The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	相関システムの出力SN比およびその改善に関する研究
Author(s)	大沢, 寿
Citation	大阪大学, 1971, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1143
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

相関システムの出力SN比
およびその改善に関する研究

大　沢　　寿

昭和45年12月

内　容　梗　概

本論文は，相関システムをPre-detection形とPost-detection形に大別し，それぞれに属する各種の相関システムの出力SN比およびその改善に関して，筆者が大阪大学大学院工学研究科（通信工学専攻）在学中に行なった研究の成果をまとめたものである．

全篇は，序論，第1篇，第2篇，第3篇，および結論から成り，第1篇は3章，第2篇は5章，第3篇は4章から構成されている．

序論および各篇の第1章では，従来行なわれてきたこの種の研究概要と本研究との関連を系統的に記述し，本研究の意義，所在を明確にしている．

第1篇は，掛算器と積分フィルタから成る通常の相関システム，すなわちPre-detection形相関システムの出力SN比に関して論じたものである．

第1篇第2章では，平均値（直流分）が零でないガウス形ランダム信号および雑音を入力とするPre-detection形相関システムの出力SN比に関して，従来の解析に比べ，より一般的な解析を行ない，かつ，入力の直流分が出力SN比に及ぼす影響を明らかにしている．

第2篇は，各入力チャンネルに検波器を備えた相関システム，すなわちPost-detection形相関システムの出力SN比に関して論じたものである．被変調波から変調信号の相関関数を求める際には，この種の相関システムが必要となるし，また，電波天文学の分野で利用される相関ラジオメータや相関干渉計もその一種である．

二乗則包絡線検波器を備えたPost-detection形相関システム，すなわちAM相関システムの出力SN比に関しては，これまでに近似解析がなされている．第2篇第2章では，近似を行なうことなく，入力信号および雑音がともに狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合のAM相関システムの出力SN比を求め，その特性を論じている．

第2篇第3章では，AM相関システムの入力信号として，正弦波およびガウス形ランダム信号で振幅変調された信号を対象とした場合の出力SN比について解析している．

FM検波器を備えたPost-detection 形相関システム，すなわちFM相関システムは，FMデータ・レコーダを備えた相関システムなどにその例を見ることができ，その場合には，極低周波成分を含む信号に対しても有効に相関を取ることができ，かつ利得変動を受けにくいという特色を持つ．第2篇第4章では，正弦波およびガウス形ランダム信号で周波数変調された信号を入力信号とする場合のFM相関システムの出力SN比の特性を論じている．

第3篇は，第1篇，第2篇で行なった各種相関システムの出力SN比の比較および改善に関して論じたものである．

第3篇第2章では，Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムとの比較，AMとFM相関システムとの比較，さらに無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号の場合と正弦波およびガウス形ランダム信号で変調された信号の場合の比較など，システムあるいは入力信号の相違による出力SN比の特性の差異を明確にしている．

第3篇第3章では各種相関システムについて，掛算器入力の直流分を除去した場合の除去しない場合に対するSN比の改善度を求め，直流分を除去することにより出力SN比の改善が得られることを提案している．

第1篇第3章，第2篇第5章，および第3篇第4章は各篇の各章で得られた主要な結果がまとめられている．また，全体の結論は，本研究の成果を総括して述べたものである．

相関システムの出力ＳＮ比および その改善に関する研究

目　　次

内容梗概

序　　論 …… 1

第１篇　Pre-detection 形相関システムの出力ＳＮ比 …… 5

第１章　緒　　論 …… 5

第２章　Pre-detection 形相関システムの出力ＳＮ比 …… 7

２．１　出力ＳＮ比の一般的解析 …… 7

２．１．１　信号出力 …… 7

２．１．２　雑音出力 …… 8

２．１．３　出力ＳＮ比の一般式 …… 10

２．２　出力ＳＮ比の特性および入力直流分の影響 …… 12

２．２．１　出力ＳＮ比の算出 …… 12

２．２．２　出力ＳＮ比の特性および入力直流分の影響 …… 15

第３章　結　　論 …… 18

第２篇　Post-detection 形相関システムの出力ＳＮ比 …… 19

第１章　緒　　論 …… 19

第２章　ＡＭ相関システムの出力ＳＮ比
——(I) 狭帯域ガウス形ランダム信号の場合—— …… 21

２．１　緒　　言 …… 21

２．２　出力ＳＮ比に関する一般式 …… 21

２．２．１　検波器出力 …… 21

２．２．２　信号出力 …… 23

2．2．3　雑音出力 …… 25
2．2．4　出力SN比 …… 29
2．3　出力SN比の特性 …… 31
2．3．1　出力SN比の遅延時間による変化 …… 31
2．3．2　等価平均時間 …… 34
2．3．3　出力SN比の特性 …… 36
2．4　出力の電力スペクトル密度 …… 39
2．5　従来の近似解析結果との比較 …… 42
2．5．1　Bendatの解析との比較 …… 42
2．5．2　藤木の解析との比較 …… 45
2．6　結　　言 …… 47
第3章　AM相関システムの出力SN比
——(II) AM信号の場合—— …… 49
3．1　緒　　言 …… 49
3．2　ガウス形ランダム変調信号の場合の出力SN比 …… 49
3．2．1　信号出力および雑音出力 …… 49
3．2．2　出力SN比 …… 53
3．2．3　直流分除去回路を含む場合の出力SN比 …… 57
3．2．4　出力の電力スペクトル密度 …… 60
3．3　正弦波変調信号の場合の出力SN比 …… 63
3．3．1　出力SN比 …… 63
3．3．2　出力の電力スペクトル密度 …… 69
3．4　結　　言 …… 72
第4章　FM相関システムの出力SN比 …… 74
4．1　緒　　言 …… 74
4．2　出力SN比の一般式 …… 75
4．2．1　信号出力 …… 75
4．2．2　雑音出力 …… 77
4．2．3　出力SN比 …… 79

4．3　ガウス形ランダム変調信号の場合の出力SN比 …… 79
4．3．1　出力SN比 …… 79
4．3．2　出力の電力スペクトル密度 …… 84
4．4　正弦波変調信号の場合の出力SN比 …… 86
4．5　結　　言 …… 88
第5章　結　　論 …… 89

第3篇　相関システムの出力SN比の比較および出力SN比の改善 …… 91
第1章　緒　　論 …… 91
第2章　相関システムの出力SN比の比較 …… 92
2．1　緒　　言 …… 92
2．2　Pre-detection形とPost-detection形相関システム …… 92
2．3　AMとFM相関システム …… 94
2．4　狭帯域ガウス形ランダム信号とガウス形ランダム変調信号および正弦波変調信号 …… 97
2．5　結　　言 …… 99
第3章　直流分除去による出力SN比の改善 …… 100
3．1　緒　　言 …… 100
3．2　Pre-detection形相関システムのSN比改善度 …… 100
3．3　Post-detection形相関システムのSN比改善度 …… 101
3．4　結　　言 …… 108
第4章　結　　論 …… 110

結　　論 …… 111

謝　　辞 …… 113
付　　録 …… 115
文　　献 …… 121

序　　論

近年，相関関数の雑音に強い特質を利用して情報処理を行なう相関システムが通信工学をはじめとして，理工学・医学等の種々の分野において盛んに応用されている．雑音に埋れた微弱信号の検出[(1)〜(3)]やレーダへの応用[(4)〜(6)]など通信工学の分野においてはもちろんのこと，計測・制御への応用[(7),(8)]さらに音響工学・地震工学における振動，あるいは船舶・航空機が航行中に受ける不規則な振動等，力学系における各種の振動の解析[(9)]また医学の分野では脳波・心電等の解析[(10)]への応用における相関技術の有用性は大である．一方，相関干渉計（強度干渉計）を用いて光のゆらぎの相関を電気的に求めることによって，恒星の視直径を従来より一桁良好な精度で測定できるようになり，爾来，電波天文学・統計光学は長足の進歩を遂げている[(11)〜(16)]．

一般にアナログ形の相関システムはつぎの二種に大別することができる．

(1)　Pre-detection 形相関システム

(2)　Post-detection 形相関システム

ここで，(1)はいわゆる通常の相関器で図 0.1 に示されるように，掛算器と積分フィルタから成っている．この種の相関システムの理論的研究は従来から広く行われていて，その出力特性に関してはかなり解明されている．一方(2)は図 0.2 に示されるように相関器の入力端に検波器を備えた相関システムで，検波器出力を相関器により情報処理することから Post-detection 形と呼ばれている．この種の相関システムの出力特性に関する理論的研究は，ほとんど為されていない現状にある．なお，対流圏散乱通信などにおいて利用されているダイバーシティ受信方式[(17)]にも，Pre-detection 方式と Post-detection 方式がある．相関システムは通常のダイバーミティとは合成方法が異なるが，空間ダイバーシティの一種とみなすこともできる．

筆者は，Pre-detection 形相関システムに関しては従来の解析をさらに一般化し，また Post-detection 形相関システムに関してはこれまで不明であった出力特性を詳細に解明することを目的として，「相関システムの出力 S/N 比およびその改善に関する研究」の題目のもとに研究成果をまとめた次第

である．

まず，はじめに相関システムの出力SN比の定義を行なうことにする．周知のように，$f_1(t)$，$f_2(t-\tau)$ を定常ランダムプロセスとすると相関関数は次式の時間平均により定義される[18]．

$$R_0(\tau)=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f_1(t)\,f_2(t-\tau)\,dt \qquad (0.1)$$

ただし，τは遅延時間である．式（0.1）において，$f_1(t)$と$f_2(t)$が同一の関数であるときには自己相関関数，同一でないときは相互相関関数と呼ばれる．ここで$f_1(t)$，$f_2(t-\tau)$がエルゴード性を有すると，$R_0(\tau)$は次のアンサンブル平均に等しくなる[18]．

$$R_0(\tau)=\langle f_1(t)\ f_2(t-\tau)\rangle \qquad (0.2)$$

ここに，＜　＞はアンサンブル平均を意味する．

相関システムにおいて，$f_1(t)$，$f_2(t-\tau)$を掛算器の入力とすると積$f_1(t)\,f_2(t-\tau)$が積分フィルタにより平均される訳であるが，その際積分フィルタの平均時間が無限に長い理想的な場合には式（0.1）で定義されるような相関関数が得られる．ところが，実際には積分フィルタの時定数が有限であるため，平均時間は有限の長さに制限される．このため，相関システムの出力には時間tには無関係なτにより決まる一定値（直流分），すなわち相関関数の他に時間的にランダムに変動する成分が生じ，これが出力雑音となる．そこで本研究では，相関システムの出力$z(t,\tau)$の平均値$\langle z(t,\tau)\rangle$のうちτのみに関する成分を出力の信号成分$R_s(\tau)$とし，また$z(t,\tau)$の分散

$$\sigma^2=\langle z^2(t,\tau)\rangle-\langle z(t,\tau)\rangle^2 \qquad (0.3)$$

を出力の雑音電力と定義することにする．したがって，相関システム出力の信号対雑音電力比[19]（Signal-to-Noise Power Ratio，以下本研究ではSN比と呼ぶ）$(S/N)_0$は次式により定義される．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = R_s^2(\tau)/\sigma^2 \qquad (0.4)$$

以下，本研究では，定義式（0.4）を基にして，出力SN比の解析を行なうことにする．

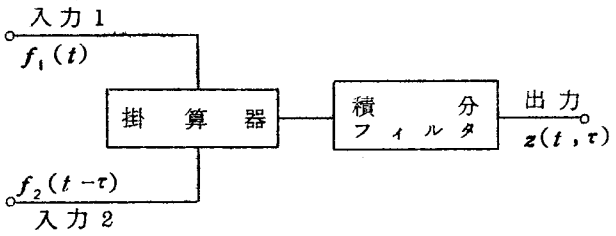


図0.1　Pre-detection形相関システム

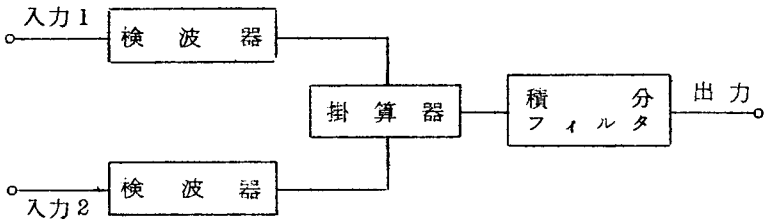


図0.2　Post-detection形相関システム

従来の研究概要と本研究との関連に関しては，第1篇および第2篇の緒論において述べることにして，つぎに本研究の意義を明らかにする．

筆者は，まず従来の平均値が零のガウス形ランダムプロセスを入力とする場合のPre-detection形相関システムの出力SN比に関する研究を一般化して，平均値が零でないガウス形ランダムプロセスを入力とする場合のSN比の解析を行い，かつ入力直流分の出力SN比に与える影響を明らかにした．

ついで，従来近似的にしか解析されていなかった二乗則包絡線検波器を備えたPost-detection 形相関システム—AM相関システムにおいて入力信号が無変調のガウス形ランダム信号の場合の出力SN比の特性を近似を行うことなく詳細に解析した．

また，これまでに行なわれていなかった，AM信号を入力信号とする場合のAM相関システムおよびFM信号を入力信号とする場合のFM検波器を備えたPost-detection 形相関システム—FM相関システムの出力SN比の特性を解明した．

最後に，以上の各種相関システムの出力SN比の特性を比較検討し，さらに掛算器入力に直流分除去回路を挿入することにより相関システムの出力SN比が改善されることを示し，かつ直流分を除去しない場合に対するSN比改善度を求め，その特性を明確にしている．

第1篇　Pre-detection形相関システムの出力SN比

第1章　緒　　論

掛算器と積分フィルタから成る通常のアナログ形相関器はPre-detection形相関システムと呼ばれ，通信工学，医学等多くの分野において盛んに利用されている．この種の相関システムの出力SN比に関する研究は相関システムにおける主要な理論的課題として，古くから盛んに為されている．

これらの研究の先鞭をつけたのはLeeら[20],[21]で，サンプリング形相関器において正弦波信号とランダム雑音を入力とする場合の出力SN比を求めている．また，Fano[19]はCW形の相関器について正弦波あるいはランダム信号とランダム雑音を入力とし，積分フィルタをRC低周波フィルタと仮定した場合の解析を行っている．これと相前後して，Davenport[22],[23]はサンプリング形とCW形の両方について一般的な解析を行ない，どちらも本質的には同一のSN比となることを示している．また，Green[24]はシステムの一方の入力に線形フィルタを挿入し，かつ積分フィルタとして低周波フィルタと帯域フィルタを仮定した場合についてそれぞれ出力SN比を求め，出力信号自身は相違するがSN比としては大差ないことを明らかにしている．一方、相関関数の測定に際して遅延時間を得るために遅延線を使用することがしばしばあるが，そのような場合には入力信号は遅延線により減衰を受ける．Jacobson[25]はこのような入力信号の減衰により出力SN比が劣化する模様を解析している．

最近では，入力信号の中心周波数および入力信号の帯域幅で正規化した積分フィルタの時定数をパラメータとした解析[26],[27]がMayoらによって為され，また，Curry[28]は種々の積分フィルタに対するSN比の比較を行っている．

以上の解析はいずれも入力信号として平均値が零のガウス形ランダム信号あるいは正弦波を，入力雑音として平均値が零のガウス形ランダム雑音を仮定した場合の解析であって，入力の平均値が零でない場合すなわち入力に直

流分が存在するとき，それがＳＮ比に与える影響について解析されていない．なお，ＳＮ比の解析においては，通常，入力雑音は定常なガウス形ランダムプロセスと仮定しているが，非定常あるいは非ガウス形ランダムプロセスを仮定した特殊な解析[29],[30]や，出力の確率密度関数などの解析[31]～[36]も行われている．

相関関数の測定に際して，入力信号や雑音の一部としてあるいは回路構成上必然的に相関システムの入力に直流分が含まれることがしばしばある．たとえば一象限形の掛算器を用いた場合[37],[38]などはその一例である．しかるに，これまでに入力直流分も考慮に入れた解析は為されておらず，直流分が出力ＳＮ比に及ぼす影響に関してはいまだ明らかにされていない現状にある．

そこで本篇では，Pre-detection 形相関システムにおいて平均値が零のガウス形ランダム信号と雑音の外に直流分も存在する，より一般的な場合について出力ＳＮ比を求め，入力直流分が出力ＳＮ比に与える影響を明らかにする．

第2章　Pre-detection形相関システムの出力SN比[39],[40]

2．1　出力SN比の一般的解析

2．1．1　信号出力

図2．1に示されるPre-detection形相関システムの入力1および入力2における入力信号$s_1(t)$，$s_1(t-\tau)$はともに平均値0の定常低周波ガウス形ランダム信号で，τは遅延時間である．また，入力雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$は，たがいに（および信号とも）統計的に独立な，平均値0の定常低周波ガウス形ランダム雑音で，d_1，d_2はそれぞれ各入力の直流分（ただし，各入力の信号および雑音の平均値が0でない場合には，それらの平均値の和を表わす）である．ただし，入力信号および雑音はエルゴード性を有するものとする．以下，本研究で扱うガウス形ランダムプロセスはすべてエルゴード性を有するものとする．

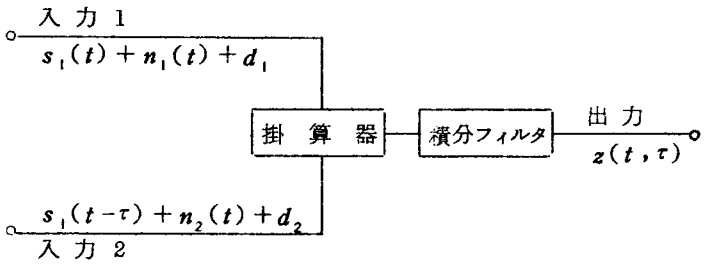


図2．1　Pre-detection形相関システム

いま，積分フィルタのインパルスレスポンスを$h(t)$，相関器の出力を$z(t,\tau)$とすると，$z(t,\tau)$は，次式のように，掛算器出力$\{s_1(t)+n_1(t)+d_1\}\{s_1(t-\tau)+n_2(t)+d_2\}$と$h(t)$のconvolution積分で与えられる．

$$z(t,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\{s_1(t-t_1)+n_1(t-t_1)+d_1\}\cdot\{s_1(t-\tau-t_1)+n_2(t-t_1)+d_2\}h(t_1)\,dt_1 \qquad (2.1)$$

序論でも述べたように，出力 $z(t,\tau)$ の信号成分は，出力の直流分に含まれる τ の関数として，定義される[41]．そこで，出力の信号成分を求めるために，まず，出力の直流分を求める．出力の直流分 $z(\tau)$ は，式（２．１）の平均を取り，かつ，$s_1(t)$，$n_1(t)$，$n_2(t)$ が統計的に独立であることを考慮に入れると，次式のようになる．

$$z(\tau)\equiv\langle z(t,\tau)\rangle=\left\{S\rho_s(\tau)+d_1d_2\right\}\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)dt_1 \qquad (2.2)$$

ここに，記号＜　＞は，アンサンブル平均を意味する．また S は $s_1(t)$ の平均電力，$\rho_s(t)$ は $s_1(t)$ の正規化自己相関関数で，次式により与えられる．

$$\rho_s(\tau)=\langle s_1(t)s_1(t-\tau)\rangle/S \qquad (2.3)$$

式（２．２）の内，τ の関数は第１項のみで，これが出力信号成分である．また，第２項は入力の直流分により生じる成分である．したがって，出力信号成分を $R_s(\tau)$ で表わすと，出力の信号電力は次式となる．

$$R_s^2(\tau)=S^2\rho_s^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)\,h(t_2)\,dt_1dt_2 \qquad (2.4)$$

ここで，$t_2-t_1=\xi$ とおき，フィルタの自己相関関数[42]

$$W(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)h(t+\xi)dt \qquad (2.5)$$

を用いると，出力の信号電力は，

$$R_s^2(\tau)=S^2\rho_s^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)d\xi \qquad (2.6)$$

となる．

２．１．２　雑音出力

実際の相関器においては，積分フィルタの時定数により，平均時間は有限

の長さに制限される．そのために，出力には，２．１．１で求めた直流分の他にランダムに変動する成分が生じ，これが出力雑音となる．したがって，出力の雑音電力は，次式のように分散σ^2により定義される．

$$\sigma^2 = <\{z(t,\tau) - <z(t,\tau)>\}^2> = <z^2(t,\tau)> - z^2(\tau) \qquad (2.7)$$

式（２．７）に，式（２．１），（２．２）を代入し，さらに，式（２．５）を用いると

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{R_M(\tau,\xi) - (S\rho_s(\tau) + d_1 d_2)^2\} W(\xi) d\xi \qquad (2.8)$$

となる．ただし，

$$R_M(\tau,\xi) = <\{x_1(t)+d_1\}\{x_2(t)+d_2\}\{x_1(t-\xi)+d_1\}\{x_2(t-\xi)+d_2\}> \qquad (2.9)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= s_1(t) + n_1(t) \\ x_2(t) &= s_1(t-\tau) + n_2(t) \end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

式（２．９）において，$\{x_1(t)+d_1\}\{x_2(t)+d_2\}$は，掛算器の出力であるから，$R_M(\tau,\xi)$は遅延時間を$\xi$とする掛算器出力の自己相関関数である．

式（２．９）のアンサンブル平均は，平均値０のガウス形ランダムプロセスの高次のモーメントに関するつぎの公式[43]を用いて，二次モーメントの組み合わせにより表現できる．

$$\left.\begin{aligned} <u_1 u_2 \cdots\cdots u_{2n}> &= \sum_{\text{all pairs}} \left(\prod_{j \neq k}^{n} <u_j\ u_k> \right) \\ <u_1 u_2 \cdots\cdots u_{2n+1}> &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2.11)$$

ただし，u_1，u_2，$\cdots\cdots$ u_{2n+1} は平均値０のガウス形ランダムプロセスである．

ここで，式（２．９）に現われる二次モーメントを示すと，つぎのようである．

$$
\left.\begin{aligned}
&<x_1(t)\ x_2(t)> = <x_1(t-\xi)\ x_2(t-\xi)> = S\rho_s(\tau)\\
&<x_1(t)\ x_1(t-\xi)> = S\rho_s(\xi)+N_1\rho_{n1}(\xi)\\
&<x_2(t)\ x_2(t-\xi)> = S\rho_s(\xi)+N_2\rho_{n2}(\xi)\\
&<x_1(t)\ x_2(t-\xi)> = S\rho_s(\xi+\tau)\\
&<x_1(t-\xi)\ x_2(t)> = S\rho_s(\xi-\tau)
\end{aligned}\right\} \qquad (2.12)
$$

ここに，N_1，N_2 および $\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$ はそれぞれ $n_1(t)$，$n_2(t)$ の平均電力および正規化自己相関関数で，次式の関係がなりたつ．

$$
\left.\begin{aligned}
\rho_{n1}(\xi) &= <n_1(t)\ n_1(t-\xi)>/N_1\\
\rho_{n2}(\xi) &= <n_2(t)\ n_2(t-\xi)>/N_2
\end{aligned}\right\} \qquad (2.13)
$$

式（2．9），（2.11），（2.12）を用いて得た $R_M(\tau,\xi)$ を式（2．8）に代入すると、σ^2 は次式となる．

$$
\sigma^2 = N_1 N_2 \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau,\xi)\, W(\xi)\, d\xi \qquad (2.14)
$$

ただし，$r_{MN}(\tau,\xi)$ は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で次式で与えられる．

$$
\begin{aligned}
r_{MN}(\tau,\xi) &\equiv \left\{R_M(\tau,\xi) - (S\rho_s(\tau)+d_1 d_2)^2\right\}/N_1N_2\\
&= \left\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\right\}\left\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\right\} + a_1 a_2 \rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)\\
&\quad + \eta_1 a_1\left\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\right\} + \eta_2 a_2\left\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\right\}\\
&\quad + \sqrt{\eta_1\eta_2}\, a_1 a_2\left\{\rho_s(\xi+\tau)+\rho_s(\xi-\tau)\right\}
\end{aligned} \qquad (2.15)
$$

ここに，

$$
\left.\begin{aligned}
&a_1 = S/N_1,\ \ a_2 = S/N_2 \text{：各入力の}SN\text{比}\\
&\eta_1 = d_1^2/S,\ \ \eta_2 = d_2^2/S \text{：各入力の直流電力と信号電力の比}
\end{aligned}\right\} \qquad (2.16)
$$

式（2.14），（2.15）により与えられる σ^2 が出力の雑音電力である．

2．1．3　出力 SN 比の一般式

2．1．1，2．1．2 において，出力の信号電力 $\mathcal{R}_s^2(\tau)$ および雑音電力 σ^2

を求めたが，これらの比を取ることによって，出力SN比$(S/N)_{oc}$が得られる．すなわち，式(2.6)，(2.14)より，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}=a_1a_2\rho_s^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi\Big/\int_{-\infty}^{\infty}r_{MN}(\tau,\xi)W(\xi)\,d\xi \qquad (2.17)$$

ここに，$r_{MN}(\tau,\xi)$は式(2.15)で与えられている．式(2.17)が，入力における直流分も考慮に入れた場合のPre-detecticn形相関システムの出力SN比の一般式である．

各入力の信号および雑音の電力スペクトル密度が同形で，帯域幅が同一の場合は，次式に示すようなWiener-Kintichineの公式[44]により$\rho_s(\xi)$，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$はすべて同一となる(2.2.1参照)．

$$\psi(\tau)=\int_{0}^{\infty}G(f)\cos 2\pi f\tau\ df \qquad (2.18)$$

ここに，$\psi(\tau)$，$G(f)$はそれぞれ定常なランダムプロセスの自己相関関数と電力スペクトル密度である．$\rho_s(\xi)$，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$は$\tau=0$のとき最大値1を取り，この場合$(S/N)_{oc}$も最大となる(第2篇，2.3.1参照)．以下，本章では，

$$\left.\begin{array}{l}\tau=0\\ \rho(\xi)\equiv\rho_s(\xi)=\rho_{n1}(\xi)=\rho_{n2}(\xi)\end{array}\right\} \qquad (2.19)$$

である場合のSN比を論じることにする．

式(2.17)において，式(2.19)の仮定を行なうと，$(S/N)_{oc}$は次式となる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}=a_1a_2\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)d\xi\Big/\Big[\{(1+a_1)(1+a_2)+a_1a_2\}\int_{-\infty}^{\infty}\rho^2(\xi)W(\xi)d\xi$$
$$+\{\eta_1a_1(1+a_2)+\eta_2a_2(1+a_1)+2\sqrt{\eta_1\eta_2}a_1a_2\}\int_{-\infty}^{\infty}\rho(\xi)W(\xi)d\xi\Big] \qquad (2.20)$$

2．2　出力SN比の特性および入力直流分の影響

2．2．1　出力SN比の算出

前節では，出力SN比を入力の正規化自己相関関数$\rho(\xi)$および積分フィルタの自己相関関数$W(\xi)$を用いて一般的に表現したが，本節では，$\rho(\xi)$,$W(\xi)$を具体的に決定して，$(S/N)_{oc}$を算出する．まず入力信号$s_1(t)$の電力スペクトル密度$G_s(f)$および入力雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$の電力スペクトル密度$G_{n1}(f)$，$G_{n2}(f)$をともに，次式のように低周波ガウス形と仮定する．

$$G_s(f)=\frac{2S}{B\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-f^2/2B^2\right\},\ (f\geqq 0) \tag{2.21}$$

$$G_{ni}(f)=\frac{2N_i}{B\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-f^2/2B^2\right\},\ (f\geqq 0,\ i=1,2) \tag{2.22}$$

