



Title	格子QCD を用いたハドロン内部のダイクォークの探索
Author(s)	西岡, 蒼矢
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2026, 16, p. 88-91
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/106243
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

格子 QCD を用いたハドロン内部のダイクォークの探索

西岡 蒼矢

大阪大学 大学院理学研究科

1. はじめに

単一チャームバリオンである Λ_c と Σ_c^+ は、1 つのアップクォーク、1 つのダウルクォーク、および 1 つのチャームクォークから構成される。両者の違いはアイソスピンにあり、 Λ_c はアイソスカラー、 Σ_c^+ はアイソベクトルである。

この違いは、それぞれのバリオン内に形成される ud クラスターの性質に由来する。 Λ_c では ud は $J^P = 0^+$ 、 $I=0$ 、カラー $\bar{3}$ のスカラーダイクォークを形成する一方、 Σ_c では $J^P = 1^+$ 、 $I=1$ 、カラー表現 $\bar{3}$ の軸性ベクトルダイクォークを形成する。質量の序列 $m_{\Lambda_c} < m_{\Sigma_c}$ は、カラー磁気相互作用およびインスタントン誘起相互作用によってスカラーダイクォークの方がより軽くなることを反映している。

ダイクォークは多くの QCD 現象において重要な役割を果たすと考えられているが(1)、カラー閉じ込めのため、性質を直接調べることは困難である。そのため、ダイクォークの性質は実験ではなく現象論的解析から推定されている。

通常の格子 QCD では、2 点相関関数に物理的な極が存在しないため、ダイクォーク質量を直接求めることはできない。これまでの格子 QCD 研究は、大きく二つの方法に分類される。

- (i) ゲージ固定した相関関数を用いる方法 (2~4) は、定性的には期待される結果を再現するものの、閉じ込めとの整合性に関する問題が残る。
- (ii) 静的クォーク法(5~8) では、カラー電荷を中和するために静的クォークを導入し、ゲージ不変な相関関数を構成する。この方法によりダイクォークの質量差を調べることが可能だが、静的クォークとの相互作用エネルギーに起因する $O(\Lambda_{QCD})$ の不定性を本質的に含んでいる。

近年では、HAL QCD 法(9,10)を拡張した手法

(11)が提案されている。この手法では、スカラーダイクォーク質量をクォーク-ダイクォークポテンシャルモデルのパラメータとして扱うことで、これらの問題を回避し、 Λ_c に対して有効に適用されている。

本研究では、この枠組みを軸性ベクトルダイクォークへと拡張し、 Σ_c をチャームクォークとダイクォークからなる束縛状態として記述することで、そのダイクォーク質量を導出する。

2. 方法

軸性ベクトルダイクォークは非中性のカラー電荷 $\bar{3}$ を持つため、その 2 点相関関数は QCD のカラー閉じ込めにより粒子極を持たず、単一指関数によるフィッティングから質量を抽出することはできない(12)。この問題を回避するため、本研究ではダイクォーク質量を、格子 QCD から得られる等時刻クォーク-ダイクォーク Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数を用いて HAL QCD 法により構築した有効クォーク-ダイクォークモデルのパラメータとして扱う。

この手法に従い、クーロンゲージにおける重心系での Σ_c^{++} の等時刻クォーク-ダイクォーク NBS 波動関数を、Rarita-Schwinger 形式で

$$\psi_{ia}(x-y; J, M) \equiv \langle 0 | D_{ai}(x) q_{aa}(y) | \Sigma_c^{++}(J, M) \rangle$$
と定義する。ここで、 $|0\rangle$ は QCD 真空を表し、 $|\Sigma_c^{++}(J, M)\rangle$ は静止系における正パリティ基底状態の Σ_c^{++} バリオンであり、 J および M はそれぞれ全角運動量および磁気量子数を表す。本研究では $J=1/2, 3/2$ の場合に限定する。 $q_{aa}(y)$ はチャームクォークの Dirac スピノル場であり、 $a=1, 2, 3$ はカラー添字、 $\alpha=1, 2$ は Dirac 非相対論表示における上 2 成分に制限した Dirac 添字である。また、 $D_{ai}(x)$ はダイクォーク場であり、

$i=1, 2, 3$ は空間成分に制限したローレンツ添字で、

$$D_{ai}(x) \equiv \epsilon_{abc} u_b^T(x) C \gamma_i u_c(x)$$

と定義される。ここで、 $u(x)$ はアップクォーク、 $C \equiv \gamma_4 \gamma_2$ は電荷共役行列である。

等時刻 NBS 波動関数は、正のユークリッド時間領域ではクォーク-ダイクォーク 4 点相関関数

$$C_{ia}(x, y, t; J) = \sum_n \langle 0 | D_{ai}(x) q_{aa}(y) | n \rangle e^{-E_n t} \langle n | J | 0 \rangle$$

