



Title	高速船の剩余抵抗最適化に関する研究
Author(s)	佐久間, 俊
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3081563
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

高速船の剩余抵抗最適化
に関する研究

平成 7 年 1 月

佐久間 俊

①

高速船の剩余抵抗最適化 に関する研究

平成 7 年 1 月

佐久間 俊

目 次

記号表	3
第1章 序論	5
第2章 高速船の理論	6
2. 1 浅喫水船の理論	6
2. 2 滑走平板の理論	11
第3章 最適船型の理論	13
3. 1 船型計画の方針	13
3. 2 変分法を用いた圧力分布の最適化 (水線面形状が長方形の場合)	14
3. 3 変分法を用いた圧力分布の最適化 (水線面形状が前半橢円後半長方形の場合)	16
3. 4 変分法を用いた圧力分布の最適化 (水線面形状が橢円の場合)	17
3. 5 影響関数を用いた圧力分布の最適化	19
第4章 実験と考察	22
4. 1 供試模型	22
4. 2 船首飛沫の観察	24
4. 3 抵抗試験	25
4. 4 姿勢の変化	26
4. 5 考察	27
第5章 結論	29
謝辞	30
参考文献	30

付録A 翼理論における積分方程式	32
A. 1 2次元問題	32
A. 2 3次元問題	34
A. 3 3次元問題の核関数	35
付録B 高速船の2次元問題	36
B. 1 浅喫水船	36
B. 2 滑走平板	38
B. 3 核関数	39
付録C 核関数のパネル内積分法	41
C. 1 パネル内積分式の導入	41
C. 2 N_1 、 M_1^* 、 M_2^* 関数	44
C. 3 最急降下線法による積分	46
C. 4 簡易積分法による積分	48
C. 5 核関数の2次元移行	53
付録D 波傾斜を境界条件としたときの解	55
付録E 横切り法による波形解析	59
付録F ガラーキン法による解	61
F. 1 境界条件を積分しない方法	61
F. 2 境界条件を積分する方法	62
図表リスト	64
図表	67

記号表 (Nomenclature)

ITEM	DIMENSIONLESS
wetted length: L_{WL}	2
breadth: B	$\lambda = \frac{B}{L_{WL}}$
density: ρ	1
velocity: V	1
curvature in the direction of breadth	$R = \frac{R'}{L_{WL}/2}$
position $r = (x, y, z)$	$r = \frac{r'}{L_{WL}/2}$
draft	$t = \frac{t'}{L_{WL}/2}$
displacement length ratio	$\nabla = \frac{\nabla'}{(L_{WL}/2)^3}$
wave number	$K = \frac{g(L_{WL}/2)}{V^2}$
pressure	$p = \frac{p'}{\rho V^2}$
velocity potential	$\phi = \frac{\phi'}{V(L_{WL}/2)}$
swell-up potential	$A = \frac{A'}{(L_{WL}/2)}$
lift	$L = \frac{L'}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^2}$
moment	$M = \frac{M'}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^3}$
center of lift	$l_{CB} = \frac{M}{L} = \frac{2l'_{CB}}{L_{WL}}$
surface elevation	$\zeta = \frac{\zeta'}{L_{WL}/2}$

ITEM	DIMENSIONLESS
rise(negative sinkage)	$h = \frac{h'}{L_{WL}/2}$
trim	$\tau = \tan \tau'$
wave making resistance	$D_W = \frac{D'_W}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^2}$
spray resistance	$D_S = \frac{D'_S}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^2}$
water head resistance	$D_H = \frac{D'_H}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^2}$
total residual resistance	$D_T = \frac{D'_T}{\rho V^2 (L_{WL}/2)^2}$
another expression of each resistance	$r = \frac{r'}{\rho g \nabla'^2 L_{WL}^3}$

第1章 序論

高速で航行する排水量型船舶を設計する際先ず最初に注意すべきは剩余抵抗を小さくすることである。というのも排水量型船舶はその設計速度が速くなればなるほど、全抵抗に占める剩余抵抗の割合が大きくなるからである。ではその剩余抵抗とはどのような抵抗で構成されているのだろうか。その実態はまだ議論が多く、完全に解明されたわけではないが、計画船の設計速度により大体3種類に分けられる。比較的低速な船は粘性圧力抵抗が主流を占め、それよりも速い船は造波抵抗が主流を占め、さらに速くなってくると飛沫抵抗が主流を占めるようになってくる。本論文は造波抵抗が主流を占めるような速度で航行する船に焦点を当てて、剩余抵抗に関する性質を調べそれらの抵抗を小さくするような最適船型の設計法について研究したものである。

この速度域に設計速度を持つ船で成功しているのは、まず第1に高速コンテナ船であろう。その設計速度はフルード数で0.27程度である。この程度の速度においては造波抵抗の中のかなりの部分を横波成分が占めている。そのために C_p 曲線を最適化することにより造波抵抗の減少が達成された。造波抵抗を減少させるためには、船首尾に排水量の集中部分を持たせる必要がある。実際、理論的に最適 C_p 曲線を求めてみると船首尾で無限大になるような曲線が得られる。この排水量の集中部分を船首方向に突き出したのがバルブであり、フルード数0.27程度ではあまり大きくない。この最適なバルブがあまり大きくないという事実が船型をまとめる上で大きな利点になっている。

ところが近年、カーフェリーなどでフルード数で0.35程度の設計速度を持つものが出てきている。船のコンパクト化を考えると、船の長さが短いことが有利になるからと推察できるが、このような速度域の船でもコンテナ船と同様の設計法が有効なのであろうか。近年の研究からこのような高速排水量型船舶の造波抵抗の成分を調べると発散波成分が大きいことがわかった^[1]。最適 C_p 曲線を調べてみると、設計速度が速くなればなるほど船首尾の排水量の集中部分が大きくなり、船型をまとめることができないような曲線になる。このような C_p 曲線を用いて船型を成立させる設計法はまだ確立されていない。一方造波抵抗の成分に注目してみると、その発散波成分が大きいということは、船の幅方向に発生する波が大きいということを意味しているので、造波抵抗を減少させるという問題は単に C_p 曲線だけの問題ではなく、フレームラインの形状も重要な要素であると考えられる。フレームラインの問題を扱うのであれば、高さ方向の変曲点にも対応できるので、浅喫水船の理論、つまり水面上に圧力分布が存在しその圧分布が波を立てるとする理論のほうが便利である。浅喫水線の理論は従来は滑走問題に適用されていたが、速度水頭に比べて喫水の浅い船を対象にすれば滑走船でなくとも適用できることが報告されている^[1]。そこで本論文では浅喫水船の理論を用い船型の最適化を図ることとした。

ところが、浅喫水船の理論には大きな問題が残っている。つまり浅喫水船の理論では波を立てるには圧力分布であり、設計者が知りたいのは船型であるという問題である。つまり船型をある形にしたらどんな圧力分布になるか、逆にいえば所望の圧力分布を得るためににはどのような船型にしたらよいかという境界値問題が解けていないのである。この問題は浅喫水船の理論における本質的な問題である。また本論文で対象にしようとしている速度域に設計速度を持つ船は船尾にトランサムを有するものが多く、その船尾から流出する水はクッタ条件を満足しながら流出している。境界値問題は積分方程式を解くことに帰着するが、その際クッタ条件が課せられると方程式の不定性が1つ増えて解けないという問題もある。この問題は境界値問題における線積分項の問題である。近年これらの問題を対象にした理論が発表された。^{[2], [3]} その理論では、水線面形状前端に吹き出し特異性を置いている。その特異性は垂直方向の飛沫を誘起し、さらにそのボテン

シャルは船尾後方に水を回ませ、あたかも水を堰き止めたような働きをするため、堰き止めポテンシャルと名付けられ、さらにその堰き止め効果により水頭抵抗という新しい抵抗成分を誘起する。そしてその強さは船尾でクッタ条件を課すことによって決まると言うものである。

そこで本論文ではこの理論を援用して船型の最適化を図ることとする。そのためには境界積分方程式を解くことが必要である。そのために先ず核関数について調査した。そして具体的な対象としてある高速船型を選び、積分方程式を解くことによって圧力分布を求め、抵抗や姿勢の変化を求める。核関数のうち発散波成分の激しい振動により精度の点では問題はあるものの、船首に置かれた特異性を含む定式化が定性的に正しいことが確認できた。また特殊な場合として滑走平板について境界値問題を解き、圧力分布が正しく求められること、水線面形状とライズオブプロアとの密接な関係など基礎的な事項を調査した。さらに最適船型の条件を与えて模型を作成し水槽試験で確認した。その結果を見ると、飛沫なし条件は非常に有効で、これによって飛沫を制限する設計が可能になるので、高速船船型の船型計画の新しい設計法を得ることができた。

また、飛沫なしの条件のもと圧力分布を様々な方法で最適化した。いずれも母船型を比較の対象として改良を加えたものであるが、その圧力分布を使用しても造波抵抗は小さくならなかつた。このことは本論文で考えた速度の範囲では船首尾の圧力を集中させることが造波抵抗低減の条件であり、これが飛沫なしの条件と矛盾していると考えられる。このことは高速船船型の最適化は飛沫抵抗と造波抵抗を合わせたもので考えるべきであることを示唆している。つまり本論文で論じた範囲よりも高速側で、飛沫抵抗が占める割合が造波抵抗よりも大きい速度域では飛沫なし条件を加えた最適化が有効であり、造波抵抗が大きい割合を占めている速度範囲であれば、多少の飛沫はあっても船首尾の圧力を大きくした設計のほうが有効であることを示している。

第2章 高速船の理論

本章では本論文の基礎となった理論について記述する。本論文で対象とするのは排水量型の高速浅喫水船である。その特徴はおおむね垂直な舷側及び船首を持ち、航走中の姿勢も大きくは変わらず、そのために水線面形状がほとんど変わらず、高速で航走すると船尾においてクッタ条件を満足するような流れが生じている船である。船尾でクッタ条件を満たすといえばまず滑走船が考えられる。滑走船の場合は姿勢の変化が非常に大きくそのために水線面形状は静止時と航走時では大きく異なる。本論文の対象はあくまで浅喫水船であるが、理論的には滑走の問題と浅喫水船の問題を統一的に扱い得る。その点に注意して浅喫水船の理論から記述する。

2.1 浅喫水船の理論

図1に座標系を示す。図中 F は水線面形状の範囲を、 C_F は水線面形状の前縁を示し、 C_A は後縁を示す。このような座標系において、速度ポテンシャルを ϕ 、水面上昇を ζ 、 F における圧力分布を p とすると、波の幾何学的条件及び圧力条件から線形理論では水面上で(1),(2)の微分方程式が成立する。ただし添字は原則として微分を表すものとする。

$$\phi_x(x, y, 0) + K\zeta(x, y) = -p(x, y) \quad (1)$$

$$\phi_z(x, y, 0) = \zeta_x(x, y) \quad (2)$$

この解は良く知られており、本論文では船首に吹き出し特異性を置いた次の式を解とする。

$$\phi(x, y, 0) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_x(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta - K \int_{C_F} A(\eta_F) T(x - \xi_F, y - \eta_F, 0) d\eta_F \quad (3)$$

ここに T は核関数、 A は船首に置いた吹き出し特異性の強さである。この特異性は水を堰き止める流れを誘起するので堰き止めポテンシャル (swell-up potential) と呼ばれている^[3]。この特異性は船首に置かれた吹き出し特異性であり、物理的には船首から垂直上方へ吹き上がる飛沫を意味すると考えられる。実際漁船等が高速で航行しているときに船首から膜状に吹き上がる飛沫のような現象をしばしば見かけることがある。まさに堰き止めポテンシャルの誘起する流れはこのようなものであろう。

さて、この式を変形すると水面上昇と圧力及び堰き止めポテンシャルとの関係を表す積分方程式が得られる。

$$\zeta(x, y) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_z(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta + \int_{C_F} A(\eta_F) S^*(x - \xi_F, y - \eta_F, 0) d\eta_F \quad (4)$$

ここに S^* も核関数であり詳細は付録 C で論ずることにする。(4) 式は浅喫水船特有の積分方程式であり、その理論的な背景として水線面形状がほとんど変化せず、水はクッタ条件を満足させるように流出していくという条件がある。従って

$$p(x, y) = 0, \quad \text{on } C_A \quad (5)$$

クッタ条件を課すことにより(4)式は境界条件 ζ に関して解くことが可能である。このとき(4)式において堰き止めポテンシャルを未知数とすることによりクッタ条件の指定が可能になる。このことは堰き止めポテンシャルがクッタ条件を指定することによる不定性を解消していることを示しており、堰き止めポテンシャルの存在は浅喫水船における線積分項の問題に対応する。従って堰き止めポテンシャルは浅喫水船における線積分項の問題の物理的な意味を与えている。

境界条件は船のオフセット(f)、トリム(τ)、船体上昇量(h)の基本的な量で表現することができる。

$$\zeta(x, y) = -f(x, y) + \tau x + h \quad (6)$$

一連の式は線形理論なので、table 1 のような基本解を求めておけば、それぞれの解を足し合わせることによって各状態の圧力や堰き止めポテンシャルを計算できる。

$$p(x, y) = p_f(x, y) + \tau p_\tau(x, y) + h p_h(x, y) \quad (7)$$

$$A(x, y) = A_f(x, y) + \tau A_\tau(x, y) + h A_h(x, y) \quad (8)$$

トリムと船体上昇量を求めるには、それぞれの基本解から揚力とモーメントを計算して

$$L_i = \iint_F p_i(x, y) dx dy, \quad i = f, \tau, h \quad (9)$$

$$M_i = \iint_F p_i(x, y) x dx dy, \quad i = f, \tau, h \quad (10)$$

静的排水量とモーメントは、排水量を ∇ 、船体中央から浮心までの距離を l_{CB} とすれば

$$\nabla = \iint_F f(x, y) dx dy \quad (11)$$

$$\nabla l_{CB} = \iint_F f(x, y) x dx dy \quad (12)$$

それぞれの基本解から求まる揚力やモーメントをトリムと船体上昇量で線形結合したものはその速度で航行している時の動的な揚力やモーメントを表しており、船の姿勢はこれらの動的揚力及びモーメントが静的排水量及びモーメントと釣り合うように変化するはずである。よって K を波数とすれば

$$K \nabla = L_f + \tau L_\tau + h L_h \quad (13)$$

$$K \nabla l_{CB} = M_f + \tau M_\tau + h M_h \quad (14)$$

この式を釣り合い方程式と呼ぶことになると、釣り合い方程式を解くことによってトリムと船体上昇量が求まり、(7),(8) 式から圧力分布と堰き止めポテンシャルが求まる。全剩余抵抗は堰き止めポテンシャルの効果を取り入れて、

$$D_T = \iint_F p(x, y) \zeta_x dx dy + K \int_{C_F} A(\eta_F) [\zeta(\xi_F, \eta_F) + A(\eta_F)] d\eta_F \quad (15)$$

また圧力分布によるコッチン関数は

$$H(k, \theta) = \iint_F p(x, y) e^{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (16)$$

堰き止めポテンシャルが作る波も考えると

$$H^*(k, \theta) = H(k, \theta) - i \cos \theta \int_{C_F} A(\eta_F) e^{ik(x_F \cos \theta + y_F \sin \theta)} dy_F \quad (17)$$

この式を用いて造波抵抗は

$$D_W = \frac{K^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |H^*(K \sec^2 \theta, \theta)|^2 \sec^5 \theta d\theta \quad (18)$$

具体的に造波抵抗を求める方法としては、後の最適船型探索での便も考慮し、影響関数を計算することによって求めることにした。詳細は付録C で論ずる。さらに圧力の船首特異性の強さを表す関数を σ とすると

$$\sigma(y) = \lim_{x \rightarrow x_F} \left[p(x, y) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_F} \right)^2} \right] \quad (19)$$

この量は飛沫抵抗を求める基本的な量であり、圧力をフーリエ展開して考えれば丸尾の提唱した水平方向に飛ぶ飛沫になる。またこの量は飛沫の強さを表しており、この関数を用いると飛沫抵抗は

$$D_S = \frac{\pi}{4} \int_{C_F} \sigma^2(y) dy \quad (20)$$

さらに堰き止めポテンシャルが誘起する水頭抵抗は

$$D_H = \frac{K}{2} \int_{C_F} A^2(y) dy \quad (21)$$

と表わすことができる。全剩余抵抗と各抵抗成分の和は理論的に等しくなり^[3]

$$D_T = D_W + D_S + D_H \quad (22)$$

従って基本的な境界条件に対する基本解が求まれば、姿勢や抵抗など様々なことがわかることがある。

理論が整ったので具体的な船型について境界積分方程式を解いてみることにする。対象にしたのはシリーズ64船型の中のモデル番号4793である^[4]。今後この船型を母船型として改良を図るので、以後 S_0 と呼ぶこととする。 S_0 のボディプランを図2に示す。船尾に大きなトランサムを有する典型的な高速船船型である。

ここで積分方程式の解き方について述べる。まず領域 F を含む船長と船幅で構成される長方形を以下のように表すものとする。ただし λ はアスペクト比である。

$$\left. \begin{array}{l} x = -\cos \theta_x, \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \\ y = -\lambda \cos \theta_y, \quad 0 \leq \theta_y \leq \pi \end{array} \right\} \quad (23)$$

角度を等分割することにより、領域の端部で分割されたパネルが密になるように分割した。領域自体を等間隔で分割するほうが、予め核関数を計算しておけば計算時間の節約になって便利であるが、その場合アスペクト比が大きいときは精度が良いが、本論文で対象としたアスペクト比の範囲では(23)式の方法で分割しないと精度が上がらないという大きな問題が出てくる。さらに積分方程式を解くにあたっては、水線面領域を構成するパネルのみに圧力を置き、圧力が境界条件に与える影響(核関数のパネル内積分)を計算し、圧力と堰き止めポテンシャルを未知数とする連立方程式を導くという方法を採用した。その際導入した最も基本的な仮定は、

- ・圧力及び堰き止めポテンシャルは分割されたパネルのなかで一定である。

この仮定によりパネル内では未知数を定数として扱うことができるので、部分積分を用いれば圧力も堰き止めポテンシャルも分割されたパネル内で積分記号の前にくくりだすことができるため、核関数の計算が非常に簡単になる。また、圧力も堰き止めポテンシャルも境界条件もパネルの中央に置いた。領域を三角形要素に分割し、圧力・堰き止めポテンシャルを連続な関数という仮定のもとで解くことも考えられるが、核関数の積分が非常に複雑になるので、その解法についてはさらに研究が必要である。その意味では本論文の範囲内ではいまだ完璧な形では積分方程式が解けていない。精度向上のための対策は後述するが、本論文は境界値問題解決のための第1段階として位置づけられるので、パネル内で圧力や堰き止めポテンシャルが一定であるという基本的な仮定をくずさずに、派生する問題を調査するという姿勢で数値解析に臨んだ。

堰き止めポテンシャルを置く位置は、本論文では最前列のパネルよりも1パネル分だけ前方に置いた。本来であれば最前列のパネルの前縁に置くべきであるが、堰き止めポテンシャルの核関数は x 方向に積分していないため、変動が大きく、実際に計算してみると1パネル分前方においてのケースが最も安定していたのでこの位置を採用した。堰き止めポテンシャルの処理にはもう一つ問題がある。それは、水線面が船の形に切り欠かれている場合の処理である。本論文では前述の仮定から堰き止めポテンシャルも幅方向に一定であるとしている。この置き方は水線面形状が長方形であれば成立するが、水線面の縁がパネルを斜めに横切るような場合は、堰き止めポテンシャルの位置が x 方向にずれていくので、パネルの斜めの線に沿って置いたほうが良い。しかし、前述の理由から階段状に船形の水線面形状を近似して計算した。

また計算精度にも大きな問題がある。詳しくは付録Cで述べるが核関数が y の小さいところ、すなわちパネルの幅が細いところで大きく振動するのである。高速船はその高速性のため細長い形をしており、そのような船を計算する場合はこの問題は非常に大きい。この原因は核関数の発散波成分の計算にある。発散波成分は y が小さくなると位相がめまぐるしく変化するのである。し

かし、この問題は発散波の本質であり、位相が変わるのが発散波本来の姿なので、この本質を知つたうえで計算精度を上げる必要がある。圧力をフーリエ展開し、関数近似するガラーキン法は本論文でも有効であったが、水線面形状が長方形や橢円等数学的処理の容易な形状でないと使い難い欠点もある。

以上のように種々問題もあるが、本章においては S_0 船型を例にとって実際に積分方程式を解いた。分割数を増加すると前述の問題から核関数の積分精度が悪くなるので、ここでは全長を 6 等分、半幅 3 等分という分割を採用した。そのような粗い分割数であるが理論の正当性はおおむね確認できる。

まず基本解の結果について考える。図 3 は p_f の分布である。揚力と排水量の比は約 0.8 となっており妥当な結果である。計算速度はフルード数で 0.3 であり、この程度の速度であれば動圧と静圧はあまり違わないのは納得のいく結果である。次に図 4 に p_τ の結果を、図 5 に p_h の結果を示す。いずれも p_f に比べ桁違いに大きい。これは境界条件のオーダーが大きいことも関連するが、 p_τ, p_h とも p_f に比べ大きくなればトリム・船体上昇量が大きくなり不都合となる。しかしこのオーダーが物理的な状況と良く合うのは堰き止めポテンシャルを導入した積分方程式の特徴で、2.2 節で述べる滑走平板の積分方程式で浅喫水船問題を解くと圧力のオーダーが合わなくなってくることからも、堰き止めポテンシャルが浅喫水船を考える上で大きな役割を果たしていることがわかる。図 6 に釣り合い方程式を解いた後の圧力分布を、図 7 に堰き止めポテンシャルを示す。圧力分布は釣り合い方程式を解いたあとでも特に乱れることはない。しかし、堰き止めポテンシャルについては分布形状は乱れていないが、全体が負で出てきている。本来堰き止めポテンシャルは吹き出し特異性であり、垂直方向へ飛ぶ飛沫を表す物理量なので、負は吸い込みを表し現実にそぐわない。しかしこの量は線形計算からでてくるものであり、 S_0 の計算については計算誤差と思われる。水線面形状を橢円にした S_4 の例ではガラーキン法を用いて計算ができるが、A は正值である。

次に基本解の揚力の速度変化に伴う変化を見てみる。図 8 に示す。 L_f, L_τ, L_h の大きさは姿勢に大きく影響する。釣り合い方程式からトリム・船体上昇量を求める

$$\tau = \frac{M_h(K\nabla - L_f) - L_h(K\nabla l_{CB} - M_f)}{L_\tau M_h - L_h M_\tau} \quad (24)$$

$$h = \frac{L_\tau(K\nabla l_{CB} - M_f) - M_\tau(K\nabla - L_f)}{L_\tau M_h - L_h M_\tau} \quad (25)$$

となり、基本解の揚力とモーメントだけで表される。図 9 に姿勢の計算結果を実験値と比較したグラフを示すが、半分程度のオーダーまで合っている。このことは基本解の精度に問題は残るもの、理論の正当性をある程度示している。図 8 において L_τ がフルード数 0.8 で落ち込むがこれは計算誤差であろう。図 10 に剩余抵抗計算結果を示す。抵抗値も計算値は実験値の倍オーダーであり姿勢計算と精度的に釣り合う。姿勢と抵抗に関しては、後述する S_4 においてガラーキン法を用いてもう少し精度良く求まっており、剩余抵抗・姿勢ともに低速域を除いて実験値と比較的良好な一致を見ている(図 54, 56)。本節の最後に船の後流の波形を実験値と計算値とで比較した。結果を図 11 に示す。波形の計算は積分方程式が解けていれば簡単で、(4) の右辺に求められた圧力と堰き止めポテンシャルを代入し、所要の位置の水面上昇を計算すればよい。図 11 を見ると実験値と計算値は非常に良い一致を示している。波形の計算値には堰き止めポテンシャルが出す波((4) の右辺第 2 項) も含まれていることを考えると理論が実際の現象を良く説明していることを示している。図中センターライン付近の飛び出した波形は発散波成分の計算精度の悪さを示している。

以上具体的に高速浅喫水船を与えて境界値問題を解いた。精度的に満足のいかないところもあるが、堰き止めポテンシャルを導入した定式化の正当性を確認できたと思われる。またこれらの

検討から高速浅喫水船の剩余抵抗は定式化どおり、造波抵抗と水頭抵抗と飛沫抵抗であると推察される。これらの知見をもとに第3章でそれぞれの抵抗を減らすべく最適船型の探索に入ることにする。

2.2 滑走平板の理論

前節において、船尾にトランサムを持ち、クッタ条件を満足するように水は流出し、速度とともに水線面形状が変化しない高速浅喫水船の境界値問題について検討した。そしてその理論の要点は垂直方向の飛沫を表す堰き止めポテンシャルの導入であった。しかし、この定式化は浅喫水船特有のもので、滑走平板問題には直接的には対応しない。滑走平板と浅喫水船との理論的な位置づけを解明することが本節の目的である。

(1),(2) の微分方程式は滑走平板にも適用可能である。ところが滑走平板の場合、水平方向の飛沫は生じるが堰き止めポテンシャルが誘起する垂直上方への飛沫は生じない。よってこの場合の速度ポテンシャルは

$$\phi(x, y, 0) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_x(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta \quad (26)$$

(2) 式を用いて変形すると、水面上昇と圧力に関する積分方程式が得られる。

$$\zeta_x(x, y) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_{zx}(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta \quad (27)$$

この式は付録Aで論ずるように核関数は異なるものの、翼理論で用いられる積分方程式である。付録Dに示すようにこの積分方程式を解くことも可能である。しかし、前節で計算したように積分方程式の解を用いて、水面上昇が簡単に求まることは非常に便利な性質であるので、(27)式の両辺を x で積分する。すると、

$$\zeta(x, y) + R(y) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_z(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta \quad (28)$$

この式中左辺第2項の $R(y)$ は積分定数である。ここで興味深いのは(28)の積分方程式は $R(y)$ を未知数として解かないと解けないとということである。このことは付録Aに示すとおり水中翼の理論でも同じことが起こっている。試みに $R(y)$ を無視すると平板の先端及び後端で無限大に発散するような圧力分布が得られ、クッタ条件を課すことができず、揚力等も実験値に合わない。このことは滑走平板における線積分項の問題に対応する。浅喫水船の理論では堰き止めポテンシャルを導入することによりこの不都合が解消された。滑走平板の場合は堰き止めポテンシャルは導入できないが、 $R(y)$ を導入すれば圧力分布が正しく求められる。以下で $R(y)$ の物理的な意味を探ることにする。

圧力分布が求まれば全抵抗は

$$D_T = \iint_F p(x, y) \zeta_x(x, y) dx dy \quad (29)$$

剩余抵抗の各成分は浅喫水船の式に $A=0$ を代入すれば良い。従って剩余抵抗とその成分の関係は

$$D_T = D_W + D_S \quad (30)$$

実際に解くと、圧力分布は図12に示される。境界条件は $\zeta = x$ である。分布形状は実験で見られるものに良く似ている。また平板の横端については注意を要する。後端ではクッタ条件を課してあるので圧力が0になるのは当然であるが、横端についてはなんの制限も設けていない。このことは水中翼を解いても同じである。端のほうに波状の乱れがでているが、この波状の乱れはアスペクト比を小さくすると大きくなる。

図13に揚力の計算結果を図14に揚力中心の計算結果を示す。いづれもサビツキーの式と比較している。どちらも良い一致を示す。サビツキーの式は実験式なので(28)式を解いて得られた圧力分布は実験値に非常によい一致を示していると考えられる。アスペクト比が小さくなると揚力、揚力中心ともに精度が悪くなる。特に揚力中心は翼横端部分の波うちが大きくなるため揚力よりも精度が悪くなる。抵抗の計算結果を図15に示す。高速域で合わないがおおむね(30)式の関係も成立している。

さて、(28)式の $R(y)$ はどの様な形になるのであろうか。図16に示す。この図は $\zeta = x$ という境界条件に対して得られた圧力(図12)を積分方程式に代入して、境界条件を計算したものである。従って $x + R(y)$ をプロットした図である。図は正面図を示し、実線は平板が存在する範囲の境界条件、点線は平板の上流もしくは後流の位置における境界条件である。図のように $R(y)$ は平板の湾曲を示し、この湾曲は高速になると平らになってくる。境界条件は平板で与えたのにもかかわらず、得られた結果から境界条件を計算しなおすと湾曲してしまうことは興味深い。また、この湾曲は単なる湾曲だけでなく、 z 方向の位置も表現していると考えられる。図17に速度変化に伴う湾曲の平均値の変化を示す。実験値との比較は難しいが、高速になると平板が上昇してくるところやアスペクト比が小さいほうが沈下量が大きいところなど、定性的には滑走平板の位置関係を良く表しているものと思われる。

この湾曲と水線面形状とは非常に密接な関係がある。その関係を明確にするために、水線面形状を変化させて $R(y)$ を計算した。図18に計算した水線面形状を示す。図中SQLは長方形の水線面形状を示し、RWLは湾曲と同じ程度先端を丸めた水線面形状である。図19に計算された $R(y)$ を示す。SQLの時は湾曲していた $R(y)$ もRWLになると平坦化の方向に変化する。完全に平らにならずに多少の凹凸が残るのは分割が少ないとによる。実験によって得られた水線面形状もRWLに良く似ており^[5]非常に興味深い。ではさらに水線面形状を三角形にすると $R(y)$ はどうなるのであろうか。幸い平野らの実験が報告されている^[6]ので、実験に合わせて計算してみた。図18のSTL,ELL,SWLがそれで、それぞれ視認によるスタグネーションライン、揚力が同じ程度になるよう設定したライン、静水におけるラインである。図19にそれぞれのラインに対応する $R(y)$ を示す。図中点線は模型のライズオブフロアのラインを示しており、スタグネーションラインを用いて計算した $R(y)$ はほとんど一致する。揚力を合わせたラインは上側に移行しており、いまのところ揚力・ライズオブフロア共に合わせることはできないが、ライズオブフロアはほぼ平行に移動しているので、定性的には非常に良い結果であると思われる。計算上は水線面形状の変化に対応する $R(y)$ という表現になるが、物理的に考えれば、ライズオブフロアが決まれば水はそれに見合ったスタグネーションラインを作りつつ流れることを示しており、滑走する高速船を設計する際は、ライズオブフロアと水線面形状が整合性のとれたものになっていないと、流れが乱れ抵抗増の要因になることが推察される。この関係は今までの造船学では指摘されていないので、実際の設計に際しては注意が必要であろう。さらに圧力分布を比較すると図20である。後半部で計算値は実験値よりも大きくなっているが、ほぼ定性的に一致しているとみなされる。

以上滑走平板について検討してきたが、浅喫水船の堰き止めポテンシャルと滑走平板の湾曲が線積分項の問題という形で対応し、それは浅喫水船では水線面形状は変化しないがその代わり水

頭抵抗が存在し、滑走平板では水頭抵抗はないが水線面形状が変化するという性質がちがう2つの問題を結び付け、それによって2つの性質のちがう境界値問題を同じ理論で統一的に説明できることは非常に興味深い。

第3章 最適船型の理論

本論文における最適船型は(4)式の左辺に最適な圧力分布を与えることにより作成する。最適な圧力分布は造波抵抗・飛沫抵抗・水頭抵抗を小さくする圧力分布を意味するが、理論的に水頭抵抗と飛沫抵抗を小さくする圧力分布を探すことは比較的簡単なので、最適船型の理論は造波抵抗を小さくする圧力分布を探すことが主体である。

3.1 船型計画の方針

前章で高速浅喫水船の剩余抵抗の成分が確認できたので、本章ではそれぞれの抵抗を小さくする船型を探索する。本章で考える最適船型とは、剩余抵抗を小さくすることを目的にする。従つて最適化を図る対象は飛沫抵抗、水頭抵抗、造波抵抗である。しかし、この3つの抵抗をあまりに小さくすることに固執すると、船として成立しないような船型になることが明らかになったので、船として成立させるための最も基本的な事項(復原力の確保など)は最終的には満足するよう考慮した。

具体的に抵抗成分を減少させる方法について考える。まず飛沫抵抗であるが、(20)式からわかるとおり σ が C_F で0になればよい。(19)式から圧力は C_F で有限であれば良いが、端部の圧力が有限であると波形がその位置で直立するので、本論文では C_F で圧力を0にすることとした。

$$p(x, y) = 0 \quad \text{on} \quad C_F \quad (31)$$

また水頭抵抗であるが、これも(21)式から A が0であれば水頭抵抗は0になることが分かる。

$$A(y) = 0 \quad \text{on} \quad C_F \quad (32)$$

このように飛沫抵抗・水頭抵抗を0にする条件は簡単である。しかしその条件を与える船型を探すとなると非常に難しい。しかし(4)式を見ると、右辺に既知の圧力と堰き止めポテンシャルを代入すれば対応する水面上昇が得られる。この性質を利用して、得られた水面上昇を最適船型の船底オフセットとすることが本論文における最適船型探索の基本的な方針である。この方針を採用すると、(31)の条件を満足しつつ造波抵抗を小さくするような圧力分布を探し、さらに A を0として水面上昇を計算すれば良い。

そう考えると造波抵抗を小さくする圧力分布を探すことが重要である。この方法については理論的には研究されており、基本的な方法は2種類ある。概念を図21に示す。ひとつは変分法を用いる方法である。この方法は圧力分布を数学的に定義して最小問題を解く方法で実に有効である。しかし変分法を用いる場合は水線面形状が長方形・楕円・前半楕円後半長方形の3種類の形でなければいまのところ計算できない。抵抗の観点から見ると、長方形の水線面形状が最も小さい造波抵抗を与える圧力分布を与えるが、後述するように船としては非常に不都合な船型を誘起する。楕円や前半楕円後半長方形であれば一応船としての基本的な性能を満たせるような船型を得ることができるもの、その圧力分布はあまり小さな造波抵抗を与えない。従つて一般的な水線面形状で圧力の最適化ができれば有効である。

影響関数を使う方法はこの目的に対し非常に有効である。影響関数はある部分の圧力を増やすべきか減らすべきかの指標をあたえる関数で、船型改良には便利な関数である。しかし最適船型に近い船型でなければ、影響関数を使って最適化していっても最適船型から離れていく場合もあり、最適でない船型から最適船型を求めるには今のところ適さない。各方法とも利点欠点があるが、本論文においてはこれらの方法を使って圧力分布の最適化を図った。

最適化研究のための模型は4種類作成した。table 2 にその一覧表を示す。基本的には境界値問題を確認したときに用いた S_0 を母船型として改良を図った。従って基本的には排水量、アスペクト比は一定にする方針で臨む。 S_1, S_2 は最小化確認のためのモデルで、剩余抵抗の各成分を全て小さくした模型である。この場合アスペクト比を S_0 と同じものにすると復原力の確保が難しくなるので、排水量長さ比と同じにしてアスペクト比を大きくしている。また S_3, S_4 はある程度実用化を考慮した模型であり、排水量、アスペクト比とともに S_0 と同じである。以下の節で具体的に圧力分布を最適化する方法について述べることにする。

3.2 変分法を用いた圧力分布の最適化(水線面形状が長方形の場合)

水線面形状を長方形と考えるので、

$$\left. \begin{array}{l} x = -\cos \theta_x \quad , \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \\ y = -\lambda \cos \theta_y \quad , \quad 0 \leq \theta_y \leq \pi \end{array} \right\} \quad (33)$$

と変数変換する。圧力分布は飛沫なしの条件を考慮して

$$p(x, y) = c \sum_{k, l} a_{kl} \sin k \theta_x \sin l \theta_y \quad (34)$$

とおく。この際 x 方向、 y 方向とも対称性を考慮して

$$\left. \begin{array}{l} k = 1, 3, 5, \dots \\ l = 1, 3, 5, \dots \end{array} \right\} \quad (35)$$

排水量条件は

$$K \nabla = \iint_F p(x, y) dx dy \quad (36)$$

だから圧力分布を代入し、積分を実行して、さらに

$$a_{11} = 1 \quad (37)$$

の仮定をおくと、圧力分布の係数 c は

$$c = \frac{4K \nabla}{\lambda \pi^2} \quad (38)$$

コッチン関数に(34)式を代入すると

$$H(\alpha, \theta) = c \lambda \sum_{k, l} a_{kl} \int_0^\pi e^{i(-\alpha \cos \theta) \cos \theta_x} \sin k \theta_x \sin \theta_x d\theta_x \int_0^\pi e^{i(-\lambda \alpha \sin \theta) \cos \theta_y} \sin l \theta_y \sin \theta_y d\theta_y \quad (39)$$

ここでベッセル関数の積分表示式

$$J_n(z) = \frac{z}{n \pi i^{n-1}} \int_0^\pi e^{iz \cos \theta} \sin n \theta \sin \theta d\theta \quad (40)$$

を用いると

$$H(\alpha, \theta) = \frac{-4K\nabla}{\lambda\alpha^2 \sin \theta \cos \theta} \sum_{k,l} a_{kl} i^{k+l} J_k(\alpha \cos \theta) J_l(\lambda \alpha \sin \theta) \quad (41)$$

そこで次の積分を導入する。

$$I_{kl\nu\mu} = \frac{16\nabla^2}{\pi\lambda^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} kl\nu\mu i^{k+l+\nu+\mu} J_k(K \sec \theta) J_\nu(K \sec \theta) \times \\ J_l(\lambda K \sin \theta \sec^2 \theta) J_\mu(\lambda K \sin \theta \sec^2 \theta) \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \quad (42)$$

この積分の被積分関数は非常に振動が激しいが、本論文では積分区間を単純に1000等分して台形則を用いて積分した。積分区間の両端点はベッセル関数の原点についての展開式

$$J_1(z) \xrightarrow{z \ll 1} \frac{z}{2} \quad (43)$$

と漸近展開式

$$J_1(z) \xrightarrow{z \gg 1} \frac{1}{\sqrt{z}} \quad (44)$$

を用いて処理した。(42)式の積分が求まるとコッチン関数が計算されたことになり、造波抵抗は

$$D_W = \sum_{k,l} \sum_{\nu,\mu} a_{kl} a_{\nu\mu} I_{kl\nu\mu} \quad (45)$$

最適問題はラグランジュの未定定数法を用いて

$$\frac{\partial D_W}{\partial a_{kl}} = \sum_{\nu,\mu} (I_{\nu\mu kl} + I_{kl\nu\mu}) a_{\nu\mu} = 0 \quad (46)$$

この式に(37)を考慮すれば圧力分布の各項の係数が求まる。具体的に計算する。その際、級数の項数をどう選択するかが非常に大切な問題である。当然項数を増加すれば造波抵抗は小さくなる。本論文においては x 方向3項、 y 方向2項の圧力分布を採用した。設計速度に関しては最初の実験でもあり、高速域と低速域のデータを得るべく、Fn=0.707とFn=0.447の2つの設計速度とした。次にアスペクト比であるが、アスペクト比を小さくすると圧力の最大値と最小値(負圧)になるの差が非常に大きくなり、復原性能の確保が難しく、実験が不可能になる恐れがあるので、本来は S_0 と同じアスペクト比で計画することが母船型との比較の上からは望ましいがアスペクト比を0.3まで大きくした。図22にFn=0.707の最適圧力分布を、図23にFn=0.447の最適圧力分布を示す。図22は S_1 の計画に用いた圧力分布で、図23は S_2 の計画に用いた圧力分布である。図に示されるとおりどちらの圧力分布も圧力の最大値と最小値の差が大きい。しかし、求められた最適圧力分布で計算される造波抵抗は非常に小さい。図24に図22の圧力分布を用いて計算した水面上昇を、図25に図23の圧力分布を用いて計算した水面上昇の結果を示す。いずれの場合も計算上の後流の波立ちは小さく、特に図25の結果はほとんど波無しの状況を与える。

3.3 変分法を用いた圧力分布の最適化(水線面形状が前半橿円後半長方形の場合)

変分法が使える水線面形状の2番目として前半橿円後半長方形の水線面形状がある。図26に水線面形状を示す。 y が与えられると水線面の後端から前端までの距離は

$$L(y) = 1 + \sin \theta_y \quad (47)$$

この $L(y)$ を用いると領域内の座標は以下の式で変換できる。

$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{L(y)}{2} \cos \theta_x + \frac{L(y)}{2} - 1 \quad , \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \\ y = -\lambda \cos \theta_y \quad , \quad 0 \leq \theta_y \leq \pi \end{array} \right\} \quad (48)$$

この時、圧力分布を

$$p(x, y) = c \sum_{k, l} \sin k \theta_x \sin l \theta_y \quad (49)$$

と置く。この圧力分布は水線面形状前端で0なので飛沫無し条件を満足している。圧力分布の対称性を考慮して、

$$\left. \begin{array}{l} k = 1, 3, 5, \dots \\ l = 1, 3, 5, \dots \end{array} \right\} \quad (50)$$

前節と同様排水量条件を計算すると、

$$K \nabla = \frac{\pi c \lambda}{4} \left[\frac{\pi}{2} + 4 \sum_{l:odd} \frac{a_{1l}}{l(4 - l^2)} \right] \quad (51)$$

ここで以下の制限を加える、

$$\frac{\pi}{2} + 4 \sum_{l:odd} \frac{a_{1l}}{l(4 - l^2)} = 1 \quad (52)$$

すると圧力分布の係数は

$$c = \frac{4K \nabla}{\pi \lambda} \quad (53)$$

造波抵抗を計算するため、次の関数を導入する。

$$\begin{aligned} W_{kl}(\theta) &= \frac{2k\sqrt{\pi}i^{k-1}}{\cos \theta \sqrt{\cos \theta}} \int_0^\pi e^{-iK(\frac{1-\sin \theta_y}{2} \sec \theta + \lambda \cos \theta_y \sin \theta \sec^2 \theta)} \sin l \theta_y \sin \theta_y \times \\ &\quad J_k \left(\frac{K(1 + \sin \theta_y)}{2} \sec \theta \right) d\theta_y \end{aligned} \quad (54)$$

この関数を用いると前節と同様の積分が定義できて

$$I_{kl\nu\mu} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} W_{kl}(\theta) \overline{W}_{\nu\mu}(\theta) d\theta \quad (55)$$

(54),(55)ともにその被積分関数は振動が激しいが、前節と同様の方法で数値積分した。(55)式が求まれば、造波抵抗は

$$D_W = \frac{c^2 \lambda^2}{4} \sum_{k, l} \sum_{\nu, \mu} a_{kl} a_{\nu\mu} I_{kl\nu\mu} \quad (56)$$

最適化問題は評価関数を

$$Q = D_W - M \left(\frac{\pi}{2} a_{11} + 4 \sum_l \frac{a_{1l}}{l(4 - l^2)} \right) \quad (57)$$

とおいて

$$\frac{\partial Q}{\partial a_{kl}} = 0 \quad (58)$$

この条件と(52)式を考慮すれば各項の係数が求まる。具体的に計算すると図27のようになる。級数の項数は x 方向3項、 y 方向2項である。アスペクト比は S_0 と同じ 0.128 である。本節の水線面形状から得られる圧力分布は橢円水線面から得られる圧力分布に比べて大きな造波抵抗を与える。特に後半部を長方形にしなければならない理由がある場合はこの方法は有効であるが、本論文では特にそのような必要はないので、変分法を用いる実用化船型は、より小さな造波抵抗を与える次節で述べる橢円水線面形状で計画した。

3.4 変分法を用いた圧力分布の最適化(水線面形状が橢円の場合)

水線面形状が橢円の場合、

$$\left. \begin{array}{l} x = -\cos \theta_x \quad , \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \\ y = -\lambda \sin \theta_x \cos \theta_y \quad , \quad 0 \leq \theta_y \leq \pi \end{array} \right\} \quad (59)$$

と変数変換することにより領域 F を表現できる。圧力分布を

$$p(x, y) = \frac{c}{\sin \theta_x} \sum_{k,l} a_{kl} \cos k \theta_x \sin l \theta_y \quad (60)$$

と置く。級数の番号は圧力分布の対称性から

$$\left. \begin{array}{l} k = 0, 2, 4, \dots \\ l = 1, 3, 5, \dots \end{array} \right\} \quad (61)$$

排水量条件を計算すると

$$K \nabla = \iint_F p(x, y) dx dy = c \lambda \sum_{k,1} \frac{a_{k1}}{1 - k^2} \quad (62)$$

また

$$\sum_{k,1} \frac{a_{k1}}{1 - k^2} = 1 \quad (63)$$

の制限を加えれば、圧力分布の係数は

$$c = \frac{K \nabla}{\lambda \pi} \quad (64)$$

前節と同様圧力分布をコッチン関数に代入して次の関数を導入する。

$$W_{kl}(\theta) = \frac{\sqrt{\sec \theta} l^{l-1}}{\sin \theta} \int_0^\pi e^{-i K \sec \theta \cos \theta_x} \cos k \theta_x J_l(K \lambda \sec^2 \theta \sin \theta \sin \theta_x) d\theta_x \quad (65)$$

この関数を用いて次の積分を導入する。

$$I_{kl\nu\mu} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} W_{kl}(\theta) \overline{W}_{\nu\mu}(\theta) d\theta \quad (66)$$

数値解析は前節と同様である。そうすると造波抵抗は

$$D_W = \frac{\pi c^2}{\lambda^2} \sum_{k,l} \sum_{\nu,\mu} a_{kl} a_{\nu\mu} I_{kl\nu\mu} \quad (67)$$

ここまで定式化で最適値問題を解くと前節と同様になる。しかし、ここで新たな制限を加る。圧力分布の船体中央かつ船体中心線上の値に制限を加えるのである。この制限には最適圧力が基本的に持つ欠点を解消する目的がある。長方形水線面形状の最適圧力を計算すると圧力の最大値と最小値との差が非常に大きくなる傾向が見受けられた。この傾向は級数の項数を増やすほど顕著になってくる。このような圧力分布を使って水面上昇を計算すると静止時の喫水が航行時の喫水に比べて非常に大きくなり、船としての最も基本的な性能である自航性が失われる恐れがある。そこで級数の項数を変化させて最適圧力分布を計算したところ中央部の最大圧力が大きい分布は最小値も小さい(最小値は負圧である。)ことがわかった。そこで実用化に対する制限の一つとして中央部における最大圧力を制限することにする。中央部は圧力分布に

$$\theta_x = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_y = \frac{\pi}{2} \quad (68)$$

を代入すれば良い。最大圧力を p_{max} と指定すれば、制限式は

$$p_{max} = c \sum_{k,l} a_{kl} i^{k+l-1} \quad (69)$$

最適問題は排水量制限と中央部最大圧力制限を用いて、評価関数を

$$Q = D_W - M \sum_k \frac{a_{k1}}{1 - k^2} - N \sum_{k,l} a_{kl} i^{k+l-1} \quad (70)$$

とおき、

$$\frac{\partial Q}{\partial a_{kl}} = 0 \quad (71)$$

の条件と (63), (69) 式から各項の係数が求まる。

具体的に圧力分布を計算する。採用した項数は x 方向 3 項, y 方向 2 項である。アスペクト比は S_0 と同じである。まず中央部圧力の制限を加えると造波抵抗はどのように変化していくか計算して確かめた。結果を図 28 に示す。参考のために S_0 の最大圧力と造波抵抗をプロットしてある。水線面形状が橢円の場合は最大圧力制限を加えなくても S_0 の 7 割程度しか造波抵抗は減少しない。最大部分の圧力を小さくしていくと造波抵抗はだいに大きくなっていく。同じ程度の最大圧力の場合は 2 割程度の減少である。分布形状はどうであろうか。図 29 に示す。制限を加えない場合は最大圧力も大きいが負圧部分も大きい。0.15 に制限した場合は負圧部分も小さくなる。最大圧力制限をさらに小さくすると中央部の圧力が凹むような分布を生じ、造波抵抗は顕著に増加し始める。変分法を用いた実用的な模型として図 29 に示される最大圧力を 0.15 に制限した圧力分布を用いることとした。図 30 に水面上昇を計算した結果を示す。水面上昇の最深部(模型にすると喫水になる。)の深さも母船型の 2 割増しで、圧力の制限値を設けることは模型の喫水を制御する上で非常に有効である。変分法を用いた圧力分布最適化の模型として図 30 の水面上昇から S_4 を図面化した。

3.5 影響関数を用いた圧力分布の最適化

前節までは変分法を用いた圧力分布の最適化について述べた。変分法を用いる方法は非常に有効であるが、水線面形状に制限が加わるところに不都合な点がある。そこで一般的な水線面形状で圧力分布を計算する方法について述べる。この方法では影響関数が大変大きな役割を果たすので、まず影響関数について述べることにする。

