



Title	相関システムの出力SN比およびその改善に関する研究
Author(s)	大沢, 寿
Citation	大阪大学, 1971, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1143
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

相関システムの出力SN比
およびその改善に関する研究

大 沢 寿

昭和45年12月

内 容 梗 概

本論文は、相関システムを Pre-detection 形と Post-detection 形に大別し、それぞれに属する各種の相関システムの出力 SN 比およびその改善に関して、筆者が大阪大学大学院工学研究科（通信工学専攻）在学中に行なった研究の成果をまとめたものである。

全篇は、序論、第 1 篇、第 2 篇、第 3 篇、および結論から成り、第 1 篇は 3 章、第 2 篇は 5 章、第 3 篇は 4 章から構成されている。

序論および各篇の第 1 章では、従来行なわれてきたこの種の研究概要と本研究との関連を系統的に記述し、本研究の意義、所在を明確にしている。

第 1 篇は、掛算器と積分フィルタから成る通常の相関システム、すなわち Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して論じたものである。

第 1 篇第 2 章では、平均値（直流分）が零でないガウス形ランダム信号および雑音を入力とする Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して、従来の解析に比べ、より一般的な解析を行ない、かつ、入力 of 直流分が出力 SN 比に及ぼす影響を明らかにしている。

第 2 篇は、各入力チャンネルに検波器を備えた相関システム、すなわち Post-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して論じたものである。被変調波から変調信号の相関関数を求める際には、この種の相関システムが必要となるし、また、電波天文学の分野で利用される相関ラジオメータや相関干渉計もその一種である。

二乗則包絡線検波器を備えた Post-detection 形相関システム、すなわち AM 相関システムの出力 SN 比に関しては、これまでに近似解析がなされている。第 2 篇第 2 章では、近似を行なうことなく、入力信号および雑音がともに狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合の AM 相関システムの出力 SN 比を求め、その特性を論じている。

第 2 篇第 3 章では、 AM 相関システムの入力信号として、正弦波およびガウス形ランダム信号で振幅変調された信号を対象とした場合の出力 SN 比について解析している。

FM 検波器を備えた Post-detection 形相関システム，すなわち FM 相関システムは， FM データ・レコーダを備えた相関システムなどにその例を見ることができ，その場合には，極低周波成分を含む信号に対しても有効に相関を取ることができ，かつ利得変動を受けにくいという特色を持つ．第2篇第4章では，正弦波およびガウス形ランダム信号で周波数変調された信号を入力信号とする場合の FM 相関システムの出力 SN 比の特性を論じている．

第3篇は，第1篇，第2篇で行なった各種相関システムの出力 SN 比の比較および改善に関して論じたものである．

第3篇第2章では，Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムとの比較， AM と FM 相関システムとの比較，さらに無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号の場合と正弦波およびガウス形ランダム信号で変調された信号の場合の比較など，システムあるいは入力信号の相違による出力 SN 比の特性の差異を明確にしている．

第3篇第3章では各種相関システムについて，掛算器入力の直流分を除去した場合の除去しない場合に対する SN 比の改善度を求め，直流分を除去することにより出力 SN 比の改善が得られることを提案している．

第1篇第3章，第2篇第5章，および第3篇第4章は各篇の各章で得られた主要な結果がまとめられている．また，全体の結論は，本研究の成果を総括して述べたものである．

相関システムの出力 SN 比および その改善に関する研究

目 次

内 容 梗 概

序 論	1
第 1 篇 Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比	5
第 1 章 緒 論	5
第 2 章 Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比	7
2.1 出力 SN 比の一般的解析	7
2.1.1 信号出力	7
2.1.2 雑音出力	8
2.1.3 出力 SN 比の一般式	10
2.2 出力 SN 比の特性および入力直流分の影響	12
2.2.1 出力 SN 比の算出	12
2.2.2 出力 SN 比の特性および入力直流分の影響	15
第 3 章 結 論	18
第 2 篇 Post-detection 形相関システムの出力 SN 比	19
第 1 章 緒 論	19
第 2 章 AM 相関システムの出力 SN 比	
— (I) 狭帯域ガウス形ランダム信号の場合 —	21
2.1 緒 言	21
2.2 出力 SN 比に関する一般式	21
2.2.1 検波器出力	21
2.2.2 信号出力	23

2.2.3	雑音出力	25
2.2.4	出力 SN 比	29
2.3	出力 SN 比の特性	31
2.3.1	出力 SN 比の遅延時間による変化	31
2.3.2	等価平均時間	34
2.3.3	出力 SN 比の特性	36
2.4	出力の電力スペクトル密度	39
2.5	従来の近似解析結果との比較	42
2.5.1	Bendat の解析との比較	42
2.5.2	藤本の解析との比較	45
2.6	結 言	47
第 3 章	AM 関連システムの出力 SN 比	
	— (II) AM 信号の場合 —	49
3.1	結 言	49
3.2	ガウス形ランダム変調信号の場合の出力 SN 比	49
3.2.1	信号出力および雑音出力	49
3.2.2	出力 SN 比	53
3.2.3	直流分除去回路を含む場合の出力 SN 比	57
3.2.4	出力の電力スペクトル密度	60
3.3	正弦波変調信号の場合の出力 SN 比	63
3.3.1	出力 SN 比	63
3.3.2	出力の電力スペクトル密度	69
3.4	結 言	72
第 4 章	FM 関連システムの出力 SN 比	74
4.1	結 言	74
4.2	出力 SN 比の一般式	75
4.2.1	信号出力	75
4.2.2	雑音出力	77
4.2.3	出力 SN 比	79

4.3	ガウス形ランダム変調信号の場合の出力 SN 比	79
4.3.1	出力 SN 比	79
4.3.2	出力の電力スペクトル密度	84
4.4	正弦波変調信号の場合の出力 SN 比	86
4.5	結 言	88
第5章	結 論	89

第3篇 相関システムの出力 SN 比の比較および出力 SN

	比の改善	91
第1章	緒 論	91
第2章	相関システムの出力 SN 比の比較	92
2.1	緒 言	92
2.2	Pre-detection 形と Post-detection 形相関システム	92
2.3	AM と FM 相関システム	94
2.4	狭帯域ガウス形ランダム信号とガウス形ランダム変調 信号および正弦波変調信号	97
2.5	結 言	99
第3章	直流分除去による出力 SN 比の改善	100
3.1	緒 言	100
3.2	Pre-detection 形相関システムの SN 比改善度	100
3.3	Post-detection 形相関システムの SN 比改善度	101
3.4	結 言	108
第4章	結 論	110
	結 論	111
	謝 辞	113
	付 録	115
	文 献	121

序

論

近年、相関関数の雑音に強い特質を利用して情報処理を行なう相関システムが通信工学をはじめとして、理工学・医学等の種々の分野において盛んに応用されている。雑音に埋れた微弱信号の検出^{(1)~(3)}やレーダへの応用^{(4)~(6)}など通信工学の分野においてはもちろんのこと、計測・制御への応用^{(7),(8)}さらに音響工学・地震工学における振動、あるいは船舶・航空機が航行中に受ける不規則な振動等、力学系における各種の振動の解析⁽⁹⁾、また医学の分野では脳波・心電等の解析⁽¹⁰⁾への応用における相関技術の有用性は大である。一方、相関干渉計（強度干渉計）を用いて光のゆらぎの相関を電氣的に求めることによって、恒星の視直径を従来より一桁良好な精度で測定できるようになり、爾来、電波天文学・統計光学は長足の進歩を遂げている^{(11)~(16)}。

一般にアナログ形の相関システムはつぎの二種に大別することができる。

(1) Pre-detection 形相関システム

(2) Post-detection 形相関システム

ここで、(1)はいわゆる通常の相関器で図 0.1 に示されるように、掛算器と積分フィルタから成っている。この種の相関システムの理論的研究は従来から広く行われていて、その出力特性に関してはかなり解明されている。一方(2)は図 0.2 に示されるように相関器の入力端に検波器を備えた相関システムで、検波器出力を相関器により情報処理することから Post-detection 形と呼ばれている。この種の相関システムの出力特性に関する理論的研究は、ほとんど為されていない現状にある。なお、対流圏散乱通信などにおいて利用されているダイバーシティ受信方式⁽¹⁷⁾にも、Pre-detection 方式と Post-detection 方式がある。相関システムは通常のダイバーシティとは合成方法が異なるが、空間ダイバーシティの一種とみなすこともできる。

筆者は、Pre-detection 形相関システムに関しては従来の解析をさらに一般化し、また Post-detection 形相関システムに関してはこれまで不明であった出力特性を詳細に解明することを目的として、「相関システムの出力 S/N 比およびその改善に関する研究」の題目のもとに研究成果をまとめた次第

である。

まず、はじめに相関システムの出力 S/N 比の定義を行なうことにする。周知のように、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t-\tau)$ を定常ランダムプロセスとすると相関関数は次式の時間平均により定義される⁽¹⁸⁾。

$$R_0(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f_1(t) f_2(t-\tau) dt \quad (0.1)$$

ただし、 τ は遅延時間である。式 (0.1) において、 $f_1(t)$ と $f_2(t)$ が同一の関数であるときには自己相関関数、同一でないときは相互相関関数と呼ばれる。ここで $f_1(t)$ 、 $f_2(t-\tau)$ がエルゴード性を有すると、 $R_0(\tau)$ は次のアンサンブル平均に等しくなる⁽¹⁸⁾。

$$R_0(\tau) = \langle f_1(t) f_2(t-\tau) \rangle \quad (0.2)$$

ここに、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を意味する。

相関システムにおいて、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t-\tau)$ を掛算器の入力とすると積 $f_1(t) f_2(t-\tau)$ が積分フィルタにより平均される訳であるが、その際積分フィルタの平均時間が無限に長い理想的な場合には式 (0.1) で定義されるような相関関数が得られる。ところが、実際には積分フィルタの時定数が有限であるため、平均時間は有限の長さに制限される。このため、相関システムの出力には時間 t には無関係な τ により決まる一定値 (直流分)、すなわち相関関数の他に時間的にランダムに変動する成分が生じ、これが出力雑音となる。そこで本研究では、相関システムの出力 $z(t, \tau)$ の平均値 $\langle z(t, \tau) \rangle$ のうち τ のみに関する成分を出力の信号成分 $R_s(\tau)$ とし、また $z(t, \tau)$ の分散

$$\sigma^2 = \langle z^2(t, \tau) \rangle - \langle z(t, \tau) \rangle^2 \quad (0.3)$$

を出力の雑音電力と定義することにする。したがって、相関システム出力の信号対雑音電力比⁽¹⁹⁾ (Signal-to-Noise Power Ratio, 以下本研究では S/N 比と呼ぶ) $(S/N)_0$ は次式により定義される。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = R_s^2(\tau) / \sigma^2 \quad (0.4)$$

以下，本研究では，定義式(0.4)を基にして，出力 SN 比の解析を行なうことにする。

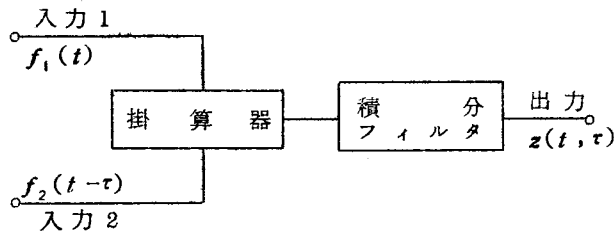


図0.1 Pre-detection形相関システム

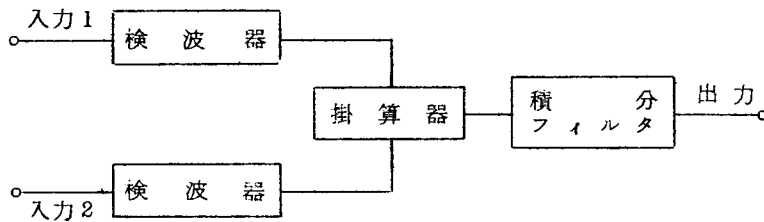


図0.2 Post-detection形相関システム

従来の研究概要と本研究との関連に関しては，第1篇および第2篇の緒論において述べることにして，つぎに本研究の意義を明らかにする。

筆者は，まず従来の平均値が零のガウス形ランダムプロセスを入力とする場合のPre-detection形相関システムの出力 SN 比に関する研究を一般化して，平均値が零でないガウス形ランダムプロセスを入力とする場合の SN 比の解析を行い，かつ入力直流分の出力 SN 比に与える影響を明らかにした。

ついで、従来近似的にしか解析されていなかった二乗則包絡線検波器を備えた Post-detection 形相関システム— AM 相関システムにおいて入力信号が無変調のガウス形ランダム信号の場合の出力 SN 比の特性を近似を行うことなく詳細に解析した。

また、これまでに行なわれていなかった、 AM 信号を入力信号とする場合の AM 相関システムおよび FM 信号を入力信号とする場合の FM 検波器を備えた Post-detection 形相関システム— FM 相関システムの出力 SN 比の特性を解明した。

最後に、以上の各種相関システムの出力 SN 比の特性を比較検討し、さらに掛算器入力に直流分除去回路を挿入することにより相関システムの出力 SN 比が改善されることを示し、かつ直流分を除去しない場合に対する SN 比改善度を求め、その特性を明確にしている。

第 1 篇 Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比

第 1 章 緒 論

掛算器と積分フィルタから成る通常のアナログ形相関器は Pre-detection 形相関システムと呼ばれ、通信工学、医学等多くの分野において盛んに利用されている。この種の相関システムの出力 SN 比に関する研究は相関システムにおける主要な理論的課題として、古くから盛んに為されている。

これらの研究の先鞭をつけたのは Lee ら^{(20),(21)}で、サンプリング形相関器において正弦波信号とランダム雑音を入力とする場合の出力 SN 比を求めている。また、Fano⁽¹⁹⁾は CW 形の相関器について正弦波あるいはランダム信号とランダム雑音を入力とし、積分フィルタを RC 低周波フィルタと仮定した場合の解析を行っている。これと相前後して、Davenport^{(22),(23)}はサンプリング形と CW 形の両方について一般的な解析を行ない、どちらも本質的には同一の SN 比となることを示している。また、Green⁽²⁴⁾はシステムの一方の入力に線形フィルタを挿入し、かつ積分フィルタとして低周波フィルタと帯域フィルタを仮定した場合についてそれぞれ出力 SN 比を求め、出力信号自身は相違するが SN 比としては大差ないことを明らかにしている。一方、相関関数の測定に際して遅延時間を得るために遅延線を使用することがしばしばあるが、そのような場合には入力信号は遅延線により減衰を受ける。Jacobson⁽²⁵⁾はこのような入力信号の減衰により出力 SN 比が劣化する模様を解析している。

最近では、入力信号の中心周波数および入力信号の帯域幅で正規化した積分フィルタの時定数をパラメータとした解析^{(26),(27)}が Mayo らによって為され、また、Curry⁽²⁸⁾は種々の積分フィルタに対する SN 比の比較を行っている。

以上の解析はいずれも入力信号として平均値が零のガウス形ランダム信号あるいは正弦波を、入力雑音として平均値が零のガウス形ランダム雑音を仮定した場合の解析であって、入力の平均値が零でない場合すなわち入力に直

流分が存在するとき、それが SN 比に与える影響について解析されていない。なお、 SN 比の解析においては、通常、入力雑音は定常なガウス形ランダムプロセスと仮定しているが、非定常あるいは非ガウス形ランダムプロセスを仮定した特殊な解析^{(29),(30)}や、出力の確率密度関数などの解析^{(31)~(36)}も行われている。

相関関数の測定に際して、入力信号や雑音の一部としてあるいは回路構成上必然的に相関システムの入力に直流分が含まれることがしばしばある。たとえば一象限形の掛算器を用いた場合^{(37),(38)}などはその一例である。しかるに、これまでに入力直流分も考慮に入れた解析は為されておらず、直流分が出力 SN 比に及ぼす影響に関してはいまだ明らかにされていない現状にある。

そこで本篇では、Pre-detection 形相関システムにおいて平均値が零のガウス形ランダム信号と雑音の外に直流分も存在する、より一般的な場合について出力 SN 比を求め、入力直流分が出力 SN 比に与える影響を明らかにする。

第2章 Pre-detection形相関システムの 出力 SN 比^{(39),(40)}

2.1 出力 SN 比の一般的解析

2.1.1 信号出力

図2.1に示される Pre-detection形相関システムの入力1および入力2における入力信号 $s_1(t)$, $s_1(t-\tau)$ はともに平均値0の定常低周波ガウス形ランダム信号で, τ は遅延時間である. また, 入力雑音 $n_1(t)$, $n_2(t)$ は, たがいにおよび信号とも)統計的に独立な, 平均値0の定常低周波ガウス形ランダム雑音で, d_1 , d_2 はそれぞれ各入力の直流分(ただし, 各入力の信号および雑音の平均値が0でない場合には, それらの平均値の和を表わす)である. ただし, 入力信号および雑音はエルゴード性を有するものとする. 以下, 本研究で扱うガウス形ランダムプロセスはすべてエルゴード性を有するものとする.

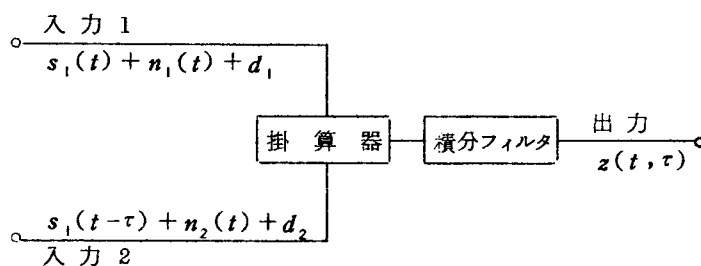


図2.1 Pre-detection形相関システム

いま, 積分フィルタのインパルスレスポンスを $h(t)$, 相関器の出力を $z(t, \tau)$ とすると, $z(t, \tau)$ は, 次式のよ様に, 掛算器出力 $\{s_1(t) + n_1(t) + d_1\}\{s_1(t-\tau) + n_2(t) + d_2\}$ と $h(t)$ の convolution 積分で与えられる.

$$z(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{s_1(t-t_1) + n_1(t-t_1) + d_1\} \cdot \{s_1(t-\tau-t_1) + n_2(t-t_1) + d_2\} h(t_1) dt_1 \quad (2.1)$$

序論でも述べたように，出力 $z(t, \tau)$ の信号成分は，出力の直流分に含まれる τ の関数として，定義される⁽⁴¹⁾．そこで，出力の信号成分を求めるために，まず，出力の直流分を求める．出力の直流分 $z(\tau)$ は，式(2.1)の平均を取り，かつ， $s_1(t)$ ， $n_1(t)$ ， $n_2(t)$ が統計的に独立であることを考慮に入れると，次式のようになる．

$$z(\tau) \equiv \langle z(t, \tau) \rangle = \{ S \rho_s(\tau) + d_1 d_2 \} \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) dt_1 \quad (2.2)$$

ここに，記号 $\langle \rangle$ は，アンサンブル平均を意味する．また S は $s_1(t)$ の平均電力， $\rho_s(t)$ は $s_1(t)$ の正規化自己相関関数で，次式により与えられる．

$$\rho_s(\tau) = \langle s_1(t) s_1(t-\tau) \rangle / S \quad (2.3)$$

式(2.2)の内， τ の関数は第1項のみで，これが出力信号成分である．また，第2項は入力直流分により生じる成分である．したがって，出力信号成分を $R_s(\tau)$ で表わすと，出力の信号電力は次式となる．

$$R_s^2(\tau) = S^2 \rho_s^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) h(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2.4)$$

ここで， $t_2 - t_1 = \xi$ とおき，フィルタの自己相関関数⁽⁴²⁾

$$W(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t+\xi) dt \quad (2.5)$$

を用いると，出力の信号電力は，

$$R_s^2(\tau) = S^2 \rho_s^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \quad (2.6)$$

となる．

2.1.2 雑音出力

実際の相関器においては，積分フィルタの時定数により，平均時間は有限

の長さに制限される。そのために、出力には、2.1.1で求めた直流分の他にランダムに変動する成分が生じ、これが出力雑音となる。したがって、出力の雑音電力は、次式のように分散 σ^2 により定義される。

$$\sigma^2 = \langle \{z(t, \tau) - \langle z(t, \tau) \rangle\}^2 \rangle = \langle z^2(t, \tau) \rangle - z^2(\tau) \quad (2.7)$$

式(2.7)に、式(2.1)、(2.2)を代入し、さらに、式(2.5)を用いると

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{R_M(\tau, \xi) - (S\rho_s(\tau) + d_1 d_2)^2\} W(\xi) d\xi \quad (2.8)$$

となる。ただし、

$$R_M(\tau, \xi) = \langle \{x_1(t) + d_1\} \{x_2(t) + d_2\} \{x_1(t-\xi) + d_1\} \{x_2(t-\xi) + d_2\} \rangle \quad (2.9)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= s_1(t) + n_1(t) \\ x_2(t) &= s_1(t-\tau) + n_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

式(2.9)において、 $\{x_1(t) + d_1\} \{x_2(t) + d_2\}$ は、掛算器の出力であるから、 $R_M(\tau, \xi)$ は遅延時間を ξ とする掛算器出力の自己相関関数である。

式(2.9)のアンサンブル平均は、平均値0のガウス形ランダムプロセスの高次のモーメントに関するつぎの公式⁽⁴³⁾を用いて、二次モーメントの組み合わせにより表現できる。

$$\left. \begin{aligned} \langle u_1 u_2 \cdots u_{2n} \rangle &= \sum_{\text{all pairs}} \left(\prod_{j \neq k}^n \langle u_j u_k \rangle \right) \\ \langle u_1 u_2 \cdots u_{2n+1} \rangle &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

ただし、 $u_1, u_2, \cdots, u_{2n+1}$ は平均値0のガウス形ランダムプロセスである。

ここで、式(2.9)に現われる二次モーメントを示すと、つぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} \langle x_1(t) x_2(t) \rangle &= \langle x_1(t-\xi) x_2(t-\xi) \rangle = S \rho_s(\tau) \\ \langle x_1(t) x_1(t-\xi) \rangle &= S \rho_s(\xi) + N_1 \rho_{n_1}(\xi) \\ \langle x_2(t) x_2(t-\xi) \rangle &= S \rho_s(\xi) + N_2 \rho_{n_2}(\xi) \\ \langle x_1(t) x_2(t-\xi) \rangle &= S \rho_s(\xi + \tau) \\ \langle x_1(t-\xi) x_2(t) \rangle &= S \rho_s(\xi - \tau) \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

ここに、 N_1 、 N_2 および $\rho_{n_1}(\xi)$ 、 $\rho_{n_2}(\xi)$ はそれぞれ $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ の平均電力および正規化自己相関関数で、次式の関係がなりたつ。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{n_1}(\xi) &= \langle n_1(t) n_1(t-\xi) \rangle / N_1 \\ \rho_{n_2}(\xi) &= \langle n_2(t) n_2(t-\xi) \rangle / N_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

式(2.9)，(2.11)，(2.12)を用いて得た $R_M(\tau, \xi)$ を式(2.8)に代入すると、 σ^2 は次式となる。

$$\sigma^2 = N_1 N_2 \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (2.14)$$

ただし、 $r_{MN}(\tau, \xi)$ は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} r_{MN}(\tau, \xi) &\equiv \{ R_M(\tau, \xi) - (S \rho_s(\tau) + d_1 d_2)^2 \} / N_1 N_2 \\ &= \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \} \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} + a_1 a_2 \rho_s(\xi + \tau) \rho_s(\xi - \tau) \\ &\quad + \eta_1 a_1 \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} + \eta_2 a_2 \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \} \\ &\quad + \sqrt{\eta_1 \eta_2} a_1 a_2 \{ \rho_s(\xi + \tau) + \rho_s(\xi - \tau) \} \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= S / N_1, \quad a_2 = S / N_2 : \text{各入力} \text{の} \text{ } SN \text{比} \\ \eta_1 &= d_1^2 / S, \quad \eta_2 = d_2^2 / S : \text{各入力} \text{の} \text{直流電力と信号電力の比} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

式(2.14)，(2.15)により与えられる σ^2 が出力の雑音電力である。

2.1.3 出力 SN 比の一般式

2.1.1，2.1.2において、出力の信号電力 $R_s^2(\tau)$ および雑音電力 σ^2

を求めたが、これらの比を取ることによって、出力 SN 比 $(S/N)_{oc}$ が得られる。すなわち、式 (2.6), (2.14) より、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} = a_1 a_2 \rho_s^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (2.17)$$

ここに、 $r_{MN}(\tau, \xi)$ は式 (2.15) で与えられている。式 (2.17) が、入力における直流分も考慮に入れた場合の Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比の一般式である。

各入力の信号および雑音の電力スペクトル密度が同形で、帯域幅が同一の場合は、次式に示すような Wiener-Kintichine の公式⁽⁴⁴⁾により $\rho_s(\xi)$, $\rho_{n_1}(\xi)$, $\rho_{n_2}(\xi)$ はすべて同一となる (2.2.1 参照)。

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} G(f) \cos 2\pi f \tau df \quad (2.18)$$

ここに、 $\psi(\tau)$, $G(f)$ はそれぞれ定常なランダムプロセスの自己相関関数と電力スペクトル密度である。 $\rho_s(\xi)$, $\rho_{n_1}(\xi)$, $\rho_{n_2}(\xi)$ は $\tau = 0$ のとき最大値 1 を取り、この場合 $(S/N)_{oc}$ も最大となる (第 2 篇, 2.3.1 参照)。

以下、本章では、

$$\left. \begin{aligned} \tau &= 0 \\ \rho(\xi) &\equiv \rho_s(\xi) = \rho_{n_1}(\xi) = \rho_{n_2}(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

である場合の SN 比を論じることとする。

式 (2.17) において、式 (2.19) の仮定を行なうと、 $(S/N)_{oc}$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_{oc} &= a_1 a_2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \left\{ \left\{ (1+a_1)(1+a_2) + a_1 a_2 \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi) d\xi \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \eta_1 a_1 (1+a_2) + \eta_2 a_2 (1+a_1) + 2\sqrt{\eta_1 \eta_2} a_1 a_2 \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\xi) W(\xi) d\xi \right\} \quad (2.20) \end{aligned}$$

2.2 出力 SN 比の特性および入力直流分の影響

2.2.1 出力 SN 比の算出

前節では，出力 SN 比を入力の前規化自己相関関数 $\rho(\xi)$ および積分フィルタの自己相関関数 $W(\xi)$ を用いて一般的に表現したが，本節では， $\rho(\xi), W(\xi)$ を具体的に決定して， $(S/N)_{oc}$ を算出する．まず入力信号 $s_1(t)$ の電力スペクトル密度 $G_s(f)$ および入力雑音 $n_1(t), n_2(t)$ の電力スペクトル密度 $G_{n_1}(f), G_{n_2}(f)$ をともに，次式のように低周波ガウス形と仮定する．

$$G_s(f) = \frac{2S}{B\sqrt{2\pi}} \exp\{-f^2/2B^2\}, \quad (f \geq 0) \quad (2.21)$$

$$G_{ni}(f) = \frac{2N_i}{B\sqrt{2\pi}} \exp\{-f^2/2B^2\}, \quad (f \geq 0, i=1, 2) \quad (2.22)$$

ここに， B は $s_1(t), n_1(t), n_2(t)$ の実効帯域幅である⁽⁴⁵⁾．式(2.21)，(2.22)を式(2.18)に代入し，それぞれ平均電力 S, N_1, N_2 で正規化すると $\rho_s(\xi), \rho_{n_1}(\xi), \rho_{n_2}(\xi)$ は，ともに次式となる．

$$\rho(\xi) \equiv \rho_s(\xi) = \rho_{n_1}(\xi) = \rho_{n_2}(\xi) = e^{-2(\pi B\xi)^2} \quad (2.23)$$

さらに，積分フィルタとして，図2.2に示すような RC 低周波フィルタを仮定すると，インパルスレスポンス $h(t)$ は次式で与えられる．

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{RC} e^{-t/RC} & ; 0 \leq t \leq T \\ 0 & ; t < 0, t > T \end{cases} \quad (2.24)$$

ここに， RC は時定数， T は観測時間で，観測を始めてから時間 T で観測を打ち切るものとする．式(2.24)を式(2.5)に代入すると， $W(\xi)$ は，

$$W(\xi) = \begin{cases} \frac{e^{-|\xi|/RC}}{2RC} (1 - e^{-2\frac{|\xi|T}{RC}}) & ; 0 \leq |\xi| \leq T \\ 0 & ; |\xi| > T \end{cases} \quad (2.25)$$

となる。図 2.3 にフィルタの自己相関関数 $W(\xi)$ を示す。

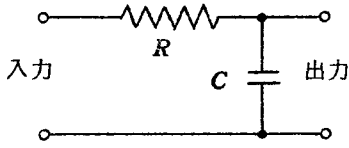


図 2.2 RC 積分フィルタ

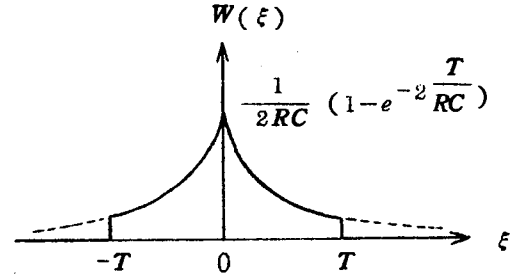


図 2.3 RC 積分フィルタの自己相関関数 $W(\xi)$

式 (2.20), (2.23), (2.25) により, 具体的な $(S/N)_{oc}$ が求まる

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} = \frac{a_1 a_2 \beta (1 - e^{-\alpha/\beta})^2}{\{a_1 a_2 + (1 + a_1)(1 + a_2)\} p_2 + \{\eta_1 a_1 + \eta_2 a_2 + (\sqrt{\eta_1} + \sqrt{\eta_2})^2 a_1 a_2\} p_1} \quad (2.26)$$

ここに,

$$pk = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{\frac{1}{2k\beta^2}} \left\{ \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{k}{2}} \alpha + \frac{1}{\sqrt{2k}\beta} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta} \right) - e^{-\frac{\alpha^2}{2\beta}} \left\{ \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{k}{2}} \alpha - \frac{1}{\sqrt{2k}\beta} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta} \right) \right\} \right\} \quad (k=1, 2) \quad (2.27)$$

ただし, $\operatorname{erf}(y)$ は誤差関数で, 次式で定義される。

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt \quad (2.28)$$

また、 α 、 β はそれぞれ、観測時間および積分フィルタの時定数を、入力信号（雑音）の帯域幅で正規化したもので、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 2\pi BT \\ \beta &= 2\pi BRC \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

式(2.26)において、観測時間 $T(\alpha)$ が長くなるにつれて、 $(S/N)_{oc}$ は次第に上昇し、 $T \gg RC$ 、 $(\alpha \gg \beta)$ のときは、つぎの一定値を取る*。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} = \frac{a_1 a_2 \beta}{\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} p_2 + \{\eta_1 a_1 + \eta_2 a_2 + (\sqrt{\eta_1} + \sqrt{\eta_2})^2 a_1 a_2\} p_1} \quad (2.30)$$

ここに、

$$p_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{-\frac{1}{2k\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta}\right) \right\}, \quad (k=1, 2) \quad (2.31)$$

図2.4に、式(2.30)より求めた入力 SN 比 a ($\equiv a_1 = a_2$)と出力 SN 比 $(S/N)_{oc}$ の関係を示す。ただし $\eta_1 = \eta_2 = 1$ である。

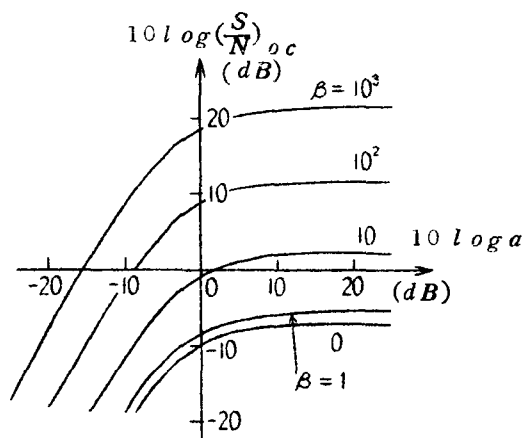


図2.4 出力 SN 比 $\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}$ と
入力 SN 比 a の関係
($\eta_1 = \eta_2 = 1$)

* 実際には、観測時間は等価平均時間(RC 低周波フィルタの場合は、 $T = 4RC$)程度の長さで、一定とみなすことができる⁽⁴¹⁾。第2篇、2.3.2参照。

なお、式(2.30)において、 $\eta_1 = \eta_2 = 0$ とくと、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} = \frac{a_1 a_2 \beta}{\{a_1 a_2 + (1 + a_1)(1 + a_2)\} p_2} \quad (2.32)$$

となり、従来の直流分を考慮に入れていない解析結果と一致する*。

2.2.2 出力SN比の特性および入力直流分の影響

図2.4に見られるように、出力SN比は β とともに上昇する。したがって、実際の測定に際しては、良好なSN比を得るためには、 $\beta \gg 1$ でなければならない。すなわち、式(2.29)より、入力信号の帯域幅の逆数に比べて、積分フィルタの時定数は十分大きな値を選ばなければならない。そこで、式(2.30)において、 $\beta = 10^3$ 、 $\eta \equiv \eta_1 = \eta_2$ として求めた、出力SN比 $(S/N)_{oc}$ に対する直流分 η の

影響の程度を図2.5に示す。ただし $a \equiv a_1 = a_2$ としている。

式(2.30)において、 $\beta \gg 1$ の場合の近似式を求めると、つぎのようになる。ただし、 $\eta \equiv \eta_1 = \eta_2$ とする。

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき、

(i) $\eta \gg 1$ のとき

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \cdot \frac{\beta}{\eta} \quad (2.33)$$

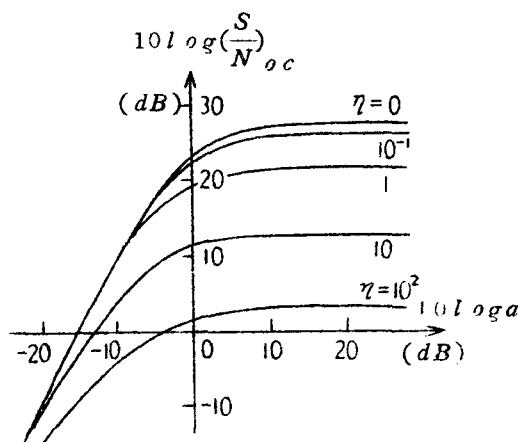


図2.5 出力SN比 $\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}$ と入力SN比 a の関係($\beta = 10^3$)

* たとえば、文献(26)の式(13)参照。ただし、文献(26)では、入力の電力スペクトル密度を矩形と仮定していることに注意。

(ii) $\eta \ll 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \beta \quad (2.34)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1, (a_1, a_2 \ll \eta)$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} a_1 a_2 \beta \quad (2.35)$$