と関係付けられる。ここで、 $|n\rangle$ はハミルトニアン $\hat{H}$ の第 n 固有状態、 E_n は固有エネルギー、 J はソース演算子を表す。大きな時間極限において、各スピンチャンネルの基底状態 NBS 波動関数は

$$\psi_{ia}(r \equiv x - y; J, M) \propto C_{ia}(x, y, t; J_{J,M})$$

として得られる。

クォーク-ダイクォーク NBS 波動関数は

$$(\hat{H}_0 + \hat{V})\psi(r; J, M) = (M_J - m_q - m_D)\psi(r; J, M)$$

を満たすと仮定する。ここで

$$\hat{H}_0 = -\frac{\nabla^2}{2\mu}, \quad \mu = \left(\frac{1}{m_q} + \frac{1}{m_D} \right)^{-1}$$

である。 m_q および m_D はそれぞれチャームクォーク、ダイクォークの質量であり、現時点では未知パラメータとして扱う。エネルギーシフト

$$E_J = M_J - m_q - m_D$$

は Σ_c^{++} バリオンの束縛エネルギーに対応する。

ポテンシャルは

$$\hat{V} \simeq V_0(r) + V_s(r) s_q \cdot s_D$$

と近似する。ここで $V_0(r)$ 、 $V_s(r)$ は中心力およびスピン依存力のポテンシャルである。さらに、

$$s_q \cdot s_D = -1, \quad J = 1/2$$

$$s_q \cdot s_D = 1/2, \quad J = 3/2$$

を用いることで、Schrodinger 方程式は全スピンに応じた 2 つのチャンネルへ分離できる。これらの方程式を解くことで、 $V_0(r)$ および $V_s(r)$ は

$$V_0(r) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{3}{2} \frac{\nabla^2 \psi_{3/2}(r)}{\psi_{3/2}(r)} + \frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \psi_{1/2}(r)}{\psi_{1/2}(r)} \right) + C_0$$

$$V_s(r) = \frac{1}{3\mu} \left(\frac{\nabla^2 \psi_{3/2}(r)}{\psi_{3/2}(r)} - \frac{\nabla^2 \psi_{1/2}(r)}{\psi_{1/2}(r)} \right) + C_s$$

のように表される。ここで

$$C_0 = (2M_{3/2} + M_{1/2})/3 - m_q - m_D$$

$$C_s = 2(M_{3/2} - M_{1/2})/3$$

である。これらの関係式は、

$\psi_J(r)$ 、 M_J 、 m_q 、 m_D を入力として $V_0(r)$ および $V_s(r)$ を与える。ここで、 m_q および m_D は未知の質量パラメータとして扱われ、通常の数値関数フィットによって決定されるものではないことに注意する。

河内と佐々木は、 $c\bar{c}$ 系において同様の問題に直面し、HAL QCD 法と整合的にチャームクォーク質量を決定する手法を提案した(13)。

彼らはスピン依存ポテンシャルが長距離極限で消失することを要請している。本研究でもこれに従い、 $V_s(r) \rightarrow 0$ ($r \rightarrow \infty$)を課すことで、

$$\mu = -\lim_{r \rightarrow \infty} F_{KS}(r)$$

を得る。後の議論のために河内-佐々木関数

$$F_{KS}(r) \equiv \frac{1}{2(M_{3/2} - M_{1/2})} \left(\frac{\nabla^2 \psi_{3/2}(r)}{\psi_{3/2}(r)} - \frac{\nabla^2 \psi_{1/2}(r)}{\psi_{1/2}(r)} \right)$$

を導入する。これにより得られた換算質量 μ と、 $c\bar{c}$ 系で河内-佐々木法から求められたチャームクォーク質量 m_c を用いることで、

軸性ベクトルダイクォーク質量は

$$m_D = \left(\frac{1}{m_\mu} - \frac{1}{m_c} \right)^{-1}$$

として求められる。

3. 第一原理計算のセットアップ

本研究では、PACS-CS Collaboration により生成された $32^3 \times 64$ 格子上の $2+1$ フレーバーQCDゲージ配位(14)を用いた。