さて、今は最適船型について考えているから堰き止めボテンシャルを考える必要はない。するとある圧力分布が与えられたときのコッチン関数は(16)式であり、その時の造波抵抗は(18)式で表される。この時(18)式を θ で先に積分すると、造波抵抗は

$$D_W = \frac{K^2}{\pi} \iiint_F p(x, y) p(\xi, \eta) P_{-5}(K\bar{x} - \xi, K\bar{y} - \eta, 0) d\xi d\eta dx dy \quad (72)$$

と表される。ここで P_{-5} は別所により定義された関数で

$$P_{-5}(x, y, 0) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x \sec \theta) \cos(y \sec^2 \theta \sin \theta) \sec^5 \theta d\theta \quad (73)$$

ここで p が $p + \Delta p$ に変化した時の造波抵抗の変分を求める。すると

$$D_W + \Delta D_W = \frac{K^2}{\pi} \iiint_F p(x, y) p(\xi, \eta) P_{-5}(K\bar{x} - \xi, K\bar{y} - \eta, 0) d\xi d\eta dx dy + \frac{2K^2}{\pi} \iint_F \Delta p(x, y) dx dy \iint_F p(\xi, \eta) P_{-5}(K\bar{x} - \xi, K\bar{y} - \eta, 0) d\xi d\eta \quad (74)$$

この時影響関数を Γ とすると

$$\Gamma(x, y) = \frac{2K^2}{\pi} \iint_F p(\xi, \eta) P_{-5}(K\bar{x} - \xi, K\bar{y} - \eta, 0) d\xi d\eta \quad (75)$$

造波抵抗の変分は

$$\Delta D_W = \iint_F \Delta p(x, y) \Gamma(x, y) dx dy \quad (76)$$

この式は影響関数の性質を良く表している。つまり圧力を評価しようとしている場所の影響関数が正であれば、圧力を減らせば造波抵抗は減少し、負であれば造波抵抗は増加する。この性質は船型の変化に伴う造波抵抗への影響を調べるために非常に便利である。また極小造波抵抗船型の判定にも有効である。というのも(76)で影響関数が積分領域内いたるところで定数であったとすると、影響関数は(76)式の積分記号の前にくくり出され、普通排水量一定の条件（この場合圧力の積分ということになる。）が課せられるから、(76)式の右辺は0となり、それは造波抵抗の変分が0であることを示しているので、その圧力分布が造波抵抗の極小値を与えていることを示している。この2つの性質が最適圧力分布を見いだすために非常に有効である。

影響関数が求まれば、造波抵抗は

$$D_W = \frac{1}{2} \iint_F p(x, y) \Gamma(x, y) dx dy \quad (77)$$

P_{-5} のパネル内積分については付録Cで詳しく論ずるが、

$$J_1(x, y; \xi, \eta) = \frac{K^2}{\pi} \iiint_{panel} P_{-5}(K\bar{x} - \xi, K\bar{y} - \eta, 0) d\xi d\eta dx dy \quad (78)$$

という積分を導入すれば、影響関数のパネル内積分値は

$$\Gamma^*(x, y) = \iint_{panel} \Gamma(x, y) dx dy = 2 \sum_{\nu, \mu} p(\xi_\nu, \eta_\mu) J_1(x, y; \xi_\nu, \eta_\mu) \quad (79)$$

と求まる。本論文においてはパネル内の圧力は一定であるという仮定のもとに全ての計算を進めているので (79) 式の形であらかじめ積分値を計算しておけば造波抵抗を求める時にも非常に便利であるので、本論文では(79)式の形で影響関数を取り扱った。

影響関数の性質を考慮して圧力分布の変分を

$$\Delta p(x, y) = -C_1 \Gamma^*(x, y) + C_2 \quad (80)$$

で与える。ここに C_1 は正数また C_2 は任意の定数である。 C_1 が負であるので、圧力分布は影響関数の符号の逆方向に変化させることになる。排水量は一定であるから

$$\iint_F \Delta p(x, y) dx dy = -C_1 \iint_F \Gamma^*(x, y) dx dy + C_2 \iint_F dx dy = 0 \quad (81)$$

さらに(80)を(76)に代入すると

$$\Delta D_W = -C_1 \iint_F \Gamma^*(x, y) \Gamma(x, y) dx dy + C_2 \iint_F \Gamma(x, y) dx dy \quad (82)$$

さらに以下の積分を導入する。

$$A_1 = \iint_F \Gamma^*(x, y) dx dy = \sum_{n, m} \Gamma^*(x_n, y_m) s_{nm} \quad (83)$$

$$A_2 = \iint_F \Gamma(x, y) \Gamma^*(x, y) dx dy = \sum_{n, m} \Gamma^*{}^2(x_n, y_m) \quad (84)$$

$$A_3 = \iint_F \Gamma(x, y) dx dy = \sum_{n, m} \Gamma^*(x_n, y_m) \quad (85)$$

ここに s_{nm} はパネルの面積である。そうすると造波抵抗の減少率は

$$\frac{\Delta D_W}{D_W} = -C_1 \frac{A_2 - A_1 A_3 / A_W}{D_W} = -\frac{C_1}{\beta} = -\alpha \quad (86)$$

ここに α は収束計算のために与える正の定数である。また、 A_W は水線面積である。造波抵抗が減少するための条件は

$$A_2 > \frac{A_1 A_3}{A_W} \quad (87)$$

その条件のもと (80) 式の係数は

$$C_1 = \alpha, \quad C_2 = \frac{A_1}{A_W} \alpha \beta \quad (88)$$

これにより (80) 式から圧力の変動分がわかる。あとは圧力に対し変動分の修正を行い、また影響関数を求め、さらに圧力の変動分を求めるという具合に収束計算を行う。収束の判定は圧力の変動分が 0 にならば収束計算を停止するのが本来であるが、実際には収束回数が増加するに従って発散波成分の振動の影響から圧力分布の形状が乱れてくる。今のところ 10 回程度収束計算を繰り返すと誤差による圧力分布の振動が顕著になり計算を続行しても収束計算が成立しなくなる。

具体的に収束計算した。改良のベースになるのは S_0 である。図 31 に収束計算のパラメタの挙動を示す。図に示すとおり収束回数を増加すると造波抵抗は減少していく。 $\alpha = 0.4$ と指定したのにもかかわらず造波抵抗の減少率は -0.15 程度であるが、 C_1, C_2 を船全体にわたり一定としたことがその原因と思われる。収束計算の結果を見る限り母船型の半分ぐらいの造波抵抗を与える圧力分布に変化している。では分布形状はどう変化しているのであろうか。図 32 に S_0 の圧力・影響関数・水面上昇と、6 回収束計算をした後の結果を併記して示す。まず最初に目につくのは両者とも顕著な変化が見られないことである。収束計算を繰り返しても変分法で求められるような大胆な形状の圧力分布は得られない。圧力分布の長手方向の変化を見ると中央部の圧力が減少して前後部に排水量が移行している。このことは従来の最適 C_p 曲線の理論でも説明されており、この計算のような高速域ではかなり大きな排水量の集中が前後端に必要とされる。この移行は中央部が正で前後端が負という影響関数の分布を見ても納得できるところである。

さらに特徴的なのは収束計算していっても影響関数の分布形状があまり変わらないことである。その理由は影響関数の分布が水線面形状に大きく影響されることによる。実際、本計算では水線面形状を S_0 と同じものに固定しており、そのために影響関数の分布形状があまり変化せずにその絶対値がだいぶ減少しているものと思われる。図 32 の 6 回収束時の水面上昇をもって S_3 の図面化を図った。

さらに影響関数を用いる方法の正当性を確認するために変分法の結果と比較した。結果を図 33 に示す。水線面形状は橢円である。変分法の解は y 方向の項数は 1 項で、 x 方向の項数は 4 項である。影響関数のほうは初期値として橢円分布に同じ排水量の圧力分布を与え、本節の方法で 9 回収束計算をした後の結果である。結果を見ると両者とも非常に近い結果が得られた。このことは本節の方法は水線面形状が橢円であれば、ある程度最適解に近い分布を与えることを示している。しかし、変分法を使った場合は幅方向の項数を増加すればさらに複雑な圧力分布が得られるが、影響関数のほうは何回収束させても幅方向に波打つような分布は得られない。このことは本節の方法が船型を少し改良するには有効であるが、最適解を探索するには適さないことを示している。

また影響関数が水線面形状をどのように変化させようとしているか確認した。図 34 に示す。上段は S_0 の静圧分布、下段は S_4 の静圧分布を用いて影響関数を計算した結果である。図中水線面をパネル分割した図があるが、そのなかの + 印は影響関数が正のパネル、△印は影響関数が負のパネルを示している。（影響関数は船の外側も計算できる。）この図をみると水線面形状が船形であっても橢円であっても影響関数は排水量を水線面の外側に移行することを要求している。変分法で最適圧力分布を求めた場合も水線面形状が長方形の時に最も小さな造波抵抗を与える分布が得られた（項数を増加するとほとんど造波抵抗が 0 になるような分布も得られた。）ことを考えると、造波抵抗を減少させるという観点だけでは長方形の水線面形状が最も望ましいと言える。しかし、復原性能や耐航性能など別の要素を考えると長方形の水線面形状は非常に不都合である。それではどのような水線面形状が最適なのだろうかという疑問が生ずるが、いまのところ船型として成立する範囲の中で、水線面形状を少しずつ変化させて影響関数を計算して判断するしかない。

第4章 実験と考察

前章までで最適船型探索の理論的基盤が整ったので実験のための供試模型を作製した。実験に際してはまず理想的な船型について試験し、出現した問題点を解決しながら実用化への方途を探るという方法で臨んだ。作成する模型はすべて S_0 と同じ排水量を持ち、 S_0 の改良型として開発することにする。図 35 に S_0 の模型写真を示す。典型的な高速船船型である。なお実験は S_3 以外は防衛庁技術研究本部第 1 研究所の曳航大水槽で、 S_3 は西日本流体技研株式会社の回流水槽で行われた。実験項目は船首部の飛沫観察、抵抗計測、姿勢変化計測である。

4.1 供試模型

以下作成した模型図面についてその作成経緯も含めて述べる。まず S_1, S_2 について述べる。この 2 つの模型は剩余抵抗の成分全てを最小化する目的で作製した。 S_1 は、非常に高速の設計速度を持ちフルード数で 0.707 である。 S_2 は S_0 と同じ程度の設計速度であり、フルード数で 0.447 である。 S_2 は S_1 に比べれば遅い設計速度であるが、排水量型船舶としては非常に高速である。模型図面は最適圧力分布が作る水面上昇の形に船の形を合わせるという方針で作製される。 S_1, S_2 に関しては前述の長方形水線面形状を持つ場合の変分法によって圧力を最適化している。図 36 に S_1 の模型写真を、図 38 にボディプランを示す。ボディプランを作製する基礎データーとなった水面上昇の計算結果は図 24 である。 S_1, S_2 ともにアスペクト比が大きいので他の模型に比べれば水面上昇の計算精度が良い。それでも S_1 のほうは水面上昇の計算に多少の凹凸がある。 S_1 の模型図面を作成するときは、その凹凸は図面化の過程で平滑化した。次に図 37 に S_2 の模型写真を、図 39 にボディプランを示す。図面化の基礎となった水面上昇の計算結果は図 25 である。 S_2 のほうは水面上昇の計算精度が S_1 に比べれば良好であった。

両者の図面における顕著な特徴は静止時喫水の浅さである。この喫水では静止時の復原力の確保が難しい。理論によれば設計速度で航行すると船体が航行予定喫水まで沈下し安定するはずであるが、実測すると船体には吸引力が働いていることが確認されたものの、後半部で水が剥がれたことによる影響で大きな頭上げトリムを生じ、計画した状態が実現しなかった。その原因は極端な凹凸を持つフレームラインにあり、水面上昇を計算する際、非常に小さい造波抵抗を与える圧力分布を用いたことが直接的な原因である。しかし設計喫水に固定して試験すると、前半部に S_0 で存在するような切りたった波が存在せず、飛沫なし条件の有効性を確認できた。また固定試験により船首形状の不具合点も明らかになった。それは船首の端部に垂直な部分に水が堰き止められることで、凌波性能が極端に悪いことを示している。この船首形状は水線面形状を長方形にすることによって誘起される。

そこで実用化を目標に計画したのが S_3 である。 S_3 は S_1, S_2 において顕在化した問題点をすべて解決することが船型開発の眼目である。 S_3 は S_0 の静圧分布を影響関数で改良することによって圧力分布を最適化した。水線面形状は S_0 と同じにした。 S_1, S_2 の実験から圧力分布を設定する際は、その圧力分布があまり小さな造波抵抗を与えないということに注意し、静的な喫水と航行時の喫水との差があまり大きくならないように注意した。

船首形状は S_0 の水線面形状をそのまま採用することにより、自然に凌波性の良い形が得られた。図 40 に S_3 の写真を、図 41 にボディプランを示す。図面化の基礎データーは図 32 の 6 回収束計算である。図を見るとおり水面上昇の計算結果にはかなりの凹凸が存在しているが、フェアリ

ングの過程で大勢を変えないように平滑化した。図41に示すとおり前半部にスプレーストリップを付けた。これは図32の水面上昇のボディプランの前半部に現れている波返しのような形状を意識したものであるが、実際に実験してみるとあまり必要性はない。船首部船底のなだらかな傾斜は S_1, S_2 と傾向が似ている。実験の結果は自航性も確保され、船首の飛沫も従来の船に比べれば改善された。ただし造波抵抗を減らすべく圧力分布を最適化したのにもかかわらず、剩余抵抗の減少が得られず S_0 と同じ程度の剩余抵抗であった。

図42に S_3 の C_p 曲線を示す。比較のために S_0 の C_p 曲線と S_3 の C_w 曲線(S_0 も同じ)を併記してある。これをみると、 S_3 の C_p 曲線が C_w 曲線に影響されて後半に移行していることがわかる。これは圧力分布の最適化のところで検討したように影響関数が排水量を後方に移行させているためである。この形状をみると造波抵抗が減少するような曲線ではない。最適 C_p 曲線の理論では C_p 曲線は前後対称が良いことを示しており、船首部の C_p 曲線のえぐれも最適 C_p 曲線の理論からはずれた形状である。その意味では造波抵抗が減少しないと推定できるが、一般的な水線面形状では境界値問題の解があまり精度良く求めることができないので、造波抵抗以外の抵抗の存在を明確に否定できない。ガラーキン法を用いればより精度良く境界値問題を解くことができるので、剩余抵抗成分を確認するため橢円形の水線面形状を持つ S_4 を計画することとした。

図43に S_4 の模型写真を、図44にボディプランを示す。図面化のための基礎データーは図30の水面上昇である。他の模型と同様に計算結果には凹凸があるが、図面化の際大勢を変化させないように平滑化している。船首部のナックルは計算上の船首波形の盛り上がり高さに対応しており、このラインに水を沿わせることで圧力の上昇をさける狙いで設けた。船首船底は S_3 のようになだらかな傾斜になるように計画した。船首部分のフレームラインは S_2 や S_3 のようにU型が良いが、水線面の幅が広いため船首船底の傾斜をなだらかにするためにはV型、しかも多少ホローにならざるを得ない。図45に C_p 曲線と C_w 曲線を示す。 S_3 に比べると浮心はだいぶ中央に寄ったが、 C_p 曲線先端のえぐれ具合はより大きくなっている。本案は本論文における最終案なのでそれぞれの性能がどうなっているかは、次節以降で詳しく述べることにする。

4.2 船首飛沫の観察

船首飛沫は飛沫抵抗の原因になるだけでなく、例えばカーフェリーなど水面付近に大きなナックルを持つ船にとっては、船首のスプレーが船側を叩きやすいので騒音等の原因になる。やはり船首の飛沫は消える物であれば消したい存在である。

さて、まず典型的な船首飛沫を生じさせる流れとして、図46に S_0 の船首の様子を示す。船首部分に水がめくられる様な形の鋭い波が存在するのがわかる。模型実験のスケールでは実船のような白濁した波崩れは起きないが、この波が船首飛沫の原因となる波である。飛沫なし条件を課すことによりこの波がどう変化するか調べることにする。

図47に S_1 の船首飛沫観察写真を示す。試験状態は航行予定喫水で固定である。曳航速度は設計速度であるフルード数で 0.707 である。この速度はかなりの高速で、単胴排水量型船舶ではこのような設計速度の船はあまりない。小型船舶では、例えば高速クルーザーなどの設計速度に対応し、排水量型船舶というよりは半滑走船に近い速度である。計画当初は最適圧力分布の挙動が一般的な常識と違う可能性があるとの考えから S_1 の設計速度を選んだものの、設計速度が速すぎたと思われる。写真に見えるとおり飛沫がフレームラインを伝わって落ちてくることによる水滴が多量に存在しており、この状況は飛沫無しの流れとは言えない。

図48に S_2 の船首飛沫観察写真を示す。試験状態は航行予定喫水で固定である。速度はやはり設計速度であるフルード数 0.447 である。この模型は飛沫なしということでは非常に成功している。模型の隙間からみえる水面はほとんど乱れていない。この流れを見るかぎり飛沫無しが達成されている。後半になると水が剥がれ白濁した流れが現れており、前半の流れと対照的である。

図49に S_3 の船首飛沫の状況を示す。この模型は S_0 と同じ水線面形状を持つので、 S_0 の写真と直接比較できる。速度はフルード数で 0.447 であり、図46の S_0 の試験時よりも 12 パーセント程度高速である。船首部に髭のような波と船首に盛り上がる波があるが、 S_0 のような切り立った波は存在しない。船首部の盛り上がりは図32に示される水面上昇の計算結果にもあらわされており、飛沫を生じるような流れではない。また船首の髭のような波は水線面が尖っているためにケルビングよりも細い部分から生じていると思われる。

図50に S_4 の船首飛沫の状況を示す。速度はフルード数で 0.447 である。 S_3 にあった髭のような波は無くなったものの、多少の飛沫が残っている。 x 方向の位置関係を見ると図51のとおり、 S_0 に比べるとだいぶ後ろに移動している。この波が起きた原因は S_4 の船首部のナックルを上方に配置したためと思われる。ナックルを下げて、船体内でえぐれている部分をもう少し船体内にめり込ませれば、この波を船体がつつみ込むことができ、飛沫のさらなる減少が可能になると思われる。また、船首部のフレームラインをホローにしたことも水線面の角度を鋭くするため、この流れを生じさせる原因の一つである。しかしこのホローの部分は水線面形状を橢円にすると、現状のような船首船底の傾斜を確保する以上どうしても出てきてしまう。解決するにはもう少し船首船底の傾斜にホロー部を持たせるような工夫が必要である。部分的には飛沫が残ったものの、総じて見れば S_0 に比べて飛沫が小さいので、飛沫なしの条件は S_4 でも有効であると言える。さらに飛沫を小さくすることは設計上の問題と考えて良いと思われる。

4.3 抵抗試験

次に抵抗試験結果について述べる。抵抗試験では全抵抗を計測し、シェーンヘルの式から摩擦抵抗係数を計算し、全抵抗から差し引くことにより剩余抵抗を求めた。そのときに使用した浸水面積は静止時喫水における値を用いている。曳航点については x 方向には浮心位置、 z 方向はおおむね喫水位置に置いた。図 52 に S_1 の抵抗試験結果を示す。試験状態は航行予定喫水に固定である。姿勢を固定しているので、揚力とモーメントを計測している。比較のために計算による造波抵抗を併記している。この計算値は(45)式から求められた結果である。計算値は設計速度で極端に造波抵抗が小さくなっている。実験の造波抵抗を見ると設計速度付近で減少する傾向が見えるものの計算値のような極端な減少は見られない。揚力は負、つまり船は水に吸われているので確かに理論のとおり船体は沈下しようとしている。しかし船体後半の剥離による頭上げモーメントが働いているので、模型を固定しないで試験すると船首が上がってしまう。図 53 に S_2 の抵抗試験結果も示すが、こちらのほうがさらに極端である。最適圧力分布の計算結果を確認するために S_1, S_2 のオフセットを与えて設計速度で境界積分方程式を解いた。両者とも水線面が長方形なので付録 F.1 に示すガラーキン法を用いると比較的精度良く解けて、結果は最適圧力分布に近い圧力と 0 に近い堰き止めポテンシャルが得られた。理論的には可能な船型でも、あまり極端な船型は現実的な船としては成立しないということがあらためてわかる。

次に S_3 の抵抗試験について述べる。試験結果を図 54 に示す。この模型は影響関数を用いて圧力分布を最適化している。しかし計測してみると剩余抵抗は S_0 と同じ程度の大きさである。並記してある計算値は圧力分布から求めた造波抵抗と不完全ながら境界積分方程式を解いた際の水頭抵抗を加えたものである。剩余抵抗の計算値が実験値に近いことから、水頭抵抗が残っているため剩余抵抗が大きくなっているとも考えられるが、境界値問題を精度良く解かなければはつきりしたことは言えない。最適 C_p 曲線の観点から見ると S_3 の C_p 曲線は造波抵抗が減少するような形状ではないので、造波抵抗が減少しないという結論も導出できるが、それだけでは結論づける明確な根拠にはなり得ない。その意味で一般的な水線面形状でも精度良く境界値問題が解けるような定式化が望まれる。

次に S_4 の抵抗試験の結果について述べる。結果を図 55 に示す。 S_4 の場合は、精度向上のため 2 つの対策を実施した。第 1 に核関数のパネル内積分で使われる M_1 関数(付録 C 参照)を平滑化したことである。つまり M_1 関数は y が小さいとき発散波成分の振動が激しいので、影響関数を求める際に使われる M_2 関数(付録 C 参照、 M_2 は M_1 を y で積分した関数である。)を数値微分して M_1 関数を平滑化した。第 2 には付録 F.2 に示されるガラーキン法を x 方向 3 項 y 方向 1 項という最も変動の少なくなる項数で用いて積分精度を上げた。

図を見ると低速域と高速域は合わないがオーダーとしては S_0 の結果よりも計算値と実験値のオーダーが合っている。計算に用いたパネル分割数は船長方向 16 分割、半幅 6 分割である。後で考察するように本論文で採用した基本的な仮定(圧力と堰き止めポテンシャルはパネル内で一定である。)を設ける以上 M_1 は K の変化によってかなり振動するので、 M_2 を数値微分して M_1 を平滑化したとはいっても、あくまで近似の域を越えず、あまり平滑化するとかえって計算精度が落ちることになるので、最終的には M_2 を用いるような数値解析の定式化を開発する必要がある。しかし、本論文で採用した定式化の数値計算上の問題点は M_1 の激しい振動に特定できたと考えられ、改良の指針は得られた。高速域で合わないことはまだ良くわからないが、低速域で合わないことはパネル分割数の問題もあると思われる。例えばフルード数が 0.2 であれば 0 度方向(船尾後方方向)の横波の波長は船長の $1/4$ であり、16 分割では少ないとも思われる。しかし、さらに細分す

ると M_1 の振動がさらに激しくなり、数値微分で平滑化しなければ積分方程式は解けず、平滑化すれば精度が落ちるというジレンマに陥る。そう考えると低速域の精度を上げることは非常に難しいと言える。

S_4 の場合も造波抵抗が小さくなる圧力分布を用いて船型計画したのにもかかわらず造波抵抗が減少しない。境界値問題の設計速度における解を見てみると、飛沫抵抗も、水頭抵抗も小さく、剩余抵抗が減少しない理由は造波抵抗が小さくならないのが原因である。

水頭抵抗に関して考えると、本論文では設計速度において $A = 0$ と置いているため、船型要素のなにが水頭抵抗に影響を及ぼすかが明確でない。今後水頭抵抗と船型要素の関係はさらなる研究が必要である。さらに各成分の実測も重要であろう。そのためには波形解析の精度をもう少し上げる必要がある。また、飛沫なしの条件を課して A に 0 以外の値を与え水頭抵抗の挙動がどうなるかなど確認してみることも必要である。

圧力分布から求めた造波抵抗は、設計速度における境界値問題の解から求めた造波抵抗と一致しなければならないが、図に見られるとおり 2 割程度下回っており、図面化の際、水面上昇の計算結果を完全には表現できなかったことが考えられる。しかし今のところ水面上昇の計算にはかなりの凹凸が存在しており、それをフェアリングの過程で平滑化していることを考えればその差は納得できる範囲であり、逆に境界値問題の圧力解から求めた造波抵抗と水面に与えた圧力から求めた造波抵抗が 2 割程度の誤差で一致したことは、本論文の定式化に対する妥当性を示していると思われる。

4.4 姿勢の変化

次に姿勢の変化の実験結果について述べる。図 56 に S_3 のトリムと船体上昇量の結果を示す。比較のため S_0 のトリムと船体上昇量の実験値を併記してある。 S_3 については全速度域で、境界積分方程式が精度良く解けないが、設計速度においては作成した図面から計算して、トリム・船体上昇量を求めており。 S_0 に比べてトリムが大きいのは、図 42 の C_p 曲線をみてもわかるとおり、浮心が S_0 にくらべて後方に移動していることが主たる原因である。また負の船体上昇量、つまり船体沈下量が大きいのは飛沫無し船型の特徴であろう。飛沫が起こるメカニズムは船底の圧力増加が主たる原因であり、飛沫無しということは、この船底の圧力があまり上がらないということに対応し、結局船体沈下量が大きくなるものと思われる。

図 57 に S_4 のトリムと船体上昇量の結果を示す。計算はガラーキン法を用いて境界積分方程式を解いた結果である。抵抗値と同様、オーダーは実験値と合っている。低速域で良く合わないのは抵抗値と同様の理由であろう。しかし高速域で船体沈下量が合わなくなる原因は良くわからない。

S_4 は S_3 ほど浮心が船尾方向に移動していないが船尾トリムが生じており、その大きさは S_3 と同じ程度である。この原因はフレームラインに沿って上昇してくる水が船首部のナックル部船底を押し上げるためと思われる。従ってもう少しナックル部をえぐれば解決可能であると考える。船体沈下量は S_3 と同じ程度であり飛沫なし船型の特徴を表している。

4.5 考察

まず、 S_1, S_2 の実験において理論的に計算される流れが実現しなかった理由について考察する。図58に(34)式で y 方向の級数項数は2 項に固定したまま、 x 方向の級数項数を減らした場合の造波抵抗の変化と対応する水面上昇の計算結果を示す。対象にした模型は S_2 である。 x 方向3 項にした場合が S_2 でこの時の造波抵抗はほとんど0 に近い。 x 方向2 項にした場合は、造波抵抗は4 倍ぐらいになるが、喫水の最深部と水面上の湾曲部の最高部との差がかなり小さくなる。アスペクト比が0.3 でこの程度のフレームラインであれば、高速モーターボートの船型の一つである逆オメガ型船型に良く似ている。逆オメガ型船型は接水性に優れていることは良く知られているが、その事実は飛沫なし船型が船体沈下量が大きいことにも対応し、その意味では、本論文で援用した圧力分布最適化の理論は逆オメガ船型の理論的な検証を与えていているとも考えられる。さらに x 方向1 項にした場合はほとんど排水量型になるが、アスペクト比が0.3 でこのフレームラインであればバージのような船型であり、船首形状が S_1, S_2 のように切り立った形状になるであろうことを考慮するとやはり実現は不可能であろう。 x 方向を2 項にして非常に大きい船首を設け、設計速度で航行する場合は船首部は空中に上がっているというような状況が唯一実用化可能な船型である。一方、線形造波抵抗理論では、長方形水線面で造波抵抗が0 になるという圧力分布が存在する。それは波無し分布であるが、実際 y 方向3 項 x 方向5 項とすると波無し分布を構成できる。従って S_2 のように y 方向2 項とり、 x 方向3 項とて変分問題を解けば、得られた解が波無し圧力分布に近づくことは十分に納得がいくことであり、波無し圧力分布は領域内積分、つまり排水量が0 であることも考慮するとまさに S_2 で用いた圧力分布は波無し分布に近くなっているものと思われる。

次に S_4 と S_0 のコッチン関数を比較して両者の特徴を調べた。計算結果を図59に示す。上図はコッチン関数の絶対値の2乗を、下図は上図の結果に $\sec^5 \theta$ をかけたものを示し、下図の曲線を積分したものが造波抵抗になる。コッチン関数はいづれも(16)式によるもので、圧力分布はオフセットから得られる静圧分布を使用している。両図をみると S_4 のほうが S_0 よりも抵抗が大きくなることを示している。また抵抗成分の主流は70 度付近の発散波であることもわかる。上図では S_0 と S_4 の違いは角度の小さいところで多いが、 $\sec^5 \theta$ をかけると角度の低いところはほとんど無視され、70 度付近の違いが大きく造波抵抗に影響してくる。コッチン関数を見る限り S_4 の船型は S_0 よりも造波抵抗を小さくする船型ではないと言える。

またこの計算は従来の船型の本質的な性質も示している。圧力分布から直接もとめたコッチン関数ではないので近似的な議論の範疇を越えるものではないが、 S_4 のコッチン関数はおおむね(65)式を $\sec^5 \theta$ で割った関数で表現可能である。従ってコッチン関数の70 度付近に現れる最初の極大値は幅方向の最も低次のベッセル関数 J_1 によるものと考えられる。造波抵抗低減に最も効果があると思われるこの極大値を小さくするためには、幅方向のより高次な項で干渉させるか、もしくは双胴船を考え2 つの船体で干渉させる等の対策が必要である。また S_0 も S_4 も極大値を与える角度がほとんど同じであるということは従来の高速船のフレームラインは級数近似で考えると2 項とった程度の次数のフレームラインであり、さらに高次の項を含むようなフレームラインを考えることが高速船の造波抵抗を小さくする上で有効であることを示している。しかし高次の項を含むフレームラインは複雑な形状になり、どの程度まで実現可能な船型であるかはさらに研究が必要である。とはいものの本論文で考えている範囲の高速船では、70 度付近の発散波が主たる原因であることが明らかになったので、単に横波成分の減少を意図したような C_p 曲線の計画だけでは造波抵抗の減少は望めない。

さらに S_4 において造波抵抗低減のための圧力分布を用いたのにもかかわらず、実験において造

波抵抗が減少しなかった原因について考察する。図60に S_4 の最適圧力分布の x 方向の分布図を示す。このグラフは圧力分布を y 方向に積分した値をプロットしているので C_p 曲線を示している。中央部圧力制限を加えると船体中央付近の曲率が急になり、その結果船体前後 $1/4$ 部分の排水量が減少し、その分の排水量が前後端に集中する。中央部圧力制限を加えなくても前後端の A/A_{max} は0.4 とその集中度は非常に大きく、コンテナ船の計画手法の延長でバルブを付けることを考えるとかなり巨大なバルブが必要とされる。マシュー関数を用いた最適 C_p 曲線の理論でも設計フルード数を0.4 程度にとると同じような傾向が現れる。さらに中央部最大圧力に制限を加えると、制限された分圧力が前後端に集中していく。一方、本論文で指定した飛沫無し条件はこの集中を0 としてしまう。このことは船型を最適化する上で論理的な矛盾を生じている。実際図面化する際、船首から船体中央部への船首船底部はなだらかな傾斜を持たせており、船首尾先端の排水量の集中が表現されていない。表現するためには従来の船型の様に垂直に近いシステムラインで船首部が構成される必要があると思われる。船首船底部の傾斜がなだらかであることは C_p 曲線(図45)の船首部がえぐれていることに対応しており、この C_p 曲線の船首部のえぐれ部分と図60の C_p 曲線の船首尾における圧力の集中は明らかに相反している。さらに実験してみると後流に横波の存在が認められたことも C_p 曲線についてまだ改良する余地があることを示しており、 S_4 が船首部の圧力の集中を正しく表現していない船型になっていることを示している。

結局、本論文で研究した速度域は、具体的に最適なバルブをつける方法はまだわからないものの、設計速度という観点からはバルブ的なアプローチが必要な速度域であって、飛沫無しの条件がこのことに矛盾していることは明らかである。この事実は剩余抵抗を最適化する際は飛沫抵抗と造波抵抗を足し合わせて最適化を図らなければならないことを示しており、フルード数が0.447 程度であれば多少飛沫が残っても船首端に排水量を集中させる従来の船型設計のほうが造波抵抗低減の観点からは有利であり、さらに高速域に設計速度を設定し、飛沫抵抗が支配的になるような速度域の船を設計する際は、本論文の飛沫無しの条件を採用した船型設計が有効になることを示している。

本論文の解析において最も重要な事項は境界積分方程式を解くことである。水線面形状が橢円の時や長方形の時はガラーキン法を使って多少精度良く求めることができたものの、水線面形状を一般的に扱おうとすると今のところ実用に供する精度が得られない。その原因是水面上昇を計算する時の発散波成分の計算である。発散波成分は y が小さくなると位相が大変激しく変化する。この事実を計算によって確認するために図61に M_1^* と M_2^* の、 x, y を与えて K を変化させた時の関数の変化を示す。 M_1^* は M_1 に $-\cos(Kx)/K$ を加えた関数、 M_2^* は M_2 に $-|y|\cos(Kx)/K$ を加えた関数で、ともに M_1, M_2 の $y = 0$ における不連続性を解消した関数である。その性質は M_1, M_2 と非常に良く似ており、水面上昇や影響関数を求める際は M_1^*, M_2^* が用いられる(詳細は付録C参照)。

両関数とも引数は Kx もしくは Ky の形になっており、 x, y を指定して K を変化させれば原点からその点を通る線上の関数値を評価することになる。ここで変動が激しくなるのはその線がケルビングの内側に位置したときで、その線が x 軸に近づけば近づくほど変動が大きくなってくる。図の M_1^* 関数を見ると非常に変動が激しく、本論文の水面上昇を求める時のパネル内積分値はこの関数の階差をとるので、さらに振動が激しくなることが考えられる。実際、 K を変化させて境界値問題を計算すると、解に振動が現れるので M_1^* 関数の振動が境界値問題の計算精度を悪くする原因と特定できると思われる。

一方、同じ条件で M_2^* 関数を計算すると、 M_1^* にあった振動が非常に滑らかになっていることが確認できる。これは M_2 が M_1 を y で積分している効果である。このことから核関数を y で一度積分した形で扱えるような定式化が得られれば、数値計算上有効であろうことが推察される。本

来は M_2^* を使う方法を開発すべきであるが、その有効性の確認のため M_2 関数の数値微分から M_1^* を求めた。結果は M_1^* のグラフに並記してある曲線であり、 M_1^* の振動が良く平均化されていることがわかる。数値微分の際の増加分は一定であるから、 y の増加分を小さくすると振動が激しくなり、大きくすると精度が落ちる性質があり、この方法はあくまで近似の域を越えるものではないが、核関数のパネル内積分を求める際に M_2^* を用いる有効性は十分確認できたと考える。

第5章 結論

本研究では、高速浅喫水船の境界値問題を解くにあたり、高速浅喫水船特有の性質として水線面形状が不変でかつ流出条件はクッタ条件を満足することに注目し、船首に堰き止めポテンシャルを考慮した定式化を導入した。また核関数のパネル内積分を求めるための数値解析法を提案し、実際に高速浅喫水船を対象として境界値問題を解き、実験と比較することにより定式化の妥当性を検証した。さらにその応用として剩余抵抗を最適化する方法を提案し、具体的に最適船型を設計して実験確認することにより最適船型の設計法を確立した。得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 船首に堰き止めポテンシャルを導入し、その強さは船尾のクッタ条件で決まるとして導入した積分方程式は、水線面形状内で領域をパネル分割し、分割されたパネル内で圧力や堰き止めポテンシャルが一定であると仮定することにより解くことが可能である。またその圧力解から求められた造波抵抗や船体の姿勢が実験値とおおむね合致することから、本論文で導入した境界値問題の定式化は現象を良く説明していることを示した。また高速浅喫水船の剩余抵抗は造波抵抗、飛沫抵抗、水頭抵抗の3種類に別れることも確認した。
- (2) 高速浅喫水船の特殊な場合として滑走平板について検討した。そして、平板の場合は堰き止めポテンシャルは0であり、クッタ条件を課すことによる不定性の解消のために幅方向の湾曲を導入することにより、積分方程式を解くことが可能で、得られた圧力解は正しいものであることを明らかにした。さらに幅方向の湾曲は水線面形状先端に丸みをつけることで解消され、さらに水線面形状を変化させることにより幅方向の湾曲はライズオブフロアを表現することを示した。
- (3) 浅喫水船問題及び滑走平板問題において積分方程式を解く際、クッタ条件を課してもその不定性が解消されることは線積分項の問題に対応しており、定式化の正当性を検証することによって、線積分項の問題の物理的な意味が浅喫水線では水頭抵抗を誘起する特異性の強さ、滑走平板で幅方向の湾曲であることを確かめた。また従来異なった定式化で扱うべきとされていた浅喫水船と滑走平板の境界値問題が線積分項を介在して統一的に扱い得ることも示した。
- (4) 剩余抵抗を最適化した船型を得る方針として、水面上の圧力分布を最適化し水面上昇を計算して船底オフセットとすることを提案した。また水頭抵抗0の条件、飛沫なしの条件、造波抵抗を減少させる条件を圧力分布に課して最適化し、得られた圧力分布から具体的に模

型を製作して実験により剩余抵抗最適化の条件の有効性を示した。特に飛沫なし条件は船首の飛沫を小さくするために非常に有効であることを示した。

- (5) 造波抵抗を減少させる圧力分布を求める方法を示し、得られた圧力分布の特性を調査することにより、本論文で対象とした速度域では造波抵抗を減少させるための条件と飛沫なし条件が相反したものであることを明らかにし、最適化に際しては造波抵抗と飛沫抵抗を足し合わせた抵抗を減少させることが重要であることを示した。
- (6) 高速船の剩余抵抗を最適化するためには、本論文で対象とした範囲では船首に多少の飛沫が残っても、造波抵抗低減の観点からは従来の船型を用いる方が有利であり、さらに飛沫抵抗が主流を占めるような高速の設計速度を有する船を計画する場合は本論文で示した飛沫なし船型の設計法が有効であることを明らかにした。

謝辞

本研究の遂行にあたり、終始情熱的なご指導を賜りました日本大学理工学部教授 別所正利先生に心から感謝致します。また本論文のとりまとめにあたり貴重なるご指導を賜り、主査としてご審査いただきました大阪大学工学部教授 田中一朗先生に心から感謝致します。また論文提出の際ご審査いただきました大阪大学工学部教授 浜本剛実先生並びに鈴木敏夫先生に心から感謝致します。また本研究の実験にあたりご協力をいただきました防衛庁技術研究本部第1研究所第4部の皆様に心から感謝致します。最後に防衛庁技術研究本部の廣郡洋祐 第1設計室長には本研究の機会を与えて頂きました。心から感謝致します。

参考文献

- [1] 別所 正利、佐野 靖彦 : 高速船型の造波抵抗に関する研究一（第3報）実用船型一、関西造船協会誌、第216号,pp.15-26,1991
- [2] 別所 正利 : 浅喫水船の2次元造波抵抗理論について、防衛大学校理工学研究報告、29卷、第1号、pp.87-93,1991
- [3] 別所 正利 : 浅喫水船の造波抵抗理論について、防衛大学校理工学研究報告、29卷、第1号、pp.95-101,1991
- [4] Hugh.Y.H.Yeh : Series 64 Resistance Experiments on High-Speed Displacement Forms, Marine Technology, vol.2, No.3, pp.248-272, 1965
- [5] W.Sottorf : Analysis of Experimental Investigations of the Planing Process on the Surface of Water, NACA Technical Memorandum No.1061, 1944

- [6] 平野 進、内田 雄、姫野 洋司 : 柱状滑走体の底面圧力分布の計測, 関西造船協会誌第 213 号, pp.7-12, 1990
- [7] M. Abramowitz, I. A. Stegan : Handbook of Mathematical Functions, Dover, 1970
- [8] M. Bessho : On the Fundamental Function in the Theory of the Wave-making Resistance of ships, Memoirs of the Defense Academy, vol.4, pp.99-119, 1964
- [9] 別所 正利、佐久間 俊 : 滑走平板の線形解について、関西造船協会誌、第 218 号, pp.79-91, 1992
- [10] 別所 正利、佐久間 俊 : 2 次元浅喫水船の航走姿勢について、関西造船協会誌、第 218 号, pp.69-78, 1992
- [11] 別所 正利、佐久間 俊 : 高速浅喫水船の剩余抵抗に関する理論的研究、関西造船協会誌、第 220 号, pp.1-6, 1993
- [12] M. Bessho, S. Sakuma : A Numerical Solution of Three Dimensional Gliding Plates, Proceeding of FAST'93, pp.963-974, 1993
- [13] 別所 正利、佐久間 俊 : 高速船船型の理論的研究(最適問題)、関西造船協会誌、第 221 号, pp.1-7, 1994
- [14] M. Bessho, S. Sakuma : A Theoretical Study on high speed ship hull forms (Application for Practical Hull Forms), Journal of Kansai Society of Naval Architects, No.222, pp.57-64, 1994
- [15] M. Bessho, S. Sakuma : A Theoretical Study on high speed ship hull forms (Application for Practical Hull Forms, 2nd report), Journal of Kansai Society of Naval Architects, No.223, 1994
- [16] M. Bessho : On a Consistent Linearized Theory of the Wave-making resistance of Ships, Journal of Ship Research, vol.38, No.2, pp.83-96, 1994
- [17] 佐久間 俊 : 2 次元平板翼の線形解について、防衛庁技術研究本部技報 6483 号, 1993
- [18] 佐久間 俊 : 3 次元平板翼の線形解について、防衛庁技術研究本部技報 6484 号, 1993
- [19] 長谷川 寿一、佐久間 俊 : 高速船船型の波形解析について、防衛庁技術研究本部技報 6500 号, 1993
- [20] 別所 正利、山形 和明、今泉 未広 : 高速船型の造波抵抗に関する研究 第 2 報圧力分布型、関西造船協会誌、第 215 号, pp.11-18, 1991
- [21] W. Sottorf : Experiments with Planing Surfaces, NACA Technical Memorandum No.739, 1934
- [22] D. Savitsky : Hydrodynamic Design of Planing Hulls, Marine Technology, vol.1, No.1, pp.71-95, 1964
- [23] L.J. Doctors : Representation of Three-dimensional Planing Surfaces by Finite Elements, First International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp.517-537, 1975

付録A 翼理論における積分方程式

本論文においては境界積分方程式を解くことが重要な役割を持つ。本論文で取り扱った核関数の原点における特異性は翼理論の核関数に漸近していく。(2次元問題では数学的に証明できるが3次元問題ではいまのところ数学的には証明されていない。) そのために翼理論の核関数は本論文で取り扱った核関数の速度無限大の場合と考えることが可能である。速度を有限と考えた場合、核関数は y が小さい時に非常に激しい振動を起こすが、速度を無限と考えた場合の翼理論の核関数はそのような振動はなく、計算も簡単なので本論文の積分方程式と同じ方法で積分方程式を解くことにより、パネル分割法や境界条件の合わせ方など基本的な事項を確認するのに便利である。従って本付録では、2次元及び3次元の翼理論について積分方程式の解法を中心に述べることにする。

A.1 2次元問題

平板を $-1 \leq x \leq 1$ に置き、 x の正方向に進行しているとして、平板を $y = \eta$ とすると、水中翼の積分方程式は

$$\eta_x(x) = \int_{-1}^1 p(\xi) B_x(x - \xi) d\xi \quad (89)$$

核関数は

$$B_x(x) = -\frac{1}{2\pi x} \quad (90)$$

水中翼の場合、平板上面の流速を $V + \Delta V$ 、下面の流速を $V - \Delta V$ 、上面の圧力を p_u 、下面の圧力を p_l とすれば、ベルヌイの式から

$$p_u + \frac{1}{2}\rho(V + \Delta V)^2 = p_l + \frac{1}{2}\rho(V - \Delta V)^2 \quad (91)$$

圧力は

$$p = p_l - p_u \quad (92)$$

単位あたりの渦糸の強さは

$$2\Delta V = \gamma \quad (93)$$

なので線形化すると

$$p = \rho V \gamma \quad (94)$$

一方、翼を水面まで移行すると、翼上面の流速は0になり、翼下面の流速と無限上流条件を考えれば、やはりベルヌイの式から

$$p_l + \frac{1}{2}\rho(V - \Delta V)^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (95)$$

圧力を

$$\bar{p} = p_l - p_\infty \quad (96)$$

と考えれば(93)から

$$\bar{p} = \frac{1}{2}\rho V \gamma \quad (97)$$

よって

$$p = 2\bar{p} \quad (98)$$

すなわち、重力を無視すれば滑走平板の積分方程式は、水中翼の核関数を2倍すれば良いことがわかる。ここであらためて核関数を

$$B_x(x) = -\frac{1}{\pi x} \quad (99)$$

とおくと、(89)式は η_x を境界条件とする境界積分方程式である。両辺を x で積分すると

$$\eta(x) = \int_{-1}^1 p(\xi) B(x - \xi) d\xi + A \quad (100)$$

ここに A は積分定数である。この時の核関数は

$$B(x) = -\frac{1}{\pi} \log|x| \quad (101)$$

実際に解いてみる。領域は

$$x = -\cos \theta_x, \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \quad (102)$$

のように分割すると精度が良い。核関数の積分は、(89)式に対応すると

$$E_1(x) = -\int \frac{dx}{\pi x} = -\frac{1}{\pi} \log|x| \quad (103)$$

(100)式に対応するものは

$$E_2(x) = -\int \log|x| dx = -\frac{x}{\pi} (\log|x| - 1) \quad (104)$$

パネルの長さを a としパネル内積分をそれぞれ

$$I_1(x, \xi) = \int_{\xi - \frac{a}{2}}^{\xi + \frac{a}{2}} B_x(x - \xi') d\xi' = E_1(x - \xi + \frac{a}{2}) - E_1(x - \xi - \frac{a}{2}) \quad (105)$$

$$I_2(x, \xi) = E_2(x - \xi + \frac{a}{2}) - E_2(x - \xi - \frac{a}{2}) \quad (106)$$

とすればクッタ条件を

$$p(-1) = 0 \quad (107)$$

と指定することによって積分方程式は解ける。ここで注意を要するのは、境界条件を η_x で指定する場合は最先端の境界条件を抜かなければ解けないことである。また、境界条件を η で指定する場合は A を未知数として解かないと解けない。図62に(100)式で圧力分布を求めた結果を示す。解析解に非常に近い結果が得られる。ここで注目すべきは圧力を分割されたパネル内で一定としても解けることと、(100)式を使うと後端でクッタ条件を課すことによって A の値が決まることである。(100)式の積分方程式を解くとき A を未知数と考えないと正しい解が得られないというのが滑走平板問題における線積分項の問題であった。本節の検討を見ると、線積分項の問題は速度無限大の滑走平板問題でも現れることがわかる。

A.2 3次元問題

2次元問題からの類推で3次元問題においても水中翼の核関数を2倍すれば速度無限大の場合の滑走平板の積分方程式が得られる。図1の座標系を参照してブレンクの方程式を変形すると、 ζ_x を境界条件とする積分方程式が得られて、

$$\zeta_x(x, y) = \int_{-1}^1 \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\partial p(\xi, \eta)}{\partial \eta} [C_x](x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (108)$$

ただし $[C]$ は核関数であり詳しくは A.3 節に示される。また以降 $C, \hat{C}, \tilde{C}, \bar{C}$ も核関数で同じく A.3 節に示される。(108)式を部分積分して圧力が陽な形に書き換えると

$$\zeta_x(x, y) = \int_{-1}^1 \int_{-\lambda}^{\lambda} p(\xi, \eta) C_x(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (109)$$

この式が(27)式に対応する式である。両辺を x で積分すると、積分定数である幅方向の湾曲がこの場合も必要になり

$$\zeta(x, y) + R(y) = \int_{-1}^1 \int_{-\lambda}^{\lambda} p(\xi, \eta) C(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (110)$$

実際に解くに当たっては、領域を以下のように分割する。

$$\left. \begin{array}{l} x = -\cos \theta_x, \quad 0 \leq \theta_x \leq \pi \\ y = -\lambda \cos \theta_y, \quad 0 \leq \theta_y \leq \pi \end{array} \right\} \quad (111)$$

圧力はパネル内で一定であるという仮定を設け、さらに境界条件はパネル中央で指定することにすると、本文(109)式に対応するパネル内積分式は、パネルの長さを a パネルの幅を b として以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} G_0(x, y; \xi, \eta) &= \int_{\xi - \frac{a}{2}}^{\xi + \frac{a}{2}} d\xi' \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} C_x(x - \xi', y - \eta') d\xi' d\eta' \\ &= \begin{bmatrix} \hat{C}(x - \xi + \frac{a}{2}, y - \eta + \frac{b}{2}) - \hat{C}(x - \xi - \frac{a}{2}, y - \eta + \frac{b}{2}) \\ -\hat{C}(x - \xi + \frac{a}{2}, y - \eta - \frac{b}{2}) + \hat{C}(x - \xi - \frac{a}{2}, y - \eta - \frac{b}{2}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (112)$$