また, $\beta \ll 1$ ($\eta \equiv \eta_1 = \eta_2$) の場合の近似式は次のようになる。

(3) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq 1/(2+4\eta) \quad (2.36)$$

(4) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq a_1 a_2 \quad (2.37)$$

図 2.4 にも見られるように, 出力 SN 比は β が大きいときには β に比例して上昇する. すなわち, 入力信号の帯域幅の逆数に比べて積分フィルタの時定数が大きい程, 出力 SN 比は良好となる. 逆に, β が小さくなると出力 SN 比は β に無関係で, η, a_1, a_2 により決まる一定値を取る. これは積分フィルタの平均作用が十分行なわれていない場合の SN 比, すなわち掛算器出力の SN 比を表わしている. また, a_1, a_2 が小さいときには出力 SN 比はこれらに比例して上昇するが, 逆に a_1, a_2 が大きいときにはこれらに無関係な β, η により決まる一定値を取る. 各入力に雑音が存在しない場合 ($a_1 = a_2 = \infty$) でも, 式 (2.33), (2.34), (2.36) に示されるように出力 SN 比は無限大にならず, 有限の値を取る. これは, たとえ入力に雑音が存在しなくても積分フィルタの時定数により平均時間が有限の長さに制限されるため, 出力に Self Noise (Residual Noise と呼ばれる) ^{(24), (46), (47)} が生じる

からである。

一方、 η に関しては、入力 SN 比、および η が十分大きいときには、出力 SN 比は η に反比例し、 η あるいは、入力 SN 比が十分小さいときには、 η の値に無関係な一定値を取るのが見られる（図 2.5 参照）。

ここで、特に注意しなければならないのは、たとえ入力 SN 比と β の値が大きくても、入力直流分が多くなるにつれて、出力 SN 比が劣化することである。このように、相関器の入力に直流分が存在することにより、出力 SN 比が劣化する原因は、一方の入力の直流分と他方の入力のランダム成分との変調積成分が出力に生じ、これがランダムに変動する成分、すなわち、雑音となるからである。したがって、相関関数の測定に際しては、できるだけ入力に直流分が存在しないような状態でなければならない。また、回路構成上必然的に掛算器入力に直流が存在する場合は、それを除去することにより、 SN 比の改善が得られることは明らかである。

特に、次篇で述べる Post-detection 形相関システムにおけるように、たとえ相関システムの入力には直流分が含まれない場合にでも、検波器出力、すなわち、掛算器入力に直流分を生じるような検波器^{*}を備えた Post-detection 形相関システムにおいては、このような直流分を除くよう考慮する必要がある。

* たとえば、二乗則包絡線検波器など。

第 3 章 結 論

本篇では，Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して，平均値（直流分）が 0 でない定常低周波ガウス形ランダムプロセスを入力とするような従来の研究結果をも含む，より一般的な解析を行ない，かつ入力 of 直流分が出力 SN 比に与える影響を明らかにした。

次に，出力 SN 比の特性をまとめて示す。

- (1) 入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積 β が大きいときには， β に比例して上昇し， β が小さいときには β に無関係な各入力の SN 比 a_1 ， a_2 および入力の直流電力と信号電力の比 η で決まる一定値を取る。
- (2) a_1 ， a_2 が大きいときには，それに無関係な β ， η により決まる一定値を取り， a_1 ， a_2 が小さいときには a_1 ， a_2 に比例して上昇する。
- (3) a_1 ， a_2 および η が大きいときには， η に反比例し， η あるいは $a_1(a_2)$ のどちらかが小さいときには η に無関係な一定値を取る。
- (4) $\eta = 0$ とおくと従来 of 解析結果と一致する。

第2篇 Post-detection形相関システムの出力 SN 比

第1章 緒 論

Pre-detection形相関システムは，つとに広範な分野において盛んに利用されていて，その有用性については論を待たない．しかるに AM ， FM 等の被変調波を入力信号とすると，これらから変調信号の相関関数を求める場合^{(48),(49)}はもちろんのこと，入力信号の振幅と位相のどちらか一方の情報失われて他方だけが情報を有しているような場合⁽⁵⁰⁾には，Pre-detection形相関システムは不適で，Post-detection形相関システムが必要となる．また，入力信号の周波数が非常に高い場合には掛算器の構成が技術的に困難であるし⁽⁵¹⁾，一方，Wilcoxの高周波相関器⁽⁵²⁾も精度の点で難がある．このような場合にもPost-detection形相関システムが有効となる．

さらに，近年，電波天文学の分野において相関ラジオメータ⁽⁵⁰⁾や相関干渉計^{(11)~(16)}が盛んに使われているが，これらはPost-detection形相関システムの一つである．光波帯に到る超高周波領域における観測では，著名なDickeラジオメータ^{(53)~(56)}はスイッチング法を利用しているために，しばしば困難を伴う．特に月面反射の観測においては，Dickeラジオメータは不適である．このような場合にも，Post-detection形相関システムは有効である⁽⁵⁰⁾．

この種の相関システムに関する理論的研究は，これまでにほとんど為されていない．わずかに，出力特性に関してはCampbell⁽⁵⁷⁾と森永ら^{(58)~(61)}の研究が，出力 SN 比に関してはBendat⁽⁶²⁾と藤本⁽⁵⁰⁾の近似的解析が有るのみである．なお，Post-detection形の名にはもとるかも知れないが，検波器と同様に非線形特性を有するリミッターなどを備えた相関システムもPost-detection形相関システムの一つとみなすならば，これらの出力 SN 比に関する研究^{(63)~(71)}は比較的多く行なわれている．

入力信号および雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合の AM 相関システムの出力 SN 比に関してはBendatと藤本が近似解析をして

いるが，第 2 章では，近似を行うことなく正確に出力 SN 比を求め，その特性を論じている．

また，第 3 章では，従来為されていなかった AM 信号を入力信号とする場合の AM 相関システムの出力 SN 比の解析を詳細に行っている．

さらに，第 4 章では， FM 信号を入力信号とする場合の FM 相関システムの出力 SN 比を求め，その諸特性を明らかにしている．

第 2 章 AM 相関システムの出力量 SN 比^{(41),(72),(73)}

— (I) 狭帯域ガウス形ランダム信号の場合 —

2.1 緒 言

二乗則包絡線検波器を備えた Post-detection 形相関システムは AM 相関システムと呼ばれ、電波天文学の発展の誘因となった相関干渉計（強度干渉計）^{(72),(73)} や相関ラジオメータはその一種である。

ラジオ星の光のゆらぎの相関を求める場合、あるいは月面反射の解析^{(50),(74)} などにおいては AM 相関システムの入力信号は AM 信号より、むしろ変調を受けていない狭帯域ガウス形ランダム信号である。このような狭帯域ガウス形ランダム信号および雑音を入力とする場合の AM 相関システムの出力量 SN 比に関しては、Bendat と藤本が近似解析を行っている。

本章では、近似を行うことなく出力量 SN 比を求め、その特性を詳細に解析し、かつ、従来の近似解析は相当大きな誤差を含むことを示している。

2.2 出力量 SN 比に関する一般式

2.2.1 検波器出力

AM 相関システムは、図 2.1 に示されるように、二乗則包絡線検波器、掛算器および積分フィルタから構成される。図中に点線で示される直流分除

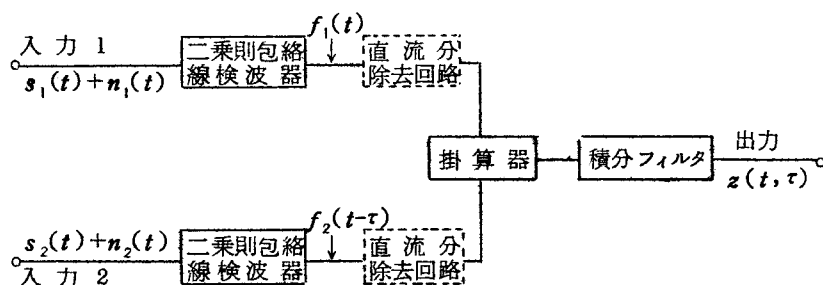


図 2.1 AM 相関システム

去回路を含む場合に関しては後に扱うこととし，ここでは直流分除去回路を含まない場合を考える．入力 1 および 2 における信号と雑音を，それぞれ $s_1(t)$ ， $n_1(t)$ ， $s_2(t)$ ， $n_2(t)$ とする．ここで， $s_1(t)$ は平均値 0 の定常狭帯域ガウス形ランダム信号で， $s_2(t)$ は時間が $s_1(t)$ より τ だけずれた信号で，それぞれ次式で表わされる．

$$s_1(t) = x_{s_1}(t) \cos \omega_0 t - y_{s_1}(t) \sin \omega_0 t \quad (2.1)$$

$$s_2(t) = s_1(t - \tau) = x_{s_1}(t - \tau) \cos \omega_0(t - \tau) - y_{s_1}(t - \tau) \sin \omega_0(t - \tau) \quad (2.2)$$

ただし， $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ は中心周波数， $x_{s_1}(t)$ ， $y_{s_1}(t)$ は統計的に独立な平均値 0 の低周波ガウス形ランダムプロセスである．また， $n_1(t)$ ， $n_2(t)$ はたがいに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランダム雑音で，それぞれ次式で表わされる．

$$n_1(t) = x_{n_1}(t) \cos \omega_0 t - y_{n_1}(t) \sin \omega_0 t \quad (2.3)$$

$$n_2(t) = x_{n_2}(t - \tau) \cos \omega_0(t - \tau) - y_{n_2}(t - \tau) \sin \omega_0(t - \tau) \quad (2.4)$$

ここに， $x_{n_1}(t)$ ， $y_{n_1}(t)$ ， $x_{n_2}(t - \tau)$ ， $y_{n_2}(t - \tau)$ はたがいに統計的に独立な平均値 0 の低周波ガウス形ランダムプロセスである．

入力 1 における信号と雑音の合成波は，式 (2.1)，(2.3) より次式となる．

$$s_1(t) + n_1(t) = \sqrt{x_1^2(t) + y_1^2(t)} \cos \left[\omega_0 t + \tan^{-1} \frac{y_1(t)}{x_1(t)} \right] \quad (2.5)$$

ただし，

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= x_{s_1}(t) + x_{n_1}(t) \\ y_1(t) &= y_{s_1}(t) + y_{n_1}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

ここで， $s_1(t)$ ， $n_1(t)$ は共に狭帯域と仮定しているから，合成波の包絡線 $\sqrt{x_1^2(t) + y_1^2(t)}$ は ω_0 に比べて非常に低い周波数でゆるやかに変動する．し

かるに二乗則包絡線検波器は入力¹の自乗の低周波成分に比例した出力を与えるから、式(2.5)の入力に対する検波器出力 $f_1(t)$ は

$$f_1(t) = \frac{c}{2} \{x_1^2(t) + y_1^2(t)\} \quad (2.7)$$

となる。ここに、 c は比例定数である。同様にして、入力2の検波器出力は次式で与えられる。

$$f_2(t-\tau) = \frac{c}{2} \{x_2^2(t) + y_2^2(t)\} \quad (2.8)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} x_2(t) &= x_{s1}(t-\tau) + x_{n2}(t-\tau) \\ y_2(t) &= y_{s1}(t-\tau) + y_{n2}(t-\tau) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

2.2.2 信号出力

積分フィルタのインパルスレスポンスを $h(t)$ 、相関システム出力を $z(t, \tau)$ とすると、 $z(t, \tau)$ は次式のように掛算器出力 $f_1(t) \cdot f_2(t-\tau)$ と $h(t)$ のconvolution積分で与えられる。

$$z(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-t_1) f_2(t-\tau-t_1) h(t_1) dt_1 \quad (2.10)$$

相関システムの出力の直流分 $z(\tau)$ は、式(2.10)を平均することにより得られる。すなわち、

$$z(\tau) = \langle z(t, \tau) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle f_1(t-t_1) f_2(t-\tau-t_1) \rangle h(t_1) dt_1 \quad (2.11)$$

ここに、記号 $\langle \rangle$ は式(2.6)、(2.9)で与えられる $x_i(t)$ 、 $y_i(t)$ ($i=1, 2$)に関するアンサンブル平均を意味する。

$x_i(t)$ 、 $y_i(t)$ が定常的なランダムプロセスであることを考慮すると、 $x_i(t)$ 、

$y_i(t)$ に関するアンサンブル平均は時間 $(t-t_1)$ を t に変えても変化せず，したがって式 (2.11) の中の $\langle f_1(t-t_1) f_2(t-\tau-t_1) \rangle$ は $\langle f_1(t) f_2(t-\tau) \rangle$ に等しい．いま，これを $R(\tau)$ とおくと，式 (2.7)，(2.8) より，

$$z(\tau) = R(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) dt_1 \quad (2.12)$$

となる．ただし，

$$R(\tau) = \frac{c^2}{4} \langle \{x_1^2(t) + y_1^2(t)\} \{x_2^2(t) + y_2^2(t)\} \rangle \quad (2.13)$$

式 (2.13) のアンサンブル平均は，平均値 0 のガウス形ランダムプロセスに関する第 1 篇の公式 (2.11) を用いれば容易に求まり，次式となる．

$$R(\tau) = c^2 S^2 \rho_s^2(\tau) + c^2 (S + N_1)(S + N_2) \quad (2.14)$$

ここに，

$$\left. \begin{aligned} S + N_1 &= \langle x_1^2 \rangle = \langle y_1^2 \rangle, \quad S + N_2 = \langle x_2^2 \rangle = \langle y_2^2 \rangle \\ S \rho_s(\tau) &= \langle x_1 x_2 \rangle = \langle y_1 y_2 \rangle \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

ただし， S は入力信号の平均電力， N_1, N_2 は入力 1, 2 における平均電力，また $\rho_s(\tau)$ は信号の正規化自己相関関数 $\rho_s(\tau) \cos \omega_0 \tau$ の包絡線成分でそれぞれ次式^{(75), (76)}で定義される．

$$\left. \begin{aligned} S &= \langle x_{s1}^2(t) \rangle = \langle y_{s1}^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} G_s(f) df \\ N_i &= \langle x_{ni}^2(t) \rangle = \langle y_{ni}^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} G_{ni}(f) df, \quad (i=1, 2) \\ S \rho_s(\tau) &= \langle x_{s1}(t) x_{s1}(t-\tau) \rangle = \langle y_{s1}(t) y_{s1}(t-\tau) \rangle \\ &= \int_0^{\infty} G_s(f) \cos 2\pi(f-f_0)\tau df \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

ただし、 $G_s(f)$ 、 $G_{n_1}(f)$ 、 $G_{n_2}(f)$ は入力信号および各入力雑音の電力スペクトル密度である。

式(2.14)を式(2.12)に代入すると、

$$z(\tau) = c^2 \left\{ S^2 \rho_s^2(\tau) + (S+N_1)(S+N_2) \right\} \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) dt_1 \quad (2.17)$$

となる。

ここで、式(2.7)、(2.8)および(2.15)により二乗則包絡線検波器出力の直流分を求めると、

$$\langle f_1(t) \rangle = c(S+N_1), \quad \langle f_2(t-\tau) \rangle = c(S+N_2) \quad (2.18)$$

となるから、式(2.17)の第2項は検波器出力の直流分により生じる項であり、各入力の信号および雑音の平均電力によって定まる一定のレベルを与えるだけで遅延時間 τ に関する情報を含んでいない。したがって、序論における定義により、出力の信号成分は式(2.17)の第1項のみとなる。これを $R_s(\tau)$ で表わすと出力の信号電力は、次式となる。

$$R_s^2(\tau) = c^4 S^4 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) h(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2.19)$$

ここで、 $t_2 - t_1 = \xi$ とおき、第1篇の式(2.5)を用いると、AM相関システム出力の信号電力は、

$$R_s^2(\tau) = c^4 S^4 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \quad (2.20)$$

となる。

2.2.3 雑音出力

つぎに、出力の雑音電力、すなわち分散

$$\sigma^2 = \langle z^2(t, \tau) \rangle - z^2(\tau) \quad (2.21)$$

を求める。式(2.10)，(2.12)を式(2.21)に代入し，さらに第1篇の式(2.5)を用いると，

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \langle f_1(t-t_1) f_2(t-\tau-t_1) f_1(t-t_1-\xi) f_2(t-\tau-t_1-\xi) \rangle - R^2(\tau) \} \cdot W(\xi) d\xi \quad (2.22)$$

となるが，ここで f_1, f_2 に関する四次のモーメントの値は，時間 $(t-t_1)$ を t に変えても変化せず， τ と ξ のみの関数となる。したがって，式(2.22)は次式のように表現できる。

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{ R_M(\tau, \xi) - R^2(\tau) \} W(\xi) d\xi \quad (2.23)$$

ただし，

$$R_M(\tau, \xi) = \langle f_1(t) f_2(t-\tau) f_1(t-\xi) f_2(t-\tau-\xi) \rangle \quad (2.24)$$

ここで， $f_1(t) \cdot f_2(t-\tau)$ が掛算器出力であることから， $R_M(\tau, \xi)$ は掛算器出力の自己相関関数であることが分かる。

式(2.24)中の $f_1(t-\xi)$ ， $f_2(t-\tau-\xi)$ は式(2.6)～(2.9)より次式で与えられる。

$$f_1(t-\xi) = \frac{c}{2} \{ x_3^2(t) + y_3^2(t) \} \quad (2.25)$$

ただし，

$$\left. \begin{aligned} x_3(t) &= x_1(t-\xi) = x_{s1}(t-\xi) + x_{n1}(t-\xi) \\ y_3(t) &= y_1(t-\xi) = y_{s1}(t-\xi) + y_{n1}(t-\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

$$f_2(t-\tau-\xi) = \frac{c}{2} \{ x_4^2(t) + y_4^2(t) \} \quad (2.27)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} x_k(t) &= x_2(t-\xi) = x_{s1}(t-\tau-\xi) + x_{n2}(t-\tau-\xi) \\ y_k(t) &= y_2(t-\xi) = y_{s1}(t-\tau-\xi) + y_{n2}(t-\tau-\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

したがって、式(2.24)は式(2.7), (2.8), (2.25), (2.27)より平均値0の8つのガウス形ランダムプロセス $x_1(t) \sim x_4(t)$, $y_1(t) \sim y_4(t)$ を用いて次式のように表わすことができる。

$$R_M(\tau, \xi) = \frac{c^4}{16} \langle (x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)(x_3^2 + y_3^2)(x_4^2 + y_4^2) \rangle \quad (2.29)$$

ただし、時間を表わす t は省いてある。

式(2.29)は第1篇の公式(2.11)を用いて、二次モーメントの組合わせによって表現できる。その際、式(2.15)の他につきの二次モーメントが現われる*。

$$\left. \begin{aligned} \langle x_s^2 \rangle &= \langle y_s^2 \rangle = S + N_1, \quad \langle x_i^2 \rangle = \langle y_i^2 \rangle = S + N_2 \\ \langle x_1 x_3 \rangle &= \langle y_1 y_3 \rangle = S \rho_s(\xi) + N_1 \rho_{n1}(\xi), \\ \langle x_1 x_4 \rangle &= \langle y_1 y_4 \rangle = S \rho_s(\xi + \tau) \\ \langle x_2 x_3 \rangle &= \langle y_2 y_3 \rangle = S \rho_s(\xi - \tau), \\ \langle x_2 x_4 \rangle &= \langle y_2 y_4 \rangle = S \rho_s(\xi) + N_2 \rho_{n2}(\xi) \\ \langle x_3 x_4 \rangle &= \langle y_3 y_4 \rangle = S \rho_s(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

ここに、 $\rho_{n1}(\xi)$, $\rho_{n2}(\xi)$, は入力1および2における雑音の正規化自己相関関数の包絡線成分で次式で定義される^{(75), (76)}。

$$\begin{aligned} N_i \rho_{ni}(\xi) &= \langle x_{ni}(x) x_{ni}(t-\xi) \rangle = \langle y_{ni}(t) y_{ni}(t-\xi) \rangle \\ &= \int_0^\infty G_{ni}(f) \cos 2\pi(f-f_0)\xi df, \quad (i=1, 2) \end{aligned} \quad (2.31)$$

* 通常、ガウス形ランダムプロセスの電力スペクトル密度は f_0 に関して対称と仮定されるが、そのような場合には、 $\langle x_i y_j \rangle = 0$ ($i, j=1 \sim 4$) となる⁽⁷⁶⁾。以下、本論文でも f_0 に関して対称な入力電力スペクトル密度を仮定することにする。したがって、 $R(\tau)$, $R_M(\tau, \xi)$ の中には $x_i y_j$ なる二次モーメントは現われない。

掛算器出力の自己相関関数 $R_M(\tau, \xi)$ は式 (2.15), (2.30) および第一篇の式 (2.11) を用いると次式となる。

$$\begin{aligned}
 R_M(\tau, \xi)/c^4 = & S^2(S+N_1)(S+N_2) \{ 2\rho_s^2(\tau) + \rho_s^2(\xi+\tau) \\
 & + \rho_s^2(\xi-\tau) \} + 2S^2\rho_s(\tau) \{ \rho_s(\xi+\tau) + \rho_s(\xi-\tau) \} \\
 & \cdot [(S+N_1) \{ S\rho_s(\xi) + N_2\rho_{n_2}(\xi) \} + (S+N_2) \{ S\rho_s(\xi) + N_1\rho_{n_1}(\xi) \}] \\
 & + 2S^2 \{ S\rho_s(\xi) + N_1\rho_{n_1}(\xi) \} \{ S\rho_s(\xi) + N_2\rho_{n_2}(\xi) \} \{ \rho_s^2(\tau) + \rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau) \} \\
 & + S^4 \{ \rho_s^2(\tau) + \rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau) \}^2 + [(S+N_1)^2 \\
 & + \{ S\rho_s(\xi) + N_1\rho_{n_1}(\xi) \}^2] [(S+N_2)^2 + \{ S\rho_s(\xi) + N_2\rho_{n_2}(\xi) \}^2]
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

したがって、式 (2.14) と (2.32) を式 (2.23) に代入することにより σ^2 が得られる。

$$\sigma^2 = c^4 N_1^2 N_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (2.33)$$

ただし、 $r_{MN}(\tau, \xi)$ は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 r_{MN}(\tau, \xi) \equiv & \{ R_M(\tau, \xi) - R^2(\tau) \} / c^4 N_1^2 N_2^2 \\
 = & a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) \{ \rho_s^2(\xi+\tau) + \rho_s^2(\xi-\tau) \} + 2a_1 a_2 \rho_s(\tau) \{ \rho_s(\xi+\tau) + \rho_s(\xi-\tau) \} \\
 & \cdot [(1+a_1) \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} + (1+a_2) \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \}] \\
 & + (1+a_1)^2 \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \}^2 + (1+a_2)^2 \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \}^2 \\
 & + 2a_1 a_2 \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \} \cdot \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} \cdot \{ \rho_s^2(\tau) + \rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau) \} \\
 & + a_1^2 a_2^2 \{ 2\rho_s^2(\tau) \rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau) + \rho_s^2(\xi+\tau)\rho_s^2(\xi-\tau) \} \\
 & + \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \}^2 \cdot \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \}^2
 \end{aligned} \quad (2.34)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= S/N_1; \text{ 入力 1 の } SN \text{ 比} \\ a_2 &= S/N_2; \text{ 入力 2 の } SN \text{ 比} \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

式(2.33), (2.34)で与えられる σ^2 が AM 相関システム出力の雑音電力である。

2.2.4 出力 SN 比

2.2.2と2.2.3で求めた信号電力と雑音電力の比を取ることにより, 本相関システムの出力 SN 比 $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ が求まる。すなわち, 式(2.20), (2.33)により,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (2.36)$$

となる。ここに, $r_{MN}(\tau, \xi)$ は式(2.34)で与えられている。式(2.36)は入力信号および雑音が共にガウス形ランダムプロセスである場合の AM 相関システムの出力 SN 比の一般式である。

つぎに, 出力直流分を表わす式(2.17)を考察することにする。(2.17)の第1項は求める信号成分であるが, 第2項は検波器出力の直流分, すなわち, 信号および雑音の平均電力によって決まる一定のレベルを与える不要な成分である。したがって, 出力の直流分から信号成分を求めるには, この第2項を除かなければならない。

出力直流分から信号成分のみを測定するには, 二つの方法が考えられる。その一つは, 式(2.17)において $\tau \rightarrow \infty$ とすると, 第1項は0となるから($\rho_s(\infty) = 0$), まず, 遅延時間が十分長い場合の出力直流分(第2項)を測定し, つぎにこの値により, 出力直流レベルを校正する方法である。他の方法は, 図2.1に点線で示されるように, 検波器の後に, 直流分除去回路をそう入する方法である。前者は, 測定の際手数がかかり, さらに, この方法では掛算器入力の直流分は除かれずそのままになっているので, 前章の結果から明らかなように, 一方の掛算器入力の直流分と他分の掛算器入力の雑音成分との交調積により生じる出力雑音成分のために SN 比が劣化する。これに対し, 後者は, 掛算器入力の直流分が除かれてしまうので, 出力にはこのような雑音成分は生じないし, さらに直流レベルを校正しなくても出力直流分をそのまま信号成分として観測できる利点がある。

直流分除去回路をそう入した場合には，出力の直流分がそのまま信号成分 $R_s(\tau)$ となるから出力の信号電力は式 (2.20) で与えられる．一方，雑音成分は式 (2.34) の $r_{MN}(\tau, \xi)$ から，一方の検波器出力の直流分と他方の検波器出力のランダム成分との変調横成分を示す最初の 4 つの項を除くことにより求まる．したがって，直流分除去回路をそう入した場合の出力 S/N 比を $(S/N)'_0$ とすると，これは次式で与えられる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 = a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}'(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (2.37)$$

ここに，

$$\begin{aligned} r_{MN}'(\tau, \xi) = & 2a_1 a_2 \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \} \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} \\ & \cdot \{ \rho_s^2(\tau) + \rho_s(\xi + \tau) \rho_s(\xi - \tau) \} \\ & + a_1^2 a_2^2 \{ 2 \rho_s^2(\tau) \rho_s(\xi + \tau) \rho_s(\xi - \tau) + \rho_s^2(\xi + \tau) \rho_s^2(\xi - \tau) \} \\ & + \{ a_1 \rho_s(\xi) + \rho_{n_1}(\xi) \}^2 \{ a_2 \rho_s(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \}^2 \end{aligned} \quad (2.38)$$

また，直流分除去回路をそう入せず，かつ出力の直流レベルを校正することなく測定した場合，すなわち出力直流分のうちの不要成分をも雑音成分とみなした場合の S/N 比を $(S/N)''_0$ とすると，これは次式により与えられる．

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)''_0 = & a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \right. \\ & \left. + (1+a_1)(1+a_2) \{ 2a_1 a_2 \rho_s^2(\tau) + (1+a_1)(1+a_2) \} \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

ここで，第 1 篇の式 (2.19) と同様に，

$$\left. \begin{aligned} \tau = 0 \\ \rho(\xi) \equiv \rho_s(\xi) = \rho_{n_1}(\xi) = \rho_{n_2}(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

と仮定すると， $(S/N)_0$ ， $(S/N)'_0$ ， $(S/N)''_0$ はそれぞれ次式のようにになる．

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_0 &= a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \left[\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \{\rho^4(\xi) + 2\rho^2(\xi)\} W(\xi) d\xi \right. \\ &\quad \left. + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi) d\xi \right] \quad (2.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_0' &= a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \left[\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho^4(\xi) W(\xi) d\xi \right. \\ &\quad \left. + 2a_1 a_2 \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi) d\xi \right] \quad (2.42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_0'' &= a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \left[\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 \right. \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \{\rho^4(\xi) + 2\rho^2(\xi)\} W(\xi) d\xi \\ &\quad + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi) d\xi \\ &\quad \left. + (1+a_1)(1+a_2) \{2a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \right] \quad (2.43) \end{aligned}$$

2.3 出力SN比の特性

前節では、出力SN比の一般式を導出したが、本節では、実際に即して入力信号および雑音の電力スペクトル密度を共にガウス形とし、かつ積分フィルタをRC低周波フィルタと仮定した場合の具体的なSN比を求める。

2.3.1 出力SN比の遅延時間による変化

入力信号の電力スペクトル密度 $G_s(f)$ および入力雑音 $n_1(t)$, $n_2(t)$ の電力スペクトル密度 $G_{n_1}(f)$, $G_{n_2}(f)$ を共に次式のようにガウス形と仮定する。

$$G_s(f) = \frac{S}{B\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-(f-f_0)^2/2B^2\right\}, \quad (f \geq 0, f_0 \gg B) \quad (2.44)$$

$$G_{n_i}(f) = \frac{N_i}{B\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-(f-f_0)^2/2B^2\right\}, \quad (f \geq 0, f_0 \gg B, i=1, 2) \quad (2.45)$$

ここに、 B は信号および雑音の実効帯域幅である。入力信号および雑音の正規化自己相関関数の包絡線成分は、式(2.44)を式(2.16)に、式(2.45)を式(2.31)に代入することにより、

$$\rho(\xi) = \rho_s(\xi) = \rho_{n_1}(\xi) = \rho_{n_2}(\xi) = e^{-2(\pi B \xi)^2} \quad (2.46)$$

となる。さらに積分フィルタとしてRC低周波フィルタを仮定すると、フィルタの自己相関関数 $W(\xi)$ は第1篇の式(2.25)で与えられる。式(2.25)において、 $T \gg RC$ とすると(2.3.2参照)、

$$W(\xi) = \frac{1}{2RC} e^{-\frac{|\xi|}{RC}} \quad (2.47)$$

となる。式(2.46)、(2.47)を式(2.34)、(2.36)に代入すると、 $(S/N)_0$ は次式となる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = a_1^2 a_2^2 e^{-2\nu^2/N_0} \quad (2.48)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_0 = & \frac{\sqrt{\pi}}{2\beta} \left[a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) e^{-\nu^2} \left\{ e^{\left(\frac{1}{2\beta} + \nu\right)^2} \right. \right. \\ & \cdot \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\beta} + \nu \right) \right\} + e^{\left(\frac{1}{2\beta} - \nu\right)^2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left| \frac{1}{2\beta} - \nu \right| \right\} \right] \\ & + 4a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) e^{-\nu^2} \left\{ e^{\left(\frac{1}{2\beta} + \frac{\nu}{2}\right)^2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\beta} + \frac{\nu}{2} \right) \right\} \right. \\ & \left. + e^{\left(\frac{1}{2\beta} - \frac{\nu}{2}\right)^2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left| \frac{1}{2\beta} - \frac{\nu}{2} \right| \right\} \right] \\ & + 2(1+a_1)^2 (1+a_2)^2 e^{\frac{1}{4\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\beta} \right) \right\} \\ & + 2a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) e^{-\nu^2} \left\{ e^{\frac{1}{4\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\beta} \right) \right\} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{1}{8\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta} \right) \right\} \Big] \\
& + a_1^2 a_2^2 e^{-\nu^2} \left[2 e^{\frac{1}{4\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\beta} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\nu^2 + \frac{1}{8\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta} \right) \right\} \right] \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} (1+a_1)^2 (1+a_2)^2 e^{\frac{1}{8\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta} \right) \right\} \Big] \quad (2.49)
\end{aligned}$$

ここに、 β は入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積で第1篇の場合と同様に、

$$\beta = 2\pi BRC \quad (2.50)$$

である。また、 ν は入力信号の帯域幅で正規化した遅延時間で、次式により与えられる。

$$\nu = 2\pi B\tau \quad (2.51)$$

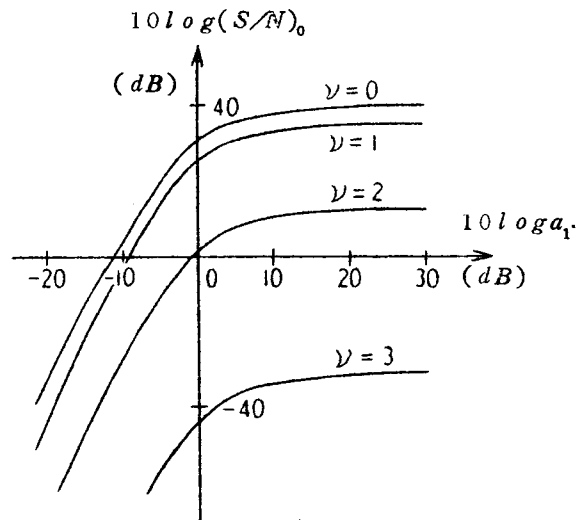


図2.2に、式(2.48)より求めた、 ν をパラメータとした場合の出力SN比 $(S/N)_0$ と入力SN比 $a_1 (=a_2)$ の関係を示す。ただし、 $\beta = 10^5$ としている。ここで、式(2.48)において、 $\nu \gg 1$ ($\beta \gg 1$) のときの近似式を求めると次式のようになる。

$$\left(\frac{S}{N} \right)_0 \simeq \frac{2\sqrt{2}}{(1+2\sqrt{2})\sqrt{\pi}} \cdot \frac{a_1^2 a_2^2 \beta}{(1+a_1)^2 (1+a_2)^2} e^{-2\nu^2} \quad (2.52)$$

すなわち，図 2.2 にもみられるように， $(S/N)_0$ は遅延時間が長くなるにつれて低下し， $\nu = 0$ すなわち $\tau = 0$ のとき最大値を取る。

2.3.2 等価平均時間

2.3.1 においては観測時間が積分フィルタの時定数に比べて十分長い場合の $(S/N)_0$ を考えたが，ここではこのような仮定を行わずに， $(S/N)_0$ の観測時間による変化を調べることにする。すなわち， $W(f)$ として，式 (2.47) を用いずに，第 1 篇の式 (2.25) を用いると， $(S/N)_0$ は次式となる。ただし， $\tau = 0$ としている。

$$(S/N)_0 = \frac{a_1^2 a_2^2 \beta (1 - e^{-\alpha/\beta})^2}{\left[\{a_1 a_2 + (1 + a_1)(1 + a_2)\}^2 (p_4 + 2p_2) + 8 a_1 a_2 (1 + a_1)(1 + a_2) p_2 \right]} \quad (2.53)$$

ここに， p_2, p_4 は第 1 篇の式 (2.27) において，それぞれ $k = 2, 4$ とおいたもので与えられる。また， α は入力信号の帯域幅で正規化した観測時間で，第 1 篇の場合と同様に，

$$\alpha = 2\pi BT \quad (2.54)$$

である。

図 2.3 に，式 (2.53) により求めた，時定数で正規化された観測時間 T/RC ($= \alpha/\beta$) と出力 SN 比 $(S/N)_0$ の関係を示す。ただし， $a_1 = a_2 = 100$ (20 dB) である。図にみられるように，観測時間 T が長くなるにつれて $(S/N)_0$ は次第に上昇し， $T \gg RC$ ($\alpha \gg \beta$) のときには一定となる。すなわち，式 (2.53) におい