これらのゲージ配位は、 $\beta = 1.90$ における RG 改良 Iwasaki ゲージ作用と、 $C_{SW} = 1.715$ の非摂動的 O(a)改良 Wilson (clover)クォーク作用を、 $\kappa_{ud} = 0.13700$ および $\kappa_s = 0.13640$ で用いて生成されたものである。このパラメータセットは、格子間隔

$$a = 0.0907(13) \text{ fm}$$

$$a^{-1} = 2176(31) \text{ MeV、}$$

空間サイズ

$$L = 32a \simeq 2.90 \text{ fm}$$

に対応する。チャームクォークは、文献(15)で与えられたパラメータを用いた相対論的重クォ

ーク (Relativistic Heavy Quark; RHQ) 作用を採用し、クエンチ近似によって導入した。

2 点相関関数および 4 点相関関数は、ゲージ配位にクーロンゲージ固定を施した後、smeared ソースを用いて計算したクォーク伝播関数から構成した。統計精度を向上させるため、各ゲージ配位に対して時間方向に 32 箇所、空間方向に 2 か所のソース位置を用いた。さらに、時間反転対称性および電荷共役対称性を利用することで、統計量を 2 倍に増加させた。統計誤差は、20 配位を 1 ビンとした Jackknife 法によって評価した。本計算条件で得られた代表的なハドロン質量は、

$$m_N \simeq 1583 \text{ MeV}, m_\pi \simeq 702 \text{ MeV}$$

$$m_{\eta_c} \simeq 3025 \text{ MeV}, m_{J/\psi} \simeq 3144 \text{ MeV}$$

$$m_{\Lambda_c^{1/2+}} \simeq 2690 \text{ MeV}, m_{\Sigma_c^{1/2+}} \simeq 2777 \text{ MeV}$$

$$m_{\Sigma_c^{3/2+}} \simeq 2859 \text{ MeV}$$

である。

4. 計算結果

得られた 4 点相関関数の結果を図 1 に示す。

これは正規化した 4 点関数

$$\tilde{C}(r, t) \equiv \frac{C(r, t)}{C(0, t)}$$

をいくつかの時刻についてプロットしたものである。Smeared ソースを用いた結果として、非常に収束がよく、ほとんど NBS 波動関数になっていると考えられる。今回の計算では $t/a = 13$ で収束したものとして用いることとした。

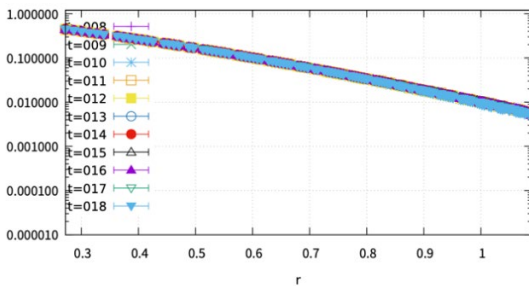


図 1 4 点関数

図 2 はこれらの NBS 波動関数から河内-佐々木関数を計算した結果である。ノイズは目立つものの一定の値に向かって収束している様子が

見て取れる。多重 gaussian フィットを行った結果として、

$$\mu = 627 \text{ MeV}$$

という値を得た。

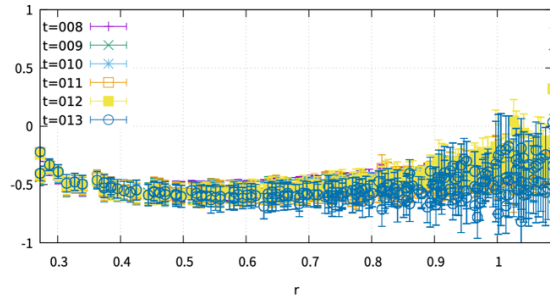


図 2 河内-佐々木関数($8 \leq t/a \leq 13$)

河内-佐々木法を $c\bar{c}$ 系に適用して得られているチャームクォーク質量

$$m_c = 1951 \text{ MeV}$$

を用いると 1^+ ダイクォーク質量は

$$m_D = 924 \text{ MeV}$$

と得られた。また図 3 に示すようにスピンに依存しないポテンシャル $V_0(r)$ についてはコーネル型のものが具体的に得られた。

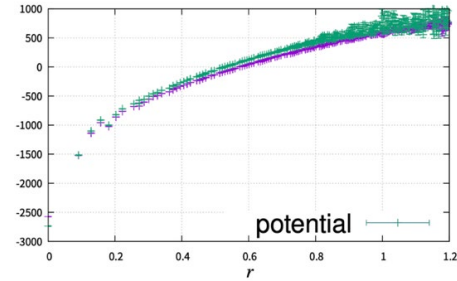


図 3 クォーク-ダイクォークポテンシャル

5. まとめ

本研究では、2+1 フレーバー格子 QCD を用いて、軸性ベクトルダイクォーク質量およびクォーク-ダイクォークポテンシャルを調べた。軸性ベクトルダイクォークはカラー電荷を持つため、その 2 点相関関数には極が存在せず通常の質量抽出法を適用することはできない。この問題を克服するため、本研究では HAL QCD 法を拡張した河内-佐々木法を用い、ダイクォーク質量とクォーク-ダイクォークポテンシャルを同時に決定した。