核関数については次節で詳しく述べることにする。本文の処理にならい、核関数の幅方向の積分を

$$\begin{aligned} G_3(x, y; \xi, \eta) &= \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} \tilde{C}(x - \xi, y - \eta') d\eta' \\ &= \bar{C}(x - \xi, y - \eta + \frac{b}{2}) - \bar{C}(x - \xi, y - \eta - \frac{b}{2}) \end{aligned} \quad (113)$$

とすると、(110)式に対応する核関数のパネル内積分は

$$G_1(x, y; \xi, \eta) = \int_{\xi - \frac{a}{2}}^{\xi + \frac{a}{2}} d\xi' \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} C(x - \xi', y - \eta') d\eta' \quad (114)$$

$$= G_3(x, y; \xi - \frac{a}{2}, \eta) - G_3(x, y; \xi + \frac{a}{2}, \eta) \quad (114)$$

さらにクッタ条件を

$$p(-1, y) = 0 \quad (115)$$

と指定すれば解ける。境界条件は(109)式を用いる時は翼後端で境界条件を抜かなければ解けない。(110)式で解く場合は $R(y)$ を未知数として解かなければ解けない。行列の対角要素(ソースを置いたパネルが自らのパネルに誘起する影響)の大きさは(112)式のほうが、(114)式の結果よりも大きい。図63に(110)式を解いた時の圧力分布を示す。さらに $R(y)$ の分布を図64に示す。 $R(y)$ の分布形状は重力がある場合と非常に良く似ている。さらに図65に水面上昇の結果を示す。重力を考慮した本文の場合と同様に水線面形状の先端を丸めると図66のように $R(y)$ は平均化する。水線面形状とライズオブフロアとの関係も重力がある場合と同様である。この結果をみると現象的には滑走平板における線積分項の問題が翼理論の核関数でも現れており、2次元問題の状況も合わせて考えれば、3次元問題の翼理論の核関数が重力を考慮した核関数の速度無限大の極限と考えることの妥当性を示している。

さらに揚力係数を評価してみる。図67に揚力係数を示す。アスペクト比の小さい時はジョンズの理論に一致し、アスペクト比が大きい時は修正プラントルの値に大体一致している。さらにアスペクト比を変化させた時の揚力中心の変化を図68に示す。アスペクト比の小さいときは揚力中心は先端に移動し、アスペクト比を大きくすると $1/4$ 弦長の位置に漸近するところは従来の知見どおりである。

A.3 3次元問題の核関数

プレンクの方程式から核関数は

$$[C_x](x, y) = \frac{1}{2\pi y} \left(1 - \frac{r}{x} \right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (116)$$

y で微分すると

$$C_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} [C_x] = \frac{1}{2\pi y^2} \left(\frac{x}{r} - 1 \right) \quad (117)$$

2次元核関数への移行性を確認すると

$$\lim_{Y \rightarrow \infty} \int_{-Y}^Y C_x(x, y) dy = \lim_{Y \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\pi Y} - \frac{\sqrt{1 + (\frac{x}{Y})^2}}{\pi x} \right] \rightarrow -\frac{1}{\pi x} \quad (118)$$

さらに x で積分すると

$$C(x, y) = \frac{1}{2\pi y^2} (r - x) \quad (119)$$

さらに y で積分して

$$\hat{C}(x, y) = \int C(x, y) dy = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{x - r}{y} + \log |y + r| \right] \quad (120)$$

さらに x で積分して

$$\tilde{C}(x, y) = \int C(x, y) dx = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{x(r - x)}{y^2} + \log |x + r| \right] \quad (121)$$

さらに y で積分して

$$\bar{C}(x, y) = \int \tilde{C}(x, y) dy = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{x^2 - xy - y^2}{y} + 2x \log |y + r| + y \log |x + r| \right] \quad (122)$$

\bar{C} は積分の順序により

$$\int \left[\int C dx \right] dy - \int \left[\int C dy \right] dx = \frac{2x - y}{4\pi} \quad (123)$$

だけ関数が違ってくるが x 方向, y 方向ともに階差をとれば消える項である。

B 高速船の2次元問題

本論文は高速船の3次元問題について取り扱っているが、境界値問題は2次元問題でも同じように存在する。しかし、2次元問題は3次元問題に比べて核関数の計算など解析処理が簡単で、かつその計算は安定しているので、境界値問題についての全体像を把握しやすい。そこで本付録では2次元問題を対象として、本論文の手順と同様まず浅喫水船の理論から調べることとする。

B.1 浅喫水船

座標系を図69に示す。このような座標系で複素速度ポテンシャルを

$$f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad , \quad z = x + iy \quad (124)$$

と定義し、水面における水面上昇を η とすると、3次元問題と同様に、波の幾何学的条件、運動学的条件を考慮すると、線形造波抵抗理論では水面上で以下の微分方程式が成立する。

$$\psi_x(x, 0) - K\psi(x, 0) = \begin{cases} 0 & , \quad |x| > 1 \\ -p(x) & , \quad |x| < 1 \end{cases} \quad (125)$$

水面上昇と流れ関数の関係は

$$\eta(x) = -\psi(x, 0) \quad (126)$$

従来の理論では圧力を p とするとこの微分方程式の解は

$$\phi(x, y) = \int_{-1}^1 p(\xi) S(x - \xi, y) d\xi \quad (127)$$

船底オフセットに対する積分方程式は

$$\eta(x) = - \int_{-1}^1 p(\xi) T(x - \xi, 0) d\xi \quad (128)$$

ただし S, T は B.3 節に示す核関数である。この積分方程式を解くと、 $x = \pm 1$ の位置で圧力が無限大になり、クッタの条件を満たすような解が得られない。B.3 節に示す新たな核関数 S^*, T^* を導入すると、船首に堰き止めポテンシャルを導入した解は

$$\phi(x, y) = \int_{-1}^1 p(\xi) S(x - \xi, y) d\xi + A T^*(x - \xi, y) \quad (129)$$

水面上昇を境界条件とする積分方程式は

$$\eta(x) = - \int_{-1}^1 p(\xi) T(x - \xi, 0) d\xi + A S^*(x - 1, 0) \quad (130)$$

この式はクッタ条件を課すことができて、それにより船首に置かれた堰き止めポテンシャルの大きさがきまる。3 次元問題と同様境界条件を

$$\eta(x) = -f(x) + \tau x + h \quad (131)$$

とすれば船底オフセット ($\eta = -f(x)$)、トリム ($\eta = x$)、船体上昇量 ($\eta = 1$) に対する基本解を求めることができる。釣り合い方程式は

$$\left. \begin{array}{l} L_f + \tau L_\tau + h L_h = K \nabla \\ M_f + \tau M_\tau + h M_h = K \nabla l_{CB} \end{array} \right\} \quad (132)$$

これを解けばトリム・船体上昇量が求まり、それぞれの基本解の線形結合の形で圧力と堰き止めポテンシャルは以下のように求まる。

$$p = p_f + \tau p_\tau + h p_h \quad (133)$$

$$A = A_f + \tau A_\tau + h A_h \quad (134)$$

飛沫の強さを表す σ は

$$\sigma = \lim_{x \rightarrow 1} [p(x) \sqrt{1 - x^2}] \quad (135)$$

コッチン関数は堰き止めポテンシャルの影響を考えて

$$F^*(K) = \int_{-1}^1 p(x) e^{iKx} - i A e^{iK} \quad (136)$$

全剩余抵抗は

$$D_T = \int_{-1}^1 p(x) \eta_x(x) dx + K A [\eta(1) + A] \quad (137)$$

σ を用いれば飛沫抵抗は

$$D_S = \frac{\pi}{4} \sigma^2 \quad (138)$$

造波抵抗は

$$D_W = K |F^*(K)|^2 \quad (139)$$

水頭抵抗は

$$D_H = \frac{K}{2} A^2 \quad (140)$$

全剩余抵抗の式は飛沫・造波・水頭抵抗の和の形に数学的に変形できるので、

$$D_T = D_W + D_S + D_H \quad (141)$$

実際に計算することにする。簡単のため船底オフセットを0とし、船底が平らなバージのような船を考える。まず従来の理論によるとどのような不都合があるのか確認する。図70に(128)式を用いて基本解を求め、釣り合い方程式を解いた結果を示す。図に示すとおり基本解の圧力分布がクッタ条件を満足できないので、姿勢で線形結合した後の解もクッタ条件を満足しない。図71に速度を変化させた時の抵抗と姿勢の変化を示す。まずトリムについて見てみると非常に低速から高速までほとんどトリムが変化せず、船体上昇量も低速域から高速域までほとんど一定の沈下という状況で現実には考えられない。また抵抗を見ても全抵抗が低速域で負になるなど得られる結果は現実的ではない。この原因は箱船の船尾流出条件がクッタ条件を満足するのにもかかわらずその条件を無視したことにあると思われる。

一方、(130)式を用いて解いた場合はどうであろうか。結果を図72に示す。図に見られるとおり圧力分布は現実的な形状になっている。図73に抵抗及び姿勢の計算結果を示す。抵抗の結果をみるとまず全スピードにわたって(141)式の結果が成立する。飛沫抵抗は低速域ではほとんど0で、フルード数が0.45を越えたあたりから次第に大きくなってくる。このことは従来からの知見に合致している。また低速域で水頭抵抗が造波抵抗と同じぐらいのオーダーになっていることは馬場らの提唱する碎波抵抗に対応しているとも思われ興味深い。姿勢について見るとトリムは速度が高速になると大きくなり、船体上昇量は増速とともに沈下していく結果を示す。この姿勢の傾向も従来の知見どおりである。フルード数0.61付近に姿勢が発散するところがある。これはフルード数0.61で釣り合い方程式の行列式が0になることに起因しており、現象的にはポーポイジングに対応している。このように堰き止めポテンシャルを導入することによって、様々な現象が現実的に説明できる。

B.2 滑走平板

3次元問題と全く同様に2次元問題においても滑走平板の問題は浅喫水船の問題の特別な場合として扱うことが可能である。釣り合い方程式は

$$\left. \begin{array}{l} K\nabla = \tau L_\tau + h L_h \\ K\nabla l_{CB} = \tau M_\tau + h M_h \end{array} \right\} \quad (142)$$

滑走平板の場合は垂直方向の飛沫は無いから、姿勢で線形結合したあとの堰き止めポテンシャルは

$$\tau A_\tau + h A_h = 0 \quad (143)$$

この関係を釣り合い方程式に代入すると、揚力及びモーメントが求まって

$$\left. \begin{array}{l} K\nabla = \tau L_G \quad , \quad L_G = L_\tau - L_h \frac{A_\tau}{A_h} \\ K\nabla l_{CB} = \tau M_G \quad , \quad M_G = M_\tau - M_h \frac{A_\tau}{A_h} \end{array} \right\} \quad (144)$$

この式から動的揚力の浮心の位置が求まる。さらに初期トリムや排水量は静水長 L_0 と初期喫水 T で表され

$$\left. \begin{aligned} l_{CB} &= \frac{M_G}{L_G} \\ \tau &= \frac{T}{L_0} \quad , \quad \nabla = \frac{TL_0}{2} \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

さらに l_G を後端から浮心位置までの距離及び L を速度とともに変化する浸水長とすれば動的揚力の中心と静止喫水の浮心の位置が合うはずであるから、

$$(1 + l_{CB}) \frac{L}{2} = l_G = \frac{L_0}{3} \quad , \quad \frac{L}{L_0} = \frac{2}{3(l_{CB} + 1)} \quad (146)$$

この式から浸水長の変化も得られることになる。実際に計算した結果を図74に示す。図に見られるとおり姿勢や浸水長の変化が求められる。このように $A=0$ とすることによって滑走平板の場合も浅喫水船と同じ理論で扱うことが可能である。浅喫水船の場合は浸水長は変化しないがそのかわり堰き止めポテンシャルが残り、その堰き止めポテンシャルは水頭抵抗を誘起する。また滑走平板の場合は浸水長が変化して堰き止めポテンシャルは0である。このように堰き止めポテンシャルを導入することにより、2種類の性質の違う境界値問題を統一的に扱うことができる。

B.3 核関数

核関数は次のように定義される。

$$S(x, y) + iT(x, y) = W(z) = \frac{1}{\pi i} \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \int_0^\infty \frac{e^{-ikz} dk}{k - K - \mu i} \quad , \quad z = x + iy \quad , \quad y < 0 \quad (147)$$

この関数には次の関係がある。

$$\left(\frac{d}{dz} + iK \right) W(z) = \frac{i}{\pi z} \quad (148)$$

さらに次の関数を導入する。

$$W^*(z) = K \int_z^\infty W(z) dz = T^*(x, y) - iS^*(x, y) \quad (149)$$

(148) を用いて変形すると

$$W^*(z) = -iW(z) - \frac{1}{\pi} \log z \quad (150)$$

ただし右辺第2項の対数項は、無限上流で虚部が0になるように選んだものである。こう考えると $T^*(x, 0)$ は原点で対数的特異性が無くなり、 $S^*(x, 0)$ は原点で連続になる。また、(150)式は原点に吹き出しのあるポテンシャルである。実部と虚部を分解すると、

$$\left. \begin{aligned} S^*(x, y) &= S(x, y) + \frac{\theta}{\pi} \quad , \quad -\pi \leq \theta \leq 0 \\ T^*(x, y) &= T(x, y) - \frac{1}{\pi} \log r \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

特に $y \rightarrow 0^-$ の時、 S, T は正弦、余弦積分で表され文献^[7]の記号を用いれば

$$\left. \begin{aligned} S^*(x, 0) + iT^*(x, 0) &= \frac{1}{\pi} [f(Kx) - ig(Kx)] & , \quad x > 0 \\ &= -\frac{1}{\pi} [f(K|x|) + ig(K|x|)] + 2e^{iK|x|} - 1 & , \quad x < 0 \end{aligned} \right\} \quad (152)$$

また、原点近傍では

$$\left. \begin{aligned} S(x, 0) + iT(x, 0) &\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} (\gamma + \log Kx) & , \text{ for } x > 0 \\ &\rightarrow \frac{3}{2} + \frac{i}{\pi} (\gamma + \log K|x|) & , \text{ for } x < 0 \\ S^*(x, 0) + iT^*(x, 0) &\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} (\gamma + \log K) & , \text{ for } x \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (153)$$

のように漸近する。つまり $T(x, 0)$ は $K \rightarrow 0$ のとき $\frac{1}{\pi} \log |x|$ に漸近していく。よって本節のスピードを無限大にしたときの核関数は翼理論の核関数であることがわかる。

また S^* は(150)式の複素速度ポテンシャルの流れ関数とも考えられ

$$\psi(x, y) = -S^*(x, y) = K \int_{-\infty}^0 T(x - \xi, y) d\xi \quad (154)$$

右辺の表現を(130)式と比較すると K なる一定圧力が原点から無限下流まで水面に働いている場合の流れを示している。図75に $S^*(x, 0)$ のグラフを示す。(150)式右辺の対数項の効果で不連続であった関数が一定値だけ下げられて原点で連続な関数になっている。このことは堰き止めポテンシャルの物理的側面を表す。堰き止めポテンシャルは航行する船の後流の水位を上流の水位よりも凹ませる作用を持つ。従来の理論では後流の水位変化は表現出来ない。船首で垂直方向の飛沫を誘起する吹き出し特異性が一方では後流の水位を変化させ、その強さは船尾のクッタ条件で決まる。

付録 C 核関数のパネル内積分法

本論文においては数値解析上の基本的な仮定として、パネル内で圧力・堰き止めポテンシャルは一定であるという仮定を設けた。これにより領域を長方形のパネルに分割すれば最も簡単な数値解析方法で積分方程式を解くことができる。ただしそのためには核関数をパネル内で積分しなければならない。本論文で取り扱った核関数は非常に複雑な関数なのでその積分にあたっては注意を要する。本節では核関数のパネル内積分に焦点をあてて、本論文の中核とも言うべき核関数の数値解析的処理法について述べることにする。

C.1 パネル内積分式の導入

核関数を定義するために別所の定義した以下の関数を導入する^[8]。

$$O_n^{(1)}(x, y, z) = \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \frac{(-i)^n}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp[-kz + ik(x \cos u + y \sin u)]}{k \cos^2 u - 1 + \mu i \cos u} \cos^{n+2} u dk du \quad (155)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2n}(x, y, z) &= (-1)^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-z \sec^2 u} \sin(x \sec u) \cos(y \sec^2 u \sin u) \cos^{2n} u du \\ P_{2n+1}(x, y, z) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-z \sec^2 u} \cos(x \sec u) \cos(y \sec^2 u \sin u) \cos^{2n+1} u du \end{aligned} \right\} \quad (156)$$

$$\left. \begin{aligned} q_{2n}(x, y, z) &= \frac{(-1)^n}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} e^{-kz} \cos(kx \cos u) \cos(ky \sin u) \cos^{2n+2} u dk du \\ q_{2n+1}(x, y, z) &= \frac{(-1)^n}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} e^{-kz} \sin(kx \cos u) \cos(ky \sin u) \cos^{2n+3} u dk du \end{aligned} \right\} \quad (157)$$

これらの関数を用い、核関数を次のように定義する。

$$T_z(x, y, z) = -\frac{K}{\pi} \left[O_{-4}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) + q_{-4}(Kx, Ky, -Kz) \right] \quad (158)$$

$-T_z$ は $z = 0$ として x, y を原点に近づけると原点で強い特異性を持つ。原点に近づけるという操作は、境界積分方程式を解く観点から考えれば、 K が 0 に漸近していくことを示しており、速度が無限大になることを示している。この特異性を数学的に明らかにすることは、3 次元問題においてはまだ成功していない。しかし、付録 A の(119)式を差し引いて原点に近づけると 0 に漸近していくことを数値計算で確認した。よって数学的な厳密性は欠くものの、翼理論の核関数は $-T_z$ の速度無限大の極限と考えられる。さらに S^* は、

$$\begin{aligned} S^*(x, y, z) &= K \int_{\infty}^x T_z(x', y, z) dx' \\ &= -\frac{K}{\pi} O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) + \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{K}{\pi} O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) \right] \\ &= -\frac{K}{\pi} O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) + \frac{z}{2\pi\rho^2}, \rho = \sqrt{y^2 + z^2} \end{aligned} \quad (159)$$

ただし(159)式右辺第2項は $O_{-3}^{(1)}$ の漸近展開の第1項をとっている。 $O_{-3}^{(1)}$ の漸近展開は

$$O_n^{(1)}(x, y, z) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \left[q_n(x, y, z) + \frac{\partial}{\partial z} q_{n+2}(x, y, z) + \dots \right] \quad (160)$$

さらに

$$\frac{K}{\pi} q_{-3}(Kx, Ky, -Kz) = -\frac{xz}{2\pi\rho^2} \quad (161)$$

なので第1項をとれば(159)式右辺第2項になる。さて、ここでパネル内積分式として以下の積分を導入する。ただし a はパネルの長さ b はパネルの幅である。

$$I_1(x, y; \xi, \eta) = - \int_{\xi - \frac{a}{2}}^{\xi + \frac{a}{2}} d\xi' \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} T_z(x - \xi', y - \eta', 0) d\eta' \quad (162)$$

$$I_2(x, y; \xi, \eta) = -\frac{1}{\pi} \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} O_{-3}^{(1)}(K\overline{x - \xi}, K\overline{y - \eta}, 0) d\eta' \quad (163)$$

$$I_3(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{K} \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} S^*(x - \xi, y - \eta', 0) d\eta' \quad (164)$$

I_2 は I_1, I_3 を求めるために導入された積分である。これらの積分を求めることが本付録の目的であるが、ここで(159)式についてさらに考える。(159)の無限上流条件を考える。 $O_{-3}^{(1)}$ は前述の漸近展開式を用いれば無限上流でも項が残り

$$\frac{K}{\pi} O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) \xrightarrow{Kx \gg 1} \frac{xz}{2\pi r \rho^2} \quad (165)$$

この項は $z \rightarrow 0$ にすると 0 に漸近するがここではこの項を(159)から差引いた関数を改めて S^* と考えることにする。

$$S^*(x, y, z) = -\frac{K}{\pi} O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) + \frac{z}{2\pi\rho^2} \left(1 - \frac{x}{r}\right) \quad (166)$$

I_3 を求めるためにはこの関数を y で積分する必要があるが、右辺第2項は $z \rightarrow 0^-$ の時に積分可能で、

$$\lim_{z \rightarrow 0^-} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{z}{2\pi\rho^2} \left(1 - \frac{x}{r}\right) dy = \begin{cases} -1 & \alpha < 0 < \beta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (167)$$

この関係を用いると

$$I_3(x, y; \xi, \eta) = I_2(x, y; \xi, \eta) - \frac{1}{K} \delta(x - \xi, y - \eta) \quad , \quad \delta(x, y) = \begin{cases} 1 & x < 0, y = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (168)$$

1だけ引き下げることによって関数が連続するところは(図82の I_2 積分のグラフを参照) 2次元問題で行われた核関数の処理と同じであり興味深い。

$$I_1(x, y; \xi, \eta) = I_3(x, y; \xi + \frac{a}{2}, \eta) - I_3(x, y; \xi - \frac{a}{2}, \eta) \quad (169)$$

核関数のパネル積分を求めるためには I_2 を求める必要がある。後で導入する関数を用いれば

$$I_2(x, y; \xi, \eta) = N_1(x - \xi, |y - \eta| - \frac{b}{2}) - N_1(x - \xi, |y - \eta| + \frac{b}{2}) \quad , \quad x > \xi \quad (170)$$

$$\begin{aligned}
I_2(x, y; \xi, \eta) = & -M_1^*(\xi - x, |y - \eta| + \frac{b}{2}) + N_1(\xi - x, |y - \eta| + \frac{b}{2}) \\
& + M_1^*(\xi - x, |y - \eta| - \frac{b}{2}) - N_1(\xi - x, |y - \eta| - \frac{b}{2}) \quad , \quad x < \xi
\end{aligned} \tag{171}$$

この式中 M_1^* は後流に残る波を表しており、この波は $x < 0$ の場合の $O_{-3}^{(1)}$ 関数の基本的な性質である

$$O_{-3}^{(1)}(-|x|, y, z) = 2P_{-3}(|x|, y, z) - O_{-3}^{(1)}(|x|, y, z) \tag{172}$$

に基づいている。 $O_{-3}^{(1)}$ 関数は原点に単位ソースが存在する時の波を表しており、上流には波がないが下流になると波ができる。 P_{-3} が後流にできるケルビン波系を表していて、それは横波成分と発散波成分とで構成されている。

さて、造波抵抗や影響関数を求めるためのパネル内積分式を導入する。堰き止めポテンシャルを導入した定式化ではコッチン関数は(17)式で与えられ造波抵抗は(18)式である。(18)式を先に θ で積分して造波抵抗を D_{W1}, D_{W2}, D_{W3} の 3 つに分けて考えると

$$D_{W1} = \frac{K^2}{\pi} \iiint p(x, y) p(\xi, \eta) P_{-5}(K\overline{x - \xi}, K\overline{y - \eta}, 0) d\xi d\eta dx dy \tag{173}$$

$$D_{W2} = \frac{2K^2}{\pi} \iiint p(x, y) A(\eta) P_{-4}(K\overline{x - \xi}, K\overline{y - \eta}, 0) d\eta dx dy \tag{174}$$

$$D_{W3} = -\frac{K^2}{\pi} \iint A(y) A(\eta) P_{-3}(K\overline{x - \xi}, K\overline{y - \eta}, 0) d\eta dy \tag{175}$$

圧力及び堰き止めポテンシャルはパネル内で一定という仮定だからパネル内積分式は

$$J_1(x, y, \xi, \eta) = \frac{K^2}{\pi} \int_{x-\frac{a}{2}}^{x+\frac{a}{2}} dx' \int_{y-\frac{b}{2}}^{y+\frac{b}{2}} dy' \int_{\xi-\frac{a}{2}}^{\xi+\frac{a}{2}} d\xi' \int_{\eta-\frac{b}{2}}^{\eta+\frac{b}{2}} P_{-5}(K\overline{x' - \xi'}, K\overline{y' - \eta'}, 0) d\eta' \tag{176}$$

$$J_2(x, y, \xi, \eta) = \frac{K^2}{\pi} \int_{x-\frac{a}{2}}^{x+\frac{a}{2}} dx' \int_{y-\frac{b}{2}}^{y+\frac{b}{2}} dy' \int_{\eta-\frac{b}{2}}^{\eta+\frac{b}{2}} P_{-4}(K\overline{x' - \xi}, K\overline{y' - \eta'}, 0) d\eta' \tag{177}$$

$$J_3(x, y, \xi, \eta) = -\frac{K^2}{\pi} \int_{y-\frac{b}{2}}^{y+\frac{b}{2}} dy' \int_{\eta-\frac{b}{2}}^{\eta+\frac{b}{2}} P_{-3}(K\overline{x - \xi}, K\overline{y' - \eta'}, 0) d\eta' \tag{178}$$

J_3 は C.2 項で説明する M_2^* 関数の階差を用いて表され

$$J_3(x, y; \xi, \eta) = -\frac{K^2}{2} [M_2^*(x - \xi, y - \eta + b) - 2M_2^*(x - \xi, y - \eta) + M_2^*(x - \xi, y - \eta - b)] \tag{179}$$

J_2, J_1 はそれぞれ J_3 の階差を用いて次のように表される。

$$J_2(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{K} \left[J_3(x, y; \xi - \frac{a}{2}, \eta) - J_3(x, y; \xi + \frac{a}{2}, \eta) \right] \tag{180}$$

$$J_1(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{K^2} [-J_3(x, y; \xi + a, \eta) + 2J_3(x, y; \xi, \eta) - J_3(x, y; \xi - a, \eta)] \tag{181}$$

また、これらの積分を用いて堰き止めポテンシャルを導入した時の圧力に関する影響関数を

$$\Gamma_p(x_n, y_m) = 2 \sum_{\nu, \mu} p(\xi_\nu, \eta_\mu) J_1(x_n, y_m; \xi_\nu, \eta_\mu) + 2 \sum_\mu A(\xi_{F\mu}, \eta_{F\mu}) J_2(x_n, y_m; \xi_{F\mu}, \eta_{F\mu}) \quad (182)$$

堰き止めポテンシャルに関する影響関数を

$$\Gamma_A(x_n, y_m) = 2 \sum_{\nu, \mu} p(\xi_\nu, \eta_\mu) J_2(x_n, y_m; \xi_\nu, \eta_\mu) + 2 \sum_\mu A(\xi_{F\mu}, \eta_{F\mu}) J_3(x_n, y_m; \xi_{F\mu}, \eta_{F\mu}) \quad (183)$$

と定義することにすると、造波抵抗は

$$D_W = \frac{1}{2} \left[\sum_{n, m} p(x_n, y_m) \Gamma_p(x_n, y_m) + \sum_m A(x_{Fm}, y_{Fm}) \Gamma_A(x_{Fm}, y_{Fm}) \right] \quad (184)$$

C.2 N_1, M_1^*, M_2^* 関数

本節で導入する関数は複素積分の形で与えられるが、すべて実部をとるものとする。

さて、 M_1 関数は以下に定義される関数である。

$$M_1(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_{\infty}^y P_{-3}(Kx, Ky', 0) dy' = \frac{1}{\pi K i} \int_{L_3} e^{\alpha(t)} \frac{\cosh t}{\sinh t} dt \quad (185)$$

ここに

$$\alpha(t) = iKx \cosh(t) - \frac{iKy}{2} \sinh 2t \quad (186)$$

M_1 関数の解析的性質は

$$M_1(x, \infty) = 0 \quad (187)$$

$$M_1(x, 0) = \frac{1}{K} \cos Kx \xrightarrow{x \ll 1} \frac{1}{K} \quad (188)$$

$$M_1(0, y) = \frac{1}{\pi K} \int_{\frac{K y}{2}}^{\infty} K_0(z) dz \xrightarrow{y \ll 1} \frac{1}{2K} \quad (189)$$

$$M_1(x, -y) = -M_1(x, y) \quad , \quad y > 0 \quad (190)$$

(190) 式から M_1 関数は $y = 0$ で不連続であるが

$$M_1^*(x, y) = M_1(x, y) - \frac{1}{K} \cos Kx \quad (191)$$

と M_1^* を導入すると $y = 0$ で連続になる。 M_1^* に関しての解析的な性質は

$$M_1^*(x, 0) = 0 \quad (192)$$

$$M_1^*(x, -y) = -M_1^*(x, y) \quad , \quad y > 0 \quad (193)$$

M_1 を求める際、 L_3 の積分路を複素平面上に設定し、その積分路上で積分していく（詳しくはC.3、C.4節で説明する。）が、その際、部分積分すると計算精度が上がる。従って

$$M_1(x, y) = -\frac{1}{\pi} \int_{L_3} e^{\alpha(t)} \log(\sinh t) (x \sinh t - y \cosh 2t) \quad (194)$$

次に N_1 関数について述べる。 N_1 関数の定義は

$$N_1(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^y O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky', 0) dy' = \frac{1}{2\pi K i} \int_{L_1+L_2} e^{\alpha(t)} \frac{\cosh t}{\sinh t} dt \quad (195)$$

やはり解析的な性質を述べると

$$N_1(x, \infty) = -\frac{1}{2\pi K} f(Kx) \quad (196)$$

ここに f は正弦積分、余弦積分で構成される関数で文献[7]の記号である。さらに解析的性質を述べると

$$N_1(x, 0) = 0 \quad (197)$$

$$N_1(0, y) = \frac{1}{2\pi K} \int_{\frac{Ky}{2}}^{\infty} K_0(z) dz \xrightarrow{y \ll 1} \frac{1}{4K} \quad (198)$$

$$N_1(x, -y) = -N_1(x, y) \quad , \quad y > 0 \quad (199)$$

$L_1 + L_2$ 上の積分に関してはやはり部分積分が有効で

$$N_1(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{\alpha(t)} \log(\sinh t) (x \sinh t - y \cosh 2t) \quad (200)$$

次に M_2 関数について述べる。 M_2 関数の定義は

$$M_2(x, y) = \int_{\infty}^y M_1(x, y') dy' = \frac{1}{\pi K^2} \int_{L_3} e^{\alpha(t)} \frac{dt}{\sinh^2 t} \quad (201)$$

ここで新たに

$$P_{-2}(Kx, Ky, 0) = \frac{i}{2} \int_{L_3} e^{\alpha(t)} \cosh t dt \quad (202)$$

$$m(x, y) = \frac{2}{\pi K i} \int_{L_3} e^{\alpha(t)} \cosh t \sinh t dt \quad (203)$$

の関数を導入すると M_2 関数を部分積分した式は次のように表される。

$$M_2(x, y) = y M_1(x, y) + \frac{2x}{\pi K} P_{-2}(Kx, Ky, 0) + y m(x, y) \quad (204)$$

ここで M_2 関数に関わる解析的な性質を述べると

$$m(0, 0) = 0 \quad , \quad m(x, 0) = 0 \quad (205)$$

$$m(0, y) = -\frac{1}{\pi K} K_1\left(\frac{Ky}{2}\right) \xrightarrow{y \ll 1} -\frac{2}{\pi K^2 y} \quad (206)$$

$$P_{-2}(0, Ky, 0) = 0 \quad (207)$$

$$P_{-2}(Kx, 0, 0) = -\frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{d}{dx'} \right) Y_0(x') \right]_{x'=Kx} \xrightarrow{x \ll 1} -\frac{1}{Kx} \quad (208)$$

$$M_2(0, 0) = -\frac{2}{\pi K^2} \quad (209)$$

M_2 の場合関数値は $y = 0$ で連続であるが

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial y} M_2(x, +0) = M_1(x, +0) = \frac{1}{K} \cos Kx \\ \frac{\partial}{\partial y} M_2(x, -0) = M_1(x, -0) = -\frac{1}{K} \cos Kx \end{array} \right\} \quad (210)$$

から微分係数は不連続である。よって

$$M_2^*(x, y) = M_2(x, y) - \frac{|y|}{K} \cos Kx \quad (211)$$

と M_2^* 関数を定義すれば微分係数まで連続になる。また、 M_2 関数は x についても y についても偶関数である。

$$\left. \begin{array}{l} M_2^*(-|x|, y) = M_2^*(|x|, y) \\ M_2^*(x, -|y|) = M_2^*(x, |y|) \end{array} \right\} \quad (212)$$

C.3 最急降下線法による積分

本論文で用いた関数はすべて

$$\beta(x, y) = \int_{L_j} e^{\alpha(t)} \gamma(t) dt, \quad j = 1, 2, 3 \quad (213)$$

$$\alpha(t) = iKx \cosh t - \frac{iKy}{2} \sinh 2t \quad (214)$$

の形をしている。ただし、複素積分はすべて実部をとるものとする。この関数は複素平面上の積分路 L_1, L_2, L_3 上の積分で構成されているので、基本的にはどのような積分路上で積分しても同じ値になるはずである。しかしあまり被積分関数の変動が激しいと数値積分の精度が悪くなる。そ

ここで(214)の実部が負で最も変動の少ない積分路を探そうとするのが最急降下線法である。 α を実部と虚部とに分けると

$$\alpha(t) = \phi(u, v) + i\psi(u, v) \quad , \quad t = u + iv \quad (215)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi(u, v) &= -Kx \sinh u \sin v + \frac{Ky}{2} \cosh 2u \sin 2v \\ \psi(u, v) &= Kx \cosh u \cos v - \frac{Ky}{2} \sinh 2u \cos 2v \end{aligned} \right\} \quad (216)$$

この時コーシー・リーマンの関係式から

$$\phi_u = \psi_v \quad , \quad \phi_v = -\psi_u \quad (217)$$

さらに

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial u} + i\frac{\partial\psi}{\partial u} = \phi_u - i\phi_v \quad (218)$$

ここで図76において s を考える。目的は点 P における実部の勾配が最も急な線を求めるべし。 ϕ の s 方向の微分は

$$\frac{\partial\phi}{\partial s} = \phi_u \frac{\partial u}{\partial s} + \phi_v \frac{\partial v}{\partial s} = \phi_u \frac{\partial u}{\partial s} - \psi_u \frac{\partial v}{\partial s} \quad (219)$$

ここで

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \cos\theta \quad , \quad \frac{\partial v}{\partial s} = \sin\theta \quad (220)$$

(218)式から

$$\phi_u + i\psi_u = |\alpha_t| e^{i\epsilon} \quad (221)$$

と考えられ、(220)式を考慮すると

$$\frac{\partial\phi}{\partial s} = |\alpha_t| \cos(\theta + \epsilon) \quad (222)$$

この時(222)式の最小値は

$$\theta = \pm\pi - \epsilon \quad (223)$$

のときに与えられる。このとき t_s は

$$\frac{dt}{ds} = t_u \frac{\partial u}{\partial s} + t_v \frac{\partial v}{\partial s} = -e^{-\epsilon i} = -\frac{|\alpha_t|}{\alpha_t} \quad (224)$$

この式は $\alpha_t dt$ が実数であることを示しており、

$$\operatorname{Im} [\alpha_t dt] = \phi_u dv + \psi_u du = \phi_u dv - \phi_v du = 0 \quad (225)$$

この解は流線の微分方程式を与えるから

$$\frac{du}{\phi_u} = \frac{dv}{\phi_v} \quad (226)$$

この積分は

$$\psi(u, v) = \text{constant} \quad (227)$$

(227) 式のもと (216) 第2式から $\cos v$ に関する2次方程式を解けば u と v との関係が求まる。その際文献^[8]を参考にして前述の L_1, L_2, L_3 の通過点は

$$\left. \begin{array}{l} \psi(u_0, 0) = 0 \quad \text{for } L_1 \\ \psi(0, \frac{\pi}{2}i) = 0 \quad \text{for } L_2 \\ \psi(u_i, v_i) = 0 \quad \text{for } L_3 \end{array} \right\} \quad (228)$$

ここに第3式の複素平面上の座標は α の停流点を示しており

$$\alpha_t = 0 \quad (229)$$

これを解くと

$$\sinh t = \frac{x}{4y} \pm \sqrt{\frac{x^2}{16y^2} - \frac{1}{2}} \quad (230)$$

この解は

$$x \underset{<}{\gtrless} \sqrt{8}y \quad (231)$$

によって変化する。停流点を通り $\phi < 0$ となる積分路をまとめて図77に示す。

C.4 簡易積分法による積分

最急降下線法は積分路を計算するのに時間がかかる上、積分を全て複素数で行わなければならないので演算時間が著しく増加する。そこで積分路を図78のように変更する。この積分路であれば被積分関数が変化の大きい山や谷を横切ることがない。実際本積分法を用いると最急降下線法と精度はほぼ同じで演算時間は20倍オーダー速くなり、EWS を用いても計算できる演算速度になった。

まず N_1 関数から考える。図78(a) の L_1 の積分路を

$$A = \sinh t = \frac{x}{y} + \frac{s}{\sqrt{Ky^i}} \quad (232)$$

とおく。こうおくことにより複素数 A を実数 s の操作で発生させることができ、複素平面上の積分を実軸上の積分と見なせるのでシンプソンの法則なども使って便利である。すると

$$B = \cosh t = \sqrt{1 + A^2} \quad (233)$$

$$dt = \frac{ds}{B\sqrt{Ky^i}} \quad (234)$$

$$\alpha(t) = iKB [x - yA] \quad (235)$$

すると L_1 上の積分は

$$I_{L_1} = \frac{-\sqrt{i}}{2\pi K\sqrt{Ky^i}} \int_0^\infty e^{iKB[x-yA]} \frac{ds}{A} \quad (236)$$

ただし今後も含めてすべて実部をとるものとする。次に、 L_2 上の積分については

$$u = t - \frac{\pi}{2}i \quad (237)$$

と変数変換して

$$A = \sinh u = s \sqrt{\frac{i}{Ky}} \quad (238)$$

とおくと

$$B = \cosh u = \sqrt{1 + A^2} \quad (239)$$

$$du = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{i}{Ky}} ds \quad (240)$$

よって L_2 上の積分は

$$I_{L_2} = \frac{1}{2\pi K \sqrt{Ky} i} \int_0^\infty e^{-KA[x-iyB]} \frac{A}{B^2} ds \quad (241)$$

N_1 関数の積分路は $L_1 + L_2$ だから

$$N_1(x, y) = I_{L_1} + I_{L_2} \quad (242)$$

次に M_1 関数について考える。 M_1 関数は最急降下線法と同様、ケルビン角の内側と外側では積分する積分路が違う。まずケルビン角の内側について考えよう。積分路の概要を図 78(b) に示す。図にみられるとおり積分路は横波成分と発散波成分に分けらる。まず横波成分から計算する。 L_{33a} の積分路上の積分は

$$u = -t - \frac{\pi}{2}i \quad (243)$$

と変数変換して

$$A = \sinh u = \frac{s}{\sqrt{Ky} i} \quad (244)$$

とおくと

$$B = \cosh u = \sqrt{1 + A^2} \quad (245)$$

$$du = \frac{ds}{B \sqrt{Ky} i} \quad (246)$$

$$\alpha(t) = -KA[x + iyB] \quad (247)$$

となり L_{33a} 上の積分は

$$I_{L_{33a}} = \frac{\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{Ky}} \int_0^\infty e^{-KA[x+iyB]} \frac{A}{B^2} ds \quad (248)$$

次に L_{33c} は L_2 と同じだから

$$I_{L_{33c}} = \frac{1}{\pi K \sqrt{Ky} i} \int_0^\infty e^{-KA[x-iyB]} \frac{A}{B^2} ds \quad (249)$$

L_{33b} 上の積分は

$$t = vi \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \leq v \leq \frac{\pi}{2} \quad (250)$$

とおくと

$$\alpha(vi) = iKx \cos v + \frac{Ky}{2} \sin 2v \quad (251)$$

よって

$$I_{L_{33b}} = \frac{1}{\pi Ki} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{iKx \cos v + \frac{Ky}{2} \sin 2v} \frac{\cos v}{\sin v} dv \quad (252)$$

原点における留数を考慮すると L_{33b} 上の積分は

$$I_{L_{33b}} = \frac{2}{\pi K} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sinh \left(\frac{Ky}{2} \sin 2v \right) \sin(Kx \cos v) \frac{\cos v}{\sin v} dv + \frac{1}{K} \cos Kx \quad (253)$$

$L_{33a} + L_{33b} + L_{33c}$ が横波成分である。この積分はあまり変動がない。

次に発散波成分について計算する。積分の積分路は L_{34} である。

$$B = \cosh(t) = \frac{x}{2y} + \frac{s}{\sqrt{Kyi}} \quad (254)$$

とおくと s を与えることにより積分路を表現する事ができる

$$A = \sinh t = \sqrt{B^2 - 1} \quad (255)$$

この演算で注意が必要なのは根号の処理である。発散波の場合 $s < 0$ をとるので、根号演算の偏角の定義によっては位相が π だけずれる可能性がある。本論文の数値計算では B の実部が負の場合にはマイナスの根号を選んだ。微分は

$$dt = \frac{ds}{A\sqrt{Kyi}} \quad (256)$$

さらに指数部の関数形は

$$\alpha(t) = iKB[x - yA] \quad (257)$$

この関数は $-s^2 + O(s)$ の形に変形することができるのでエルミート積分を使うことも可能である。

結局 L_{34} 上の積分は

$$I_{L_{34}} = \frac{-\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{Kyi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iKB[x - yA]} \frac{B}{A^2} ds \quad (258)$$

この積分の変動が y が小さいとき大きい。

次にケルビン角の外側について考える。図 78(c) に積分路の概要を示す。 L_{3a} の積分路は

$$u = -l - \frac{\pi}{2}i \quad (259)$$

と変数変換して

$$A = \sinh u = \frac{s}{\sqrt{Kyi}} \quad (260)$$

とおくと

$$B = \cosh u = \sqrt{1 + A^2} \quad (261)$$

$$du = \frac{ds}{B\sqrt{Kyi}} \quad (262)$$

指数部の関数は

$$\alpha(t) = -KA[x + iyB] \quad (263)$$

積分は

$$I_{L_{3a}} = \frac{\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{Ky}} \int_0^\infty e^{-KA[x+iyB]} \frac{A}{B^2} ds \quad (264)$$

L_{3b} は

$$u = t + \frac{\pi}{2}i \quad (265)$$

と変数変換して

$$A = \sinh u = s \sqrt{\frac{i}{Ky}} \quad (266)$$

とおくと

$$B = \cosh u = \sqrt{1 + A^2} \quad (267)$$

$$du = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{i}{Ky}} ds \quad (268)$$

指数部の関数は

$$\alpha(t) = KA[x + iyB] \quad (269)$$

よって積分は

$$I_{L_{3b}} = \frac{1}{\pi K \sqrt{i}} \int_0^\infty e^{KA[x+iyB]} \frac{A}{B^2} ds \quad (270)$$

以上の結果をまとめると

$$M_1(x, y) = \begin{cases} I_{L_{33a}} + I_{L_{33b}} + I_{L_{33c}} + I_{L_{34}} & , \quad y < \sqrt{8}x \\ I_{L_{3a}} + I_{L_{3b}} & , \quad y > \sqrt{8}x \end{cases} \quad (271)$$

ケルビン角上での接続は良好であった。

次に M_2 関数について述べる。積分の積分路は M_1 関数と同じであるから結果のみ記すと

$$I_{L_{33a}} = \frac{-1}{\pi K \sqrt{Ky} i} \int_0^\infty e^{-KA[x+iyB]} \frac{A}{B} \left(x + iy \frac{1+A^2}{B} \right) ds \quad (272)$$

$$I_{L_{33c}} = \frac{-\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{Ky} i} \int_0^\infty e^{KA[-x+iyB]} \frac{A}{B} \left(x - iy \frac{1+2A^2}{B} \right) ds \quad (273)$$

$$I_{L_{33b}} = \frac{-2x}{\pi K} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cosh \left(\frac{Ky}{2} \sin 2v \right) \cos v \cos(Kx \cos v) dv + \\ \frac{2y}{\pi K} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sinh \left(\frac{Ky}{2} \sin 2v \right) \cot v \cos 2v \sin(Kx \cos v) dv + \frac{y}{K} \cos Kx \quad (274)$$

$$I_{L_{34}} = \frac{\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{K} y} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i K B [x - y A]} \frac{B}{A} \left(x - y \frac{1 + 2A^2}{A} \right) ds \quad (275)$$

$$I_{L_{3a}} = \frac{-1}{\pi K \sqrt{K} y i} \int_0^{\infty} e^{-K A [x + iy B]} \frac{A}{B} \left(x + iy \frac{1 + 2A^2}{B} \right) ds \quad (276)$$

$$I_{L_{3b}} = \frac{\sqrt{i}}{\pi K \sqrt{K} y} \int_0^{\infty} e^{K A [x + iy B]} \frac{A}{B} \left(x + iy \frac{1 + 2A^2}{B} \right) ds \quad (277)$$

$$M_2(x, y) = \begin{cases} I_{L_{33a}} + I_{L_{33b}} + I_{L_{33c}} + I_{L_{34}} & , \quad y < \sqrt{8}x \\ I_{L_{3a}} + I_{L_{3b}} & , \quad y > \sqrt{8}x \end{cases} \quad (278)$$

図79に N_1 関数のグラフを、図80に M_1 関数のグラフを、図81に M_2 関数のグラフを示す。また図82に I_2 積分のグラフを図83に J_3 積分のグラフを示す。

C.5 核関数の2次元移行

核関数の2次元移行性を確認する。2次元核関数は

$$W(z) = -\frac{i}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{e^{-ikz} dk}{k - K - \mu i} \quad , \quad z = x + yi \quad , \quad y < 0 \quad (279)$$

この関数は次の関係を満たす。

$$\left(\frac{d}{dz} + iK \right) W(z) = \frac{i}{\pi z} \quad (280)$$

実部と虚部を分けると

$$W(z) = S^{2D}(x, y) + iT^{2D}(x, y) \quad (281)$$

よって2次元核関数は

$$-T^{2D}(x, 0) = \frac{1}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \int_0^{\infty} \frac{e^{-ikx} dk}{k - K - \mu i} \quad (282)$$

この積分は実軸上の主値積分と留数の和であるから

$$-T^{2D}(x, 0) = \frac{P.V.}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(kx) dk}{k - K} + \sin Kx \quad (283)$$

一方、3次元核関数は

$$-T^{3D}(x, y, z) = \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} dk d\theta}{k \cos^2 \theta - K + \mu i \cos \theta} \quad (284)$$

$$p = k \cos \theta \quad , \quad q = k \sin \theta \quad (285)$$

と変数変換するとヤコビアンは

$$dpdq = kd\theta dk \quad (286)$$

p, q を使って (284) 式を変形すると

$$-T_z^{3D}(x, y, 0) = \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \frac{1}{K^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(px+qy)} \sqrt{p^2 + q^2} dp dq}{p^2 - K\sqrt{p^2 + q^2} + \mu pi} \quad (287)$$

$$\int_{-Y}^Y e^{iqy} dy = 2 \frac{\sin qY}{q} \quad (288)$$

だから 2 次元移行性確認の積分は

$$\begin{aligned} I &= - \lim_{Y \rightarrow \infty} \int_{-Y}^Y T_z dy \\ &= \lim_{Y \rightarrow \infty} \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ipx} \sqrt{p^2 + q^2}}{p^2 - K\sqrt{p^2 + q^2} + \mu pi} \left(2 \frac{\sin qY}{q} \right) dp dq \end{aligned} \quad (289)$$

ディリクレ積分を適用すると

$$\begin{aligned} I &= \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ipx} |p| dp}{p^2 - K|p| + \mu pi} \\ &= \lim_{\mu \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} \frac{e^{ipx} dp}{p - K + \mu i} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-ipx} dp}{p - K - \mu i} \right] \\ &= \frac{P.V.}{2\pi} \left[2 \int_0^{\infty} \frac{\cos pxdx}{p - K} \right] + \frac{1}{2\pi} \left[\pi i (-e^{iKx} + r^{iKx}) \right] \\ &= \frac{P.V.}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos pxdp}{p - K} + \sin Kx \end{aligned} \quad (290)$$

これで 2 次元核関数への移行性が確認された。

さらに、3 次元核関数は

$$T^{3D}(x, y, z) = \frac{1}{\pi} O_{-2}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) \quad (291)$$

z で微分すると

$$T_z^{3D}(x, y, z) = -\frac{K}{\pi} \left[O_{-4}^{(1)}(Kx, Ky, -Kz) + q_{-4}(Kx, Ky, -Kz) \right] \quad (292)$$