ここに，Bは$s_1(t)$，$n_1(t)$，$n_2(t)$の実効帯域幅である[45]．式(2.21)，(2.22)を式(2.18)に代入し，それぞれ平均電力S，N_1，N_2で正規化すると$\rho_s(\xi)$，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$は，ともに次式となる．

$$\rho(\xi)\equiv\rho_s(\xi)=\rho_{n1}(\xi)=\rho_{n2}(\xi)=e^{-2(\pi B\xi)^2} \tag{2.23}$$

さらに、積分フィルタとして，図2．2に示すようなRC低周波フィルタを仮定すると，インパルスレスポンス$h(t)$は次式で与えられる．

$$h(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{RC}e^{-t/RC} & ;\ 0\leqq t\leqq T\\ 0 & ;\ t<0,\ t>T\end{cases} \tag{2.24}$$

ここに，RCは時定数，Tは観測時間で，観測を始めてから時間Tで観測を打ち切るものとする．式(2.24)を式(2．5)に代入すると，$W(\xi)$は，

$$W(\xi)=\begin{cases}\dfrac{e^{-|\xi|/RC}}{2RC}\left(1-e^{2\frac{|\xi|-T}{RC}}\right) & ;\ 0\leqq|\xi|\leqq T\\ 0 & ;\ |\xi|>T\end{cases} \tag{2.25}$$

となる．図２．３にフィルタの自己相関関数$W(\xi)$を示す．

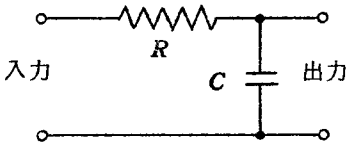


図２．２　ＲＣ積分フィルタ

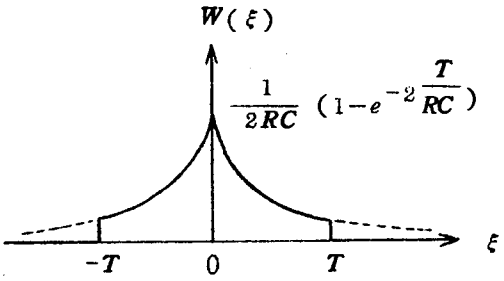


図２．３　ＲＣ積分フィルタの自己相関関数$W(\xi)$

式(2.20)，(2.23)，(2.25)により，具体的な$(S/N)_{oc}$が求まる

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}=\frac{a_1a_2\beta\,(1-e^{-\alpha/\beta})^2}{\{a_1a_2+(1+a_1)(1+a_2)\}\,p_2+\{\eta_1a_1+\eta_2a_2+(\sqrt{\eta_1}+\sqrt{\eta_2})^2a_1a_2\}\,p_1} \tag{2.26}$$

ここに，

$$pk=\sqrt{\frac{\pi}{2k}}\;e^{\frac{1}{2k\beta^2}}\Big[\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{k}{2}}\alpha+\frac{1}{\sqrt{2k}\beta}\right)-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta}\right)$$
$$-e^{-2\frac{\alpha}{\beta}}\left\{\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{k}{2}}\alpha-\frac{1}{\sqrt{2k}\beta}\right)+\mathrm{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta}\right)\right\}\Big]$$

$$(k=1,\ 2) \tag{2.27}$$

ただし，erf(y)は誤差関数で，次式で定義される．

$$\mathrm{erf}\,(y)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^y e^{-t^2}dt \tag{2.28}$$

また，α、βはそれぞれ，観測時間および積分フィルタの時定数を、入力信号（雑音）の帯域幅で正規化したもので，次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}\alpha &= 2\pi BT\\ \beta &= 2\pi BRC\end{aligned}\right\} \qquad (2.29)$$

式（2.26）において，観測時間$T(\alpha)$が長くなるにつれて，$(S/N)_{oc}$は次第に上昇し，$T \gg RC$，$(\alpha \gg \beta)$のときは，つぎの一定値を取る*．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} = \frac{a_1 a_2 \beta}{\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}p_2 + \{\eta_1 a_1 + \eta_2 a_2 + (\sqrt{\eta_1}+\sqrt{\eta_2})^2 a_1 a_2\}p_1} \qquad (2.30)$$

ここに，

$$p_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}}\, e^{\frac{1}{2k\beta^2}} \left\{1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2k}\,\beta}\right)\right\}, \quad (k=1,2) \qquad (2.31)$$

図２．４に，式（2.30）より求めた入力ＳＮ比a（$\equiv a_1 = a_2$）と出力ＳＮ比$(S/N)_{oc}$の関係を示す．ただし$\eta_1 = \eta_2 = 1$である．

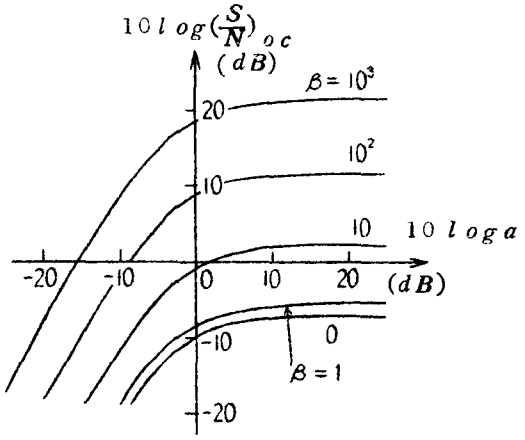


図２．４　出力ＳＮ比$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}$と入力ＳＮ比$a$の関係（$\eta_1 = \eta_2 = 1$）

---

* 実際には，観測時間は等価平均時間（RC低周波フィルタの場合は，$T = 4RC$）程度の長さで，一定とみなすことができる(41)．第２篇，２．３．２参照．

なお，式(2.30)において，$\eta_1=\eta_2=0$とおくと，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}=\frac{a_1 a_2 \beta}{\{a_1 a_2+(1+a_1)(1+a_2)\}\ p_2} \tag{2.32}$$

となり，従来の直流分を考慮に入れていない解析結果と一致する*．

2．2．2　出力SN比の特性および入力直流分の影響

図2．4に見られるように，出力SN比はβとともに上昇する．したがって，実際の測定に際しては，良好なSN比を得るためには，$\beta \gg 1$でなければならない．すなわち，式(2.29)より，入力信号の帯域幅の逆数に比べて，積分フィルタの時定数は十分大きな値を選ばなければならない．そこで，式(2.30)において，$\beta=10^3$，$\eta\equiv\eta_1=\eta_2$として求めた，出力SN比$(S/N)_{oc}$に対する直流分ηの影響の程度を図2．5に示す．ただし$a\equiv a_1=a_2$としている．

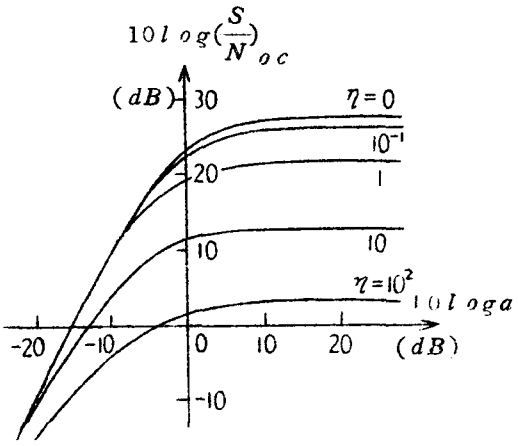


図2．5　出力SN比$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc}$と入力$SN$比$a$の関係($\beta=10^3$)

式(2.30)において，$\beta \gg 1$の場合の近似式を求めると，つぎのようになる．ただし，$\eta\equiv\eta_1=\eta_2$とする．

(1)　a_1，$a_2 \gg 1$のとき，

(i)　$\eta \gg 1$のとき

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{1}{\sqrt{8\pi}}\cdot\frac{\beta}{\eta} \tag{2.33}$$

---

*　たとえば，文献(26)の式(13)参照．ただし，文献(26)では，入力の電力スペクトル密度を矩形と仮定していることに注意．

(ii) $\eta \ll 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \beta \tag{2.34}$$

(2) a_1，$a_2 \ll 1$，(a_1，$a_2 \ll \eta$) のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} a_1 a_2 \beta \tag{2.35}$$

また，$\beta \ll 1$ ($\eta \equiv \eta_1 = \eta_2$) の場合の近似式は次のようになる．

(3) a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq 1/(2+4\eta) \tag{2.36}$$

(4) a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oc} \simeq a_1 a_2 \tag{2.37}$$

図2．4にも見られるように，出力SN比はβが大きいときにはβに比例して上昇する．すなわち，入力信号の帯域幅の逆数に比べて積分フィルタの時定数が大きい程，出力SN比は良好となる．逆に，βが小さくなると出力SN比はβに無関係で，η，a_1，a_2により決まる一定値を取る．これは積分フィルタの平均作用が十分行なわれていない場合のSN比，すなわち掛算器出力のSN比を表わしている．また，a_1，a_2が小さいときには出力SN比はこれらに比例して上昇するが，逆にa_1，a_2が大きいときにはこれらに無関係なβ，ηにより決まる一定値を取る．各入力に雑音が存在しない場合($a_1 = a_2 = \infty$)でも，式(2.33)，(2.34)，(2.36)に示されるように出力SN比は無限大にならず，有限の値を取る．これは，たとえ入力に雑音が存在しなくても積分フィルタの時定数により平均時間が有限の長さに制限されるため，出力にSelf Noise (Residual Noiseとも呼ばれる)[24],[46],[47]が生じる

からである．

一方，ηに関しては，入力SN比，およびηが十分大きいときには，出力SN比はηに反比例し，ηあるいは，入力SN比が十分小さいときには，ηの値に無関係な一定値を取るのが見られる（図２．５参照）．

ここで，特に注意しなければならないのは，たとえ入力SN比とβの値が大きくても，入力直流分が多くなるにつれて，出力SN比が劣化することである．このように，相関器の入力に直流分が存在することにより，出力SN比が劣化する原因は，一方の入力の直流分と他方の入力のランダム成分との変調積成分が出力に生じ，これがランダムに変動する成分，すなわち，雑音となるからである．したがって，相関関数の測定に際しては，できるだけ入力に直流分が存在しないような状態でなければならない．また，回路構成上必然的に掛算器入力に直流が存在する場合は，それを除去することにより，SN比の改善が得られることは明らかである．

特に，次篇で述べるPost-detection形相関システムにおけるように，たとえ相関システムの入力には直流分が含まれない場合にでも，検波器出力，すなわち，掛算器入力に直流分を生じるような検波器* を備えたPost-detection形相関システムにおいては，このような直流分を除くよう考慮する必要がある．

---

* たとえば，二乗則包絡線検波器など．

第3章　結　　論

本篇では，Pre-detection形相関システムの出力SN比に関して，平均値（直流分）が0でない定常低周波ガウス形ランダムプロセスを入力とするような従来の研究結果をも含む，より一般的な解析を行ない，かつ入力の直流分が出力SN比に与える影響を明らかにした．

次に，出力SN比の特性をまとめて示す．

(1)　入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積βが大きいときには，βに比例して上昇し，βが小さいときにはβに無関係な各入力のSN比a_1，a_2および入力の直流電力と信号電力の比ηで決まる一定値を取る．

(2)　a_1，a_2が大きいときには，それに無関係なβ，ηにより決まる一定値を取り，a_1，a_2が小さいときにはa_1，a_2に比例して上昇する．

(3)　a_1，a_2およびηが大きいときには，ηに反比例し，ηあるいは$a_1(a_2)$のどちらかが小さいときにはηに無関係な一定値を取る．

(4)　$\eta=0$とおくと従来の解析結果と一致する．

第2篇　Post-detection形相関システムの出力SN比

第1章　緒　　論

Pre-detection形相関システムは，つとに広範な分野において盛んに利用されていて，その有用性については論を待たない．しかるにAM，FM等の被変調波を入力信号とするとき，これらから変調信号の相関関数を求める場合[48],[49]はもちろんのこと，入力信号の振幅と位相のどちらか一方の情報が失われて他方だけが情報を有しているような場合[50]には，Pre-detection形相関システムは不適で，Post-detection形相関システムが必要となる．また，入力信号の周波数が非常に高い場合には掛算器の構成が技術的に困難であるし[51]，一方，Wilcoxの高周波相関器[52]も精度の点で難がある．このような場合にもPost-detection形相関システムが有効となる．

さらに，近年，電波天文学の分野において相関ラジオメータ[50]や相関干渉計[11]～[16]が盛んに使われているが，これらはPost-detection形相関システムの一種である．光波帯に到る超高周波領域における観測では，著名なDickeラジオメータ[53]～[56]はスイッチング法を利用しているために，しばしば困難を伴う．特に月面反射の観測においては，Dicke ラジオメータは不適である．このような場合にも，Post-detection形相関システムは有効である[50]．

この種の相関システムに関する理論的研究は，これまでにほとんど為されていない．わずかに，出力特性に関してはCampbell[57]と森永ら[58]～[61]の研究が，出力SN比に関してはBendat[62]と藤本[50]の近似的解析が有るのみである．なお，Post-detection形の名にはもとるかも知れないが，検波器と同様に非線形特性を有するリミッターなどを備えた相関システムもPost-detection形相関システムの一種とみなすならば，これらの出力SN比に関する研究[63]～[71]は比較的多く行なわれている．

入力信号および雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合のAM相関システムの出力SN比に関してはBendatと藤本が近似解析をして

いるが，第2章では，近似を行うことなく正確に出力SN比を求め，その特性を論じている．

また，第3章では，従来為されていなかったAM信号を入力信号とする場合のAM相関システムの出力SN比の解析を詳細に行っている．

さらに，第4章では，FM信号を入力信号とする場合のFM相関システムの出力SN比を求め，その諸特性を明らかにしている．

第２章　AM相関システムの出力SN比[41],[72],[73]

―(I) 狭帯域ガウス形ランダム信号の場合―

２．１　緒　　言

二乗則包絡線検波器を備えたPost-detection形相関システムはAM相関システムと呼ばれ，電波天文学の発展の誘因となった相関干渉計（強度干渉計）[72],[73]や相関ラジオメータはその一種である．

ラジオ星の光のゆらぎの相関を求める場合，あるいは月面反射の解析[50],[74]などにおいてはAM相関システムの入力信号はAM信号より，むしろ変調を受けていない狭帯域ガウス形ランダム信号である．このような狭帯域ガウス形ランダム信号および雑音を入力とする場合のAM相関システムの出力SN比に関しては，Bendatと藤本が近似解析を行っている．

本章では，近似を行うことなく出力SN比を求め，その特性を詳細に解析し，かつ，従来の近似解析は相当大きな誤差を含むことを示している．

２．２　出力SN比に関する一般式

２．２．１　検波器出力

AM相関システムは，図２．１に示されるように，二乗則包絡線検波器，掛算器および積分フィルタから構成される．図中に点線で示される直流分除

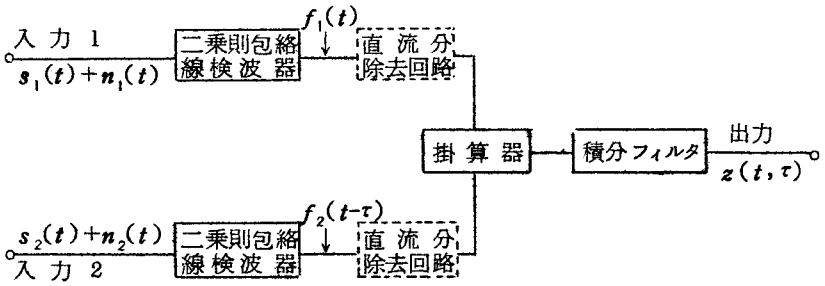


図２．１　AM相関システム

去回路を含む場合に関しては後に扱うこととし，ここでは直流分除去回路を含まない場合を考える．入力1および2における信号と雑音を，それぞれ $s_1(t)$，$n_1(t)$，$s_2(t)$，$n_2(t)$ とする．ここで，$s_1(t)$ は平均値0の定常狭帯域ガウス形ランダム信号で，$s_2(t)$ は時間が $s_1(t)$ より τ だけずれた信号で，それぞれ次式で表わされる．

$$s_1(t)=x_{s1}(t)\cos\omega_0 t-y_{s1}(t)\sin\omega_0 t \tag{2.1}$$

$$s_2(t)=s_1(t-\tau)=x_{s1}(t-\tau)\cos\omega_0(t-\tau)-y_{s1}(t-\tau)\sin\omega_0(t-\tau) \tag{2.2}$$

ただし，$f_0=\omega_0/2\pi$ は中心周波数，$x_{s1}(t)$，$y_{s1}(t)$ は統計的に独立な平均値0の低周波ガウス形ランダムプロセスである．また，$n_1(t)$，$n_2(t)$ はたがいに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランタム雑音で，それぞれ次式で表わされる．

$$n_1(t)=x_{n1}(t)\cos\omega_0 t-y_{n1}(t)\sin\omega_0 t \tag{2.3}$$

$$n_2(t)=x_{n2}(t-\tau)\cos\omega_0(t-\tau)-y_{n2}(t-\tau)\sin\omega_0(t-\tau) \tag{2.4}$$

ここに，$x_{n1}(t)$，$y_{n1}(t)$，$x_{n2}(t-\tau)$，$y_{n2}(t-\tau)$ はたがいに統計的に独立な平均値0の低周波ガウス形ランダムプロセスである．

入力1における信号と雑音の合成波は，式（2．1），（2．3）より次式となる．

$$s_1(t)+n_1(t)=\sqrt{x_1^2(t)+y_1^2(t)}\cos\left[\omega_0 t+\tan^{-1}\frac{y_1(t)}{x_1(t)}\right] \tag{2.5}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} x_1(t)&=x_{s1}(t)+x_{n1}(t)\\ y_1(t)&=y_{s1}(t)+y_{n1}(t)\end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

ここで，$s_1(t)$，$n_1(t)$ は共に狭帯域と仮定しているから，合成波の包絡線 $\sqrt{x_1^2(t)+y_1^2(t)}$ は ω_0 に比べて非常に低い周波数でゆるやかに変動する．し

かるに二乗則包絡線検波器は入力の自乗の低周波成分に比例した出力を与えるから，式（２．５）の入力に対する検波器出力 $f_1(t)$ は

$$f_1(t)=\frac{c}{2}\left\{x_1^2(t)+y_1^2(t)\right\} \tag{2.7}$$

となる．ここに，c は比例定数である．同様にして，入力２の検波器出力は次式で与えられる．

$$f_2(t-\tau)=\frac{c}{2}\left\{x_2^2(t)+y_2^2(t)\right\} \tag{2.8}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} x_2(t)&=x_{s1}(t-\tau)+x_{n2}(t-\tau)\\ y_2(t)&=y_{s1}(t-\tau)+y_{n2}(t-\tau)\end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

２．２．２　信号出力

積分フィルタのインパルスレスポンスを $h(t)$，相関システム出力を $z(t,\tau)$ とすると，$z(t,\tau)$ は次式のように掛算器出力 $f_1(t)\cdot f_2(t-\tau)$ と $h(t)$ の convolution 積分で与えられる．

$$z(t,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-t_1)\,f_2(t-\tau-t_1)\,h(t_1)\,dt_1 \tag{2.10}$$

相関システムの出力の直流分 $z(\tau)$ は，式(2.10)を平均することにより得られる．すなわち，

$$z(\tau)=\langle z(t,\tau)\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\langle f_1(t-t_1)f_2(t-\tau-t_1)\rangle\,h(t_1)\,dt_1 \tag{2.11}$$

ここに，記号＜　＞は式（２．６），（２．９）で与えられる $x_i(t)$，$y_i(t)$（$i=1,2$）に関するアンサンブル平均を意味する．

$x_i(t)$，$y_i(t)$ が定常的なランダムプロセスであることを考慮すると，$x_i(t)$，

$y_i(t)$ に関するアンサンブル平均は時間 $(t-t_1)$ を t に変えても変化せず，したがって式（2.11）の中の $<f_1(t-t_1)\,f_2(t-\tau-t_1)>$ は $<f_1(t)\,f_2(t-\tau)>$ に等しい．いま，これを $R(\tau)$ とおくと，式（2.7），（2.8）より，

$$z(\tau)=R(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)\,dt_1 \tag{2.12}$$

となる．ただし，

$$R(\tau)=\frac{c^2}{4}<\left\{x_1^2(t)+y_1^2(t)\right\}\left\{x_2^2(t)+y_2^2(t)\right\}> \tag{2.13}$$

式（2.13）のアンサンブル平均は，平均値0のガウス形ランダムプロセスに関する第1篇の公式（2.11）を用いれば容易に求まり，次式となる．

$$R(\tau)=c^2S^2\rho_s^2(\tau)+c^2(S+N_1)(S+N_2) \tag{2.14}$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}&S+N_1=<x_1^2>=<y_1^2>,\quad S+N_2=<x_2^2>=<y_2^2>\\&S\rho_s(\tau)=<x_1x_2>=<y_1y_2>\end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

ただし，S は入力信号の平均電力，N_1，N_2 は入力1，2 における平均電力，また $\rho_s(\tau)$ は信号の正規化自己相関関数 $\rho_s(\tau)\cos\omega_0\tau$ の包絡線成分でそれぞれ次式[75],[76]で定義される．

$$\left.\begin{aligned}&S=<x_{s1}^2(t)>=<y_{s1}^2(t)>=\int_0^{\infty}G_s(f)\,df\\&N_i=<x_{ni}^2(t)>=<y_{ni}^2(t)>=\int_0^{\infty}G_{ni}(f)\,df,\quad(i=1,2)\\&S\rho_s(\tau)=<x_{s1}(t)\,x_{s1}(t-\tau)>=<y_{s1}(t)\,y_{s1}(t-\tau)>\\&\qquad=\int_0^{\infty}G_s(f)\cos 2\pi(f-f_0)\tau\,df\end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

ただし，$G_s(f)$，$G_{n1}(f)$，$G_{n2}(f)$ は入力信号および各入力雑音の電力スペクトル密度である．

式（2.14）を式（2.12）に代入すると，

$$z(\tau)=c^2\left\{S^2\rho_s^2(\tau)+(S+N_1)(S+N_2)\right\}\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)dt_1 \qquad (2.17)$$

となる．

ここで，式（2.7），（2.8）および（2.15）により二乗則包絡線検波器出力の直流分を求めると，

$$<f_1(t)>=c\,(S+N_1)\,,\ <f_2(t-\tau)>=c(S+N_2) \qquad (2.18)$$

となるから，式（2.17）の第2項は検波器出力の直流分により生じる項であり，各入力の信号および雑音の平均電力によって定まる一定のレベルを与えるだけで遅延時間 τ に関する情報を含んでいない．したがって，序論における定義により，出力の信号成分は式（2.17）の第1項のみとなる．これを $R_s(\tau)$ で表わすと出力の信号電力は，次式となる．

$$R_s^2(\tau)=c^4S^4\rho_s^4(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)\,h(t_2)\,dt_1dt_2 \qquad (2.19)$$

ここで，$t_2-t_1=\xi$ とおき，第1篇の式（2.5）を用いると，AM相関システム出力の信号電力は，

$$R_s^2(\tau)=c^4S^4\rho_s^4(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi \qquad (2.20)$$

となる．

2.2.3　雑音出力

つぎに，出力の雑音電力，すなわち分散

$$\sigma^2=<z^2(t,\tau)>-z^2(\tau) \qquad (2.21)$$

を求める．式(2.10)，(2.12)を式(2.21)に代入し，さらに第1篇の式(2.5)を用いると，

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{<f_1(t-t_1)f_2(t-\tau-t_1)f_1(t-t_1-\xi)f_2(t-\tau-t_1-\xi)>-R^2(\tau)\right\}\cdot W(\xi)d\xi \qquad (2.22)$$

となるが，ここでf_1，f_2に関する四次のモーメントの値は，時間$(t-t_1)$をtに変えても変化せず，τとξのみの関数となる．したがって，式(2.22)は次式のように表現できる．

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{R_M(\tau,\xi)-R^2(\tau)\right\}W(\xi)\,d\xi \qquad (2.23)$$

ただし，

$$R_M(\tau,\xi)=<f_1(t)f_2(t-\tau)f_1(t-\xi)f_2(t-\tau-\xi)> \qquad (2.24)$$

ここで，$f_1(t)\cdot f_2(t-\tau)$が掛算器出力であることから，$R_M(\tau,\xi)$は掛算器出力の自己相関関数であることが分かる．

式(2.24)中の$f_1(t-\xi)$，$f_2(t-\tau-\xi)$は式(2.6)～(2.9)より次式で与えられる．

$$f_1(t-\xi)=\frac{c}{2}\left\{x_3^2(t)+y_3^2(t)\right\} \qquad (2.25)$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}x_3(t)&=x_1(t-\xi)=x_{s1}(t-\xi)+x_{n1}(t-\xi)\\ y_3(t)&=y_1(t-\xi)=y_{s1}(t-\xi)+y_{n1}(t-\xi)\end{aligned}\right\} \qquad (2.26)$$

$$f_2(t-\tau-\xi)=\frac{c}{2}\left\{x_4^2(t)+y_4^2(t)\right\} \qquad (2.27)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} x_4(t) &= x_2(t-\xi) = x_{s1}(t-\tau-\xi) + x_{n2}(t-\tau-\xi) \\ y_4(t) &= y_2(t-\xi) = y_{s1}(t-\tau-\xi) + y_{n2}(t-\tau-\xi) \end{aligned}\right\} \qquad (2.28)$$

したがって，式(2.24)は式(2.7)，(2.8)，(2.25)，(2.27)より平均値0の8つのガウス形ランダムプロセス $x_1(t)\sim x_4(t)$，$y_1(t)\sim y_4(t)$ を用いて次式のように表わすことができる．

$$R_M(\tau,\xi) = \frac{c^4}{16} < (x_1^2+y_1^2)(x_2^2+y_2^2)(x_3^2+y_3^2)(x_4^2+y_4^2) > \qquad (2.29)$$

ただし，時間を表わす t は省いてある．

式(2.29)は第1篇の公式(2.11)を用いて，二次モーメントの組合わせによって表現できる．その際，式(2.15)の他につぎの二次モーメントが現われる*.

$$\left.\begin{aligned} &< x_3^2 > = < y_3^2 > = S + N_1,\ < x_4^2 > = < y_4^2 > = S + N_2 \\ &< x_1 x_3 > = < y_1 y_3 > = S\,\rho_s(\xi) + N_1\rho_{n1}(\xi), \\ &< x_1 x_4 > = < y_1 y_4 > = S\,\rho_s(\xi+\tau) \\ &< x_2 x_3 > = < y_2 y_3 > = S\,\rho_s(\xi-\tau), \\ &< x_2 x_4 > = < y_2 y_4 > = S\,\rho_s(\xi) + N_2\rho_{n2}(\xi) \\ &< x_3 x_4 > = < y_3 y_4 > = S\,\rho_s(\tau) \end{aligned}\right\} \qquad (2.30)$$

ここに，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$，は入力1および2における雑音の正規化自己相関関数の包絡線成分で次式で定義される[75],[76].

$$N_i\rho_{ni}(\xi) = < x_{ni}(x)\,x_{ni}(t-\xi) > = < y_{ni}(t)\,y_{ni}(t-\xi) >$$

$$= \int_0^\infty G_{ni}(f)\cos 2\pi(f-f_0)\xi\,df,\ (i=1,2) \qquad (2.31)$$

---

* 通常，ガウス形ランダムプロセスの電力スペクトル密度は f_0 に関して対称と仮定されるが，そのような場合には，$< x_i y_j > = 0$ (i，j=1～4)となる[76]．以下，本論文でも f_0 に関して対称な入力電力スペクトル密度を仮定することにする．したがって，$R(\tau)$，$R_M(\tau,\xi)$ の中には $x_i y_j$ なる二次モーメントは現われない．

掛算器出力の自己相関関数$R_M(\tau,\xi)$は式(2.15)，(2.30)および第一篇の式(2.11)を用いると次式となる．

$$
\begin{aligned}
R_M(\tau,\xi)/c^4 &= S^2(S+N_1)(S+N_2)\{2\rho_s^2(\tau)+\rho_s^2(\xi+\tau) \\
&+\rho_s^2(\xi-\tau)\}+2S^2\rho_s(\tau)\{\rho_s(\xi+\tau)+\rho_s(\xi-\tau)\} \\
&\cdot[(S+N_1)\{S\rho_s(\xi)+N_2\rho_{n2}(\xi)\}+(S+N_2)\{S\rho_s(\xi)+N_1\rho_{n1}(\xi)\}] \\
&+2S^2\{S\rho_s(\xi)+N_1\rho_{n1}(\xi)\}\{S\rho_s(\xi)+N_2\rho_{n2}(\xi)\}\{\rho_s^2(\tau)+\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)\} \\
&+S^4\{\rho_s^2(\tau)+\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)\}^2+[(S+N_1)^2 \\
&+\{S\rho_s(\xi)+N_1\rho_{n1}(\xi)\}^2][(S+N_2)^2+\{S\rho_s(\xi)+N_2\rho_{n2}(\xi)\}^2]
\end{aligned}
\tag{2.32}
$$

したがって，式(2.14)と(2.32)を式(2.23)に代入することによりσ^2が得られる．

$$
\sigma^2 = c^4N_1^2N_2^2\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi \tag{2.33}
$$

ただし，$r_{MN}(\tau,\xi)$は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で次式で与えられる．

$$
\begin{aligned}
r_{MN}(\tau,\xi) &\equiv \{R_M(\tau,\xi)-R^2(\tau)\}/c^4N_1^2N_2^2 \\
&= a_1a_2(1+a_1)(1+a_2)\{\rho_s^2(\xi+\tau)+\rho_s^2(\xi-\tau)\}+2a_1a_2\rho_s(\tau)\{\rho_s(\xi+\tau)+\rho_s(\xi-\tau)\} \\
&\cdot[(1+a_1)\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\}+(1+a_2)\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\}] \\
&+(1+a_1)^2\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\}^2+(1+a_2)^2\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\}^2 \\
&+2a_1a_2\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\}\cdot\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\}\cdot\{\rho_s^2(\tau)+\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)\} \\
&+a_1^2a_2^2\{2\rho_s^2(\tau)\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)+\rho_s^2(\xi+\tau)\rho_s^2(\xi-\tau)\} \\
&+\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\}^2\cdot\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\}^2
\end{aligned}
\tag{2.34}
$$

ここに，

$$
\left.\begin{aligned}
a_1 &= S/N_1\ ;\ \text{入力1のSN比} \\
a_2 &= S/N_2\ ;\ \text{入力2のSN比}
\end{aligned}\right\} \tag{2.35}
$$

式(2.33),(2.34)で与えられるσ^2がAM相関システム出力の雑音電力である.