計算には、Iwasaki ゲージ作用および O(a)改良 Wilson フェルミオンを用いて生成された

$32^3 \times 64$ PACS-CS ゲージ配位 ($m_\pi \simeq 702$

MeV, $a=0.0907(13)$ fm) を使用した. チャーム クォークにはクエンチ近似の RHQ 作用を採用した. その結果, 軸性ベクトルダイクォーク質量

$$m_D \simeq 924 \text{ MeV}$$

を得た. この値は同じゲージ配位を用いた(11) で報告されているスカラーダイクォーク質量

$$m_{SD} \simeq 1273 \text{ MeV}$$

よりも小さい. しかし, この質量の逆転に関する問題は現在進行中の Λ_c に関する計算で大幅に見直される可能性がある.

また, 抽出したクォーク-ダイクォークポテンシャルは, 短距離的なスピン依存ポテンシャルと Cornell 型中心ポテンシャルから構成されることが分かった. 今後, Λ_c との比較を通してダイクォークの比較を行う予定である.

なお, 格子 QCD 計算は, 大阪大学核物理研究センター (RCNP) および大阪大学 D3 センター (D3C) の支援のもと, D3C のスーパーコンピュータ SQUID を利用して実施した. また本研究では格子 QCD ライブラリ bridge++(16)の改良版を使用した.

参考文献

- (1) R. L. Jaffe. Exotica. Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 142 (2005) 343.
- (2) M. Hess, F. Karsch, E. Laermann, and I. Wetzorke. Diquark masses from lattice QCD. Phys. Rev. D 58 (1997) 111502 .
- (3) Ronald Babich, Nicolas Garron, Christian Hoelbling, Joseph Howard, Laurent Lellouch, and Claudio Rebbi. Diquark correlations in baryons on the lattice with overlap quarks. Phys. Rev.D 76 (2007) 074021.
- (4) Yujiang Bi, Hao Cai, Ying Chen, Ming Gong, Zhaofeng Liu, Hao-Xue Qiao, and Yi-Bo Yang. Diquark mass differences from unquenched lattice QCD. Chin. Phys. C 40 (2016) 073106
- (5) C. Alexandrou, Ph. de Forcrand, and B. Lucini. Evidence for diquarks in lattice QCD. Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 222002 .
- (6) Konstantinos Orginos. Diquark properties from lattice QCD. PoS LAT2005 (2006) 054.
- (7) Jeremy Green, John Negele, Michael Engelhardt, and Patrick Varilly. Spatial diquark correlations in a hadron. PoS LATTICE2010 (2010) 140.
- (8) Anthony Francis, Philippe de Forcrand, Randy Lewis, and Kim Maltman. Diquark properties from full QCD lattice simulations. JHEP 05 (2022) 062.
- (9) Noriyoshi Ishii, Sinya Aoki, and Tetsuo Hatsuda. Nuclear force from lattice QCD. Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001.
- (10) Sinya Aoki, Tetsuo Hatsuda, and Noriyoshi Ishii. Theoretical foundation of the nuclear force in QCD and its applications to central and tensor forces in quenched lattice QCD simulations. Prog. Theor. Phys. 123 (2010) 89.
- (11) Kai Watanabe. Quark-diquark potential and diquark mass from lattice QCD. Phys. Rev. D 105 (2022) 074510.
- (12) R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. PTEP 2022 (2022) 083C01.
- (13) Taichi Kawanai and Shoichi Sasaki. Interquark potential with finite quark mass from lattice QCD. Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 091601.
- (14) S. Aoki et al. 2+1 Flavor Lattice QCD toward the Physical Point. Phys. Rev. D 79 (2009) 034503.
- (15) Y. Namekawa et al. Charm quark system at the physical point of 2+1 flavor lattice QCD. Phys. Rev. D 84 (2011) 074505.
- (16) S. Ueda, S. Aoki, T. Aoyama, K. Kanaya, H. Matsufuru, S. Motoki, Y. Namekawa, H. Nemura, Y. Taniguchi, and N. Ukita. Development of an object oriented lattice QCD code 'Bridge++'. J. Phys. Conf. Ser. 523 (2014) 012046.