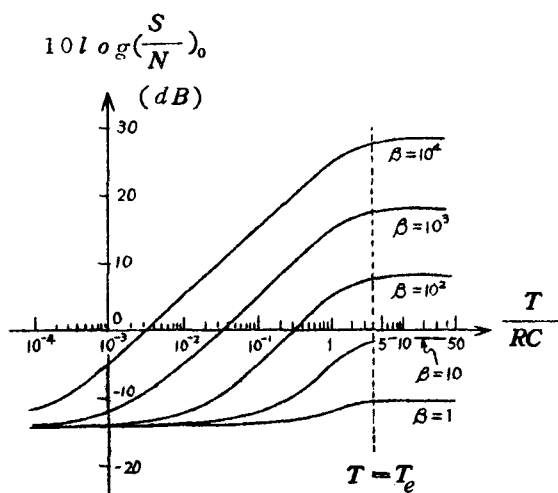


図 2.3 出力 SN 比 $(\frac{S}{N})_0$ と観測時間 $\frac{T}{RC}$ の関係 ($a_1 = a_2 = 100$)

て、 $\alpha \gg \beta$ とすると次式となる。

$$(S/N)_0 = a_1^2 a_2^2 \beta / \left[\{ a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) \}^2 (p_4 + 2 p_2) + 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2 \right] \quad (2.55)$$

ここに、 p_2, p_4 は第 1 篇の式 (2.31) において、それぞれ $k=2, 4$ とおいたものである。 $(\frac{S}{N})_0$ は観測時間には無関係で、 a_1, a_2, β により決まる一定値（これは最大値でもある）をとる。

通常、フィルタの雑音等価帯域幅 B_e は次式で定義される。

$$B_e = \int_0^\infty |H(j 2 \pi f)|^2 df / |H(j 2 \pi f)|_{\max}^2 \quad (2.56)$$

ここに、 $H(j 2 \pi f)$ はフィルタのシステム関数である。いま、この B_e の逆数をとって、これを積分フィルタの等価平均時間⁽²⁴⁾ T_e と定義する。すなわち、

$$T_e = |H(j 2 \pi f)|_{\max}^2 / \int_0^\infty |H(j 2 \pi f)|^2 df \quad (2.57)$$

積分フィルタとして RC 低周波フィルタを用いる場合には、

$$H(j 2 \pi f) = (1 + j 2 \pi f RC)^{-1} \quad (2.58)$$

であるから、式 (2.57) により等価平均時間は、

$$T_e = 4 RC \quad (2.59)$$

となる。 $\beta \gg 1$ の場合（後に示す図 2.4 から分かるように、実際には良好な SN 比をうるためにこのような条件のもとで測定される）、 $T = T_e$ における $(\frac{S}{N})_0$ は a_1, a_2 の値に関係なく式 (2.55) で与えられる最大値の 96.4% である。すなわち、観測を時間 T_e で打切っても、十分長い時間 ($T \gg RC$) 観測しても、 $(\frac{S}{N})_0$ はほとんど変わらない。したがって、等価平均時間 T_e を観測時間の目安とすることができる。

2.3.3 出力 SN 比の特性

つぎに、式(2.55)より求めた入力 SN 比 a_1, a_2 と出力 SN 比 $(\frac{S}{N})_0$ の関係を図2.4に示す。ただし、実線は $a_1 = a_2$ の場合を、点線は $a_2 \gg 1$ の場合を表わしている。

いま、式(2.55)の近似式を求めると以下のようにになる。

(1) $\beta \gg 1$ のとき

(i) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき、

$$(\frac{S}{N})_0 \cong \beta / \sqrt{\pi} (8 + \sqrt{2}) \quad (2.60)$$

(ii) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき、

$$(\frac{S}{N})_0 \cong 4\beta a_1^2 a_2^2 / \sqrt{\pi} (4 + \sqrt{2}) \quad (2.61)$$

(2) $\beta \ll 1$ のとき

(i) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき、

$$(\frac{S}{N})_0 \cong 1/20 \quad (2.62)$$

(ii) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき、

$$(\frac{S}{N})_0 \cong a_1^2 a_2^2 / 3 \quad (2.63)$$

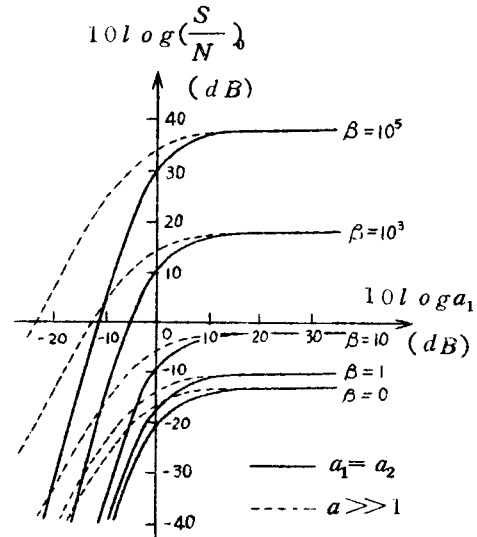


図2.4 出力 SN 比 $(\frac{S}{N})_0$ と入力 SN 比 $a_1(a_2)$ の関係 ($\alpha \gg \beta$)

図2.4にもみられるように、 $\beta \gg 1$ のときは β に比例して $(\frac{S}{N})_0$ は上昇している。したがって式(2.50)より入力信号(雑音)の帯域幅の逆数に比べて、積分フィルタの時定数を大きくするほど、出力 SN 比は増大することがわかる。逆に、 $\beta \ll 1$ のときは、 β に無関係な一定値を取る。一方、入力の SN 比が大きい場合には、 $(\frac{S}{N})_0$ は入力の SN 比に無関係で β によりきまる一定値を取り、逆に、入力 SN 比が小さい場合には、各入力の SN 比の自乗の積に比例して上昇する。

つぎに、 $(\frac{S}{N})'_0, (\frac{S}{N})''_0$ の特性について論じることにする。これらは2.3.2の場合と同様に、式(2.46)と第1篇の式(2.25)を式(2.42)お

よび (2.43) に代入することにより，それぞれ以下のようになる．

$$(S/N)'_0 = a_1^2 a_2^2 \beta (1 - e^{-\alpha/\beta})^2 / \left\{ \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 p_A + 2a_1 a_2 \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) p_2\} \right\} \quad (2.64)$$

$$(S/N)''_0 = a_1^2 a_2^2 \beta (1 - e^{-\alpha/\beta})^2 / \left\{ \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 \cdot (p_A + 2p_2) + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2 + (1+a_1)(1+a_2) \{2a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} \beta \right\} \quad (2.65)$$

図 2.5 に，式 (2.64)，(2.65) より求めた出力 SN 比 $(S/N)'_0$ ， $(S/N)''_0$ と入力 SN 比 a ($\equiv a_1 = a_2$) の関係を示す．ただし，実線は $(S/N)'_0$ を，点線は $(S/N)''_0$ を示し，どちらも $\alpha \gg \beta$ とする．ここで，式 (2.64)，(2.65) の近似式を求めると，つぎのようになる．ただし，いずれの場合も $\alpha \gg \beta$ としている．

(1) $\beta \gg 1$ のとき，

(i) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき，

$$(S/N)'_0 \simeq \frac{\beta}{(2 + \sqrt{2}) \sqrt{\pi}} \quad (2.66)$$

$$(S/N)''_0 \simeq \frac{1}{3} \quad (2.67)$$

(ii) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき，

$$(S/N)'_0 \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}} a_1^2 a_2^2 \beta \quad (2.68)$$

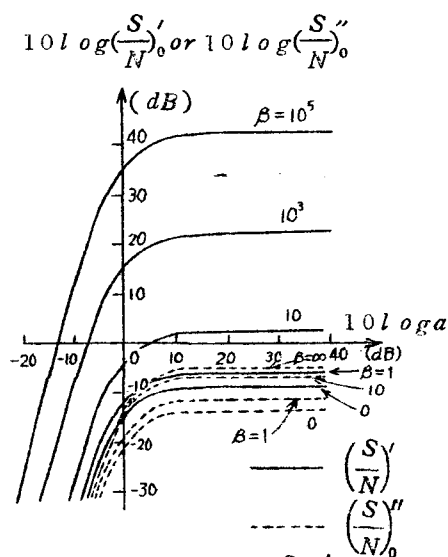


図 2.5 出力 SN 比 $(\frac{S}{N})'_0$ あるいは $(\frac{S}{N})''_0$ と入力 SN 比 a の関係

$$(S/N)_0'' \simeq a_1^2 a_2^2 \quad (2.69)$$

(2) $\beta \ll 1$ のとき,

(i) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき,

$$(S/N)_0' \simeq \frac{1}{8} \quad (2.70)$$

$$(S/N)_0'' \simeq \frac{1}{23} \quad (2.71)$$

(ii) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき,

$$(S/N)_0' \simeq a_1^2 a_2^2 \quad (2.72)$$

$$(S/N)_0'' \simeq a_1^2 a_2^2 / 4 \quad (2.73)$$

図 2.5 にも、みられるように、 $(S/N)_0'$ 、 $(S/N)_0''$ は a_1, a_2 が大きいときには a_1, a_2 に無関係な一定値を取り、逆に、 a_1, a_2 が小さいときには a_1, a_2 の自乗に比例している。また、 β が大きいときには $(S/N)_0'$ は β に比例して大となるが、 $(S/N)_0''$ は β を大きくしても約 -5 dB よりは、大きくならない。これは、直流分除去回路をそう入した場合は出力のうち直流分がそのまま信号成分となり、直流分以外の周波数をもつ成分が雑音成分となるために、 β を大、すなわち、入力の変域幅に比べて積分フィルタの変域幅を狭くするほど、雑音成分は多く除かれ、したがって、 SN 比が良好となるのに対して、直流分除去回路を含まず、しかも出力直流レベルの校正をしない場合には、出力直流分中に信号成分の他に不要な直流分が含まれることになり、これは積分フィルタの変域幅を狭くしても除去できないことに起因する。したがって、直流分除去回路をそう入せず、かつ出力の直流レベルを校正することなく測定する方法は好ましくないことは明らかである。

一方、 β が小さいときには、 β に無関係な一定値を取ることは $(S/N)_0$ の場合と同様である。なお、出力雑音の多少の程度からも明らかのように、出力 SN 比は $(S/N)_0''$ 、 $(S/N)_0$ 、 $(S/N)_0'$ の順に良好となっている。

以上の解析では，電力スペクトル密度 $G_s(f)$ ， $G_{n1}(f)$ ， $G_{n2}(f)$ を式 (2.44)，(2.45) のようにガウス形と仮定しているが，参考のために次式に示すような矩形の電力スペクトル密度を仮定した場合の SN 比 $(S/N)_0$ を図 2.6 に示す．

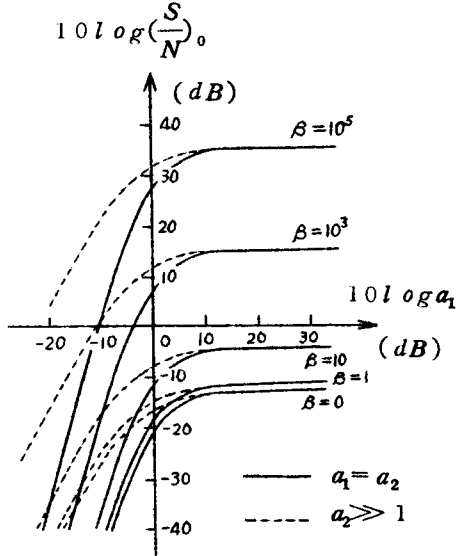


図 2.6 出力 SN 比 $(\frac{S}{N})_0$ と入力 SN 比 $a_1(a_2)$ の関係
($\alpha \gg \beta$)

$$G_s(f) = \begin{cases} S/2B & ; f_0 - B \leq f \leq f_0 + B \\ 0 & ; f < f_0 - B, f > f_0 + B \end{cases} \quad (2.74)$$

$$G_{ni}(f) = \begin{cases} N_i/2B & ; f_0 - B \leq f \leq f_0 + B, (i=1, 2) \\ 0 & ; f < f_0 - B, f > f_0 + B \end{cases} \quad (2.75)$$

ただし， $B \ll f_0$ である．

図 2.4 と 2.6 を比較すると電力スペクトル密度が矩形の場合もガウス形の場合も，出力 SN 比においては大差ないことがわかる．

2.4 出力の電力スペクトル密度

ここで，出力の電力スペクトル密度を知ることは， a_1 ， a_2 ，および β によ

る $(S/N)_0$ の変化の模様を理解するために意義深い。

いま、掛算器出力の電力スペクトル密度を $G_M(f)$ とすると、これは取りも直さず積分フィルタの入力の電力スペクトル密度である。したがって、相関システム出力の電力スペクトル密度 $G_0(f)$ は次式により得られる。(77)

$$G_0(f) = |H(j2\pi f)|^2 G_M(f) \quad (2.76)$$

ここで、Wiener-Kintchine の公式⁽⁴⁴⁾ により $G_M(f)$ は掛算器出力の自己相関関数 $R_M(\tau, \xi)$ から次式のように求められる。

$$G_M(f) = 4 \int_0^\infty R_M(\tau, \xi) \cos 2\pi f \xi \, d\xi \quad (2.77)$$

式(2.76)、(2.77)より $G_0(f)$ は、

$$G_0(f) = 4 |H(j2\pi f)|^2 \int_0^\infty R_M(\tau, \xi) \cos 2\pi f \xi \, d\xi \quad (2.78)$$

となる。積分フィルタとして、RC低周波フィルタを仮定しているから $|H(j2\pi f)|^2$ は次式で与えられる。

$$|H(j2\pi f)|^2 = \frac{1}{1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B}\right)^2} \quad (2.79)$$

したがって、式(2.32)と(2.79)を式(2.78)に代入することにより $G_0(f)$ が求まる。ただし、 $\alpha \gg \beta$ 、 $\tau=0$ としている。

$$\begin{aligned} \frac{B}{c^4 S^4} \cdot G_0(f) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[2 \delta\left(\frac{f}{B}\right) + \left\{ 1 + \left(1 + \frac{1}{a_1}\right) \left(1 + \frac{1}{a_2}\right) \right\}^2 \right. \\ &\quad \cdot \left\{ 2 e^{-\frac{f^2}{4B^2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{f^2}{8B^2}} \right\} \\ &\quad \left. + 8 \left(1 + \frac{1}{a_1}\right) \left(1 + \frac{1}{a_2}\right) e^{-\frac{f^2}{4B^2}} \right] \frac{1}{1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.80)$$

ここに、 $\delta\left(\frac{f}{B}\right)$ はデルタ関数⁽⁷⁸⁾である。式(2.80)の第1項は信号成分(ただし、ここでは信号成分以外の直流分は除去している)、第2項、第3項は雑音成分の電力スペクトル密度を表わしている。

図2.7に、出力の電力スペクトル密度 $G_o(f)$ の β による変化を示す。ただし、入力信号および雑音の電力スペクトル密度はガウス形で、 $\alpha \gg \beta$ 、 $a_1 = a_2 = 10$ である。図中の零周波数におけるデルタ関数は出力の信号成分を示し、 β に関係なく一定の電力を持つ。また、低周波の曲線群は出力の雑音成分を示し、それと縦軸および横軸で囲まれる面積すなわち雑音電力は、 β の増大と共に減少するのが見られる。したがって、図2.4に示したように出力SN比は β と共に増大することがわかる。なお、図2.7の $\beta = 0$ の曲線は掛算器出力の雑音成分の電力スペクトル密度を示す。

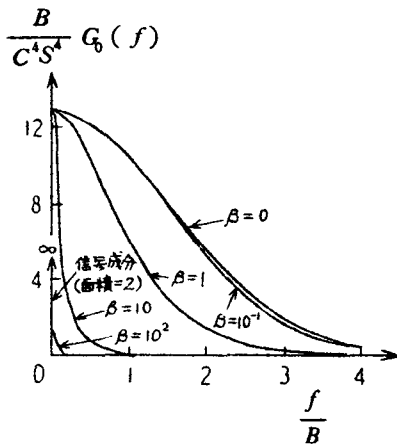


図2.7 出力の電力スペクトル密度
($\alpha \gg \beta$, $a_1 = a_2 = 10$)

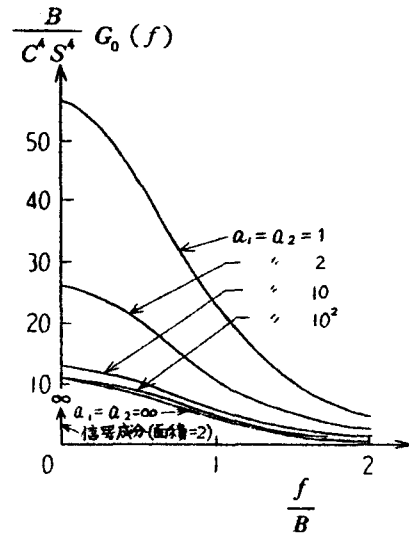


図2.8 出力の電力スペクトル密度
($\alpha \gg \beta$, $\beta = 1$)

図2.8に、出力の電力スペクトル密度 $G_o(f)$ の a_1 、 a_2 による変化を示す。ただし、 $\alpha \gg \beta$ 、 $\beta = 1$ である。図にみられるように、雑音成分の電力スペクトラムは a_1 、 a_2 を大きくするにつれて、一定のスペクトラムに近づ

き，出力 SN 比は一定となる．逆に， a_1, a_2 が減少すると，雑音の電力スペクトラムは急激に大きくなる．

2.5 従来の近似解析結果との比較

Bendat⁽⁶²⁾と藤本⁽⁵⁰⁾は，ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合の AM 相関システムの出力 SN 比を近似的に解析している．本節ではこれらの近似解析結果と 2.3 において求めた近似によらない解析結果の比較を行なう．

2.5.1 Bendat の解析との比較

Bendat はつぎのような近似を仮定することにより出力 SN 比を求めている．

- (i) 二乗則包絡線検波器の出力に生じる入力信号と入力雑音との変調成分を無視する．
- (ii) 狭帯域ガウス形ランダムプロセス入力に対する二乗則包絡線検波器の出力から直流分を除去した残りのランダム成分をガウス分布とみなす．
- (i) のような近似を行なうことにより，特に入力 SN 比が零付近における誤差が顕著となることは明らかである．また，近似 (ii) では，このようなランダム成分を V とすると V の確率密度関数を次式のようなガウス分布と仮定している．

$$p_g(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi c(S^2 + N_i^2)}} \exp\left\{-\frac{V^2}{2c(S^2 + N_i^2)}\right\}, \quad (i=1, 2) \quad (2.81)$$

しかるに，真の確率密度関数を求めると，これは次式のような指数分布となる⁽⁷⁹⁾．

$$p_e(V) = \begin{cases} \frac{1}{c(S+N_i)} \exp\left[-\left\{\frac{V}{c(S+N_i)} + 1\right\}\right]; & V \geq -c(S+N_i) \\ 0 & ; V < -c(S+N_i) \end{cases} \quad (2.82)$$

式(2.81), (2.82)において, 比較のためにそれぞれ, $v = V / \sqrt{c(S^2 + N_i^2)}$, $u = V / c(S + N_i)$ なる正規化を行なうと⁽⁸⁰⁾, $p_e(u)$, $p_g(v)$ はそれぞれ次式となる.

$$p_e(u) = \begin{cases} \exp\{-(u+1)\} & ; u \geq -1 \\ 0 & ; u < -1 \end{cases} \quad (2.83)$$

$$p_g(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-v^2/2\} \quad (2.84)$$

図2.9に $p_e(u)$, $p_g(v)$ を示す. 図にみられるように, $p_e(u)$ と $p_g(v)$ はかなりの相違があり, したがって近似(III)による誤差も無視できないものとなる.

Bendat は入力信号および雑音の電力スペクトル密度をローレンツ形⁽⁸¹⁾とし, 積分フィルタを理想積分器(Ideal Integrator)⁽⁸²⁾と仮定して SN 比 $(S/N)_B$ を求めているが, ここではこれを比較のために, 2.2.4の一般式と対応するような近似式に表現しなおすと次式となる.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_B = \frac{a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_B(\tau, \xi) W(\xi) d\xi} \quad (2.85)$$

ここに,

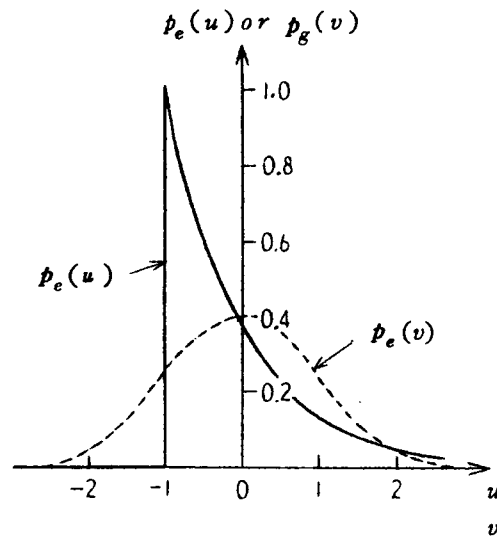


図2.9 検波器出力の確率密度関数 $p_e(u)$, $p_g(v)$

$$\begin{aligned}
r_B(\tau, \xi) = & a_1^2 a_2^2 \{ \rho_s^4(\xi) + \rho_s^2(\xi + \tau) \rho_s^2(\xi - \tau) \} \\
& + \rho_s^2(\xi) \{ a_2^2 \rho_{n1}^2(\xi) + a_1^2 \rho_{n2}^2(\xi) \} \\
& + \rho_{n1}^2(\xi) \rho_{n2}^2(\xi)
\end{aligned} \quad (2.86)$$

ここで、本章の解析と同様に、入力信号と雑音の電力スペクトル密度をガウス形、積分フィルタを RC 低周波フィルタと仮定すると $(S/N)_B$ は次式となる。ただし、 $\alpha \gg \beta$ である。

$$(S/N)_B = a_1^2 a_2^2 e^{-2\nu^2} / N_B \quad (2.87)$$

ここに、

$$N_B = \frac{p_k}{\beta} \{ (a_1^2 a_2^2 + a_1^2 + a_2^2 + 1) + a_1^2 a_2^2 e^{-2\nu^2} \} \quad (2.88)$$

ただし、 p_k は第 1 篇の式 (2.31) において $k=4$ とおいたものである。

Bendat は近似解析の目的のために検波器出力の直流分を除去しているので、 $(S/N)_B$ に対する近似によらない正確な S/N 比は本章で求めた $(S/N)'_0$ が対応している。したがって、 $(S/N)_B$ の $(S/N)'_0$ に対する誤差 E_B は式 (2.87) と、式 (2.49) のうちの検波器出力の直流分を表わす最初の 3 項を除いたものを式 (2.48) に代入した式との比を取ることによって得られる。すなわち、

$$\begin{aligned}
E_B \equiv (S/N)_B / (S/N)'_0 = & \{ 2(1 + \sqrt{2}) e^{-\nu^2} a^2 (1+a)^2 \\
& + (2\sqrt{2} + e^{-\nu^2}) e^{-\nu^2} a^4 + (1+a)^4 \} \\
& / \{ (1+a^2)^2 + a^4 e^{-2\nu^2} \}
\end{aligned} \quad (2.89)$$

ただし、 $\beta \gg 1$ 、 $a \equiv a_1 = a_2$ としている。

図 2.10 に $(S/N)_B$ の $(S/N)'_0$ に対する誤差 E_B と入力 S/N 比 a の関係を示す。図にみられるように Bendat の解析は ν が小さい程、すなわち遅延時間が短い程、誤差が大きくなり、ことに入力信号と雑音の変調横成分の無視できなくなる $a=0$ (dB) 付近において誤差は顕著となる。また、その際

の誤差の最大値は 9 dB 程度である。

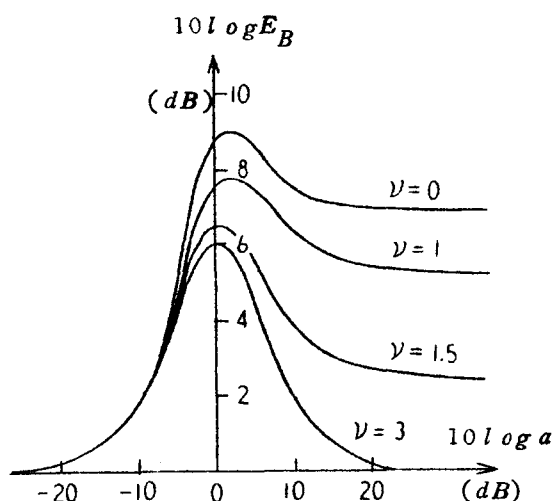


図 2.10 $(S/N)_B$ の $(S/N)'$ に対する誤差 E_B と入力 SN 比 a の関係 ($\beta \gg 1$)

2.5.2 藤本の解析との比較

藤本は二乗則包絡線検波器の出力の SN 比を求め、これが *Pre-detection* 形相関システムの入力 SN 比に等しいと仮定することにより出力 SN 比の近似式 $(S/N)_F$ を求めている。

各検波器出力の SN 比 a'_1, a'_2 は次式により与えられる⁽⁸³⁾。

$$a'_i = a_i^2 / (2a_i + 1), \quad (i=1, 2) \quad (2.90)$$

この a'_i を第 1 篇の式 (2.15) において $\eta_1 = \eta_2 = 0$ とおいた式の a_i と置き換えることにより $(S/N)_F$ が得られる⁽⁵⁰⁾。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_F = \frac{a_1^2 a_2^2 \rho^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ (1+a_1)^2 (1+a_2)^2 \rho^2(\xi) + a_1^2 a_2^2 \rho(\xi+\tau) \rho(\xi-\tau) \right\} W(\xi) d\xi} \quad (2.91)$$

ただし、 $\rho(\xi) = \rho_s(\xi) = \rho_{n1}(\xi) = \rho_{n2}(\xi)$ としている。ここでも、比較のためにガウス形の電力スペクトル密度と RC 低周波フィルタを仮定すると、式 (2.91) は次式となる。ただし、 $\alpha \gg \beta$ とする。

$$(S/N)_F = a_1^2 a_2^2 e^{-\nu^2} / N_F \quad (2.92)$$

ここに、

$$N_F = \frac{p_2}{\beta} \{ (1+a_1)^2 (1+a_2)^2 + a_1^2 a_2^2 e^{-\nu^2} \} \quad (2.93)$$

ただし、 p_2 は第 1 篇の式 (2.81) において $k=2$ とおいたものである。

$(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F は式 (2.92) と式 (2.48) の比を取ることにより得られる。すなわち、

$$E_F = e^{\nu^2} N_0 / \sqrt{2} \{ (1+a)^4 + a^4 e^{-\nu^2} \} \quad (2.94)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_0 = & (1+2\sqrt{2})(1+a)^4 + 2\sqrt{2} a^2 (1+a)^2 \\ & \cdot \left\{ (1-\operatorname{erf} \nu) + 4 e^{-\frac{3}{4}\nu^2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\nu}{2} \right) \right\} \\ & + 2(1+\sqrt{2}) a^2 (1+a)^2 e^{-\nu^2} \\ & + (2\sqrt{2} + e^{-\nu^2}) a^4 e^{-\nu^2} \end{aligned} \quad (2.95)$$

ただし、 $a = a_1 = a_2$ 、 $\beta \gg 1$ としている。図 2.11 に $(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F と入力 SN 比 a の関係を示す。図にも見られるように ν が大、すなわち遅延時間が大きくなるに従って誤差はいくらでも大きくなる。これは、 a_1 、 a_2 と $\rho(\tau)$ 、 $\rho(\xi)$ などは切離して考えることはできないにもかかわらず、 a_1 、 a_2 の方だけの置き換えを行なって $\rho(\tau)$ 、 $\rho(\xi)$ などは考慮に入れていないために式 (2.94) の分子に $\exp(\nu^2)$ が生じること起因する。そこで、式 (2.91) においてさらに、 $\rho(\tau) \rightarrow \rho^2(\tau)$ 、 $\rho(\xi) \rightarrow \rho^2(\xi)$ 、 $\rho(\xi \pm \tau) \rightarrow \rho^2(\xi \pm \tau)$ なる置き換えを行なうことが望ましい。このような補正を行なった場合の誤差 E_F' は

$$E_F' = N_0 / \{ (1 + a)^4 + a^4 e^{-2\nu^2} \} \quad (2.96)$$

となる。ここに、 N_0 は式(2.95)で与えられる。

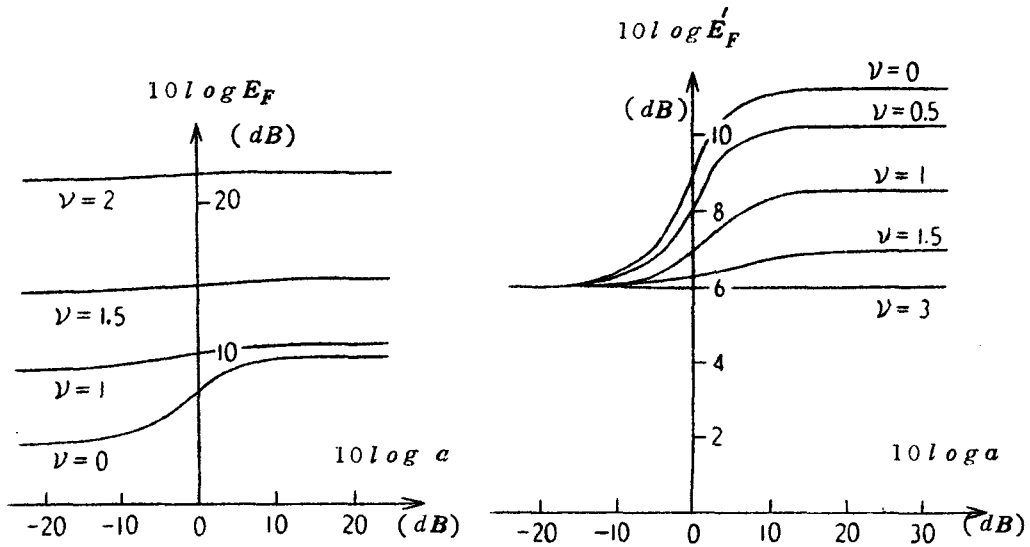


図2.11 $(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F と入力 S N 比 a の関係 ($\beta \gg 1$)

図2.12 補正を行った場合の誤差 E_F' と入力 S/N 比 a の関係 ($\beta \gg 1$)

図2.12に補正を行なった場合の E_F' と入力 S/N 比 a との関係を示す。補正を行なうことにより遅延時間による誤差の増大は消えるが、逆に遅延時間が零のときには幾分誤差が多くなることがみられる。また、遅延時間が零の場合には補正を行なっても行なわなくても入力 S/N 比が大きいときには最大 10 dB 程度の誤差を生じる。

2.6 結 言

本章では、 AM 相関システムの入力信号および雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合の出力 S/N 比の特性を明らかにし、また従来の

近似解析結果との比較を行なっている。その結果、次のことが判明した。

(i) Bendat の行った近似解析は入力信号と雑音の変調積成分の無視できなくなる入力 SN 比が 0 dB 付近において、 9 dB 程度の誤差を生ずる。

(ii) 藤本の行なった近似解析は入力信号の遅延時間が大きくなるに従って誤差も増大し、補正を行なった場合でも入力 SN 比が大きいときには 10 dB 程度の誤差を生ずる。

また、出力 SN 比の特性をまとめて示すと次のようになる。

(i) 出力 SN 比は遅延時間が短くなる程、良好となり、遅延がないときには最大値を取る。

(ii) 観測時間が長くなるにつれて、出力 SN 比は上昇し、等価平均時間より長くなると SN 比は飽和する。したがって、等価平均時間を観測時間の目安にすることができる。

(iii) 入力 SN 比 a_1, a_2 が大きいときには、出力 SN 比 $(S/N)_0, (S/N)_0', (S/N)_0''$ は共に a_1, a_2 に無関係な一定値を取り、逆に a_1, a_2 が小さいときには a_1, a_2 の自乗に比例して上昇する。

(iv) 入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積 β が大きいときには、 $(S/N)_0, (S/N)_0'$ は β に比例して大となるが、 $(S/N)_0''$ は β を大きくしても約 -5 dB よりは大きくならない。逆に β が小さいときには $(S/N)_0, (S/N)_0', (S/N)_0''$ は共に β に無関係な一定値を取る。

さらに本章では、出力の電力スペクトル密度も求め、 β および a_1, a_2 による変化の模様を示した。これにより、出力 SN 比の特性の解析に対する有効な手段が得られた。

第3章 AM 相関システムの出力 SN 比^{(48),(84),(85)}

— (II) AM 信号の場合 —

3.1 緒言

前章においては、 AM 相関システムの入力信号が無変調のガウス形ランダム信号である場合の出力 SN 比を解析したが、振幅変調 (AM) 信号を入力信号とする場合の AM 相関システムの出力 SN 比に関しては著者らの研究^{(48),(84)}があるのみである。しかも、それらは検波器出力における直流分を除去しない場合の解析であって、直流分を除去した場合の解析は、まだ発表されていない。しかるに、ガウス形ランダム信号の場合に比べて AM 信号の場合の方が直流分に対する影響は大きい。

したがって、本章ではガウス形ランダム信号で振幅変調された信号を入力信号とする AM 相関システムの出力 SN 比を、直流分を除去した場合としない場合の両方について求めその特性を比較することにする⁽⁸⁵⁾。また、ガウス形ランダム信号でなく、正弦波により振幅変調された入力信号に対する場合についても解析を行なう。このような解析は、システムの基本特性を理解する上においても有効である。なお、長距離の無線回線を通して連続波を伝送する際には伝播媒体の不規則な変動によりレーレー・フェージングが生じるが、この種のフェージングを無相関にする技術としてダイバーシティ方式があることは良く知られている、本章で扱っているシステムは2個のアンテナにより受信する場合には Post-detection 形の空間ダイバーシティ^{(17),(86),(87)}の一種と考えられる。また、二つの信号の搬送周波数が異なる場合には周波数ダイバーシティでもある。

3.2 ガウス形ランダム変調信号の場合の出力 SN 比

3.2.1 信号出力および雑音出力

図2.1に示される AM 相関システムの入力1および2における信号 $s_1(t)$, $s_2(t)$ は共に AM 信号と仮定する。すなわち、 $s_1(t)$ は平均値0の定常低周波。ガウス形ランダム信号 $\mu_1(t)$ により振幅変調された信号、 $s_2(t)$ は時間が $s_1(t)$

より τ だけずれた信号とすると、それぞれ次式で表わされる。

$$s_1(t) = A \{ 1 + \mu_1(t) \} \cos \omega_0 t = M_1(t) \cos \omega_0 t \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} s_2(t) &= s_1(t-\tau) = A \{ 1 + \mu_2(t) \} \cos \omega_0 (t-\tau) \\ &= M_2(t) \cos \omega_0 (t-\tau) \end{aligned} \quad (3.2)$$