2.2.4　出力SN比

2.2.2と2.2.3で求めた信号電力と雑音電力の比を取ることにより,本相関システムの出力SN比$\left(\frac{S}{N}\right)_0$が求まる.すなわち,式(2.20),(2.33)により,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\, d\xi \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau, \xi)\, W(\xi)\, d\xi \qquad (2.36)$$

となる.ここに,$r_{MN}(\tau, \xi)$は式(2.34)で与えられている.式(2.36)は入力信号および雑音が共にガウス形ランダムプロセスである場合のAM相関システムの出力SN比の一般式である.

つぎに,出力直流分を表わす式(2.17)を考察することにする.(2.17)の第1項は求める信号成分であるが,第2項は検波器出力の直流分,すなわち,信号および雑音の平均電力によって決まる一定のレベルを与える不要な成分である.したがって,出力の直流分から信号成分を求めるには,この第2項を除かなければならない.

出力直流分から信号成分のみを測定するには,二つの方法が考えられる.その一つは,式(2.17)において$\tau \to \infty$とすると,第1項は0となるから($\rho_s(\infty) = 0$),まず,遅延時間が十分長い場合の出力直流分(第2項)を測定し,つぎにこの値により,出力直流レベルを較正する方法である.他の方法は,図2.1に点線で示されるように,検波器の後に,直流分除去回路をそう入する方法である.前者は,測定の際手数がかかり,さらに,この方法では掛算器入力の直流分は除かれずそのままになっているので,前章の結果から明らかなように,一方の掛算器入力の直流分と他分の掛算器入力の雑音成分との変調積により生じる出力雑音成分のためにSN比が劣化する.これに対し,後者は,掛算器入力の直流分が除かれてしまうので,出力にはこのような雑音成分は生じないし,さらに直流レベルを較正しなくても出力直流分をそのまま信号成分として観測できる利点がある.

直流分除去回路をそう入した場合には、出力の直流分がそのまま信号成分 $R_s(\tau)$ となるから出力の信号電力は式(2.20)で与えられる．一方，雑音成分は式(2.34)の $r_{MN}(\tau,\xi)$ から，一方の検波器出力の直流分と他方の検波器出力のランダム成分との変調積成分を示す最初の4つの項を除くことにより求まる．したがって，直流分除去回路をそう入した場合の出力SN比を $(S/N)_0'$ とすると，これは次式で与えられる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = a_1^2 a_2^2 \rho_s^4(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}'(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi \qquad (2.37)$$

ここに，

$$\begin{aligned} r_{MN}'(\tau,\xi) = {} & 2a_1a_2\left\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\right\}\left\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\right\} \\ & \cdot\left\{\rho_s^2(\tau)+\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)\right\} \\ & + a_1^2a_2^2\left\{2\rho_s^2(\tau)\rho_s(\xi+\tau)\rho_s(\xi-\tau)+\rho_s^2(\xi+\tau)\rho_s^2(\xi-\tau)\right\} \\ & + \left\{a_1\rho_s(\xi)+\rho_{n1}(\xi)\right\}^2\left\{a_2\rho_s(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\right\}^2 \end{aligned} \qquad (2.38)$$

また，直流分除去回路をそう入せず，かつ出力の直流レベルを較正することなく測定した場合，すなわち出力直流分のうちの不要成分をも雑音成分とみなした場合のSN比を $(S/N)_0''$ とすると，これは次式により与えられる．

$$\begin{aligned} \left(\frac{S}{N}\right)_0'' = {} & a_1^2a_2^2\rho_s^4(\tau)\int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \Big[\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi \\ & + (1+a_1)(1+a_2)\left\{2a_1a_2\rho_s^2(\tau)+(1+a_1)(1+a_2)\right\}\int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi\Big] \end{aligned} \qquad (2.39)$$

ここで，第1篇の式(2.19)と同様に，

$$\left.\begin{aligned} & \tau = 0 \\ & \rho(\xi) \equiv \rho_s(\xi) = \rho_{n1}(\xi) = \rho_{n2}(\xi) \end{aligned}\right\} \qquad (2.40)$$

と仮定すると，$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$，$(S/N)_0''$ はそれぞれ次式のようになる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \Big[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{\rho^4(\xi) + 2\rho^2(\xi)\right\} W(\xi)\,d\xi$$

$$+ 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi)\,d\xi \Big] \qquad (2.41)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \Big[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho^4(\xi) W(\xi)\,d\xi$$

$$+ 2 a_1 a_2 \left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi)\,d\xi \Big] \qquad (2.42)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0'' = a_1^2 a_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \Big[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left\{\rho^4(\xi) + 2\rho^2(\xi)\right\} W(\xi)\,d\xi$$

$$+ 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2(\xi) W(\xi)\,d\xi$$

$$+ (1+a_1)(1+a_2)\left\{2 a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\} \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big] \qquad (2.43)$$

2．3　出力ＳＮ比の特性

前節では、出力ＳＮ比の一般式を導出したが、本節では，実際に即して入力信号および雑音の電力スペクトル密度を共にガウス形とし，かつ積分フィルタをＲＣ低周波フィルタと仮定した場合の具体的なＳＮ比を求める．

2．3．1　出力ＳＮ比の遅延時間による変化

入力信号の電力スペクトル密度 $G_s(f)$ および入力雑音 $n_1(t)$，$n_2(t)$ の電力スペクトル密度 $G_{n1}(f)$，$G_{n2}(f)$ を共に次式のようにガウス形と仮定する．

$$G_s(f) = \frac{S}{B\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-(f-f_0)^2 / 2B^2\right\},\ (f \geqq 0,\ f_0 \gg B) \qquad (2.44)$$

$$G_{ni}(f) = \frac{N_i}{B\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-(f-f_0)^2 / 2B^2\right\},\ (f \geqq 0,\ f_0 \gg B,\ i=1,2) \qquad (2.45)$$

ここに，Bは信号および雑音の実効帯域幅である．　入力信号および雑音の正規化自己相関関数の包絡線成分は，式（2.44）を式（2.16）に，式(2.45)を式（2.31）に代入することにより，

$$\rho(\xi)=\rho_s(\xi)=\rho_{n1}(\xi)=\rho_{n2}(\xi)=e^{-2(\pi B\xi)^2} \tag{2.46}$$

となる．さらに積分フィルタとしてRC低周波フィルタを仮定すると，フィルタの自己相関関数$W(\xi)$は第1編の式（2.25）で与えられる．式（2.25）において，$T \gg RC$とすると（2.3.2参照），

$$W(\xi)=\frac{1}{2RC}\,e^{-\frac{|\xi|}{RC}} \tag{2.47}$$

となる．式（2.46），（2.47）を式（2.34），（2.36）に代入すると，$(S/N)_0$は次式となる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0=a_1^2a_2^2e^{-2\nu^2/N_0} \tag{2.48}$$

ここに，

$$\begin{aligned}
N_0=\frac{\sqrt{\pi}}{2\beta}\Bigg[\Bigg[&a_1a_2(1+a_1)(1+a_2)\,e^{-\nu^2}\Big[e^{\left(\frac{1}{2\beta}+\nu\right)^2}\\
&\cdot\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\beta}+\nu\right)\right\}+e^{\left(\frac{1}{2\beta}-\nu\right)^2}\left\{1-\mathrm{erf}\left|\frac{1}{2\beta}-\nu\right|\right\}\Big]\\
&+4a_1a_2(1+a_1)(1+a_2)\,e^{-\nu^2}\Big[e^{\left(\frac{1}{2\beta}+\frac{\nu}{2}\right)^2}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\beta}+\frac{\nu}{2}\right)\right\}\\
&\quad+e^{\left(\frac{1}{2\beta}-\frac{\nu}{2}\right)^2}\left\{1-\mathrm{erf}\left|\frac{1}{2\beta}-\frac{\nu}{2}\right|\right\}\Big]\\
&+2(1+a_1)^2(1+a_2)^2e^{\frac{1}{4\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\beta}\right)\right\}\\
&+2a_1a_2(1+a_1)(1+a_2)\,e^{-\nu^2}\Big[e^{\frac{1}{4\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\beta}\right)\right\}
\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{1}{8\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta}\right)\right\}\Big]$$

$$+a_1^2a_2^2e^{-\nu^2}\Big[2e^{\frac{1}{4\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\beta}\right)\right\}$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\nu^2+\frac{1}{8\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta}\right)\right\}\Big]$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}(1+a_1)^2(1+a_2)^2e^{\frac{1}{8\beta^2}}\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}\beta}\right)\right\}\Bigg] \qquad (2.49)$$

ここに，βは入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積で第1篇の場合と同様に，

$$\beta=2\pi BRC \qquad (2.50)$$

である．また，νは入力信号の帯域幅で正規化した遅延時間で，次式により与えられる．

$$\nu=2\pi B\tau \qquad (2.51)$$

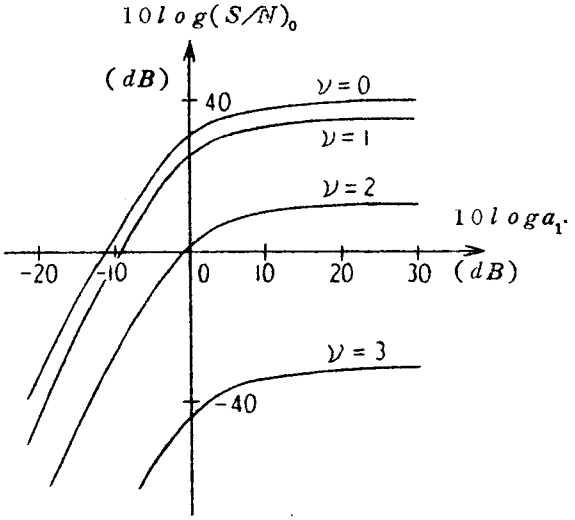


図2．2　出力SN比$(S/N)_0$と入力SN比a_1の関係($\beta=10^5$)

図2．2に，式(2.48)より求めた，νをパラメータとした場合の出力SN比$(S/N)_0$と入力SN比$a_1(=a_2)$の関係を示す．ただし，$\beta=10^5$としている．ここで，式(2.48)において，$\nu\gg1$ ($\beta\gg1$)のときの近似式を求めると次式のようになる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0\simeq\frac{2\sqrt{2}}{(1+2\sqrt{2})\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a_1^2a_2^2\beta}{(1+a_1)^2(1+a_2)^2}e^{-2\nu^2} \qquad (2.52)$$

すなわち，図２．２にもみられるように，$(S/N)_0$ は遅延時間が長くなるにつれて低下し，$\nu=0$ すなわち $\tau=0$ のとき最大値を取る．

２．３．２　等価平均時間

２．３．１においては観測時間が積分フィルタの時定数に比べて十分長い場合の $(S/N)_0$ を考えたが，ここではこのような仮定を行わずに，$(S/N)_0$ の観測時間による変化を調べることにする．すなわち，$W(\xi)$ として，式（２．47）を用いずに，第１篇の式（2.25）を用いると，$(S/N)_0$ は次式となる．ただし，$\tau=0$ としている．

$$(S/N)_0 = a_1^2 a_2^2 \beta (1-e^{-\alpha/\beta})^2 \Big/ \Big[\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\}^2 (p_4+2p_2) + 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2 \Big] \qquad (2.53)$$

ここに，p_2，p_4 は第１篇の式（2.27）において，それぞれ $k=2$，４とおいたもので与えられる．また，α は入力信号の帯域幅で正規化した観測時間で，第１篇の場合と同様に，

$$\alpha = 2\pi BT \qquad (2.54)$$

である．

図２．３に，式（2.53）により求めた，時定数で正規化された観測時間 T/RC $(=\alpha/\beta)$ と出力 SN 比 $(S/N)_0$ の関係を示す．ただし，$a_1=a_2=100(20dB)$ である．図にみられるように，観測時間 T が長くなるにつれて $(S/N)_0$ は次第に上昇し，$T \gg RC$ $(\alpha \gg \beta)$ のときには一定となる．すなわち，式（2.53）におい

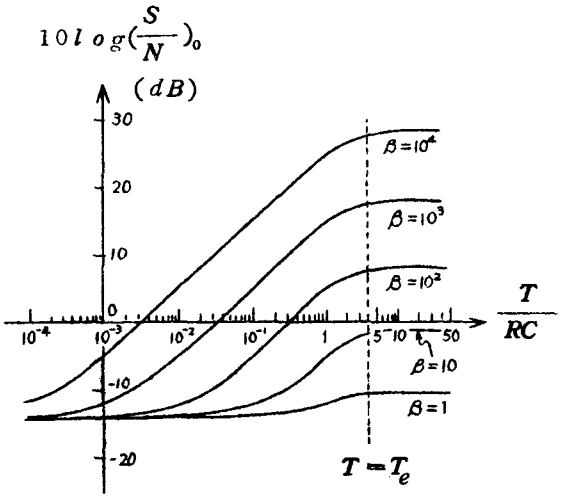


図２．３　出力 SN 比 $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ と観測時間 $\frac{T}{RC}$ の関係（$a_1=a_2=100$）

て，$\alpha \gg \beta$とすると次式となる．

$$(S/N)_0 = a_1^2 a_2^2 \beta \Big/ \Big[\{ a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) \}^2 (p_4 + 2p_2) + 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2 \Big] \tag{2.55}$$

ここに，p_2，p_4は第1章の式(2.31)において，それぞれ$k=2$，4とおいたものである．$\left(\frac{S}{N}\right)_0$は観測時間には無関係で，$a_1$，$a_2$，$\beta$により決まる一定値（これは最大値でもある）をとる．

通常，フィルタの雑音等価帯域幅B_eは次式で定義される．

$$B_e = \int_0^\infty |H(j2\pi f)|^2 df \Big/ |H(j2\pi f)|^2_{\max} \tag{2.56}$$

ここに，$H(j2\pi f)$はフィルタのシステム関数である．いま，このB_eの逆数をとって，これを積分フィルタの等価平均時間[24] T_eと定義する．すなわち，

$$T_e = |H(j2\pi f)|^2_{\max} \Big/ \int_0^\infty |H(j2\pi f)|^2 df \tag{2.57}$$

積分フィルタとしてRC低周波フィルタを用いる場合には，

$$H(j2\pi f) = (1 + j2\pi f RC)^{-1} \tag{2.58}$$

であるから，式(2.57)により等価平均時間は，

$$T_e = 4RC \tag{2.59}$$

となる．$\beta \gg 1$の場合（後に示す図2．4から分かるように，実際には良好なSN比をうるためにこのような条件のもとで測定される），$T = T_e$における$\left(\frac{S}{N}\right)_0$は$a_1$，$a_2$の値に関係なく式(2.55)で与えられる最大値の96.4％である．すなわち，観測を時間T_eで打切っても，十分長い時間（$T \gg RC$）観測しても，$\left(\frac{S}{N}\right)_0$はほとんど変わらない．したがって，等価平均時間$T_e$を観測時間の目安とすることができる．

2．3．3　出力SN比の特性

つぎに，式(2.55)より求めた入力SN比 a_1，a_2 と出力SN比 $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ の関係を図2．4に示す．ただし，実線は $a_1=a_2$ の場合を，点線は $a_2 \gg 1$ の場合を表わしている．

いま，式(2.55)の近似式を求めると以下のようになる．

(1)　$\beta \gg 1$ のとき

(i)　$a_1, a_2 \gg 1$ のとき，

$$(S/N)_0 \simeq \beta/\sqrt{\pi}\,(8+\sqrt{2}) \qquad (2.60)$$

(ii)　$a_1, a_2 \ll 1$ のとき，

$$(S/N)_0 \simeq 4\beta a_1^2 a_2^2/\sqrt{\pi}\,(4+\sqrt{2}) \qquad (2.61)$$

(2)　$\beta \ll 1$ のとき

(i)　a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

$$(S/N)_0 \simeq 1/20 \qquad (2.62)$$

(ii)　a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$(S/N)_0 \simeq a_1^2 a_2^2/3 \qquad (2.63)$$

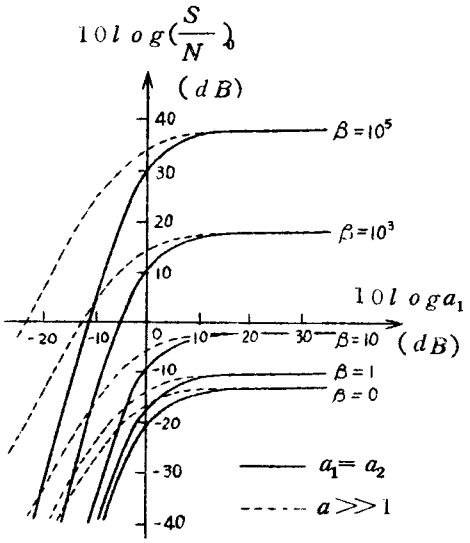


図2．4　出力SN比 $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ と入力SN比 $a_1(a_2)$ の関係($\alpha \gg \beta$)

図2．4にもみられるように，$\beta \gg 1$ のときは β に比例して $\left(\frac{S}{N}\right)_0$ は上昇している．したがって式(2.50)より入力信号(雑音)の帯域幅の逆数に比べて，積分フィルタの時定数を大きくするほど，出力SN比は増大することがわかる．逆に，$\beta \ll 1$ のときは，β に無関係な一定値を取る．一方，入力のSN比が大きい場合には，$\left(\frac{S}{N}\right)_0$ は入力のSN比に無関係で β によりきまる一定値を取り，逆に，入力SN比が小さい場合には，各入力のSN比の自乗の積に比例して上昇する．

つぎに，$(S/N)_0'$，$(S/N)_0''$ の特性について論じることにする．これらは2．3．2の場合と同様に，式(2.46)と第1篇の式(2.25)を式(2.42)お

よび(2.43)に代入することにより，それぞれ以下のようになる．

$$(S/N)_0' = a_1^2 a_2^2 \beta (1-e^{-\alpha/\beta})^2 \Big/ \Big[\{ a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) \}^2 p_4 + 2 a_1 a_2 \{ a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) p_2 \} \Big] \tag{2.64}$$

$$(S/N)_0'' = a_1^2 a_2^2 \beta (1-e^{-\alpha/\beta})^2 \Big/ \Big[\{ a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) \}^2 \cdot (p_4 + 2p_2) + 8 a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2 + (1+a_1)(1+a_2) \{ 2 a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2) \} \beta \Big] \tag{2.65}$$

図2．5に，式(2.64)，(2.65)より求めた出力SN比$(S/N)_0'$，$(S/N)_0''$と入力SN比$a(\equiv a_1 = a_2)$の関係を示す．ただし，実線は$(S/N)_0'$を，点線は$(S/N)_0''$を示し，どちらも$\alpha \gg \beta$とする．ここで，式(2.64)，(2.65)の近似式を求めると，つぎのようになる．ただし，いずれの場合も$\alpha \gg \beta$としている．

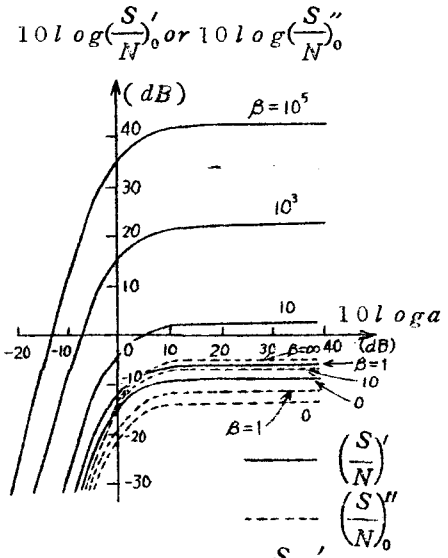


図2．5　出力SN比$(\frac{S}{N})_0'$あるいは$(\frac{S}{N})_0''$と入力SN比aの関係

(1)　$\beta \gg 1$のとき，

(i)　$a_1, a_2 \gg 1$のとき，

$$(S/N)_0' \simeq \frac{\beta}{(2+\sqrt{2})\sqrt{\pi}} \tag{2.66}$$

$$(S/N)_0'' \simeq \frac{1}{3} \tag{2.67}$$

(ii)　$a_1, a_2 \ll 1$のとき，

$$(S/N)_0' \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}}\, a_1^2 a_2^2 \beta \tag{2.68}$$

$$(S/N)_0'' \simeq a_1^2 a_2^2 \tag{2.69}$$

(2) $\beta \ll 1$ のとき，

(i) a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

$$(S/N)_0' \simeq \frac{1}{8} \tag{2.70}$$

$$(S/N)_0'' \simeq \frac{1}{23} \tag{2.71}$$

(ii) a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$(S/N)_0' \simeq a_1^2 a_2^2 \tag{2.72}$$

$$(S/N)_0'' \simeq a_1^2 a_2^2/4 \tag{2.73}$$

図２．５にも，みられるように，$(S/N)_0'$，$(S/N)_0''$ は a_1，a_2 が大きいときには a_1，a_2 に無関係な一定値を取り，逆に，a_1，a_2 が小さいときには a_1，a_2 の自乗に比例している．また，β が大きいときには $(S/N)_0'$ は β に比例して大となるが，$(S/N)_0''$ は β を大きくしても約 $-5\,dB$ よりは，大きくならない．これは，直流分除去回路をそう入した場合は出力のうち直流分がそのまま信号成分となり，直流分以外の周波数をもつ成分が雑音成分となるために，β を大，すなわち，入力の帯域幅に比べて積分フィルタの帯域幅を狭くするほど，雑音成分は多く除かれ，したがって，SN 比が良好となるのに対して，直流分除去回路を含まず，しかも出力直流レベルの較正をしない場合には，出力直流分中に信号成分の他に不要な直流分が含まれることになり，これは積分フィルタの帯域幅を狭くしても除去できないことに起因する．したがって，直流分除去回路をそう入せず，かつ出力の直流レベルを較正することなく測定する方法は好ましくないことは明らかである．

一方，β が小さいときには，β に無関係な一定値を取ることは $(S/N)_0$ の場合と同様である．なお，出力雑音の多少の程度からも明らかなように，出力 SN 比は $(S/N)_0''$，$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$ の順に良好となっている．

以上の解析では，電力スペクトル密度$G_s(f)$，$G_{n1}(f)$，$G_{n2}(f)$を式（2.44），（2.45）のようにガウス形と仮定しているが，参考のために次式に示すような矩形の電力スペクトル密度を仮定した場合のＳＮ比$(S/N)_0$を図2.6に示す．

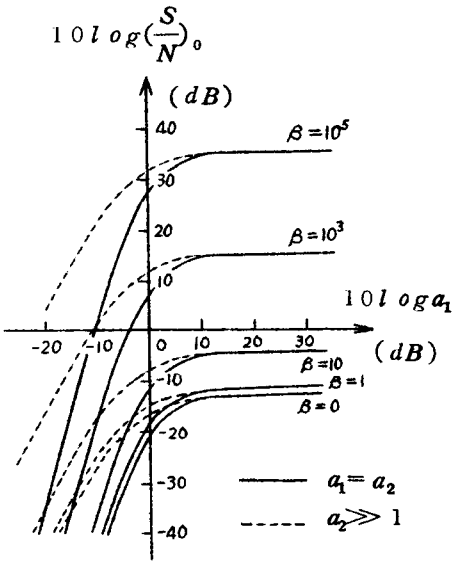


図２．６　出力SN比$\left(\frac{S}{N}\right)_0$と入力$SN$比$a_1(a_2)$の関係（$\alpha\gg\beta$）

$$G_s(f)=\begin{cases} S/2B & ;\ f_0-B\leqq f\leqq f_0+B \\ 0 & ;\ f<f_0-B,\quad f>f_0+B \end{cases} \tag{2.74}$$

$$G_{ni}(f)=\begin{cases} N_i/2B & ;\ f_0-B\leqq f\leqq f_0+B,\quad (i=1,2) \\ 0 & ;\ f<f_0-B,\quad f>f_0+B \end{cases} \tag{2.75}$$