2 次元核関数への移行は次の積分が 2 次元核関数と合えば良い。

$$\begin{aligned} \lim_{Y \rightarrow \infty} \int_{\infty}^x \int_{-Y}^Y T_z^{3D}(x, y, 0) dx dy &\longrightarrow \\ -\frac{1}{\pi} \lim_{Y \rightarrow \infty} \int_{-Y}^Y O_{-3}^{(1)}(Kx, Ky, 0) dy &= -2N_1(x, \infty) \end{aligned} \quad (293)$$

ただし第2式への変更には $O_{-3}^{(1)}$ の漸近解がのこるので正確な変形ではない。一方2次元解は

$$\int_{\infty}^x T^{2D}(x, 0) dx = \frac{1}{K} S^{2D} \quad (294)$$

よって両者の関係は

$$N_1(x, \infty) = -\frac{1}{2K} S^{2D} = -\frac{1}{2\pi K} f(Kx) \quad (295)$$

実際に計算すると両者の関数値は y の大きいところでかつ x が原点から離れているところで良く一致する。

D 波傾斜を境界条件とした時の解

翼理論において検討したとおり、境界積分方程式は水面上昇(ζ)で境界条件をあわせる式と波傾斜(ζ_x)で合わせる式の2種類があった。それらの方法の特徴の一つとして行列式の対角要素の大きさを挙げることができる。実際に計算してみると重力を考えない場合は ζ_x で合わせる方法のほうが ζ で合わせる方法よりも対角要素が大きい。重力を考えた場合でもこの事実が成立するとすると、もしも対角要素が後流の波の影響よりも桁外れに大きいようことがあれば、発散波の悪影響を小さくすることができる。そこで重力を考慮した場合でも境界条件を ζ_x で合わせる方法を検討することにする。

まず(4)式の両辺を x で微分すると

$$\zeta_x(x, y) = - \iint_F p(\xi, \eta) T_{xz}(x - \xi, y - \eta, 0) d\xi d\eta + K \int_{C_F} A(\eta_F) T_z(x - \xi_F, y - \eta_F, 0) d\eta_F \quad (296)$$

ここで新たな関数

$$G(x, y) = - \int_{\infty}^y T_z(x, y', 0) dy' \quad (297)$$

を導入すると圧力に関するパネル内積分式は

$$I(x, y; \xi, \eta) = - \int_{\xi - \frac{a}{2}}^{\xi + \frac{a}{2}} d\xi' \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} T_{xz}(x - \xi', y - \eta', 0) d\eta' \quad (298)$$

G 関数を用いれば

$$I(x, y; \xi, \eta) = \begin{bmatrix} G(x - \xi + \frac{a}{2}, y - \eta + \frac{b}{2}) & -G(x - \xi + \frac{a}{2}, y - \eta - \frac{b}{2}) \\ -G(x - \xi - \frac{a}{2}, y - \eta + \frac{b}{2}) & +G(x - \xi - \frac{a}{2}, y - \eta - \frac{b}{2}) \end{bmatrix} \quad (299)$$

また堰き止めポテンシャルのパネル内積分式は

$$J(x, y; \xi, \eta) = K \int_{\eta - \frac{b}{2}}^{\eta + \frac{b}{2}} T_z(x - \xi_F, y - \eta_F, 0) d\eta_F \quad (300)$$

同じく G 関数を用いれば

$$J(x, y; \xi_F, \eta_F) = -KG(x - \xi_F, y - \eta_F + \frac{b}{2}) + KG(x - \xi_F, y - \eta - \frac{b}{2}) \quad (301)$$

境界条件については堰き止めポテンシャルがある分、一つだけ不足するので最前列で ζ_x の境界条件を抜いて、その代わり最前列の ζ を新たな境界条件として導入する。つまりその境界条件 ζ に対応する係数は(4)式の係数を用いる。平板を対象にして解いたところ(296)式は(4)の結果とほぼ同様の結果を与えるが画期的な精度向上にはつながらなかった。対角要素は確かに10倍オーダー大きくなるが、同じオーダーで後流に残る波の影響も大きくなるのが原因である。また水面上昇を求める際は

$$\zeta(x, y) = \int_{x_F}^x \zeta_x(x, y) dx \quad (302)$$

と波傾斜を積分しなければならない。本節ではパネル先端の ζ が求まるので x_F をパネル先端に取り、上流及び下流へ積分することにしたが、 ζ_x が激しく変動するので積分しても水面上昇の精度

が上がらなかった。画期的な精度向上が望めればこの方法にも利点がでようが、いまのところは ζ を境界条件とするほうが積分操作が一つ減るだけ簡単である。

以下に核関数について述べることにする。 G 関数を求めるためにはあらたに N_1, M_1 を x で微分した関数を導入する必要がある。それを N_4, M_4 とする。まず N_4 について考える。 N_4 の定義は

$$N_4(x, y) = \frac{\partial N_1}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{\alpha(t)} \frac{\cosh^2 t}{\sinh t} dt \quad (303)$$

ここに指数部の関数は N_1, M_1, M_2 と同様で、

$$\alpha(t) = iKx \cosh t - \frac{iKy}{2} \sinh 2t \quad (304)$$

$O_{-4}^{(1)}$ 関数を使って表現すれば

$$\begin{aligned} N_4(x, y) &= - \int_0^y T_z(x, y', 0) dy' \\ &= \int_0^y \left[\frac{K}{\pi} O_{-4}^{(1)}(Kx, Ky, 0) + \frac{r}{2\pi y'^2} \right] dy' \end{aligned} \quad (305)$$

ここで解析的な性質を述べると

$$N_4(x, 0) = 0 \quad (306)$$

$$N_4(x, \infty) = \frac{1}{2\pi} g(Kx) \quad (307)$$

ここで関数 g は正弦・余弦積分で表される関数である^[7]。

$$N_4(x, -|y|) = -N_4(x, |y|) \quad (308)$$

$L_1 + L_2$ 上の積分については後述する。

次に M_4 関数について考える。定義は

$$M_4(x, y) = \frac{\partial M_1}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{L_3} \frac{\cosh^2 t}{\sinh t} dt \quad (309)$$

P_{-4} 関数を用いて表現すると

$$M_4(x, y) = \frac{2K}{\pi} \int_{\infty}^y P_{-4}(Kx, Ky', 0) dy' \quad (310)$$

解析的な性質を述べると

$$M_4(x, \infty) = 0 \quad (311)$$

$$M_4(x, 0) = -\sin Kx \quad (312)$$

$$M_4(0, y) = 0 \quad (313)$$

$$M_4(x, -|y|) = -M_4(x, |y|) - 2 \sin Kx \quad (314)$$

L_3 上の積分については後述する。さて、 N_4, M_4 が導入されれば、 G 関数が具体的に定義できて

$$G(|x|, |y|) = N_4(|x|, |y|) - \frac{1}{2\pi} g(K|x|) \quad (315)$$

$$G(-|x|, |y|) = N_4(|x|, |y|) - M_4(|x|, |y|) - \frac{1}{2\pi} g(K|x|) \quad (316)$$

$$G(|x|, -|y|) = -N_4(|x|, |y|) - \frac{1}{2\pi} g(K|x|) \quad (317)$$

$$G(-|x|, -|y|) = -N_4(|x|, |y|) + M_4(|x|, |y|) + 2 \sin K|x| - \frac{1}{2\pi} g(K|x|) \quad (318)$$

$$G(|x|, 0) = -\frac{1}{2\pi} g(K|x|) \quad (319)$$

$$G(-|x|, 0) = -\frac{1}{2\pi} g(K|x|) + \sin K|x| \quad (320)$$

次に簡易積分法による各積分路上の積分について述べる。積分路及び変数変換のしかた等は付録 C.4 に示されるので、ここでは各積分路上の積分式のみを示す。

$$I_{L_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{Kyi}} \int_0^\infty e^{iKB[x-yA]} \frac{B}{A} ds \quad (321)$$

$$I_{L_2} = \frac{-1}{2\pi\sqrt{Kyi}} \int_0^\infty e^{-KA[x-iyB]} \frac{A^2}{B^2} ds \quad (322)$$

$$N_4(x, y) = I_{L_1} + I_{L_2} \quad (323)$$

$$I_{L_{33a}} = \frac{-\sqrt{i}}{\pi\sqrt{Ky}} \int_0^\infty e^{-KA[x-iyB]} \frac{A^2}{B^2} ds \quad (324)$$

$$I_{L_{33c}} = \frac{-1}{\pi\sqrt{Kyi}} \int_0^\infty e^{-KA[x-iyB]} \frac{A^2}{B^2} ds \quad (325)$$

$$I_{L_{33b}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sinh \left[\frac{Ky}{2} \sin 2v \right] \cos(Kx \cos v) \frac{\cos^2 v}{\sin v} dv - \sin Kx \quad (326)$$

$$I_{L_{34}} = \frac{1}{\pi\sqrt{Kyi}} \int_{-\infty}^\infty e^{iKB[x-yA]} \frac{B^2}{A^2} ds \quad (327)$$

$$I_{L_{3a}} = \frac{-\sqrt{i}}{\pi\sqrt{Ky}} \int_0^\infty e^{-KA[x+iyB]} \frac{A^2}{B^2} ds \quad (328)$$

$$I_{L_{3b}} = \frac{1}{\pi\sqrt{Kyi}} \int_0^\infty e^{KA[x+iyB]} \frac{A^2}{B^2} ds \quad (329)$$

$$M_4(x, y) = \begin{cases} I_{L_{33a}} + I_{L_{33b}} + I_{L_{33c}} + I_{L_{34}} & , \quad y < \sqrt{8}x \\ I_{L_{3a}} + I_{L_{3b}} & , \quad y > \sqrt{8}x \end{cases} \quad (330)$$

図84に N_4 関数の、図85に M_4 関数のグラフを示す。

E 横切り法による波形解析

本文で述べたように高速排水量型船舶の造波抵抗の成分を調べてみると発散波成分が非常に大きいことがわかる。本節では模型後方の波形を横切りした波形を計測し、振幅関数を求める方法について述べる。従来の縦切り波形解析では角度の大きな発散波の振幅関数が正しく求められない可能性がある。そこで本論文においては横切り法を用いた。しかし、角度の高い発散波部分は振幅関数の振動が非常に激しく、発散波の影響を確定するには精度的に不満が残るが、非常に定性的な議論ではあるものの、解析された振幅関数は本論文の結論を支持している。

さて、十分後流における波形は

$$\zeta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ C_A^*(\theta) \cos(K_0 p \sec^2 \theta) + S_A^*(\theta) \sin(K_0 p \sec^2 \theta) \right\} d\theta \quad (331)$$

ここに K_0 は有次元の波数、 C_A^*, S_A^* は振幅関数で p は

$$p = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (332)$$

振幅関数がわかると造波抵抗が計算できて

$$R = \frac{1}{2} \pi \rho V^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ [C_A^*(\theta)]^2 + [S_A^*(\theta)]^2 \right\} \cos^3 \theta d\theta \quad (333)$$

ここで以下のように変数変換すると

$$X = K_0 x, \quad Y = K_0 y, \quad u = \sec \theta \tan \theta \quad (334)$$

$$s = \sec \theta = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + 4u^2})} \quad (335)$$

波形の式は変形できて

$$\zeta = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [F(u) \sin(sX + uY) + G(u) \cos(sX + uY)] du \quad (336)$$

ここで波形に関するフーリエ積分を次のように導入する。

$$C(u, X) + iS(u, X) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(X, Y) e^{iuY} dY \quad (337)$$

逆変換すると

$$\zeta(X, Y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{2C(u, X) \cos uY + 2S(u, X) \sin uY\} du \quad (338)$$

ここで(336)式の $F(u), G(u)$ を偶関数、奇関数に分解する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} F(u) &= F_e(u) + F_o(u) \\ G(u) &= G_e(u) + G_o(u) \end{aligned} \right\} \quad (339)$$

整理すると(336)式が変形できて

$$\zeta(X, Y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [F_e(u) \sin sX \cos uY + F_o(u) \cos sX \sin uY]$$

$$+G_e(u) \cos sX \cos uY - G_o(u) \sin sX \sin uY] du \quad (340)$$

(338) 式と (340) 式は恒等的に等しいから

$$\left. \begin{array}{l} F_e(u) \sin sX + G_e(u) \cos sX = 2C(u, X) \\ F_o(u) \cos sX - G_o(u) \sin sX = 2S(u, X) \end{array} \right\} \quad (341)$$

この式から少なくとも 2 断面の x で波形を計測しておけば、 F_e, F_o, G_e, G_o が求まる。ただし計算精度を考えると 3 断面計測して最小自乗近似したほうが良い。 F, G が求まると振幅関数は

$$\left. \begin{array}{l} C_A^* = \frac{s(2s^2 - 1)}{4\pi} (G_e + G_o) \\ S_A^* = \frac{s(2s^2 - 1)}{4\pi} (F_e + F_o) \end{array} \right\} \quad (342)$$

図 86 に振幅関数の解析結果を示す。対象は S_0 で、フルード数は 0.4 である。見られるとおり 60 度から 70 度ぐらいのところに山があり、確かに発散波成分が大きい。70 度を越えたあたりから振幅関数が非常に変動する。この原因はフーリエ変換の方法に一つは問題があると思われる。本節では高速フーリエ変換のサブルーティンをそのまま使ったため

$$C(u_k) + iS(u_k) = \frac{T}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \zeta\left(\frac{T}{N} j\right) e^{\frac{2\pi i k j}{N}} \quad (343)$$

と変換している。右辺は積分区間長 (T/N) に中央値をかけあわせた形の積分であるが、(337) 式は領域を分割すれば分割された領域で解析的な積分が可能になる。解析的な積分がこの種類の振動に対する効果が大きいことは本文で示した発散波の計算と同様であると推察できる。

F ガラーキン法による解

圧力分布、堰き止めポテンシャル、境界条件などを関数近似し、未知数自体は滑らかにし、核関数の積分は精度を上げるというガラーキン法は、本論文において非常に有効であった。具体的には長方形水線面形状の時(S_1, S_2)と楕円水線面形状の時(S_4)である。長方形水線面形状の時は境界条件を積分しない方法でも精度が上がったが、楕円の場合は境界条件を積分する方法が有効であった。

F.1 境界条件を積分しない方法

この方法は長方形水線面形状以外では使えないが、圧力分布を

$$p(x, y) = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_{xn}}{1 + \cos \theta_{xn}}} \sum_{\mu=1}^M b_{\mu}^1 \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} + \sum_{\nu=2}^N \sum_{\mu=1}^M b_{\mu}^{\nu} \sin(\nu - 1)\theta_{xn} \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} \quad (344)$$

と近似する。ここに θ_x, θ_y は(33)式により求められ、また N, M は級数の x 方向 y 方向の項数である。堰き止めポテンシャルは圧力分布の幅方向と同じ項数で近似して

$$A(y) = \sum_{\mu=1}^M g_{\mu} \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} \quad (345)$$

クッタ条件は最後端のパネルで圧力0であるから

$$\sum_{\mu=1}^M b_{\mu}^1 \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} = -\sqrt{\frac{1 + \cos \theta_{x1}}{1 - \cos \theta_{x1}}} \sum_{\nu=2}^N \sum_{\mu=1}^M b_{\mu}^{\nu} \sin(\nu - 1)\theta_{x1} \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} \quad (346)$$

ここで圧力が境界条件に及ぼす影響を α_{ijnm} 、堰き止めポテンシャルが及ぼす影響を β_{ijm} とし、まず級数計算を先にし実行すると

$$\Psi_{ij}^{\mu} = \sum_{m=1}^{MM} \beta_{ijm} \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} \quad (347)$$

$$\Gamma_{ij}^{\nu\mu} = \sum_{n=2}^{NN} \sum_{m=1}^{MM} \alpha_{ijnm} \{ \sin(\nu - 1)\theta_{xn} -$$

$$\sqrt{\frac{(1 + \cos \theta_{x1})(1 - \cos \theta_{xn})}{(1 - \cos \theta_{x1})(1 + \cos \theta_{xn})}} \sin(\nu - 1)\theta_{x1} \} \sin(2\mu - 1)\theta_{ym} \quad (348)$$

ここに NN, MM は x 方向、 y 方向のパネルの数である。積分方程式は

$$\zeta_{ij} = \sum_{\mu=1}^M g_{\mu} \Psi_{ij}^{\mu} + \sum_{\nu=2}^N \sum_{\mu=1}^M b_{\mu}^{\nu} \Gamma_{ij}^{\nu\mu} \quad (349)$$

本論文では S_1, S_2 及び平板で本方法を試したが、幅方向に項数を減らすことは精度向上に効果があるが、長手方向に減らすことでは効果はなかった。

F.2 境界条件を積分する方法

本方法は橢円水線面形状を持つ S_4 の解析に用いた。まず水線面形状内の境界条件を与えるパネルの中心位置は以下の式で変換できる。

$$x = -\cos \theta_x, \quad y = -\lambda \sin \theta_x \cos \theta_y \quad (350)$$

この変換式は橢円面であるが、ここで長方形面の変換式を用いると、境界条件の積分を少し修正すれば、本方法は長方形面でも使える。

圧力分布と堰き止めポテンシャルを

$$p(x, y) = \sum_{\nu\mu} a_{\nu\mu} \frac{\cos \nu \theta_x}{\sin \theta_x} \sin \mu \theta_y \quad (351)$$

$$A(y) = \sum_{\mu} b_{\mu} \sin \mu \theta_y \quad (352)$$

と置く。級数の番号については分布の対称性を考慮して

$$\nu = 0, 1, 2, \dots, \quad \mu = 1, 3, 5, \dots \quad (353)$$

クッタ条件は(351)式から

$$\sum_{\nu} a_{\nu\mu} = 0 \quad (354)$$

ここで境界条件を次の式で近似する。

$$\zeta(x, y) = \sum_{n,m} C_{nm} \cos n \theta_x \cos m \theta_y \quad (355)$$

番号はやはり対称性を考慮して

$$n = 0, 1, 2, \dots, \quad m = 0, 2, 4, \dots \quad (356)$$

ここで境界条件を次のように積分すると、

$$\iint_F \zeta(x, y) \frac{\cos n \theta_x \cos m \theta_y}{\sin^2 \theta_x \sin \theta_y} dx dy = \alpha \lambda C_{nm} \quad (357)$$

ここに α は

$$\alpha = \begin{cases} \pi^2, & \text{for } n = m = 0 \\ \frac{\pi^2}{2}, & \text{for } n = 0, m \neq 0, \text{ or } n \neq 0, m = 0 \\ \frac{\pi^2}{4}, & \text{for } n \neq 0, m \neq 0 \end{cases} \quad (358)$$

ソースパネルの位置を次の式で変換する。

$$\xi = -\cos \phi_x, \quad \eta = -\lambda \sin \phi_x \cos \phi_y \quad (359)$$

(4) 式の右辺第1項も x, y で積分すると

$$I_{nm\nu\mu} = - \iiint_F T_z(x - \xi, y - \eta, 0) \frac{\cos \nu \phi_x}{\sin \phi_x} \sin \mu \phi_y \frac{\cos n \theta_x \cos m \theta_y}{\sin^2 \theta_x \sin \theta_y} dx dy d\xi d\eta \quad (360)$$

I_1 積分を用いると

$$I_{nm\nu\mu} = \iint_F \sum_{\xi_\nu, \eta_\mu} I_1(x, y; \xi_\nu, \eta_\mu) \frac{\cos \nu \phi_x}{\sin \phi_x} \sin \mu \phi_y \frac{\cos n \theta_x \cos m \theta_y}{\sin^2 \theta_x \sin \theta_y} dx dy \quad (361)$$

(4) 式の右辺第2項も x, y で積分すると

$$J_{nm\mu} = \iiint_F S^*(x - \xi, y - \eta, 0) \sin \mu \phi_y \frac{\cos n \theta_x \cos m \theta_y}{\sin^2 \theta_x \sin \theta_y} dx dy d\eta \quad (362)$$

I_3 積分を用いると

$$J_{nm\mu} = K \iint_F \sum_{\xi_\nu, \eta_\mu} I_3(x, y; \xi_\nu, \eta_\mu) \sin \mu \phi_y \frac{\cos n \theta_x \cos m \theta_y}{\sin^2 \theta_x \sin \theta_y} dx dy \quad (363)$$

境界積分方程式は

$$\alpha \lambda C_{nm} = \sum_{\nu\mu} a_{\nu\mu} I_{nm\nu\mu} + \sum_{\mu} b_{\mu} J_{nm\mu} \quad (364)$$

S_4 を解析した結果では長手方向3項、幅方向1項が最も精度が良かった。さらにこの方法の利点として (364) 式の右辺に構造面の最適圧力分布計算で得られた係数を代入すると水面上昇が関数的にフェアリングされることが上げられる。

図表リスト

Table 1	Basic solutions	67
Table 2	Tested models	67
Figure 1	Coordinate system	68
Figure 2	Body plan [S_0]	68
Figure 3	p_f distribution [S_0]	69
Figure 4	p_τ distribution [S_0]	69
Figure 5	p_h distribution [S_0]	70
Figure 6	p distribution [S_0]	70
Figure 7	A distribution [S_0]	71
Figure 8	Lift of basic solutions [S_0]	71
Figure 9	Trim and rise [S_0]	72
Figure 10	Resistance components [S_0]	72
Figure 11	Computed wave profile [S_0]	73
Figure 12	Computed pressure distribution	74
Figure 13	Evaluation of computed lift	74
Figure 14	Evaluation of computed moment	75
Figure 15	Resistance components	75
Figure 16	Computed surface elevation	76
Figure 17	Computed rise	76
Figure 18	Water plane areas used in the computation	77
Figure 19	$R(y)$ distribution	77
Figure 20	Pressure distribution of the prismatic hull	78
Figure 21	Methods for pressure optimization	78
Figure 22	Optimum pressure distribution [S_1]	79
Figure 23	Optimum pressure distribution [S_2]	80
Figure 24	Surface elevation [S_1]	81
Figure 25	Surface elevation [S_2]	81
Figure 26	Water plane area used in the optimization	82
Figure 27	Optimized pressure distribution	82
Figure 28	Wave-making resistance corresponding to p_{\max}	83
Figure 29	Optimized pressure distribution [S_4]	83
Figure 30	Surface elevation [S_4]	84

Figure 31	Behavior of parameters for iterative computation [S ₃]	84
Figure 32	Pressure optimization and obtained surface elevation [S ₃]	85
Figure 33	Pressure optimizations using calculus variations and influence function on the same elliptic water plane area	86
Figure 34	Computed influence function [S ₃ , S ₄]	87
Figure 35	Model photo [S ₀]	88
Figure 36	Model photo [S ₁]	88
Figure 37	Model photo [S ₂]	89
Figure 38	Body plan [S ₁]	90
Figure 39	Body plan [S ₂]	91
Figure 40	Model photo [S ₃]	92
Figure 41	Body plan [S ₃]	93
Figure 42	C_p and C_w curves [S ₀ , S ₃]	93
Figure 43	Model photo [S ₄]	94
Figure 44	Body plan [S ₄]	95
Figure 45	C_p and C_w curves [S ₄]	95
Figure 46	Bow spray observation [S ₀]	96
Figure 47	Bow spray observation [S ₁]	97
Figure 48	Bow spray observation [S ₂]	98
Figure 49	Bow spray observation [S ₃]	99
Figure 50	Bow spray observation [S ₄]	100
Figure 51	Bow spray observation [S ₄]	101
Figure 52	Experimental residual resistance [S ₁]	102
Figure 53	Experimental residual resistance [S ₂]	102
Figure 54	Experimental residual resistance [S ₃]	103
Figure 55	Experimental residual resistance [S ₄]	103
Figure 56	Trim and rise [S ₃]	104
Figure 57	Trim and rise [S ₄]	104
Figure 58	Pressure distribution and wave-making resistance at design speed [S ₂]	105
Figure 59	Computed Kotchin functions [S ₀ , S ₄]	106
Figure 60	Longitudinal optimum pressure distribution [S ₄]	107
Figure 61	M_1^* and M_2^* corresponding to K	108
Figure 62	Pressure distribution	109
Figure 63	Pressure distribution	109
Figure 64	$R(y)$ distribution	110
Figure 65	Surface elevation	110

Figure 66	$R(y)$ distribution	111
Figure 67	Evaluation of lift	111
Figure 68	Evaluation of l_{CB}	112
Figure 69	Coordinate system	112
Figure 70	Pressure and surface elevation of a flat barge without Kutta's condition	113
Figure 71	h, τ, r of a flat barge without Kutta's condition	113
Figure 72	Pressure and surface elevation of a flat barge with Kutta's condition	114
Figure 73	h, τ, A, r of a flat barge with Kutta's condition	114
Figure 74	$\tau, h, L/L_0$ of a planing flat plate	115
Figure 75	Surface elevation of swell-up potential	115
Figure 76	Slope in complex plane	116
Figure 77	Outline of integral paths	117
Figure 78	Outline of simplified integral paths	118
Figure 79	N_1 function	119
Figure 80	M_1^* function	119
Figure 81	M_2^* function	120
Figure 82	I_2 integral	120
Figure 83	J_3 integral	121
Figure 84	N_4 function	121
Figure 85	M_4 function	122
Figure 86	Amplitude function	122

Table. 1 Basic solutions

$p(x, y)$	$\zeta(x, y)$ on F	$A(y)$ on C_F
p_f	$-f(x, y)$	A_f
p_τ	x	A_τ
p_h	1	A_h

Table. 2 Tested models

symbol	water plane area	pressure optimization	design speed(F_n)	aspect ratio	displacement length ratio
S_0	arbitrary	No	around 0.4	0.128	0.0154
S_1	rectangle	calculus of variations	0.707	0.300	0.0154
S_2	rectangle	calculus of variations	0.447	0.300	0.0154
S_3	arbitrary	influence function	0.447	0.128	0.0154
S_4	ellipse	calculus of variation	0.447	0.128	0.0154

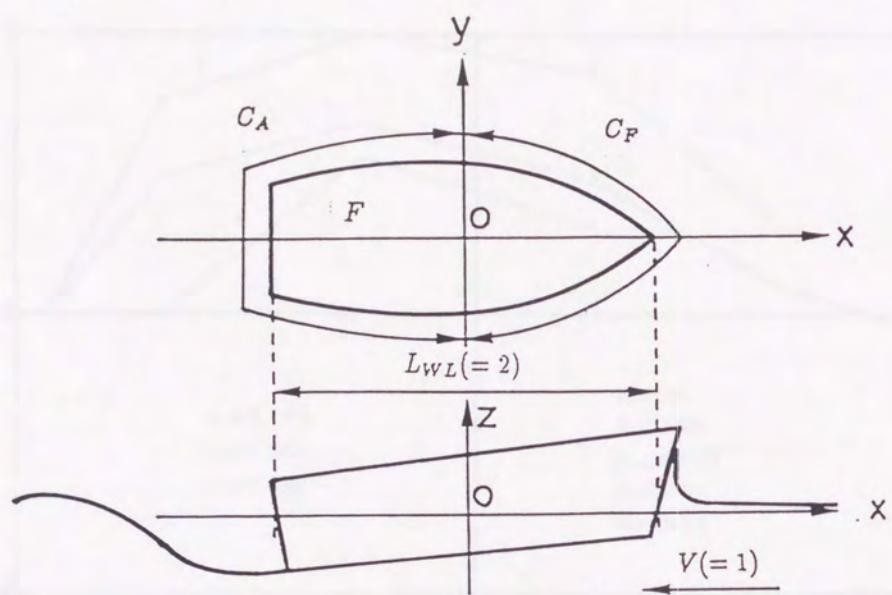


Figure 1 Coordinate system

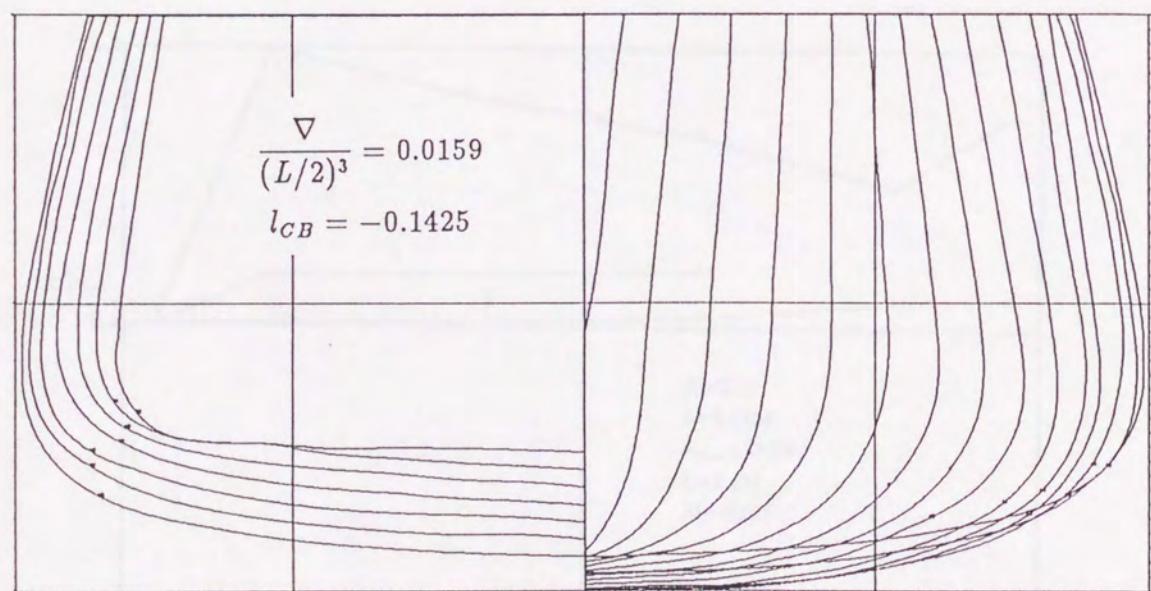


Figure 2 Body plan $[S_0]$

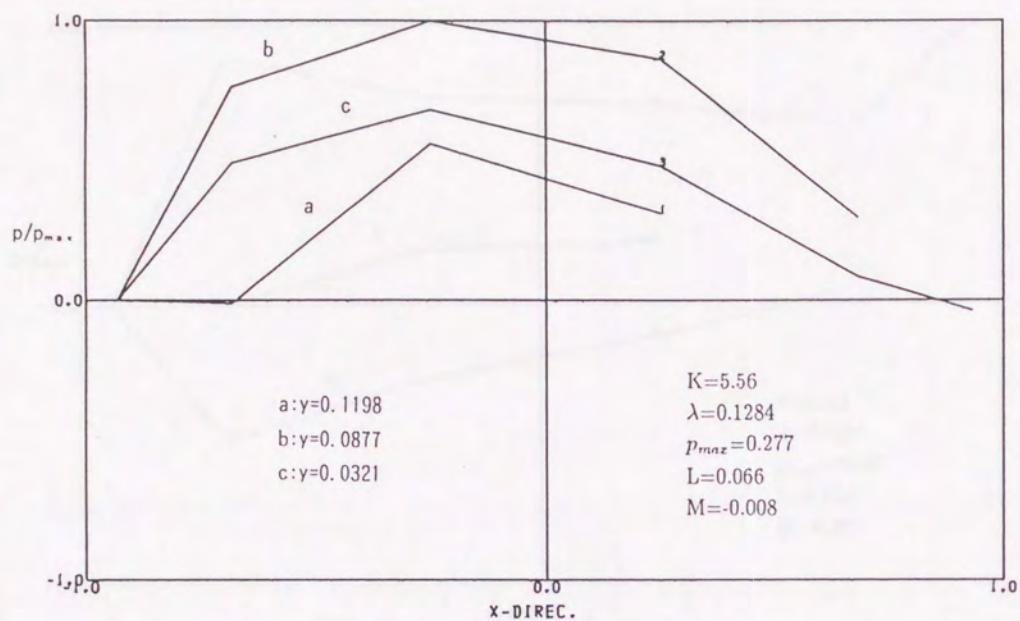


Figure 3 p_f distribution [S₀]

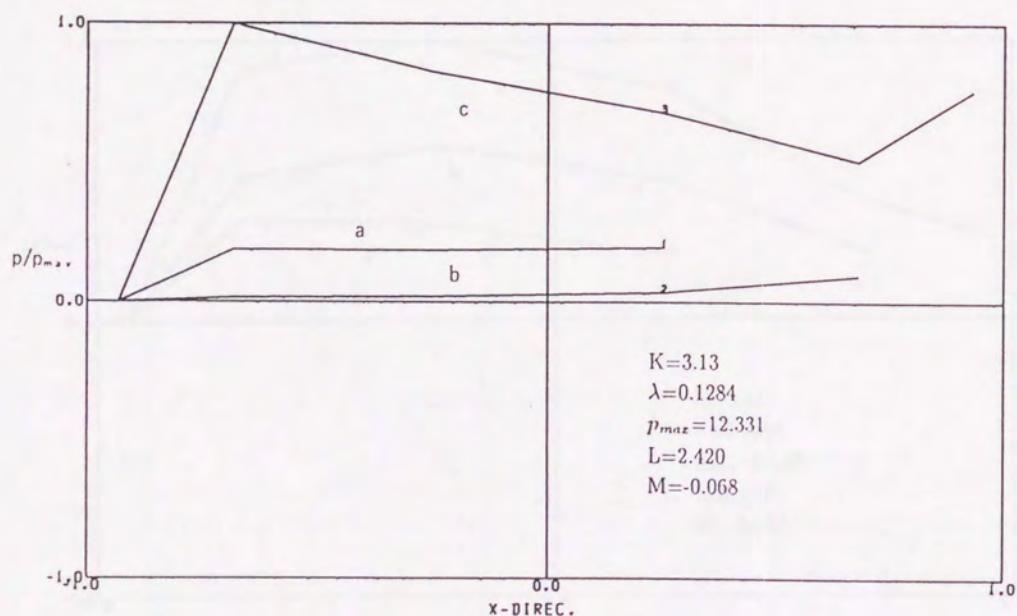


Figure 4 p_r distribution [S₀]

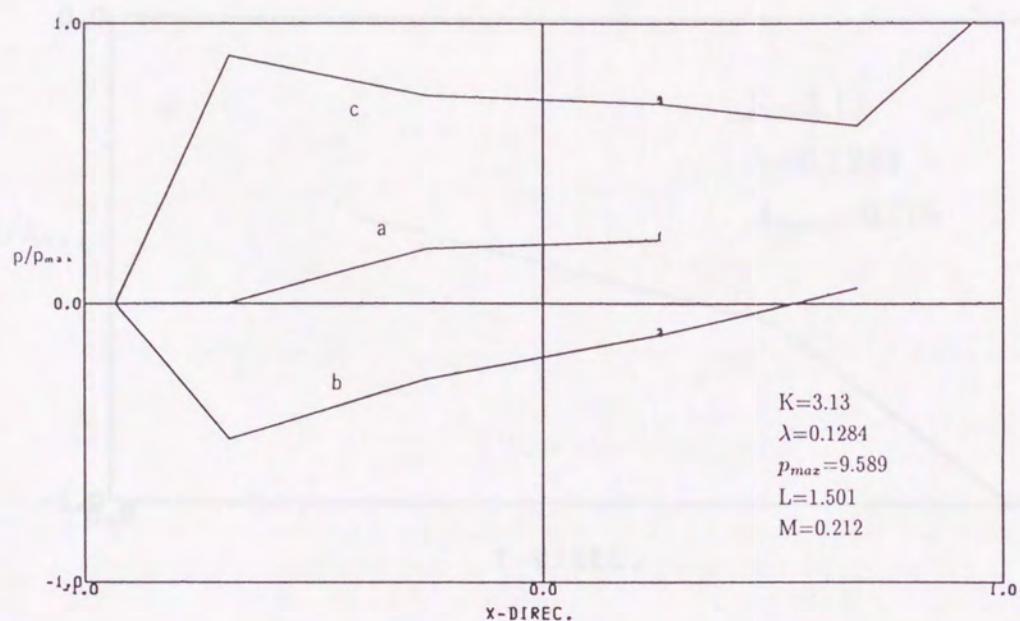


Figure 5 p_h distribution $[S_0]$

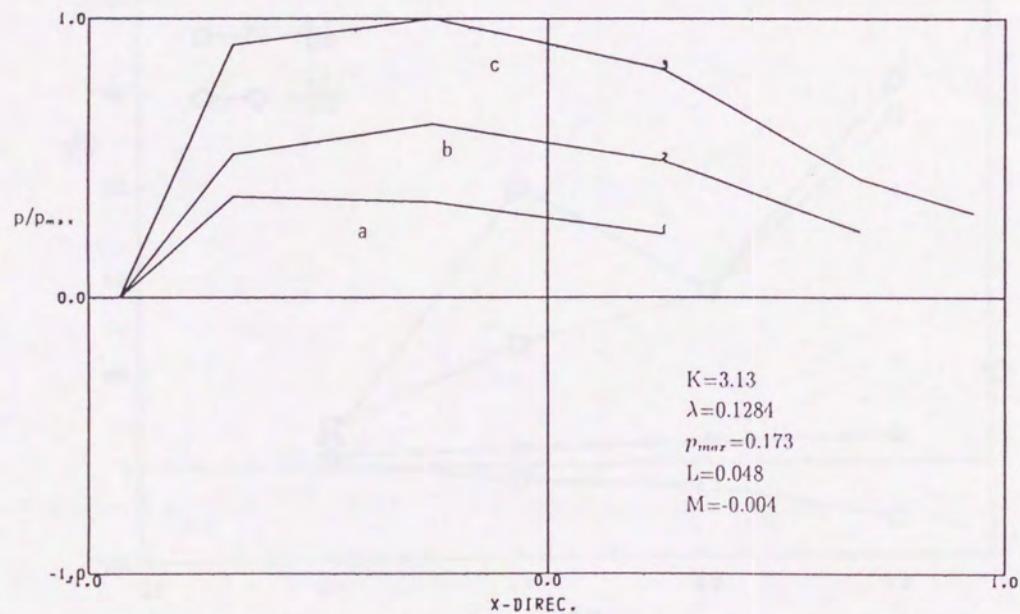


Figure 6 p distribution $[S_0]$

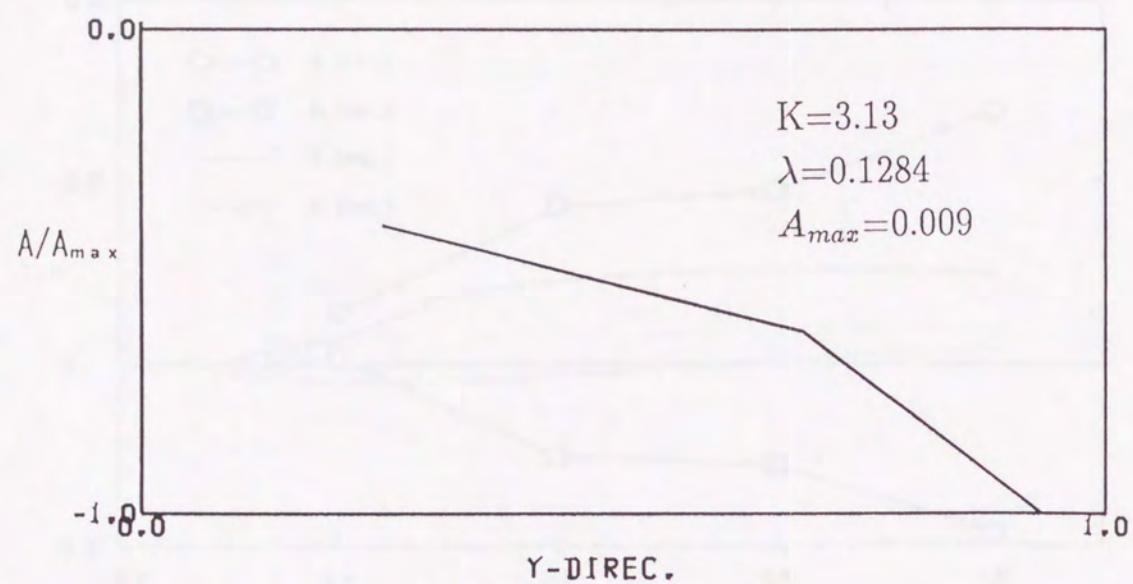


Figure 7 A distribution $[S_0]$

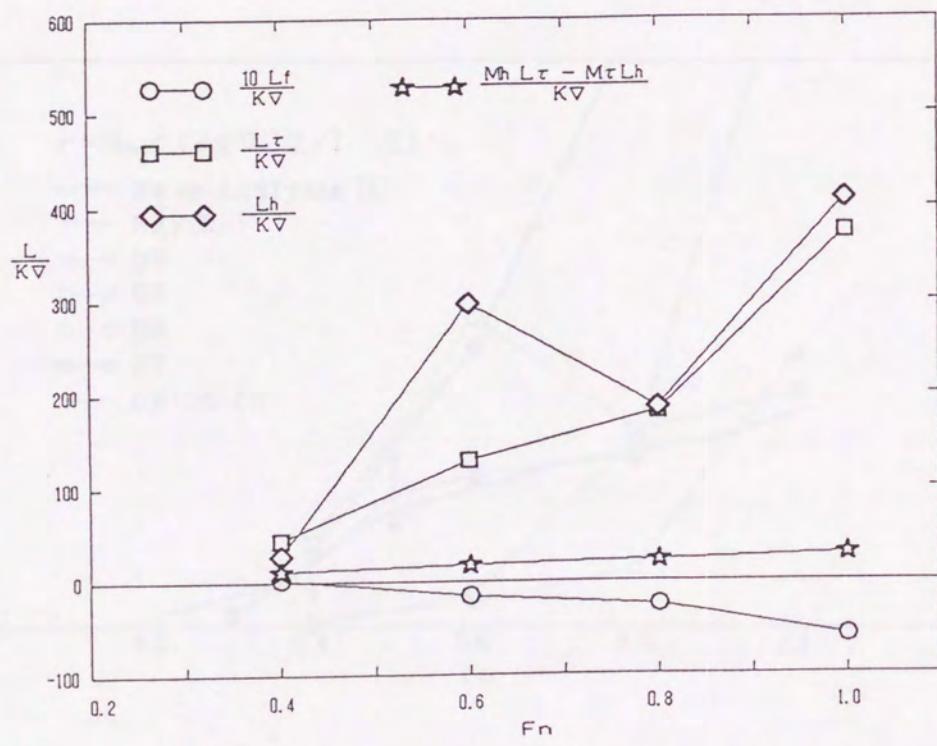


Figure 8 Lift of basic solutions $[S_0]$

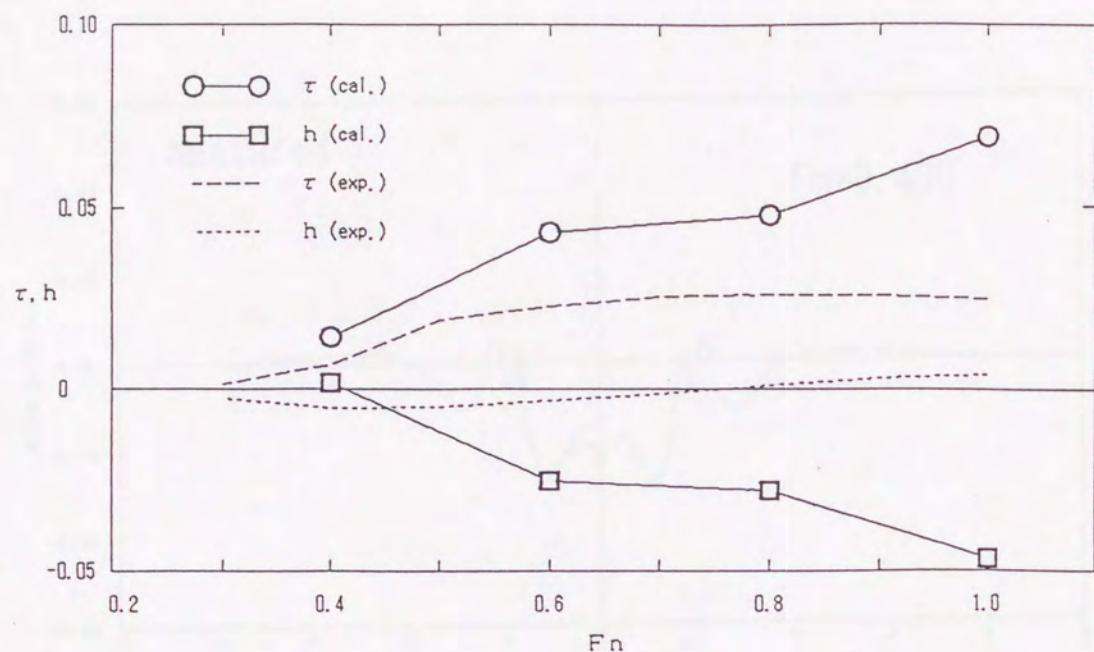


Figure 9 Trim and rise $[S_0]$

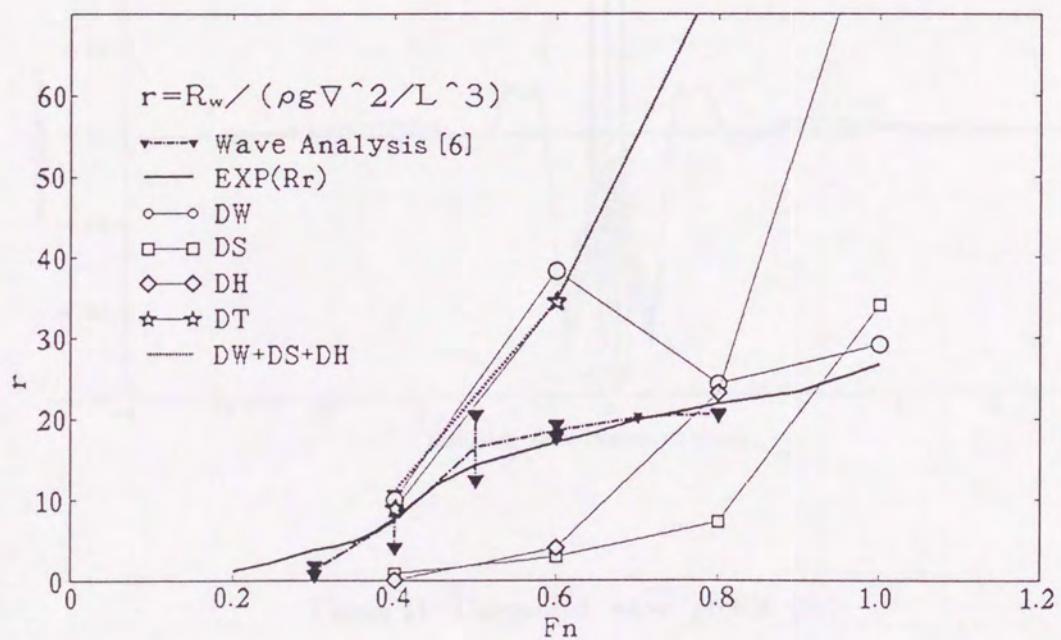


Figure 10 Resistance components $[S_0]$

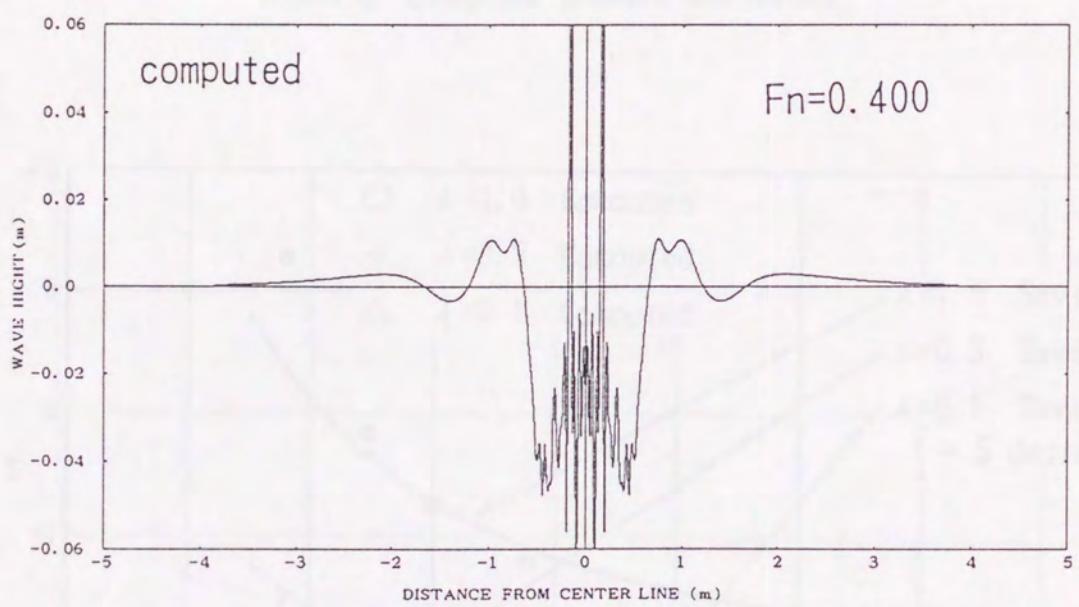
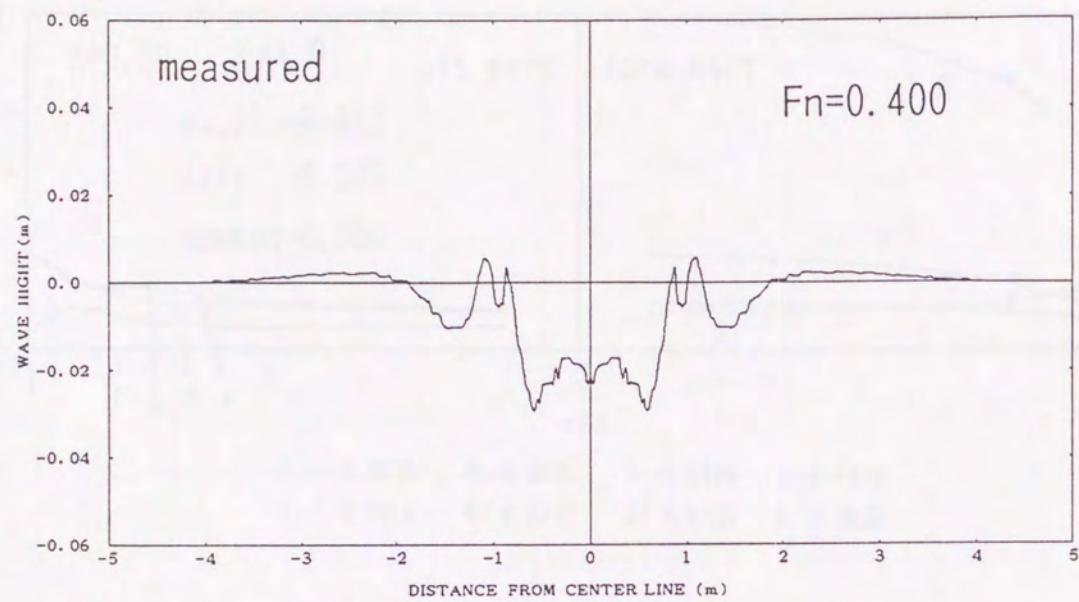