ただし、 A は正弦搬送波の振幅、 $\omega_0 = 2\pi f_0$ は正弦搬送波の角周波数である。
また、

$$\begin{aligned} \mu_2(t) &= \mu_1(t-\tau) \\ M_i(t) &= A \{ 1 + \mu_i(t) \}, \quad (i=1, 2) \end{aligned} \quad (3.3)$$

また、入力雑音 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ は、前章と同様にたがいに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランダム雑音とする。

入力 1 における信号と雑音の合成波は、式 (3.1)、(2.3) より次式となる。

$$\begin{aligned} s_1(t) + n_1(t) &= \sqrt{\{M_1(t) + x_{n1}(t)\}^2 + y_{n1}^2(t)} \\ &\quad \cdot \cos \left\{ \omega_0 t + \tan^{-1} \frac{y_{n1}(t)}{M_1(t) + x_{n1}(t)} \right\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

2 乗則包絡線検波器は入力の自乗の低周波成分に比例した出力を与えるから、式 (3.4) の入力に対する検波器出力 $f_1(t)$ は、

$$f_1(t) = \frac{c}{2} \left[\{M_1(t) + x_{n1}(t)\}^2 + y_{n1}^2(t) \right] \quad (3.5)$$

となる。ここに、 c は比例定数である。同様にして、入力 2 に対する検波器出力は次式で与えられる。

$$f_2(t-\tau) = \frac{c}{2} \left[\{M_2(t) + x_{n2}(t-\tau)\}^2 + y_{n2}^2(t-\tau) \right] \quad (3.6)$$

出力の直流分は前章と同様に次式により与えられる。

$$z(\tau) = R(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) dt_1 \quad (3.7)$$

ただし、

$$R(\tau) = \langle f_1(t) f_2(t-\tau) \rangle \quad (3.8)$$

式(3.8)は、 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ がたがいに統計的に独立であることから、

$$R(\tau) = \langle \langle f_1(t) \rangle_{n_1} \cdot \langle f_2(t-\tau) \rangle_{n_2} \rangle_{\mu} \quad (3.9)$$

となる。ただし、 $\langle \rangle_{n_1}$ 、 $\langle \rangle_{n_2}$ は $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ に関する平均を、 $\langle \rangle_{\mu}$ は変調信号に関する平均を意味する。式(3.9)の中の $\langle f_1(t) \rangle_{n_1}$ 、 $\langle f_2(t-\tau) \rangle_{n_2}$ は各入力の変調器出力の雑音に関する平均値で、式(3.5)、(3.6)より次式となる⁽⁸⁾。

$$\langle f_1(t) \rangle_{n_1} = \frac{c}{2} \{ M_1^2(t) + 2N_1 \} \quad (3.10)$$

$$\langle f_2(t-\tau) \rangle_{n_2} = \frac{c}{2} \{ M_2^2(t) + 2N_2 \} \quad (3.11)$$

ここに、 N_1 、 N_2 は雑音 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ の平均電力である。したがって、式(3.9)は式(3.3)、(3.10)、(3.11)により、

$$R(\tau) = \frac{c^2}{4} \langle [A^2 \{1 + \mu_1(t)\}^2 + 2N_1] \cdot [A^2 \{1 + \mu_2(t)\}^2 + 2N_2] \rangle_{\mu} \quad (3.12)$$

となる。式(3.12)は平均値0のガウス形ランダムプロセス $\mu_1(t)$ 、 $\mu_2(t)$ に関する高次のモーメントを含むが、それらは第1篇の公式(2.11)を用いれば、次の2次モーメントの組合わせで表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \langle \mu_1^2(t) \rangle_{\mu} &= \langle \mu_2^2(t) \rangle_{\mu} = S \\ \langle \mu_1(t) \mu_2(t) \rangle_{\mu} &= \int_0^{\infty} G_{\mu}(f) \cos 2\pi f\tau df = S \rho_{\mu}(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

ここに、 S は変調信号の平均電力、 $G_{\mu}(f)$ は変調信号の電力スペクトル密度、および $\rho_{\mu}(\tau)$ は変調信号の正規化自己相関関数である。

式(3.13)，第1篇の式(2.11)を用いて式(3.12)を計算すると $R(\tau)$ が求まる。

$$R(\tau) = \frac{c^2}{4} \left[2A^4 \{ S^2 \rho_{\mu}^2(\tau) + 2S \rho_{\mu}(\tau) \} + A^4 (1+S)^2 + 2A^2 (N_1 + N_2) (1+S) + 4N_1 N_2 \right] \quad (3.14)$$

序論で述べた定義に従えば、式(3.14)の第1項のみを式(3.7)に代入すれば出力の信号成分が求まる。したがって、出力の信号電力はフィルタの自己相関数 $W(\xi)$ を用いると次式となる。

$$R_s^2(\tau) = \frac{c^4}{4} A^8 \{ S^2 \rho_{\mu}^2(\tau) + 2S \rho_{\mu}(\tau) \}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \quad (3.15)$$

一方、出力の雑音電力は前章と同様に、次式により求められる。

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{ R_M(\tau, \xi) - R^2(\tau) \} W(\xi) d\xi \quad (3.16)$$

ここで、 $R_M(\tau, \xi)$ は雑音 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ が統計的に独立であることにより、次式のように表現できる。

$$R_M(\tau, \xi) = \langle \langle f_1(t) f_1(t-\xi) \rangle_{n_1} \cdot \langle f_2(t-\tau) f_2(t-\tau-\xi) \rangle_{n_2} \rangle_{\mu} \quad (3.17)$$

ここに、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t-\tau)$ は式(3.5)，(3.6)で与えられる。

式(3.17)は第1篇の公式(2.11)を用いて $\langle \rangle_{n_1}$ 、 $\langle \rangle_{n_2}$ を計算した後、 $\langle \rangle_{\mu}$ を計算することにより求められる。その結果と式(3.14)を式(3.16)に代入すると、出力雑音電力は次式となる。

$$\sigma^2 = c^4 N_1^2 N_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (3.18)$$

ただし、 $r_{MN}(\tau, \xi)$ は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で付録の式 (A. 1) で与えられる。

3.2.2 出力 SN 比

出力 SN 比 $(S/N)_o$ は式 (3.15) で与えられる信号電力 $R_s^2(\tau)$ と、式 (3.18) で与えられる雑音電力 σ^2 の比を取ることにより求まる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{R_s^2(\tau)}{\sigma^2} = \frac{4a_1^2 a_2^2 \{S^2 \rho_\mu^2(\tau) + 2S \rho_\mu(\tau)\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi} \quad (3.19)$$

ここに、 a_1, a_2 は各入力 CN 比 (Carrier-to-Noise Ratio) で式 (A. 2) で与えられ、また、 $r_{MN}(\tau, \xi)$ は式 (A. 1) で与えられている。

式 (3.19) は変調信号および各入力雑音がともにガウス形ランダムプロセスである場合の AM 相関システムの出力 SN 比の一般式で、入力の自己相関関数 $\rho_\mu(\xi), \rho_{n_1}(\xi), \rho_{n_2}(\xi)$ および積分フィルタの自己相関関数 $W(\xi)$ の関数として表現されている。

つぎに、 $\rho_\mu(\xi), \rho_{n_1}(\xi), \rho_{n_2}(\xi), W(\xi)$ を具体的に定めて、出力 SN 比を算出することにする。いま、変調信号 $\mu_1(t)$ の電力スペクトル密度 $G_\mu(f)$ および入力雑音 $n_1(t), n_2(t)$ の電力スペクトル密度 $G_{n_1}(f), G_{n_2}(f)$ を共に、次式のようにガウス形と仮定する。

$$G_\mu(f) = \frac{2S}{B\sqrt{2\pi}} \exp(-f^2/2B^2), \quad (f \geq 0) \quad (3.20)$$

$$G_{ni}(f) = \frac{N_i}{B\sqrt{2\pi}} \exp\{-(f-f_0)^2/2B^2\}, \quad (f \geq 0, f_0 \gg B, i=1, 2) \quad (3.21)$$

ここに、 B は $\mu_1(t), n_1(t), n_2(t)$ の実効帯域幅である。式 (3.20), (3.21) をそれぞれ式 (3.13), (A. 2) に代入すると、

$$\rho_\mu(\xi) = \rho_{n_1}(\xi) = \rho_{n_2}(\xi) = e^{-2(\pi B \xi)^2} \quad (3.22)$$

となる。さらに積分フィルタとして、RC低周波フィルタを仮定すると、フィルタの自己相関関数 $\gamma(\tau)$ は第1篇の式(2.25)により与えられる。したがって式(3.22)と第1篇の式(2.25)を式(3.19)に代入すると $(S/N)_0$ は次式となる。ただし、 $\tau = 0$ とする。

$$(S/N)_0 = \beta \{ 2 a_1 a_2 S (S + 2) (1 - e^{-\alpha/\beta}) \}^2 / N_{AM} \quad (3.23)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_{AM} = & 8 a_1^2 a_2^2 \{ 2 S p_1 + 3 S^2 (4 p_1 + 3 p_2) \\ & + 6 S^3 (3 p_1 + 3 p_2 + 2 p_3) + 3 S^4 (3 p_2 + p_4) \} \\ & + 2 a_1 a_2 (a_1 + a_2) \{ p_1 + S (14 p_1 + 9 p_2) \\ & + 3 S^2 (11 p_1 + 10 p_2 + 6 p_3) + 3 S^3 (7 p_2 + 2 p_4) \} \\ & + 4 a_1 a_2 \{ (2 p_1 + p_2) + 4 S (2 p_1 + 2 p_2 + p_3) + 2 S^2 (4 p_2 + p_4) \} \\ & + (a_1^2 + a_2^2) \{ p_2 + 2 S (2 p_1 + p_2 + 2 p_3) + S^2 (3 p_2 + 2 p_4) \} \\ & + 2 (a_1 + a_2) \{ (p_1 + p_2 + p_3) + S (2 p_2 + p_4) \} \\ & + (2 p_2 + p_4) \end{aligned} \quad (3.24)$$

ここに、 p_k ($k = 1 \sim 4$) は第1篇の式(2.27)において $k = 1 \sim 4$ とおいたもので与えられる。また α 、 β は第1篇の式(2.29)で与えられる。

ここで、変調信号の平均電力 S と変調度の関連について述べることにする。変調信号 $\mu_1(t)$ をガウス形ランダムプロセスと仮定しているから、確率的には、 $-\infty \sim +\infty$ の領域で変化して過変調を生じるわけであるが、いまかりに、 $\mu_1(t)$ が実効値の3倍、すなわち $\pm 3\sqrt{S}$ の範囲内に存在する確率を求めると99.7%となり、 $\mu_1(t)$ はほぼこの範囲内で変化しているとみて差つかえない。したがって、 $3\sqrt{S} = 1$ のときを100%変調とすると過変調となる確率はわずかに0.3%である。そこで、

$$\lambda = 3\sqrt{S} \quad (3.25)$$

とにおいて、この λ を変調度と定義することにする。 $\alpha \gg \beta$ の場合の入力 CN 比 $a \equiv a_1 = a_2$ と出力 SN 比 $(S/N)_0$ の関係を図 3.1, 3.2 に実線で示す。ただし、図 3.1 では $\lambda = 1$ 、図 3.2 では $\beta = 10^5$ としている。

ここで、 $\beta \gg 1$ ($\alpha \gg \beta$) のときの近似式を求めるとつぎのようになる。

- (1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき、

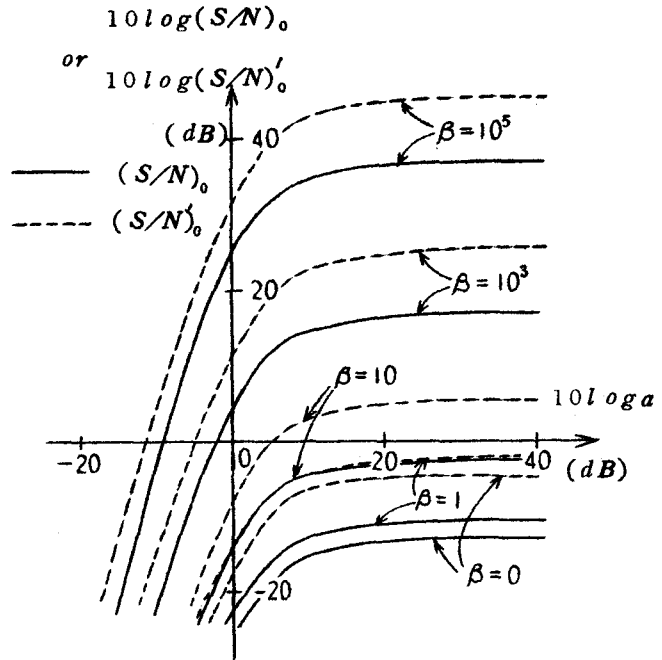


図 3.1 出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)'_0$ と入力 CN 比 a の関係 ($\lambda = 1$)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \cong \beta S(S+2)^2 / 2 \left\{ 2p_1 + 3S(4p_1 + 3p_2) + 6S^2(3p_1 + 3p_2 + 2p_3) + 3S^3(3p_2 + p_4) \right\} \quad (3.26)$$

$$\lambda \ll 1 \text{ のときは, } (S/N)_0 \cong \lambda^2 \beta / 9 p_1 \quad (3.27)$$

- (2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \cong \beta \left\{ 2a_1 a_2 S(S+2) \right\}^2 / (2p_2 + p_4) \quad (3.28)$$

$$\lambda \ll 1 \text{ のときは, } (S/N)_0 \cong \beta a_1^2 a_2^2 \lambda^4 / 5(2p_2 + p_4) \quad (3.29)$$

ここに、

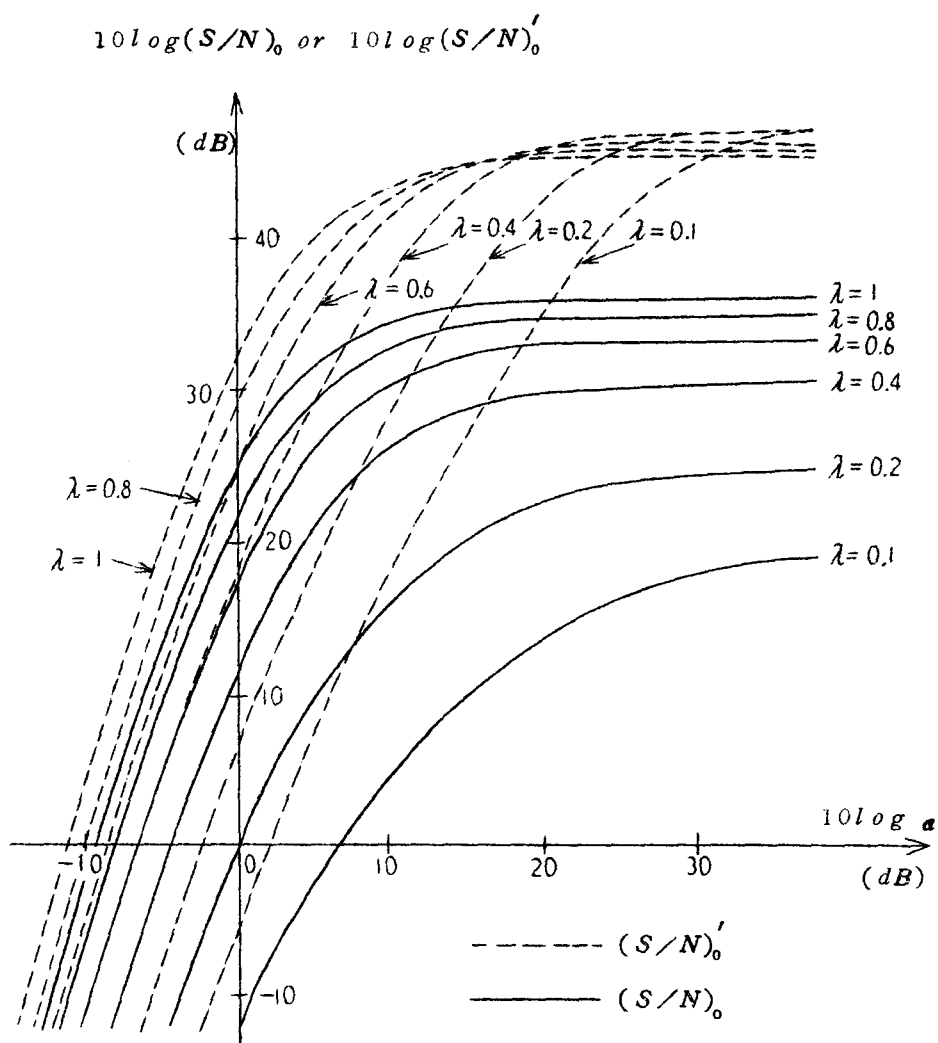


図 3.2 出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)_0'$ と入力 CN 比 a の関係 ($\beta = 10^5$)

$$p_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \quad (3.30)$$

すなわち、図にもみられるように、入力雑音の帯域幅と積分フィルタの時定

数の積 β が大きいときには，出力 SN 比は β に比例して大きくなる．また，入力 CN 比が大きいときには，出力 SN 比は入力 CN 比に無関係な一定値を取り，変調度の自乗に比例（ただし，変調度が小さいとき）するが，入力 CN 比が小さいときには，各入力 CN 比の自乗に比例し，変調度の 4 乗に比例（ただし，変調度が小さいとき）する．

3.2.3 直流分除去回路を含む場合の出力 SN 比

図 2.1 に点線で示されるような直流分除去回路を含む場合の AM 相関システムの出力を $z'(t, \tau)$ とすると，これは次式により与えられる．

$$z'(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ f_1(t - t_1) - \langle f_1(t) \rangle \} \cdot \{ f_2(t - \tau - t_1) - \langle f_2(t - \tau) \rangle \} h(t_1) dt_1 \quad (3.31)$$

出力の直流分 $z'(\tau)$ は，式 (3.31) を平均することにより求めることができる．すなわち，

$$z'(\tau) = R'(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) dt_1 \quad (3.32)$$

ここに，

$$R'(\tau) = \frac{c^2}{2} A^4 \{ S^2 \rho_{\mu}^2(\tau) + 2S \rho_{\mu}(\tau) \} \quad (3.33)$$

式 (3.33) を式 (3.14) と比較すると， $R'(\tau)$ は $R(\tau)$ のうちの τ に関する成分のみを表わしていることがわかる．したがって，序論で述べた出力信号の定義により $z'(\tau)$ は出力の信号成分に等しく，

$$z'(\tau) = R_s(\tau) \quad (3.34)$$

である．すなわち，直流分除去回路を含む AM 相関システムにおいては，出力直流分がそのまま信号成分として観測できる．ところが，直流分除去回路

を含まないような普通の AM 相関システムにおいては，出力直流分のうち τ に関する項のみを信号成分として観測するには直流レベルの校正が必要となり不便である⁽⁴⁰⁾。

一方，出力雑音電力 σ'^2 は次式により求められる。

$$\sigma'^2 = \langle z'^2(t, \tau) \rangle - z'^2(\tau) \quad (3.35)$$

式(3.35)に，式(3.31)，(3.32)を代入し，さらに $W(\xi)$ を用いると

$$\sigma'^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{ R'_M(\tau, \xi) - R'^2(\tau) \} W(\xi) d\xi \quad (3.36)$$

となる。ここに，

$$\begin{aligned} R'_M(\tau, \xi) = & \langle \{ f_1(t) - \langle f_1(t) \rangle \} \{ f_2(t - \tau) - \langle f_2(t - \tau) \rangle \} \\ & \cdot \{ f_1(t - \xi) - \langle f_1(t) \rangle \} \{ f_2(t - \tau - \xi) - \langle f_2(t - \tau) \rangle \} \rangle \end{aligned} \quad (3.37)$$

σ'^2 は式(3.18)と同様にして求めることができ，次式となる。

$$\sigma'^2 = c^4 N_1^2 N_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} r'_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (3.38)$$

ただし， $r'_{MN}(\tau, \xi)$ は直流分除去回路を含む場合の掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で付録の式(A.3)で与えられる。

式(3.34)より信号電力は $R_s^2(\tau)$ に等しいから，式(3.15)と式(3.38)の比を取ることにより，直流分除去回路を含む場合の出力 SN 比 $(S/N)'_0$ が求まる。すなわち，

$$\left(\frac{S}{N} \right)'_0 = 4 a_1^2 a_2^2 \{ S^2 \rho_\mu^2(\tau) + 2 S \rho_\mu(\tau) \}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \int_{-\infty}^{\infty} r'_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi \quad (3.39)$$

ここで，3.2.2で仮定したのと同様に，変調信号および入力雑音の電力ス

ベクトル密度をガウス形，積分フィルタをRC低周波フィルタとし，かつ $\tau = 0$ とすると， $(S/N)'_0$ は次式となる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 = \beta \left\{ 2 a_1 a_2 S(S+2)(1 - e^{-\alpha/\beta}) \right\}^2 / N'_{AM} \quad (3.40)$$

ここに，

$$\begin{aligned} N'_{AM} = & 8 a_1^2 a_2^2 \{ 4 S^2 p_2 + 4 S^3 (2 p_1 + 2 p_2 + 3 p_3) \\ & + S^4 (4 p_2 + 3 p_4) \} + 4 a_1 a_2 (a_1 + a_2) \{ 2 S p_2 \\ & + S^2 (2 p_1 + 4 p_2 + 9 p_3) + S^3 (2 p_2 + 3 p_4) \} \\ & + 4 a_1 a_2 \{ p_2 + 2 S (p_2 + p_3) + S^2 (p_2 + 2 p_4) \} \\ & + 2 (a_1^2 + a_2^2) (2 S p_3 + S^2 p_4) \\ & + 2 (a_1 + a_2) (p_3 + S p_4) + p_4 \end{aligned} \quad (3.41)$$

ただし， p_k ，($k=1 \sim 4$) は第1篇の式(2.27)で与えられる．式(3.40)より求めた出力SN比 $(S/N)'_0$ と入力CN比 $a \equiv a_1 = a_2$ の関係を図3.1，3.2に点線で示す．ただし，図3.1では， $\lambda = 1$ ($\alpha \gg \beta$)，図3.2では， $\beta = 10^5$ ($\alpha \gg \beta$)としている．

式(3.40)において， $\beta \gg 1$ ($\alpha \gg \beta$)とすると，つぎの近似式が得られる．

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 \simeq \beta (S+2)^2 / 2 \{ 4 p_2 + 4 S (2 p_1 + 2 p_2 + 3 p_3) + S^2 (4 p_2 + 3 p_4) \} \quad (3.42)$$

$$\lambda \ll 1 \text{ のときは， } \left(\frac{S}{N}\right)'_0 \simeq \beta / 2 p_2 \quad (3.43)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 \simeq \beta \{2 a_1 a_2 S(S+2)\}^2 / p_4 \quad (3.44)$$

$$\lambda \ll 1 \text{ のときは, } \left(\frac{S}{N}\right)'_0 \simeq \beta a_1^2 a_2^2 \lambda^4 / 5 p_4 \quad (3.45)$$

ここに、 p_k , ($k=1\sim 4$)は式(3.30)で与えられる。図3.1, 3.2に認められるように、直流分除去回路を含む場合の出力 SN 比は、直流分除去回路を含まない場合の出力 SN 比より、かなり良好となる。式(3.42)~(3.45)からも分かるように、直流分除去回路をそう入しても出力 SN 比の a_1 , a_2 , β および a_1 , $a_2 \ll 1$ の場合の λ に関する特性は変らないが、 a_1 , $a_2 \gg 1$ の場合の $(S/N)_0$ が変調度の自乗に比例したのに対して、 $(S/N)'_0$ は変調度に関係ない一定値を取る(ただし、変調度が小のとき)。

3.2.4 出力の電力スペクトル密度

出力の電力スペクトル密度を求める前に、まず掛算器出力の電力スペクトル密度を求める。直流分除去回路を含まない場合の掛算器出力の電力スペクトル密度 $G_M(f)$ は式(2.77)により求められ、次式のようになる。ただし、 $\tau=0$ としている。

$$\begin{aligned} \frac{8\pi B}{c^4 A^2} \cdot G_M(f) = & 4\pi S^2(S+2)^2 \delta\left(\frac{f}{B}\right) + 8 \{ 2SP_1 + 3S^2(4P_1 + 3P_2) \\ & + 6S^3(3P_1 + 3P_2 + 2P_3) + 3S^4(3P_2 + P_4) \} \\ & + 2\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) \{ P_1 + S(14P_1 + 9P_2) + 3S^2(11P_1 + 10P_2 + 6P_3) + 3S^3(7P_2 + 2P_4) \} \\ & + \frac{4}{a_1 a_2} \{ 2P_1 + P_2 + 4S(2P_1 + 2P_2 + P_3) + 2S^2(4P_2 + P_4) \} \\ & + \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2}\right) \{ P_2 + 2S(2P_1 + P_2 + 2P_3) + S^2(3P_2 + 2P_4) \} \\ & + \frac{2}{a_1 a_2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) \{ P_1 + P_2 + P_3 + S(2P_2 + P_4) \} \\ & + \frac{1}{a_1^2 a_2^2} (2P_2 + P_4) \end{aligned} \quad (3.46)$$

ここに,

$$P_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \exp \left\{ -\frac{1}{2k} \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\}, \quad (k=1 \sim 4) \quad (3.47)$$

一方, 直流分除去回路を含む場合の掛算器出力の電力スペクトル密度 $G'_M(f)$ は次式により求められる.

$$G'_M(f) = 4 \int_0^\infty R'_M(\tau, \xi) \cos 2\pi f \xi d\xi \quad (3.48)$$

式(3.48)により $G'_M(f)$ は次式となる. ただし, $\tau = 0$ としている.

$$\begin{aligned} \frac{8\pi B}{c^4 A^3} \cdot G'_M(f) &= 4\pi S^2 (S+2)^2 \delta \left(\frac{f}{B} \right) \\ &+ 8S^2 \{ 4P_2 + 4S(2P_1 + 2P_2 + 3P_3) + S^2(4P_2 + 3P_4) \} \\ &+ 4 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \{ 2SP_2 + S^2(2P_1 + 4P_2 + 9P_3) + S^3(2P_2 + 3P_4) \} \\ &+ 2 \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) (2SP_3 + S^2P_4) + \frac{4}{a_1 a_2} \{ P_2 + 2S(P_2 + 2P_3) \\ &+ S^2(P_2 + 2P_4) \} + \frac{2}{a_1 a_2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) (P_3 + SP_4) + \frac{1}{a_1^2 a_2^2} P_4 \quad (3.49) \end{aligned}$$

式(3.46), (3.49) の第1項は共に信号成分の電力スペクトル密度で, 第2項以下はすべて雑音成分の電力スペクトル密度である.

図3.3に式(3.46)より求めた $G_M(f)$ を実線で, 式(3.49)より求めた $G'_M(f)$ を点線で示す. ただし, $a_1, a_2 \gg 1$ としている.

つぎに出力の電力スペクトル密度を求める. 直流分除去回路を含まない場合と含む場合の出力電力スペクトル密度をそれぞれ $G_0(f)$, $G'_0(f)$ とすると, これらは式(2.76), (2.79)により次式で与えられる.

$$\frac{8\pi B}{c^4 A^8} G_M(f) \text{ or } \frac{8\pi B}{c^4 A^8} G'_M(f)$$

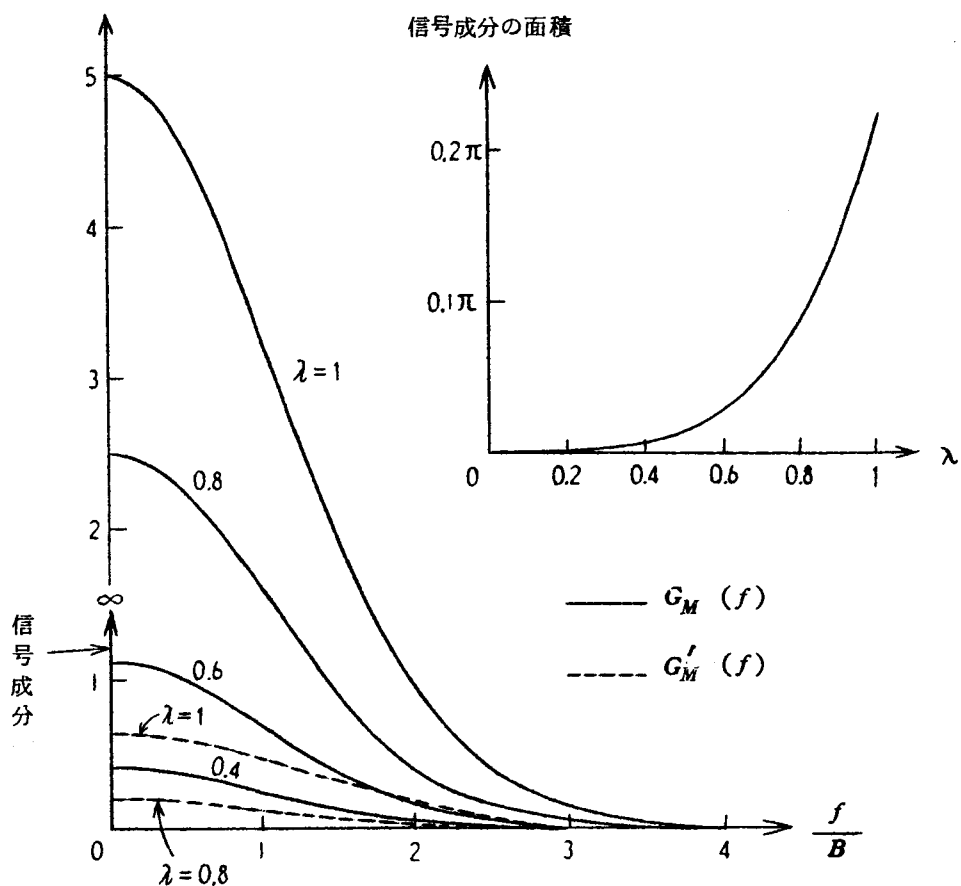


図 3. 3 掛算器出力の電力スペクトル密度 ($a_1, a_2 \gg 1$)

$$G_o(f) = G_M(f) / \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \quad (3.50)$$

$$G'_o(f) = G'_M(f) / \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \quad (3.51)$$

ここに, $G_M(f)$, $G'_M(f)$ はそれぞれ式 (3.46), (3.49) により与えられる

図 3.4 に式 (3.50),
(3.51) より求めた
 $G_0(f)$ を実線で, $G'_0(f)$
を点線で示す。ただし,
 $a_1 = a_2 = 1, \lambda = 1$ とす
る。

図 3.4 に見られる
ように, β に対する出
力電力スペクトル密度
の傾向は前章で扱った
ガウス形ランダム信号
の場合と同様である。
式 (3.50), (3.51)
からも分かるように β
 $= 0$ の場合の出力の電
力スペクトル密度は掛
算器出力の電力スペク

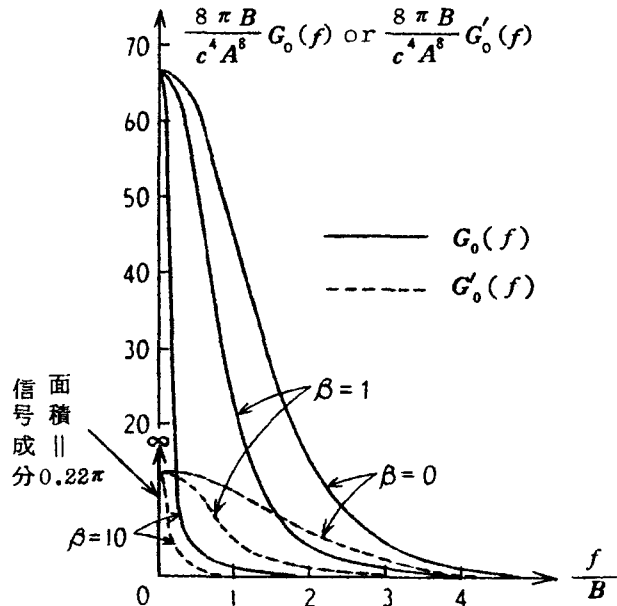


図 3.4 出力の電力スペクトル密度
($a_1 = a_2 = 1, \lambda = 1$)

トル密度に等しい。したがって, β が大きい場合の λ による変化の模様も図
3.3 と同様の傾向となる。図 3.3 と図 3.4 の実線と点線を比べること
により, 直流分除去回路を挿入することによりいかに出力雑音が減少し, し
たがって出力 SN 比が改善されるかが理解できる。

3.3 正弦波変調信号の場合の出力 SN 比

3.3.1 出力 SN 比

前節では入力信号 $s_1(t)$, $s_2(t)$ としてガウス形ランダム信号で振幅変調さ
れた信号を仮定したが, 本節では次式のように正弦波で振幅変調された信号
を考える。

$$s_1(t) = A \{ 1 + m \cos \omega_a t \} \cos \omega_0 t \quad (3.52)$$

$$s_2(t) = A \{ 1 + m \cos \omega_a (t - \tau) \} \cos \omega_0 (t - \tau) \quad (3.53)$$

ただし， A ：正弦搬送波の振幅， m ：変調度， $\omega_0 = 2\pi f_0$ ：正弦搬送波の角周波数， $\omega_a = 2\pi f_a$ ：変調信号の角周波数。

また，入力雑音 $n_1(t)$ ， $n_2(t)$ は前節と同様に定常狭帯域ガウス形ランダム雑音と仮定する。

出力 SN 比の一般式は前節までの解析と同様にして求めることができる。直流分除去回路を含まない場合には，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{\left\{a_1 a_2 m^2 \left(2 \cos \omega_a \tau + \frac{m^2}{8} \cos 2 \omega_a \tau\right)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi) W(\xi) d\xi} \quad (3.54)$$

となる。ここに， $r_{MN}(\tau, \xi)$ は付録の式 (A. 4) で与えられる。

直流分除去回路を含む場合には，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = \frac{\left\{a_1 a_2 m^2 \left(2 \cos \omega_a \tau + \frac{m^2}{8} \cos 2 \omega_a \tau\right)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}'(\tau, \xi) W(\xi) d\xi} \quad (3.55)$$

となる。ここに， $r_{MN}'(\tau, \xi)$ は付録の式 (A. 5) で与えられる。

ここで， $n_1(t)$ ， $n_2(t)$ が式 (3.21) に示されるようなガウス形の電力スペクトル密度を持つものとし，かつ積分フィルタとして RC 低周波フィルタを仮定すると式 (3.54)，(3.55) はそれぞれ次のようになる。ただし， $\tau = 0$ とする。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left\{a_1 a_2 m^2 \left(2 + \frac{m^2}{8}\right)\right\}^2 \bigg/ \frac{\sigma^2}{c^4 N_1^2 N_2^2} \quad (3.56)$$

ここに，

$$\begin{aligned} \sigma^2 / c^4 N_1^2 N_2^2 = & a_1^2 a_2^2 \left[8 m^2 L_1 + \frac{m^4}{2} \{ 24 L_1 + 9 L_2 \} \right. \\ & \left. + \frac{m^6}{2} \{ 9 L_1 + 3 L_2 + L_3 \} + \frac{m^8}{128} \{ 16 L_2 + L_4 \} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + a_1 a_2 (a_1 + a_2) \left[8 m^2 L_1 + \frac{m^4}{2} \{ 12 L_1 + 3 L_2 \} + \frac{m^6}{4} L_2 \right] \\
& + 2 a_1 a_2 (a_1 + a_2) \left[P_1 + \frac{m^2}{2} \{ 6 P_1 + 9 Q_{11} \} + \frac{m^4}{8} \{ 18 P_1 + 18 Q_{11} + 9 Q_{21} \} \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^6}{32} \{ 9 Q_{11} + Q_{31} \} \right] \\
& + (a_1^2 + a_2^2) \left(2 m^2 L_1 + \frac{m^4}{8} L_2 \right) + (a_1^2 + a_2^2) \left[P_2 + m^2 \{ P_2 + 2 Q_{12} \} \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^4}{8} \{ 2 P_2 + Q_{22} \} \right] \\
& + 4 a_1 a_2 \left[2 P_1 + 3 m^2 \{ P_1 + Q_{11} \} + \frac{3}{4} m^4 Q_{11} \right] + a_1 a_2 \left[4 m^2 L_1 + \frac{m^4}{4} L_2 \right] \\
& + 4 a_1 a_2 \left[P_2 + m^2 \{ P_2 + 2 Q_{12} \} + \frac{m^4}{8} \{ P_2 + Q_{22} \} \right] \\
& + 2 (a_1 + a_2) \left[P_1 + P_3 + \frac{m^2}{2} \{ Q_{11} + Q_{13} \} \right] + (a_1 + a_2) (2 + m^2) P_2 \\
& + 2 P_2 + P_4 \tag{3.57}
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)'_0 = \left\{ a_1 a_2 m^2 \left(2 + \frac{m^2}{8} \right) \right\}^2 \bigg/ \frac{\sigma'^2}{c^4 N_1^2 N_2^2} \tag{3.58}$$

と 2 2 ,

$$\begin{aligned}
\sigma'^2 / c^4 N_1^2 N_2^2 & = a_1^2 a_2^2 \left[2 m^4 L_2 + \frac{m^6}{2} \{ L_1 + L_3 \} + \frac{m^8}{128} L_4 \right] \\
& + 2 a_1 a_2 (a_1 + a_2) \left[2 m^2 P_1 + \frac{m^4}{8} \{ 8 P_1 + 4 Q_{11} + 9 Q_{21} \} + \frac{m^6}{32} \{ Q_{11} + Q_{31} \} \right] \\
& + \frac{1}{2} (a_1^2 + a_2^2) \left[P_2 + m^2 \{ P_2 + 4 Q_{12} \} + \frac{m^4}{4} \{ P_2 + Q_{22} \} \right] \\
& + 4 a_1 a_2 \left[P_2 + m^2 \{ P_2 + 2 Q_{12} \} + \frac{m^4}{8} \{ 2 P_2 + Q_{22} \} \right] \\
& + 2 (a_1 + a_2) \left(P_3 + \frac{m^2}{2} Q_{13} \right) + P_4 \tag{3.59}
\end{aligned}$$

ただし,

$$L_n = 1 / (1 + n^2 \epsilon^2 \beta^2), \quad (n=1 \sim 4) \quad (3.60)$$

$$P_k = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{\frac{1}{2k\beta^2}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2k\beta}} \right) \right\}, \quad (k=1 \sim 4) \quad (3.61)$$

$$Q_{nk} = \int_0^\infty e^{-k \frac{\beta^2}{2} y^2 - y} \cos n \epsilon \beta y dy, \quad (n, k=1 \sim 3) \quad (3.62)$$

また, ϵ は変調周波数を入力雑音の帯域幅で正規化したもので, 次式により与えられる.

