^{d+1}]_0^{\Delta t} = \frac{1}{d+1} (t_{i+1}^{d+1} - t_i^{d+1}) \equiv K_1$$

(A-IV-7)

$$\begin{aligned}
\int_0^{\Delta t} t' (t' + t_1)^d dt' &= [t' \frac{1}{d+1} (t' + t_1)^{d+1}]_0^{\Delta t} - \int_0^{\Delta t} \frac{1}{d+1} (t' + t_1)^{d+1} dt' \\
&= \Delta t \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} [(t' + t_1)^{d+2}]_0^{\Delta t} \\
&= \Delta t \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} (t_{i+1}^{d+2} - t_1^{d+2}) \equiv K_2 \Delta t \\
K_2 &\equiv \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} \Delta t (t_{i+1}^{d+2} - t_1^{d+2})
\end{aligned} \tag{A-IV-8}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{\Delta t} t'^2 (t' + t_1)^d dt' &= [t'^2 \frac{1}{d+1} (t' + t_1)^{d+1}]_0^{\Delta t} - \int_0^{\Delta t} 2t' \frac{1}{d+1} (t' + t_1)^{d+1} dt' \\
&= \Delta t^2 \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - [2t' \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} (t' + t_1)^{d+2}]_0^{\Delta t} + \int_0^{\Delta t} 2 \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} (t' + t_1)^{d+2} dt' \\
&= \Delta t^2 \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - 2\Delta t \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} t_{i+1}^{d+2} + \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} \frac{1}{d+3} [(t' + t_1)^{d+3}]_0^{\Delta t} \\
&= \Delta t^2 \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - 2\Delta t \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} t_{i+1}^{d+2} + \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} \frac{1}{d+3} (t_{i+1}^{d+3} - t_1^{d+3}) \equiv K_3 \Delta t^2 \\
K_3 &\equiv \frac{1}{d+1} t_{i+1}^{d+1} - 2 \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} \Delta t t_{i+1}^{d+2} + \frac{1}{d+1} \frac{1}{d+2} \frac{1}{d+3} \Delta t^2 (t_{i+1}^{d+3} - t_1^{d+3})
\end{aligned} \tag{A-IV-9}$$

(別記2) $d\bar{\sigma}$ の $\{d\sigma\}$ による表示

本文、式(2-3-20)より $\bar{\sigma}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}^2 &= \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x \\
&\quad + 3 \tau_{yz}^2 + 3 \tau_{zx}^2 + 3 \tau_{xy}^2
\end{aligned} \tag{A-IV-10}$$

上式を $\bar{\sigma}$ で微分すると、

$$d(\bar{\sigma}^2) / d\bar{\sigma} = 2\bar{\sigma} = (d(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \dots) / d\bar{\sigma}) \tag{A-IV-11}$$

上式を変形すると、 $2\bar{\sigma} d\bar{\sigma}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
2\bar{\sigma} d\bar{\sigma} &= d(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \dots) \\
&= d(\sigma_x^2) + d(\sigma_y^2) + \dots
\end{aligned} \tag{A-IV-12}$$

上式の右辺各項は、高次の微小項を無視すると次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
d(\sigma_x^2) &= (\sigma_x + d\sigma_x)^2 - \sigma_x^2 \\
&= 2\sigma_x d\sigma_x + (d\sigma_x)^2 \\
&\approx 2\sigma_x d\sigma_x
\end{aligned} \tag{A-IV-13}$$

$$\begin{aligned}
d(\sigma_x \sigma_y) &= (\sigma_x + d\sigma_x)(\sigma_y + d\sigma_y) - \sigma_x \sigma_y \\
&= \sigma_y d\sigma_x + \sigma_x d\sigma_y + d\sigma_x d\sigma_y \\
&\approx \sigma_y d\sigma_x + \sigma_x d\sigma_y \quad (\text{A-IV-14})
\end{aligned}$$

$d(\sigma_y^2)$ 、 $d(\sigma_z^2)$ 、 $d(\sigma_y \sigma_z)$ 及び $d(\sigma_z \sigma_x)$ も、上式と同様に表わされる。それらの式(A-IV-13)、(A-IV-14)等を、式(A-IV-12)に代入すると、

$$\begin{aligned}
2\bar{\sigma} d\bar{\sigma} &= 2\sigma_x d\sigma_x + 2\sigma_y d\sigma_y + 2\sigma_z d\sigma_z \\
&\quad - \sigma_y d\sigma_x - \sigma_x d\sigma_y - \sigma_z d\sigma_y - \sigma_y d\sigma_z \\
&\quad - \sigma_x d\sigma_z - \sigma_z d\sigma_x + 6\tau_{yz} d\tau_{yz} + 6\tau_{zx} d\tau_{zx} \\
&\quad + 6\tau_{xy} d\tau_{xy} \\
&= (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) d\sigma_x + (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) d\sigma_y \\
&\quad + (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) d\sigma_z + 6\tau_{yz} d\tau_{yz} + 6\tau_{zx} d\tau_{zx} \\
&\quad + 6\tau_{xy} d\tau_{xy} \\
&= \{\partial f_c / \partial \sigma\}^T \{d\sigma\} \\
&= \sqrt{6}\bar{\sigma} \{n_c\}^T \{d\sigma\} \quad (\text{A-IV-15})
\end{aligned}$$