Figure 11 Computed wave profile $[S_0]$

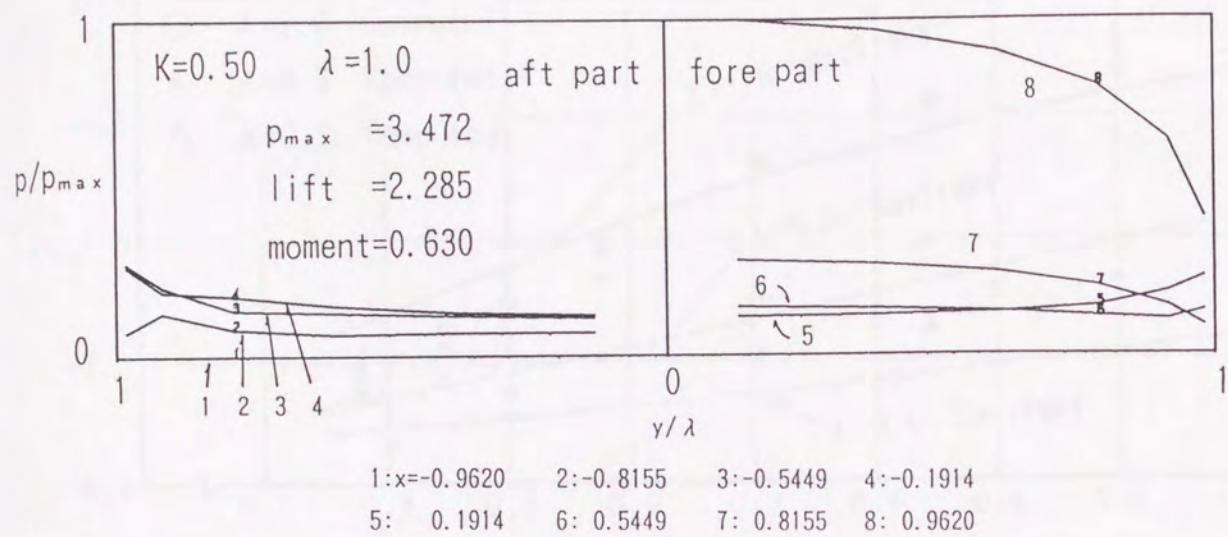


Figure 12 Computed pressure distribution

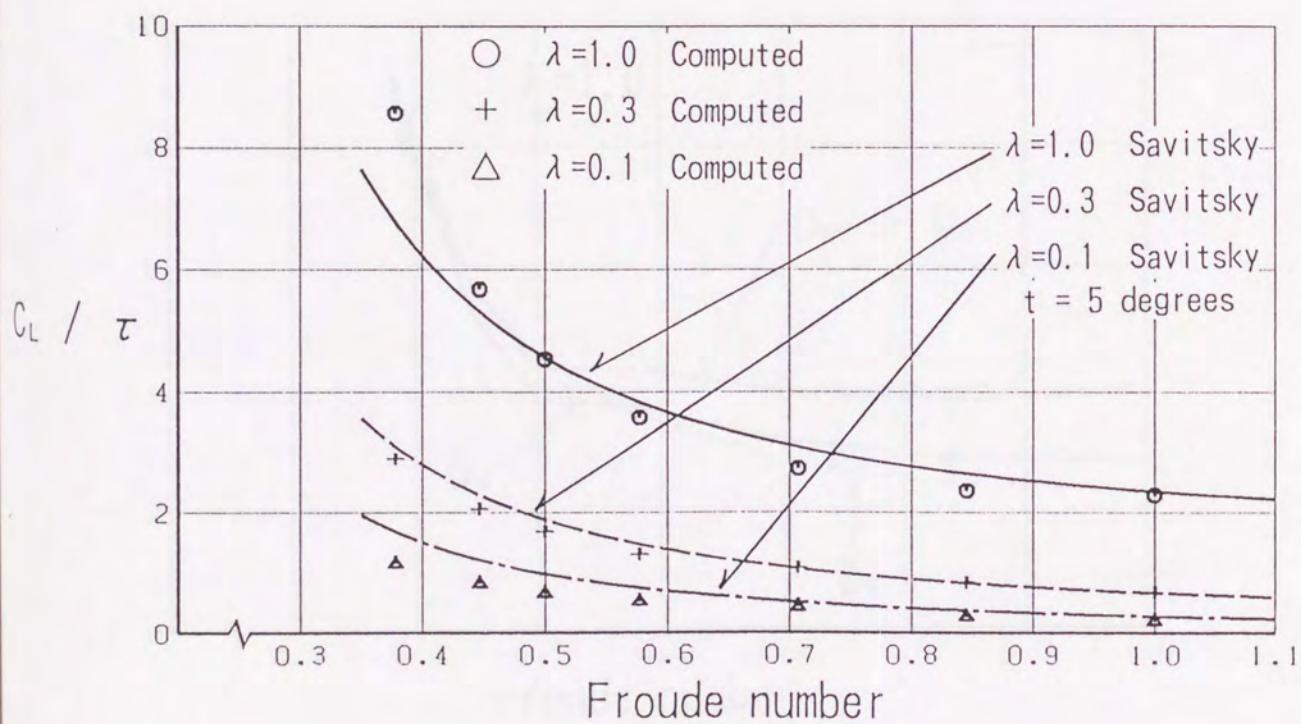


Figure 13 Evaluation of computed lift

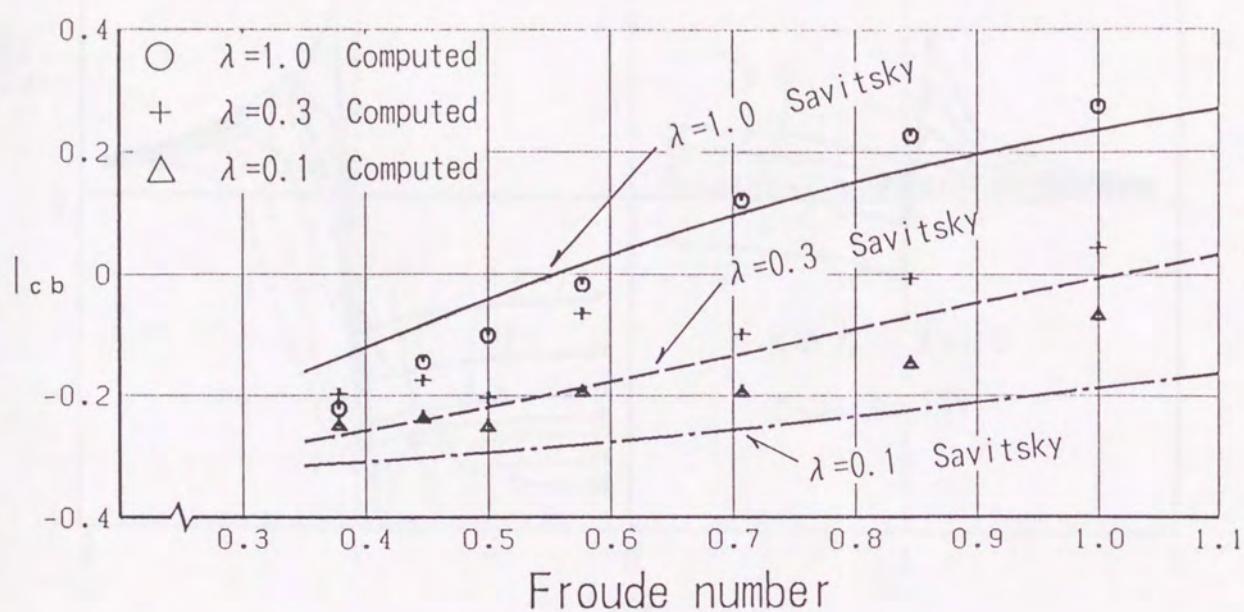


Figure 14 Evaluation of computed moment

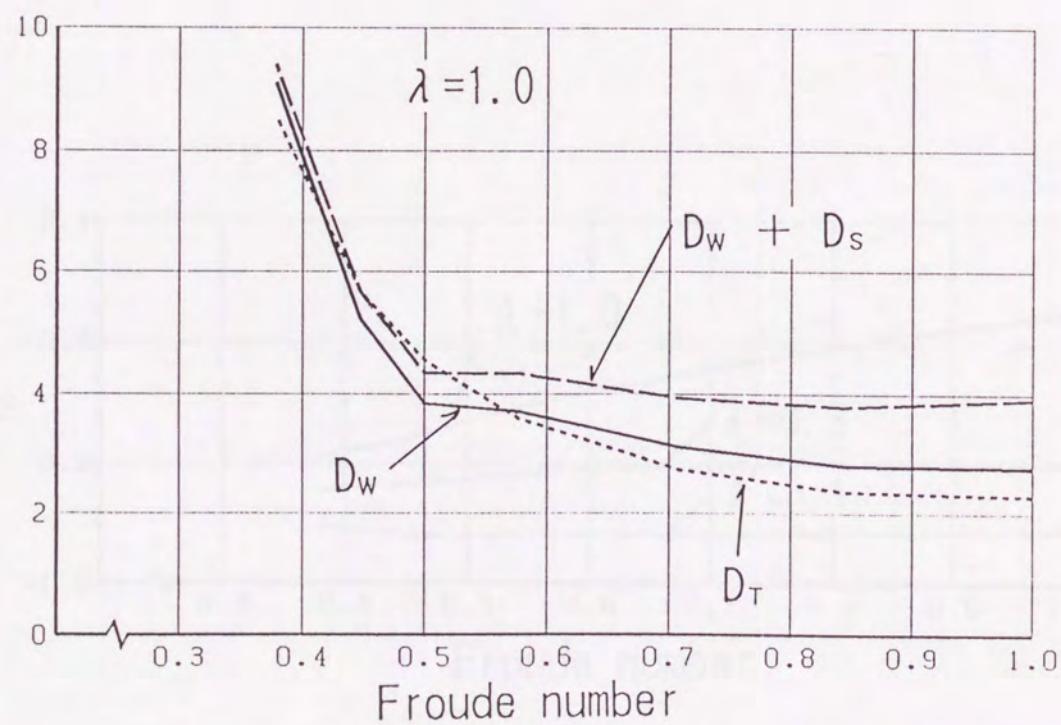


Figure 15 Resistance components

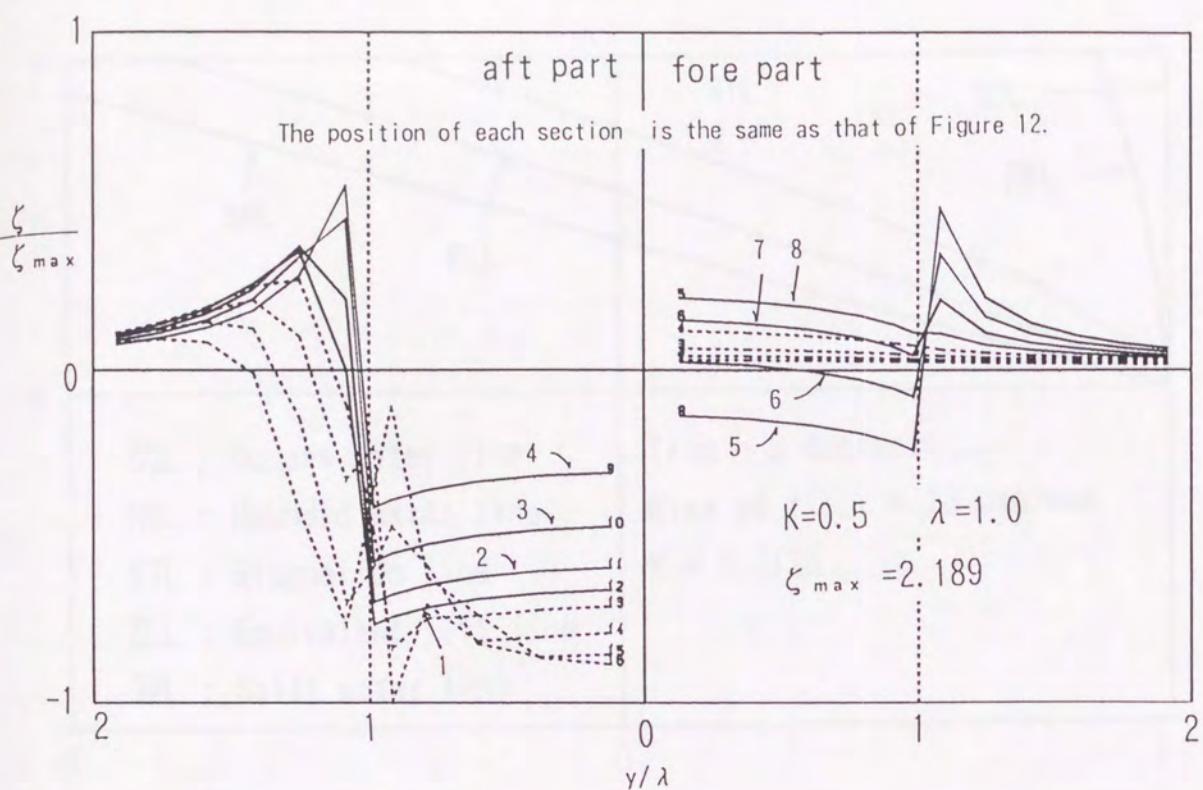


Figure 16 Computed surface elevation

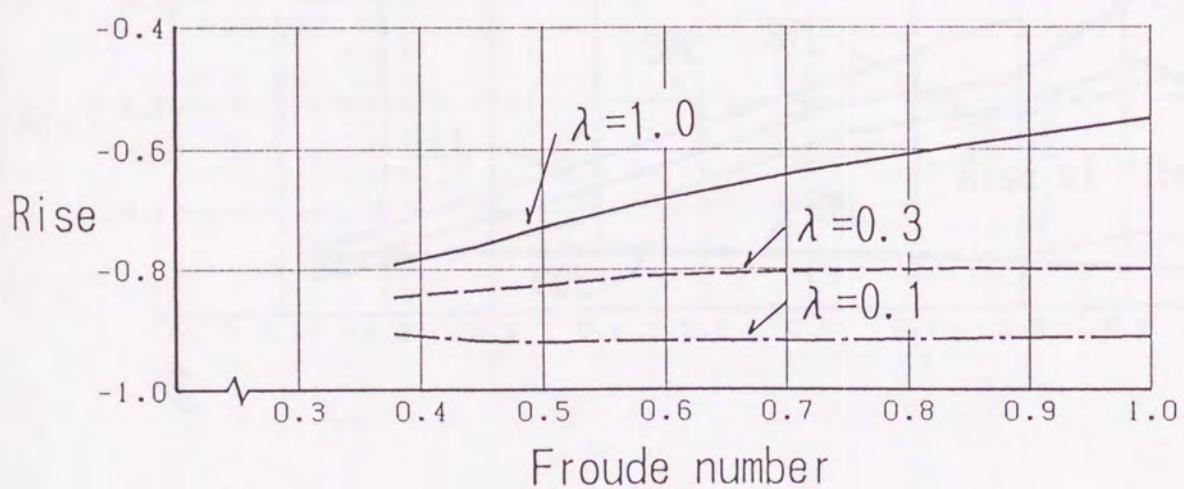


Figure 17 Computed rise

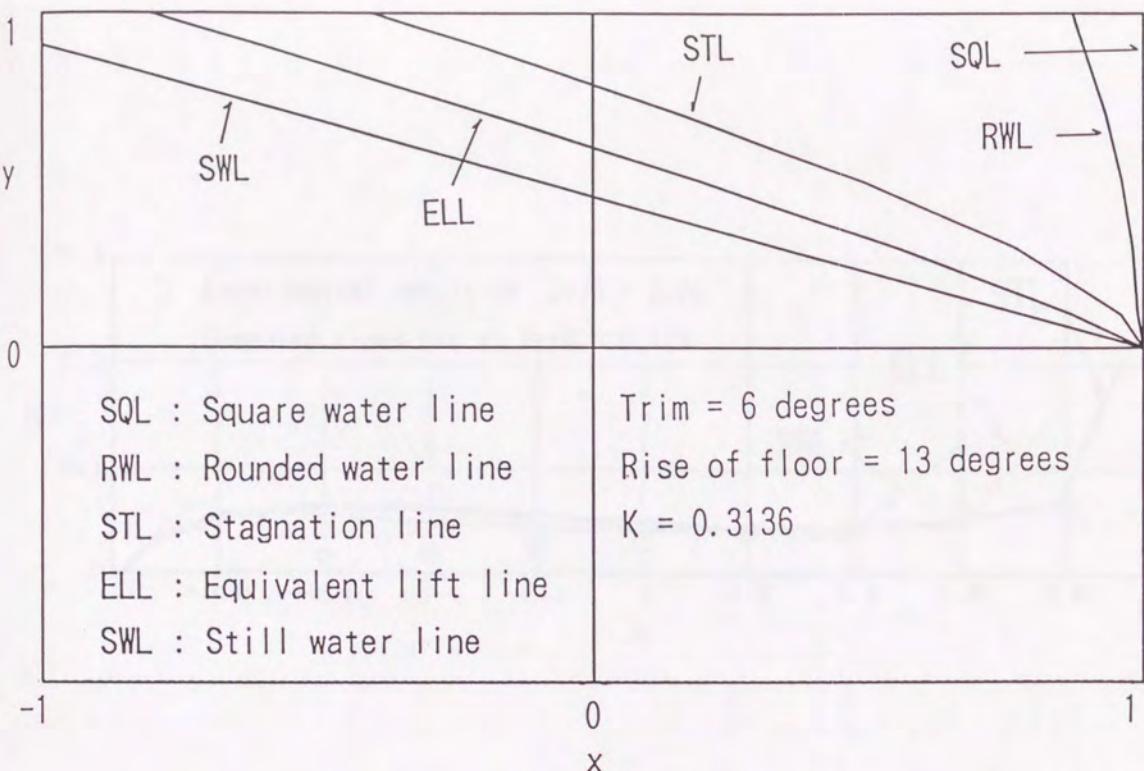


Figure 18 Water plane areas used in the computation

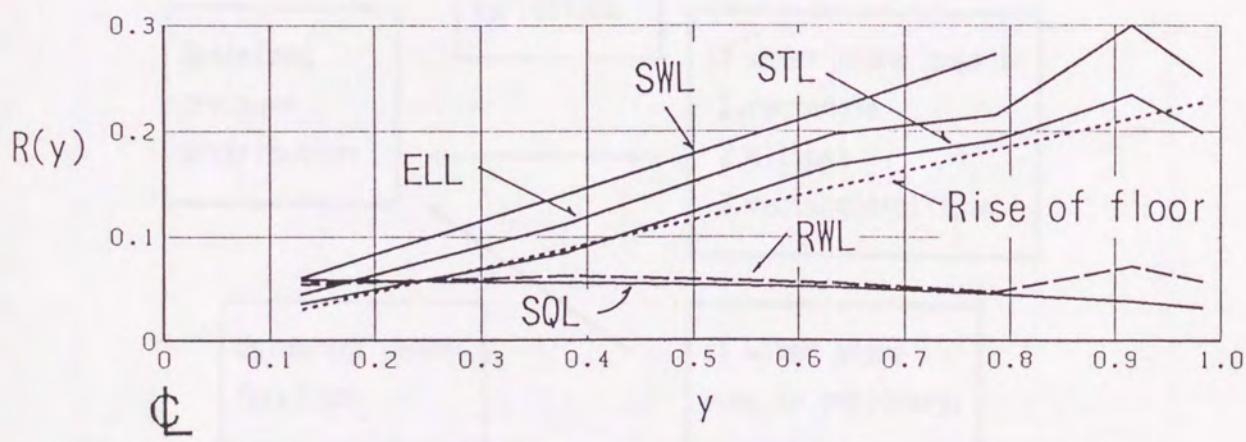


Figure 19 $R(y)$ distribution

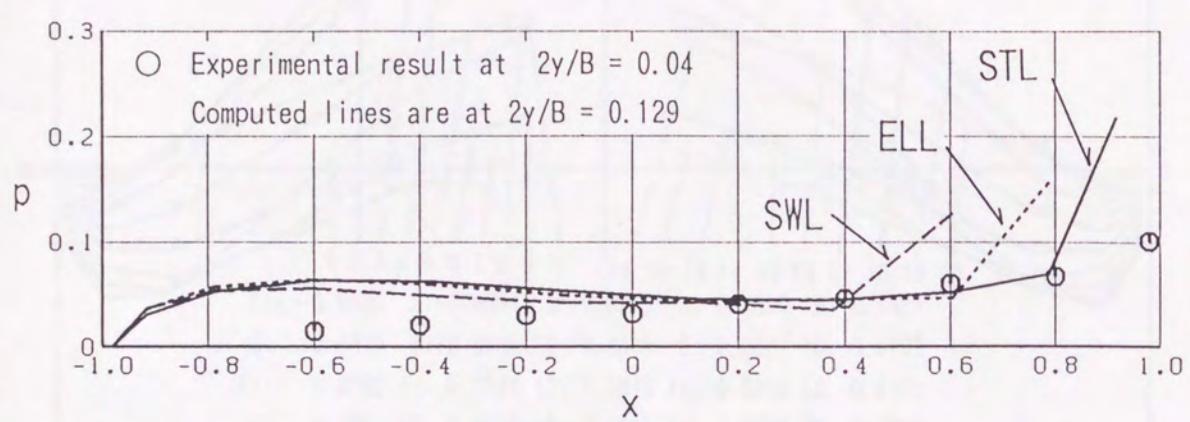


Figure 20 Pressure distribution of the prismatic hull

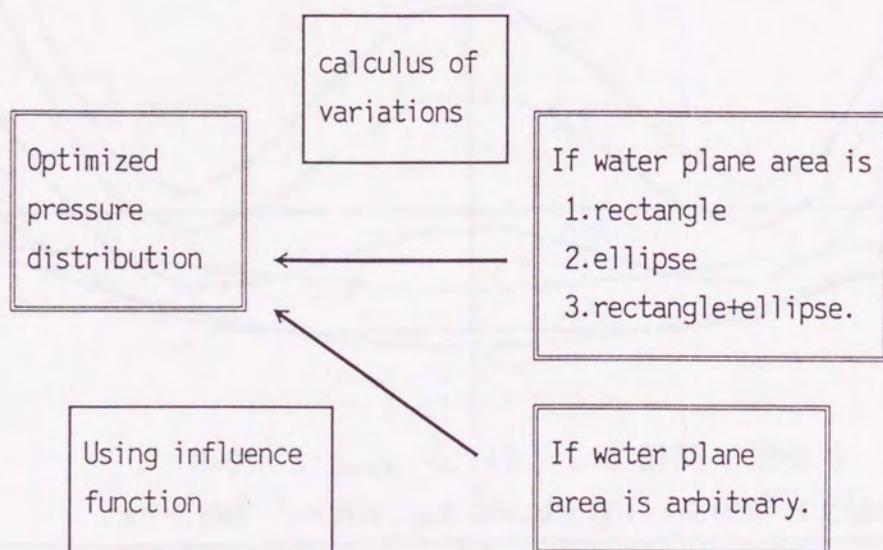


Figure 21 Methods for pressure optimization

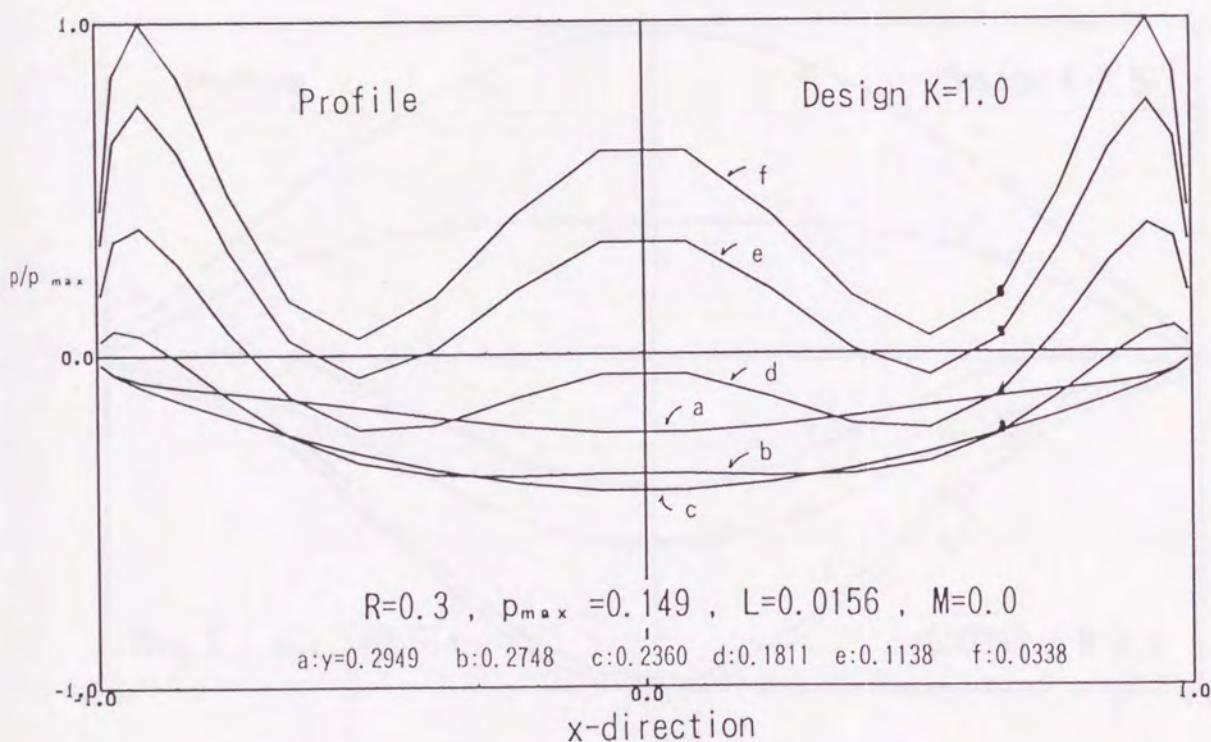
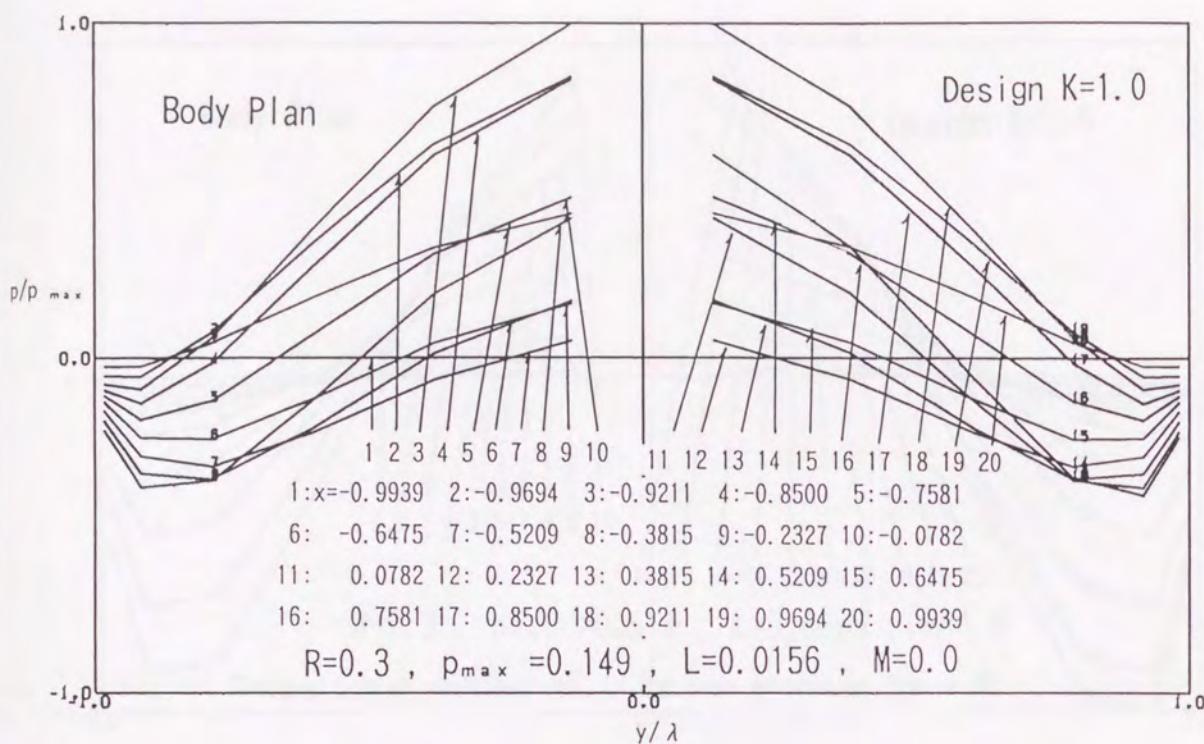


Figure 22 Optimum pressure distribution [S1]

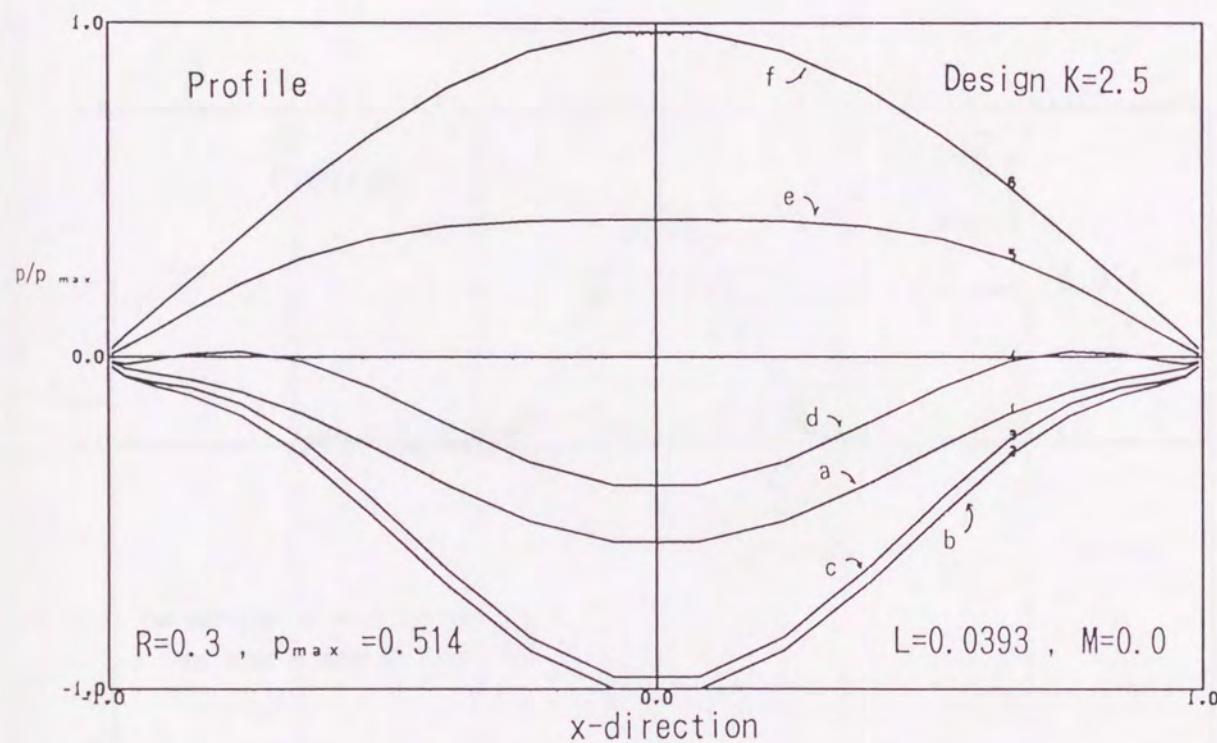
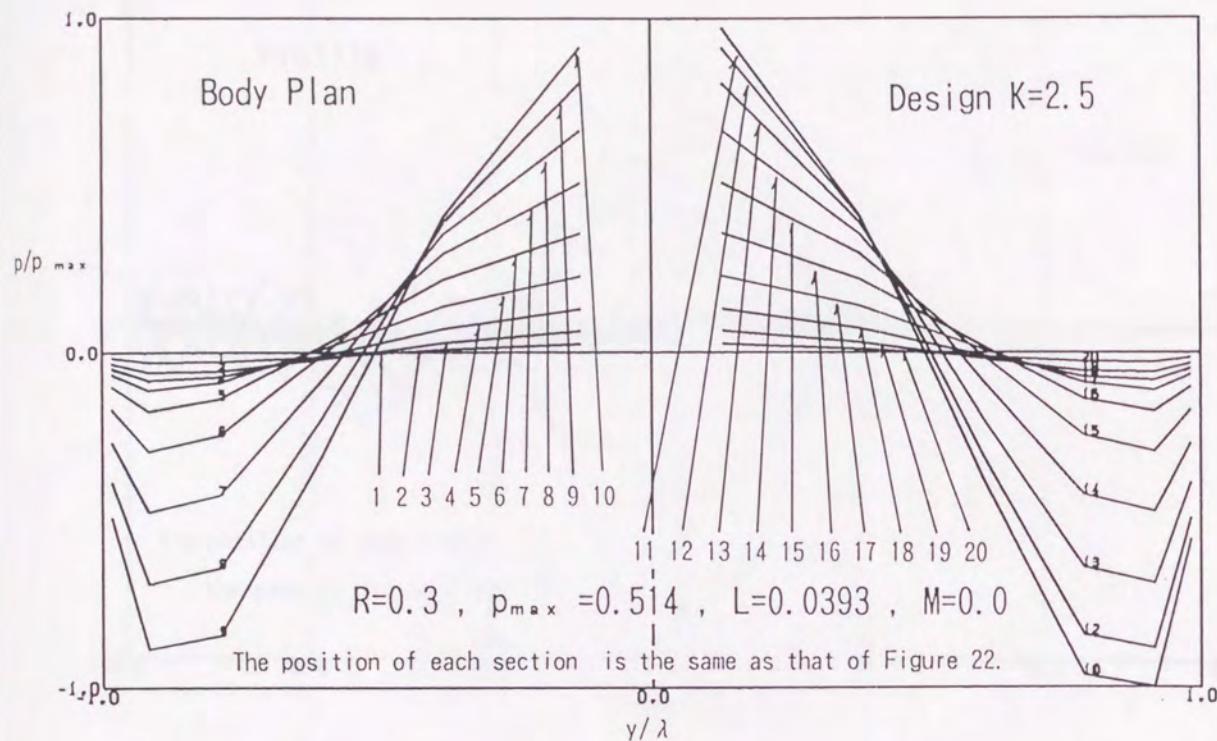


Figure 23 Optimum pressure distribution [S₂]

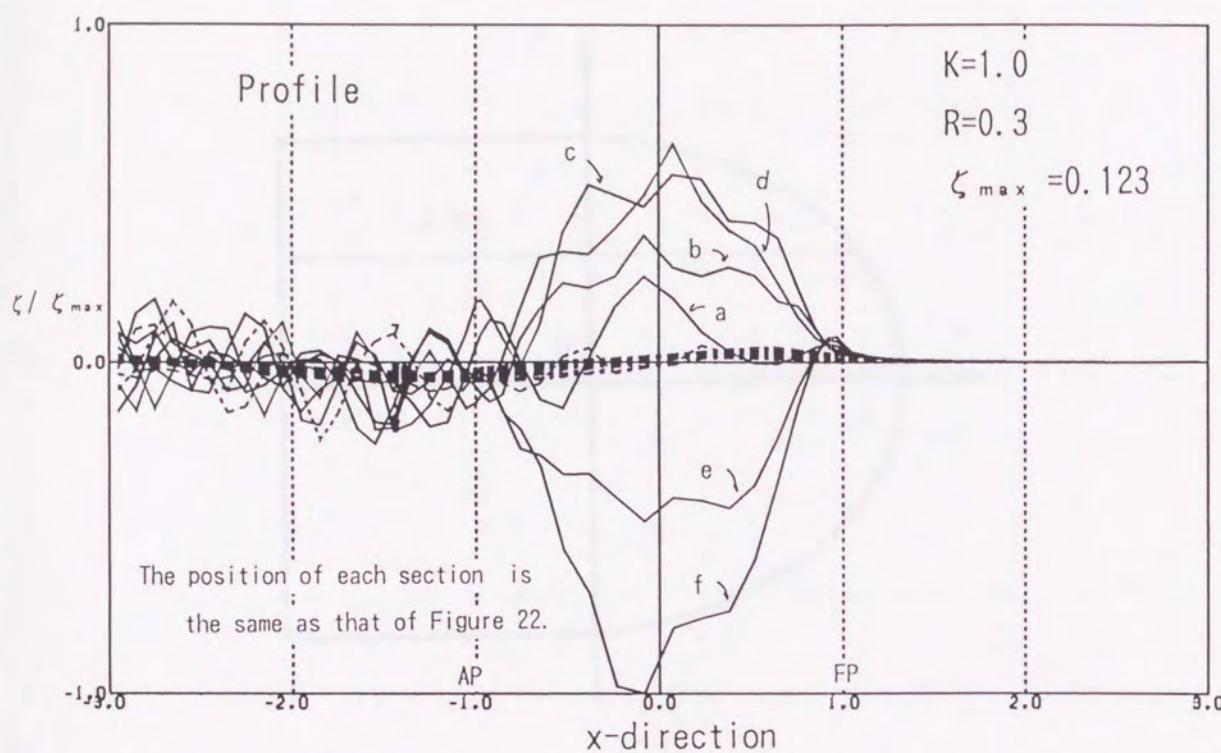


Figure 24 Surface elevation [S₁]

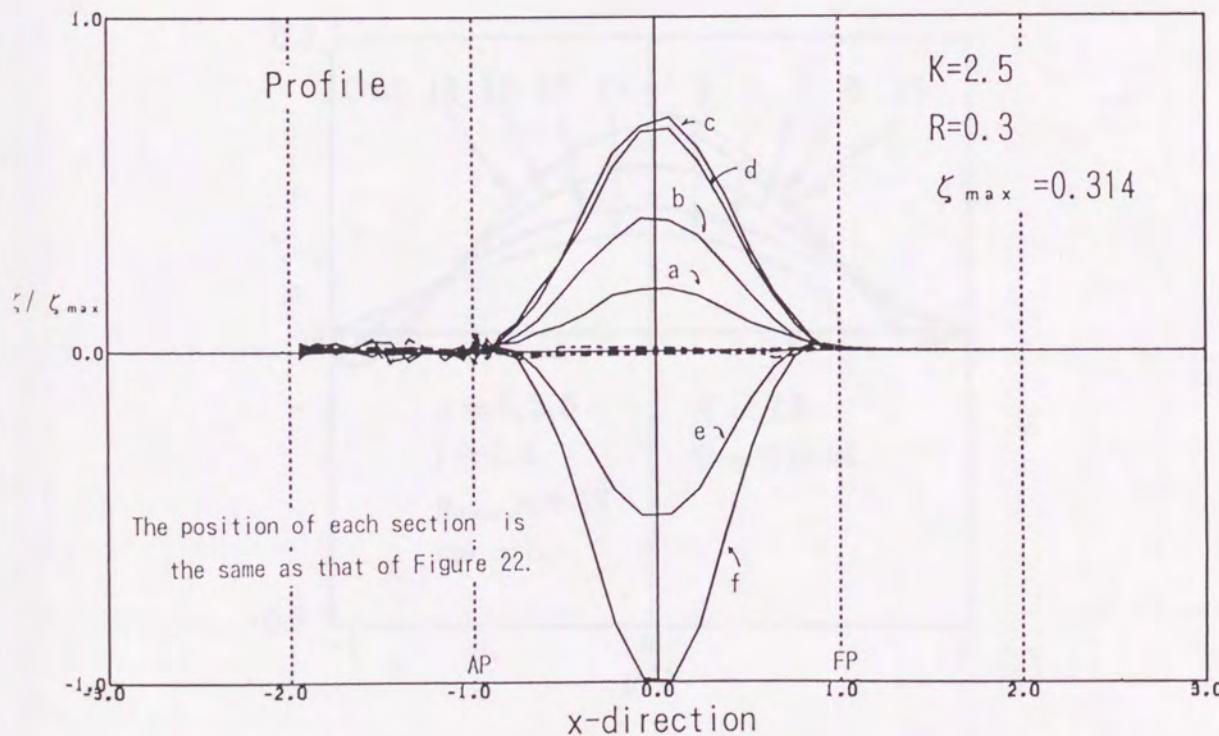


Figure 25 Surface elevation [S₂]

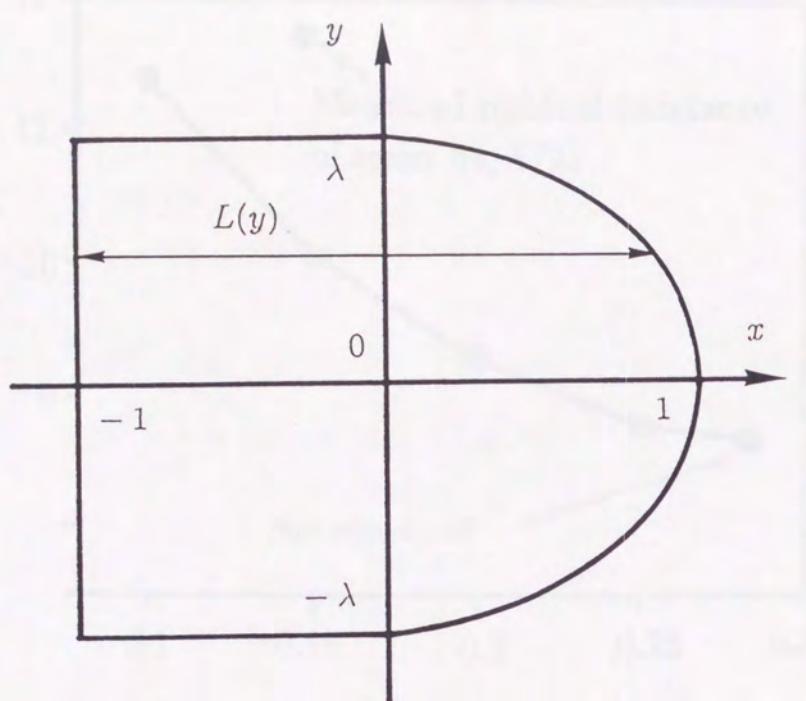


Figure 26 Water plane area used in the optimization

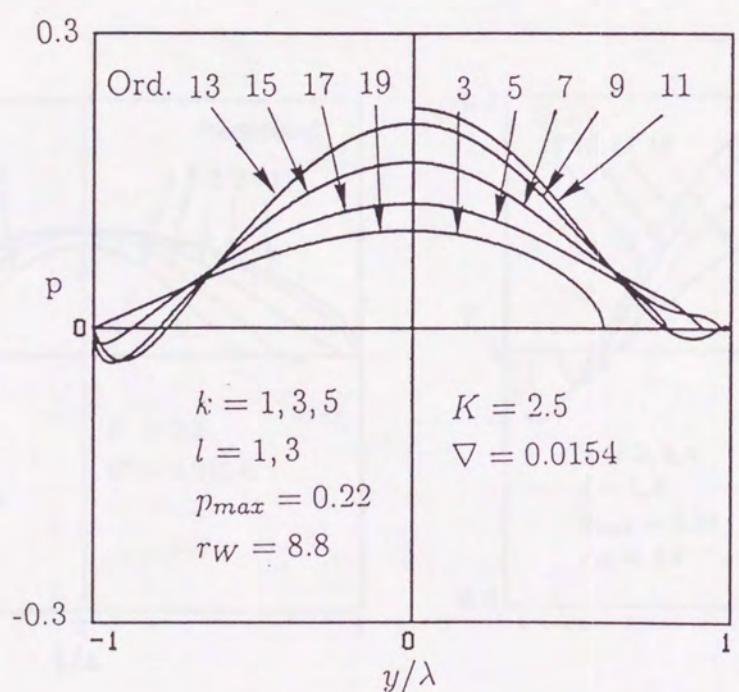


Figure 27 Optimized pressure distribution

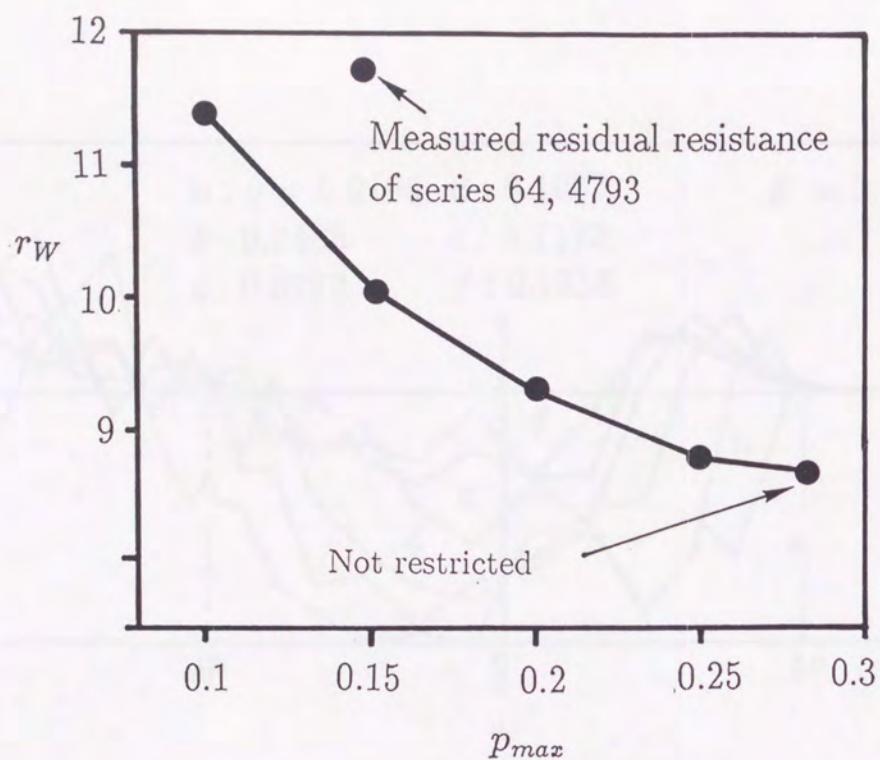


Figure 28 Wave-making resistance corresponding to p_{max}

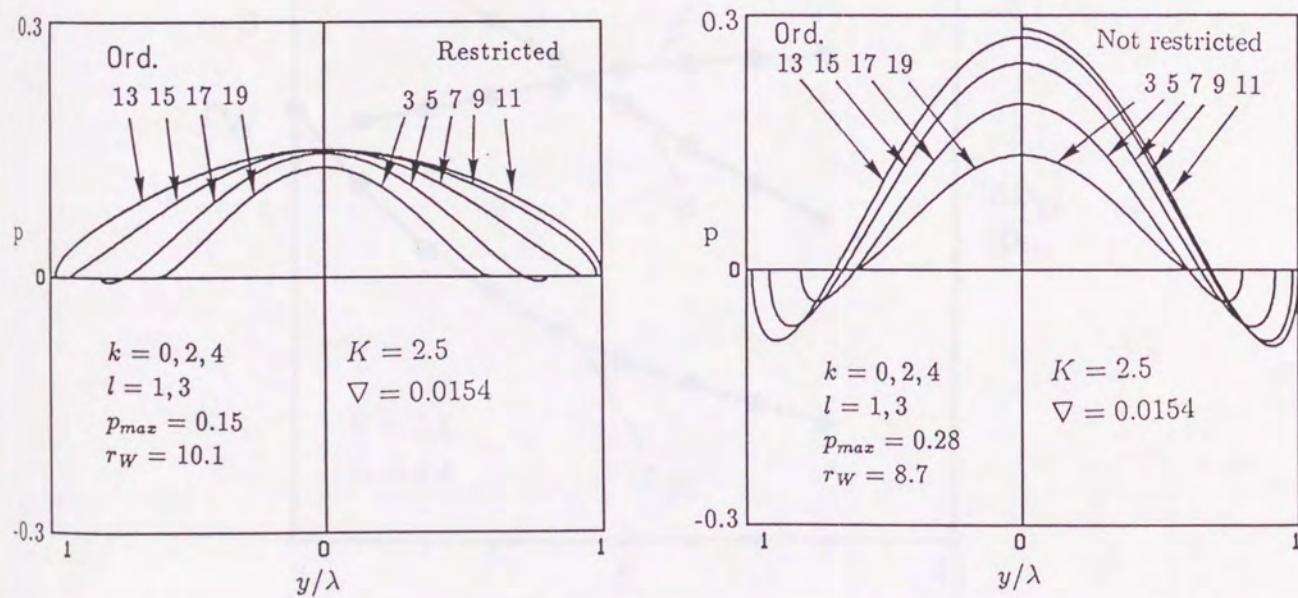


Figure 29 Optimized pressure distribution [S₄]