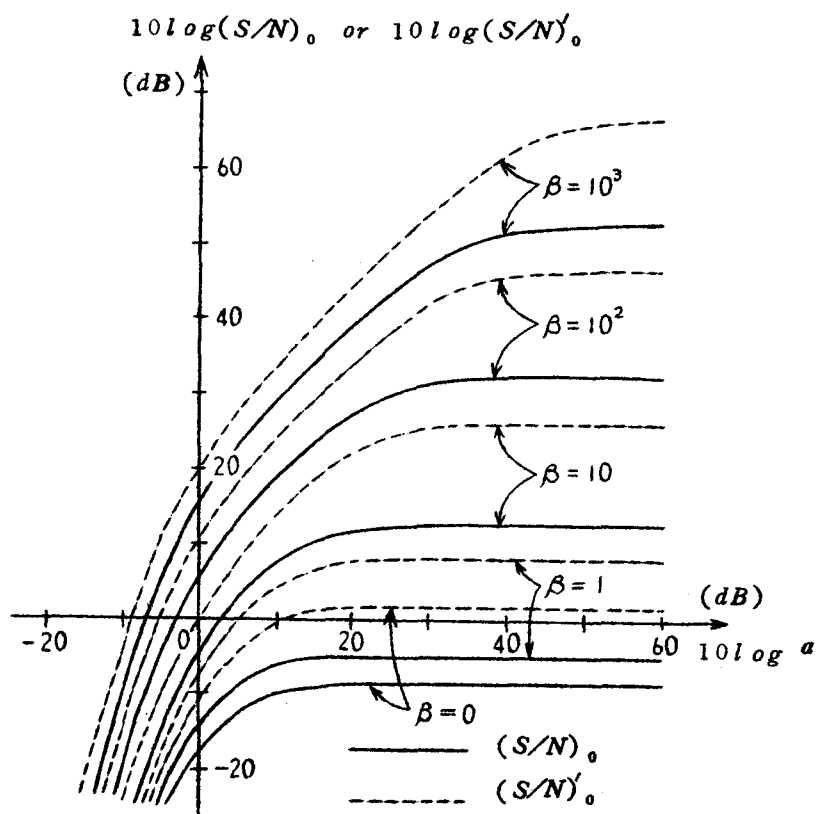


図 3. 5 出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)'_0$ と入力 CN 比 a の関係 ($\epsilon = 1$, $m = 1$)

$$\varepsilon = f_a / B$$

(3.63)

図3.5～3.7に β , ε , m をパラメータとした場合の出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)_0'$ と入力 CN 比 a ($\equiv a_1 = a_2$)の関係を示す。ただし、実線は $(S/N)_0$ を、点線は $(S/N)_0'$ を示す。また、図3.5では、 $\varepsilon = 1$, $m = 1$, 図3.6では $\beta = 10^3$, $m = 1$, 図3.7では $\beta = 10^3$, $\varepsilon = 1$ としている。

ここで、 $\beta \gg 1$ の場合の $(S/N)_0$ および $(S/N)_0'$ の近似式を求める。

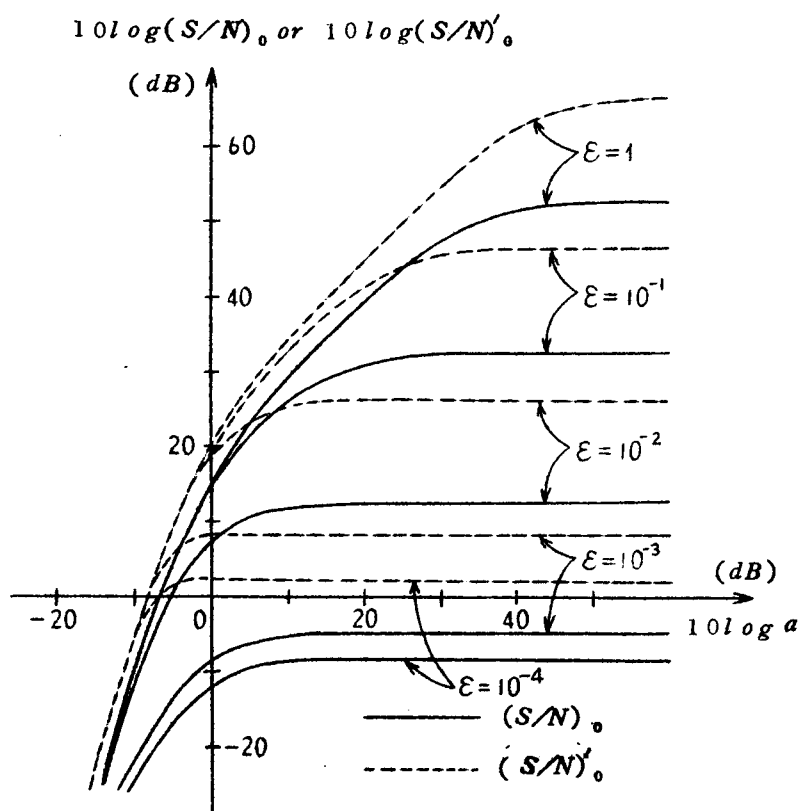


図3.6 出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)_0'$ と入力 CN 比 a の関係 ($\beta = 10^3$, $m = 1$)

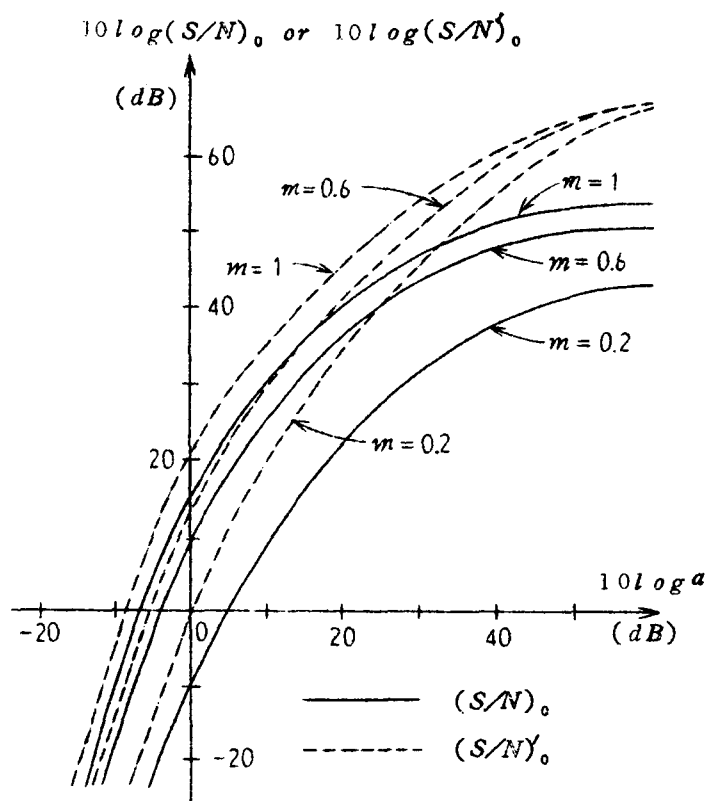


図 3.7 出力 SN 比 $(S/N)_0$, $(S/N)'_0$ と入力 CN 比 a の関係 ($\beta = 10^3$, $\epsilon = 1$)

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \frac{\beta^2 \epsilon^2 m^2 (2 + m^2/8)^2}{8 + 105m^2/8 + 355m^4/72 + 65m^6/2048} \quad (3.64)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 \simeq \frac{2\beta^2 \epsilon^2 (2 + m^2/8)^2}{1 + 10m^2/9 + m^4/1024} \quad (3.65)$$

さらに, $m \ll 1$ のときは,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta^2 \epsilon^2 m^2 / 2 \quad (3.66)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 8 \beta^2 \epsilon^2 \quad (3.67)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta a_1^2 a_2^2 m^4 (2 + m^2/8)^2 / (1 + \sqrt{2}/4) \sqrt{\pi} \quad (3.68)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 2\sqrt{2} \beta a_1^2 a_2^2 m^4 (2 + m^2/8)^2 / \sqrt{\pi} \quad (3.69)$$

さらに, $m \ll 1$ のときは,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq 4 \beta a_1^2 a_2^2 m^4 / (1 + \sqrt{2}/4) \sqrt{\pi} \quad (3.70)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 8\sqrt{2} \beta a_1^2 a_2^2 m^4 / \sqrt{\pi} \quad (3.71)$$

すなわち, $(S/N)_0$ も $(S/N)_0'$ も共に, $\beta \gg 1$ の場合には $a_1, a_2 \gg 1$ ならば β^2 に比例するのに対し, $a_1, a_2 \ll 1$ となると β に比例している (図 3.5 参照). また図 3.6 にもみられるように $a_1, a_2 \gg 1$ のときには ϵ^2 に比例するが, $a_1, a_2 \ll 1$ のときには ϵ に無関係となっている. 変調度に関しては, $m \ll 1$ の場合, $a_1, a_2 \gg 1$ となると $(S/N)_0$ が m^2 に比例するのに対し, $(S/N)_0'$ は m に無関係となるが, $a_1, a_2 \ll 1$ のときにはどちらも m^4 に比例している (図 3.7 参照). なお, 入力 C/N 比に関してはガウス形ランダム信号の場合と同様の傾向を示す.

3.3.2 出力の電力スペクトル密度

出力の電力スペクトル密度は前節と同様にして求めることができ, これは次式となる.

$$G_0(f) = G_M(f) / \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \quad (3.72)$$

ととて、

$$\begin{aligned} \frac{8\pi B}{c^4 A^8} G_M(f) = & m^4 \left(2 + \frac{m^2}{8} \right)^2 \pi \delta \left(\frac{f}{B} \right) \\ & + \left(8m^2 + 12m^4 + \frac{9}{2}m^6 \right) \pi \delta \left(\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \left(\frac{9}{2}m^4 + \frac{3}{2}m^6 \right. \\ & + \frac{1}{8}m^8 \left. \right) \pi \delta \left(2\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \frac{m^6}{2} \pi \delta \left(3\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \frac{m^8}{128} \pi \delta \left(4\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\ & + \left\{ \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) 8m^2 + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) 6m^4 + \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) 2m^2 + \frac{4m^2}{a_1 a_2} \right\} \pi \delta \left(\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\ & + \left\{ \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \frac{3}{2}m^4 + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \frac{m^6}{4} + \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) \frac{m^4}{8} + \frac{m^4}{4a_1 a_2} \right\} \pi \delta \left(2\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\ & + 2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \left[P'_1 + \frac{m^6}{2} \{ 6P'_1 + 9Q'_{11} \} + \frac{m^4}{8} \{ 18P'_1 + 18Q'_{11} + 9Q'_{21} \} \right. \\ & \quad \left. + \frac{m^6}{32} \{ 9Q'_{11} + Q'_{31} \} \right] \\ & + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \left[P'_2 + m^2 \{ P'_2 + 2Q'_{12} \} + \frac{m^4}{8} \{ 2P'_2 + Q'_{22} \} \right] \\ & + \frac{4}{a_1 a_2} \left[2P'_1 + P'_2 + m^2 \{ 3P'_1 + P'_2 + 3Q'_{11} + 2Q'_{12} \} \right. \\ & \quad \left. + \frac{m^4}{8} \{ 2P'_2 + 6Q'_{11} + Q'_{22} \} \right] \\ & + \frac{2}{a_1 a_2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \left[P'_1 + P'_2 + P'_3 + \frac{m^2}{2} \{ P'_2 + Q'_{11} + Q'_{13} \} \right] \\ & + \frac{1}{a_1^2 a_2^2} \{ 2P'_2 + P'_4 \} \end{aligned} \quad (3.73)$$

ただし、

$$P'_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \exp \left\{ -\frac{1}{2k} \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\}, \quad (k=1 \sim 4) \quad (3.74)$$

$$Q'_{nk} = \sqrt{\frac{\pi}{8k}} \left[\exp \left\{ -\left(n\varepsilon + \frac{f}{B} \right)^2 / 2k \right\} + \exp \left\{ -\left(n\varepsilon - \frac{f}{B} \right)^2 / 2k \right\} \right] \quad (n, k=1 \sim 4) \quad (3.75)$$

図 3. 8, 3. 9 に出力の電力スペクトル密度 $G_o(f)$ を示す. ただし, 図 3. 8 では $a_1 = a_2 = 1$, $m = 1$, $\varepsilon = 1$, 図 3. 9 では $a_1 = a_2 = 1$, $m = 1$, $\varepsilon = 10$ としている.

図にも見られるように, ガウス形ランダム信号の場合と違って雑音成分にも線スペクトラムが現われる. これは正弦波変調信号の Self Noise および $(S \times N)$ 成分の一部を表わしている. 図 3. 8 と 3. 9 を比較すること

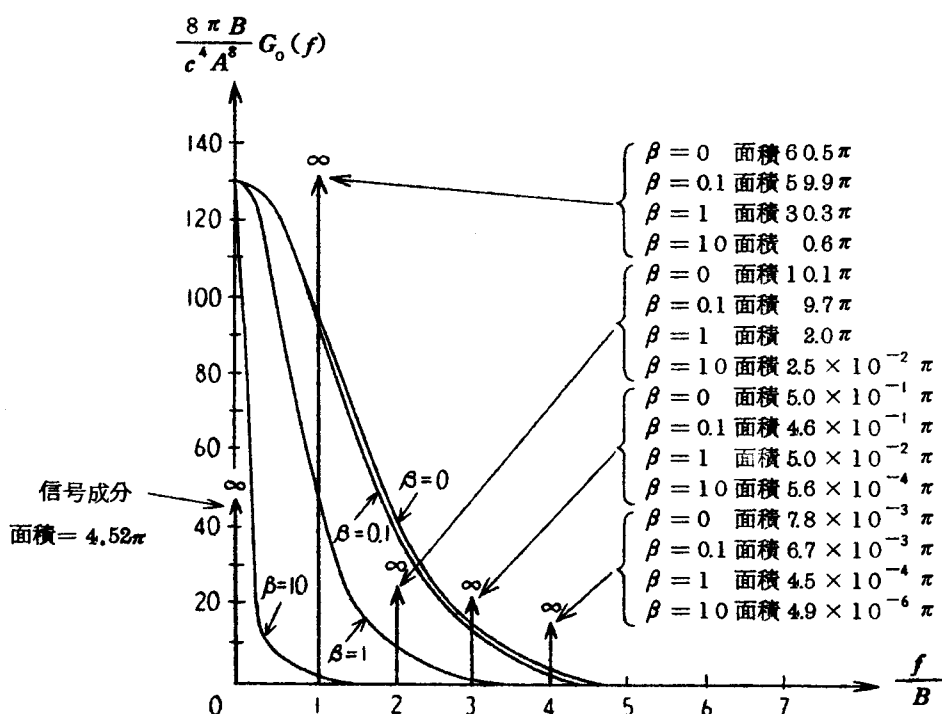


図 3. 8 出力の電力スペクトル密度
($a_1 = a_2 = 1$, $m = 1$, $\varepsilon = 1$)

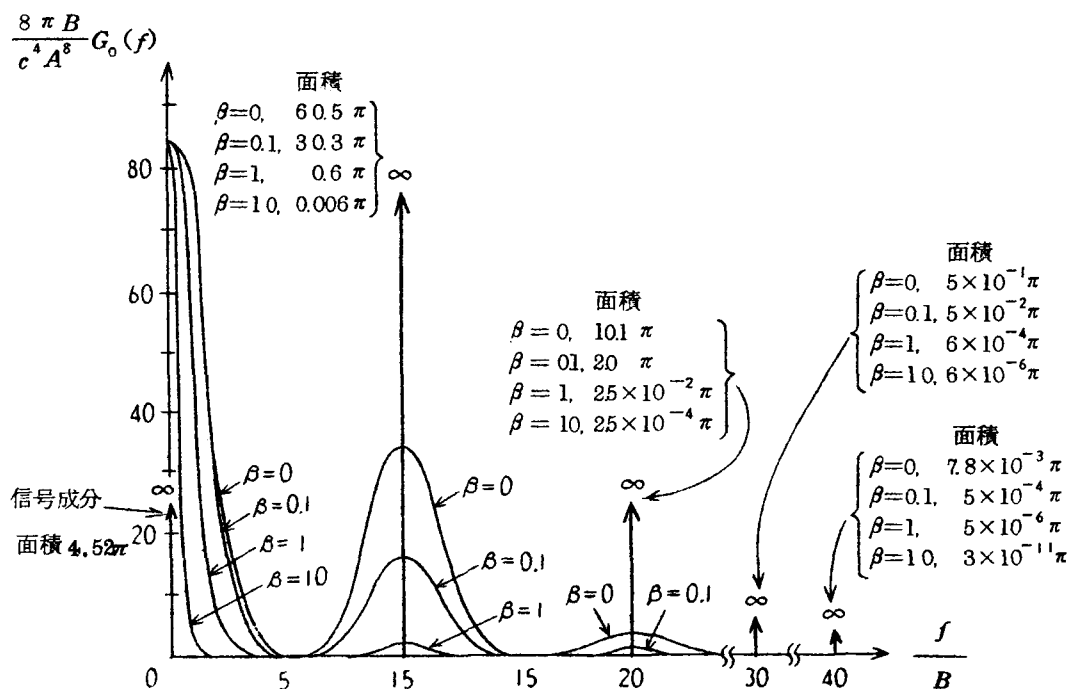


図 3. 9 出力の電力スペクトル密度

$$(a_1 = a_2 = 1, m = 1, \epsilon = 10)$$

により、 ϵ を大きく、すなわち変調周波数を高くする程雑音成分は周波数の高い方へ広がり、したがって積分フィルタを通過する雑音電力が小となって出力 SN 比は上昇することが分かる。

3. 4 結 言

本章では、入力信号がガウス形ランダム信号あるいは正弦波信号により振幅変調された信号で、入力雑音が狭帯域ガウス形ランダム雑音である場合の AM 相関システムの出力 SN 比の解析を行ない、さらに出力の電力スペクトル密度も求めた。本章において明らかにされた出力 SN 比の特性を要約する

と次のようになる。

- (i) ガウス形ランダム変調信号の場合には、 $(S/N)_0$ 、 $(S/N)_0'$ は入力 C/N 比 a_1 、 a_2 に無関係に β に比例するのに対し、正弦波変調信号の場合には、 a_1 、 a_2 が大きいとき β の自乗に比例し、 a_1 、 a_2 が小さいとき β に比例する。
- (ii) 変調度による出力 S/N 比の変化の傾向はガウス形ランダム変調信号の場合も、正弦波変調信号の場合も同様で、変調が浅い場合には a_1 、 a_2 が大きくなると $(S/N)_0$ は変調度の自乗に比例し、 $(S/N)_0'$ は変調度に関係であるが、 a_1 、 a_2 が小さくなると $(S/N)_0$ 、 $(S/N)_0'$ は共に変調度の 4 乗に比例する。
- (iii) 正弦波変調信号の場合には、 $(S/N)_0$ 、 $(S/N)_0'$ は a_1 、 a_2 が大きくなると変調周波数と入力雑音の帯域幅の比 ϵ の自乗に比例し、 a_1 、 a_2 が小さくなると ϵ には無関係となる。
- (iv) 入力 C/N 比に対する傾向は、前章で扱った入力 S/N 比の出力 S/N 比に対する傾向と同じである。

第 4 章 FM 相関システムの出力量 SN 比^{(49),(89),(90)}

4.1 緒 言

Post-detection 形相関システムにおいて、 AM 相関システムと対比せらるべきものとして FM 相関システムがある。これは図 4.1 に示されるように FM 検波器を備えた Post-detection 形相関システムである。相関関数の測定に際しては、相関器の入力部に磁気テープを用いた計測用データレコーダを使用する方法がよくとられる。それは、データレコーダのテープ速度、あるいは、ヘッド間隔を変えることにより容易に遅延時間を変化でき、また、処理しようとする情報を記録保存し、それを繰返し再生できるという点において便利だからである。⁽⁹¹⁾

このような相関システムにおいて、データレコーダとして、 FM データレコーダを用いる場合には、 FM 相関システムが形成されることになる。したがって、この場合は、

- (1) 極低周波成分を含む信号に対しても、有効に相関を取ることができる*。
- (2) テープの磁性媒体の欠陥あるいは、テープとヘッドが瞬間的に分離することによる再生レベルの低下すなわちドロップアウトの影響による利得変動を受けにくい。

などの特徴を有し、 FM 相関システムの応用価値が十分発揮される場所である。また、送・受信信号の瞬時周波数成分の相関関数を利用して、測距する CW レーダ^{(92)~(94)} も、 FM 相関システムの 1 応用例である。

FM 相関システムの出力量特性に関しては、森永ら^{(58)~(61)}によって解析されているので、本章では出力量 SN 比および電力スペクトル密度に関する解析を行ない、その基本特性を明らかにする。

* 一般に相関を取ろうとする信号は、直流分をいたるまでの低い周波数成分を含む場合が多い

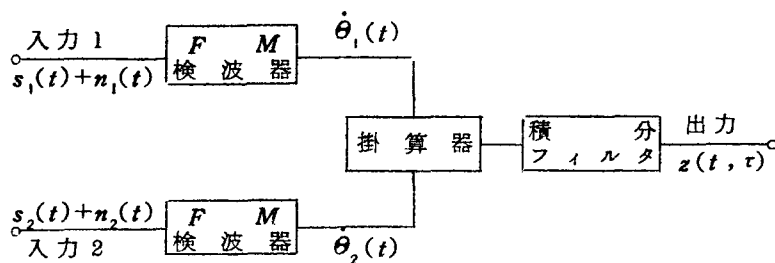


図 4 . 1 FM 相関システム

4 . 2 出力 SN 比の一般式

4 . 2 . 1 信号出力

図 4 . 1 で示される FM 相関システムの入力 1 と入力 2 における信号と雑音を，それぞれ $s_1(t)$ ， $n_1(t)$ ， $s_2(t)$ ， $n_2(t)$ とする．ここで， $s_1(t)$ は定常な変調信号 $\dot{\mu}_1(t)$ で周波数変調された信号， $s_2(t)$ は時間が $s_1(t)$ より τ だけずれた信号である．すなわち，

$$s_1(t) = A \cos [\omega_0 t + \mu_1(t)] \quad (4.1)$$

$$s_2(t) = s_1(t - \tau) = A \cos [\omega_0 t - \omega_0 \tau + \mu_2(t)] \quad (4.2)$$

ただし， A ：正弦搬送波の振幅， $\omega_0 = 2\pi f_0$ ：正弦搬送波の角周波数である．

$$\dot{\mu}_1(t) = d\mu_1(t)/dt, \quad \mu_2(t) = \mu_1(t - \tau) \quad (4.3)$$

また， $n_1(t)$ ， $n_2(t)$ は第 2 章と同様に，互いに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランダム雑音で，それぞれ式 (2.3)，(2.4) で表わされる．

いま， FM 検波器が理想リミッタと周波数弁別器から成っているものと仮定すると，その出力には，各検波器入力の信号と雑音の合成波 $s_1(t) + n_1(t)$ ， $s_2(t) + n_2(t)$ の瞬時周波数 $\dot{\theta}_1(t)$ ， $\dot{\theta}_2(t)$ が生じる．したがってシステムの出力 $z(t, \tau)$ は式 (2.10) と同様に次式で与えられる．

$$z(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\theta}_1(t - t_1) \dot{\theta}_2(t - t_1) h(t_1) dt_1 \quad (4.4)$$

出力の直流分は式(4.4)を平均することにより,

$$z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \dot{\theta}_1(t-t_1) \dot{\theta}_2(t-t_1) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} h(t_1) dt_1 \quad (4.5)$$

となる。ただし、式(4.5)の中の記号 $\langle \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2}$ は変調信号および入力雑音に関する平均を意味する。

ここで、変調信号 $\dot{\mu}_1(t)$ および雑音 $n_1(t)$, $n_2(t)$ が定常プロセスであることを考慮すれば,

$$\langle \dot{\theta}_1(t-t_1) \dot{\theta}_2(t-t_1) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} = \langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_2(t) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} \quad (4.6)$$

となり、これは積分フィルタの平均時間が無限に長い理想的な場合のシステム出力に相当し、次式で与えられる⁽⁵⁹⁾。

$$\langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_2(t) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} = (1 - e^{-a_1})(1 - e^{-a_2}) R_{\dot{\mu}}(\tau) \quad (4.7)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= A^2 / 2 N_1 : \text{入力 1 における } CN \text{ 比} \\ N_1 &: n_1(t) \text{ の平均電力} \\ a_2 &= A^2 / 2 N_2 : \text{入力 2 における } CN \text{ 比} \\ N_2 &: n_2(t) \text{ の平均電力} \\ R_{\dot{\mu}}(\tau) &= \langle \dot{\mu}_1(t) \dot{\mu}_2(t) \rangle_{\dot{\mu}} : \text{変調信号} \\ &\quad \dot{\mu}_1(t) \text{ の自己相関関数} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

式(4.5)～(4.7)より $z(\tau)$ は τ に関する情報のみを含み、AM相関システムの場合のように不要な直流分を含まず、直流分除去回路も不要である。したがって、出力直流分 $z(\tau)$ がそのまま出力の信号成分 $R_s(\tau)$ となり、信号電力 $R_s^2(\tau)$ は、

$$R_s^2(\tau) = (1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi \quad (4.9)$$

式(4.9)の中の $(1 - e^{-a_1})(1 - e^{-a_2})$ なる項はFM復調系に固有の項^{(76), (95), (96)}

であって、 AM 相関システムの信号電力は式(3.15)にみられるように搬送波の振幅に依存するのに対して FM 相関システムでは入力 C/N 比に依存している。

4.2.2 雑音出力

一方、出力の分散すなわち雑音電力 σ^2 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \langle z^2(t, \tau) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} - (\langle z(t, \tau) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2})^2 \\ &= \langle z^2(t, \tau) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} - R_s^2(\tau)\end{aligned}\quad (4.10)$$

式(4.10)に式(4.4), (4.9)を代入し、 $W(\xi)$ を用いて表わすと次式となる。

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{ R_M(\tau, \xi) - (1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 R_\mu^2(\tau) \} W(\xi) d\xi \quad (4.11)$$

ここに、

$$R_M(\tau, \xi) = \langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_2(t) \dot{\theta}_1(t-\xi) \dot{\theta}_2(t-\xi) \rangle_{\dot{\mu}, n_1, n_2} \quad (4.12)$$

は掛算器出力の自己相関関数である。これは $n_1(t)$, $n_2(t)$ が互いに独立であることから次式のように表現できる。

$$R_M(\tau, \xi) = \langle \langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_1(t-\xi) \rangle_{n_1} \langle \dot{\theta}_2(t) \dot{\theta}_2(t-\xi) \rangle_{n_2} \rangle_{\dot{\mu}} \quad (4.13)$$

ただし、 $\langle \rangle_{n_1}$, $\langle \rangle_{n_2}$ は、それぞれ、 $n_1(t)$, $n_2(t)$ に関する平均を、 $\langle \rangle_{\dot{\mu}}$ は変調信号に関する平均を意味する。

式(4.13)における $\langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_1(t-\xi) \rangle_{n_1}$ および $\langle \dot{\theta}_2(t) \dot{\theta}_2(t-\xi) \rangle_{n_2}$ は、 FM 検波器出力の自己相関関数を求めるさいの雑音に関する平均操作と同一の計算方法によって求められ^{(76),(97)~(99)}、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\langle \dot{\theta}_1(t) \dot{\theta}_1(t-\xi) \rangle_{n_1} &= (1 - e^{-a_1})^2 \mu_1(t) \mu_3(t) \\ &+ \frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3\end{aligned}\quad (4.14)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
 \dot{\mu}_3(t) &= \dot{\mu}_1(t-\xi) \\
 y_1 \equiv y_1(\xi) &= e^{-(N_1/g_1)a_1} \left\{ E_i \left(\frac{N_1}{g_1} a_1 \right) - 2E_i \left(\frac{N_1 - g_1}{g_1} a_1 \right) \right. \\
 &\quad \left. + E_i \left(\frac{N_1}{g_1} \cdot \frac{N_1 - g_1}{N_1 + g_1} a_1 \right) \right\} \\
 y_3 \equiv y_3(\xi) &= \frac{N_1}{g_1} a_1 y_1 + \frac{2N_1}{N_1 - g_1} e^{-a_1} \\
 &\quad - \frac{N_1 + g_1}{N_1 - g_1} e^{-2a_1 N_1/(N_1 + g_1)} - 1 \\
 N_1 &= \int_0^\infty G_{n_1}(f) df, \quad E_i(z) = \int_{-\infty}^z \frac{e^{-t}}{t} dt \\
 g_1 \equiv g_1(\xi) &= \int_0^\infty G_{n_1}(f) \cos 2\pi(f - f_0)\xi df \\
 \dot{g} &= dg_1(\xi)/d\xi, \quad \ddot{g}_1 = d^2 g_1(\xi)/d\xi^2 \\
 G_{n_1}(f) &: n_1(t) \text{ の電力スペクトル密度}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

また, $\langle \dot{\theta}_2(t) \dot{\theta}_2(t-\xi) \rangle_{n_2}$ は式(4.14), (4.15) の中の記号の添字をすべて, $1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$ としたものになる.