ただし，$B\ll f_0$である．

図２．４と２．６を比較すると電力スペクトル密度が矩形の場合もガウス形の場合も，出力SN比においては大差ないことがわかる．

２．４　出力の電力スペクトル密度

ここで，出力の電力スペクトル密度を知ることは，a_1，a_2，およびβによ

る $(S/N)_0$ の変化の模様を理解するために意義深い．

いま，掛算器出力の電力スペクトル密度を $G_M(f)$ とすると，これは取りも直さず積分フィルタの入力の電力スペクトル密度である．したがって，相関システム出力の電力スペクトル密度 $G_0(f)$ は次式により得られる．[77]

$$G_0(f)=|H(j2\pi f)|^2 G_M(f) \tag{2.76}$$

ここで，Wiener-Kintchine の公式[44] により $G_M(f)$ は掛算器出力の自己相関関数 $R_M(\tau,\xi)$ から次式のように求められる．

$$G_M(f)=4\int_0^\infty R_M(\tau,\xi)\cos 2\pi f\xi\ d\xi \tag{2.77}$$

式 (2.76)，(2.77) より $G_0(f)$ は，

$$G_0(f)=4\,|H(j2\pi f)|^2\int_0^\infty R_M(\tau,\xi)\cos 2\pi f\xi\ d\xi \tag{2.78}$$

となる．積分フィルタとして，RC 低周波フィルタを仮定しているから $|H(j2\pi f)|^2$ は次式で与えられる．

$$|H(j2\pi f)|^2=\frac{1}{1+\beta^2\left(\frac{f}{B}\right)^2} \tag{2.79}$$

したがって，式 (2.32) と (2.79) を式 (2.78) に代入することにより $G_0(f)$ が求まる．ただし，$\alpha\gg\beta$，$\tau=0$ としている．

$$\begin{aligned}\frac{B}{c^4S^4}\cdot G_0(f)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\Big[&2\delta\left(\frac{f}{B}\right)+\left\{1+\left(1+\frac{1}{a_1}\right)\left(1+\frac{1}{a_2}\right)\right\}^2\\&\cdot\left\{2e^{-\frac{f^2}{4B^2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{f^2}{8B^2}}\right\}\\&+8\left(1+\frac{1}{a_1}\right)\left(1+\frac{1}{a_2}\right)e^{-\frac{f^2}{4B^2}}\Big]\ \frac{1}{1+\beta^2\left(\frac{f}{B}\right)^2}\end{aligned} \tag{2.80}$$

ここに，$\delta\left(\frac{f}{B}\right)$はデルタ関数[78]である．式（2.80）の第1項は信号成分（ただし，ここでは信号成分以外の直流分は除去している），第2項，第3項は雑音成分の電力スペクトル密度を表わしている．

図2．7に，出力の電力スペクトル密度$G_0(f)$のβによる変化を示す．ただし，入力信号および雑音の電力スペクトル密度はガウス形で，$\alpha \gg \beta$，$a_1=a_2=10$である．図中の零周波数におけるデルタ関数は出力の信号成分を示し，βに関係なく一定の電力を持つ．また，低周波の曲線群は出力の雑音成分を示し，それと縦軸および横軸で囲まれる面積すなわち雑音電力は，βの増大と共に減少するのが見られる．したがって，図2．4に示したように出力SN比はβと共に増大することがわかる．なお，図2．7の$\beta=0$の曲線は掛算器出力の雑音成分の電力スペクトル密度を示す．

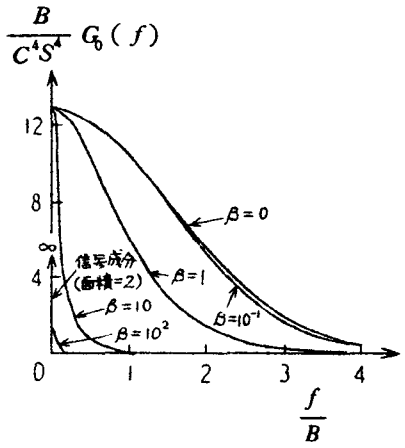


図2．7　出力の電力スペクトル密度
($\alpha \gg \beta$, $\alpha_1=\alpha_2=10$)

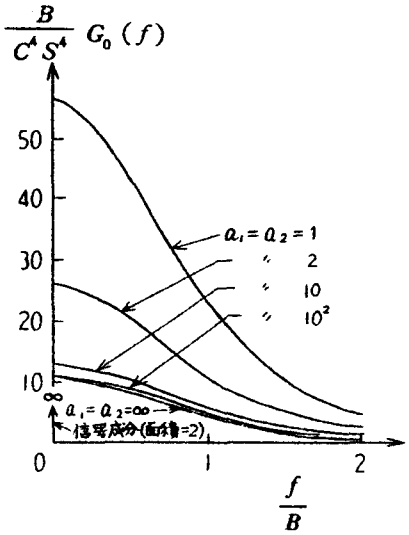


図2．8　出力の電力スペクトル密度
($\alpha \gg \beta$, $\beta=1$)

図2．8に，出力の電力スペクトル密度$G_0(f)$のa_1，a_2による変化を示す．ただし，$\alpha \gg \beta$，$\beta=1$である．図にみられるように，雑音成分の電力スペクトラムはa_1，a_2を大きくするにつれて，一定のスペクトラムに近づ

き，出力SN比は一定となる．逆に，a_1，a_2が減少すると，雑音の電力スペクトラムは急激に大きくなる．

2．5　従来の近似解析結果との比較

Bendat[62]と藤本[50]は，ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合のAM相関システムの出力SN比を近似的に解析している．本節ではこれらの近似解析結果と2．3において求めた近似によらない解析結果の比較を行なう．

2．5．1　Bendatの解析との比較

Bendatはつぎのような近似を仮定することにより出力SN比を求めている．

(i)　二乗則包絡線検波器の出力に生じる入力信号と入力雑音との変調積成分を無視する．

(ii)　狭帯域ガウス形ランダムプロセス入力に対する二乗則包絡線検波器の出力から直流分を除去した残りのランダム成分をガウス分布とみなす．

(i)のような近似を行なうことにより，特に入力SN比が零付近における誤差が顕著となることは明らかである．また，近似(ii)では，このようなランダム成分をVとするとVの確率密度関数を次式のようなガウス分布と仮定している．

$$p_g(V)=\frac{1}{\sqrt{2\pi c(S^2+N_i^2)}}\exp\left\{-\frac{V^2}{2c(S^2+N_i^2)}\right\},\quad (i=1,2) \tag{2.81}$$

しかるに，真の確率密度関数を求めると，これは次式のような指数分布となる[79]．

$$p_e(V)=\begin{cases}\dfrac{1}{c(S+N_i)}\exp\left[-\left\{\dfrac{V}{c(S+N_i)}+1\right\}\right]; & V\geqq -c(S+N_i)\\ 0 & ;\ V<-c(S+N_i)\end{cases} \tag{2.82}$$

式(2.81)，(2.82)において，比較のためにそれぞれ，$v=V/\sqrt{c(S^2+N_i^2)}$，$u=V/c\,(S+N_i)$ なる正規化を行なうと[80]，$p_e(u)$，$p_g(v)$ はそれぞれ次式となる．

$$p_e(u)=\begin{cases}\exp\{-(u+1)\} & ;\ u\geqq -1\\ 0 & ;\ u<-1\end{cases} \tag{2.83}$$

$$p_g(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\{-v^2/2\} \tag{2.84}$$

図2．9に $p_e(u)$，$p_g(v)$ を示す．図にみられるように，$p_e(u)$ と $p_g(v)$ はかなりの相違があり，したがって近似(ii)による誤差も無視できないものとなる．

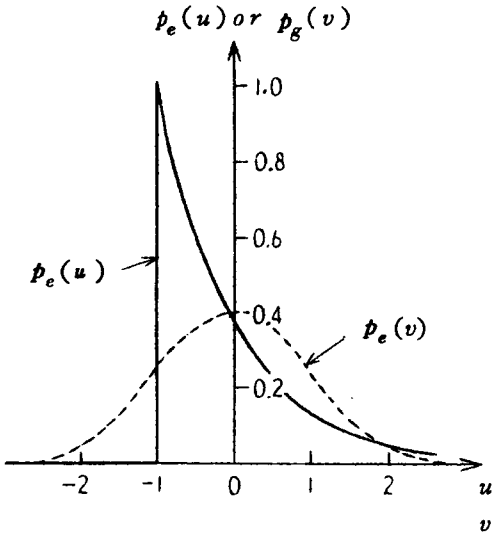


図2．9　検波器出力の確率密度関数 $p_e(u)$，$p_g(v)$

Bendatは入力信号および雑音の電力スペクトル密度をローレンツ形[81]とし，積分フィルタを理想積分器(Ideal Integrator)[82]と仮定して SN 比 $(S/N)_B$ を求めているが，ここではこれを比較のために，2．2．4の一般式と対応するような近似式に表現しなおすと次式となる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_B=\frac{a_1^2a_2^2\rho_s^4(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty}r_B(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi} \tag{2.85}$$

ここに，

$$r_B(\tau,\xi)=a_1^2a_2^2\left\{\rho_s^4(\xi)+\rho_s^2(\xi+\tau)\rho_s^2(\xi-\tau)\right\}$$
$$+\rho_s^2(\xi)\left\{a_2^2\rho_{n1}^2(\xi)+a_1^2\rho_{n2}^2(\xi)\right\}$$
$$+\rho_{n1}^2(\xi)\rho_{n2}^2(\xi) \qquad (2.86)$$

ここで，本章の解析と同様に，入力信号と雑音の電力スペクトル密度をガウス形，積分フィルタをＲＣ低周波フィルタと仮定すると $(S/N)_B$ は次式となる．ただし，$\alpha \gg \beta$ である．

$$(S/N)_B=a_1^2a_2^2e^{-2\nu^2}/N_B \qquad (2.87)$$

ここに，

$$N_B=\frac{p_4}{\beta}\left\{(a_1^2a_2^2+a_1^2+a_2^2+1)+a_1^2a_2^2e^{-2\nu^2}\right\} \qquad (2.88)$$

ただし，p_4 は第１篇の式（2.31）において $k=4$ とおいたものである．
Bendat は近似解析の目的のために検波器出力の直流分を除去しているので，$(S/N)_B$ に対する近似によらない正確な SN 比は本章で求めた $(S/N)_0'$ が対応している．したがって，$(S/N)_B$ の $(S/N)_0'$ に対する誤差 E_B は式（2.87）と，式（2.49）のうちの検波器出力の直流分を表わす最初の3項を除いたものを式（2.48）に代入した式との比を取ることによって得られる．すなわち，

$$E_B\equiv(S/N)_B/(S/N)_0'=\left\{2(1+\sqrt{2})e^{-\nu^2}a^2(1+a)^2\right.$$
$$\left.+(2\sqrt{2}+e^{-\nu^2})e^{-\nu^2}a^4+(1+a)^4\right\}$$
$$\Big/\left\{(1+a^2)^2+a^4e^{-2\nu^2}\right\} \qquad (2.89)$$

ただし，$\beta \gg 1$，$a\equiv a_1=a_2$ としている．

図２．１０に $(S/N)_B$ の $(S/N)_0'$ に対する誤差 E_B と入力 SN 比 a の関係を示す．図にみられるように Bendat の解析は ν が小さい程，すなわち遅延時間が短い程，誤差が大きくなり，ことに入力信号と雑音の変調積成分の無視できなくなる $a=0$ (dB) 付近において誤差は顕著となる．また，その際

の誤差の最大値は9 dB程度である．

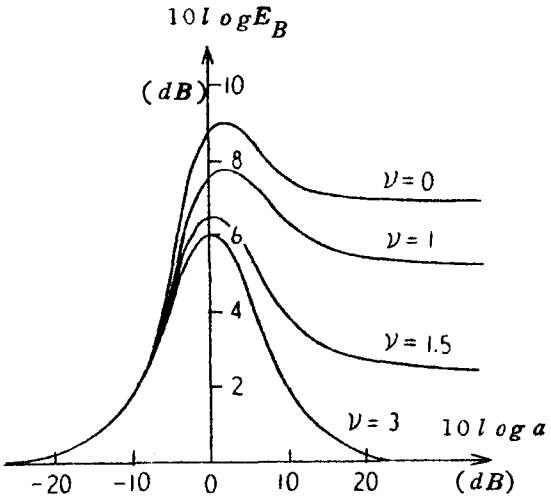


図2．10　$(S/N)_B$の$(S/N)_0'$に対する誤差E_Bと入力SN比aの関係（$\beta \gg 1$）

2．5．2　藤本の解析との比較

藤本は二乗則包絡線検波器の出力のSN比を求め，これがPre-detection形相関システムの入力SN比に等しいと仮定することにより出力SN比の近似式$(S/N)_F$を求めている．

各検波器出力のSN比a_1'，a_2'は次式により与えられる[83]．

$$a_i' = a_i^2 \Big/ (2a_i + 1), \quad (i = 1, 2) \tag{2.90}$$

このa_i'を第1章の式(2.15)において$\eta_1 = \eta_2 = 0$とおいた式のa_iと置き換えることにより$(S/N)_F$が得られる[50]．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_F = \frac{a_1^2 a_2^2 \rho^2(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\, d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ (1+a_1)^2 (1+a_2)^2 \rho^2(\xi) + a_1^2 a_2^2 \rho(\xi+\tau)\rho(\xi-\tau) \right\} W(\xi)\, d\xi} \tag{2.91}$$

ただし，$\rho(\xi)=\rho_s(\xi)=\rho_{n1}(\xi)=\rho_{n2}(\xi)$ としている．ここでも，比較のためにガウス形の電力スペクトル密度とRC低周波フィルタを仮定すると，式(2.91)は次式となる．ただし，$\alpha \gg \beta$ とする．

$$(S/N)_F = a_1^2 a_2^2 e^{-\nu^2} / N_F \tag{2.92}$$

ここに，

$$N_F = \frac{p_2}{\beta}\left\{(1+a_1)^2(1+a_2)^2 + a_1^2 a_2^2 e^{-\nu^2}\right\} \tag{2.93}$$

ただし，p_2は第1篇の式(2.31)において $k=2$ とおいたものである．

$(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F は式(2.92)と式(2.48)の比を取ることにより得られる．すなわち，

$$E_F = e^{\nu^2} N_0 / \sqrt{2}\left\{(1+a)^4 + a^4 e^{-\nu^2}\right\} \tag{2.94}$$

ここに，

$$\begin{aligned} N_0 = {} & (1+2\sqrt{2})(1+a)^4 + 2\sqrt{2}\, a^2(1+a)^2 \\ & \cdot\left\{(1-\mathrm{erf}\,\nu) + 4e^{-\frac{3}{4}\nu^2}\left(1-\mathrm{erf}\,\frac{\nu}{2}\right)\right\} \\ & + 2(1+\sqrt{2})\, a^2(1+a)^2 e^{-\nu^2} \\ & + (2\sqrt{2} + e^{-\nu^2})\, a^4 e^{-\nu^2} \end{aligned} \tag{2.95}$$

ただし，$a=a_1=a_2$，$\beta \gg 1$ としている．図2．11に $(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F と入力SN比 a の関係を示す．図にも見られるように ν が大，すなわち遅延時間が大きくなるに従って誤差はいくらでも大きくなる．これは，a_1，a_2 と $\rho(\tau)$，$\rho(\xi)$ などは切離して考えることはできないにもかかわらず，a_1，a_2 の方だけの置き換えを行なって $\rho(\tau)$，$\rho(\xi)$ などは考慮に入れていないために式(2.94)の分子に $\exp(\nu^2)$ が生じることに起因する．そこで，式(2.91)においてさらに，$\rho(\tau)\to\rho^2(\tau)$，$\rho(\xi)\to\rho^2(\xi)$，$\rho(\xi\pm\tau)\to\rho^2(\xi\pm\tau)$ なる置き換えを行なうことが望ましい．このような補正を行なった場合の誤差 E_F' は

$$E_F' = N_0 / \left\{ (1+a)^4 + a^4 e^{-2\nu^2} \right\} \qquad (2.96)$$

となる．ここに，N_0 は式（2.95）で与えられる．

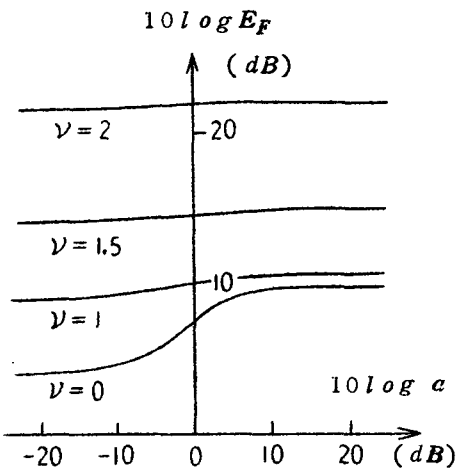


図2．11　$(S/N)_F$ の $(S/N)_0$ に対する誤差 E_F と入力SN比 a の関係（$\beta \gg 1$）

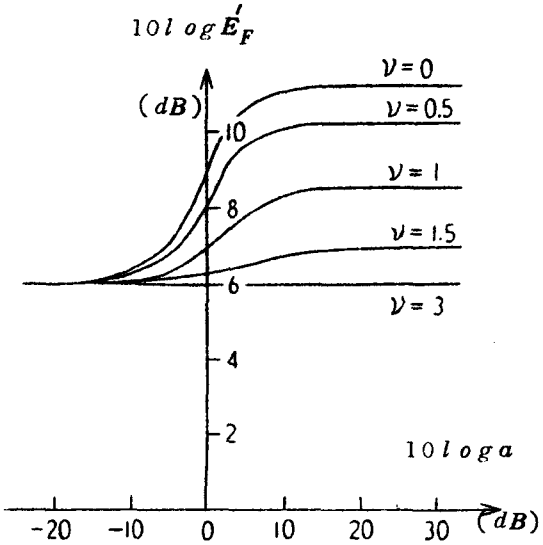


図2．12　補正を行った場合の誤差 E_F' と入力SN比 a の関係（$\beta \gg 1$）

図2．12に補正を行なった場合の E_F' と入力SN比 a との関係を示す．補正を行なうことにより遅延時間による誤差の増大は消えるが，逆に遅延時間が零のときには幾分誤差が多くなることがみられる．また，遅延時間が零の場合には補正を行なっても行なわなくても入力SN比が大きいときには最大10 dB程度の誤差を生じる．

2．6　結　　言

本章では，AM相関システムの入力信号および雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合の出力SN比の特性を明らかにし，また従来の

近似解析結果との比較を行なっている．その結果，次のことが判明した．

(i) Bendatの行った近似解析は入力信号と雑音の変調積成分の無視できなくなる入力SN比が0 dB付近において，9 dB程度の誤差を生ずる．

(ii) 藤本の行なった近似解析は入力信号の遅延時間が大きくなるに従って誤差も増大し，補正を行なった場合でも入力SN比が大きいときには10 dB程度の誤差を生ずる．

また，出力SN比の特性をまとめて示すと次のようになる．

(i) 出力SN比は遅延時間が短くなる程，良好となり，遅延がないときには最大値を取る．

(ii) 観測時間が長くなるにつれて，出力SN比は上昇し，等価平均時間より長くなるとSN比は飽和する．したがって，等価平均時間を観測時間の目安にすることができる．

(iii) 入力SN比a_1，a_2が大きいときには，出力SN比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$ $(S/N)_0''$ は共にa_1，a_2に無関係な一定値を取り，逆にa_1，a_2が小さいときにはa_1，a_2の自乗に比例して上昇する．

(iv) 入力信号の帯域幅と積分フィルタの時定数の積βが大きいときには，$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$はβに比例して大となるが，$(S/N)_0''$はβを大きくしても約-5 dBよりは大きくならない．逆にβが小さいときには$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$，$(S/N)_0''$は共にβに無関係な一定値を取る．

さらに本章では，出力の電力スペクトル密度も求め，βおよびa_1，a_2による変化の模様を示した．これにより，出力SN比の特性の解析に対する有効な手段が得られた．

第3章　AM相関システムの出力SN比[48],[84],[85]

—(II) AM信号の場合—

3.1 緒　　言

前章においては，AM相関システムの入力信号が無変調のガウス形ランダム信号である場合の出力SN比を解析したが，振幅変調（AM）信号を入力信号とする場合のAM相関システムの出力SN比に関しては著者らの研究[48],[84]があるのみである．しかも，それらは検波器出力における直流分を除去しない場合の解析であって，直流分を除去した場合の解析は，まだ発表されていない．しかるに，ガウス形ランダム信号の場合に比べてAM信号の場合の方が直流分に対する影響は大きい．

したがって，本章ではガウス形ランダム信号で振幅変調された信号を入力信号とするAM相関システムの出力SN比を，直流分を除去した場合としない場合の両方について求めその特性を比較することにする．[85] また，ガウス形ランダム信号でなく，正弦波により振幅変調された入力信号に対する場合についても解析を行なう．このような解析は，システムの基本特性を理解する上においても有効である．なお，長距離の無線回線を通して連続波を伝送する際には伝播媒体の不規則な変動によりレーレー・フェージングが生じるが，この種のフェージングを無相関にする技術としてダイバーシティ方式があることは良く知られている．本章で扱っているシステムは2個のアンテナにより受信する場合にはPost-detection形の空間ダイバーシティ[17],[86],[87]の一種と考えられる．また，二つの信号の搬送周波数が異なる場合には周波数ダイバーシティでもある．

3.2 ガウス形ランダム変調信号の場合の出力SN比

3.2.1 信号出力および雑音出力

図2.1に示されるAM相関システムの入力1および2における信号$s_1(t)$，$s_2(t)$は共にAM信号と仮定する．すなわち，$s_1(t)$は平均値0の定常低周波ガウス形ランダム信号$\mu_1(t)$により振幅変調された信号，$s_2(t)$は時間が$s_1(t)$

よりτだけずれた信号とすると，それぞれ次式で表わされる．

$$s_1(t) = A\left\{1+\mu_1(t)\right\}\cos\omega_0 t = M_1(t)\cos\omega_0 t \qquad (3.1)$$

$$s_2(t) = s_1(t-\tau) = A\left\{1+\mu_2(t)\right\}\cos\omega_0(t-\tau)$$

$$= M_2(t)\cos\omega_0(t-\tau) \qquad (3.2)$$

ただし，Aは正弦搬送波の振幅，$\omega_0 = 2\pi f_0$は正弦搬送波の角周波数である．また，

$$\left.\begin{aligned}\mu_2(t) &= \mu_1(t-\tau)\\ M_i(t) &= A\left\{1+\mu_i(t)\right\}, \quad (i=1,\ 2)\end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

また，入力雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$は，前章と同様にたがいに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランダム雑音とする．

入力1における信号と雑音の合成波は，式（3．1），（2．3）より次式となる．

$$s_1(t)+n_1(t) = \sqrt{\left\{M_1(t)+x_{n1}(t)\right\}^2 + y_{n1}^2(t)}$$
$$\cdot\cos\left\{\omega_0 t + \tan^{-1}\frac{y_{n1}(t)}{M_1(t)+x_{n1}(t)}\right\} \qquad (3.4)$$

2乗則包絡線検波器は入力の自乗の低周波成分に比例した出力を与えるから，式（3．4）の入力に対する検波器出力$f_1(t)$は，

$$f_1(t) = \frac{c}{2}\left[\left\{M_1(t)+x_{n1}(t)\right\}^2 + y_{n1}^2(t)\right] \qquad (3.5)$$

となる．ここに，cは比例定数である．同様にして，入力2に対する検波器出力は次式で与えられる．

$$f_2(t-\tau) = \frac{c}{2}\left[\left\{M_2(t)+x_{n2}(t-\tau)\right\}^2 + y_{n2}^2(t-\tau)\right] \qquad (3.6)$$

出力の直流分は前章と同様に次式により与えられる．

$$z(\tau) = R(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1)\, dt_1 \qquad (3.7)$$

ただし，

$$R(\tau) = < f_1(t)\ f_2(t-\tau) > \qquad (3.8)$$

式（3．8）は，$n_1(t)$，$n_2(t)$ がたがいに統計的に独立であることから，

$$R(\tau) = << f_1(t) >_{n1} \cdot < f_2(t-\tau) >_{n2} >_{\mu} \qquad (3.9)$$

となる．ただし，$< \ >_{n1}$，$< \ >_{n2}$ は $n_1(t)$，$n_2(t)$ に関する平均を，$< >_{\mu}$ は変調信号に関する平均を意味する．式（3.9）の中の $< f_1(t) >_{n1}$，$< f_2(t-\tau) >_{n2}$ は各入力の検波器出力の雑音に関する平均値で，式（3．5），（3．6）より次式となる[88]．

$$< f_1(t) >_{n1} = \frac{c}{2} \left\{ M_1^2(t) + 2N_1 \right\} \qquad (3.10)$$

$$< f_2(t-\tau) >_{n2} = \frac{c}{2} \left\{ M_2^2(t) + 2N_2 \right\} \qquad (3.11)$$

ここに，N_1，N_2 は雑音 $n_1(t)$，$n_2(t)$ の平均電力である．したがって，式（3.9）は式（3．3），（3.10），（3.11）により，

$$R(\tau) = \frac{c^2}{4} < \left[A^2 \left\{ 1 + \mu_1(t) \right\}^2 + 2N_1 \right] \cdot \left[A^2 \left\{ 1 + \mu_2(t) \right\}^2 + 2N_2 \right] >_{\mu} \qquad (3.12)$$

となる．式（3.12）は平均値０のガウス形ランダムプロセス $\mu_1(t)$，$\mu_2(t)$ に関する高次のモーメントを含むが，それらは第１篇の公式（2.11）を用いれば，次の２次モーメントの組合わせで表わすことができる．

$$\left.\begin{aligned} &< \mu_1^2(t) >_{\mu} = < \mu_2^2(t) >_{\mu} = S \\ &< \mu_1(t)\ \mu_2(t) >_{\mu} = \int_0^{\infty} G_{\mu}(f) \cos 2\pi f\tau\ df = S\ \rho_{\mu}(\tau) \end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

ここに，Sは変調信号の平均電力，$G_\mu(f)$は変調信号の電力スペクトル密度，および$\rho_\mu(\tau)$は変調信号の正規化自己相関関数である．
式(3.13)，第1篇の式(2.11)を用いて式(3.12)を計算すると$R(\tau)$が求まる．

$$R(\tau)=\frac{c^2}{4}\Big[2A^4\{S^2\rho_\mu^2(\tau)+2S\rho_\mu(\tau)\}+A^4(1+S)^2 + 2A^2(N_1+N_2)(1+S)+4N_1N_2\Big] \tag{3.14}$$

序論で述べた定義に従えば，式(3.14)の第1項のみを式(3.7)に代入すれば出力の信号成分が求まる．したがって，出力の信号電力はフィルタの自己相関数$W(\xi)$を用いると次式となる．

$$R_s^2(\tau)=\frac{c^4}{4}A^8\{S^2\rho_\mu^2(\tau)+2S\rho_\mu(\tau)\}^2\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi \tag{3.15}$$

一方，出力の雑音電力は前章と同様に，次式により求められる．

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{\infty}\{R_M(\tau,\xi)-R^2(\tau)\}W(\xi)\,d\xi \tag{3.16}$$

ここで，$R_M(\tau,\xi)$は雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$が統計的に独立であることにより，次式のように表現できる．

$$R_M(\tau,\xi)=\langle\langle f_1(t)\,f_1(t-\xi)\rangle_{n1}\cdot\langle f_2(t-\tau)\,f_2(t-\tau-\xi)\rangle_{n2}\rangle_\mu \tag{3.17}$$

ここに，$f_1(t)$，$f_2(t-\tau)$は式(3.5)，(3.6)で与えられる．
式(3.17)は第1篇の公式(2.11)を用いて$\langle\ \rangle_{n1}$，$\langle\ \rangle_{n2}$を計算した後に，$\langle\ \rangle_\mu$を計算することにより求められる．その結果と式(3.14)を式(3.16)に代入すると，出力雑音電力は次式となる．

$$\sigma^2=c^4N_1^2N_2^2\int_{-\infty}^{\infty}r_{MN}(\tau,\xi)W(\xi)\,d\xi \tag{3.18}$$