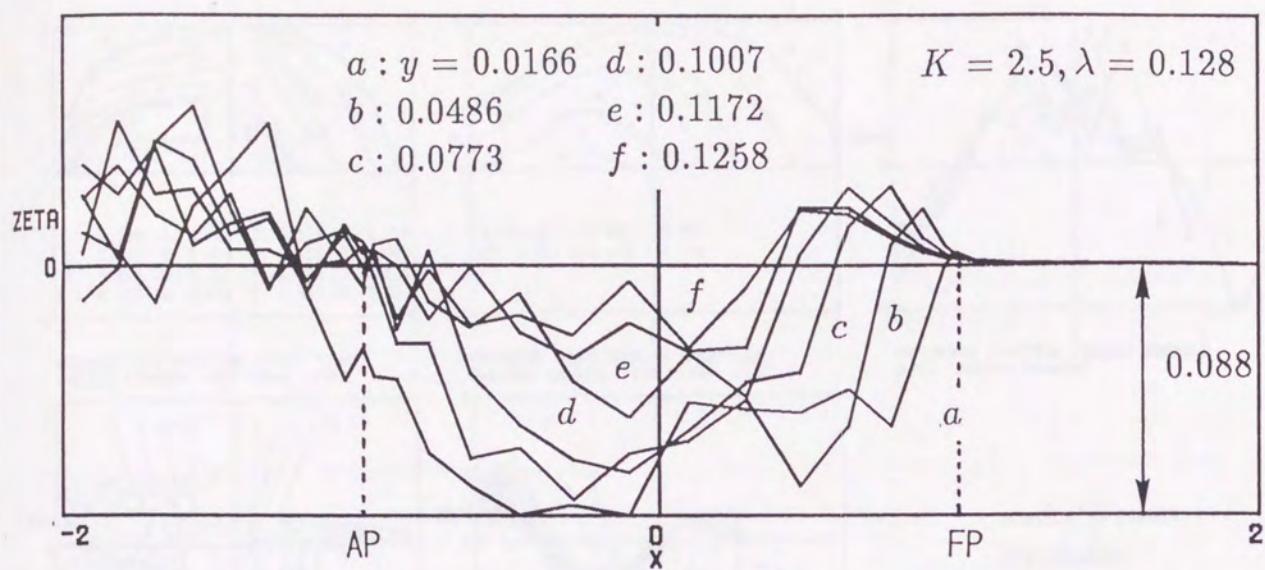


Figure 30 Surface elevation [S4]

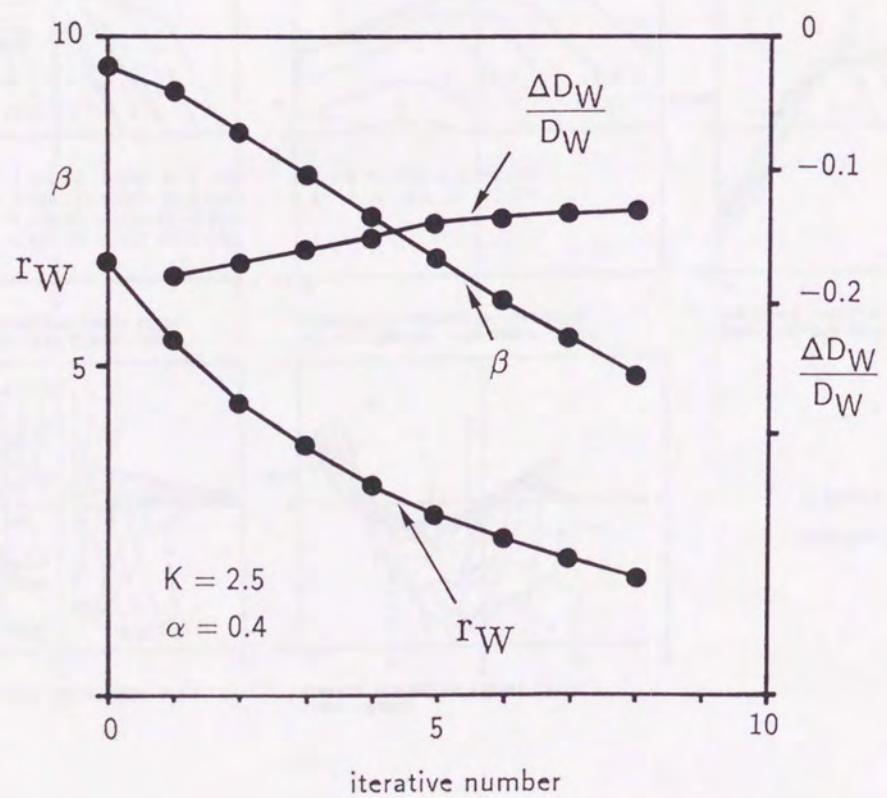


Figure 31 Behavior of parameters for iterative computation [S3]

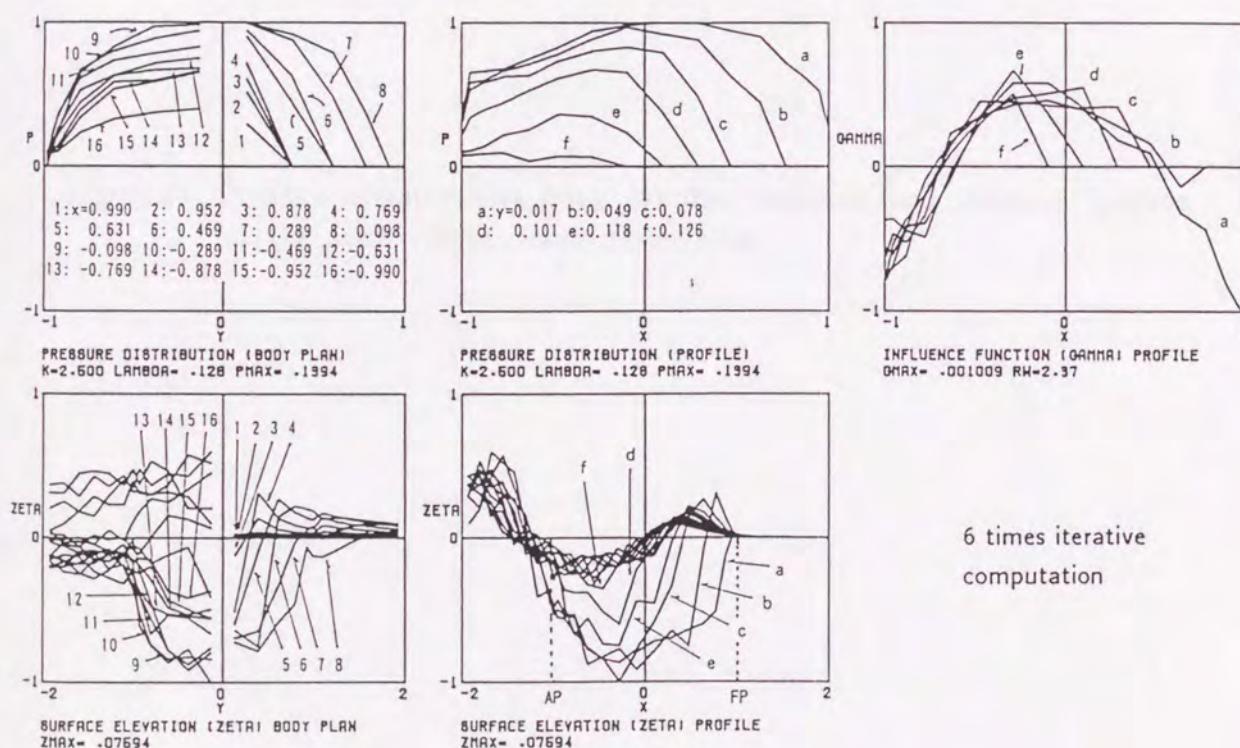
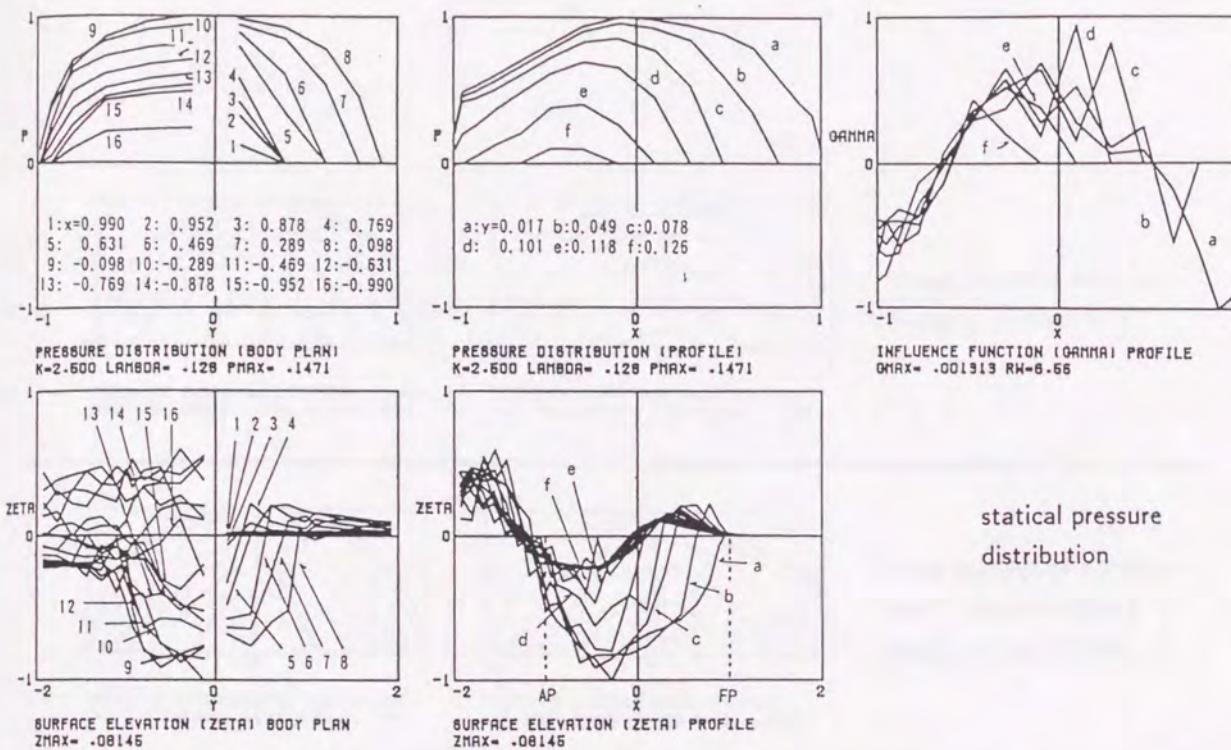
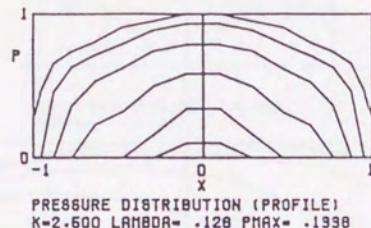
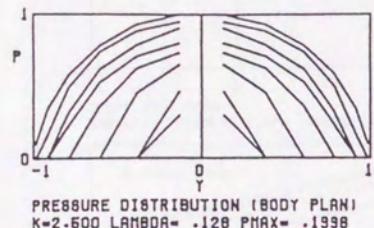
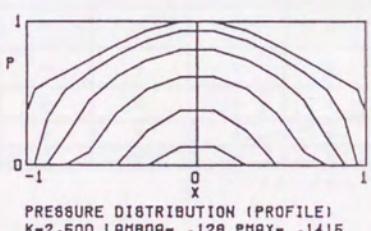
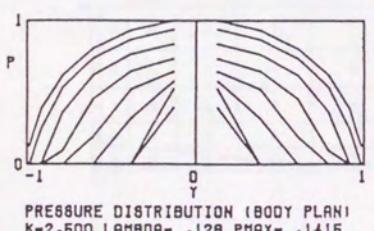


Figure 32 Pressure optimization and obtained surface elevation [S₃]

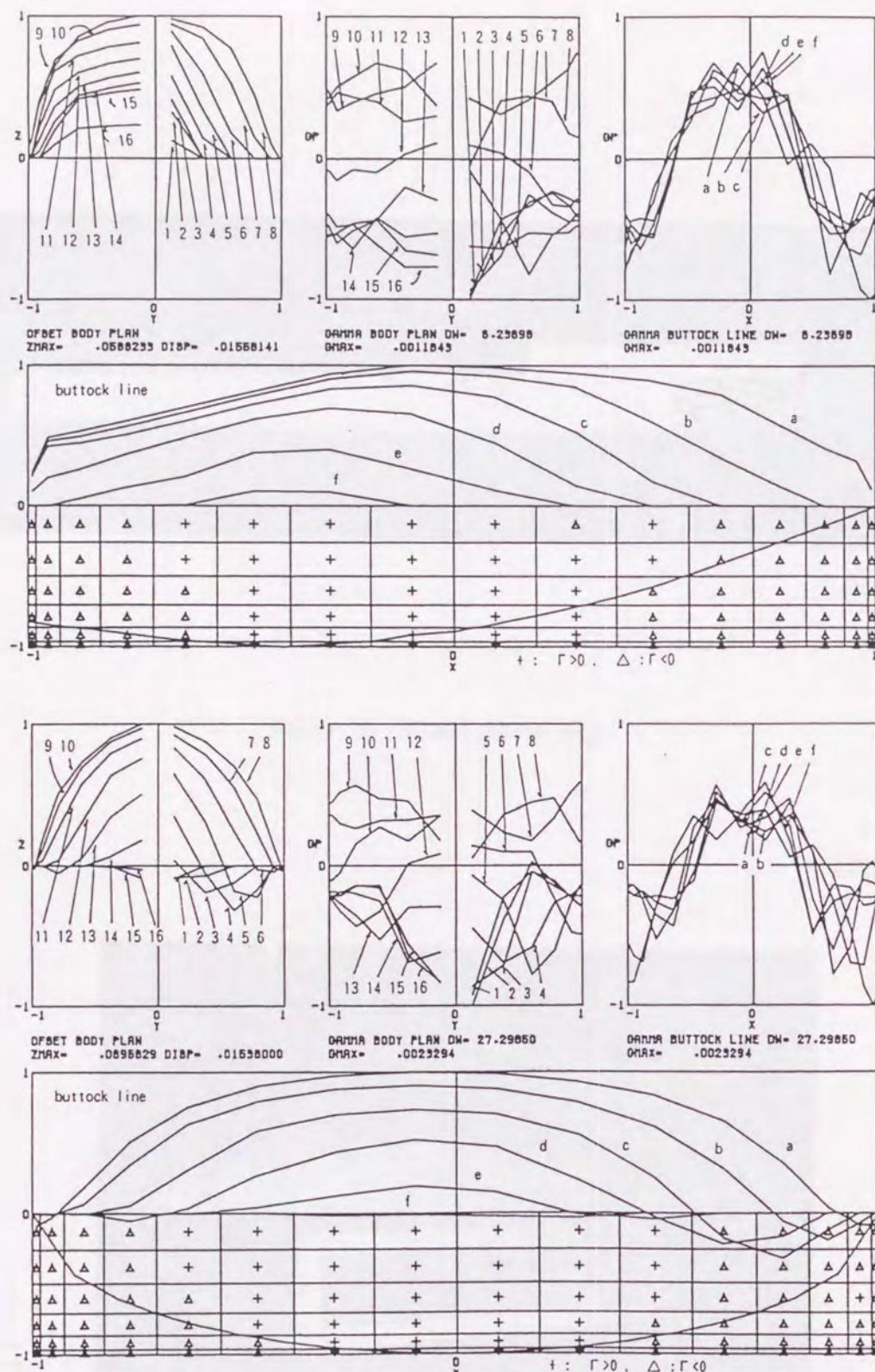


Using influence function
Iterative number is 9.



Using calculus of variations
Trans. series number is 1.
Longi. series number is 4.

Figure 33 Pressure optimizations using calculus variations and influence function on the same elliptic water plane area



The position of each section is the same as that of Figure 32.

Figure 34 Computed influence function $[S_3, S_4]$



Figure 35 Model photo [S₀]



Figure 36 Model photo [S₁]

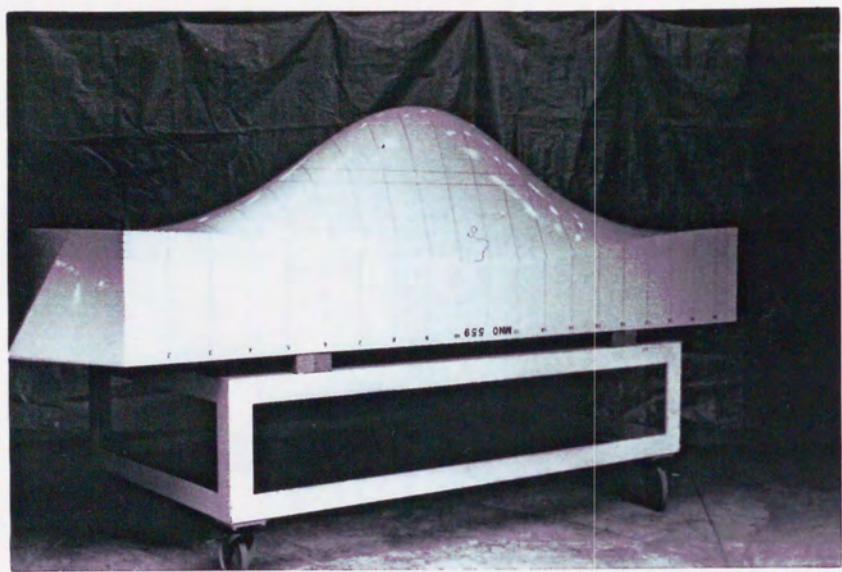


Figure 37 Model photo [S₂]

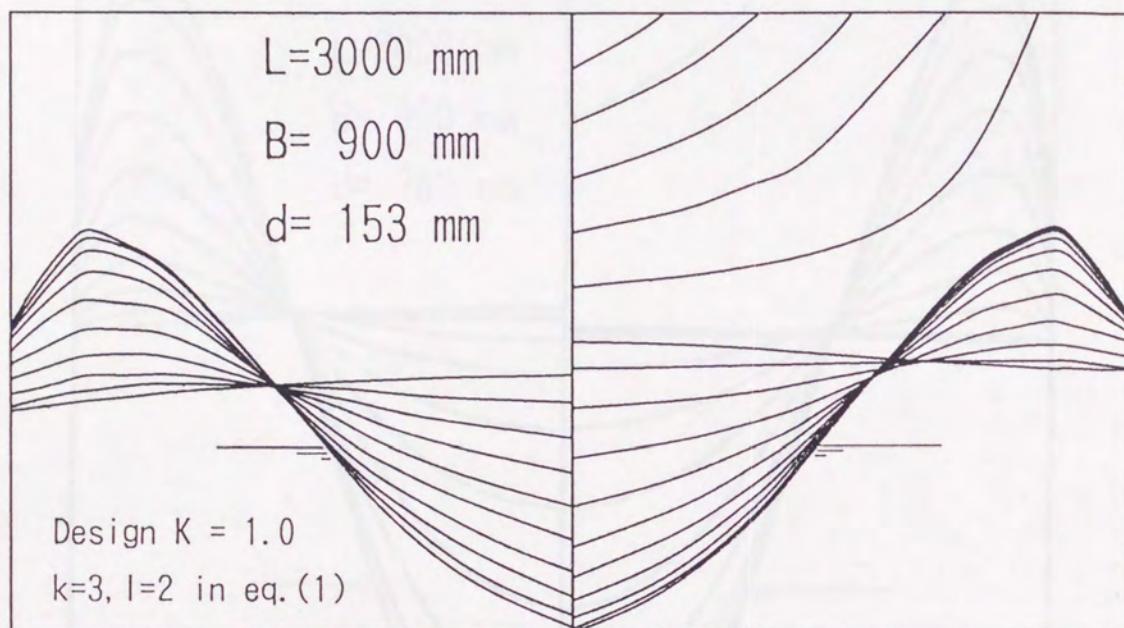


Figure 38 Body plan $[S_1]$

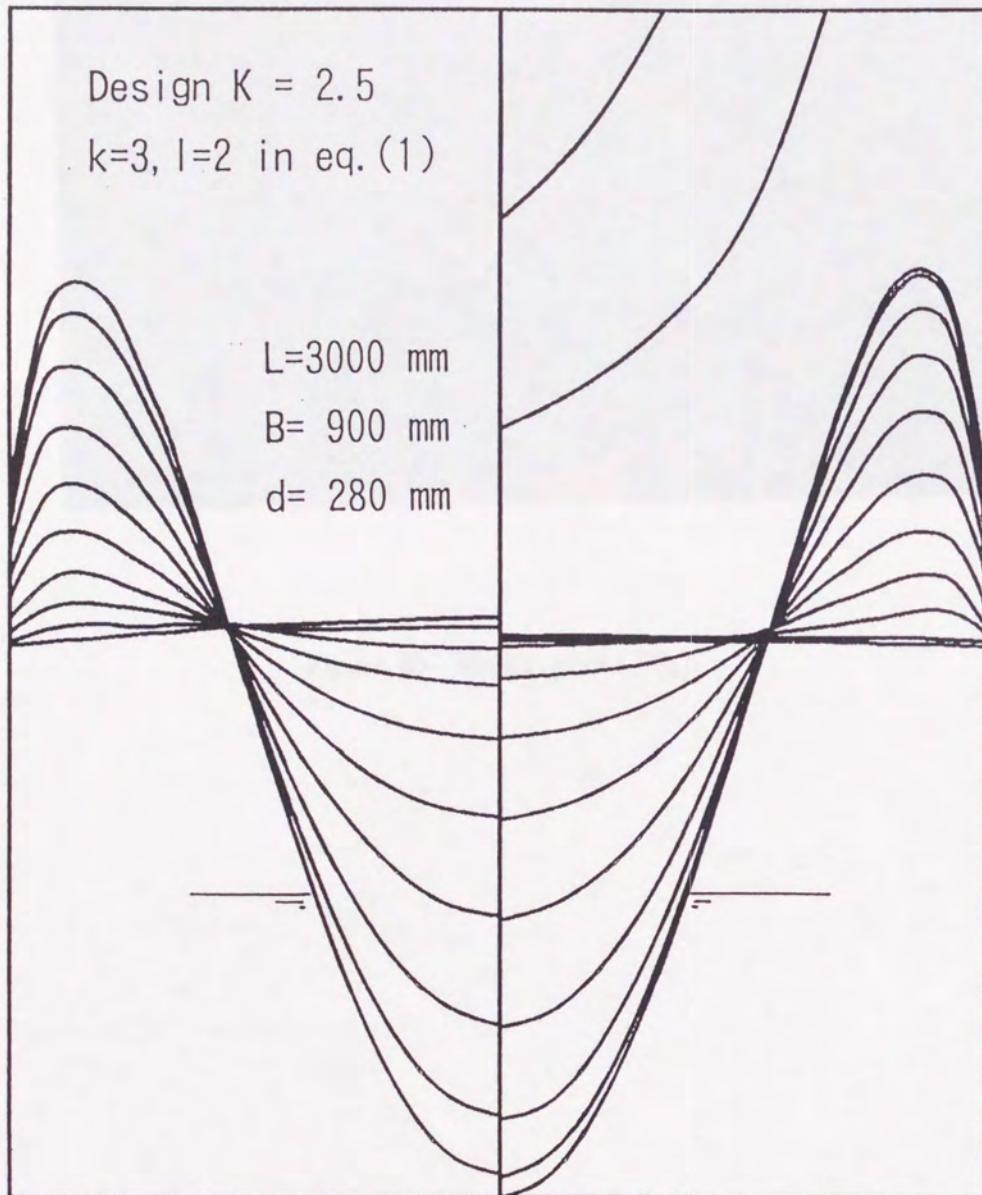


Figure 39 Body plan $[S_2]$

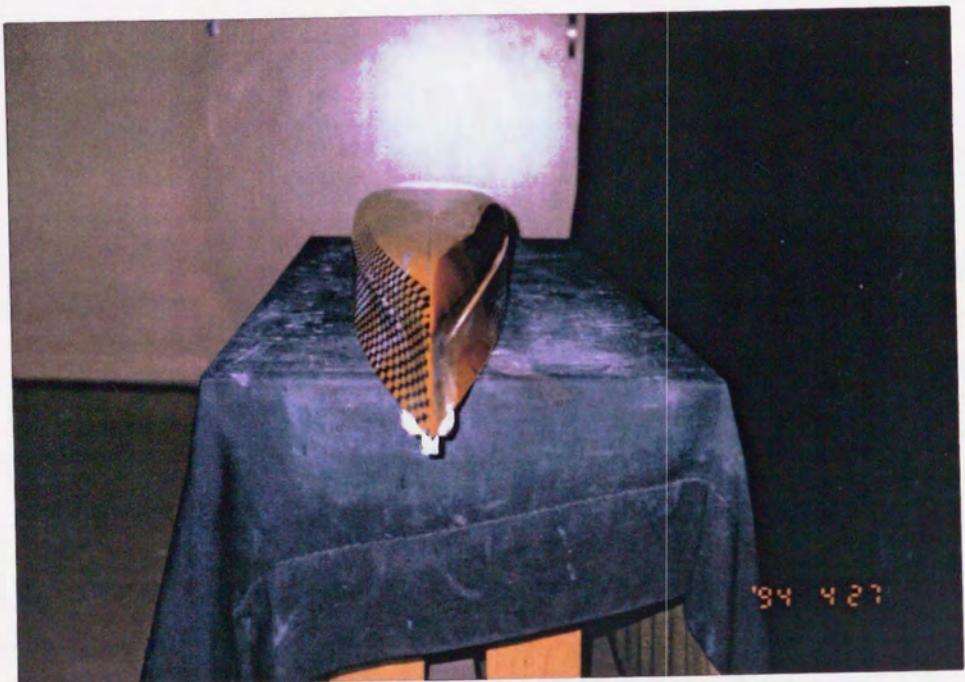


Figure 40 Model photo [S₃]

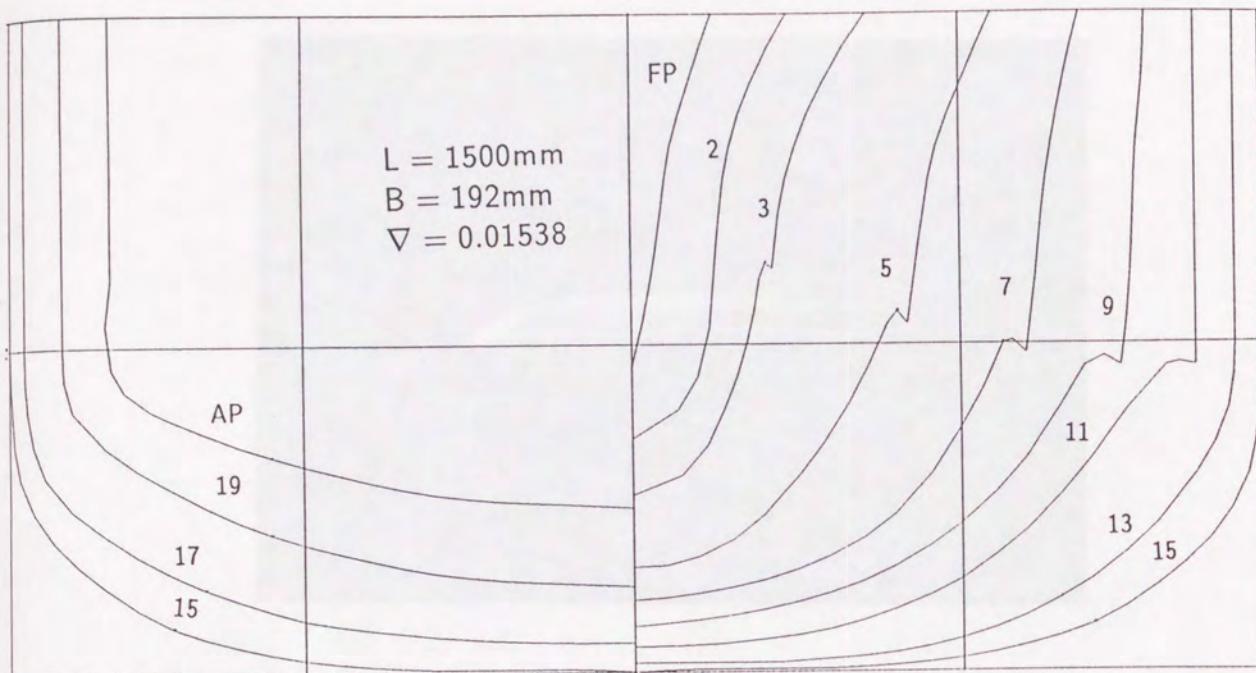


Figure 41 Body plan [S₃]

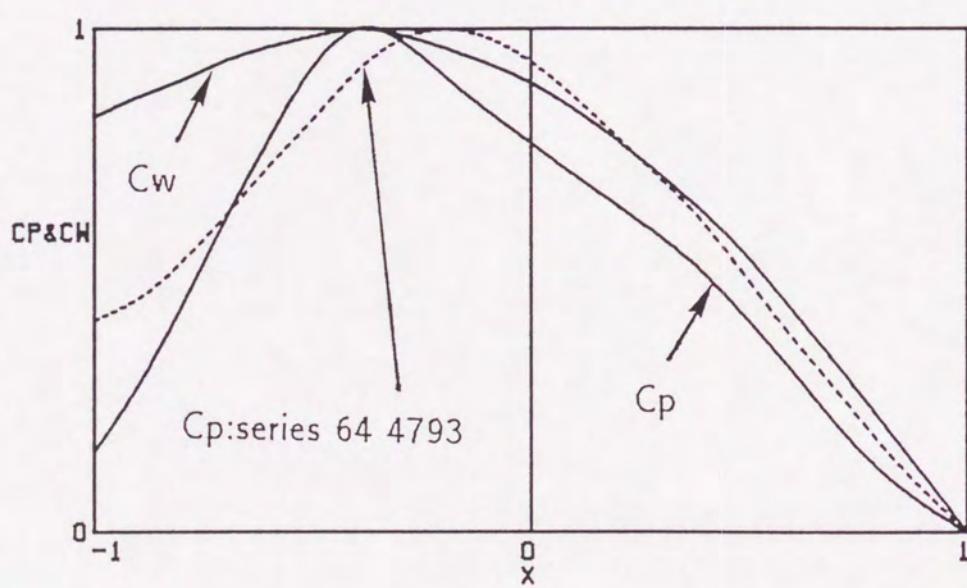


Figure 42 C_p and C_w curves [S₀, S₃]

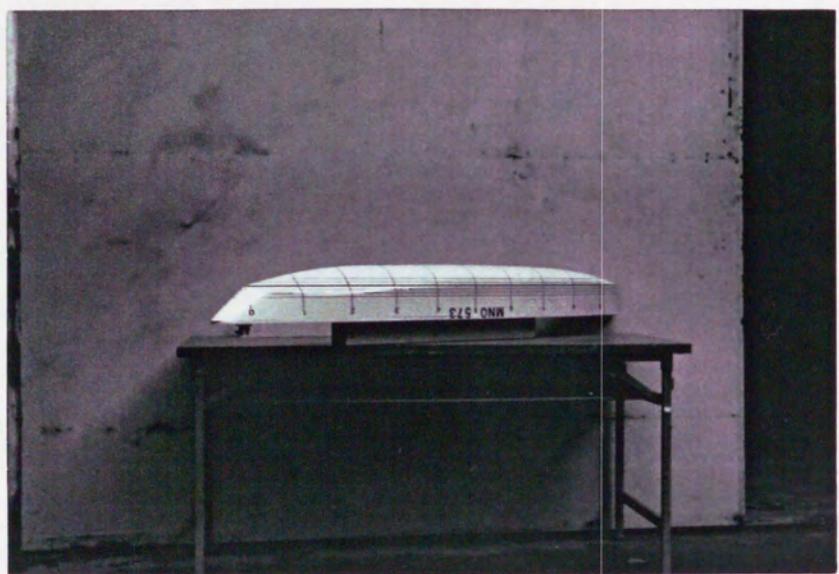


Figure 43 Model photo [S4]

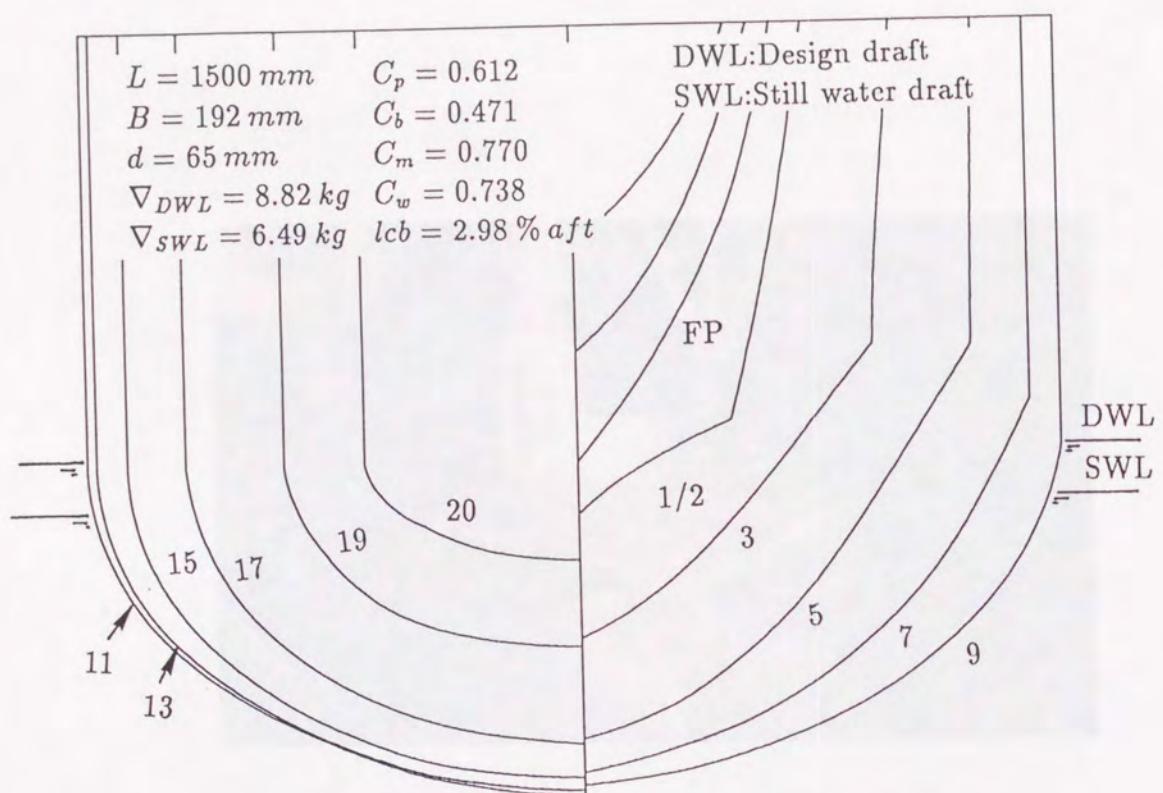


Figure 44 Body plan [S4]

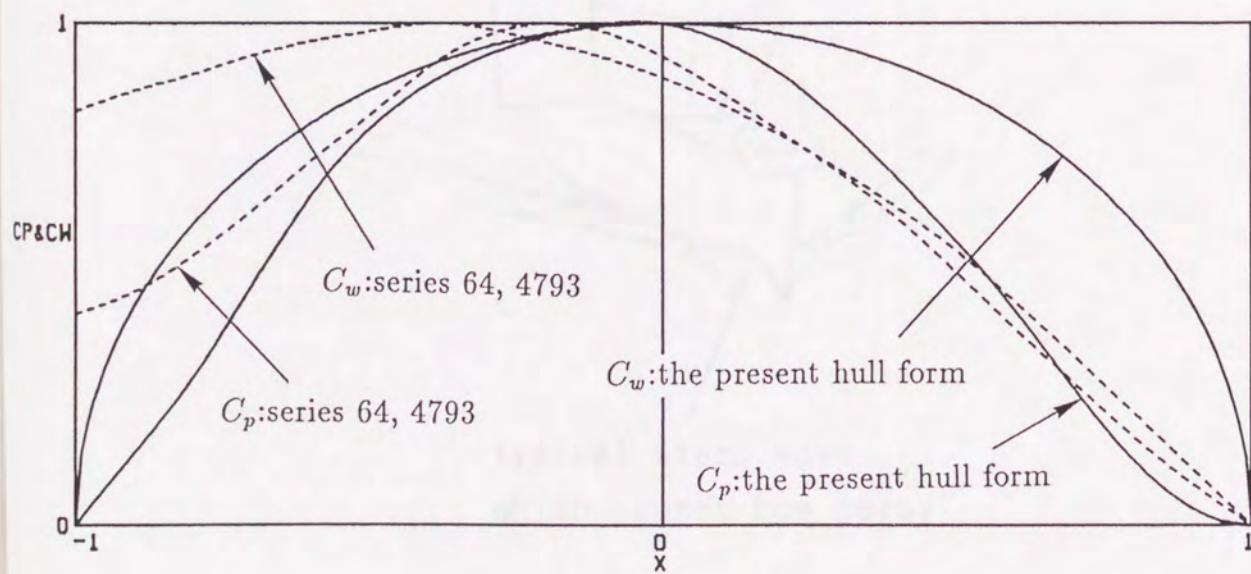


Figure 45 C_p and C_w curves [S4]

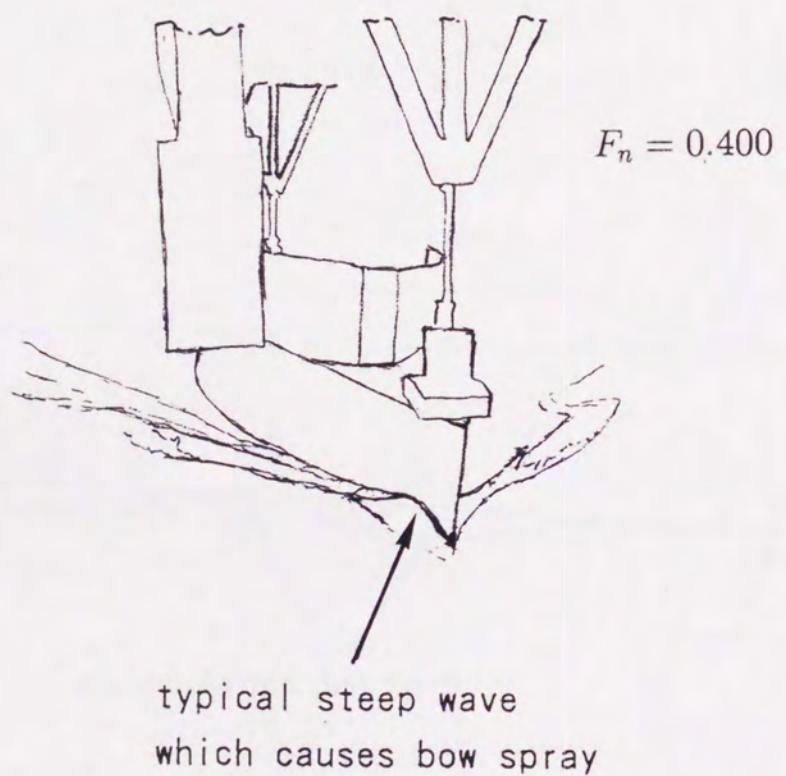


Figure 46 Bow spray observation [S₀]

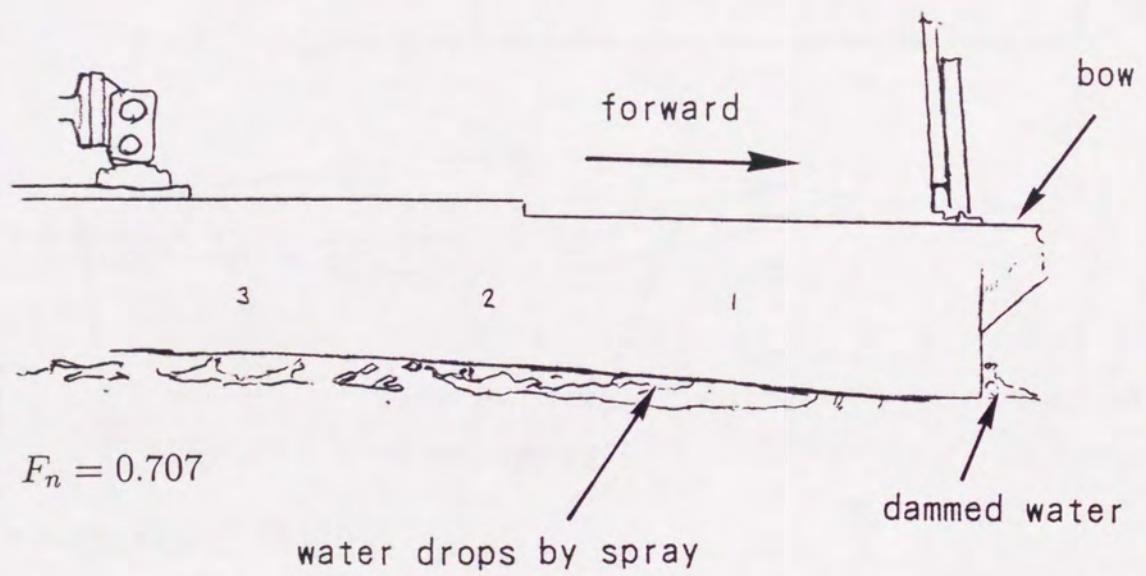
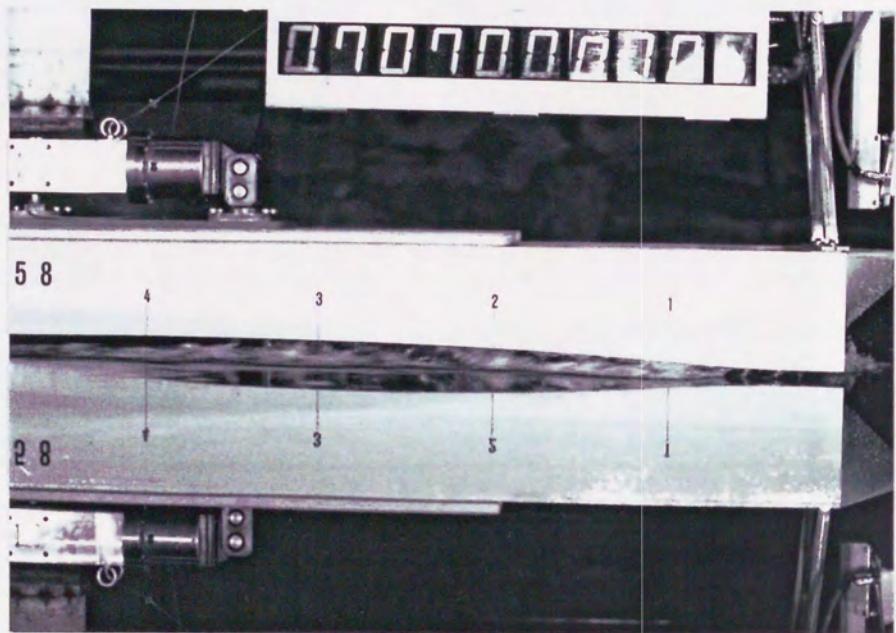


Figure 47 Bow spray observation [S₁]

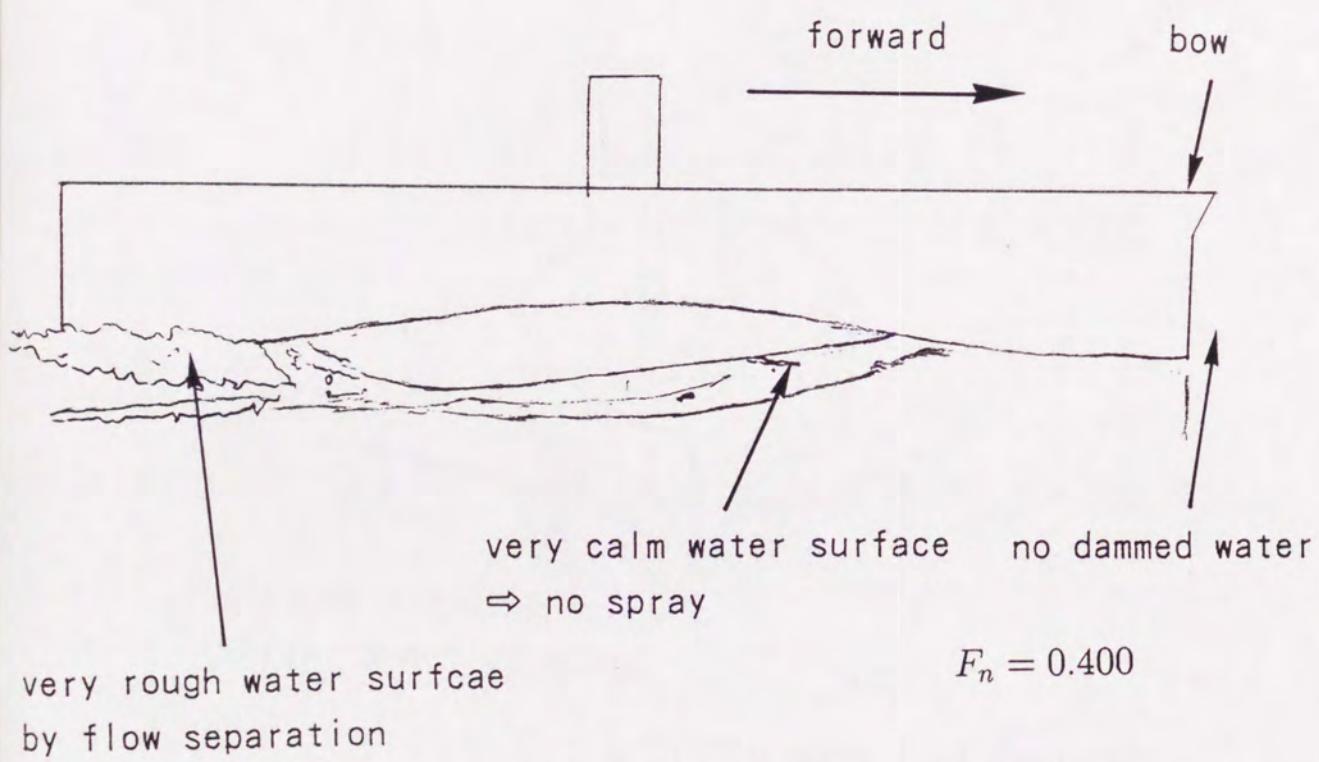
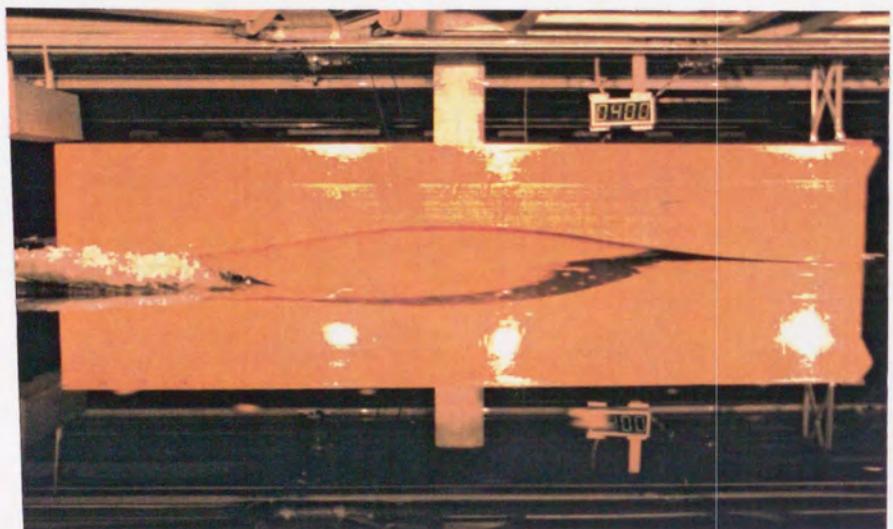