したがって, 式(4.13)から, $R_M(\tau, \xi)$ が求まる.

$$\begin{aligned}
 R_M(\tau, \xi) &= (1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 \langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_3 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} \\
 &\quad + (1 - e^{-a_1})^2 \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right) \langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_3 \rangle_{\dot{\mu}} \\
 &\quad + (1 - e^{-a_2})^2 \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \langle \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} \\
 &\quad + \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right)
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

式(4.16)の第1項は、掛算器出力の自己相関関数の $(S \times S)$ 成分、第2項および第3項は $(S \times N)$ 成分、第4項は $(N \times N)$ 成分を表わしている。

4.2.3 出力 SN 比

式(4.9)により与えられる出力信号電力と式(4.11)で与えられる出力雑音電力の比を取ることにより、出力 SN 比 $(S/N)_0$ が求まる。すなわち、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} \{R_M(\tau, \xi) - (1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau)\} W(\xi) d\xi} \quad (4.17)$$

式(4.17)は、変調信号の自己相関関数、掛算器出力の自己相関関数、フィルタの自己相関関数を用いて表わされた FM 相関システムの出力 SN 比の一般式である。

4.3 ガウス形ランダム変調信号の場合の出力 SN 比

4.3.1 出力 SN 比

すでに示したように、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}_2(t) &= \dot{\mu}(t-\tau), \quad \dot{\mu}_3(t) = \dot{\mu}_1(t-\xi) \\ \dot{\mu}_4(t) &= \dot{\mu}_2(t-\xi) = \dot{\mu}_1(t-\tau-\xi) \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

であるから、 $\dot{\mu}_1(t)$ を平均値0の定常低周波ガウス形ランダムプロセスとすると式(4.16)の中の、

$$\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_3 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}}, \quad \langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_3 \rangle_{\dot{\mu}}, \quad \langle \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}}$$

は、それぞれ、 $\dot{\mu}_1(t)$ の自己相関関数 $R_{\dot{\mu}}(\tau)$ を用いて次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_3 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} &= \langle \dot{\mu}_1(t) \dot{\mu}_1(t-\tau) \dot{\mu}_1(t-\xi) \dot{\mu}_1(t-\tau-\xi) \rangle_{\dot{\mu}} \\ &= R_{\dot{\mu}}^2(\tau) + R_{\dot{\mu}}^2(\xi) + R_{\dot{\mu}}(\xi+\tau) R_{\dot{\mu}}(\xi-\tau) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_3 \rangle_{\dot{\mu}} = \langle \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} = R_{\dot{\mu}}(\xi) \quad (4.20)$$

式(4.19), (4.20)を式(4.16)に代入して求めた $R_M(\tau, \xi)$ と式(4.17)によりガウス形ランダムプロセスで周波数変調された信号を入力信号とする場合の出力 S/N 比が得られる。

$$\left(\frac{S}{N} \right)_0 = (1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi) d\xi / \sigma^2 \quad (4.21)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \int_{-\infty}^{\infty} \left[(1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 \{ R_{\dot{\mu}}^2(\xi) + R_{\dot{\mu}}(\xi + \tau) R_{\dot{\mu}}(\xi - \tau) \} \right. \\ & + \left\{ (1 - e^{-a_1})^2 \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right) \right. \\ & + (1 - e^{-a_2})^2 \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \left. \right\} R_{\dot{\mu}}(\xi) \\ & + \left. \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right) \right] W(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (4.22)$$

前章と同様に, 変調信号および入力雑音の電力スペクトル密度を共に, 次式のようにガウス形とする。

$$G_{\dot{\mu}}(f) = \frac{2S}{B_{\dot{\mu}} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -f^2 / 2 B_{\dot{\mu}}^2 \right\}, \quad (f \geq 0) \quad (4.23)$$

$$G_{n_i}(f) = \frac{N_i}{B_n \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -(f - f_0)^2 / 2 B_n^2 \right\}, \quad (f \geq 0, \quad f_0 \gg B_n, \quad i=1, 2) \quad (4.24)$$

ただし, $S : \dot{\mu}_i(t)$ の平均電力, $B_{\dot{\mu}} : \dot{\mu}_i(t)$ の実効帯域幅, $B_n : n_i(t)$, $n_2(t)$ の実効帯域幅。

したがって, Wiener-Kintchine の公式および式(4.15)によれば, 次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} R_{\dot{\mu}}(\tau) &= S e^{-\nu^2/2} \\ g_i &= N_i e^{-u^2/2} \\ \dot{g}_i &= -2\pi B_n N_i u e^{-u^2/2} \\ \ddot{g}_i &= -(2\pi B_n)^2 N_i (1-u^2) e^{-u^2/2}, \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} u &= 2\pi B_n \xi \\ \nu &= 2\pi B_{\dot{\mu}} \tau \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

また、積分フィルタとして RC 低周波フィルタを仮定すると、フィルタの自己相関関数 $W(\xi)$ は第1篇の式(2.25)で与えられる。

したがって、式(4.25)および第1篇の式(2.25)を式(4.21), (4.22)に代入することにより具体的な出力 SN 比が求まる。すなわち、

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left\{ r(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})(1-e^{-a/\beta})e^{-\nu^2/2} \right\}^2 / \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} \quad (4.27)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} &= \int_0^a \frac{e^{-(u/\beta)}}{\beta} (1-e^{2(u-a)/\beta}) \cdot \left[r^2(1-e^{-a_1})^2 \right. \\ &\quad \cdot (1-e^{-a_2})^2 \cdot e^{-\delta^2 u^2} (1+e^{-\nu^2}) + \frac{1}{2} r \left\{ (1-e^{-a_1})^2 \right. \\ &\quad \cdot (y_2 - u^2 y_4) + (1-e^{-a_2})^2 (y_1 - u^2 y_3) \left. \right\} e^{-(\delta^2/2) u^2} \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} (y_1 - u^2 y_3)(y_2 - u^2 y_4) \right] du \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\left. \begin{aligned}
 y_1 &= e^{-a_1 \exp(u^2/2)} \left\{ E_i(a_1 e^{u^2/2}) - 2E_i\{(e^{u^2/2} - 1)a_1\} \right. \\
 &\quad \left. + E_i\left\{\left(e^{u^2/2} - \frac{2}{1+e^{-u^2/2}}\right)a_1\right\} \right\} \\
 y_3 &= a_1 e^{u^2/2} y_1 + \frac{2}{1-e^{-u^2/2}} e^{-a_1} \\
 &\quad - \frac{e^{-u^2/2}}{1-e^{-u^2/2}} e^{-2a_1 \sqrt{1+\exp(-u^2/2)}} - 1
 \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha &= 2\pi B_n T, \quad \beta = 2\pi B_n RC \\
 r &= S/(2\pi B_n)^2, \quad \delta = B_{\dot{\mu}}/B_n
 \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

ただし、 y_2, y_4 は、それぞれ、 y_1, y_3 中の a_1 を a_2 に書き換えたものである。

式(4.30)において、 α, β はそれぞれ、雑音の実効帯域幅で正規化した観測時間と積分フィルタの時定数であるが、相関関数の測定にさいしては、良好な SN 比を得るためには、観測時間は、積分フィルタの時定数の数倍以上でなければならない(2.3.2参照)。したがって、以下の解析では、 $\alpha \gg \beta$ としている。

また、 r は FM 信号の実効周波数偏移^{(96),(100)}と入力雑音の実効帯域幅の比の自乗、 δ は変調信号の実効帯域幅と雑音の実効帯域幅の比である。

図4.2~4.4に β, r, δ をパラメータとした場合の、入力 CN 比と出力 SN 比の関係を示す。ただし、いずれも、 $a_1 \gg 1, \nu = 0$ ($r = 0$)としている。また図4.2では $r = 1, \delta = 1$ 、図4.3では $\beta = 10^2, \delta = 1$ 、図4.4では $\beta = 10^2, r = 1$ としている。

ここで、 $\beta \gg 1$ ($\alpha \gg \beta, a_1 \gg 1, \nu = 0$)の場合の $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ の近似式を求めると次式となる。

(1) $a_2 \gg 1$ のとき

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta \delta \sqrt{\pi} \quad (4.31)$$

$$\text{ただし、} r \ll 1/a_2 \text{のときは} \left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}} \beta \delta r a_2 \quad (4.32)$$

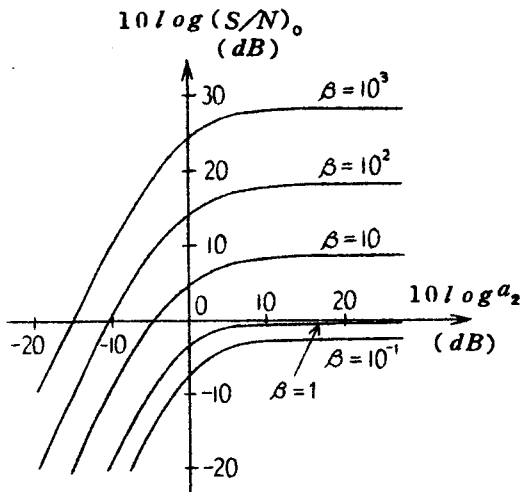


図4.2 出力SN比 $(S/N)_0$ と入力CN比 a_2 の関係
($a_1 \gg 1$, $r = 1$, $\delta = 1$)

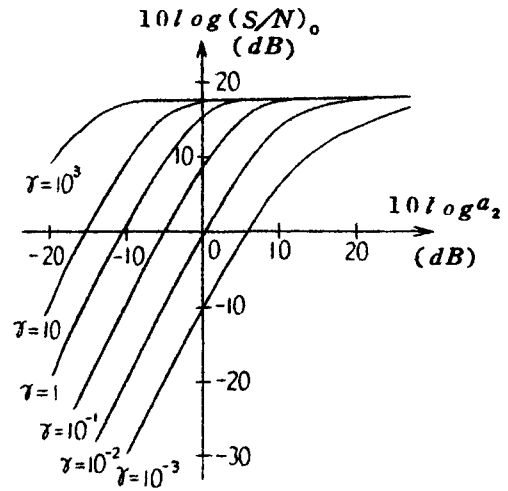


図4.3 出力SN比 $(S/N)_0$ と入力CN比 a_2 の関係
($a_1 \gg 1$, $\beta = 10^2$, $\delta = 1$)

(2) $a_2 \ll 1$ のとき

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \cong \beta r a_2^2 / \sqrt{\pi} D \quad (4.33)$$

ただし,

$$D = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\delta^2 u^2 / 2} \ln(1 - e^{-u^2})^{-1} du \quad (4.34)$$

図4.2～4.4にもみられるように、 a_2 が大きい場合には、出力SN比は β と δ に比例して上昇し、 a_2 には左右されない。ところが、 a_2 が小さくなると、出力SN比は β の他に、 r 、 a_2^2 に比例して増

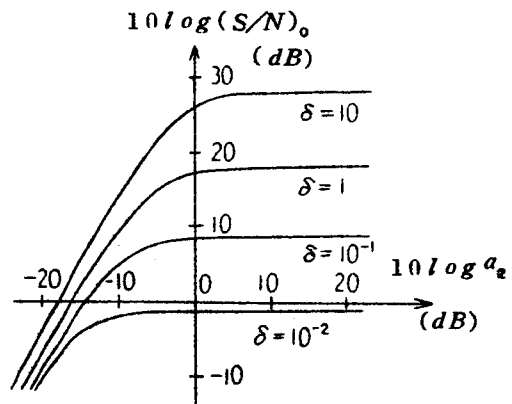


図4.4 出力SN比 $(S/N)_0$ と入力CN比 a_2 の関係
($a_1 \gg 1$, $\beta = 10^2$, $r = 1$)

加する。すなわち、入力雑音の帯域幅と積分フィルタの時定数の積が大きいほど、変調信号と雑音の実効帯域幅の比が大きいほど、あるいは、変調信号の実効周波数偏移と雑音の帯域幅の比が大きいほど出力 SN 比は大となる。

4.3.2 出力の電力スペクトル密度

ここでは、簡単のために、 $a_1 \gg 1$, $\nu = 0$ の場合の電力スペクトル密度を求めることにする。このような条件における $R_M(\tau, \xi)$ を求めると次式となる

$$\begin{aligned} \frac{R_M(o, \xi)}{(2\pi B_n)^4} &= (1 - e^{-a_2})^2 r^2 (1 + 2e^{-\delta^2 u^2}) \\ &+ \frac{1}{2} r (y_2 - u^2 y_k) e^{-\frac{1}{2}\delta^2 u^2} \end{aligned} \quad (4.35)$$

式(4.35)を式(2.77)に代入することにより、掛算器出力の電力スペクトル密度 $G_M(f)$ が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{G_M(f)}{(2\pi B_n)^3} &= 4\pi (1 - e^{-a_2})^2 r^2 \delta \left(\frac{f}{B_n} \right) \\ &+ 4\sqrt{\pi} (1 - e^{-a_2})^2 \frac{r^2}{\delta} e^{-(f/B_n)^2/4\delta^2} \\ &+ 2r \int_0^\infty (y_2 - u^2 y_k) e^{-\delta^2 u^2/2} \cos \frac{f}{B_n} u du \end{aligned} \quad (4.36)$$

図4.5, 4.6に式(4.36)より求めた掛算器出力の電力スペクトル密度を示す。ただし、図4.5では $r = 1$, $\delta = 1$, 図4.6では $a_2 = 10$, $r = 1$ としている。

出力の電力スペクトル密度は式(4.36)と式(2.79)を掛けることにより得られる。

$$\begin{aligned} \frac{G_o(f)}{(2\pi B_n)^3} &= \frac{1}{1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B_n} \right)^2} \left[4\pi (1 - e^{-a_2})^2 r^2 \delta \left(\frac{f}{B_n} \right) \right. \\ &+ 4\sqrt{\pi} (1 - e^{-a_2})^2 \frac{r^2}{\delta} e^{-(f/B_n)^2/4\delta^2} \\ &\left. + 2r \int_0^\infty (y_2 - u^2 y_k) e^{-\delta^2 u^2/2} \cos \frac{f}{B_n} u du \right] \end{aligned} \quad (4.37)$$

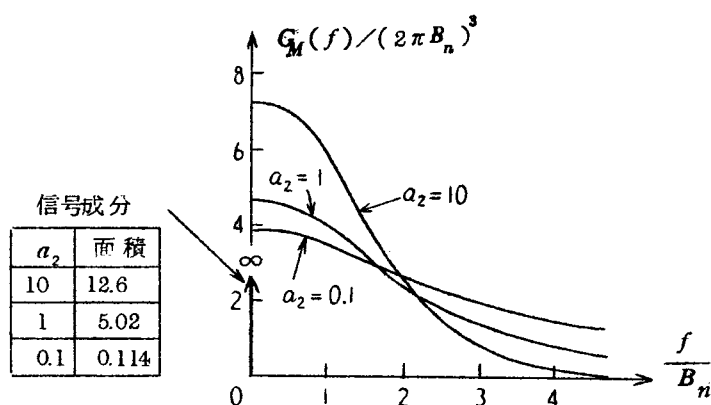


図 4.5 掛算器出力の電力スペクトル
密度 ($r = 1, \delta = 1$)

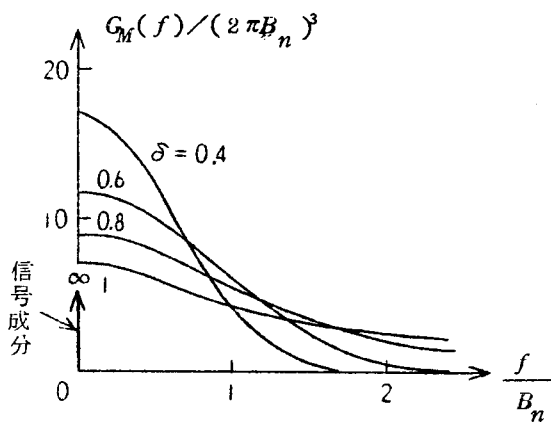


図 4.6 掛算器出力の電力スペクトル
密度 ($a_2 = 10, r = 1$)

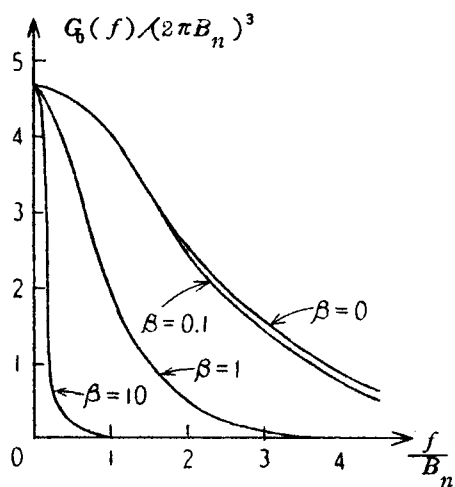


図 4.7 出力の電力スペクトル
密度 ($a_2 = r = \delta = 1$)

図 4.7 に出力の電力スペクトル密度 $G_0(f)$ を示す、ただし、 $a_2 = r = \delta = 1$ としている。 β に対するスペクトラムの傾向は AM 相関システムの場合とほぼ同様となる。これは積分フィルタとしてすべて RC 低周波フィルタを仮定しているから、そのシステム関数の特性により出力の特性がほぼ決定される

からである。

4.4 正弦波変調信号の場合の出力 SN 比

変調信号が正弦波の場合の出力 SN 比を求めるに当って、まず変調信号の自己相関関数 $R_{\dot{\mu}}(\tau)$ と掛算器出力の自己相関関数 $R_M(\tau, \xi)$ を求めなければならない。

いま、変調信号 $\dot{\mu}_1(t)$ を次式のように正弦波とする。

$$\dot{\mu}_1(t) = D_0 \cos 2\pi f_a t \quad (4.38)$$

ここに、 D_0 は最大周波数偏移、 f_a は変調周波数である。式(4.8)により $R_{\dot{\mu}}(\tau)$ は、

$$R_{\dot{\mu}}(\tau) = \frac{D_0^2}{2} \cos 2\pi f_a \tau \quad (4.39)$$

となる。また、式(4.16)における $\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_3 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}}$ 、 $\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_3 \rangle_{\dot{\mu}}$ 、 $\langle \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}}$ を求めるとそれぞれ次式のようになる。

$$\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_3 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} = \frac{D_0^4}{4} \left(\cos^2 2\pi f_a \tau + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_a \xi \right) \quad (4.40)$$

$$\langle \dot{\mu}_1 \dot{\mu}_3 \rangle_{\dot{\mu}} = \langle \dot{\mu}_2 \dot{\mu}_4 \rangle_{\dot{\mu}} = \frac{D_0^2}{2} \cos 2\pi f_a \xi \quad (4.41)$$

したがって、 $R_M(\tau, \xi)$ は、

$$\begin{aligned} R_M(\tau, \xi) = & \frac{D_0^2}{4} (1 - e^{-a_1})^2 (1 - e^{-a_2})^2 \left(\cos^2 2\pi f_a \tau + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_a \xi \right) \\ & + \frac{D_0^2}{2} \left\{ (1 - e^{-a_1})^2 \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right) \right. \\ & \quad \left. + (1 - e^{-a_2})^2 \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \right\} \cos 2\pi f_a \xi \\ & + \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1 \ddot{g}_1}{2 g_1^2} y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2 g_1^2} y_3 \right) \left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2 \ddot{g}_2}{2 g_2^2} y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2 g_2^2} y_4 \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

となる。ここで、入力雑音の電力スペクトル密度を式(4.24)と同様にガウス形とすると、 g_i , $\dot{g}_i$, $\ddot{g}_i$ ($i=1, 2$) は式(4.25)で与えられる。

一方、積分フィルタをRC低周波フィルタと仮定すると、 $\Psi(\xi)$ は第1篇の式(2.25)で与えられるから、これと、式(4.39), (4.42) を出力SN比の一般式(4.17)に代入することにより正弦波変調信号の場合の出力SN比が得られる。

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left\{ r(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})(1-e^{-a/\beta}) \cos \nu \varepsilon \right\}^2 / \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} \quad (4.43)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} = & \int_0^{\alpha} \frac{e^{u/\beta}}{\beta} \left\{ 1 - e^{2(u-\alpha)/\beta} \right\} \left[\frac{r^2}{2} (1-e^{-a_1})^2 \right. \\ & \cdot (1-e^{-a_2})^2 \cos 2\varepsilon u + \frac{r}{2} \left\{ (1-e^{-a_1})^2 (y_2 - u^2 y_4) \right. \\ & \left. \left. + (1-e^{-a_2})^2 (y_1 - u^2 y_3) \right\} \cos \varepsilon u \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} (y_1 - u^2 y_3)(y_2 - u^2 y_4) \right] du \end{aligned} \quad (4.44)$$

ただし、パラメータの α , β は式(4.30)で与えられ、また、 r , ε は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{D_0^2}{2} / (2\pi B_n)^2 \\ \varepsilon &= f_a / B_n \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

図4.8に式(4.43)より求めた出力SN比 $(S/N)_0$ と入力CN比 a の関係を示す。ただし、 $\alpha \gg \beta$, $a_1 \gg 1$, $\nu=0$, $r=0.5$, $\varepsilon=0.25$ としている。式(4.43)において、 $a_1, a_2 \gg 1$ ($\alpha \gg \beta$, $\nu=0$), $\beta \gg 1$ とすると次式となる。

$$(S/N)_0 \simeq 8 \beta^2 \varepsilon^2 \quad (4.46)$$

すなわち，正弦波変調信号の場合には， AM 関連システムにおいてもみられたように，出力 SN 比は， β ， ϵ の自乗に比例して上昇する。

4.5 結 言

本章では， FM 関連システムの出力 SN 比の一般式を求め，その具体例として，定常ガウス形ランダム信号および正弦波で周波数変調された信号

を入力信号とする場合の出力 SN 比を算出した．その結果，出力 SN 比は次の特性を有することが判明した．

ガウス形ランダム変調信号の場合には，

- (i) 入力 CN 比が大きい場合には， β および変調信号と雑音の実効帯域幅の比 δ に比例して上昇し，入力 CN 比には左右されない．
- (ii) 入力 CN 比が小さい場合には， β に比例し，変調信号の実効周波数偏移と雑音の実効帯域幅の比の自乗 r および入力 CN 比の自乗に比例して上昇する．

また，正弦波変調信号の場合には，

- (iii) β および，入力 CN 比が大きい場合には変調周波数と入力雑音の帯域幅の比 ϵ および β の自乗に比例して上昇し，その他の条件下では，ガウス形ランダム変調信号の場合と同様の傾向を示す．

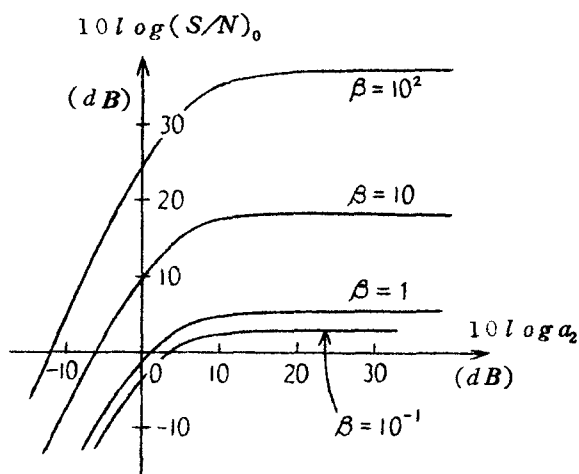


図 4.8 出力 SN 比 $(S/N)_o$ と入力 CN 比 a の関係
($r=0.5$ ， $\epsilon=0.25$)

第 5 章 結 論

本篇においては Post-detection 形相関システムの代表的例として、 AM 相関システムおよび FM 相関システムの出力 SN 比と出力の電力スペクトル密度に関して詳細に解析した。

各章における所論を概括すると以下のようになる。

- (1) 第 2 章では、 AM 相関システムの入力信号が無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号である場合の出力 SN 比を近似を行うことなく求め、その特性を明確にした。その結果、Bendat、藤本らによる近似解析は 10 dB 程度の誤差を含むことが判明した。また、等価平均時間を観測時間の良好な目安にできることを示した。
- (2) 第 3 章では、従来知られていなかった AM 相関システムの入力信号として、ガウス形ランダム信号あるいは正弦波で振幅変調された信号を仮定した場合の、それぞれの場合に対して出力 SN 比を求めた。そして入力 CN 比が大きいとき入力雑音の帯域幅で正規化した積分フィルタの時定数に対する傾向がガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合とで 1 乗と 2 乗の相違があるなど興味ある事項を明らかにした。
- (3) 第 2 章と第 3 章ではさらに、検波器出力に直流分除去回路を挿入して直流分を除去した場合の出力 SN 比を求め、直流分を除去した場合の方が除去しない場合より出力 SN 比が良好となることを示した。
- (4) 第 4 章では、従来、なされていなかった FM 相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号あるいは正弦波により周波数変調された場合のそれぞれの場合に対する出力 SN 比の解析を行ない、 AM 相関システムにおいて現われたパラメータの他に、 FM 相関システムに固有の入力雑音の帯域幅で正規化された実効周波数偏移に対する出力 SN 比の特性も明確にした。

また各章においては、出力の電力スペクトル密度も求めた。その結果、各システムの出力特性の理解を深めるための有効な手段が得られた。なお、各相関システムの出力 SN 比の特性に関しては各章の結言で詳しく述べているので本章では省略し、また、特性の比較に関しては第 3 篇で論じることとする。

第 3 篇 相関システムの出力 SN 比の 比較および出力 SN 比の改善

第 1 章 緒 論

第 1 篇では Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して従来の解析をさらに一般化した解析を行ったし、また第 2 篇では Post-detection 形相関システムとして、 AM 相関システムおよび FM 相関システムについて各種の入力信号を仮定してそれぞれに対する出力 SN 比を解析した。しかし、それらの出力 SN 比の比較については、まだ議論されていない。また、第 1 篇では掛算器入力の直流分が出力 SN 比に与える影響を明らかにしたし、第 2 篇では AM 相関システムの検波器出力の直流分を除去した場合としない場合について出力 SN 比を求め、直流分を除去することにより出力 SN 比が改善できることを言及したが、定量的にどの程度改善できるかについては触れなかった。

そこで、第 2 章において Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比と Post-detection 形相関システムの出力 SN 比の比較、また AM 相関システムの出力 SN 比と FM 相関システムの出力 SN 比の比較、さらには狭帯域ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合、ガウス形ランダム信号あるいは正弦波により変調された信号を入力信号とする場合の出力 SN 比の比較などシステムあるいは入力信号の相違による出力 SN 比の特性の差異を比較検討する。

第 3 章では、各種相関システムについて SN 比改善度を求め、掛算器入力の直流分を除去することにより出力 SN 比の改善が得られることを示す。

第2章 相関システムの出力 SN 比の比較

2.1 緒 言

第1篇，第2篇における解析は個々の出力 SN 比の解析だけに留められていて，その間の比較は行われていないので，本章では各種の相関システムの出力 SN 比を比較検討することにする。まず，Pre-detection 形相関システムと Post-detection 形相関システムの出力 SN 比の差異を明らかにし，ついで同じ Post-detection 形相関システムに属する AM 相関システムと FM 相関システムとの比較を容易にするために， AM 相関システムに対する FM 相関システムの出力 SN 比の改善度を求める。さらに，同一のシステムにおいて正弦波により変調された信号，ガウス形ランダム信号で変調された信号あるいは無変調のガウス形ランダム信号など入力信号の相違により出力 SN 比の特性がいかに変わるかについても論じる。

2.2 Pre-detection 形と Post-detection 形相関システム

第1篇の Pre-detection 形相関システムの解析においては，入力信号および入力雑音として低周波ガウス形ランダムプロセスを仮定している。しかし， β が十分大である場合には低周波ガウス形ランダムプロセスの代りに狭帯域ガウス形ランダムプロセスを仮定しても出力 SN 比は同一になると考えても差支えない⁽²⁶⁾。したがって，このような入力条件での Pre-detection 形相関システムに対比可能な Post-detection 形相関システムの出力 SN 比の解析は第2篇のうちの第2章の解析である。すなわち，入力信号および入力雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合の AM 相関システムの出力 SN 比である。

観測時間が十分長い場合の Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比 $(S/N)_o$ は第1篇の式(2.30)で与えられ，また Post-detection 形相関システム (AM 相関システム) の出力 SN 比 $(S/N)'_o$ は第2篇の式(2.64)において $\alpha \gg \beta$ とした結果により与えられるから，これらを比較することにする。ただし，ここではどちらも掛算器入力に直流分を含まない状態，

すなわち Pre-detection 形の場合には $\eta = 0$ のときの $(S/N)_{oc}$ を, Post-detection 形の場合には $(S/N)_o$ でなく $(S/N)'_o$ の方を考えることにする.

図 2. 1 に Pre-detection 形相関システムの実出力 SN 比 $(S/N)_{oc}$ を実線で, Post-detection 形相関システムの実出力 SN 比 $(S/N)'_o$ を点線で示す.

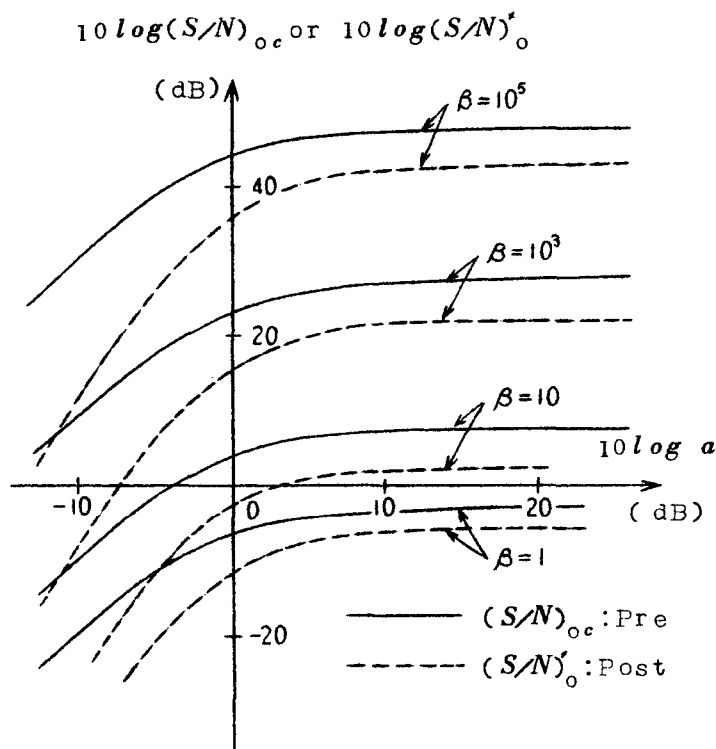


図 2. 1 Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムの実出力 SN 比 ($\eta = 0$)

ここで, $\beta \gg 1$ の場合の $(S/N)_{oc}$, $(S/N)'_o$ の近似式は, それぞれ, 第 1 篇の式 (2.34), (2.35) および第 2 篇の式 (2.66), (2.68) で与えられるがいま一度示すと以下ようになる. ただし, $\eta = 0$ である.

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき,

$$(S/N)_{oc} \simeq \beta / \sqrt{\pi} \quad (2.1)$$

$$(S/N)'_0 \simeq \beta / (2 + \sqrt{2}) \sqrt{\pi} \quad (2.2)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき,

$$(S/N)_{oc} \simeq 2 a_1 a_2 \beta / \sqrt{\pi} \quad (2.3)$$

$$(S/N)'_0 \simeq \sqrt{8} a_1^2 a_2^2 \beta / \sqrt{\pi} \quad (2.4)$$

すなわち，図 2.1 にもみられるように， β に対する傾向はどちらも β に比例して同じである．一方，入力 SN 比に対する傾向は，入力 SN 比が大きい場合にはどちらもそれには無関係な一定値を取り同一であるが，逆に入力 SN 比が小さい場合には Pre-detection 形の方が入力 SN 比に比例するのに対して Post-detection 形の方は自乗に比例して顕著な相違が認められる．このような相違が生じるのは Post-detection 形の場合には，入力に検波器を備えていてそれに固有な微弱信号抑圧効果が出力 SN 比に影響を及ぼすからである⁽¹⁰⁾．

また，Pre-detection 形の相関システムの出力 SN 比は，Post-detection 形より全体的に上回っていて， $a \gg 1$ ， $\beta \gg 1$ の場合には約 5dB 良好となっている．

なお，式(2.1)と第 2 篇の式(4.31)に見られるように，入力 CN 比が大でかつ $\delta = 1$ の場合の FM 相関システムの出力 SN 比は入力 SN 比の大きい場合の Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比と同一となる．

2.3 AM と FM 相関システム

AM 相関システムと FM 相関システムの出力 SN 比を比較するにあたり，次式に示すような AM 相関システムに対する FM 相関システムの出力 SN 比の改善度 D_{FM} ， D'_{FM} を定義する．

$$D_{FM} = (S/N)_{oFM} / (S/N)_{oAM} \quad (2.5)$$

$$D'_{FM} = (S/N)_{oFM} / (S/N)'_{oAM} \quad (2.6)$$

ここに $(S/N)_{oFM}$ は FM 相関システムの出力 SN 比， $(S/N)_{oAM}$ ， $(S/N)'_{oAM}$ はそれぞれ直流分を除去しない場合と除去した場合の AM 相関システムの出力 SN 比である．

まず、変調信号がガウス形ランダム信号である場合の改善度について論じることにする。この場合の $(S/N)_{FM}$ は第2篇の式(4.27)で、 $(S/N)_{AM}$ 、 $(S/N)'_{AM}$ はそれぞれ第2篇の式(3.23)、(3.40)で与えられる。これらの式を式(2.5)、(2.6)に代入し、 $\alpha \gg \beta$ 、 $\nu = 0$ 、 $a_1 \gg 1$ 、 $\beta \gg 1$ 、 $\delta = \lambda = 1$ とした場合の改善度 D_{FM} 、 D'_{FM} を図2.2に示す。

$\alpha \gg \beta$ 、 $\nu = 0$ 、 $a_1 \gg 1$ 、 $\beta \gg 1$ 、 $\delta = 1$ の場合の D_{FM} 、 D'_{FM} の近似式を求めると以下のようになる。

(1) $a_2 \gg 1$ ($a_1 \gg 1$) のとき、

$$D_{FM} \simeq 7(\lambda^6 + 64\lambda^4 + 300\lambda^2 + 295) / \lambda^2(\lambda^2 + 18)^2 \quad (2.7)$$

$$D'_{FM} \simeq 6(\lambda^4 + 41\lambda^2 + 54) / (\lambda^2 + 18)^2 \quad (2.8)$$

(2) $a_2 \ll 1$ ($a_1 \gg 1$) のとき、

$$D_{FM} \simeq 2220\tau / D \lambda^4 (\lambda^2 + 18)^2 \quad (2.9)$$

$$D'_{FM} \simeq 580\tau / D \lambda^4 (\lambda^2 + 18)^2 \quad (2.10)$$

$$\text{ただし、} D = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-u^2/2} \ln(1 - e^{-u^2})^{-1} du \quad (2.11)$$

すなわち、図2.2にもみられるように、入力 CN 比が大のとき ($\lambda = 1$) には β 、 τ に無関係に D_{FM} は約 11 dB となり FM 相関システムの方が約 11 dB SN 比は良好となる。逆に入力 CN 比が小のときには D_{FM} は τ に比例し、 τ が 0.1 以下になると AM 相関システムの方が良好となる。ただし、図2.2および、式(2.9)、(2.10)では $a_1 \gg 1$ としているが、 a_1 、 $a_2 \ll 1$ のときには τ の自乗に比例する。また、 AM 相関システムでは、直流分除去回路を挿入することによりそれ自身の SN 比が改善されるから、 D'_{FM} は D_{FM} に比らべ全体的に数 dB 低くなり、 $\tau = 1$ のときには改善度は約 3 dB となる。

なお、図2.2では $\lambda = 1$ の場合であるが λ が 1 より小さくなると式(2.7)～(2.10)から分かるように、入力 SN 比が大きい場合には D_{FM} は λ^2 に反比例して上昇し、 D'_{FM} は λ に無関係な一定値を取るが、入力 SN 比が小

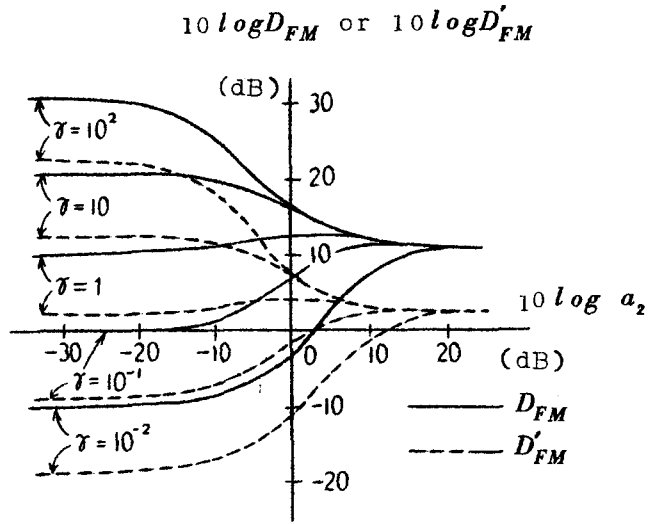


図 2. 2 FM 相関システムの AM 相関システムに対する SN 比改善度
($a_1 \gg 1$, $\beta \gg 1$, $\delta = \lambda = 1$)

さい場合には D_{FM} , D'_{FM} は共に λ^4 に比例して上昇する。

つきに、変調信号が正弦波の場合の改善度を考える。正弦波変調信号の場合の FM および AM 相関システムの出力 SN 比はそれぞれ第 2 篇の式 (4.43) と (3.56), (3.58) で与えられる。そこで、 $\alpha \gg \beta$, $\nu = 0$, $\beta \gg 1$ の場合の D_{FM} , D'_{FM} の近似式を求めると以下のようなになる。

(1) $a_2 \gg 1$ ($a_1 \gg 1$) のとき、

$$D_{FM} \simeq \frac{64 + 105m^2 + 355m^4/9 + 65m^6/256}{m^2(2 + m^2/8)^2} \quad (2.12)$$

$$D'_{FM} \simeq (4 + 40m^2/9 + m^4/256) / (2 + m^2/8)^2 \quad (2.13)$$

(2) $a_2 \ll 1$ ($a_1 \gg 1$) のとき、

$$D_{FM} \simeq (4 + \sqrt{2}) r (2m^2 + m^4/8)^2 / 4 D' \quad (2.14)$$

$$D'_{FM} \simeq 2\sqrt{2} \, r (2m^2 + m^4/8)^2 / D' \quad (2.15)$$

ここに,

$$D' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \cos \epsilon u \ln(1 - e^{-u^2})^{-1} du \quad (2.16)$$

r に対する D_{FM} , D'_{FM} の傾向はガウス形ランダム変調信号の場合と同様である. $a_1, a_2 \gg 1$, $m = 1$ のとき, D_{FM} は約 16 dB, D'_{FM} は約 2.7 dB で, m が 1 より小となるとガウス形ランダム変調信号の場合の λ に対する傾向と同一となる.