ただし，$r_{MN}(\tau,\xi)$ は掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で付録の式（A．1）で与えられる．

3．2．2　出力SN比

出力SN比$(S/N)_0$は式（3.15）で与えられる信号電力$R_s^2(\tau)$と，式（3.18）で与えられる雑音電力σ^2の比を取ることにより求まる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0=\frac{R_s^2(\tau)}{\sigma^2}=\frac{4a_1^2a_2^2\left\{S^2\rho_\mu^2(\tau)+2S\rho_\mu(\tau)\right\}^2\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty}r_{MN}(\tau,\xi)W(\xi)\,d\xi} \qquad (3.19)$$

ここに，a_1，a_2は各入力のCN比（Carrier-to-Noise Ratio）で式（A．2）で与えられ，また，$r_{MN}(\tau,\xi)$は式（A．1）で与えられている．
式（3.19）は変調信号および各入力雑音がともにガウス形ランダムプロセスである場合のAM相関システムの出力SN比の一般式で，入力の自己相関関数$\rho_\mu(\xi)$，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$および積分フィルタの自己相関関数$W(\xi)$の関数として表現されている．

つぎに，$\rho_\mu(\xi)$，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$，$W(\xi)$を具体的に定めて，出力SN比を算出することにする．いま，変調信号$\mu_1(t)$の電力スペクトル密度$G_\mu(f)$および入力雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$の電力スペクトル密度$G_{n1}(f)$，$G_{n2}(f)$を共に，次式のようにガウス形と仮定する．

$$G_\mu(f)=\frac{2S}{B\sqrt{2\pi}}\exp(-f^2/2B^2),\quad (f\geqq 0) \qquad (3.20)$$

$$G_{ni}(f)=\frac{N_i}{B\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-(f-f_0)^2/2B^2\right\},\ (f\geqq 0,\ f_0\gg B,\ i=1,2) \qquad (3.21)$$

ここに，Bは$\mu_1(t)$，$n_1(t)$，$n_2(t)$の実効帯域幅である．式（3.20），（3.21）をそれぞれ式（3.13），（A．2）に代入すると，

$$\rho_\mu(\xi)=\rho_{n1}(\xi)=\rho_{n2}(\xi)=e^{-2(\pi B\xi)^2} \qquad (3.22)$$

となる．さらに積分フィルタとして，RC低周波フィルタを仮定すると，フィルタの自己相関関数$W(\xi)$は第1篇の式(2.25)により与えられる．したがって式(3.22)と第1篇の式(2.25)を式(3.19)に代入すると$(S/N)_0$は次式となる．ただし，$\tau=0$とする．

$$(S/N)_0=\beta\left\{2a_1a_2S(S+2)(1-e^{-a/\beta})\right\}^2/N_{AM} \tag{3.23}$$

ここに，

$$\begin{aligned}N_{AM}=&\,8a_1^2a_2^2\{2Sp_1+3S^2(4p_1+3p_2)\\&+6S^3(3p_1+3p_2+2p_3)+3S^4(3p_2+p_4)\}\\&+2a_1a_2(a_1+a_2)\{p_1+S(14p_1+9p_2)\\&+3S^2(11p_1+10p_2+6p_3)+3S^3(7p_2+2p_4)\}\\&+4a_1a_2\{(2p_1+p_2)+4S(2p_1+2p_2+p_3)+2S^2(4p_2+p_4)\}\\&+(a_1^2+a_2^2)\{p_2+2S(2p_1+p_2+2p_3)+S^2(3p_2+2p_4)\}\\&+2(a_1+a_2)\{(p_1+p_2+p_3)+S(2p_2+p_4)\}\\&+(2p_2+p_4)\end{aligned} \tag{3.24}$$

ここに，p_k,$(k=1\sim4)$は第1篇の式(2.27)において$k=1\sim4$とおいたもので与えられる．またα，βは第1篇の式(2.29)で与えられる．

ここで，変調信号の平均電力Sと変調度の関連について述べることにする．変調信号$\mu_1(t)$をガウス形ランダムプロセスと仮定しているから，確率的には，$-\infty\sim+\infty$の領域で変化して過変調を生じるわけであるが，いまかりに，$\mu_1(t)$が実効値の3倍，すなわち$\pm3\sqrt{S}$の範囲内に存在する確率を求めると99.7%となり，$\mu_1(t)$はほぼこの範囲内で変化しているとみて差つかえない．したがって，$3\sqrt{S}=1$のときを100%変調とすると過変調となる確率はわずかに0.3%である．そこで，

$$\lambda=3\sqrt{S} \tag{3.25}$$

とおいて，このλを変調度と定義することにする．$\alpha \gg \beta$の場合の入力CN比$a \equiv a_1 = a_2$と出力SN比$(S/N)_0$の関係を図3．1，3．2に実線で示す．ただし，図3．1では$\lambda=1$，図3．2では$\beta=10^5$としている．

ここで，$\beta \gg 1$（$\alpha \gg \beta$）のときの近似式を求めるとつぎのようになる．

(1) a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

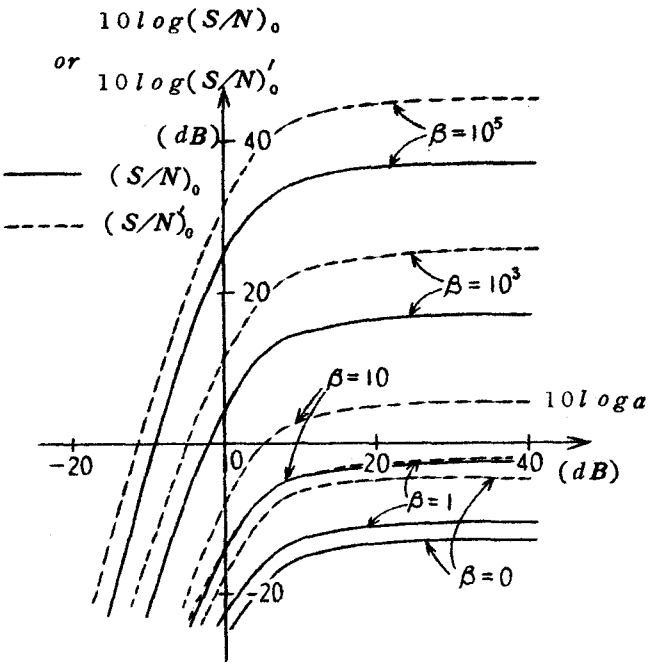


図3．1　出力SN比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$と入力CN比aの関係（$\lambda=1$）

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta S(S+2)^2 \Big/ 2\left\{2p_1 + 3S(4p_1 + 3p_2) + 6S^2(3p_1 + 3p_2 + 2p_3) + 3S^3(3p_2 + p_4)\right\} \tag{3.26}$$

$\lambda \ll 1$ のときは，$(S/N)_0 \simeq \lambda^2 \beta / 9p_1$　(3.27)

(2) a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta\left\{2a_1a_2S(S+2)\right\}^2 \Big/ (2p_2 + p_4) \tag{3.28}$$

$\lambda \ll 1$ のときは，$(S/N)_0 \simeq \beta a_1^2 a_2^2 \lambda^4 / 5(2p_2 + p_4)$　(3.29)

ここに，

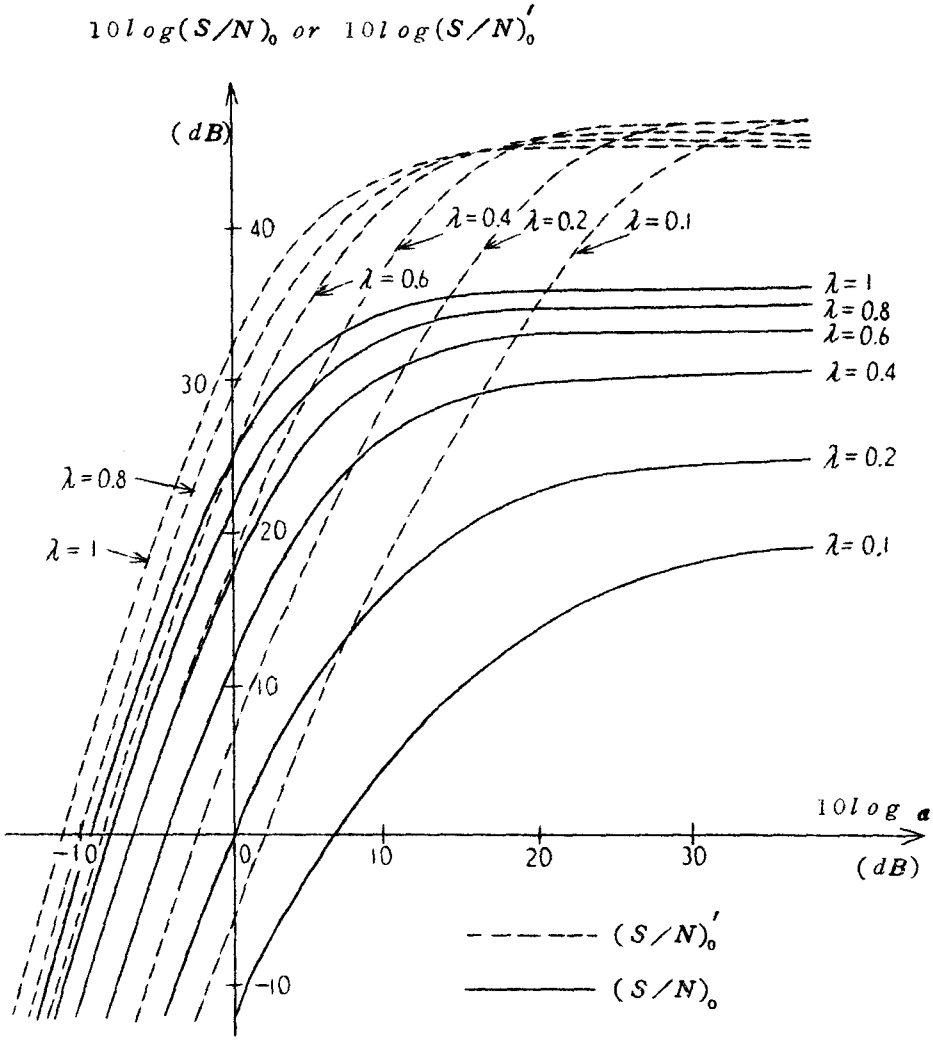


図３．２　出力ＳＮ比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$と入力ＣＮ比αの関係（$\beta=10^5$）

$$p_k=\sqrt{\frac{\pi}{2k}} \tag{3.30}$$

すなわち，図にもみられるように，入力雑音の帯域幅と積分フィルタの時定

数の積βが大きいときには，出力SN比はβに比例して大きくなる．また，入力CN比が大きいときには，出力SN比は入力CN比に無関係な一定値を取り，変調度の自乗に比例（ただし，変調度が小さいとき）するが，入力CN比が小さいときには，各入力CN比の自乗に比例し，変調度の4乗に比例（ただし，変調度が小さいとき）する．

3.2.3 直流分除去回路を含む場合の出力SN比

図2.1に点線で示されるような直流分除去回路を含む場合のAM相関システムの出力を$z'(t,\tau)$とすると，これは次式により与えられる．

$$z'(t,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\{f_1(t-t_1)-\langle f_1(t)\rangle\}$$

$$\cdot\{f_2(t-\tau-t_1)-\langle f_2(t-\tau)\rangle\}\,h(t_1)\,dt_1 \qquad (3.31)$$

出力の直流分$z'(\tau)$は，式(3.31)を平均することにより求めることができる．すなわち，

$$z'(\tau)=R'(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1)\,dt_1 \qquad (3.32)$$

ここに，

$$R'(\tau)=\frac{c^2}{2}A^4\{S^2\rho_\mu^2(\tau)+2S\rho_\mu(\tau)\} \qquad (3.33)$$

式(3.33)を式(3.14)と比較すると，$R'(\tau)$は$R(\tau)$のうちのτに関する成分のみを表わしていることがわかる．したがって，序論で述べた出力信号の定義により$z'(\tau)$は出力の信号成分に等しく，

$$z'(\tau)=R_s(\tau) \qquad (3.34)$$

である．すなわち，直流分除去回路を含むAM相関システムにおいては，出力直流分がそのまま信号成分として観測できる．ところが，直流分除去回路

を含まないような普通のAM相関システムにおいては，出力直流分のうちτに関する項のみを信号成分として観測するには直流レベルの較正が必要となり不便である[40].

一方，出力雑音電力σ'^2は次式により求められる．

$$\sigma'^2 = \langle z'^2(t,\tau)\rangle - z'^2(\tau) \tag{3.35}$$

式(3.35)に，式(3.31)，(3.32)を代入し，さらに$W(\xi)$を用いると

$$\sigma'^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ R'_M(\tau,\xi) - R'^2(\tau) \right\} W(\xi)\, d\xi \tag{3.36}$$

となる．ここに，

$$R'_M(\tau,\xi) = \langle \left\{ f_1(t) - \langle f_1(t)\rangle \right\} \left\{ f_2(t-\tau) - \langle f_2(t-\tau)\rangle \right\} \cdot \left\{ f_1(t-\xi) - \langle f_1(t)\rangle \right\} \left\{ f_2(t-\tau-\xi) - \langle f_2(t-\tau)\rangle \right\} \rangle \tag{3.37}$$

σ'^2は式(3.18)と同様にして求めることができ，次式となる．

$$\sigma'^2 = c^4 N_1^2 N_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} r'_{MN}(\tau,\xi)\, W(\xi)\, d\xi \tag{3.38}$$

ただし，$r'_{MN}(\tau,\xi)$ は直流分除去回路を含む場合の掛算器出力の雑音成分の正規化自己相関関数で付録の式(A.3)で与えられる．

式(3.34)より信号電力は$R_s^2(\tau)$に等しいから，式(3.15)と式(3.38)の比を取ることにより，直流分除去回路を含む場合の出力SN比$(S/N)'_0$が求まる．すなわち，

$$\left(\frac{S}{N}\right)'_0 = 4\, a_1^2 a_2^2 \left\{ S^2 \rho_\mu^2(\tau) + 2\, S\, \rho_\mu(\tau) \right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\, d\xi \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} r'_{MN}(\tau,\xi) W(\xi)\, d\xi \tag{3.39}$$

ここで，3.2.2で仮定したのと同様に，変調信号および入力雑音の電力ス

ベクトル密度をガウス形，積分フィルタをＲＣ低周波フィルタとし，かつ$\tau=0$とすると，$(S/N)_0'$は次式となる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = \beta\left\{2a_1a_2S(S+2)(1-e^{-\alpha/\beta})\right\}^2 \Big/ N_{AM}' \qquad (3.40)$$

ここに，

$$\begin{aligned} N_{AM}' = {} & 8a_1^2a_2^2\left\{4S^2p_2+4S^3(2p_1+2p_2+3p_3)\right. \\ & \left.+S^4(4p_2+3p_4)\right\}+4a_1a_2(a_1+a_2)\left\{2Sp_2\right. \\ & \left.+S^2(2p_1+4p_2+9p_3)+S^3(2p_2+3p_4)\right\} \\ & +4a_1a_2\left\{p_2+2S(p_2+p_3)+S^2(p_2+2p_4)\right\} \\ & +2(a_1^2+a_2^2)(2Sp_3+S^2p_4) \\ & +2(a_1+a_2)(p_3+Sp_4)+p_4 \end{aligned} \qquad (3.41)$$

ただし，p_k，$(k=1\sim4)$は第１篇の式(2.27)で与えられる．式(3.40)より求めた出力ＳＮ比$(S/N)_0'$と入力ＣＮ比$a\equiv a_1=a_2$の関係を図３．１，３．２に点線で示す．ただし，図３．１では，$\lambda=1$ $(\alpha\gg\beta)$，図３．２では，$\beta=10^5$ $(\alpha\gg\beta)$としている．

式(3.40)において，$\beta\gg1$ $(\alpha\gg\beta)$とすると，つぎの近似式が得られる．

(1) a_1，$a_2\gg1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq \beta(S+2)^2 \Big/ 2\left\{4p_2+4S(2p_1+2p_2+3p_3)+S^2(4p_2+3p_4)\right\} \qquad (3.42)$$

$\lambda\ll1$ のときは，$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq \beta/2p_2$ (3.43)

(2) a_1，$a_2\ll1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq \beta\left\{2a_1a_2S(S+2)\right\}^2/p_4 \qquad (3.44)$$

$\lambda \ll 1$ のときは，$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq \beta\, a_1^2\, a_2^2\, \lambda^4/5\, p_4$ (3.45)

ここに，p_k，（$k=1\sim4$）は式（3.30）で与えられる．図3．1，3．2に認められるように，直流分除去回路を含む場合の出力SN比は，直流分除去回路を含まない場合の出力SN比より，かなり良好となる．式（3.42）～（3.45）からも分かるように，直流分除去回路をそう入しても出力SN比のa_1，a_2，βおよびa_1，$a_2 \ll 1$の場合のλに関する特性は変らないが，a_1，$a_2 \gg 1$の場合の$(S/N)_0$が変調度の自乗に比例したのに対して，$(S/N)_0'$は変調度に無関係な一定値を取る（ただし，変調度が小のとき）．

3．2．4　出力の電力スペクトル密度

出力の電力スペクトル密度を求める前に，まず掛算器出力の電力スペクトル密度を求める．直流分除去回路を含まない場合の掛算器出力の電力スペクトル密度$G_M(f)$は式（2.77）により求められ，次式のようになる．ただし，$\tau=0$としている．

$$\begin{aligned}
\frac{8\pi B}{c^4A^8}\cdot G_M(f) &= 4\pi S^2(S+2)^2\delta\left(\frac{f}{B}\right) + 8\left\{2SP_1 + 3S^2(4P_1+3P_2)\right.\\
&\left. + 6S^3(3P_1+3P_2+2P_3) + 3S^4(3P_2+P_4)\right\}\\
&+ 2\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)\left\{P_1 + S(14P_1+9P_2) + 3S^2(11P_1+10P_2+6P_3) + 3S^3(7P_2+2P_4)\right\}\\
&+ \frac{4}{a_1a_2}\left\{2P_1 + P_2 + 4S(2P_1+2P_2+P_3) + 2S^2(4P_2+P_4)\right\}\\
&+ \left(\frac{1}{a_1^2}+\frac{1}{a_2^2}\right)\left\{P_2 + 2S(2P_1+P_2+2P_3) + S^2(3P_2+2P_4)\right\}\\
&+ \frac{2}{a_1a_2}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)\left\{P_1+P_2+P_3+S(2P_2+P_4)\right\}\\
&+ \frac{1}{a_1^2a_2^2}(2P_2+P_4) \qquad (3.46)
\end{aligned}$$

ここに，

$$P_k = \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \exp\left\{-\frac{1}{2k}\left(\frac{f}{B}\right)^2\right\}, \quad (k=1\sim4) \tag{3.47}$$

一方，直流分除去回路を含む場合の掛算器出力の電力スペクトル密度 $G'_M(f)$ は次式により求められる．

$$G'_M(f) = 4\int_0^\infty R'_M(\tau, \xi)\cos 2\pi f\xi \, d\xi \tag{3.48}$$

式（3.48）により $G'_M(f)$ は次式となる．ただし，$\tau = 0$ としている．

$$\begin{aligned}
\frac{8\pi B}{c^4 A^8}\cdot G'_M(f) &= 4\pi S^2(S+2)^2\delta\left(\frac{f}{B}\right) \\
&+8S^2\left\{4P_2+4S(2P_1+2P_2+3P_3)+S^2(4P_2+3P_4)\right\} \\
&+4\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)\left\{2SP_2+S^2(2P_1+4P_2+9P_3)+S^3(2P_2+3P_4)\right\} \\
&+2\left(\frac{1}{a_1^2}+\frac{1}{a_2^2}\right)(2SP_3+S^2P_4)+\frac{4}{a_1a_2}\left\{P_2+2S(P_2+2P_3)\right. \\
&\left.+S^2(P_2+2P_4)\right\}+\frac{2}{a_1a_2}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)(P_3+SP_4)+\frac{1}{a_1^2a_2^2}P_4
\end{aligned} \tag{3.49}$$

式（3.46），（3.49）の第1項は共に信号成分の電力スペクトル密度で，第2項以下はすべて雑音成分の電力スペクトル密度である．

図3．3に式（3.46）より求めた $G_M(f)$ を実線で，式（3.49）より求めた $G'_M(f)$ を点線で示す．ただし，a_1，$a_2 \gg 1$ としている．

つぎに出力の電力スペクトル密度を求める．直流分除去回路を含まない場合と含む場合の出力電力スペクトル密度をそれぞれ $G_0(f)$，$G'_0(f)$ とすると，これらは式（2.76），（2.79）により次式で与えられる．

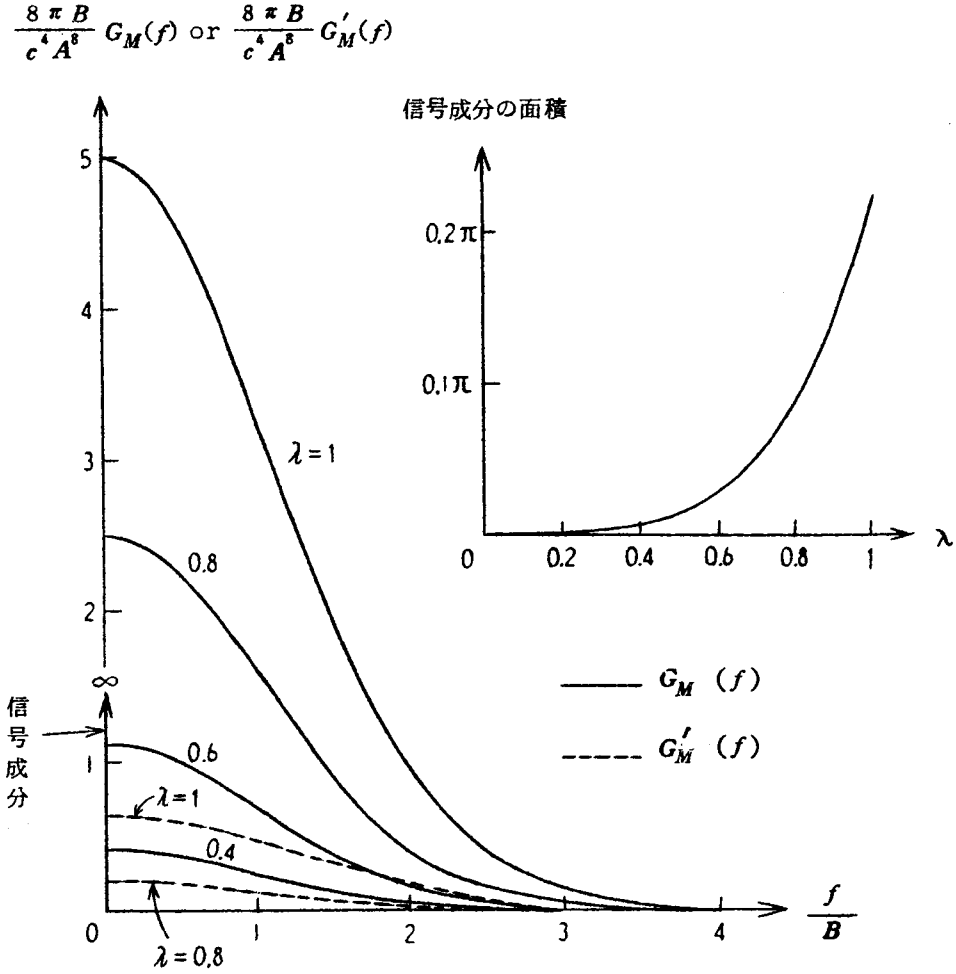


図３．３　掛算器出力の電力スペクトル密度（a_1，$a_2 \gg 1$）

$$G_0(f) = G_M(f) \Big/ \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \tag{3.50}$$

$$G'_0(f) = G'_M(f) \Big/ \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \tag{3.51}$$

ここに，$G_M(f)$，$G'_M(f)$ はそれぞれ式（3.46），（3.49）により与えられる

図３．４に式(3.50)，(3.51)より求めた $G_0(f)$ を実線で，$G_0'(f)$ を点線で示す．ただし，$a_1 = a_2 = 1, \lambda = 1$ とする．

図３．４に見られるように，β に対する出力電力スペクトル密度の傾向は前章で扱ったガウス形ランダム信号の場合と同様である．式(3.50)，(3.51)からも分かるように $\beta = 0$ の場合の出力の電力スペクトル密度は掛算器出力の電力スペクトル密度に等しい．したがって，β が大きい場合の λ による変化の模様も図３．３と同様の傾向となる．図３．３と図３．４の実線と点線を比べることにより，直流分除去回路を挿入することによりいかに出力雑音が減少し，したがって出力 SN 比が改善されるかが理解できる．

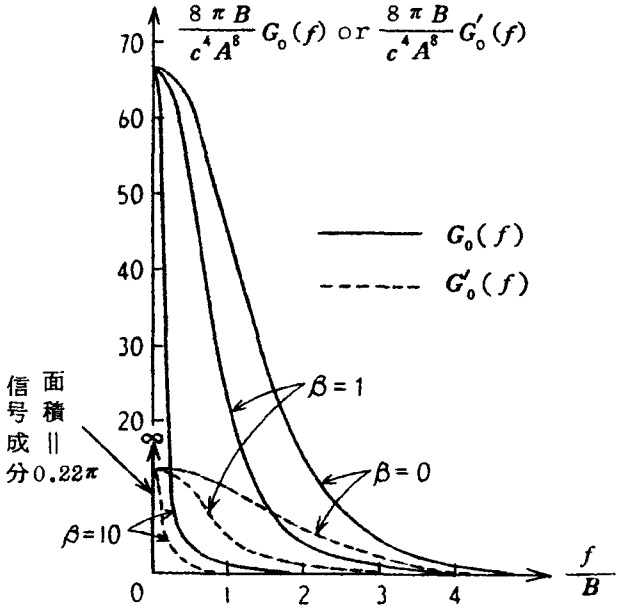


図３．４　出力の電力スペクトル密度
（$a_1 = a_2 = 1$，$\lambda = 1$）

３．３　正弦波変調信号の場合の出力 SN 比

３．３．１　出力 SN 比

前節では入力信号 $s_1(t)$，$s_2(t)$ としてガウス形ランダム信号で振幅変調された信号を仮定したが，本節では次式のように正弦波で振幅変調された信号を考える．

$$s_1(t) = A\left\{1 + m\cos\omega_a t\right\}\cos\omega_0 t \tag{3.52}$$

$$s_2(t) = A\left\{1 + m\cos\omega_a (t-\tau)\right\}\cos\omega_0 (t-\tau) \tag{3.53}$$

ただし，A：正弦搬送波の振幅，m：変調度，$\omega_0 = 2\pi f_0$：正弦搬送波の角周波数，$\omega_a = 2\pi f_a$：変調信号の角周波数．

また、入力雑音 $n_1(t)$，$n_2(t)$ は前節と同様に定常狭帯域ガウス形ランダム雑音と仮定する．

出力SN比の一般式は前節までの解析と同様にして求めることができる．直流分除去回路を含まない場合には，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{\left\{a_1 a_2 m^2 \left(2\cos\omega_a\tau + \frac{m^2}{8}\cos 2\omega_a\tau\right)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi} \tag{3.54}$$