Figure 48 Bow spray observation [S₂]

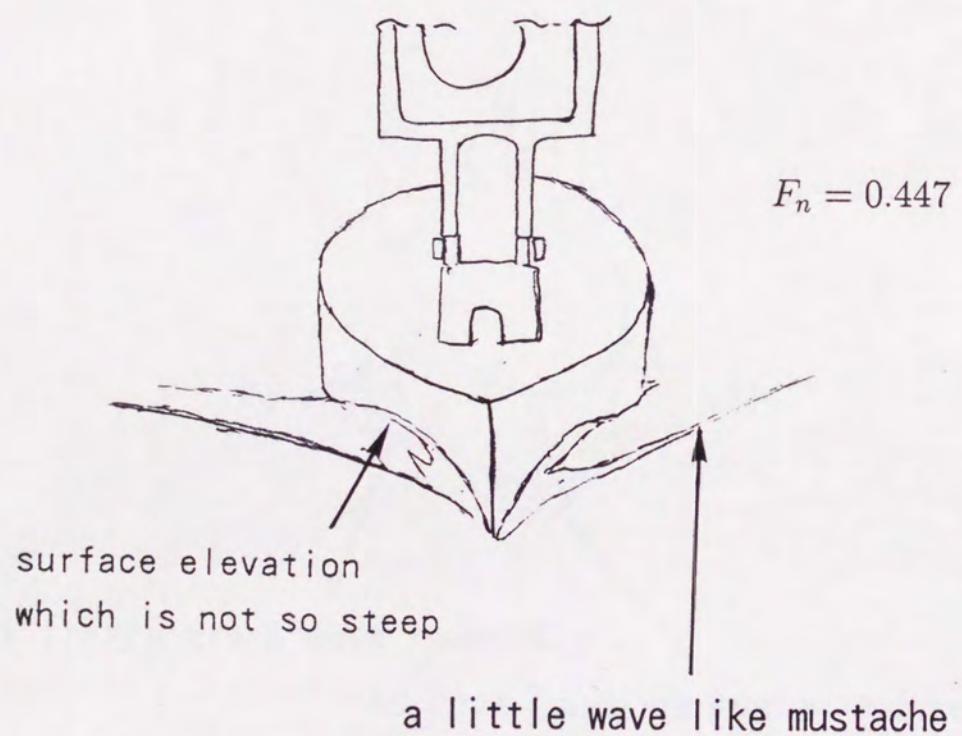
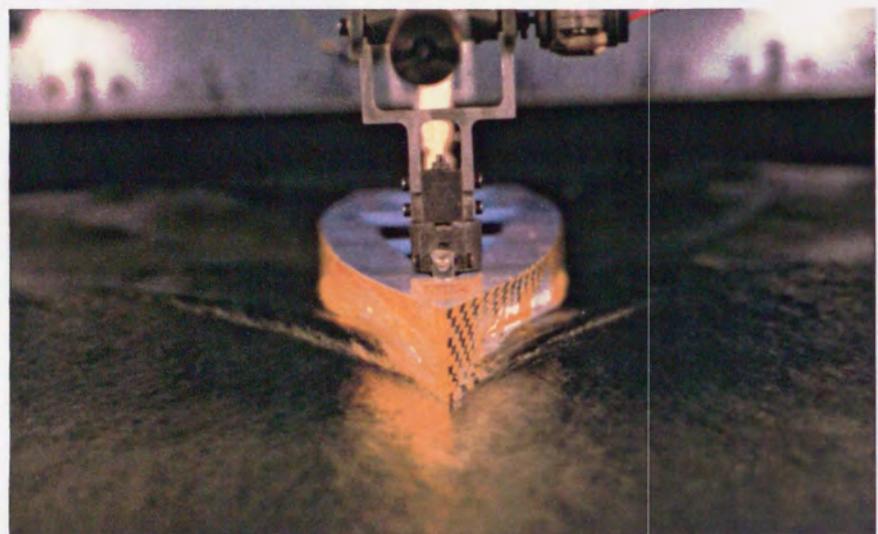


Figure 49 Bow spray observation [S₃]

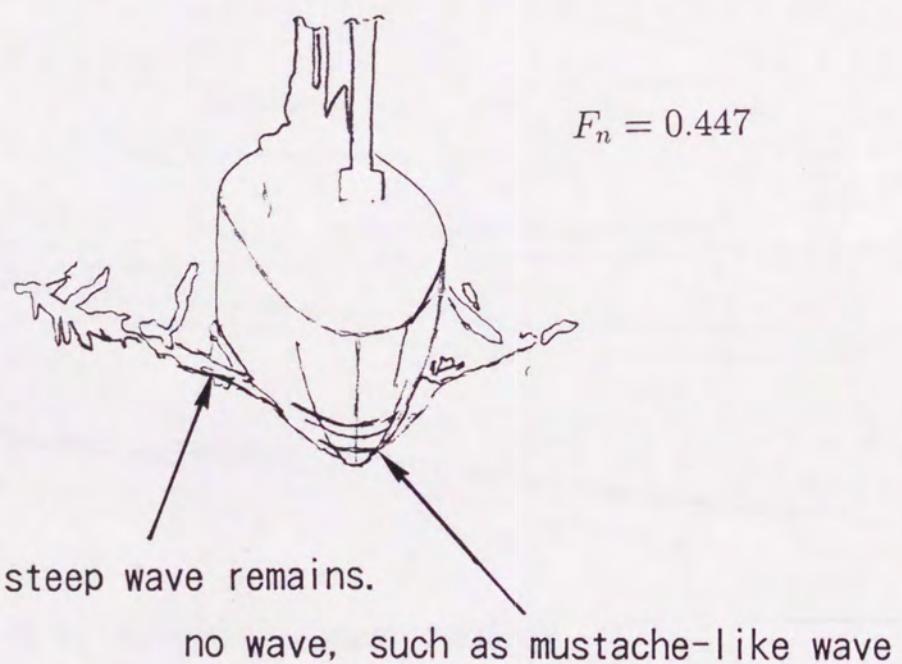
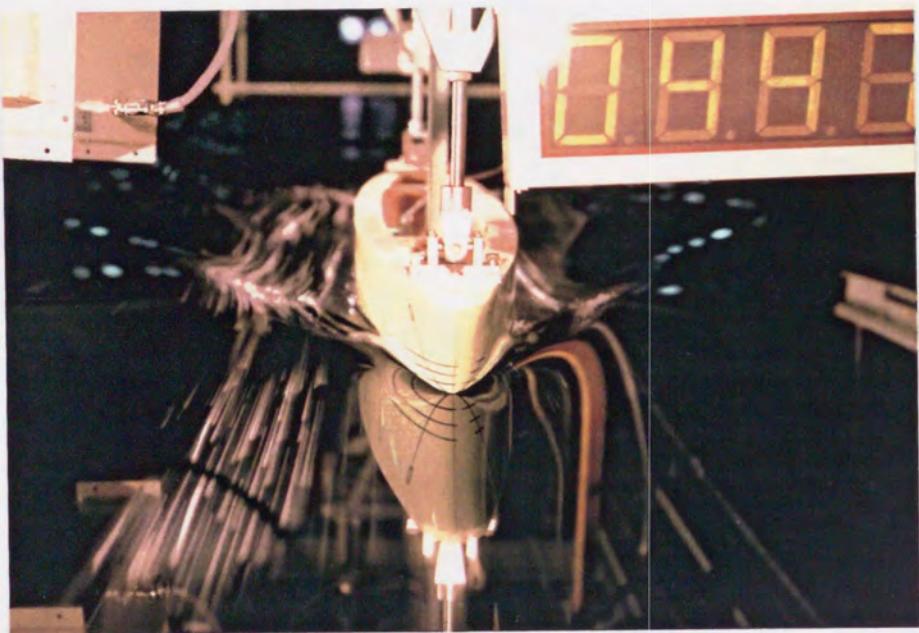


Figure 50 Bow spray observation [S4]

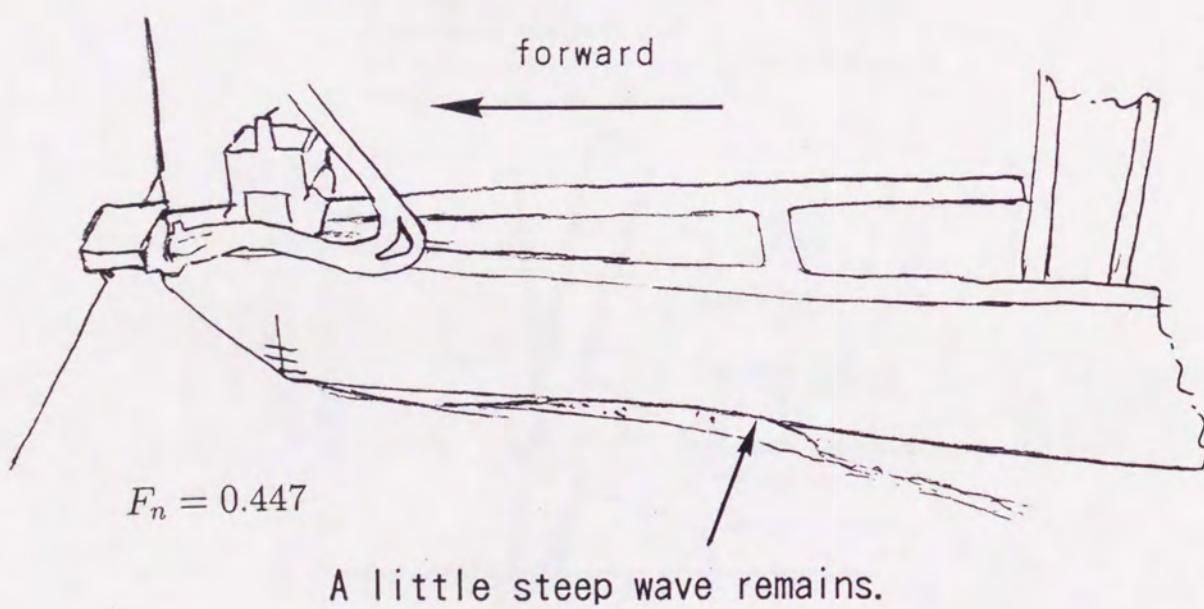
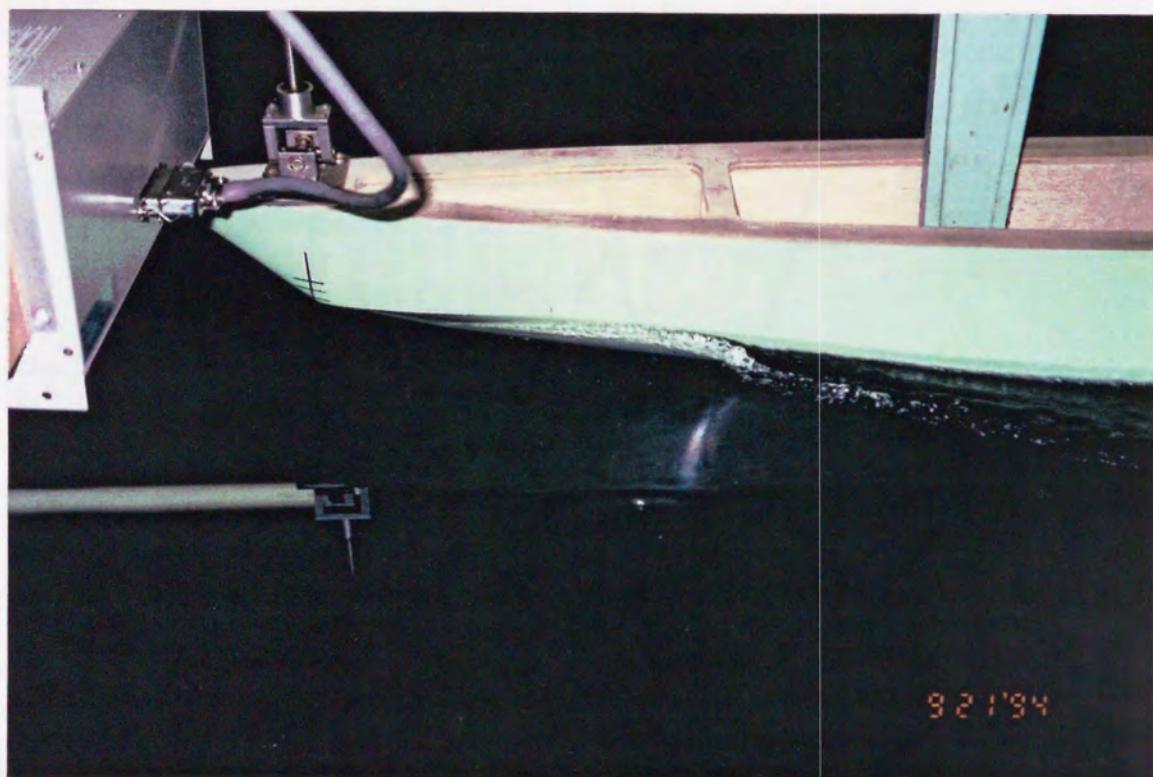


Figure 51 Bow spray observation [S4]

$\nabla = 0.05195 \text{ m}^2$
 Wetted surface area = 3.1586 m^2
 The frictional resistance is estimated by Schoenherr's formula
 condition : trim=0, draft=195 mm, fixed

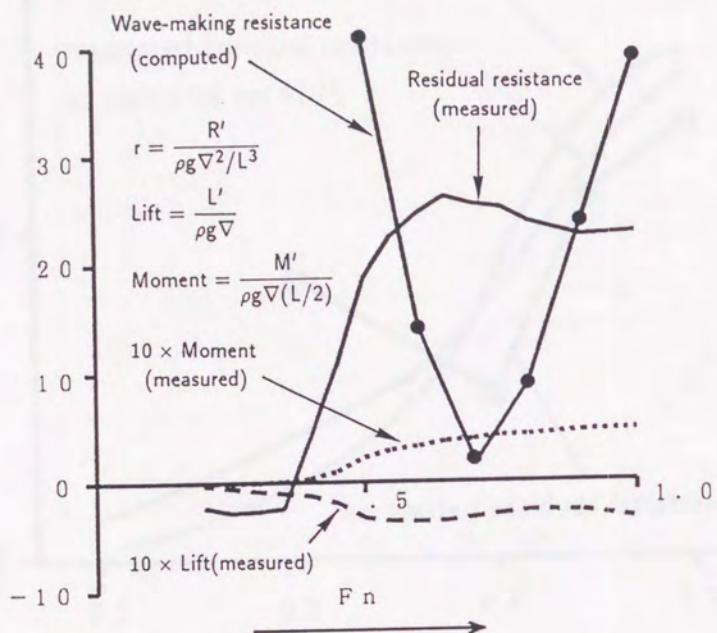


Figure 52 Experimental residual resistance [S₁]

$\nabla = 0.05195 \text{ m}^2$
 Wetted surface area = 4.3376 m^2
 The frictional resistance is estimated by Schoenherr's formula
 condition : trim=0, draft=500 mm, fixed

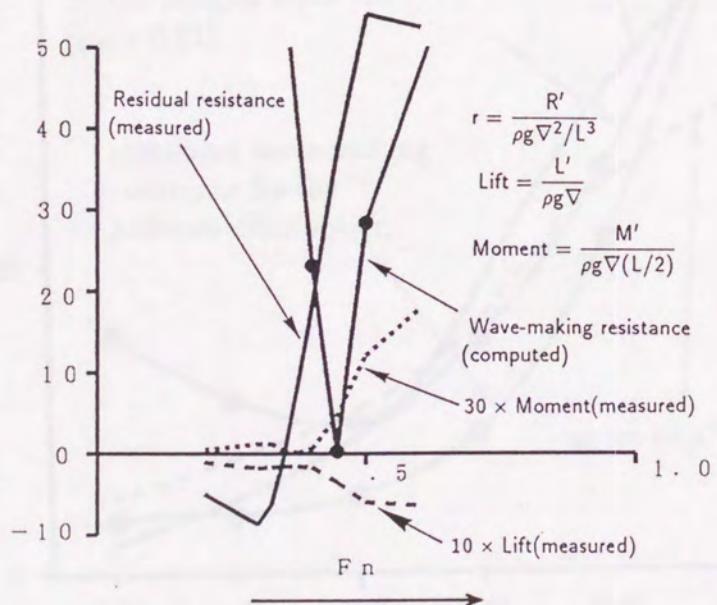


Figure 53 Experimental residual resistance [S₂]

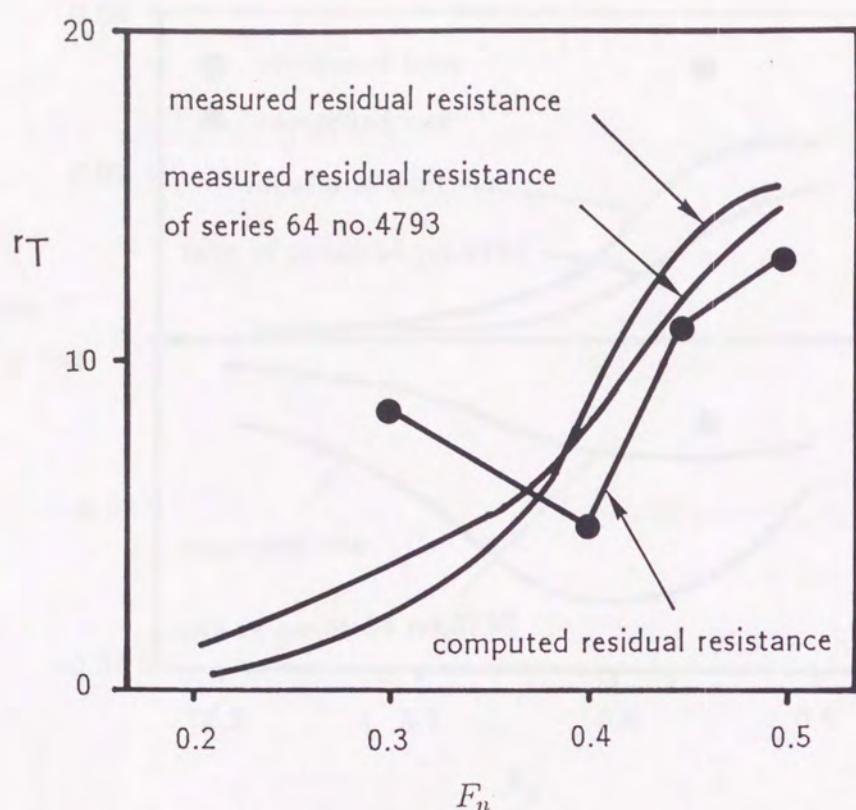


Figure 54 Experimental residual resistance [S₃]

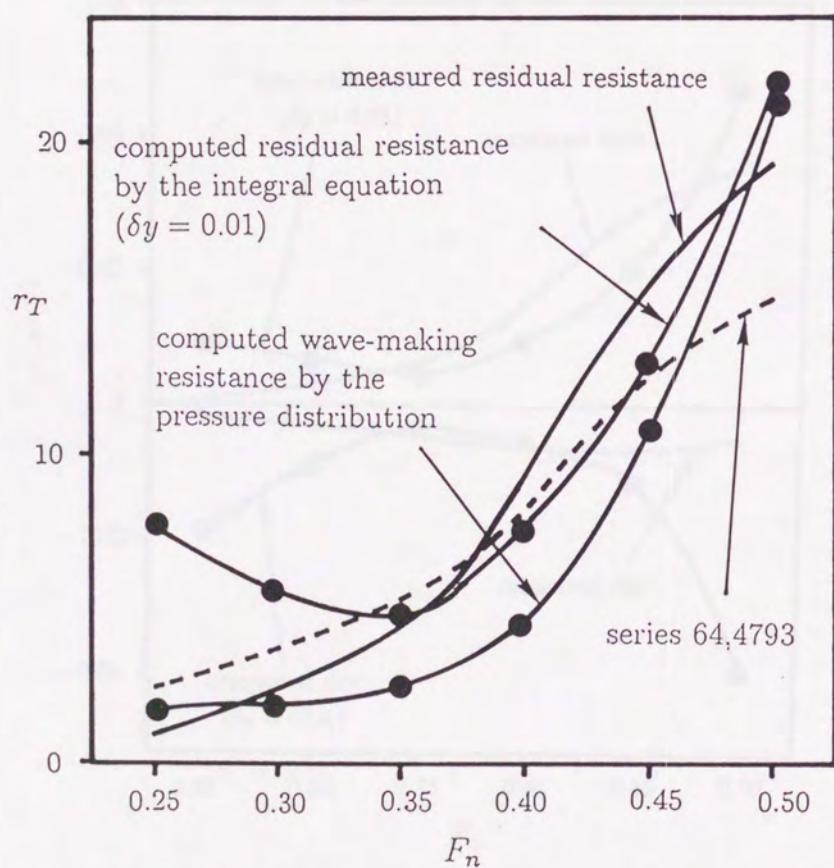


Figure 55 Experimental residual resistance [S₄]

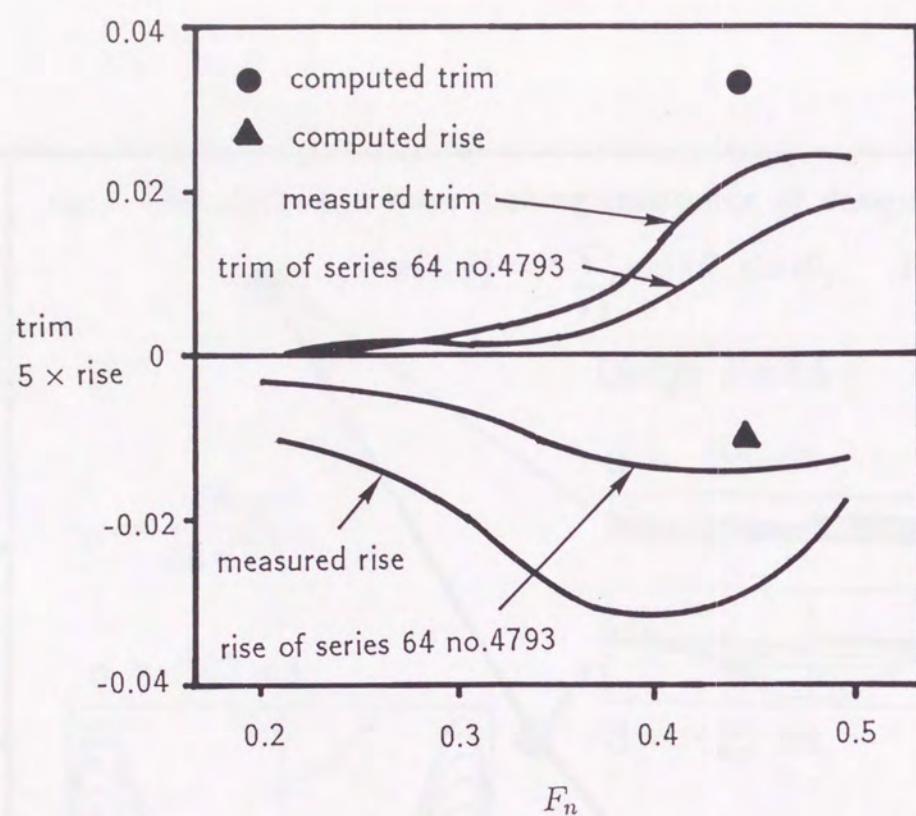


Figure 56 Trim and rise [S₃]

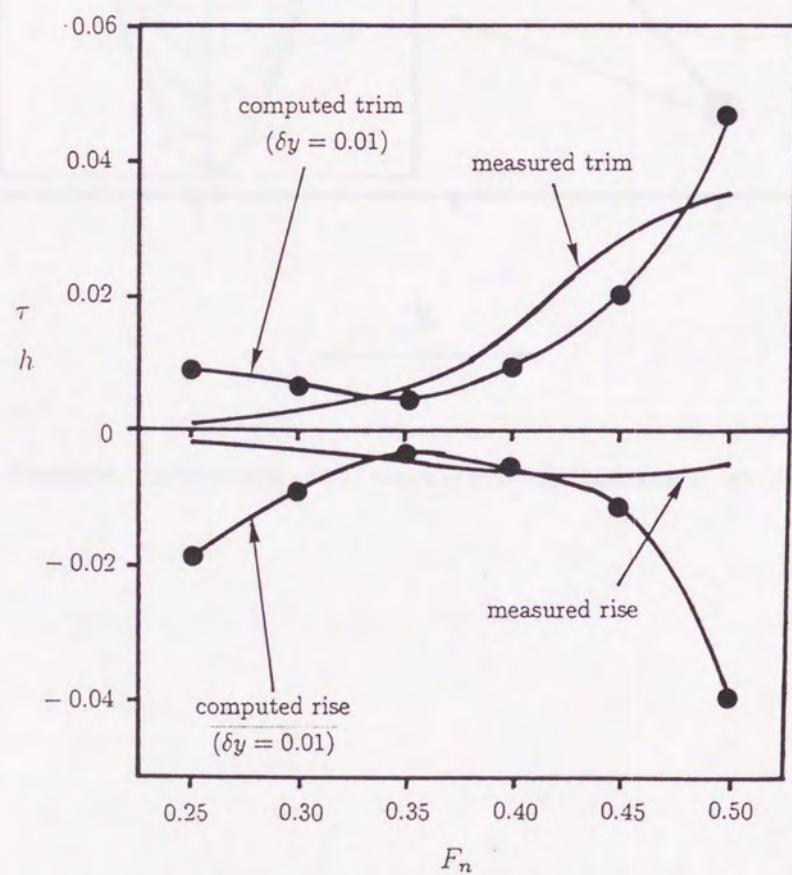


Figure 57 Trim and rise [S₄]

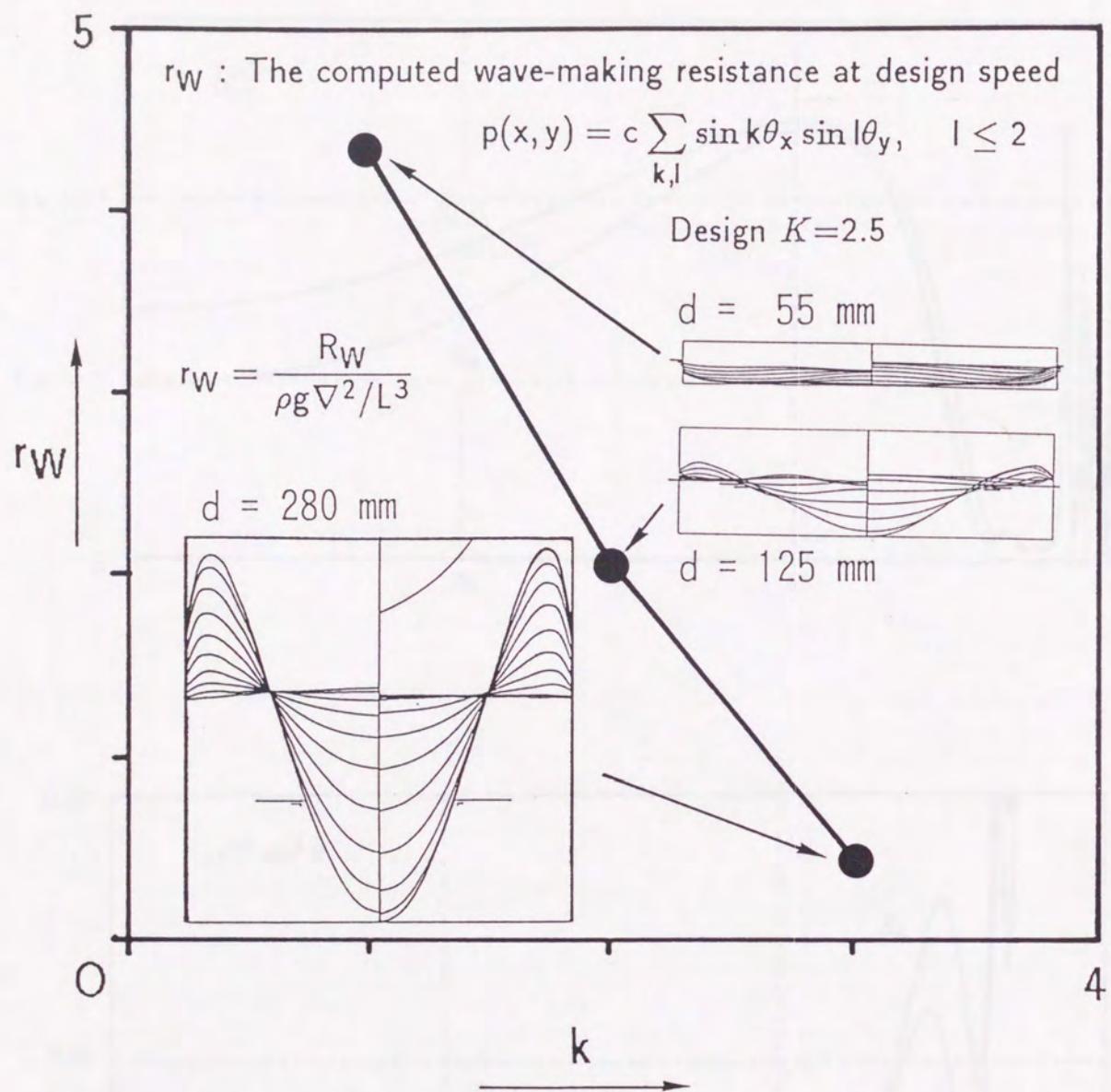
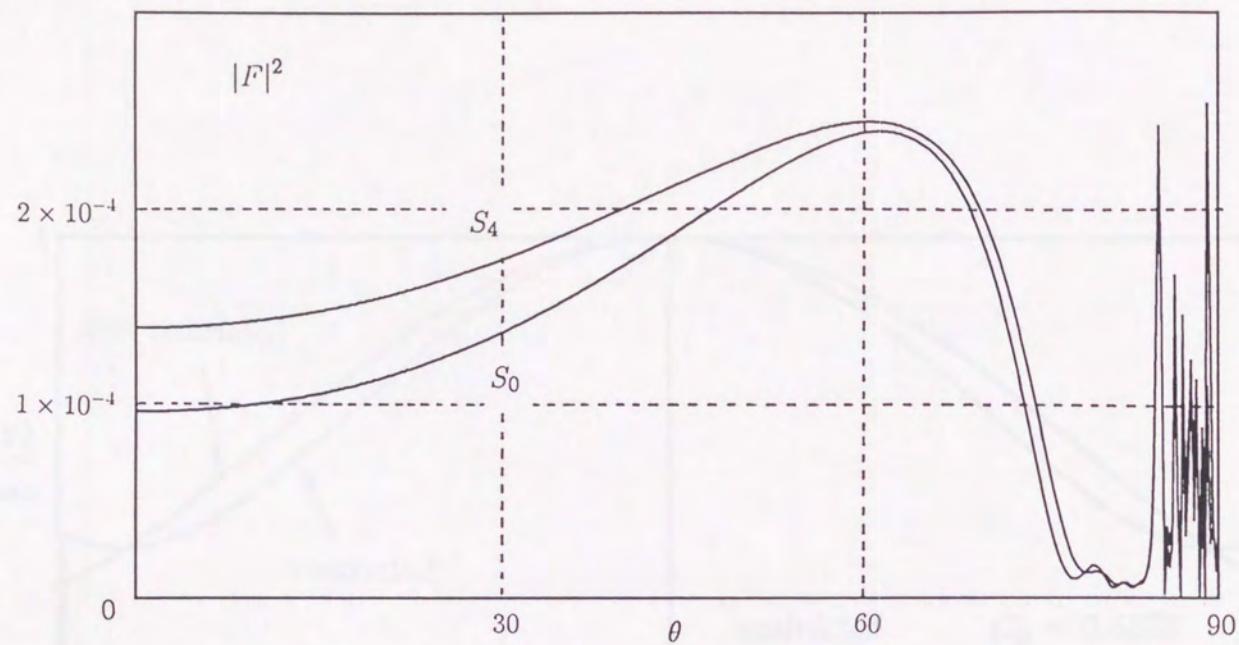


Figure 58 Pressure distribution and wave-making resistance at design speed [S₂]

$$3 \times 10^{-4}$$



$$0.10$$

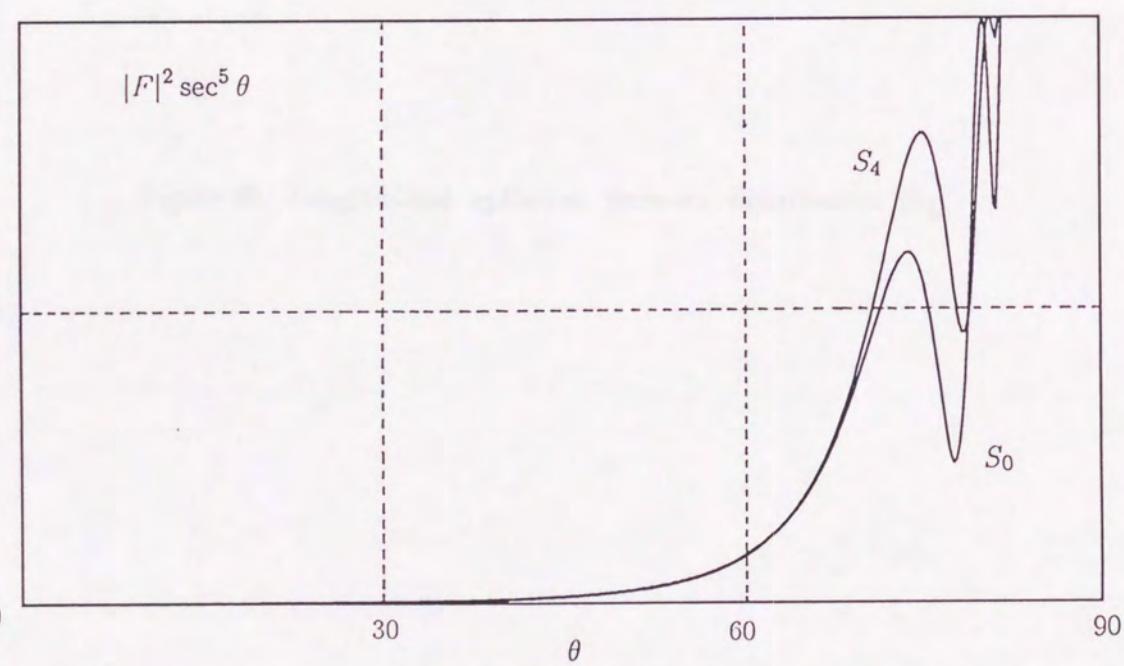


Figure 59 Computed Kotchin functions $[S_0, S_4]$

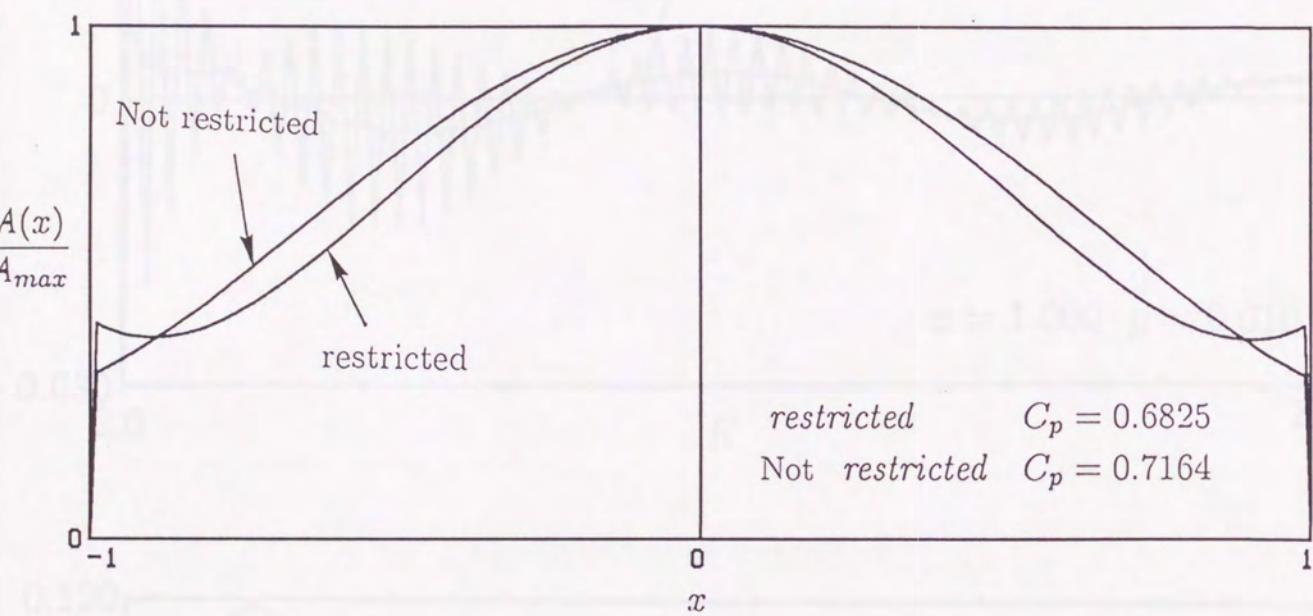


Figure 60 Longitudinal optimum pressure distribution [S₄]

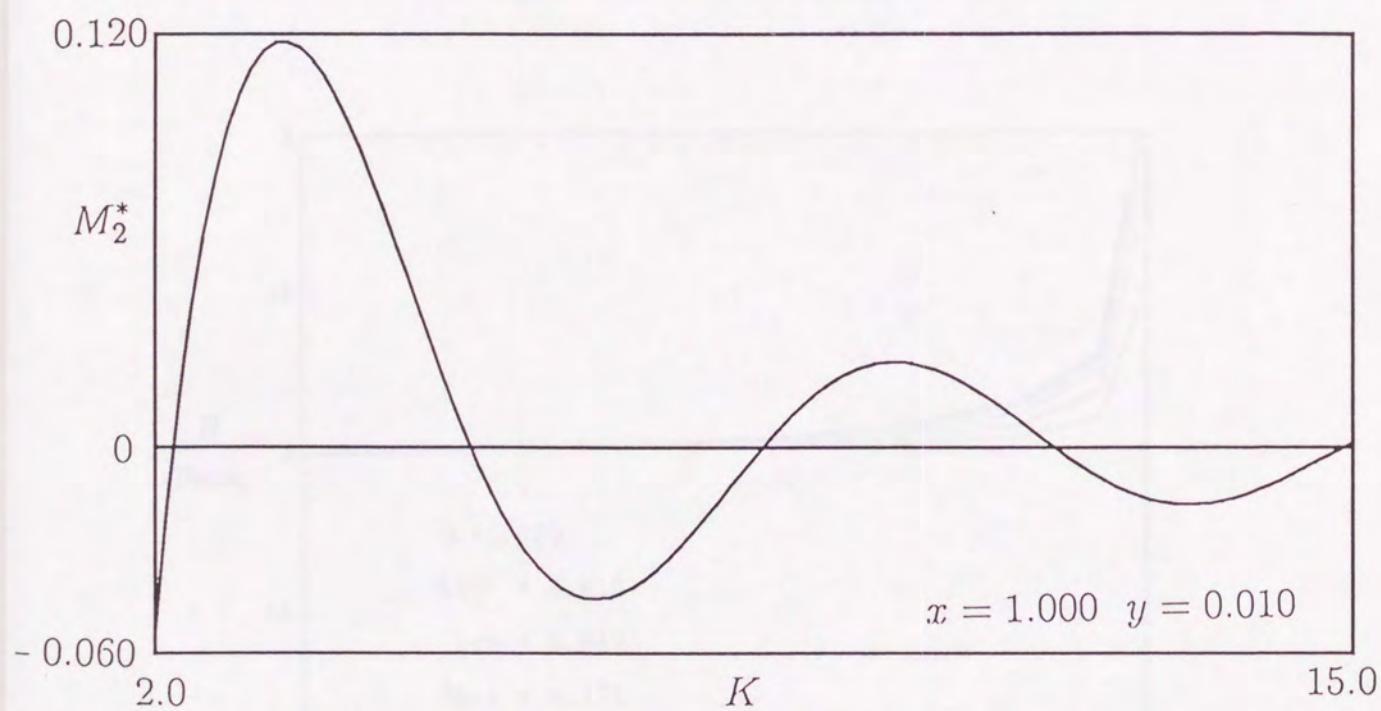
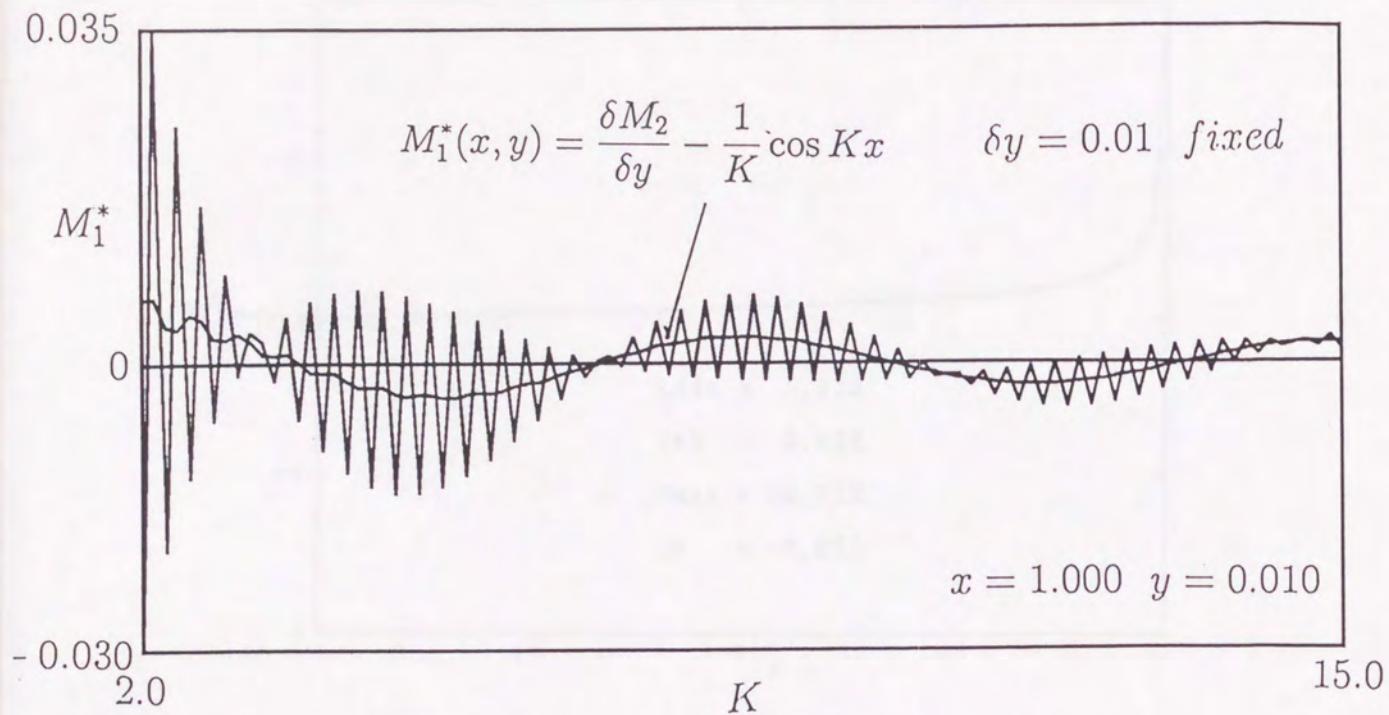