なお, 第 2 篇の解析から分かるように, FM 相関システムの出力 SN 比も AM 相関システムの出力 SN 比も β および, a_1, a_2 に対する傾向は同じである.

2.4 狭帯域ガウス形ランダム信号とガウス形ランダム変調信号および正弦波変調信号

第 2 篇の第 2 章では AM 相関システムの入力信号が無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号である場合の出力 SN 比を解析したし, 第 3 章では同じ AM 相関システムの入力信号が AM 信号の場合の出力 SN 比を解析した. また AM 信号でもガウス形ランダム信号で変調された信号と正弦波で変調された信号のそれぞれについて考えた.

本節では, このように同じシステムに対して入力信号が異なる場合の出力 SN 比を比較する. まず狭帯域ガウス形ランダム信号の場合の $(S/N)_0$ は第 2 篇の図 2.4 に, $(S/N)'_0$ は図 2.5 に示されているが, これらと図 3.1 に示されるガウス形ランダム変調信号の場合の $(S/N)_0$, $(S/N)'_0$ と比べる. β あるいは a_1, a_2 に対する傾向はもちろんであるが出力 SN 比の値そのものも, ほとんど変りない. これは, ガウス形ランダム信号で振幅変調された波自体もランダムプロセスとみなしうることから首肯できる.

一方, ガウス形ランダム変調信号の場合の $(S/N)_0$ と正弦波変調信号の場合の $(S/N)_0$ は第 2 篇の図 3.1 と 3.5 によっても比較できるがこれらを

改めて示すと図 2.3 となる。ただし、実線はガウス形ランダム変調信号の場合を、点線は正弦波変調信号の場合を示す。また、 $\lambda = 1$, $m = 1$, $\epsilon = 1$ としている。 β が小のときあるいは入力 C/N 比 a が小のときにはどちらも同一の傾向を示すが、 β と a が共に大のときにはガウス形ランダム変調信号の場合の $(S/N)_0$ は β に比例するのに対して正弦波変調信号の場合の $(S/N)_0$ は β の自乗に比例している。このような β に対して相違が生じるのは Self Noise が異っていることに起因する。すなわち、ガウス形ランダム変調信号の場合の Self Noise の電力スペクトラムは連続スペクトラムであるの

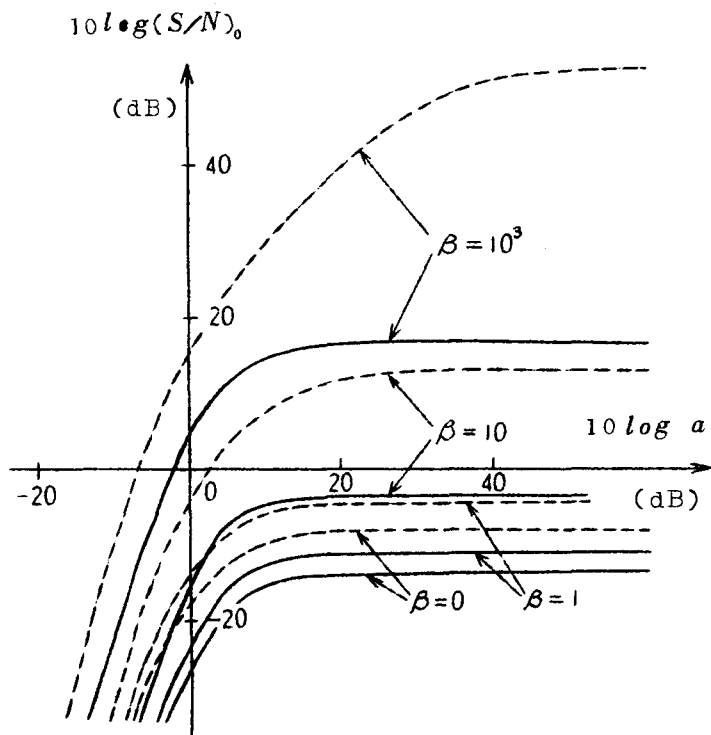


図 2.3 ガウス形ランダム変調信号の場合（実線）
と正弦波変調信号の場合（点線）の出力
 S/N 比 $(S/N)_0$ 。
($\lambda = 1$, $m = 1$, $\epsilon = 1$)

に対し，正弦波の場合には線スペクトラムとなるからである．なお，図 2.3 には $(S/N)_0'$ の比較は示さなかったが， $(S/N)_0'$ についても $(S/N)_0$ と同様のことがいえる．また， FM 相関システムの場合も AM 相関システムの場合と同様の議論が成立つ．

2.5 結 言

本章では，システムあるいは入力信号の相違による出力 SN 比の特性を比較検討した．その結果を要約列挙すると以下のようになる．

- (i) Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムの出力 SN 比は， β に対する傾向はどちらも β に比例していて同じである．入力 SN 比に対する傾向は，入力 SN 比が大きい場合にはどちらもそれに無関係な一定値を取り同じであるが，入力 SN 比が小さい場合には Pre-detection 形の方は入力 SN 比に比例するのに対し Post-detection 形の方は自乗に比例している．また，入力 SN 比が大きい場合には Pre-detection 形の方が出力 SN 比は約 5 dB 良好である．
- (ii) AM 相関システムと FM 相関システムの出力 SN 比はどちらも β ，入力 CN 比に対する傾向は同じである．直流分を除去していない場合の AM 相関システムに対する FM 相関システムの SN 比の改善度は， $r = 1$ ， $\lambda = 1$ の場合には入力 CN 比に関係なく約 11 dB である．直流分を除去した場合の AM 相関システムに対する場合には約 3 dB である．
- (iii) 入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合とガウス形ランダム信号で変調された信号の場合の出力 SN 比はどちらもほぼ同一となる．また，ガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合を比較すると， β が小さいときと入力 CN 比が小さいときには出力 SN 比はどちらも同様の傾向を示すが， β と入力 CN 比が共に大のときにはガウス形ランダム変調信号の場合には β に比例するのに対し，正弦波変調信号の場合には β の自乗に比例する．

第3章 直流分除去による出力 SN 比の改善⁽⁴⁰⁾

3.1 緒 言

第1篇、第2篇で論じたように、掛算器入力に直流分が存在する場合には直流分除去回路を挿入することにより、一方の掛算器入力の直流分と他方の掛算器入力のランダム成分との変調積により生じる雑音および直流分同士の交調積により生じる出力における不要な直流分を除去することができる。したがって、従来の直流分除去回路を含まないシステムに対して出力 SN 比は改善されることが明らかとなった。

本章では、Pre-detection 形および Post-detection 形相関システムのそれぞれについて直流分を除去しない場合に対する直流分を除去した場合の出力 SN 比の改善度を算出し、その特性を解析する。

3.2 Pre-detection 形相関システムの SN 比改善度

Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比の改善度 I_c は $\eta = 0$ の場合の $(S/N)_{oc}$ と $\eta \neq 0$ の場合の $(S/N)_{oc}$ の比として次式のように定義できる。

$$I_c = (S/N)_{oc(\eta=0)} / (S/N)_{oc(\eta \neq 0)} \quad (3.1)$$

式(3.1)と第1篇の式(2.30)により I_c は次式となる。

$$I_c = \frac{\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} p_2 + \{\eta_1 a_1 + \eta_2 a_2 + (\sqrt{\eta_1} + \sqrt{\eta_2})^2 a_1 a_2\} p_1}{\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} p_2} \quad (3.2)$$

ここに p_k ($k=1, 2$) は第1篇の式(2.31)により与えられる。

図3.1に $a = a_1 = a_2$, $\eta = \eta_1 = \eta_2$, $\beta = 10^3$ とした場合の SN 比改善度 I_c と入力 SN 比 a の関係を示す。

式(3.2)において、 $\beta \gg 1$, $a = a_1 = a_2$, $\eta = \eta_1 = \eta_2 \gg 1$ とすると、次の近似式が得られる。

(1) $a \gg 1$ のとき,

$$I_c \simeq 2\sqrt{2} \eta \quad (3.3)$$

(2) $a \ll 1$ のとき,

$$I_c \simeq 1 + 2\sqrt{2} a \eta \quad (3.4)$$

すなわち、 a が大きい場合には改善度は η に比例して上昇し a には無関係な一定値を取る。逆に a が小さくなると a と η の両方に比例するが、さらに a が小さくなると改善は行なわれなくなる。

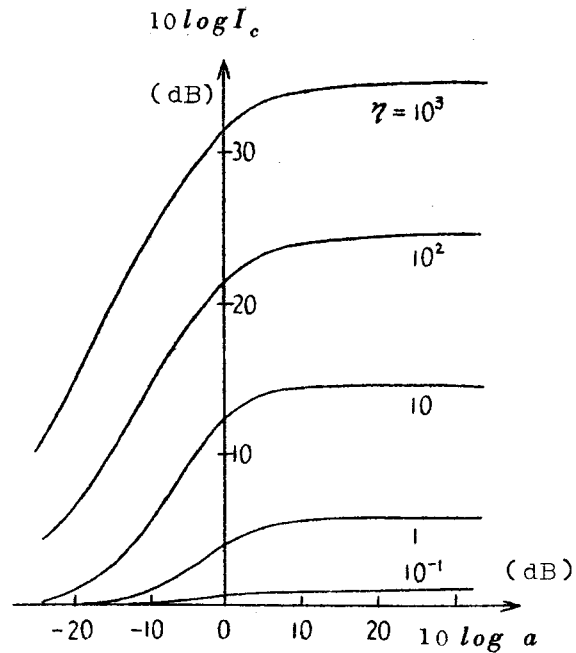


図 3.1 SN比改善度 I_c と入力 SN 比 a の関係 ($\beta = 10^3$)

3.3 Post-detection 形相関システムの SN 比改善度

第 2 篇の第 2 章、第 3 章で扱った AM 相関システムにおいては二乗則包絡線検波器の出力には直流分が生じる。したがって直流分除去回路を挿入することにより出力 SN 比は改善される。

まず、AM 相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ダンダム信号の場合の改善度を求める。直流分除去回路を含まなくて、かつ出力の直流レベルを校正する場合の出力 SN 比 $(S/N)_0$ および校正せずにそのまま測定する場合の出力 SN 比 $(S/N)_0''$ に対する直流分除去回路を含む場合の出力 SN 比 $(S/N)_0'$ の改善度をそれぞれ、 I_1 、 I_2 とすると、これらは第 2 篇の式 (2.53) (2.64)、(2.65) により、次式で与えられる。

$$I_1 \equiv \left(\frac{S}{N} \right)'_0 / \left(\frac{S}{N} \right)_0 = [\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 (p_4 + 2p_2) + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2)p_2]$$

$$/ [\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 p_4 + 2a_1 a_2 \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} p_2] \quad (3.5)$$

$$I_2 \equiv \left(\frac{S}{N} \right)'_0 / \left(\frac{S}{N} \right)_0'' = [\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 (p_4 + 2p_2) + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2)p_2$$

$$+ (1+a_1)(1+a_2) \{2a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} \beta] / [\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 p_4$$

$$+ 2a_1 a_2 \{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\} p_2] \quad (3.6)$$

ここに、 p_2 、 p_4 は第1篇の式(2.27)において、それぞれ $k=2$ 、 4 としたものにより与えられる。式(3.5)、(3.6)より求めた改善度 I_1 、 I_2 と、入力 SN 比 a ($\equiv a_1 = a_2$)の関係を図3.2、3.3に示す。ただし、 $\alpha \gg \beta$ としている。

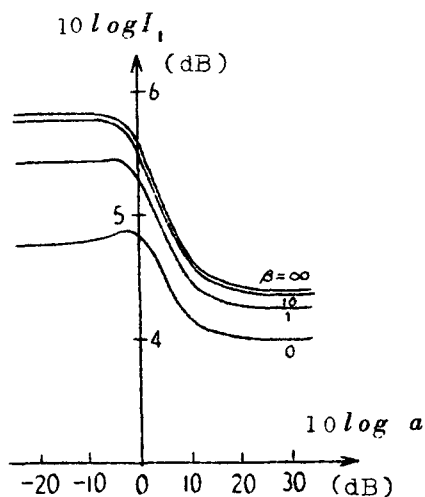


図3.2 SN 比改善度 I_1 と入力
 SN 比 a の関係

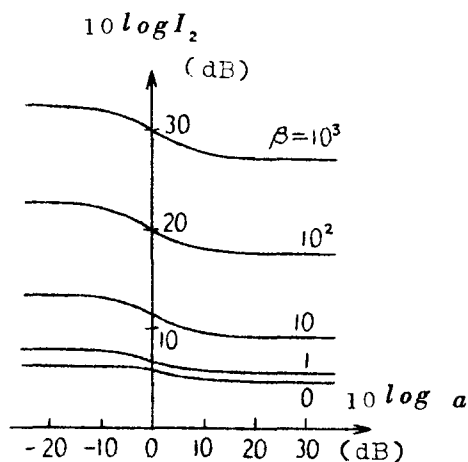


図3.3 SN 比改善度 I_2 と入力
 SN 比 a の関係

$\beta \gg 1$ ($\alpha \gg \beta$, $a \equiv a_1 = a_2$) の場合、式(3.5)、(3.6)は近似的に、

$$I_1 \simeq \frac{(1+2\sqrt{2})\{a^2+(1+a)^2\}^2+8\sqrt{2}a^2(1+a)^2}{\{a^2+(1+a)^2\}^2+2\sqrt{2}a^2\{a^2+(1+a)^2\}} \quad (3.7)$$

$$I_2 \simeq \frac{\sqrt{\frac{8}{\pi}}(1+a)^2\{2a^2+(1+a)^2\}}{\{a^2+(1+a)^2\}^2+2\sqrt{2}a^2\{a^2+(1+a)^2\}} \cdot \beta \quad (3.8)$$

となる。すなわち、 I_1 は β とともに大きくなり、式(3.7)に示されるような入力 SN 比により決まる最大値(a が大きい場合には約4.4dB、 a が小さい場合には約5.8dB)を取るが、一方、 I_2 は図3.3にも見られるように β が十分大きくなると、 β に比例して上昇する。これらのことから、直流分除去回路をそう入することにより、直流分除去回路を含まない場合で、出力直流レベルを校正したときに対して数dBの SN 比の改善が得られ、また、直流レベルを校正せずに測定した場合に対しては積分フィルタの帯域幅を狭くする程良好な改善比を得ることができることが判明した。

また、図3.2、3.3にも認められるように、入力 SN 比が大きい場合より、むしろ小さい場合の方が改善度が良好となっている。したがって、直流分除去回路をそう入する方がそう入しない場合より、信号の大きい場合はもちろんであるが、特に微弱信号の検出に有効であるといえる⁽⁷³⁾。

つぎに、 AM 相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号により振幅変調された信号の場合の改善度を求める。この場合の改善度 I_1 は第2篇の式(3.40)と式(3.23)の比を取ることににより得られる。

$$I_1 = N_{AM} / N'_{AM} \quad (3.9)$$

ここに、 N_{AM} 、 N'_{AM} はそれぞれ第2篇の式(3.24)、(3.41)で与えられる。

式(3.9)より求めた改善度 I_1 と入力 CN 比の関係を図3.4、3.5に示す。ただし、図3.4では $\lambda=1$ ($\alpha \gg \beta$)、図3.5では $\beta=10^5$ ($\alpha \gg \beta$)としている。図3.4にみられるように改善度は β と共に大となり、 $\beta \gg 1$ のときには次式のような β に無関係な一定値に近づく($\lambda=1$ 、 $a_1, a_2 \gg 1$ のときに約8.9dB)。

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき、

$$I_1 \simeq \left\{ 2p_1 + 3S(4p_1 + 3p_2) + 6S^2(3p_1 + 3p_2 + 2p_3) + 3S^3(3p_2 + p_4) \right\} / \left\{ 4Sp_2 + 4S^2(2p_1 + 2p_2 + 3p_3) + S^3(4p_2 + 3p_4) \right\} \quad (3.10)$$

ただし、 p_k ($k=1 \sim 4$) は第2篇の式(3.30)で与えられる。

ここで、 $\lambda \ll 1$ のときは、

$$I_1 \simeq \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \quad (3.11)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき、

$$I_1 \simeq 1 + 2\sqrt{2} \quad (3.12)$$

すなわち、入力 C/N 比が小さいときには、入力 C/N 比および変調度には無関係な一定値を取る。一方、入力 C/N 比が大きいときには、改善度は入力 C/N 比に無関係で、変調度により決まる一定値に近づく。その際、変調度が小さくなると、変調度の自乗に反比例して S/N 比が改善される。ここで、変調が深い場合より変調が浅い場合ほど、 S/N 比の改善効果が著しいということは興味深い現象である。また、入力 C/N 比が小さい場合より大きい

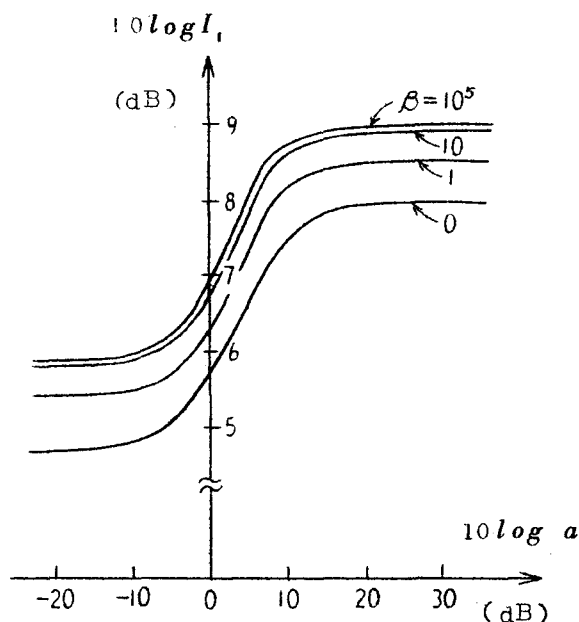


図3.4 S/N 比改善度 I_1 と入力 C/N 比 a の関係 ($\lambda = 1$)

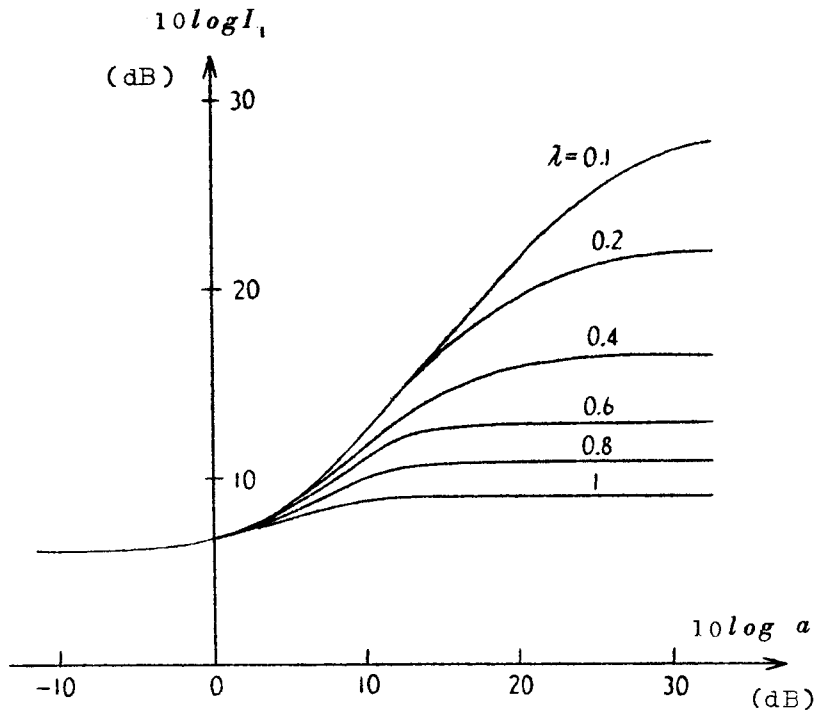


図 3 . 5 $S N$ 比改善度 I_1 と入力 $C N$ 比 a の関係
($\beta = 10^5$)

場合の方が改善度は良好である。

最後に、 $A M$ 相関システムの入力信号が正弦波により振幅変調された信号の場合の改善度を求める。改善度 I_1 は第 2 篇の式 (3.58) と式 (3.56) の比を取ることにより、

$$I_1 = \sigma^2 / \sigma'^2 \quad (3.13)$$

となる。ここに、 σ^2 、 σ'^2 はそれぞれ第 2 篇の式 (3.57)、(3.59) により与えられる。図 3 . 6 ~ 3 . 8 に式 (3.13) より求めた $S N$ 比改善度 I_1 と入力 $C N$ 比 $a = a_1 = a_2$ の関係を示す。ただし、図 3 . 6 では $\epsilon = 1$ 、 $m = 1$ 、図 3 . 7 では $\beta = 10^3$ 、 $m = 1$ 、図 3 . 8 では $\beta = 10$ 、 $\epsilon = 1$ としている。

ここで、 $\beta \gg 1$ の場合の式 (3.13) の近似式を求めると次のようになる。

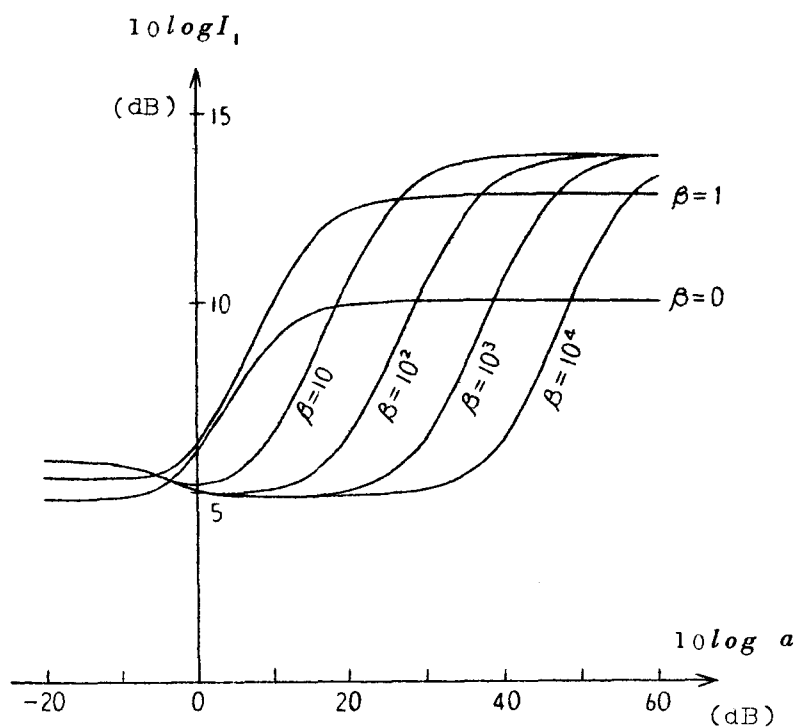


図 3. 6 SN 比改善度 I_1 と入力 CN 比 a の関係
($\epsilon = 1$, $m = 1$)

(1) $a_1, a_2 \gg 1$ のとき,

$$I_1 \simeq \frac{8 + 105m^2/8 + 355m^4/72 + 65m^6/2048}{m^2/2 + 5m^4/9 + m^6/2048} \quad (3.14)$$

さらに, $m \ll 1$ のときは,

$$I_1 \simeq 16/m^2 \quad (3.15)$$

(2) $a_1, a_2 \ll 1$ のとき,

$$I_1 \simeq 1 + 2\sqrt{2} \quad (3.16)$$

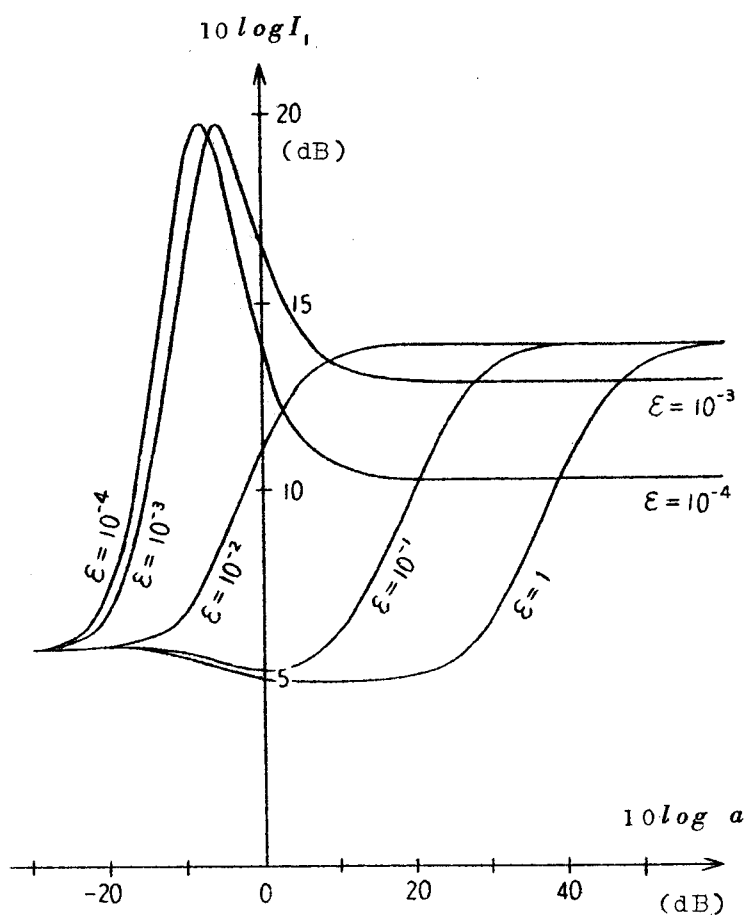


図 3 . 7 SN 比改善度 I_1 と入力 CN 比 a の関係
($\beta = 10^3$, $m = 1$)

すなわち、図にもみられるように、入力 CN 比が十分大きい場合には、 β 、 ϵ に無関係で m により決まる一定値 ($m = 1$ のとき、約 14 dB) を取り、 m が小さくなると m^2 に反比例して改善度は上昇する。逆に入力 CN 比が小さいときには β 、 ϵ 、 m に無関係に改善度は約 5.8 dB となり、ガウス形ランダム変調信号の場合と同じである。これは入力 CN 比が小さいために変調信号よりむしろ入力雑音の影響が大きく現われ、しかもどちらの場合も同一の狭帯域ガウス形ランダム雑音を仮定していることによる。これに対し、入力 C

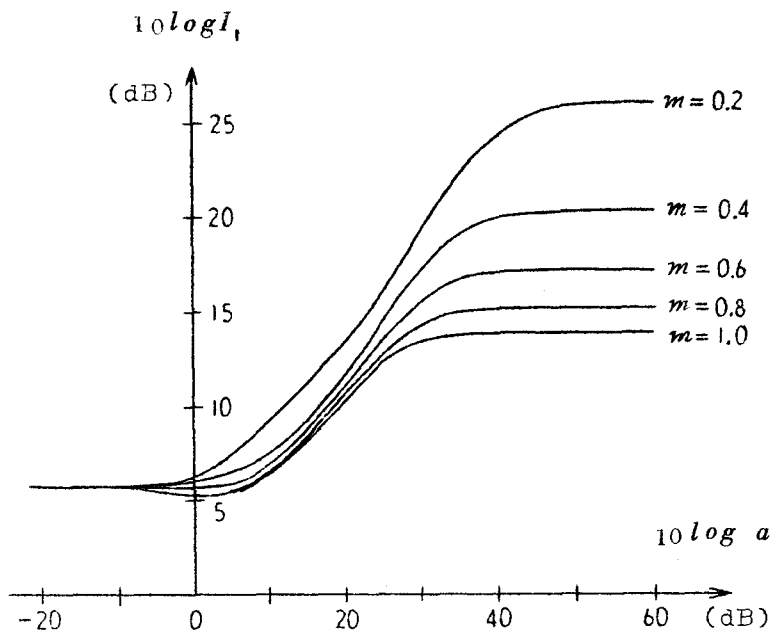


図 3 . 8 S/N 比改善度 I_1 と入力 C/N 比 a の関係
($\beta = 10$, $\epsilon = 1$)

N 比が大きくなると Self Noise の影響の方が強くなり、その際ガウス形ランダム変調信号の場合の連続スペクトラムを持つ Self Noise とは異なり、正弦波変調信号の場合には線スペクトラムを持つ Self Noise が現われるために改善度も図 3 . 4 とかなり異なった傾向を示している。

3 . 4 結 言

本章では、Pre-detection 形および Post-detection 形相関システムについて掛算器入力の直流分を除去した場合の除去しない場合に対する出力 S/N 比の改善度を求め、掛算器入力の直流分を除去することにより出力 S/N 比の改善が得られることを示した。その結果をまとめて示すと次のようになる。

(i) Pre-detection 形相関システムの出力 S/N 比改善度は、入力 S/N 比が

- 大きいときには入力直流電力と信号電力の比 η が大となると η に比例して上昇し、入力 SN 比が小さくなると η の他に入力 SN 比にも比例する。
- (ii) AM 相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合の改善度は、 β とともに上昇し β が大のとき最大約5.8 dBの改善が得られる。
- (iii) AM 相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号で振幅変調された信号の場合の改善度は、変調度が1で β が大のとき最大約8.9 dBとなる。また、入力 CN 比が大きいときには変調度が小さくなるとその自乗に反比例して出力 SN 比は改善される。
- (iv) AM 相関システムの入力信号が正弦波により振幅変調された信号の場合の改善度は、 β および入力 CN 比が大きいときには β 、 ϵ に無関係で変調度が1のとき約14 dBである。また、変調度に対する傾向はガウス形ランダム変調信号の場合と同様である。

第 4 章 結 論

本篇においては、第 1 篇、第 2 篇で解析した各種の相関システムの出力 SN 比を比較検討し、さらに掛算器入力 of 直流分を除去しない場合に対する除去した場合の出力 SN 比の改善度を求め、直流分を除去することにより出力 SN 比を改善できることを示した。本篇の各章において得られた結果を概括すると次のようになる。

- (1) Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムの出力 SN 比は、入力 SN 比が小さい場合には Pre-detection 形の方が入力 SN 比に比例するのに対し Post-detection 形の方は自乗に比例する点異なる。また、Pre-detection 形の方が全体的に出力 SN 比が上回り、入力 SN 比が大きい場合には約 5 dB 良好である。
- (2) AM 相関システムと FM 相関システムの出力 SN 比はどちらも β 、入力 CN 比に対する傾向は同じである。直流分を除去していない場合の AM 相関システムに対し FM 相関システムの出力 SN 比は、 $r = 1$ 、 $\lambda = 1$ のとき、約 11 dB 優れている。
- (3) ガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合の出力 SN 比は、 β と入力 CN 比が共に大のときガウス形ランダム変調信号の場合には β に比例するのに対し、正弦波変調信号の場合には β の自乗に比例する点が相違している。
- (4) Pre-detection 形相関システムの SN 比の改善度は、入力 SN 比が大のとき入力の直流電力と信号電力の比に比例して上昇する。
- (5) AM 相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合の SN 比改善度は最大約 5.8 dB である。
- (6) ガウス形ランダム変調信号の場合の AM 相関システムの SN 比改善度は変調度が 1 のとき最大約 8.9 dB である。また、正弦波変調信号の場合には、 β および入力 CN 比が大でかつ変調度が 1 のときには約 14 dB の改善が得られる。
- (7) AM 相関システムの改善度の変調度に対する傾向は、入力 CN 比が大のとき変調度が小さくなるとその自乗に反比例して良好となる。

本研究は“相関システムの出力 SN 比およびその改善に関する研究”として筆者の行なった研究の成果を、第1篇“Pre-detection形相関システムの出力 SN 比”，第2篇“Post-detection 形相関システムの出力 SN 比”および第3篇“相関システムの出力 SN 比の比較および出力 SN 比の改善”に分けて詳論したものである。

本研究で新しく得られた諸成果については、それぞれ各篇の結論ですでに述べているが、ここに本研究を終るにあたり、さらに全篇を通じて総括を行なうと次のようになる。

(1) 入力信号および雑音として、平均値（直流分）が0でない定常低周波ガウス形ランダムプロセスを仮定した場合の Pre-detection 形相関システムの出力 SN 比に関して、従来の研究結果をも含む、より一般的な解析を行ない、かつ入力直流分が出力 SN 比に与える影響を明らかにした。

(2) 被変調波あるいは高周波信号を入力信号とする場合には、Pre-detection 形より、 AM 相関システム、 FM 相関システムなどの Post-detection 形相関システムの方が有効であることを示した。また、無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合の AM 相関システムの出力 SN 比を近似を行なうことなく求めてその特性を明確にし、従来の近似解析は約 10 dB の誤差を含むことを指摘した。さらに、等価平均時間を観測時間の良好な目安にできることも提案した。