となる．ここに，$r_{MN}(\tau,\xi)$ は付録の式（A．4）で与えられる．

直流分除去回路を含む場合には，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = \frac{\left\{a_1 a_2 m^2 \left(2\cos\omega_a\tau + \frac{m^2}{8}\cos 2\omega_a\tau\right)\right\}^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} r_{MN}'(\tau,\xi)\,W(\xi)\,d\xi} \tag{3.55}$$

となる．ここに，$r_{MN}'(\tau,\xi)$ は付録の式（A．5）で与えられる．

ここで，$n_1(t)$，$n_2(t)$ が式(3.21)に示されるようなガウス形の電力スペクトル密度を持つものとし，かつ積分フィルタとしてRC低周波フィルタを仮定すると式(3.54)，(3.55)はそれぞれ次のようになる．ただし，$\tau = 0$とする．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left\{a_1 a_2 m^2 \left(2 + \frac{m^2}{8}\right)\right\}^2 \Big/ \frac{\sigma^2}{c^4 N_1^2 N_2^2} \tag{3.56}$$

ここに，

$$\sigma^2 / c^4 N_1^2 N_2^2 = a_1^2 a_2^2 \Big[8m^2 L_1 + \frac{m^4}{2}\left\{24 L_1 + 9 L_2\right\}$$

$$+ \frac{m^6}{2}\left\{9 L_1 + 3 L_2 + L_3\right\} + \frac{m^8}{128}\left\{16 L_2 + L_4\right\}\Big]$$

$$+ a_1 a_2 (a_1 + a_2)\left[8 m^2 L_1 + \frac{m^4}{2}\{12 L_1 + 3 L_2\} + \frac{m^6}{4} L_2 \right]$$

$$+ 2 a_1 a_2 (a_1 + a_2)\left[P_1 + \frac{m^2}{2}\{6 P_1 + 9 Q_{11}\} + \frac{m^4}{8}\{18 P_1 + 18 Q_{11} + 9 Q_{21}\} \right.$$

$$\left. + \frac{m^6}{32}\{9 Q_{11} + Q_{31}\} \right]$$

$$+ (a_1^2 + a_2^2)\left(2 m^2 L_1 + \frac{m^4}{8} L_2 \right) + (a_1^2 + a_2^2)\left[P_2 + m^2\{P_2 + 2 Q_{12}\} \right.$$

$$\left. + \frac{m^4}{8}\{2 P_2 + Q_{22}\} \right]$$

$$+ 4 a_1 a_2 \left[2 P_1 + 3 m^2 \{P_1 + Q_{11}\} + \frac{3}{4} m^4 Q_{11} \right] + a_1 a_2 \left[4 m^2 L_1 + \frac{m^4}{4} L_2 \right]$$

$$+ 4 a_1 a_2 \left[P_2 + m^2 \{P_2 + 2 Q_{12}\} + \frac{m^4}{8}\{P_2 + Q_{22}\} \right]$$

$$+ 2 (a_1 + a_2)\left[P_1 + P_3 + \frac{m^2}{2}\{Q_{11} + Q_{13}\} \right] + (a_1 + a_2)(2 + m^2) P_2$$

$$+ 2 P_2 + P_4 \tag{3.57}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' = \left\{ a_1 a_2 m^2 \left(2 + \frac{m^2}{8} \right) \right\}^2 \Big/ \frac{\sigma'^2}{c^4 N_1^2 N_2^2} \tag{3.58}$$

ここに，

$$\sigma'^2 / c^4 N_1^2 N_2^2 = a_1^2 a_2^2 \left[2 m^4 L_2 + \frac{m^6}{2}\{L_1 + L_3\} + \frac{m^8}{128} L_4 \right]$$

$$+ 2 a_1 a_2 (a_1 + a_2)\left[2 m^2 P_1 + \frac{m^4}{8}\{8 P_1 + 4 Q_{11} + 9 Q_{21}\} + \frac{m^6}{32}\{Q_{11} + Q_{31}\} \right]$$

$$+ \frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2)\left[P_2 + m^2\{P_2 + 4 Q_{12}\} + \frac{m^4}{4}\{P_2 + Q_{22}\} \right]$$

$$+ 4 a_1 a_2 \left[P_2 + m^2 \{P_2 + 2 Q_{12}\} + \frac{m^4}{8}\{2 P_2 + Q_{22}\} \right]$$

$$+ 2 (a_1 + a_2)\left(P_3 + \frac{m^2}{2} Q_{13} \right) + P_4 \tag{3.59}$$

ただし，

$$L_n = 1 / (1 + n^2 \varepsilon^2 \beta^2), \quad (n = 1 \sim 4) \tag{3.60}$$

$$P_k = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{\frac{1}{2k\beta^2}} \left\{ 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2k}\beta} \right) \right\}, \quad (k = 1 \sim 4) \tag{3.61}$$

$$Q_{nk} = \int_0^\infty e^{-k\frac{\beta^2}{2}y^2 - y} \cos n \varepsilon \beta y \, dy, \quad (n, k = 1 \sim 3) \tag{3.62}$$

また，ε は変調周波数を入力雑音の帯域幅で正規化したもので，次式により与えられる．

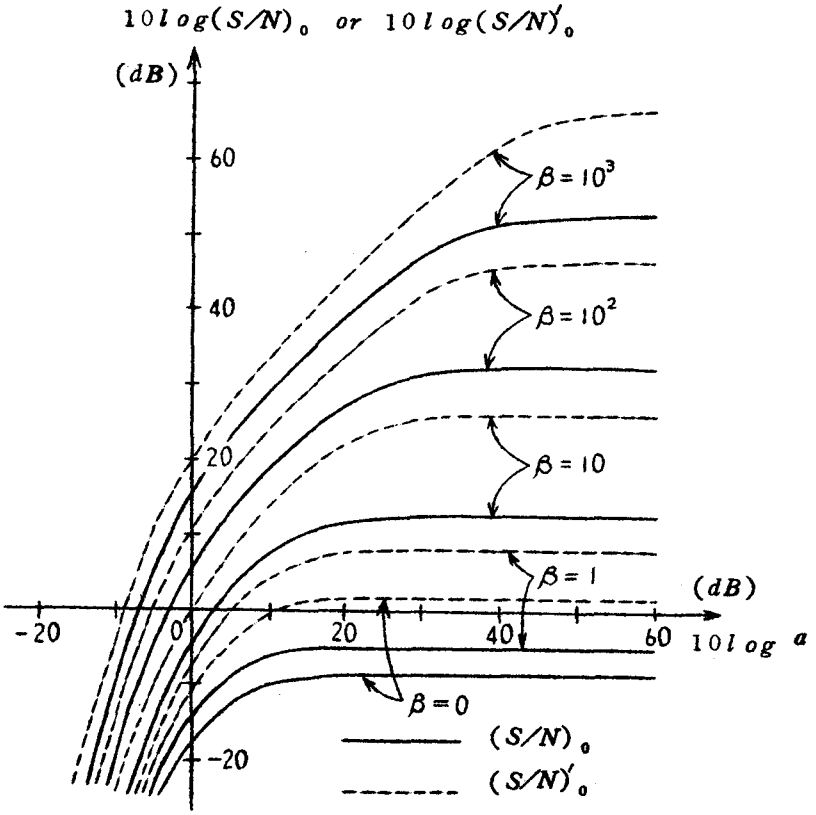


図３．５　出力ＳＮ比 $(S/N)_0$，$(S/N)_0'$ と入力ＣＮ比 a の関係（$\varepsilon = 1$，$m = 1$）

$$\varepsilon = f_a / B \tag{3.63}$$

図３．５～３．７にβ，ε，mをパラメータとした場合の出力ＳＮ比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$と入力ＣＮ比a（$\equiv a_1 = a_2$）の関係を示す．　ただし，実線は$(S/N)_0$を，点線は$(S/N)_0'$を示す．　また，図３．５では，$\varepsilon = 1$，$m = 1$，図３．６では$\beta = 10^3$，$m = 1$，図３．７では$\beta = 10^3$，$\varepsilon = 1$としている．

ここで，$\beta \gg 1$の場合の$(S/N)_0$および$(S/N)_0'$の近似式を求める．

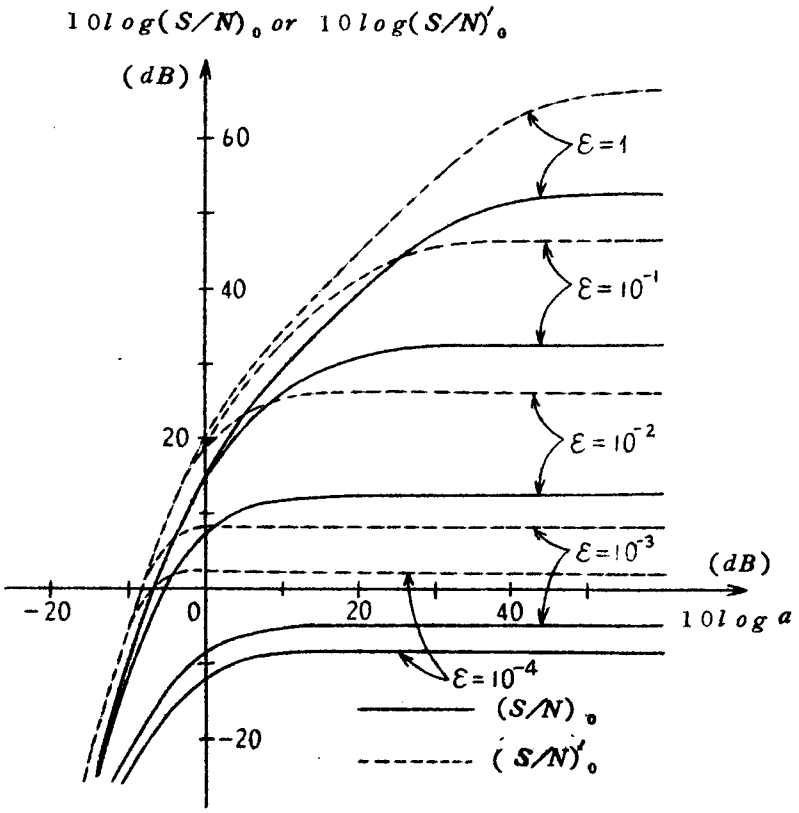


図３．６　出力ＳＮ比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$と入力ＣＮ比aの関係（$\beta = 10^3$，$m = 1$）

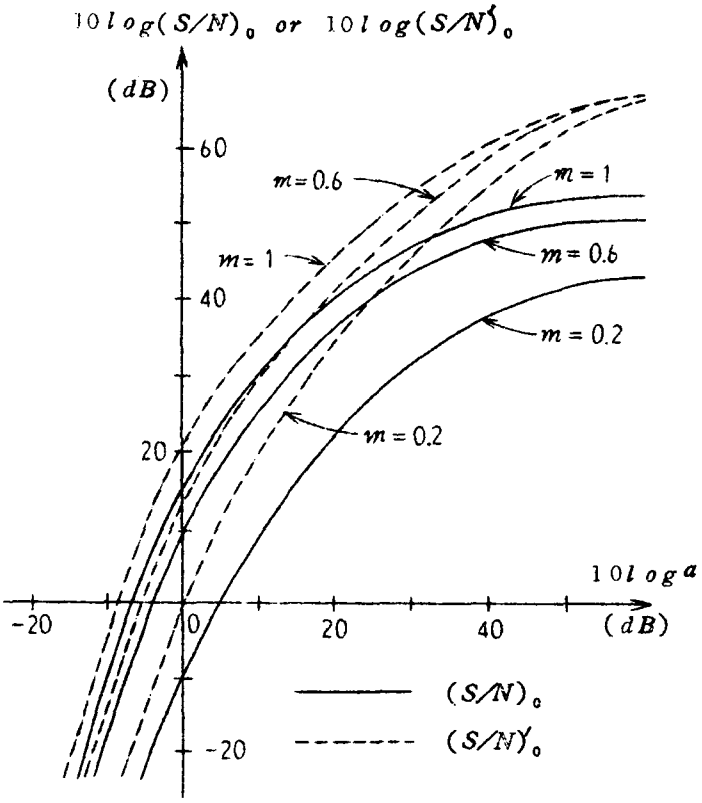


図３．７　出力ＳＮ比$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$と入力ＣＮ比aの関係（$\beta=10^3$，$\varepsilon=1$）

(1)　a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \frac{\beta^2\varepsilon^2 m^2(2+m^2/8)^2}{8+105m^2/8+355m^4/72+65m^6/2048} \tag{3.64}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq \frac{2\beta^2\varepsilon^2(2+m^2/8)^2}{1+10m^2/9+m^4/1024} \tag{3.65}$$

さらに，$m \ll 1$ のときは，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta^2 \epsilon^2 m^2 / 2 \tag{3.66}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 8 \beta^2 \epsilon^2 \tag{3.67}$$

(2)　a_1, $a_2 \ll 1$ のとき,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta a_1^2 a_2^2 m^4 (2 + m^2/8)^2 \Big/ (1 + \sqrt{2}/4)\sqrt{\pi} \tag{3.68}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 2\sqrt{2}\, \beta a_1^2 a_2^2 m^4 (2 + m^2/8)^2 \Big/ \sqrt{\pi} \tag{3.69}$$

さらに, $m \ll 1$ のときは,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq 4 \beta a_1^2 a_2^2 m^4 \Big/ (1 + \sqrt{2}/4)\sqrt{\pi} \tag{3.70}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0' \simeq 8\sqrt{2}\, \beta a_1^2 a_2^2 m^4 \Big/ \sqrt{\pi} \tag{3.71}$$

すなわち, $(S/N)_0$ も $(S/N)_0'$ も共に, $\beta \gg 1$ の場合には a_1, $a_2 \gg 1$ ならば β^2 に比例するのに対し, a_1, $a_2 \ll 1$ となると β に比例している(図3.5参照). また図3.6にもみられるように a_1, $a_2 \gg 1$ のときには ϵ^2 に比例するが, a_1, $a_2 \ll 1$ のときには ϵ に無関係となっている. 変調度に関しては, $m \ll 1$ の場合, a_1, $a_2 \gg 1$ となると $(S/N)_0$ が m^2 に比例するのに対し, $(S/N)_0'$ は m に無関係となるが, a_1, $a_2 \ll 1$ のときにはどちらも m^4 に比例している(図3.7参照). なお, 入力CN比に関してはガウス形ランダム信号の場合と同様の傾向を示す.

3.3.2　出力の電力スペクトル密度

出力の電力スペクトル密度は前節と同様にして求めることができ, これは次式となる.

$$G_0(f) = G_M(f) \Big/ \left\{ 1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B} \right)^2 \right\} \tag{3.72}$$

ここに，

$$\begin{aligned}
\frac{8\pi B}{c^4 A^8} G_M(f) &= m^4 \left(2 + \frac{m^2}{8} \right)^2 \pi \delta \left(\frac{f}{B} \right) \\
&+ \left(8m^2 + 12m^4 + \frac{9}{2} m^6 \right) \pi \delta \left(\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \left(\frac{9}{2} m^4 + \frac{3}{2} m^6 \right. \\
&\left. + \frac{1}{8} m^8 \right) \pi \delta \left(2\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \frac{m^6}{2} \pi \delta \left(3\varepsilon - \frac{f}{B} \right) + \frac{m^8}{128} \pi \delta \left(4\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\
&+ \left\{ \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) 8m^2 + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) 6m^4 + \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) 2m^2 + \frac{4m^2}{a_1 a_2} \right\} \pi \delta \left(\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\
&+ \left\{ \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \frac{3}{2} m^4 + \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \frac{m^6}{4} + \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) \frac{m^4}{8} + \frac{m^4}{4 a_1 a_2} \right\} \pi \delta \left(2\varepsilon - \frac{f}{B} \right) \\
&+ 2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \left[P_1' + \frac{m^6}{2} \left\{ 6P_1' + 9Q_{11}' \right\} + \frac{m^4}{8} \left\{ 18P_1' + 18Q_{11}' + 9Q_{21}' \right\} \right. \\
&\qquad \left. + \frac{m^6}{32} \left\{ 9Q_{11}' + Q_{31}' \right\} \right] \\
&+ \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) \left[P_2' + m^2 \left\{ P_2' + 2Q_{12}' \right\} + \frac{m^4}{8} \left\{ 2P_2' + Q_{22}' \right\} \right] \\
&+ \frac{4}{a_1 a_2} \left[2P_1' + P_2' + m^2 \left\{ 3P_1' + P_2' + 3Q_{11}' + 2Q_{12}' \right\} \right. \\
&\qquad \left. + \frac{m^4}{8} \left\{ 2P_2' + 6Q_{11}' + Q_{22}' \right\} \right] \\
&+ \frac{2}{a_1 a_2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \left[P_1' + P_2' + P_3' + \frac{m^2}{2} \left\{ P_2' + Q_{11}' + Q_{13}' \right\} \right] \\
&+ \frac{1}{a_1^2 a_2^2} \left\{ 2P_2' + P_4' \right\}
\end{aligned} \tag{3.73}$$

ただし，

$$P'_k=\sqrt{\frac{\pi}{2k}}\exp\left\{-\frac{1}{2k}\left(\frac{f}{B}\right)^2\right\},\quad (k=1\sim4) \tag{3.74}$$

$$Q'_{nk}=\sqrt{\frac{\pi}{8k}}\left[\exp\left\{-\left(n\varepsilon+\frac{f}{B}\right)^2/2k\right\}+\exp\left\{-\left(n\varepsilon-\frac{f}{B}\right)^2/2k\right\}\right]$$
$$(n,\ k=1\sim4) \tag{3.75}$$

図３．８，３．９に出力の電力スペクトル密度$G_0(f)$を示す．ただし，図３．８では$a_1=a_2=1$，$m=1$，$\varepsilon=1$，図３．９では$a_1=a_2=1$，$m=1$，$\varepsilon=10$としている．

図にも見られるように，ガウス形ランダム信号の場合と違って雑音成分にも線スペクトラムが現われる．これは正弦波変調信号のSelf Noiseおよび（$S\times N$）成分の一部を表わしている．図３．８と３．９を比較すること

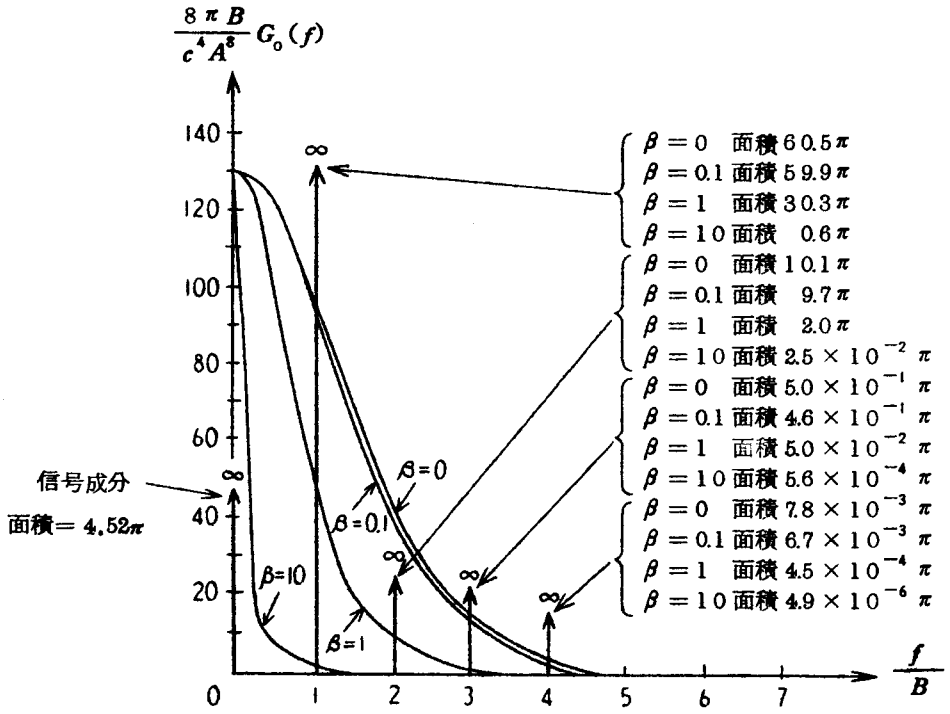


図３．８　出力の電力スペクトル密度

（$a_1=a_2=1$，$m=1$，$\varepsilon=1$）

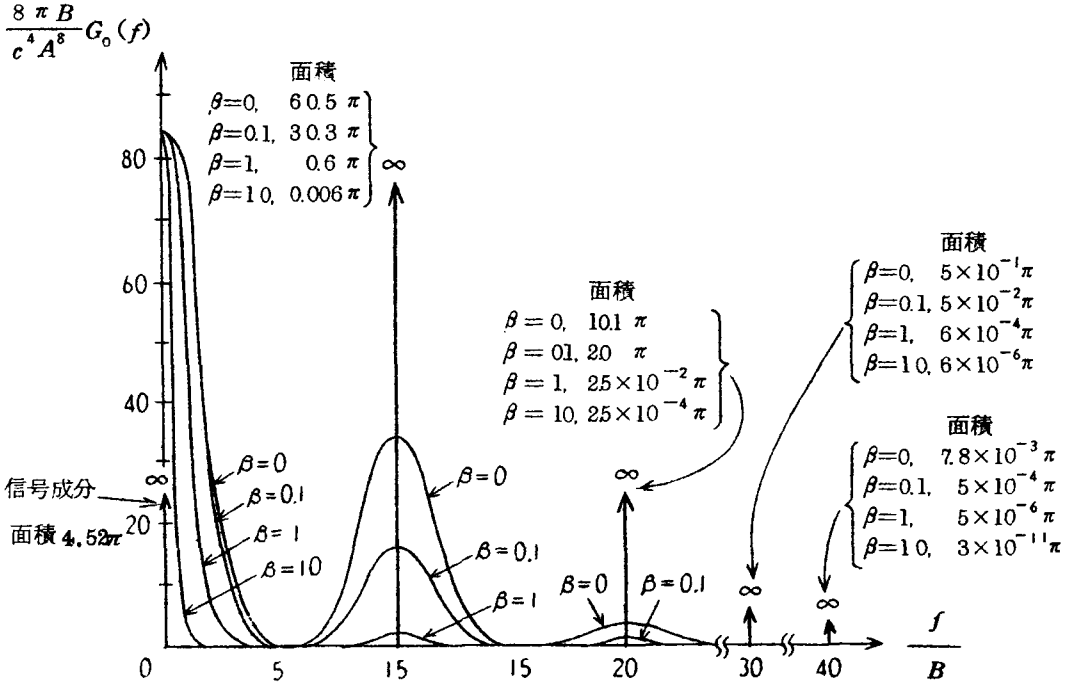


図３．９　出力の電力スペクトル密度

（$a_1 = a_2 = 1$，$m = 1$，$\epsilon = 10$）

により，ϵ を大きく，すなわち変調周波数を高くする程雑音成分は周波数の高い方へ広がり，したがって積分フィルタを通過する雑音電力が小となって出力 SN 比は上昇することが分かる．

３．４　結　　言

本章では，入力信号がガウス形ランダム信号あるいは正弦波信号により振幅変調された信号で，入力雑音が狭帯域ガウス形ランダム雑音である場合の AM 相関システムの出力 SN 比の解析を行ない，さらに出力の電力スペクトル密度も求めた．本章において明らかにされた出力 SN 比の特性を要約する

と次のようになる．

(i) ガウス形ランダム変調信号の場合には，$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$は入力CN比a_1，a_2に無関係にβに比例するのに対し，正弦波変調信号の場合には，a_1，a_2が大きいときβの自乗に比例し，a_1，a_2が小さいときβに比例する．

(ii) 変調度による出力SN比の変化の傾向はガウス形ランダム変調信号の場合も，正弦波変調信号の場合も同様で，変調が浅い場合にはa_1，a_2が大きくなると$(S/N)_0$は変調度の自乗に比例し，$(S/N)_0'$は変調度に無関係であるが，a_1，a_2が小さくなると$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$は共に変調度の4乗に比例する．

(iii) 正弦波変調信号の場合には，$(S/N)_0$，$(S/N)_0'$はa_1，a_2が大きくなると変調周波数と入力雑音の帯域幅の比εの自乗に比例し，a_1，a_2が小さくなるとεには無関係となる．

(iv) 入力CN比に対する傾向は，前章で扱った入力SN比の出力SN比に対する傾向と同じである．

第4章　FM相関システムの出力SN比[49],[89],[90]

4.1 緒　　言

Post-detection 形相関システムにおいて，AM相関システムと対比せらるべきものとしてFM相関システムがある．これは図4.1に示されるようにFM検波器を備えたPost-detection 形相関システムである．相関関数の測定に際しては，相関器の入力部に磁気テープを用いた計測用データレコーダを使用する方法がよくとられる．それは，データレコーダのテープ速度，あるいは，ヘッド間隔を変えることにより容易に遅延時間を変化でき，また，処理しようとする情報を記録保存し，それを繰返し再生できるという点において便利だからである．[91]

このような相関システムにおいて，データレコーダとして，FMデータレコーダを用いる場合には，FM相関システムが形成されることになる．したがって，この場合は，

(1) 極低周波成分を含む信号に対しても，有効に相関を取ることができる．*

(2) テープの磁性媒体の欠陥あるいは，テープとヘッドが瞬間的に分離することによる再生レベルの低下すなわちドロップアウトの影響による利得変動を受けにくい．

などの特徴を有し，FM相関システムの応用価値が十分発揮されるところである．また，送・受信信号の瞬時周波数成分の相関関数を利用して，測距するCWレーダ[92]～[94]も，FM相関システムの1応用例である．

FM相関システムの出力特性に関しては，森永ら[58]～[61]によって解析されているので，本章では出力SN比および電力スペクトル密度に関する解析を行ない，その基本特性を明らかにする．

---

* 一般に相関を取ろうとする信号は，直流分にいたるまでの低い周波数成分を含む場合が多い

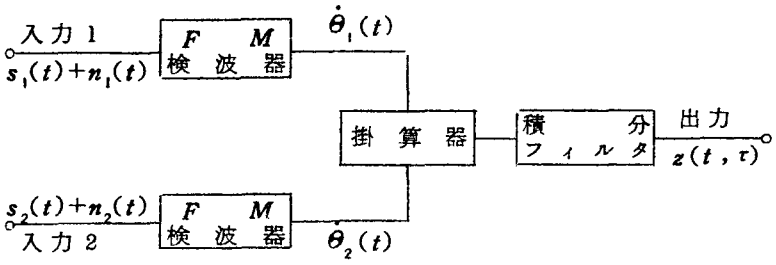


図4．1　FM相関システム

4．2　出力SN比の一般式

4．2．1　信号出力

図4．1で示されるFM相関システムの入力1と入力2における信号と雑音を，それぞれ$s_1(t)$，$n_1(t)$，$s_2(t)$，$n_2(t)$とする．ここで，$s_1(t)$は定常な変調信号$\dot{\mu}_1(t)$で周波数変調された信号，$s_2(t)$は時間が$s_1(t)$よりτだけずれた信号である．すなわち，

$$s_1(t)=A\cos\left[\omega_0 t+\mu_1(t)\right] \tag{4.1}$$

$$s_2(t)=s_1(t-\tau)=A\cos\left[\omega_0 t-\omega_0\tau+\mu_2(t)\right] \tag{4.2}$$

ただし，A：正弦搬送波の振幅，$\omega_0=2\pi f_0$：正弦搬送波の角周波数である．

$$\dot{\mu}_1(t)=d\mu_1(t)/dt,\quad \mu_2(t)=\mu_1(t-\tau) \tag{4.3}$$

また，$n_1(t)$，$n_2(t)$は第2章と同様に，互いに（および信号とも）統計的に独立な定常狭帯域ガウス形ランダム雑音で，それぞれ式（2．3），（2．4）で表わされる．