Figure 61 M_1^* and M_2^* corresponding to K

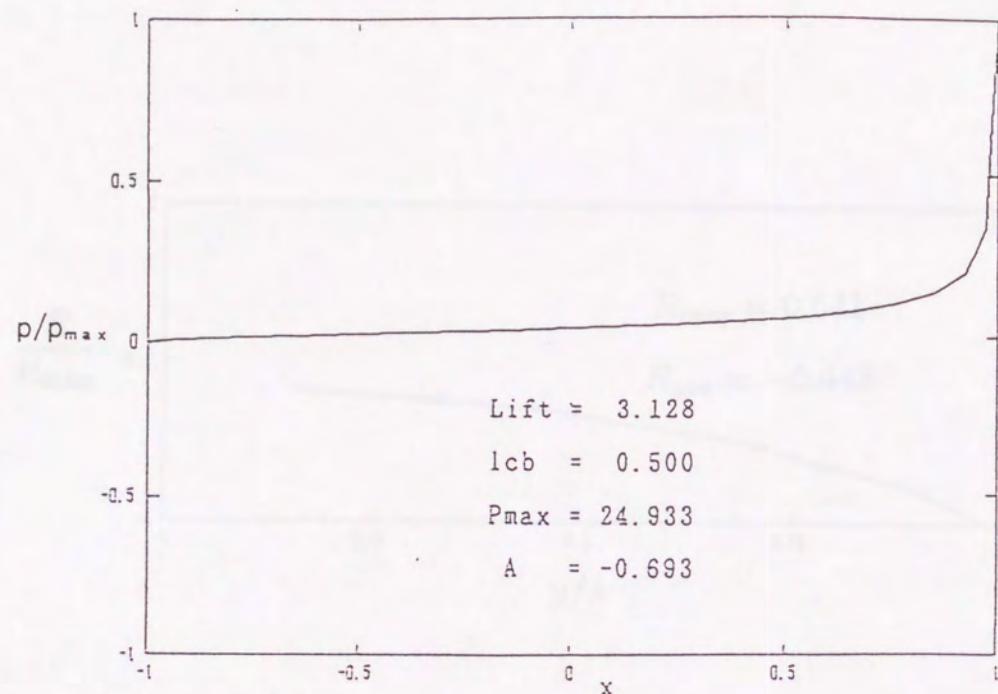


Figure 62 Pressure distribution

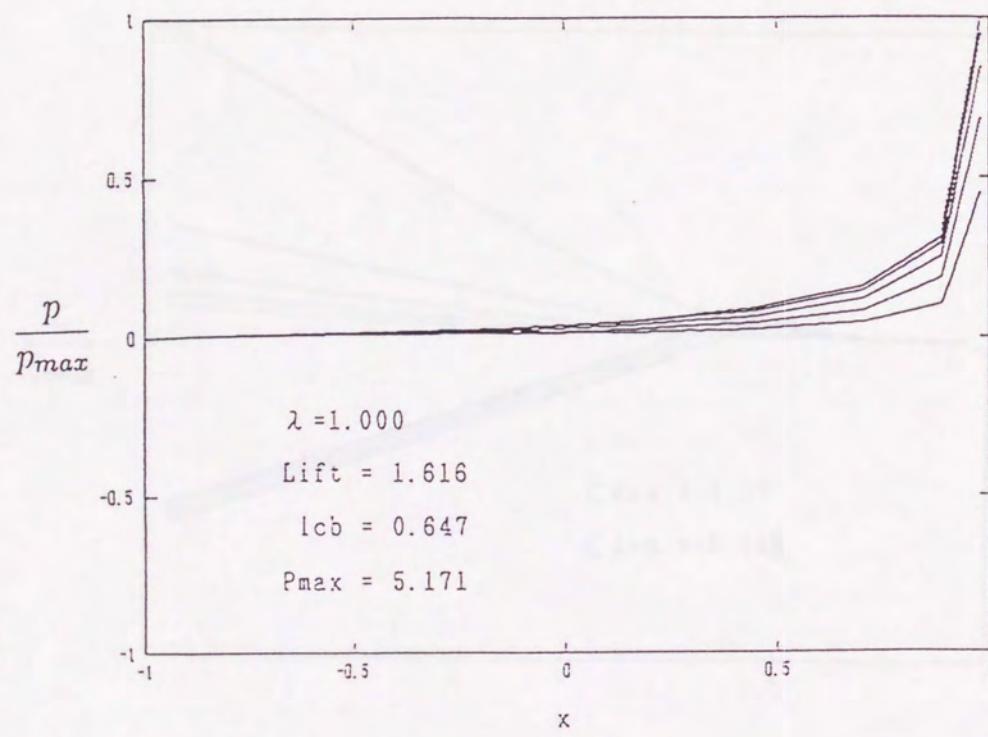


Figure 63 Pressure distribution

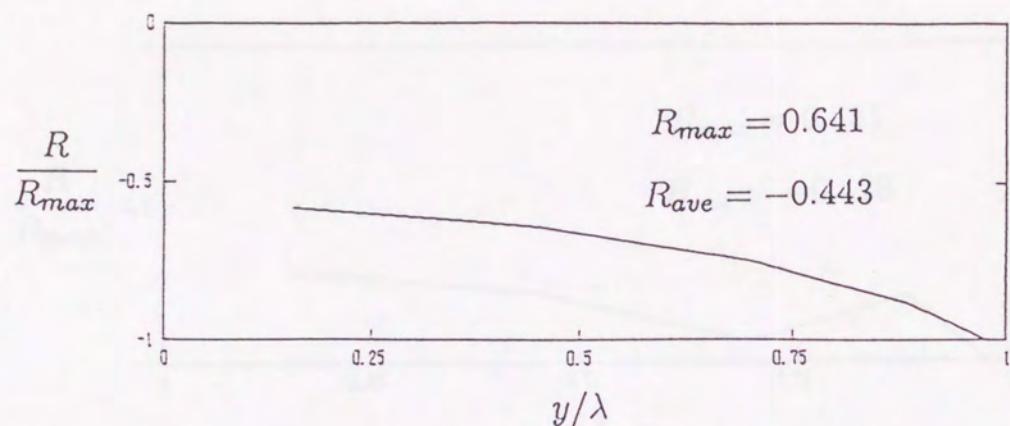


Figure 64 $R(y)$ distribution

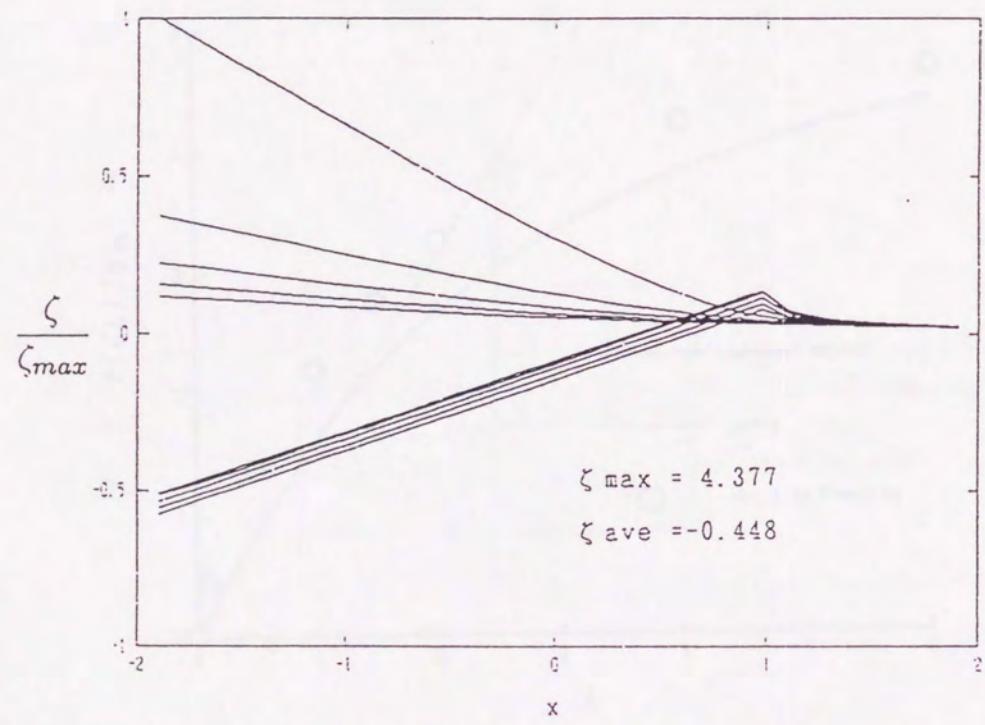


Figure 65 Surface elevation

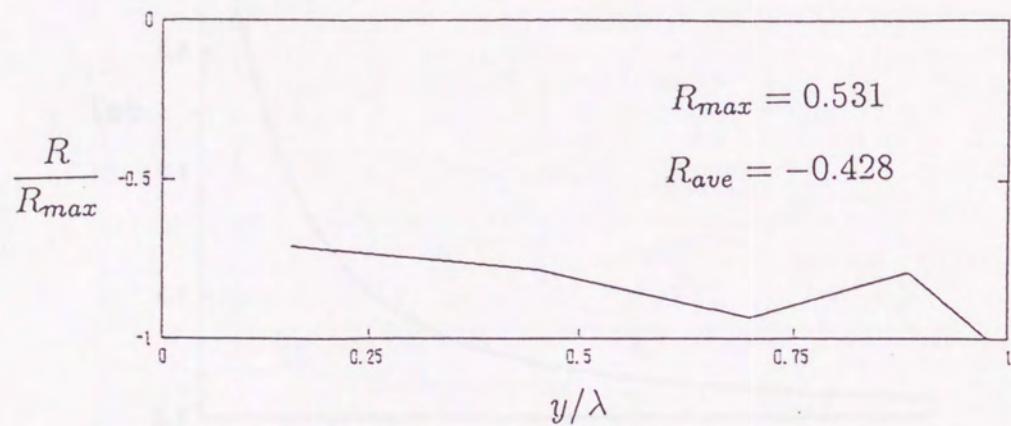


Figure 66 $R(y)$ distribution

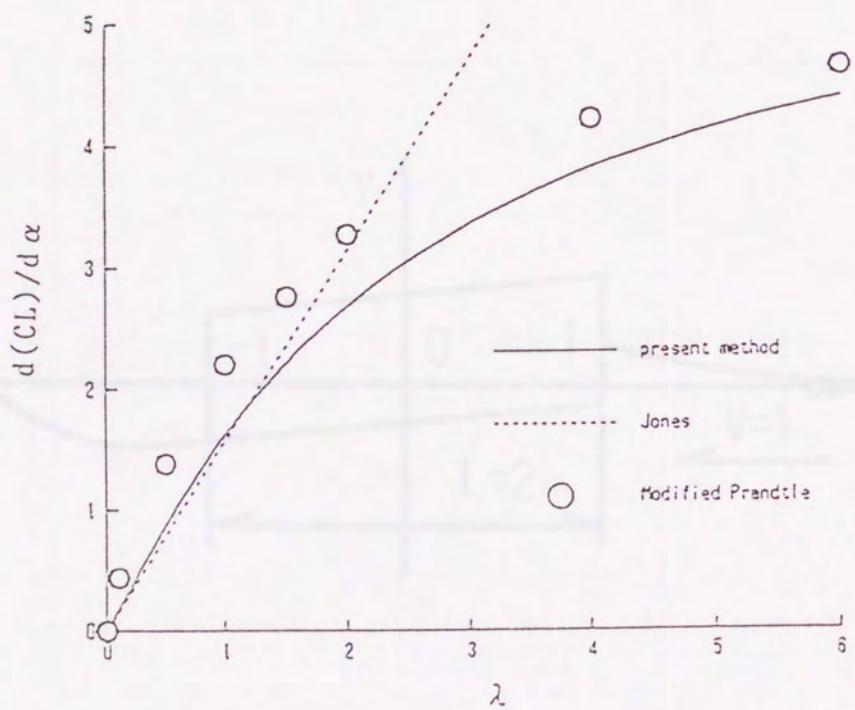


Figure 67 Evaluation of lift

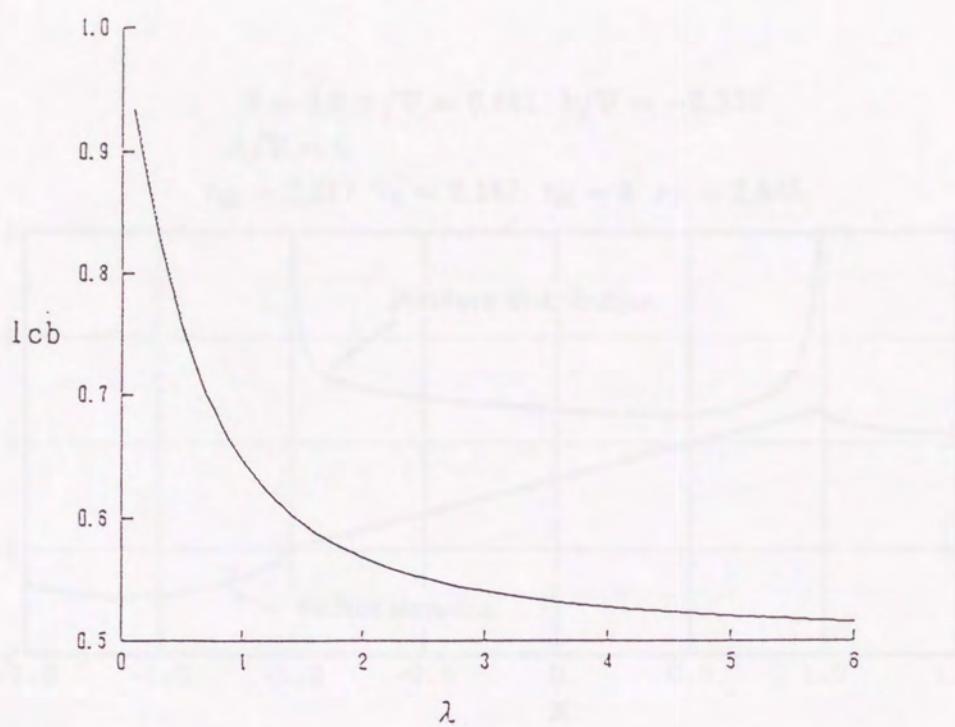


Figure 68 Evaluation of l_{CB}

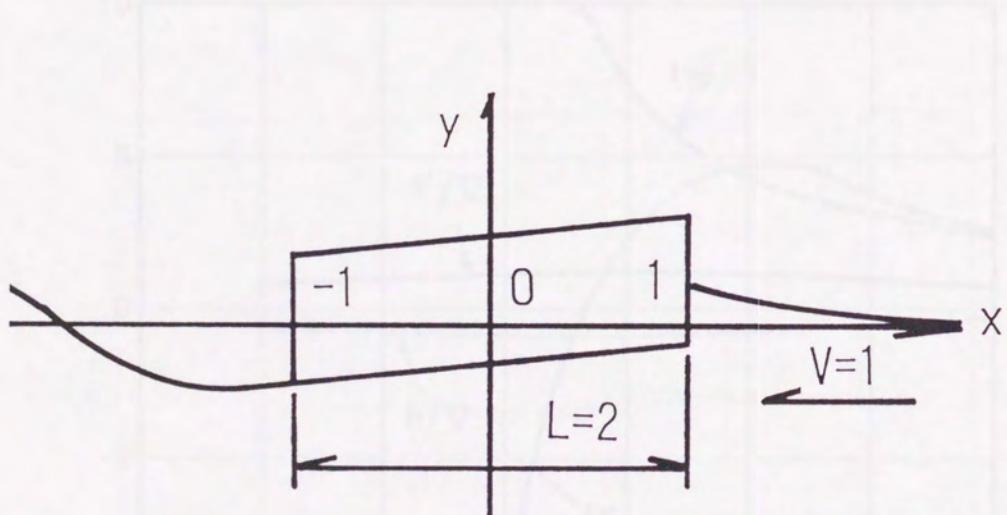


Figure 69 Coordinate system

$$\begin{aligned}
 K &= 1.0 \quad \tau/\nabla = 0.661 \quad h/\nabla = -0.330 \\
 A/\nabla &= 0 \\
 r_W &= 2.317 \quad r_S = 0.167 \quad r_H = 0 \quad r_T = 2.645
 \end{aligned}$$

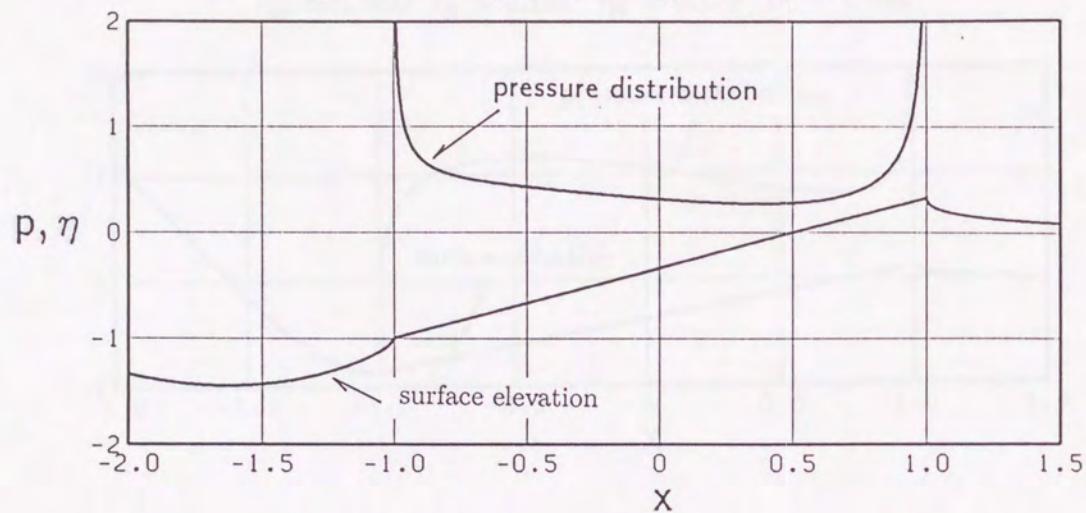


Figure 70 Pressure and surface elevation of a flat barge without Kutta's condition

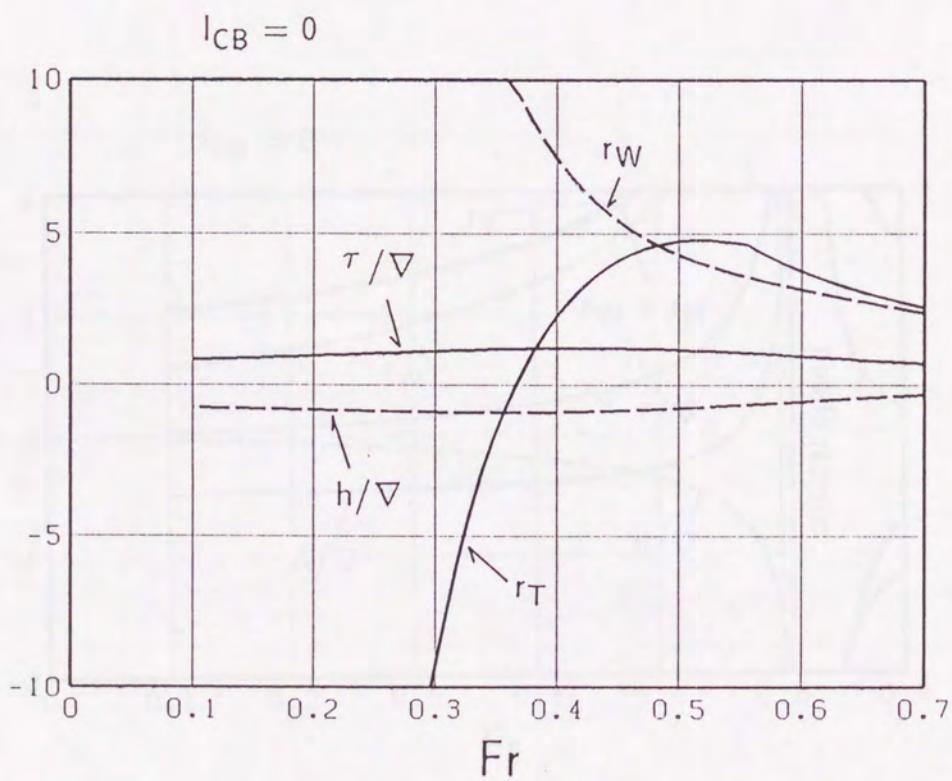


Figure 71 h, τ, r of a flat barge without Kutta's condition

$$\begin{aligned}
 K &= 2.0 \quad \tau/\nabla = 0.485 \quad h/\nabla = -0.370 \\
 A/\nabla &= -0.299 \\
 r_W &= 1.900 \quad r_S = 0.161 \quad r_H = 0.179 \quad r_T = 2.158
 \end{aligned}$$

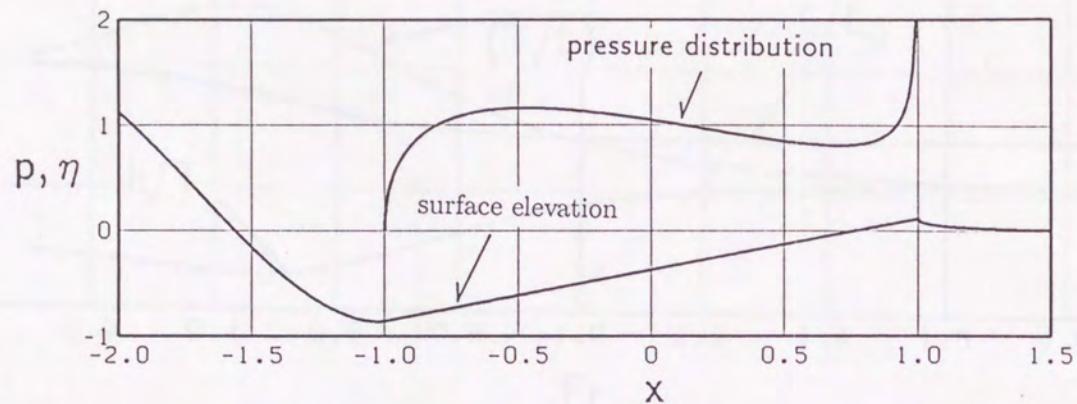


Figure 72 Pressure and surface elevation of a flat barge with Kutta's condition

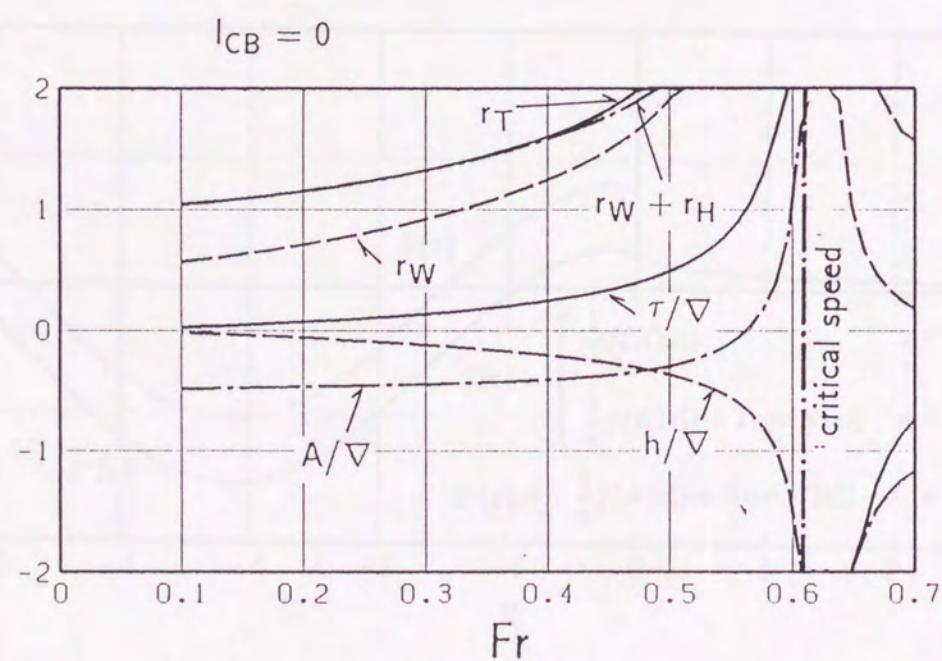


Figure 73 h, τ, A, r of a flat barge with Kutta's condition

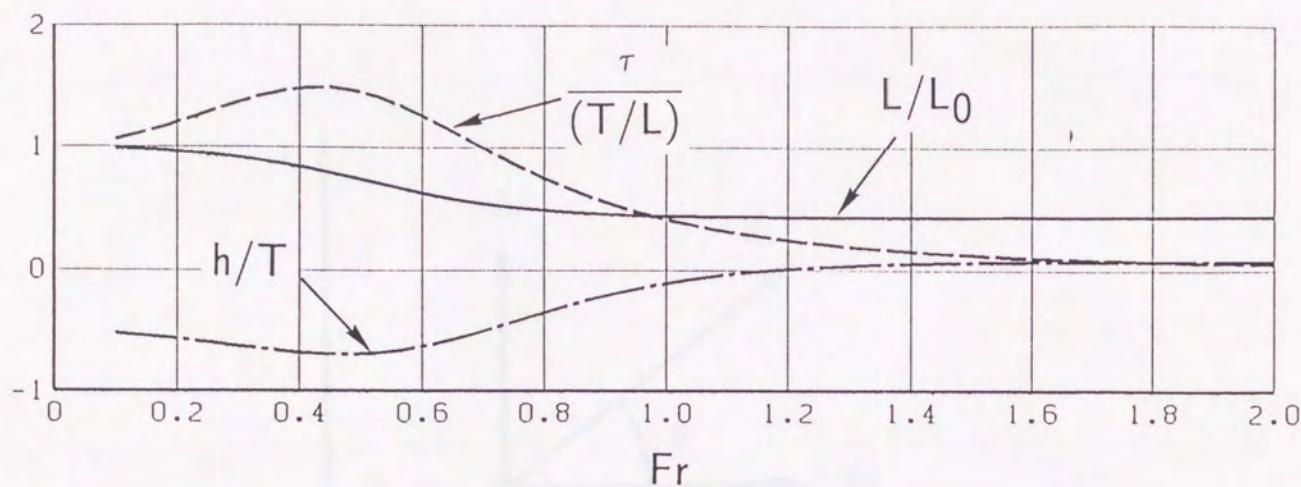


Figure 74 $\tau, h, L/L_0$ of a planing flat plate

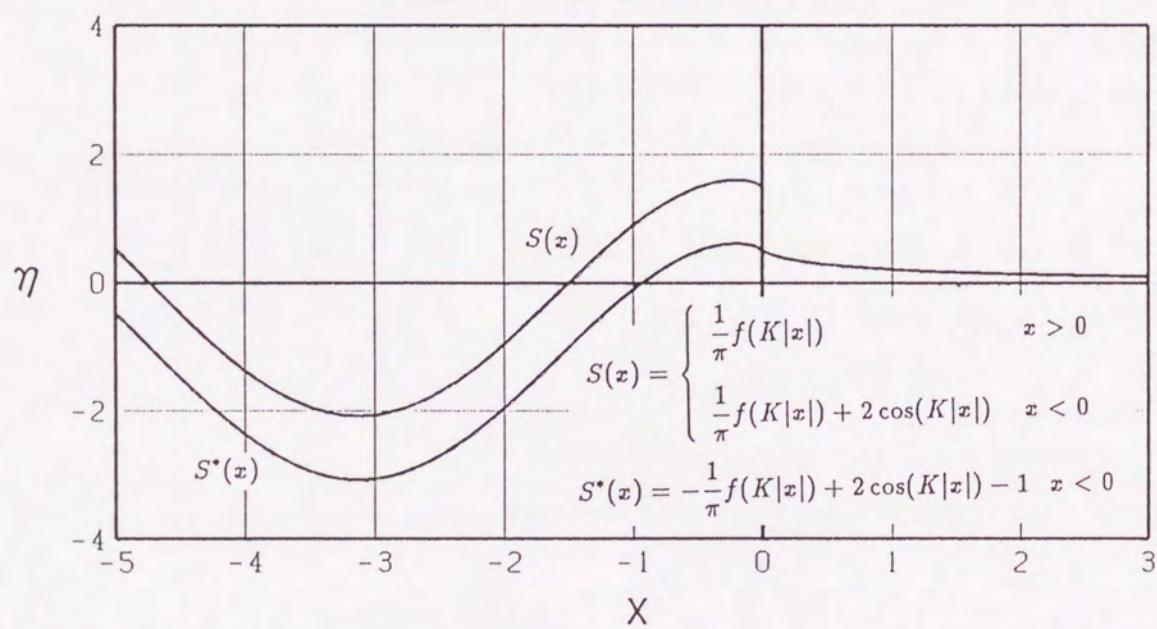


Figure 75 Surface elevation of swell-up potential

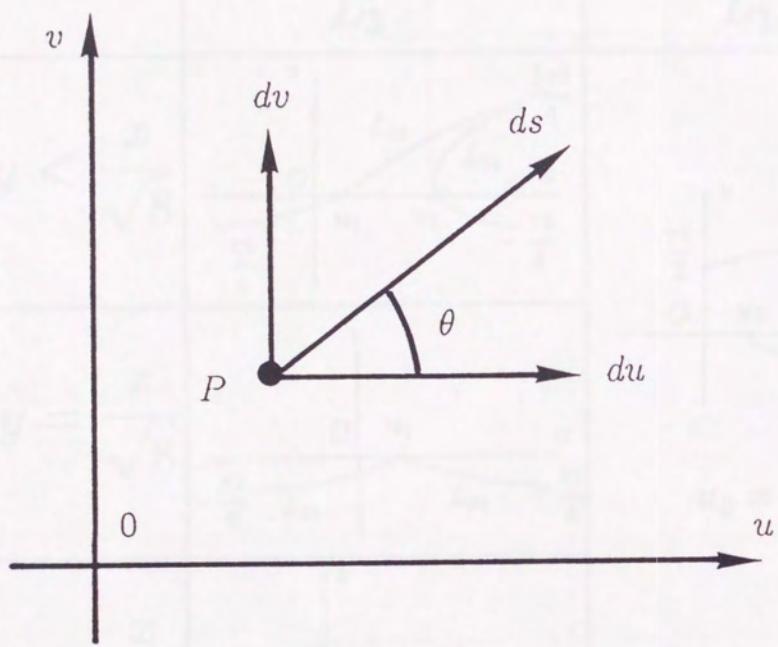
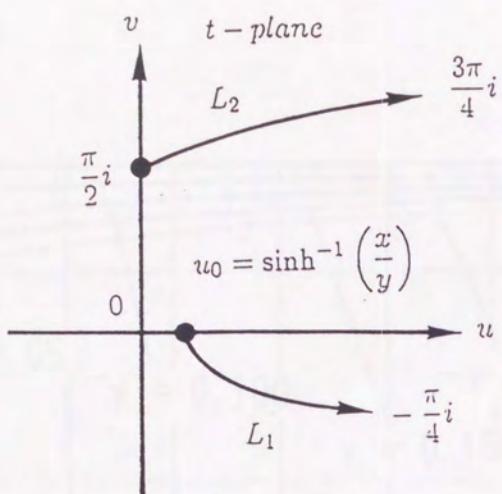


Figure 76 Slope in complex plane

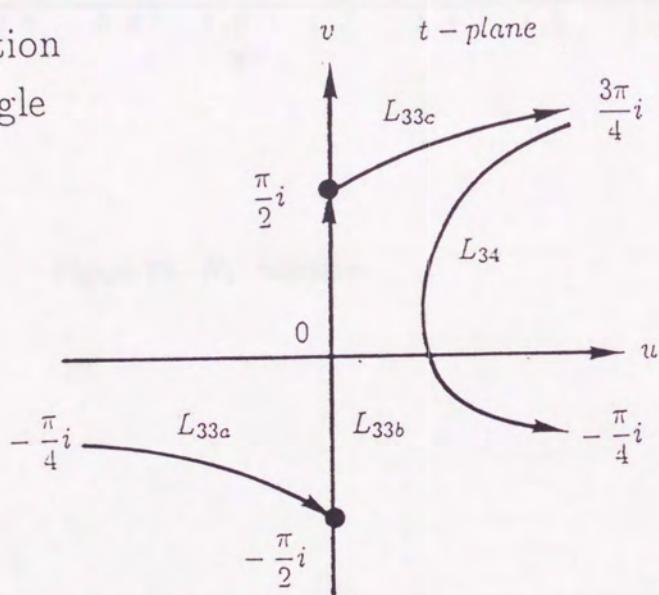
	L_3	L_1, L_2
$x > 0, y < \frac{x}{\sqrt{8}}$		
$y > 0$		$u_0 = \sinh^{-1} \frac{x}{y}$
$y > \frac{x}{\sqrt{8}}$		
$x > 0, y = 0$		
$x = 0, y > 0$		

Figure 77 Outline of integral paths

for N_1 function



for M_1, M_2 function
inside Kelvin angle



for M_1, M_2 function
outside Kelvin angle

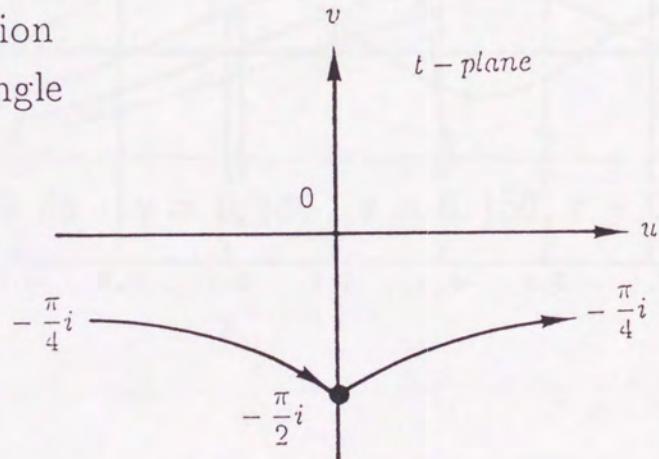


Figure 78 Outline of simplified integral paths

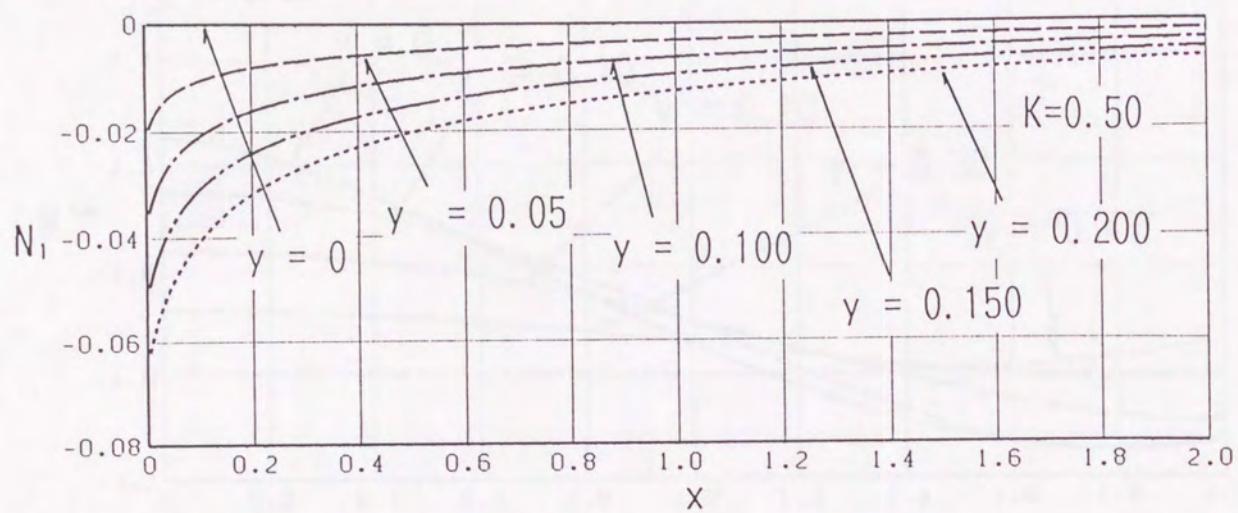


Figure 79 N_1 function

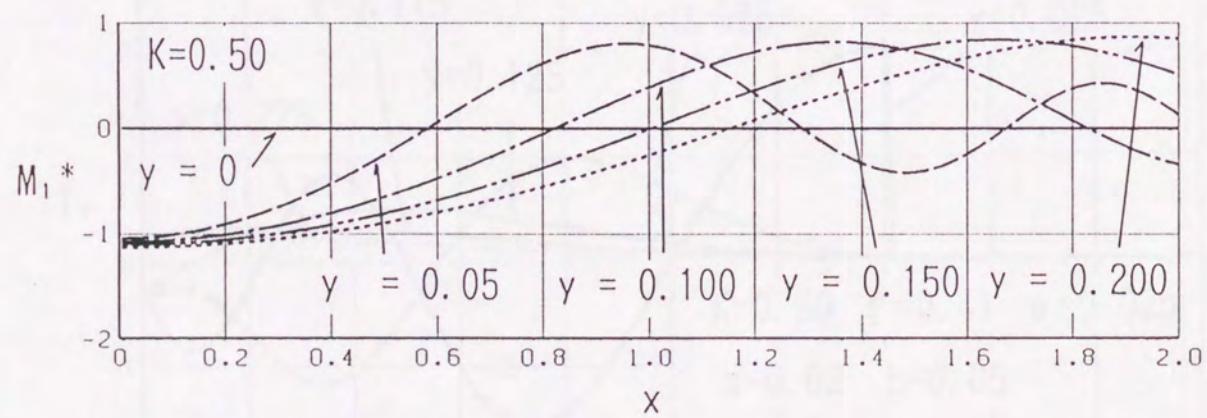


Figure 80 M_1^* function

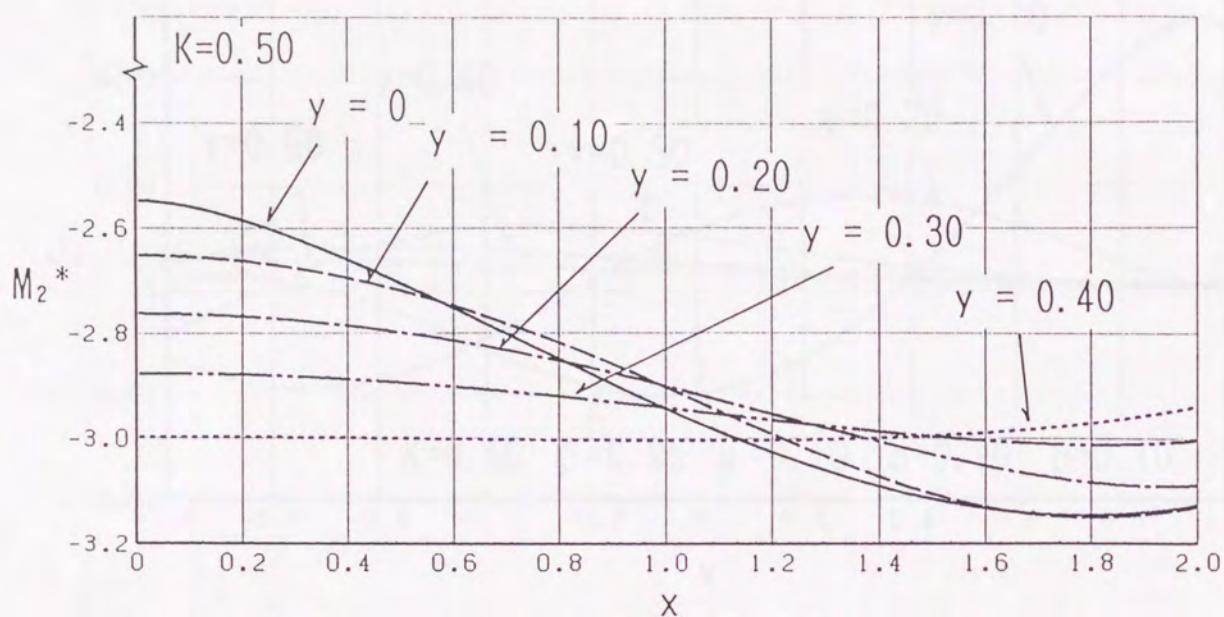


Figure 81 M_2^* function

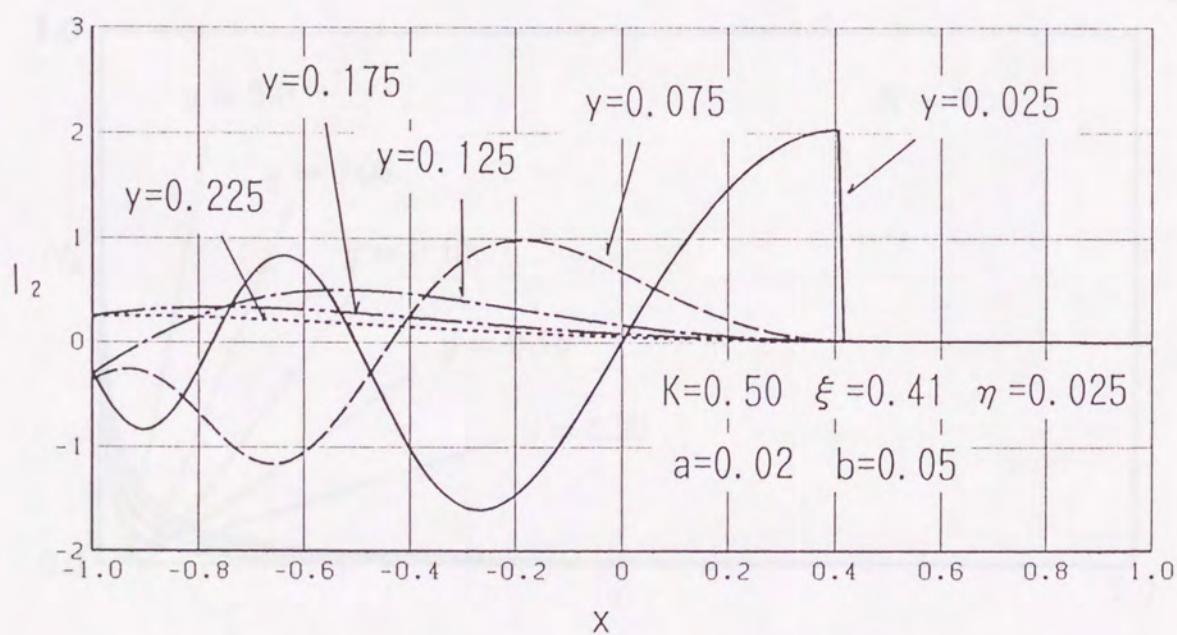


Figure 82 I_2 integral

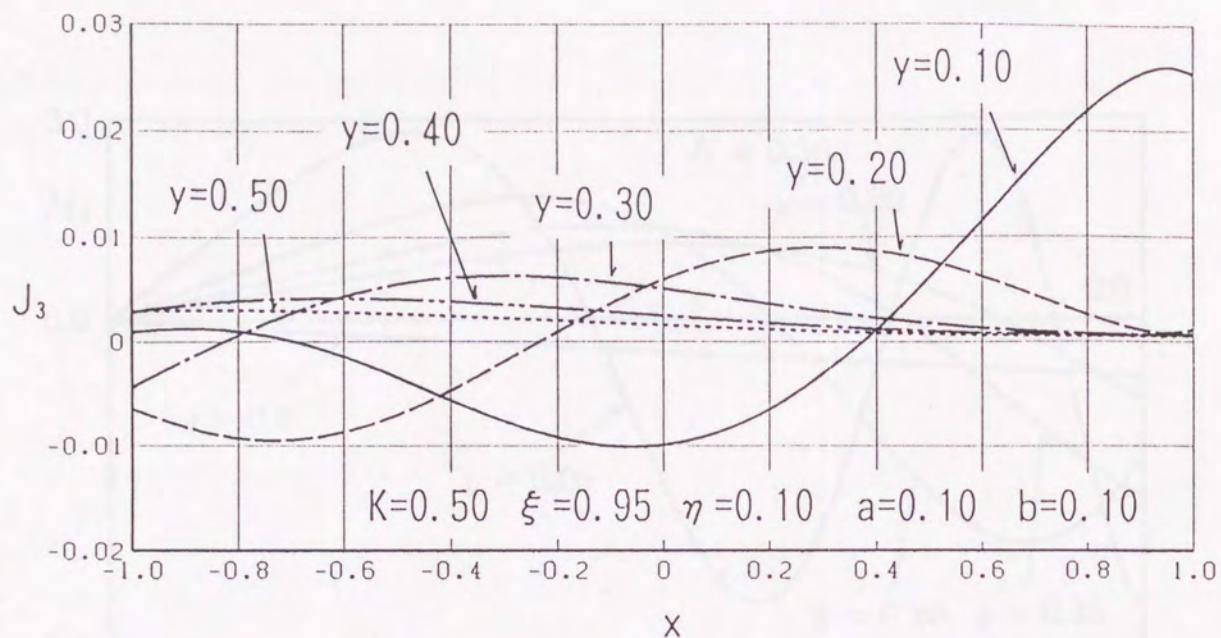


Figure 83 J_3 integral

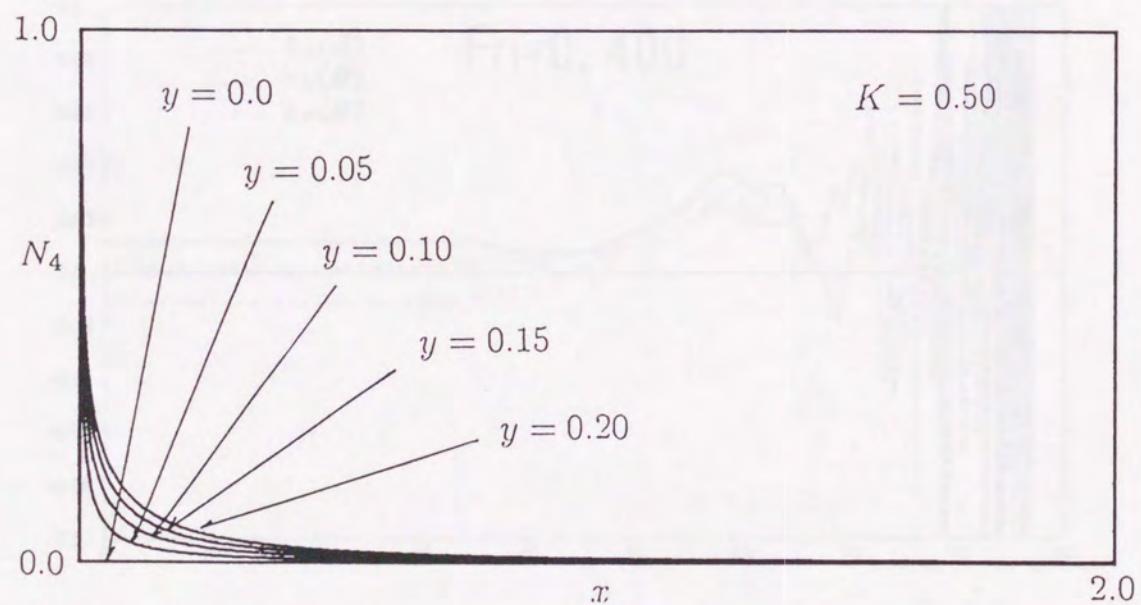


Figure 84 N_4 function

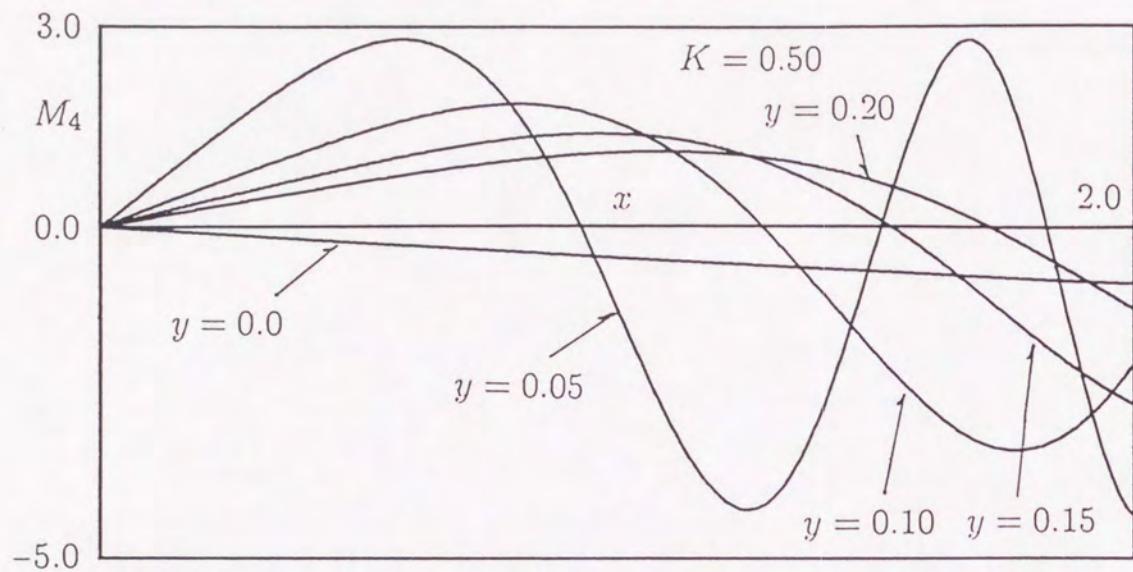


Figure 85 M_4 function

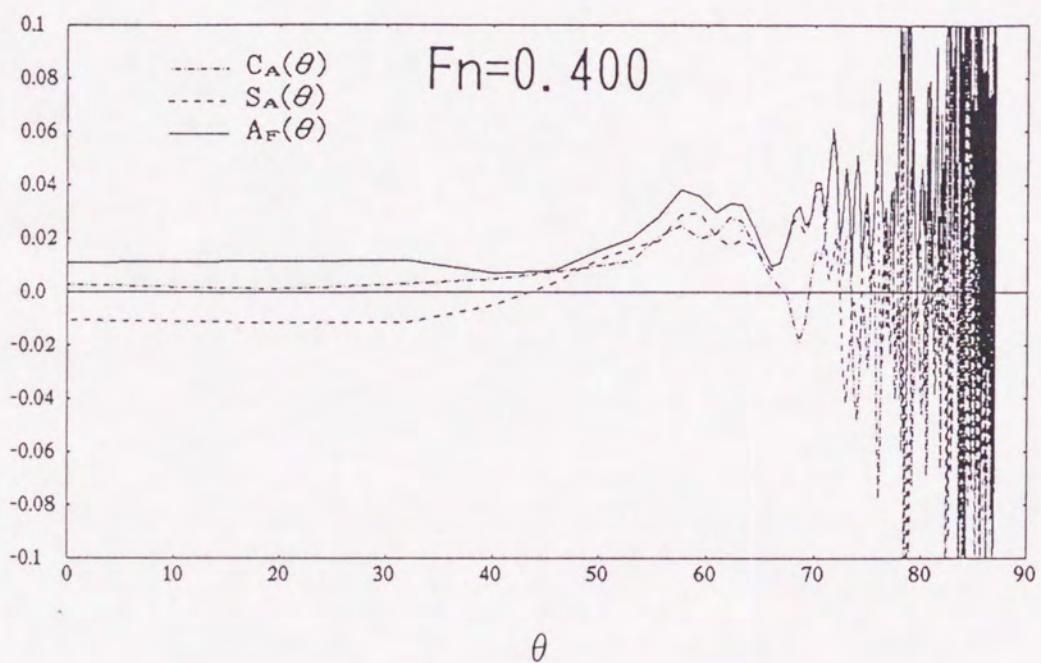


Figure 86 Amplitude function