f_c が式(2-3-27)で表わされる場合、すなわち、 $0 = f_c = \bar{\sigma}^2 - \sigma_0 c^2$ の場合は
 $\{\partial f_c / \partial \sigma\} = \{3\sigma'\}$
 $|\{\partial f_c / \partial \sigma\}| = |\{3\sigma'\}|$
 $= (\{3\sigma'\}^T \{3\sigma'\})^{1/2} = \sqrt{6}\bar{\sigma}$

上式より、 $d\bar{\sigma}$ は $\{d\sigma\}$ により次のように表わされる。

$$d\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} \{n_c\}^T \{d\sigma\} \quad (\text{A-IV-16})$$

(別記3) $\{dn_c\}$ の $\{d\sigma\}$ による表示

$$\begin{aligned}
\{dn_c\} &= \{n_c\}_{i+1} - \{n_c\}_i \\
&= \sqrt{3/2} (\bar{\sigma} + d\bar{\sigma}) \{\sigma' + d\sigma'\} - \sqrt{3/2} (1/\bar{\sigma}) \{\sigma'\} \\
&= \sqrt{3/2} (\bar{\sigma} + d\bar{\sigma})^{-1} \bar{\sigma}^{-1} (\bar{\sigma} \{\sigma' + d\sigma'\} - \{\sigma'\}) \\
&= \sqrt{3/2} (\bar{\sigma} + d\bar{\sigma})^{-1} \bar{\sigma}^{-1} (\bar{\sigma} \{d\sigma'\} - d\bar{\sigma} \{\sigma'\}) \\
&\approx \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{-2} (\bar{\sigma} \{d\sigma'\} - \{\sigma'\} \sqrt{3/2} \{n_c\}^T \{d\sigma\}) \\
&= \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{-1} (\{d\sigma'\} - \bar{\sigma}^{-1} \{\sigma'\} \sqrt{3/2} \{n_c\}^T \{d\sigma\}) \\
&= \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{-1} ([C_{cc}] \{d\sigma\} - \bar{\sigma}^{-1} \sqrt{2/3} \bar{\sigma} \{n_c\} \\
&\quad \times \sqrt{3/2} \{n_c\}^T \{d\sigma\}) \\
&= \sqrt{3/2} \bar{\sigma}^{-1} ([C_{cc}] - \{n_c\} \{n_c\}^T) \{d\sigma\} \quad (\text{A-IV-17})
\end{aligned}$$

$\{n_c\} = \{\partial f_c / \partial \sigma\} / |\{\partial f_c / \partial \sigma\}|$
 $= \{3\sigma'\} / \sqrt{6}\bar{\sigma}$
 $= \sqrt{3/2} 1/\bar{\sigma} \{\sigma'\}$
 () 内第2項は(別記2)参照。
 2つ上の(注)より、
 $\{\sigma'\} = \sqrt{2/3} \bar{\sigma} \{n_c\}$

ここで、

$$[C_{cc}] = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & -1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

付録 V 材料定数及び規準化弾性 ひずみの積分について

まず、材料定数の温度による積分において、クリープ定数のうち、 m 、 γ 及び n は各積分区間で一定値をとると仮定しているが、他の定数の温度依存性は考慮していない。このため、式(4-3-9)及び(4-3-10)の左辺の積分は簡単に解析的に行うことができない。そこで、数値積分を行うことにした。まず、積分区間を十分細かく分割し、各区間での積分値を数値積分により求め、それを $T = T_s$ から順次たし込みながら、その温度までの積分値の和を記録していく方法をとった。また、一定と仮定した定数 m 、 γ 及び n は、各々、 487.5°C 及び 612.5°C に対する値を用いたが、この温度を多少変化させても、本手法の適用精度に対する影響は非常に小さい。

この材料定数の温度による積分区間を、ひずみ硬化則に対しては $400^\circ\text{C} \sim 575^\circ\text{C}$ 、また、べき乗則に対しては $575^\circ\text{C} \sim 700^\circ\text{C}$ としたのは、次の理由による。まず、 400°C 以下では生じるクリープひずみ量が十分小さく無視できると考えた。次に、 575°C はひずみ硬化則からべき乗則へクリープ硬化則が変化する温度と考えた。また、べき乗則の積分区間を 700°C までとしたのは、この程度までの温度範囲を対象としたためである。

他方、規準化弾性ひずみの積分は、1から0までを積分区間としたが、厳密に1から0まで数値積分することは困難であったので、0.999から0.001までとし、材料定数の積分と同様の手順で計算を行った。両端の微小領域を積分区間から取り除いたことの結果への影響はほとんど無い。