いま，FM検波器が理想リミッタと周波数弁別器から成っているものと仮定すると，その出力には，各検波器入力の信号と雑音の合成波$s_1(t)+n_1(t)$，$s_2(t)+n_2(t)$の瞬時周波数$\dot{\theta}_1(t)$，$\dot{\theta}_2(t)$が生じる．したがってシステムの出力$z(t,\tau)$は式（2.10）と同様に次式で与えられる．

$$z(t,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\dot{\theta}_1(t-t_1)\,\dot{\theta}_2(t-t_1)\,h(t_1)\,dt_1 \tag{4.4}$$

出力の直流分は式（4.4）を平均することにより，

$$z(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}<\dot{\theta}_1(t-t_1)\,\dot{\theta}_2(t-t_1)>_{\dot{\mu},\,n_1,\,n_2}h(t_1)\,dt_1 \qquad (4.5)$$

となる．ただし，式（4.5）の中の記号$<\ >_{\dot{\mu},\,n_1,\,n_2}$は変調信号および入力雑音に関する平均を意味する．

ここで，変調信号$\dot{\mu}_1(t)$および雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$が定常プロセスであることを考慮すれば，

$$<\dot{\theta}_1(t-t_1)\,\dot{\theta}_2(t-t_1)>_{\dot{\mu},\,n_1,\,n_2}=<\dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_2(t)>_{\dot{\mu},\,n_1,\,n_2} \qquad (4.6)$$

となり，これは積分フィルタの平均時間が無限に長い理想的な場合のシステム出力に相当し，次式で与えられる[59]．

$$<\dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_2(t)>_{\dot{\mu},\,n_1,\,n_2}=(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})\,R_{\dot{\mu}}(\tau) \qquad (4.7)$$

ただし，

$$\left.\begin{array}{l}
a_1=A^2/2N_1：\text{入力1における}CN\text{比}\\
N_1：n_1(t)\text{の平均電力}\\
a_2=A^2/2N_2：\text{入力2における}CN\text{比}\\
N_2：n_2(t)\text{の平均電力}\\
R_{\dot{\mu}}(\tau)=<\dot{\mu}_1(t)\,\dot{\mu}_2(t)>_{\dot{\mu}}：\text{変調信号}\\
\qquad\qquad \dot{\mu}_1(t)\text{の自己相関関数}
\end{array}\right\} \qquad (4.8)$$

式（4.5）～（4.7）より$z(\tau)$はτに関する情報のみを含み，AM相関システムの場合のように不要な直流分を含まず，直流分除去回路も不要である．したがって，出力直流分$z(\tau)$がそのまま出力の信号成分$R_s(\tau)$となり，信号電力$R_s^2(\tau)$は，

$$R_s^2(\tau)=(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2R_{\dot{\mu}}^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)\,d\xi \qquad (4.9)$$

式（4.9）の中の$(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})$なる項はFM復調系に固有の項[76],[95],[96]

であって，AM相関システムの信号電力は式(3.15)にみられるように搬送波の振幅に依存するのに対してFM相関システムでは入力のCN比に依存している．

4.2.2　雑音出力

一方，出力の分散すなわち雑音電力σ^2は次式で与えられる．

$$\sigma^2 = \langle z^2(t,\tau)\rangle_{\dot{\mu},n_1,n_2} - (\langle z(t,\tau)\rangle_{\dot{\mu},n_1,n_2})^2$$

$$= \langle z^2(t,\tau)\rangle_{\dot{\mu},n_1,n_2} - R_s^2(\tau) \qquad (4.10)$$

式(4.10)に式(4.4)，(4.9)を代入し，$W(\xi)$ を用いて表わすと次式となる．

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ R_M(\tau,\xi) - (1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau) \right\} W(\xi)\, d\xi \qquad (4.11)$$

ここに，

$$R_M(\tau,\xi) = \langle \dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_2(t)\,\dot{\theta}_1(t-\xi)\,\dot{\theta}_2(t-\xi)\rangle_{\dot{\mu},n_1,n_2} \qquad (4.12)$$

は掛算器出力の自己相関関数である．これは$n_1(t)$，$n_2(t)$ が互いに独立であることから次式のように表現できる．

$$R_M(\tau,\xi) = \langle\langle \dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_1(t-\xi)\rangle_{n_1} \langle \dot{\theta}_2(t)\,\dot{\theta}_2(t-\xi)\rangle_{n_2}\rangle_{\dot{\mu}} \qquad (4.13)$$

ただし，$\langle\ \rangle_{n_1}$，$\langle\ \rangle_{n_2}$ は，それぞれ，$n_1(t)$，$n_2(t)$ に関する平均を，$\langle\ \rangle_{\dot{\mu}}$ は変調信号に関する平均を意味する．

式(4.13)における$\langle \dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_1(t-\xi)\rangle_{n_1}$および$\langle \dot{\theta}_2(t)\,\dot{\theta}_2(t-\xi)\rangle_{n_2}$は，$FM$検波器出力の自己相関関数を求めるさいの雑音に関する平均操作と同一の計算方法によって求められ[76],[97]～[99]，次式で与えられる．

$$\langle \dot{\theta}_1(t)\,\dot{\theta}_1(t-\xi)\rangle_{n_1} = (1-e^{-a_1})^2 \mu_1(t)\,\mu_3(t)$$

$$+ \frac{\dot{g}_1^2 - g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2} y_1 - \frac{g_1^2}{2g_1^2} y_3 \qquad (4.14)$$

ここに，

$$
\left.
\begin{aligned}
&\dot{\mu}_3(t)=\dot{\mu}_1(t-\xi)\\
&y_1\equiv y_1(\xi)=e^{-(N_1/g_1)a_1}\Big\{E_i\Big(\frac{N_1}{g_1}a_1\Big)-2E_i\Big(\frac{N_1-g_1}{g_1}a_1\Big)\\
&\qquad+E_i\Big(\frac{N_1}{g_1}\cdot\frac{N_1-g_1}{N_1+g_1}a_1\Big)\Big\}\\
&y_3\equiv y_3(\xi)=\frac{N_1}{g_1}a_1\,y_1+\frac{2N_1}{N_1-g_1}e^{-a_1}\\
&\qquad-\frac{N_1+g_1}{N_1-g_1}e^{-2a_1N_1/(N_1+g_1)}-1\\
&N_1=\int_0^\infty G_{n_1}(f)df,\quad E_i(z)=\int_{-\infty}^{z}\frac{e^t}{t}dt\\
&g_1\equiv g_1(\xi)=\int_0^\infty G_{n_1}(f)\cos 2\pi(f-f_0)\xi\,df\\
&\dot{g}=dg_1(\xi)/d\xi,\quad \ddot{g}_1=d^2g_1(\xi)/d\xi^2\\
&G_{n_1}(f):\ n_1(t)\text{の電力スペクトル密度}
\end{aligned}
\right\}\quad(4.15)
$$

また，$\langle\dot{\theta}_2(t)\dot{\theta}_2(t-\xi)\rangle_{n_2}$は式（4.14），（4.15）の中の記号の添字をすべて，1→2，3→4としたものになる．

したがって，式（4.13）から，$R_M(\tau,\xi)$が求まる．

$$
\begin{aligned}
R_M(\tau,\xi)=&(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2\langle\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2\dot{\mu}_3\dot{\mu}_4\rangle_{\dot{\mu}}\\
&+(1-e^{-a_1})^2\Big(\frac{\dot{g}_2^2-g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2-\frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\Big)\langle\dot{\mu}_1\dot{\mu}_3\rangle_{\dot{\mu}}\\
&+(1-e^{-a_2})^2\Big(\frac{\dot{g}_1^2-g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1-\frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\Big)\langle\dot{\mu}_2\dot{\mu}_4\rangle_{\dot{\mu}}\\
&+\Big(\frac{\dot{g}_1^2-g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1-\frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\Big)\Big(\frac{\dot{g}_2^2-g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2-\frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\Big)
\end{aligned}
\qquad(4.16)
$$

式(4.16)の第1項は，掛算器出力の自己相関関数の($S\times S$)成分，第2項および第3項は($S\times N$)成分，第4項は($N\times N$)成分を表わしている．

4.2.3 出力SN比

式(4.9)により与えられる出力信号電力と式(4.11)で与えられる出力雑音電力の比を取ることにより，出力SN比$(S/N)_0$が求まる．すなわち，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0=\frac{(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2R_{\dot{\mu}}^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}W(\xi)d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty}\left\{R_M(\tau,\xi)-(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2R_{\dot{\mu}}^2(\tau)\right\}W(\xi)d\xi} \qquad (4.17)$$

式(4.17)は，変調信号の自己相関関数，掛算器出力の自己相関関数，フィルタの自己相関関数を用いて表わされたFM相関システムの出力SN比の一般式である．

4.3 ガウス形ランダム変調信号の場合の出力SN比

4.3.1 出力SN比

すでに示したように，

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\mu}_2(t)=\dot{\mu}(t-\tau),\quad \dot{\mu}_3(t)=\dot{\mu}_1(t-\xi)\\&\dot{\mu}_4(t)=\dot{\mu}_2(t-\xi)=\dot{\mu}_1(t-\tau-\xi)\end{aligned}\right\} \qquad (4.18)$$

であるから，$\dot{\mu}_1(t)$を平均値0の定常低周波ガウス形ランダムプロセスとすると式(4.16)の中の，

$$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2\dot{\mu}_3\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}},\quad <\dot{\mu}_1\dot{\mu}_3>_{\dot{\mu}},\quad <\dot{\mu}_2\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}}$$

は，それぞれ，$\dot{\mu}_1(t)$の自己相関関数$R_{\dot{\mu}}(\tau)$を用いて次式のように表現できる．

$$\begin{aligned}<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2\dot{\mu}_3\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}}&=<\dot{\mu}_1(t)\,\dot{\mu}_1(t-\tau)\,\dot{\mu}_1(t-\xi)\,\dot{\mu}_1(t-\tau-\xi)>_{\dot{\mu}}\\&=R_{\dot{\mu}}^2(\tau)+R_{\dot{\mu}}^2(\xi)+R_{\dot{\mu}}(\xi+\tau)R_{\dot{\mu}}(\xi-\tau)\end{aligned} \qquad (4.19)$$

$$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_3>_{\dot{\mu}} = <\dot{\mu}_2\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}} = R_{\dot{\mu}}(\xi) \tag{4.20}$$

式(4.19)，(4.20)を式(4.16)に代入して求めた$R_M(\tau,\xi)$と式(4.17)によりガウス形ランダムプロセスで周波数変調された信号を入力信号とする場合の出力SN比が得られる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = (1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2 R_{\dot{\mu}}^2(\tau)\int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)\,d\xi \Big/ \sigma^2 \tag{4.21}$$

ただし，

$$\begin{aligned}\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Big[& (1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2\left\{R_{\dot{\mu}}^2(\xi) + R_{\dot{\mu}}(\xi+\tau)\,R_{\dot{\mu}}(\xi-\tau)\right\} \\ & + \Big\{(1-e^{-a_1})^2\left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\right) \\ & + (1-e^{-a_2})^2\left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\right)\Big\} R_{\dot{\mu}}(\xi) \\ & + \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\right)\left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\right)\Big] W(\xi)\,d\xi\end{aligned} \tag{4.22}$$

前章と同様に，変調信号および入力雑音の電力スペクトル密度を共に，次式のようにガウス形とする．

$$G_{\dot{\mu}}(f) = \frac{2S}{B_{\dot{\mu}}\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-f^2/2B_{\dot{\mu}}^2\right\}, \quad (f \geqq 0) \tag{4.23}$$

$$G_{ni}(f) = \frac{N_i}{B_n\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-(f-f_0)^2/2B_n^2\right\}, \ (f \geqq 0,\ f_0 \gg B_n,\ i=1,2) \tag{4.24}$$

ただし，S：$\dot{\mu}_1(t)$の平均電力，$B_{\dot{\mu}}$：$\dot{\mu}_1(t)$の実効帯域幅，B_n：$n_1(t)$，$n_2(t)$の実効帯域幅．

したがって，Wiener-Kintchine の公式および式(4.15)によれば，次の結果が得られる．

$$\left.\begin{aligned} R_{\dot{\mu}}(\tau) &= S\, e^{-\nu^2/2} \\ g_i &= N_i\ e^{-u^2/2} \\ \dot{g}_i &= -\,2\pi B_n\ N_i\ u\, e^{-u^2/2} \\ \ddot{g} &= -(2\pi B_n)^2 N_i\,(1-u^2)\, e^{-u^2/2},\ (i=1,2) \end{aligned}\right\} \quad (4.25)$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} u &= 2\pi B_n\ \xi \\ \nu &= 2\pi B_{\dot{\mu}}\ \tau \end{aligned}\right\} \quad (4.26)$$

また，積分フィルタとしてRC低周波フィルタを仮定すると，フィルタの自己相関関数$W(\xi)$は第1篇の式(2.25)で与えられる．

したがって，式(4.25)および第1篇の式(2.25)を式(4.21),(4.22)に代入することにより具体的な出力SN比が求まる．すなわち，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left\{\tau\,(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})(1-e^{-\alpha/\beta})\,e^{-\nu^2/2}\right\}^2 \Big/ \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} \quad (4.27)$$

ここに，

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} = \int_0^{\alpha} \frac{e^{-(u/\beta)}}{\beta}\,(1-e^{2(u-\alpha)/\beta})\cdot\Big[\tau^2(1-e^{-a_1})^2 \\ \cdot(1-e^{-a_2})^2\cdot e^{-\delta^2u^2}(1+e^{-\nu^2}) + \frac{1}{2}\tau\Big\{(1-e^{-a_1})^2 \\ \cdot(y_2-u^2y_4)+(1-e^{-a_2})^2(y_1-u^2y_3)\Big\}\,e^{-(\delta^2/2)u^2} \\ +\frac{1}{4}(y_1-u^2y_3)(y_2-u^2y_4)\Big]\,du \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$
\left.\begin{aligned}
y_1 &= e^{-a_1 \exp(u^2/2)}\Big[E_i(a_1 e^{u^2/2}) - 2E_i\{(e^{u^2/2}-1)a_1\} \\
&\qquad + E_i\Big\{\Big(e^{u^2/2} - \frac{2}{1+e^{-u^2/2}}\Big)a_1\Big\}\Big] \\
y_3 &= a_1 e^{u^2/2} y_1 + \frac{2}{1-e^{-u^2/2}} e^{-a_1} \\
&\qquad - \frac{e^{-u^2/2}}{1-e^{-u^2/2}} e^{-2a_1/\{1+\exp(-u^2/2)\}} - 1
\end{aligned}\right\} \quad (4.29)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\alpha &= 2\pi B_n T, \quad \beta = 2\pi B_n RC \\
\gamma &= S/(2\pi B_n)^2, \quad \delta = B_{\dot{\mu}}/B_n
\end{aligned}\right\} \quad (4.30)
$$

ただし，y_2，y_4は，それぞれ，y_1，y_3中のa_1をa_2に書き換えたものである．

式（4.30）において，α，βはそれぞれ，雑音の実効帯域幅で正規化した観測時間と積分フィルタの時定数であるが，相関関数の測定にさいしては，良好なSN比を得るためには，観測時間は，積分フィルタの時定数の数倍以上でなければならない（2．3．2参照）．したがって，以下の解析では，$\alpha \gg \beta$としている．

また，γはFM信号の実効周波数偏移[96],[100]と入力雑音の実効帯域幅の比の自乗，δは変調信号の実効帯域幅と雑音の実効帯域幅の比である．

図4．2～4．4にβ，γ，δをパラメータとした場合の，入力CN比と出力SN比の関係を示す．ただし，いずれも，$a_1 \gg 1$，$\nu = 0$（$\tau = 0$）としている．また図4．2では$\gamma = 1$，$\delta = 1$，図4．3では$\beta = 10^2$，$\delta = 1$図4．4では$\beta = 10^2$，$\gamma = 1$としている．

ここで，$\beta \gg 1$　（$\alpha \gg \beta$，$a_1 \gg 1$，$\nu = 0$）の場合の$\left(\frac{S}{N}\right)_0$の近似式を求めると次式となる．

(1)　$a_2 \gg 1$のとき

$$
\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta\delta/\sqrt{\pi} \quad (4.31)
$$

ただし，$\gamma \ll 1/a_2$のときは$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\beta\delta\gamma a_2$　(4.32)

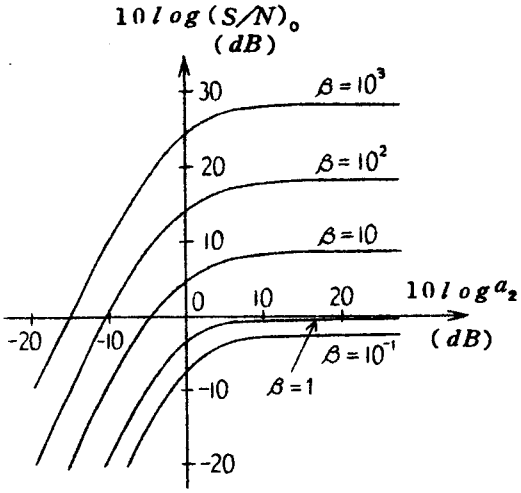


図4．2　出力SN比$(S/N)_0$と入力CN比a_2の関係
（$a_1 \gg 1$，$\gamma=1$，$\delta=1$）

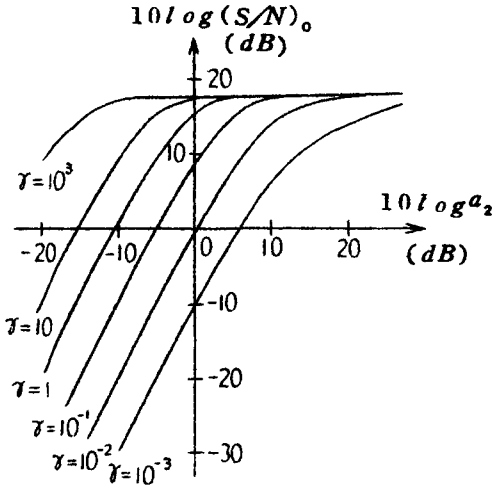


図4．3　出力SN比$(S/N)_0$と入力CN比a_2の関係
（$a_1 \gg 1$，$\beta=10^2$，$\delta=1$）

(2)　$a_2 \ll 1$ のとき

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 \simeq \beta\gamma a_2^2/\sqrt{\pi}\,D \qquad (4.33)$$

ただし，

$$D=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-\delta^2u^2/2}\ln(1-e^{-u^2})^{-1}du \qquad (4.34)$$

図4．2～4．4にもみられるように，a_2が大きい場合には，出力SN比はβとδに比例して上昇し，a_2には左右されない．ところが，a_2が小さくなると，出力SN比はβの他に，γ，a_2^2に比例して増

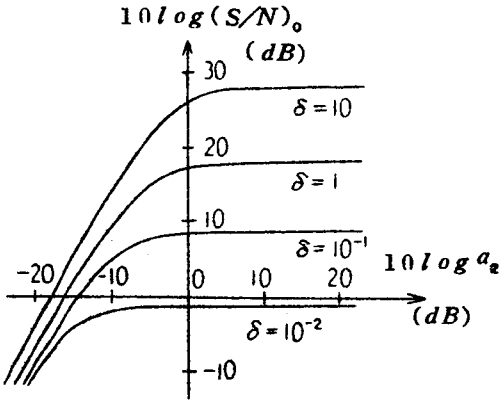


図4．4　出力SN比$(S/N)_0$と入力CN比a_2の関係
（$a_1 \gg 1$，$\beta=10^2$，$\gamma=1$）

加する．すなわち，入力雑音の帯域幅と積分フィルタの時定数の積が大きいほど，変調信号と雑音の実効帯域幅の比が大きいほど，あるいは，変調信号の実効周波数偏移と雑音の帯域幅の比が大きいほど出力SN比は大となる．

4．3．2　出力の電力スペクトル密度

ここでは，簡単のために，$a_1 \gg 1$，$\nu = 0$の場合の電力スペクトル密度を求めることにする．このような条件における$R_M(\tau, \xi)$を求めると次式となる

$$\frac{R_M(o, \xi)}{(2\pi B_n)^4} = (1 - e^{-a_2})^2 \gamma^2 (1 + 2e^{-\delta^2 u^2}) + \frac{1}{2}\gamma (y_2 - u^2 y_4) e^{-\frac{1}{2}\delta^2 u^2} \tag{4.35}$$

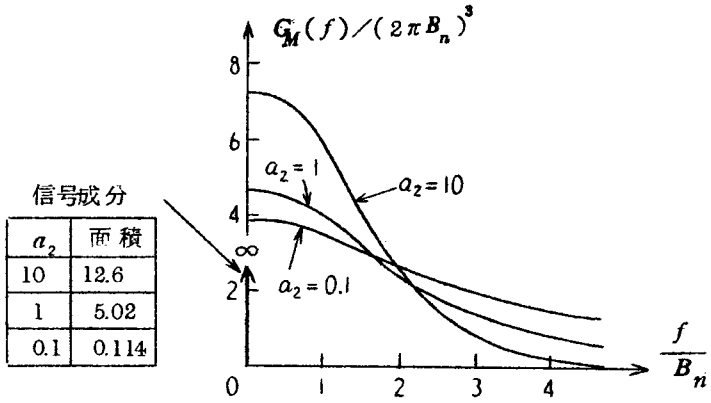
式(4.35)を式(2.77)に代入することにより，掛算器出力の電力スペクトル密度$G_M(f)$が求まる．

$$\frac{G_M(f)}{(2\pi B_n)^3} = 4\pi (1 - e^{-a_2})^2 \gamma^2 \delta \left(\frac{f}{B_n}\right) + 4\sqrt{\pi} (1 - e^{-a_2})^2 \frac{\gamma^2}{\delta} e^{-(f/B_n)^2/4\delta^2} + 2\gamma \int_o^\infty (y_2 - u^2 y_4) e^{-\delta^2 u^2/2} \cos \frac{f}{B_n} u \, du \tag{4.36}$$

図4．5，4．6に式(4.36)より求めた掛算器出力の電力スペクトル密度を示す．ただし，図4．5では$\gamma = 1$，$\delta = 1$，図4．6では$a_2 = 10$，$\gamma = 1$としている．

出力の電力スペクトル密度は式(4.36)と式(2.79)を掛けることにより得られる．

$$\frac{G_0(f)}{(2\pi B_n)^3} = \frac{1}{1 + \beta^2 \left(\frac{f}{B_n}\right)^2} \Big[4\pi (1 - e^{-a_2})^2 \gamma^2 \delta \left(\frac{f}{B_n}\right) + 4\sqrt{\pi} (1 - e^{-a_2})^2 \frac{\gamma^2}{\delta} e^{-(f/B_n)^2/4\delta^2} + 2\gamma \int_o^\infty (y_2 - u^2 y_4) e^{-\delta^2 u^2/2} \cos \frac{f}{B_n} u \, du \Big] \tag{4.37}$$



a_2	面積
10	12.6
1	5.02
0.1	0.114

図４．５　掛算器出力の電力スペクトル密度（$\gamma=1$，$\delta=1$）

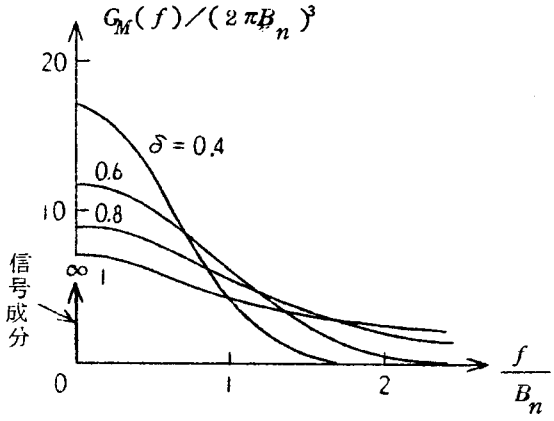


図４．６　掛算器出力の電力スペクトル密度（$a_2=10$，$\gamma=1$）

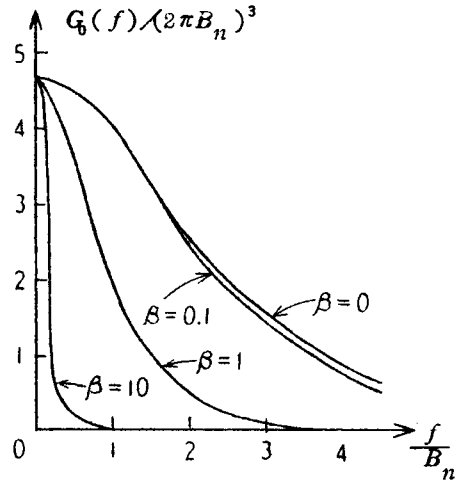


図４．７　出力の電力スペクトル密度（$a_2=\gamma=\delta=1$）

図４．７に出力の電力スペクトル密度 $G_0(f)$ を示す，ただし，$a_2=\gamma=\delta=1$ としている．β に対するスペクトラムの傾向は AM 相関システムの場合とほぼ同様となる．これは積分フィルタとしてすべて RC 低周波フィルタを仮定しているから，そのシステム関数の特性により出力の特性がほぼ決定される

からである．

4．4　正弦波変調信号の場合の出力SN比

変調信号が正弦波の場合の出力SN比を求めるに当って，まず変調信号の自己相関関数$R_{\dot{\mu}}(\tau)$と掛算器出力の自己相関関数$R_M(\tau,\xi)$を求めなければならない．

いま，変調信号$\dot{\mu}_1(t)$を次式のように正弦波とする．

$$\dot{\mu}_1(t) = D_0 \cos 2\pi f_a t \tag{4.38}$$

ここに，D_0は最大周波数偏移，f_aは変調周波数である．式（4．8）により$R_{\dot{\mu}}(\tau)$は，

$$R_{\dot{\mu}}(\tau) = \frac{D_0^2}{2} \cos 2\pi f_a \tau \tag{4.39}$$

となる．また，式（4.16）における$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2\dot{\mu}_3\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}}$，$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_3>_{\dot{\mu}}$，$<\dot{\mu}_2\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}}$を求めるとそれぞれ次式のようになる．

$$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2\dot{\mu}_3\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}} = \frac{D_0^4}{4}\left(\cos^2 2\pi f_a \tau + \frac{1}{2}\cos 4\pi f_a \xi\right) \tag{4.40}$$

$$<\dot{\mu}_1\dot{\mu}_3>_{\dot{\mu}} = <\dot{\mu}_2\dot{\mu}_4>_{\dot{\mu}} = \frac{D_0^2}{2}\cos 2\pi f_a \xi \tag{4.41}$$

したがって，$R_M(\tau,\xi)$は，

$$\begin{aligned} R_M(\tau,\xi) = {} & \frac{D_0^2}{4}(1-e^{-a_1})^2(1-e^{-a_2})^2\left(\cos^2 2\pi f_a \tau + \frac{1}{2}\cos 4\pi f_a \xi\right) \\ & + \frac{D_0^2}{2}\left\{(1-e^{-a_1})^2\left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\right)\right. \\ & \left. + (1-e^{-a_2})^2\left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\right)\right\}\cos 2\pi f_a \xi \\ & + \left(\frac{\dot{g}_1^2 - g_1\ddot{g}_1}{2g_1^2}y_1 - \frac{\dot{g}_1^2}{2g_1^2}y_3\right)\left(\frac{\dot{g}_2^2 - g_2\ddot{g}_2}{2g_2^2}y_2 - \frac{\dot{g}_2^2}{2g_2^2}y_4\right) \end{aligned} \tag{4.42}$$