(3) AM 信号を入力信号とする AM 相関システムおよび FM 信号を入力信号とする FM 相関システムの出力 SN 比を解析し、従来知られていなかった種々の特性を明らかにした。

なお、以上の(1)、(2)、(3)項のそれぞれの場合について、出力の電力スペクトル密度を求めた。これにより、各システムの出力特性の理解を深めるための有効な手段が得られた。

(4) 本研究で求めた各種の相関システムの出力 SN 比を比較検討し、Pre-detection 形相関システムは Post-detection 形相関システムに比べ、

出力 SN 比は全体的に上回り、入力 SN 比が大のときには約 5 dB 良好であることを明らかにした。また、 FM 相関システムは AM 相関システムに比べ SN 比の点からも優れ（入力 CN 比が大のときには約 11 dB 良好）、ことにデータレコーダと組合わせた場合には極低周波成分を含む信号に対しても有効に相関を取ることができ、かつ利得変動を受けにくいなど、その有用性を指摘した。

(5) 相関システムの掛算器入力に直流分が存在する場合には、それを除去することにより出力 SN 比を改善できることを提案した。そして各相関システムに関して出力 SN 比の改善度を求め、とりわけ AM 相関システムにおいては変調度が 1 のときで約 9 dB の改善が得られ、変調が残くなる程改善効果が著しいことを指摘した。

謝

辞

本研究は，大阪大学教授滑川敏彦博士ならびに同大学教授青柳健次博士の適切なる御嚮導のもとに，大学院における研究テーマとして，相關システムの出力 SN 比およびその改善に関して，遂行され，ここに，一応の成果をみるに到ったものである．この間，両先生から賜った懇篤なる御指導と御鞭撻に対して，ここに深甚なる感謝の意を表する次第である．

また，筆者の大学院在学中，講義を通して日頃熱心に御指導下さった諸先生方に対し，深く感謝申し上げる．

本研究の途上，筆者は大阪大学工学部助手森永規彦博士に終始変らぬ御指導と並々ならぬ御厚情を賜った．本稿を終るにあたり衷心より謝意を表する次第である．

最後に，筆者は終始献身的な御助力をいただいた小林正明氏ならびに種々有益なる御討論をいただいた滑川研究室の諸氏に厚く御礼申し上げる．

付 録 1. 第 2 篇式 (3.18) 中の $r_{MN}(\tau, \xi)$

$$\begin{aligned}
 r_{MN}(\tau, \xi) = & a_1^2 a_2^2 \left\{ 4S \left\{ 2\rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi+\tau) + \rho_\mu(\xi-\tau) \right\} + 2S^2 \left\{ 8\rho_\mu(\xi) \right. \right. \\
 & + 4\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\xi-\tau) + 10\rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu^2(\xi+\tau) + \rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
 & + 16\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi) + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) + 8\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} \\
 & + 4S^3 \left\{ 2\rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi+\tau) + \rho_\mu(\xi-\tau) + 2\rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu^2(\xi+\tau) + \rho_\mu^2(\xi-\tau) \right. \\
 & + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
 & + 4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) + 4\rho_\mu^3(\xi) + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu^2(\xi) + 8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi) \\
 & + 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
 & + 4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) + 2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
 & + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} \\
 & + 2S^4 \left\{ 2\rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu^2(\xi+\tau) + \rho_\mu^2(\xi-\tau) + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) \right. \\
 & + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) + 8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 8\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu^2(\xi) + 2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
 & + 2\rho_\mu^4(\xi) \left. \right\} \Big] \\
 & + 2a_1 a_2 (a_1 + a_2) \left\{ 2S \left\{ 2\rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi+\tau) + \rho_\mu(\xi-\tau) \right\} + S^2 \left\{ 4\rho_\mu(\xi) \right. \right. \\
 & + 2\rho_\mu(\xi+\tau) + 2\rho_\mu(\xi-\tau) + 2\rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu^2(\xi+\tau) + \rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
 & + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} + S^3 \left\{ 2\rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu^2(\xi+\tau) \right. \\
 & + \rho_\mu^2(\xi-\tau) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} \Big]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2(a_1^2 + a_2^2) \{ 2 S \rho_\mu(\xi) + S^2 \rho_\mu^2(\xi) \} + 2 a_1 a_2 \{ 2 S \{ \rho_\mu(\xi + \tau) + \rho_\mu(\xi - \tau) \} \\
& + S^2 \{ \rho_\mu^2(\xi + \tau) + \rho_\mu^2(\xi - \tau) \} \} + 2 a_1 a_2 \{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) \\
& + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \} \{ 1 + S \{ 2 + 4 \rho_\mu(\tau) + 5 \rho_\mu(\xi) + 2 \rho_\mu(\xi + \tau) + 2 \rho_\mu(\xi - \tau) \} \\
& + S^2 \{ 1 + 4 \rho_\mu(\tau) + 2 \rho_\mu(\xi) + 2 \rho_\mu(\xi + \tau) + 2 \rho_\mu(\xi - \tau) + 4 \rho_\mu^2(\tau) + 6 \rho_\mu^2(\xi) \\
& + 8 \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi) + 2 \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi + \tau) + 2 \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi - \tau) + 4 \rho_\mu(\xi) \rho_\mu(\xi + \tau) \\
& + 4 \rho_\mu(\xi) \rho_\mu(\xi - \tau) + 4 \rho_\mu(\xi + \tau) \rho_\mu(\xi - \tau) \} + S^3 \{ \rho_\mu(\xi) \\
& + 2 \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi + \tau) + 2 \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi - \tau) + 4 \rho_\mu^2(\tau) \rho_\mu(\xi) \\
& + 4 \rho_\mu(\xi) \rho_\mu(\xi + \tau) \rho_\mu(\xi - \tau) + 2 \rho_\mu^3(\xi) \} \} \\
& + 4 a_1 a_2 \{ \rho_{n_1}(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} \{ 1 + S \{ 1 + 2 \rho_\mu(\tau) + \rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi + \tau) + \rho_\mu(\xi - \tau) \} \\
& + S^2 \{ \rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi + \tau) + \rho_\mu(\tau) \rho_\mu(\xi - \tau) \} \} \\
& + 4 a_1 a_2 \rho_{n_1}(\xi) \rho_{n_2}(\xi) \{ 1 + S \{ 2 \rho_\mu(\tau) + 2 \rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi + \tau) + \rho_\mu(\xi - \tau) \} \\
& + S^2 \{ \rho_\mu^2(\tau) + \rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu(\xi + \tau) \rho_\mu(\xi - \tau) \} \} \\
& + \{ a_1^2 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2^2 \rho_{n_1}^2(\xi) \} \{ 1 + 2 S \{ 1 + 2 \rho_\mu(\xi) \} + S^2 \{ 1 + 2 \rho_\mu^2(\xi) \} \} \\
& + 2 \{ 1 + S \rho_\mu(\xi) \} \{ a_1 \rho_{n_1}(\xi) \{ 1 + \rho_{n_2}^2(\xi) \} + a_2 \rho_{n_2}(\xi) \{ 1 + \rho_{n_1}^2(\xi) \} \} \\
& + 2 (1 + S) \{ a_1 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2 \rho_{n_1}^2(\xi) \} + \{ \rho_{n_1}^2(\xi) + \rho_{n_2}^2(\xi) + \rho_{n_1}^2(\xi) \rho_{n_2}^2(\xi) \}
\end{aligned} \tag{A.1}$$

ここに、 a_1, a_2 は各入力 の C/N 比、また、 $\rho_{n_1}(\xi), \rho_{n_2}(\xi)$ は各入力雑音 $n_1(t), n_2(t)$ の正規化自己相関関数の包絡線成分で、それぞれ次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned}
a_i &= A^2 / 2 N_i \\
N_i \rho_{n_i}(\xi) &= \int_0^\infty G_{ni}(f) \cos 2\pi(f - f_0)\xi df \\
(i &= 1, 2)
\end{aligned} \right\} \tag{A.2}$$

付 録 2. 第 2 篇式 (3.38) 中の $r'_{MN}(\tau, \xi)$

$$\begin{aligned}
 r'_{MN}(\tau, \xi) = & 4a_1^2 a_2^2 \left[S^2 \left\{ 4\rho_\mu^2(\xi) + 4\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \right\} + S^3 \left\{ 4\rho_\mu^3(\xi) \right. \right. \\
 & + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu^2(\xi) + 8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi) + 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
 & + 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) + 8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} + S^4 \left\{ 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \right. \\
 & + 4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + 4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu^2(\xi) \\
 & + \rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) + \rho_\mu^4(\xi) \left. \right\}] \\
 & + 4a_1 a_2 \left\{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \right\} \left[2S\rho_\mu(\xi) + S^2 \left\{ 2\rho_\mu^2(\tau) + 3\rho_\mu^2(\xi) \right. \right. \\
 & + 4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi) + 2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) + 2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
 & + 2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \left. \right\} + S^3 \left\{ 2\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi) \right. \\
 & + 2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) + \rho_\mu^3(\xi) \left. \right\}] \\
 & + 2 \left\{ a_1^2 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2^2 \rho_{n_1}^2(\xi) \right\} \left\{ 2S\rho_\mu(\xi) + S^2 \rho_\mu^2(\xi) \right\} \\
 & + 2\rho_{n_1}(\xi)\rho_{n_2}(\xi) \left\{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \right\} \left\{ 1 + S\rho_\mu(\xi) \right\} \\
 & + 4a_1 a_2 \rho_{n_1}(\xi)\rho_{n_2}(\xi) \left[1 + S \left\{ 2\rho_\mu(\tau) + 2\rho_\mu(\xi) + \rho_\mu(\xi+\tau) + \rho_\mu(\xi-\tau) \right\} \right. \\
 & \left. + S^2 \left\{ \rho_\mu^2(\tau) + \rho_\mu^2(\xi) + \rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \right\} \right] + \rho_{n_1}^2(\xi)\rho_{n_2}^2(\xi) \quad (A.3)
 \end{aligned}$$

付 録 3. 第 2 篇式 (3.54) 中の $r_{MN}(\tau, \xi)$

$$\begin{aligned}
 r_{MN}(\tau, \xi) = & a_1^2 a_2^2 \left[2m^2 \left\{ 2\cos \omega_a \xi + \cos \omega_a(\tau+\xi) + \cos \omega_a(\tau-\xi) \right\} \right. \\
 & + \frac{m^4}{8} \left\{ 32\cos \omega_a \xi + 24\cos \omega_a(\tau+\xi) + 24\cos \omega_a(\tau-\xi) + 18\cos 2\omega_a \xi \right. \\
 & + \cos 2\omega_a(\tau+\xi) + \cos 2\omega_a(\tau-\xi) + 8\cos \omega_a(2\tau+\xi) + 8\cos \omega_a(2\tau-\xi) \\
 & \left. \left. + 8\cos \omega_a(\tau+2\xi) + 8\cos \omega_a(\tau-2\xi) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{m^6}{8} \{ 10 \cos \omega_a \xi + 8 \cos \omega_a (\tau + \xi) + 8 \cos \omega_a (\tau - \xi) + 2 \cos 2 \omega_a \xi \\
& \quad + \cos 2 \omega_a (\tau + \xi) + \cos 2 \omega_a (\tau - \xi) + 4 \cos \omega_a (\tau + 2 \xi) + 4 \cos \omega_a (\tau - 2 \xi) \\
& \quad + 4 \cos \omega_a (2 \tau + \xi) + 4 \cos \omega_a (2 \tau - \xi) + 2 \cos 3 \omega_a \xi + \cos \omega_a (\tau + 3 \xi) \\
& \quad + \cos \omega_a (\tau - 3 \xi) + \cos \omega_a (3 \tau + \xi) + \cos \omega_a (3 \tau - \xi) \} \\
& + \frac{m^8}{128} \{ 8 \cos 2 \omega_a \xi + 4 \cos 2 \omega_a (\tau + \xi) + 4 \cos 2 \omega_a (\tau - \xi) + \cos 4 \omega_a \xi \} \\
& + a_1 a_2 (a_1 + a_2) \{ m^2 \{ 4 \cos \omega_a \xi + 2 \cos \omega_a (\tau + \xi) + 2 \cos \omega_a (\tau - \xi) \} \\
& \quad + \frac{m^4}{8} \{ 16 \cos \omega_a \xi + 12 \cos \omega_a (\tau + \xi) + 12 \cos \omega_a (\tau - \xi) + 2 \cos 2 \omega_a \xi \\
& \quad + \cos 2 \omega_a (\tau + \xi) + \cos 2 \omega_a (\tau - \xi) + 4 \cos \omega_a (\tau + 2 \xi) + 4 \cos \omega_a (\tau - 2 \xi) \\
& \quad + 4 \cos \omega_a (2 \tau + \xi) + 4 \cos \omega_a (2 \tau - \xi) \} \\
& \quad + \frac{m^6}{16} \{ 2 \cos 2 \omega_a \xi + \cos 2 \omega_a (\tau + \xi) + \cos 2 \omega_a (\tau - \xi) \} \} \\
& + 2 a_1 a_2 \{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \} \left[1 + \frac{m^2}{2} \{ 2 + 4 \cos \omega_a \tau + 5 \cos \omega_a \xi \right. \\
& \quad \left. + 2 \cos \omega_a (\tau + \xi) + 2 \cos \omega_a (\tau - \xi) \} \right. \\
& \quad + \frac{m^4}{8} \{ 6 + 8 \cos \omega_a \tau + 4 \cos \omega_a \xi + 6 \cos \omega_a (\tau + \xi) + 6 \cos \omega_a (\tau - \xi) \\
& \quad + 4 \cos 2 \omega_a \tau + 5 \cos 2 \omega_a \xi + 2 \cos \omega_a (\tau + 2 \xi) + 2 \cos \omega_a (\tau - 2 \xi) \\
& \quad \left. + \cos \omega_a (2 \tau + \xi) + \cos \omega_a (2 \tau - \xi) \} \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^6}{32} \{ 5 \cos \omega_a \xi + \cos 3 \omega_a \xi + 2 \cos \omega_a (2 \tau + \xi) + 2 \cos \omega_a (2 \tau - \xi) \} \right] \\
& + (a_1^2 + a_2^2) \left(2 m^2 \cos \omega_a \xi + \frac{m^4}{8} \cos 2 \omega_a \xi \right) \\
& \quad + \{ a_1^2 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2^2 \rho_{n_1}^2(\xi) \} \left[1 + m^2 \{ 1 + 2 \cos \omega_a \xi \} + \frac{m^4}{8} \{ 2 + \cos 2 \omega_a \xi \} \right] \\
& + 2 a_1 a_2 \{ \rho_{n_1}(\xi) + \rho_{n_2}(\xi) \} \left[2 + m^2 \{ 1 + 2 \cos \omega_a \tau + \cos \omega_a \xi + \cos \omega_a (\tau + \xi) \right. \\
& \quad \left. + \cos \omega_a (\tau - \xi) \} + \frac{m^4}{8} \{ 4 \cos \omega_a \xi + \cos \omega_a (2 \tau + \xi) + \cos \omega_a (2 \tau - \xi) \} \right] \\
& + a_1 a_2 \left[2 m^2 \{ \cos \omega_a (\tau + \xi) + \cos \omega_a (\tau - \xi) \} + \frac{m^4}{8} \{ \cos 2 \omega_a (\tau + \xi) + \cos 2 \omega_a (\tau - \xi) \} \right] \\
& + 4 a_1 a_2 \rho_{n_1}(\xi) \rho_{n_2}(\xi) \left[1 + \frac{m^2}{2} \{ 2 \cos \omega_a \tau + 2 \cos \omega_a \xi + \cos \omega_a (\tau + \xi) + \cos \omega_a (\tau - \xi) \} \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^4}{8} \{ 1 + \cos 2 \omega_a \tau + \cos 2 \omega_a \xi \} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \left[a_1 \rho_{n_1}(\xi) \{ 1 + \rho_{n_2}^2(\xi) \} + a_2 \rho_{n_2}(\xi) \{ 1 + \rho_{n_1}^2(\xi) \} \right] \left(1 + \frac{m^2}{2} \cos \omega_a \xi \right) \\
& + \{ a_1 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2 \rho_{n_1}^2(\xi) \} (2 + m^2) \\
& + \{ \rho_{n_1}^2(\xi) + \rho_{n_2}^2(\xi) + \rho_{n_1}^2(\xi) \rho_{n_2}^2(\xi) \}
\end{aligned} \tag{A.4}$$

付 録 4. 第 2 篇式 (3.55) 中の $r'_{MN}(\tau, \xi)$

$$\begin{aligned}
r'_{MN}(\tau, \xi) = & a_1^2 a_2^2 \left[2m^4 \cos 2\omega_a \xi + \frac{m^6}{8} \{ 2\cos \omega_a \xi + 2\cos 3\omega_a \xi + \cos \omega_a (\tau + 3\xi) \right. \\
& \left. + \cos \omega_a (\tau - 3\xi) + \cos \omega_a (3\tau + \xi) + \cos \omega_a (3\tau - \xi) \} + \frac{m^8}{128} \cos 4\omega_a \xi \right] \\
& + 2a_1 a_2 \{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \} \left[2m^2 + \frac{m^4}{8} \{ 4 + 2\cos \omega_a (\tau + \xi) + 2\cos \omega_a (\tau - \xi) \right. \\
& \left. + 4\cos 2\omega_a \tau + 5\cos 2\omega_a \xi + 2\cos \omega_a (\tau + 2\xi) + 2\cos \omega_a (\tau - 2\xi) \} \right. \\
& \left. + \frac{m^6}{32} \{ \cos \omega_a \xi + \cos 3\omega_a \xi \} \right] \\
& + \frac{1}{2} \{ a_1^2 \rho_{n_2}^2(\xi) + a_2^2 \rho_{n_1}^2(\xi) \} \left[1 + m^2 \{ 1 + 4\cos \omega_a \xi \} + \frac{m^4}{4} \{ 1 + \cos 2\omega_a \xi \} \right] \\
& + 4a_1 a_2 \rho_{n_1}(\xi) \rho_{n_2}(\xi) \left[1 + \frac{m^2}{2} \{ 2\cos \omega_a \tau + 2\cos \omega_a \xi + \cos \omega_a (\tau + \xi) + \cos \omega_a (\tau - \xi) \} \right. \\
& \left. + \frac{m^4}{8} \{ 1 + \cos 2\omega_a \tau + \cos 2\omega_a \xi \} \right] \\
& + 2 \{ a_1 \rho_{n_2}(\xi) + a_2 \rho_{n_1}(\xi) \} \rho_{n_1}(\xi) \rho_{n_2}(\xi) \left(1 + \frac{m^2}{2} \cos \omega_a \xi \right) + \rho_{n_1}^2(\xi) \rho_{n_2}^2(\xi)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

文 献

- (1) P. Rudnick, "The Detection of Weak Signals by Correlation Methods", J. A. P., vol. 24, No. 2, pp. 128-131, Feb. 1953.
- (2) H. R. Raemer and A. B. Reich, "Correlation Devices Detect Weak Signals", Electronics, vol. 32, No. 21, pp. 58-60, May 1959.
- (3) 青柳, 宮脇, 前川, 小川, "相関器による微小信号検知実験", 電気関係学会関西支部連合大会論文集, p. 168, 昭和31年10月.
- (4) B. M. Horton, "Noise-modulated Distance Measuring Systems", Proc. IRE, vol. 47, pp. 821-828, May 1959.
- (5) R. Bourret, "A Proposed Technique for the Improvement of Range Determination with Noise Rader", Proc. IRE, vol. 45, p. 1744, Dec. 1957.
- (6) S. E. Craig, W. Fishbein and O. E. Rittenbach, "Continuous-Wave Rader with High Range Resolution and Unambiguous Velocity Determination", IRE Trans. on Military Electronics, vol. MIL-6, pp. 153-161, April 1962.
- (7) 茅 陽一, "相関関数と計測技術", 電子計測, 第5巻, 第12号, pp. 1-5, 昭和40年12月.
- (8) R. J. Polge and E. M. Mitchell, "Impulse Response Determination by Cross Correlation", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-6, No. 1, pp. 91-97, Jan. 1970.
- (9) データ処理専門委員会, "データ処理専門委員会報告", 計測と制御, 第4巻, 第10号, pp. 700-706, 昭和40年10月.
- (10) 石井 泰, "実時間で動作する統計的信号処理装置", 計測と制御,

- 第 8 卷, 第 11 号, pp. 734-749, 昭和 44 年 11 月.
- (11) 朝倉利光, “統計光学”, 自然, 第 19 卷, 第 11 号, pp. 83-91, 昭和 39 年 11 月.
- (12) 久保田 広, “輻射のゆらぎとその応用—相関干渉計”, 科学, 第 31 卷, 第 9 号, pp. 478-484, 昭和 36 年 9 月.
- (13) R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, “Interferometry of the Intensity Fluctuations in Light”, Proc. Roy. Soc. A, vol. 242, pp. 300-324, 1957 (part 1); vol. 243, pp. 291-318, 1957 (part 2); vol. 248, pp. 199-237, 1958 (part 3, part 4).
- (14) 森本雅樹, “電波天文学の現状”, 電子通信学会誌, 第 52 卷, 第 8 号, pp. 980-987, 昭和 44 年 8 月; 第 52 卷, 第 9 号, pp. 1154-1160, 昭和 44 年 9 月.
- (15) 久保田, 朝倉, “コヒーレンス理論の発展”, 日本物理学会誌, 第 16 卷, 第 12 号, pp. 742-751, 昭和 36 年 12 月.
- (16) 畑中武夫編, “電波天文学”, 新天文学講座第 10 卷, p. 59, 恒星社, 昭和 39 年.
- (17) M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein, “Communication Systems and Techniques”, p. 416, McGraw-Hill, 1966.
- (18) D. Middleton, “An Introduction to Statistical Communication Theory”, p. 124, McGraw-Hill, 1960.
- (19) R. M. Fano, “Signal-to-Noise Ratio in Correlation Detectors”, Tech. Rep. No. 186, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., Feb. 1951.
- (20) Y. W. Lee, T. P. Cheatham, and J. B. Wiesner, “The Application of Correlation Functions in the Detection of Small Signals in Noise”, Tech. Rep. No. 141, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., Oct. 1949.
- (21) Y. W. Lee, T. P. Cheatham, and J. B. Wiesner, “Appli-

- cation of Correlation Analysis to the Detection of Periodic Signals in Noise", Proc. IRE, vol. 38, No. 10, pp. 1165-1171, Oct. 1950.
- (22) W. B. Davenport, Jr., "Correlation Errors Due to Finite Observation Intervals", Tech. Rep. No. 191, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., March 1951.
 - (23) W. B. Davenport, Jr., R. A. Johnson, and D. Middleton, "Statistical Errors in Measurements on Random Time Functions", J.A.P., vol. 23, No. 4, pp. 377-388, April 1952.
 - (24) P. E. Green, Jr., "The Output Signal-to-Noise Ratio of Correlation Detectors", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-3, pp. 10-18, March 1957.
 - (25) M. J. Jacobson, "Correlation and Delay Line Attenuation", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-5, No. 1, pp. 4-9, March 1959.
 - (26) B. R. Mayo and D. K. Cheng, "Analysis of Correlation Signal-to-Noise Characteristics", IRE Trans. on Communication Systems, vol. CS-10, No. 3, pp. 276-279, Sept. 1962.
 - (27) B. R. Mayo and D. K. Cheng, "Analysis of Correlation Signal-to-Noise Characteristics", IEEE Trans. on Communication Technology, vol. COM-13, No. 2, p. 232, June 1965.
 - (28) T. J. Curry, "The Performance of Analog Correlators for Several Integrator Functions", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-5, No. 3, pp. 417-422, May 1969.
 - (29) J. B. Thomas and T. R. Williams, "On the Detection of

- Signal in Nonstationary Noise by Product Arrays",
J.A.S.A., vol. 31, No. 4, pp. 453-462, April 1959.
- (30) D. Middleton, "Acoustic Signal Detection by Simple Correlation in the Presence of Non-Gaussian Noise",
J.A.S.A., vol. 34, No. 10, pp. 1598-1609, Oct. 1962.
- (31) D. C. Cooper, "The Probability Density Function for the Output of a Correlator with Band-Pass Input Waveforms", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-11, pp. 190-195, April 1965.
- (32) R. Rücklin, "Ein Beitrag zur Theorie des idealen Korrelators", A.E.Ü, Band 21, Heft 6, s. 298-310, Okt. 1969.
- (33) F. G. Stremler and T. Jensen, "The Probability Density Function for the Output of an Analog Crosscorrelator With Bandpass Input", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-16, No. 5, pp. 627-629, Sept. 1970.
- (34) J. L. Brown, Jr., and H. S. Piper, Jr., "Output Characteristic Function for an Analog Crosscorrelator with Bandpass Inputs", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-13, No. 1, pp. 6-10, Jan. 1967.
- (35) G. Kosel, "Frequenzmessung mit kurzen Meßzeiten mit einem Autokorrelator", A.E.Ü, Band 20, Heft 7, s. 400-405, Jan. 1966.
- (36) M. J. Jacobson, "Correlation of a Finite Distance Point Source", J.A.S.A., vol. 31, No. 4, pp. 448-452, April 1959.
- (37) 五十嵐, 石井, 杉山, "デジタル形相関器の試作", 計測と制御, 第3巻, 第7号, pp. 47-58, 昭和39年7月.
- (38) G. E. Platzer Jr., "Using Transistor Circuits to

- Multiply and Divide", Electronics, vol. 39, No. 7, pp. 109-115, April 4, 1966.
- (39) 大沢, 森永, 滑川, " 相関システムの出力 SN 比について ", 電気四学会連合大会予稿, No. 3341, 昭和44年3月.
- (40) 大沢, 森永, 滑川, " 相関システムの SN 比改善について ", 電子通信学会論文誌, 第53-A巻, 第2号, pp. 65-71, 昭和45年2月.
- (41) 大沢, 森永, 滑川, " 二乗則包絡線検波器を備えた Post-detection 形相関システムの SN 比の解析 ", 電子通信学会論文誌, 第52-C巻, 第3号, pp. 159-166, 昭和44年3月.
- (42) 文献(18), p. 162.
- (43) 文献(18), p. 343.
- (44) N. Wiener, "Generalized Harmonic Analysis", Acta. Math., vol. 55, pp. 117-258, 1930.
- (45) N. M. Blachman, "Noise and its Effect on Communication", p. 42, McGraw-Hill, 1966.
- (46) F. H. Lange, "Correlation Techniques", p. 285, D. Van Nostrand, 1967.
- (47) P. W. Cooper, "Self-Noise of Random Binary Pulse Train of Fixed Pulse Width", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-9, No. 2, pp. 118-121, April 1963.
- (48) 大沢, 森永, 滑川, "Post-detection 形相関システムの SN 比について ", 電子通信学会インホメーション理論研究会資料, 昭和43年11月.
- (49) 大沢, 森永, 滑川, " FM 相関システムの出力 SN 比 ", 計測自動制御学会論文集, 第5巻, 第4号, pp. 335-340, 昭和44年10月.
- (50) K. Fujimoto, "On the Correlation Radiometer Technique", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-12, pp. 203-212, March 1964.

- (51) 文献(46), p. 105.
- (52) R. M. Wilcox, "A Simple Microwave Correlator",
Proc. IRE, vol. 42, No. 10, pp. 1512-1515, Oct. 1954.
- (53) S. J. Goldstein, Jr., "A Comparison of Two Radiometer
Circuits", Proc. IRE, vol. 43, No. 11, pp. 1663-1666,
Nov. 1955.
- (54) P. G. Tucker, M. H. Graham, and S. J. Goldstein, Jr.,
"A Comparison of Two Radiometer Circuits", Proc.
IRE, vol. 45, No. 3, pp. 365-366, March 1957.
- (55) M. E. Tiuri, "Radio Astronomy Receivers", IEEE Trans.
on Antennas and Propagation, vol. AP-12, No. 7, pp.
930-938, Dec. 1964.
- (56) 佐々木, 西田, 横井, 山田, "Radiometer の特性とアンテナ雑音
の測定", 電気通信学会アンテナ研究会資料, 昭和41年1月.
- (57) L. L. Campbell, "A General Analysis of Post-detection
Correlation", IEEE Trans. on Information Theory,
vol. IT-11, No. 3, pp. 409-415, July 1965.
- (58) 森永, 大沢, 滑川, 青柳, "FM 相関システムについて", 電気通信
学会インホメーション理論研究会資料, 昭和41年11月.
- (59) 森永, 大沢, 滑川, 青柳, "FM 相関システムについて", 計測自動
制御学会論文集, 第4巻, 第1号, pp. 89-97, 昭和43年3月.
- (60) N. Morinaga, H. Osawa, T. Namekawa, and K. Aoyagi,
"On FM Correlation System", 大阪大学工学部報告, vol. 18,
No. 816, pp. 175-182, 1968.
- (61) N. Morinaga, H. Osawa, T. Namekawa, and K. Aoyagi,
"Analysis of the Output of FM Correlation Systems",
IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 1,
pp. 7-16, Jan. 1969.
- (62) J. S. Bendat, "Principles and Applications of Random

Noise Theory", p. 300, John Wiley 1958.

- (63) H. Ekre, "Polarity Coincidence Correlation Detection of a Weak Noise Source", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-9, No. 1, pp. 18-23, Jan. 1963.
- (64) M. Kanefsky, "Detection of Weak Signals with Polarity Coincidence Arrays", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-12, pp. 260-268, April 1966.
- (65) M. C. Cheng, "The Clipping Loss in Correlation Detectors of Arbitrary Input Signal-to-Noise Ratios", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-4, No. 3, pp. 382-389, May 1968.
- (66) 市川徹郎, "PCC方式によるソーナーのエコーレンシングのSN比改善", 電気通信学会誌, 第48巻, 第12号, pp. 2078-2086, 昭和40年12月.
- (67) D. A. Pitassi, "Second-Order Properties of Products of Clipped Gaussian Processes", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 5, pp. 535-539, Sept. 1969.
- (68) T. B. Pickard, "The Effect of Noise upon a Method of Frequency Measurement", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-4, No. 2, pp. 83-88, June 1958.
- (69) R. F. Pawla, "Analysis of an Estimation of the Center Frequency of a Power Spectrum", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-14, No. 5, Sept. 1968.
- (70) M. J. Yerbury, "Amplitude Limiting Applied to a Sensitive Correlation Detector", The Radio and Electronic Engineer, vol. 34, No. 1, pp. 5-14, July 1967.
- (71) 小林, 大沢, 森永, 滑川, "相関を利用した周波数測定方式における出力SN比", 電子通信学会宇宙・航行エレクトロニクス研究会資料,

昭和45年12月.

- (72) 森永, 大沢, 山内, 滑川, “強度干渉計による雑音状信号電力の測定法”, 電気四学会連合大会予稿, No. 2810, 昭和44年3月.
- (73) N. Morinaga, H. Osawa, and T. Namekawa, “Measurement of a Weak, Noise-like Signal Power”, Proc. of the 8th International Symposium on Space Technology and Science, pp. 663-672, Aug. 1969.
- (74) W. K. Pratt, “Laser Communication Systems”, p. 122, John Wiley, 1969.
- (75) S. O. Rice, “Mathematical Analysis of Random Noise”, B. S. T. J., vol. 23, pp. 282-332, 1944 ; vol. 24, pp. 46-156, 1945.
- (76) S. O. Rice, “Statistical Properties of a Sine-Wave Plus Random Noise”, B. S. T. J., vol. 27, pp. 109-157, Jan. 1948.
- (77) 文献(18), p. 172.
- (78) W. B. Davenport and W. Root, “An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise”, p. 365, McGraw-Hill, 1958.
- (79) 文献(78), p. 254.
- (80) 文献(78), p. 37.
- (81) J. H. Van Vleck and D. Middleton, “The Spectrum of Clipped Noise”, Proc. IEEE, vol. 54, No. 1, pp. 2-16, Jan. 1966.
- (82) 文献(18), p. 683.
- (83) 文献(78), p. 266.
- (84) 小林, 大沢, 森永, 滑川, “Post-detection 形相関システムの S/N 比について”, 電子通信学会宇宙・航行エレクトロニクス研究会資料, 昭和44年7月.

- (85) 大沢, 森永, 滑川, “ AM 相関システムの SN 比およびその改善について”, 電子通信学会論文誌 A (投稿中)
- (86) R. T. Adams and B. M. Mindes, “Evaluation of IF and Baseband Diversity Combining Receivers”, IRE Trans. on Communication Systems, vol. CS-6, No. 1, pp. 8-13, June 1958.
- (87) J. N. Pierce and S. Stein, “Multiple Diversity with Nonindependent Fading”, Proc. IRE, vol. 48, No. 1, pp. 89-104, Jan. 1960.
- (88) J. L. Lawson and G. E. Uhlenbeck, “Threshold Signals”, p. 155, McGraw-Hill, 1950.
- (89) 大沢, 森永, 滑川, “ FM 相関システムの SN 比について”, 電子通信学会インホメーション理論研究会資料, 昭和43年1月.
- (90) H. Osawa, N. Morinaga, and T. Namekawa, “Output Signal-to-Noise Ratios of FM Correlation Systems”, IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-17, No. 1, pp. —, Jan. 1971.
- (91) 福島勇一, “計測用データレコーダとその応用”, 計測と制御, 第8巻, 第10号, pp. 669-678, 昭和44年10月.
- (92) 大沢, 森永, 滑川, 青柳, “狭帯域雑音の FM 成分に関する自己相関関数のレーダへの応用”, 電気四学会連合大会予稿, No. 1463, 昭和41年4月.
- (93) 森永規彦, “雑音変調波に対する検波システムに関する研究”, 学位論文(大阪大学), 昭和42年12月.
- (94) 森永, 大沢, 滑川, 青柳, “狭帯域ガウス形ランダムプロセスの FM 成分の自己相関関数について”, 電子通信学会論文誌, 第51-C巻, 第4号, pp. 170-171, 昭和43年4月.
- (95) S. O. Rice, “Noise in FM Receiver”, Proc. Symp. on Time Series Analysis, p. 421, John Wiley, 1962.

- (96) D. Middleton, "On Theoretical Signal-to-Noise Ratios in *FM* Receivers: A Comparison with Amplitude Modulation", J. A. P., vol. 20, pp. 334-351, April 1949.
- (97) 文献(88), p. 374.
- (98) D. Middleton, "The Spectrum of Frequency-Modulated Waves after Reception in Random Noise, I, II", Quart. Appl. Math., vol. 7, No. 2, pp. 129-174, July 1949; vol. 8, No. 1, pp. 59-80, April 1950.
- (99) O. Shimbo, "Threshold Characteristics of *FM* Signals Demodulated by an *FM* Discriminator", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 5, pp. 540-549, Sept. 1969.
- (100) 喜安善市, "周波数変調波の周波数スペクトル分布について", 電気通信学会誌, 第34巻, 第11号, pp. 11~20, 昭和26年11月.
- (101) 文献(78), p. 267.