となる．ここで，入力雑音の電力スペクトル密度を式(4.24)と同様にガウス形とすると，g_i，$\dot{g}_i$，$\ddot{g}_i$ $(i=1,2)$ は式(4.25)で与えられる．

一方，積分フィルタをRC低周波フィルタと仮定すると，$W(\xi)$ は第1篇の式(2.25)で与えられるから，これと，式(4.39)，(4.42) を出力SN比の一般式(4.17)に代入することにより正弦波変調信号の場合の出力SN比が得られる．

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0=\left\{\gamma(1-e^{-a_1})(1-e^{-a_2})(1-e^{-\alpha/\beta})\cos\nu\varepsilon\right\}^2\Big/\frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4} \tag{4.43}$$

ここに，

$$\begin{aligned}\frac{\sigma^2}{(2\pi B_n)^4}=\int_0^{\alpha}\frac{e^{u/\beta}}{\beta}\left\{1-e^{2(u-\alpha)/\beta}\right\}\Big[\frac{\gamma^2}{2}(1-e^{-a_1})^2\\ \cdot(1-e^{-a_2})^2\cos 2\varepsilon u+\frac{\gamma}{2}\left\{(1-e^{-a_1})^2(y_2-u^2y_4)\right.\\ \left.+(1-e^{-a_2})^2(y_1-u^2y_3)\right\}\cos\varepsilon u\\ +\frac{1}{4}(y_1-u^2y_3)(y_2-u^2y_4)\Big]du\end{aligned} \tag{4.44}$$

ただし，パラメータの α，β は式(4.30)で与えられ，また，γ，ε は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}\gamma&=\frac{D_0^2}{2}\Big/(2\pi B_n)^2\\ \varepsilon&=f_a/B_n\end{aligned}\right\} \tag{4.45}$$

図4．8に式(4.43)より求めた出力SN比$(S/N)_0$と入力CN比aの関係を示す．ただし，$\alpha\gg\beta$，$a_1\gg1$，$\nu=0$，$\gamma=0.5$，$\varepsilon=0.25$としている．式(4.43)において，a_1，$a_2\gg1$ $(\alpha\gg\beta,\ \nu=0)$，$\beta\gg1$ とすると次式となる．

$$(S/N)_0\simeq 8\beta^2\varepsilon^2 \tag{4.46}$$

すなわち，正弦波変調信号の場合には，AM相関システムにおいてもみられたように，出力SN比は，β，εの自乗に比例して上昇する．

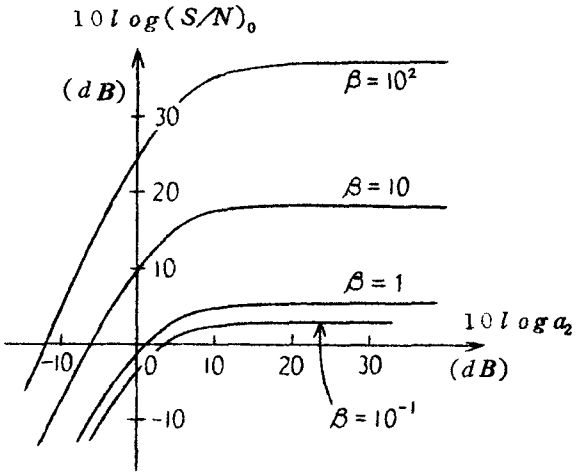


図4．8　出力SN比$(S/N)_0$と入力CN比aの関係
($\gamma=0.5$，$\varepsilon=0.25$)

4．5　結　　言

本章では，FM相関システムの出力SN比の一般式を求め，その具体例として，定常ガウス形ランダム信号および正弦波で周波数変調された信号を入力信号とする場合の出力SN比を算出した．その結果，出力SN比は次の特性を有することが判明した．

ガウス形ランダム変調信号の場合には，

(i)　入力CN比が大きい場合には，βおよび変調信号と雑音の実効帯域幅の比δに比例して上昇し，入力CN比には左右されない．

(ii)　入力CN比が小さい場合には，βに比例し，変調信号の実効周波数偏移と雑音の実効帯域幅の比の自乗γおよび入力CN比の自乗に比例して上昇する．

また，正弦波変調信号の場合には，

(iii)　βおよび，入力CN比が大きい場合には変調周波数と入力雑音の帯域幅の比εおよびβの自乗に比例して上昇し，その他の条件下では，ガウス形ランダム変調信号の場合と同様の傾向を示す．

第5章　結　　論

本篇においてはPost-detection形相関システムの代表的例として，AM相関システムおよびFM相関システムの出力SN比と出力の電力スペクトル密度に関して詳細に解析した．

各章における所論を概括すると以下のようになる．

(1) 第2章では，AM相関システムの入力信号が無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号である場合の出力SN比を近似を行うことなく求め，その特性を明確にした．その結果，Bendat，藤本らによる近似解析は10dB 程度の誤差を含むことが判明した．また，等価平均時間を観測時間の良好な目安にできることを示した．

(2) 第3章では，従来知られていなかったAM相関システムの入力信号として，ガウス形ランダム信号あるいは正弦波で振幅変調された信号を仮定した場合の，それぞれの場合に対して出力SN比を求めた．そして入力CN比が大きいとき入力雑音の帯域幅で正規化した積分フィルタの時定数に対する傾向がガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合とで1乗と2乗の相違があるなど興味ある事項を明らかにした．

(3) 第2章と第3章ではさらに，検波器出力に直流分除去回路を挿入して直流分を除去した場合の出力SN比を求め，直流分を除去した場合の方が除去しない場合より出力SN比が良好となることを示した．

(4) 第4章では，従来，なされていなかったFM相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号あるいは正弦波により周波数変調された場合のそれぞれの場合に対する出力SN比の解析を行ない，AM相関システムにおいて現われたパラメータの他に，FM相関システムに固有の入力雑音の帯域幅で正規化された実効周波数偏移に対する出力SN比の特性も明確にした．

また各章においては，出力の電力スペクトル密度も求めた．その結果，各システムの出力特性の理解を深めるための有効な手段が得られた．なお，各相関システムの出力SN比の特性に関しては各章の結言で詳しく述べているので本章では省略し，また，特性の比較に関しては第3篇で論じることにする．

第3篇　相関システムの出力SN比の比較および出力SN比の改善

第1章　緒　　論

第1篇ではPre-detection形相関システムの出力SN比に関して従来の解析をさらに一般化した解析を行ったし，また第2篇ではPost-detection形相関システムとして，AM相関システムおよびFM相関システムについて各種の入力信号を仮定してそれぞれに対する出力SN比を解析した．しかし，それらの出力SN比の比較については，まだ議論されていない．また，第1篇では掛算器入力の直流分が出力SN比に与える影響を明らかにしたし，第2篇ではAM相関システムの検波器出力の直流分を除去した場合としない場合について出力SN比を求め，直流分を除去することにより出力SN比が改善できることを言及したが，定量的にどの程度改善できるかについては触れなかった．

そこで，第2章においてPre-detection形相関システムの出力SN比とPost-detection形相関システムの出力SN比の比較またAM相関システムの出力SN比とFM相関システムの出力SN比の比較，さらには狭帯域ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合，ガウス形ランダム信号あるいは正弦波により変調された信号を入力信号とする場合の出力SN比の比較などシステムあるいは入力信号の相違による出力SN比の特性の差異を比較検討する．

第3章では，各種相関システムについてSN比改善度を求め，掛算器入力の直流分を除去することにより出力SN比の改善が得られることを示す．

第2章　相関システムの出力SN比の比較

2.1　緒　　言

第1篇，第2篇における解析は個個の出力SN比の解析だけに留められていて，その間の比較は行われていないので，本章では各種の相関システムの出力SN比を比較検討することにする．まず，Pre-detection形相関システムとPost-detection 形相関システムの出力SN比の差異を明らかにし，ついで同じPost-detection 形相関システムに属するAM相関システムとFM相関システムとの比較を容易にするために，AM相関システムに対するFM相関システムの出力SN比の改善度を求める．さらに，同一のシステムにおいて正弦波により変調された信号，ガウス形ランダム信号で変調された信号あるいは無変調のガウス形ランダム信号など入力信号の相違により出力SN比の特性がいかに変わるかについても論じる．

2.2　Pre-detection形とPost-detection形相関システム

第1篇のPre-detection形相関システムの解析においては，入力信号および入力雑音として低周波ガウス形ランダムプロセスを仮定している．しかし，βが十分大である場合には低周波ガウス形ランダムプロセスの代りに狭帯域ガウス形ランダムプロセスを仮定しても出力SN比は同一になると考えても差支えない[26]．したがって，このような入力条件でのPre-detection形相関システムに対比可能なPost-detection 形相関システムの出力SN比の解析は第2篇のうちの第2章の解析である．すなわち，入力信号および入力雑音が共に狭帯域ガウス形ランダムプロセスである場合のAM相関システムの出力SN比である．

観測時間が十分長い場合のPre-detection形相関システムの出力SN比$(S/N)_{oc}$は第1篇の式(2.30)で与えられ，またPost-detection 形相関システム(AM相関システム)の出力SN比$(S/N)_0'$は第2篇の式(2.64)において$\alpha \gg \beta$とした結果により与えられるから，これらを比較することにする．ただし，ここではどちらも掛算器入力に直流分を含まない状態，

すなわちPre-detection形の場合には$\eta=0$のときの$(S/N)_{oc}$を，Post-detection形の場合には$(S/N)_o$でなく$(S/N)_o'$の方を考えることにする．

図2．1にPre-detection形相関システムの出力SN比$(S/N)_{oc}$を実線で，Post-detection形相関システムの出力SN比$(S/N)_o'$を点線で示す．

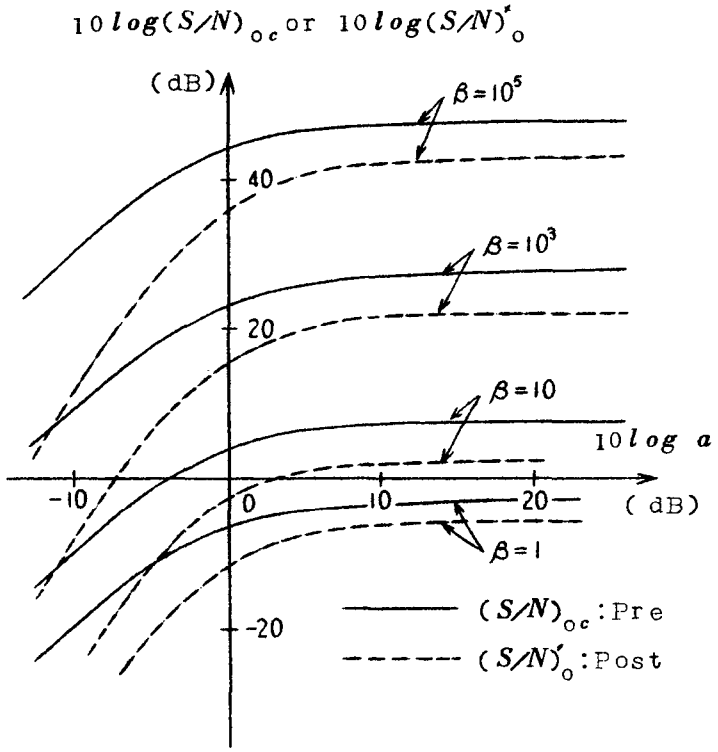


図2．1　Pre-detection形とPost-detection形相関システムの出力SN比（$\eta=0$）

ここで，$\beta \gg 1$の場合の$(S/N)_{oc}$，$(S/N)_o'$の近似式は，それぞれ，第1篇の式(2.34)，(2.35)および第2篇の式(2.66)，(2.68)で与えられるがいま一度示すと以下のようになる．ただし，$\eta=0$である．

(1)　a_1，$a_2 \gg 1$のとき，

$$(S/N)_{oc} \simeq \beta/\sqrt{\pi} \qquad (2.1)$$

$$(S/N)_0' \simeq \beta / (2+\sqrt{2})\sqrt{\pi} \qquad (2.2)$$

(2) a_1, $a_2 \ll 1$ のとき,

$$(S/N)_{0c} \simeq 2a_1 a_2 \beta / \sqrt{\pi} \qquad (2.3)$$

$$(S/N)_0' \simeq \sqrt{8}\ a_1^2 a_2^2 \beta / \sqrt{\pi} \qquad (2.4)$$

すなわち，図2．1にもみられるように，βに対する傾向はどちらもβに比例していて同じである．一方，入力SN比に対する傾向は，入力SN比が大きい場合にはどちらもそれには無関係な一定値を取り同一であるが，逆に入力SN比が小さい場合にはPre-detection形の方が入力SN比に比例するのに対してPost-detection 形の方は自乗に比例して顕著な相違が認められる．このような相違が生じるのはPost-detection形の場合には，入力に検波器を備えていてそれに固有な微弱信号抑圧効果が出力SN比に影響を及ぼすからである[101]．

また，Pre-detection形の相関システムの出力SN比は，Post-detection 形より全体的に上回っていて，$a \gg 1$，$\beta \gg 1$の場合には約 5dB 良好となっている．

なお，式(2．1)と第2篇の式(4.31)に見られるように，入力CN比が大でかつ$\delta = 1$の場合のFM相関システムの出力SN比は入力SN比の大きい場合のPre-detection形相関システムの出力SN比と同一となる．

2．3　AMとFM相関システム

AM相関システムとFM相関システムの出力SN比を比較するにあたり，次式に示すようなAM相関システムに対するFM相関システムの出力SN比の改善度D_{FM}, D_{FM}'を定義する．

$$D_{FM} = (S/N)_{0FM} / (S/N)_{0AM} \qquad (2.5)$$

$$D_{FM}' = (S/N)_{0FM} / (S/N)_{0AM}' \qquad (2.6)$$

ここに$(S/N)_{0FM}$はFM相関システムの出力SN比，$(S/N)_{0AM}$, $(S/N)_{0AM}'$はそれぞれ直流分を除去しない場合と除去した場合のAM相関システムの出力SN比である．

まず，変調信号がガウス形ランダム信号である場合の改善度について論じることにする．この場合の$(S/N)_{oFM}$は第2篇の式(4.27)で，$(S/N)_{oAM}$，$(S/N)'_{oAM}$はそれぞれ第2篇の式(3.23)，(3.40)で与えられる．これらの式を式(2.5)，(2.6)に代入し，$\alpha \gg \beta$，$\nu = 0$，$a_1 \gg 1$，$\beta \gg 1$，$\delta = \lambda = 1$とした場合の改善度D_{FM}，D'_{FM}を図2.2に示す．

$\alpha \gg \beta$，$\nu = 0$，$a_1 \gg 1$，$\beta \gg 1$，$\delta = 1$の場合のD_{FM}，D'_{FM}の近似式を求めると以下のようになる．

(1) $a_2 \gg 1$ ($a_1 \gg 1$)のとき，

$$D_{FM} \simeq 7(\lambda^6+64\lambda^4+300\lambda^2+295)/\lambda^2(\lambda^2+18)^2 \qquad (2.7)$$

$$D'_{FM} \simeq 6(\lambda^4+41\lambda^2+54)/(\lambda^2+18)^2 \qquad (2.8)$$

(2) $a_2 \ll 1$ ($a_1 \gg 1$)のとき，

$$D_{FM} \simeq 2220\gamma/D\lambda^4(\lambda^2+18)^2 \qquad (2.9)$$

$$D'_{FM} \simeq 580\gamma/D\lambda^4(\lambda^2+18)^2 \qquad (2.10)$$

ただし，$D = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-u^2/2}\ln(1-e^{-u^2})^{-1}\,du$ (2.11)

すなわち，図2.2にもみられるように，入力CN比が大のとき($\lambda = 1$)にはβ，γに無関係にD_{FM}は約11dBとなりFM相関システムの方が約11dB SN比は良好となる．逆に入力CN比が小のときにはD_{FM}はγに比例し，γが0.1以下になるとAM相関システムの方が良好となる．ただし，図2.2および，式(2.9)，(2.10)では$a_1 \gg 1$としているが，a_1，$a_2 \ll 1$のときにはγの自乗に比例する．また，AM相関システムでは，直流分除去回路を挿入することによりそれ自身のSN比が改善されるから，D'_{FM}はD_{FM}に比らべ全体的に数dB低くなり，$\gamma = 1$のときには改善度は約3dBとなる．

なお，図2，2では$\lambda = 1$の場合であるがλが1より小さくなると式(2.7)～(2.10)から分かるように，入力SN比が大きい場合にはD_{FM}はλ^2に反比例して上昇し，D'_{FM}はλに無関係な一定値を取るが，入力SN比が小

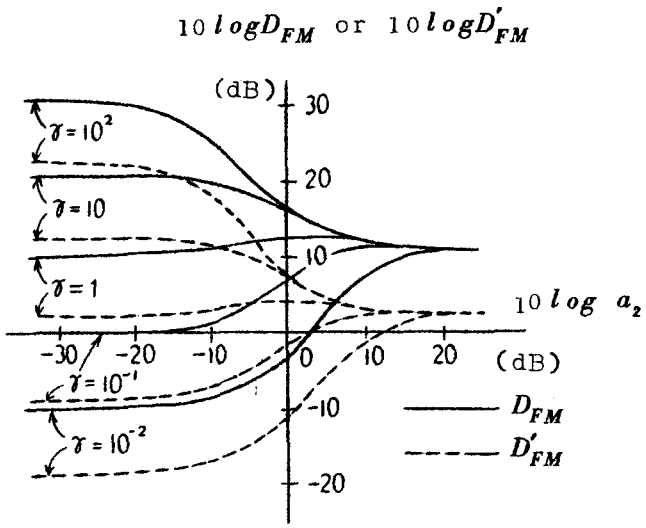


図２．２　FM相関システムのAM相関システムに対するSN比改善度
（$a_1 \gg 1$，$\beta \gg 1$，$\delta = \lambda = 1$）

さい場合にはD_{FM}，D'_{FM}は共にλ^4に比例して上昇する．

つぎに，変調信号が正弦波の場合の改善度を考える．正弦波変調信号の場合のFMおよびAM相関システムの出力SN比はそれぞれ第２篇の式(4.43)と(3.56)，(3.58)で与えられる．そこで，$\alpha \gg \beta$，$\nu = 0$，$\beta \gg 1$ の場合のD_{FM}，D'_{FM}の近似式を求めると以下のようになる．

(1)　$a_2 \gg 1$（$a_1 \gg 1$）のとき，

$$D_{FM} \simeq \frac{64 + 105m^2 + 355m^4/9 + 65m^6/256}{m^2(2 + m^2/8)^2} \tag{2.12}$$

$$D'_{FM} \simeq (4 + 40m^2/9 + m^4/256)/(2 + m^2/8)^2 \tag{2.13}$$

(2)　$a_2 \ll 1$（$a_1 \gg 1$）のとき，

$$D_{FM} \simeq (4 + \sqrt{2})\,\gamma\,(2m^2 + m^4/8)^2/4D' \tag{2.14}$$

$$D'_{FM} \simeq 2\sqrt{2}\ \gamma\ (2m^2+m^4/8)^2/D' \qquad (2.15)$$

ここに，

$$D' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} \cos\ \varepsilon u\ \ln(1-e^{-u^2})^{-1}\ du \qquad (2.16)$$

γに対するD_{FM}, D'_{FM}の傾向はガウス形ランダム変調信号の場合と同様である．a_1，$a_2 \gg 1$，$m=1$のとき，D_{FM}は約16dB，D'_{FM}は約2.7dBで，mが1より小となるとガウス形ランダム変調信号の場合のλに対する傾向と同一となる．

なお，第2篇の解析から分かるように，FM相関システムの出力SN比もAM相関システムの出力SN比もβおよび，a_1，a_2に対する傾向は同じである．

2．4　狭帯域ガウス形ランダム信号とガウス形ランダム変調信号および正弦波変調信号

第2篇の第2章ではAM相関システムの入力信号が無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号である場合の出力SN比を解析したし，第3章では同じAM相関システムの入力信号がAM信号の場合の出力SN比を解析した．またAM信号でもガウス形ランダム信号で変調された信号と正弦波で変調された信号のそれぞれについて考えた．

本節では，このように同じシステムに対して入力信号が異る場合の出力SN比を比較する．まず狭帯域ガウス形ランダム信号の場合の$(S/N)_0$は第2篇の図2．4に，$(S/N)'_0$は図2．5に示されているが，これらと図3．1に示されるガウス形ランダム変調信号の場合の$(S/N)_0$，$(S/N)'_0$と比べる．βあるいはa_1，a_2に対する傾向はもちろんであるが出力SN比の値そのものも，ほとんど変りない．これは，ガウス形ランダム信号で振幅変調された波自体もランダムプロセスとみなしうることからも首肯できる．

一方，ガウス形ランダム変調信号の場合の$(S/N)_0$と正弦波変調信号の場合の$(S/N)_0$は第2篇の図3．1と3．5によっても比較できるがこれらを

改めて示すと図２．３となる．ただし，実線はガウス形ランダム変調信号の場合を，点線は正弦波変調信号の場合を示す．また，$\lambda = 1$，$m = 1$，$\varepsilon = 1$としている．βが小のときあるいは入力ＣＮ比aが小のときにはどちらも同一の傾向を示すが，βとaが共に大のときにはガウス形ランダム変調信号の場合の$(S/N)_0$はβに比例するのに対して正弦波変調信号の場合の$(S/N)_0$はβの自乗に比例している．このようなβに対して相違が生じるのはSelf Noiseが異っていることに起因する．すなわち，ガウス形ランダム変調信号の場合のSelf Noise の電力スペクトラムは連続スペクトラムであるの

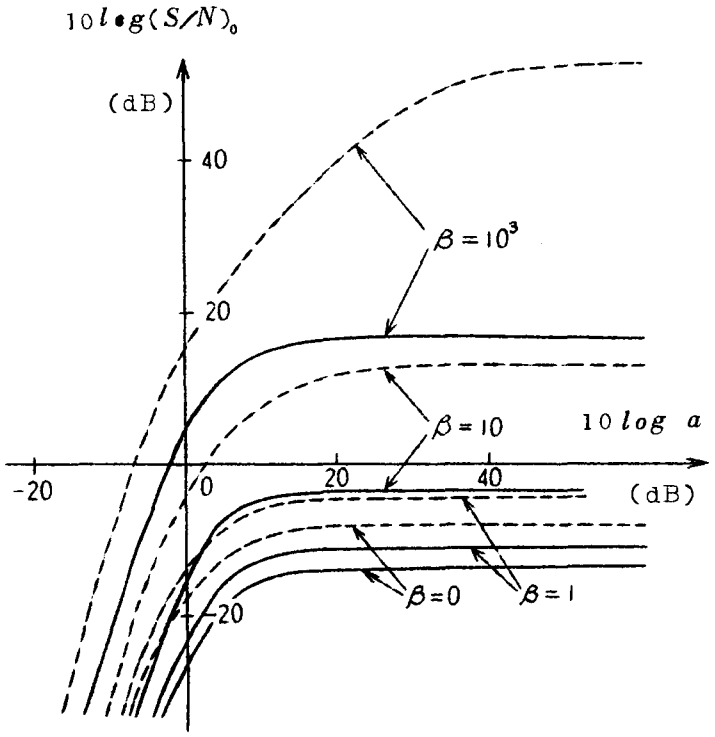


図２．３　ガウス形ランダム変調信号の場合（実線）と正弦波変調信号の場合（点線）の出力ＳＮ比$(S/N)_0$
（$\lambda = 1$，$m = 1$，$\varepsilon = 1$）

に対し，正弦波の場合には線スペクトラムとなるからである．なお，図２．３には $(S/N)_0'$ の比較は示さなかったが，$(S/N)_0'$ についても $(S/N)_0$ と同様のことがいえる．また，FM相関システムの場合もAM相関システムの場合と同様の議論が成立つ．

２．５　結　　言

本章では，システムあるいは入力信号の相違による出力SN比の特性を比較検討した．その結果を要約列挙すると以下のようになる．

(i)　Pre-detection 形と Post-detection 形相関システムの出力SN比は，βに対する傾向はどちらもβに比例していて同じである．入力SN比に対する傾向は，入力SN比が大きい場合にはどちらもそれに無関係な一定値を取り同じであるが，入力SN比が小さい場合には Pre-detection 形の方は入力SN比に比例するのに対し Post-detection 形の方は自乗に比例している．また，入力SN比が大きい場合には Pre-detection形の方が出力SN比は約５dB良好である．

(ii)　AM相関システムとFM相関システムの出力SN比はどちらもβ，入力CN比に対する傾向は同じである．直流分を除去していない場合のAM相関システムに対するFM相関システムのSN比の改善度は，$\gamma=1$，$\lambda=1$の場合には入力CN比に関係なく約１１dBである．直流分を除去した場合のAM相関システムに対する場合には約３dBである．

(iii)　入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合とガウス形ランダム信号で変調された信号の場合の出力SN比はどちらもほぼ同一となる．また，ガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合を比較すると，βが小さいときと入力CN比が小さいときには出力SN比はどちらも同様の傾向を示すが，βと入力CN比が共に大のときにはガウス形ランダム変調信号の場合にはβに比例するのに対し，正弦波変調信号の場合にはβの自乗に比例する．

第3章　直流分除去による出力SN比の改善[40]

3．1　緒　　言

第1篇，第2篇で論じたように，掛算器入力に直流分が存在する場合には直流分除去回路を挿入することにより，一方の掛算器入力の直流分と他方の掛算器入力のランダム成分との変調積により生じる雑音および直流分同士の変調積により生じる出力における不要な直流分を除去することができる．したがって，従来の直流分除去回路を含まないシステムに対して出力SN比は改善されることが明らかとなった．

本章では，Pre-detection形およびPost-detection形相関システムのそれぞれについて直流分を除去しない場合に対する直流分を除去した場合の出力SN比の改善度を算出し，その特性を解析する．

3．2　Pre-detection形相関システムのSN比改善度

Pre-detection形相関システムの出力SN比の改善度I_cは$\eta=0$の場合の$(S/N)_{oc}$と$\eta\neq 0$の場合の$(S/N)_{oc}$の比として次式のように定義できる．

$$I_c=(S/N)_{oc(\eta=0)}/(S/N)_{oc(\eta\neq 0)} \tag{3.1}$$

式(3．1)と第1篇の式(2.30)によりI_cは次式となる．

$$I_c=\frac{\{a_1a_2+(1+a_1)(1+a_2)\}p_2+\{\eta_1a_1+\eta_2a_2+(\sqrt{\eta_1}+\sqrt{\eta_2})^2a_1a_2\}p_1}{\{a_1a_2+(1+a_1)(1+a_2)\}p_2} \tag{3.2}$$

ここにp_k $(k=1,2)$は第1篇の式(2.31)により与えられる．

図3．1に$a=a_1=a_2$，$\eta=\eta_1=\eta_2$，$\beta=10^3$とした場合のSN比改善度I_cと入力SN比aの関係を示す．

式(3．2)において，$\beta\gg 1$，$a=a_1=a_2$，$\eta=\eta_1=\eta_2\gg 1$とすると，次の近似式が得られる．

(1) $a \gg 1$ のとき，

$$I_c \simeq 2\sqrt{2}\,\eta \quad (3.3)$$

(2) $a \ll 1$ のとき，

$$I_c \simeq 1 + 2\sqrt{2}\,a\,\eta \quad (3.4)$$

すなわち，a が大きい場合には改善度は η に比例して上昇し a には無関係な一定値を取る．逆に a が小さくなると a と η の両方に比例するが，さらに a が小さくなると改善は行なわれなくなる．

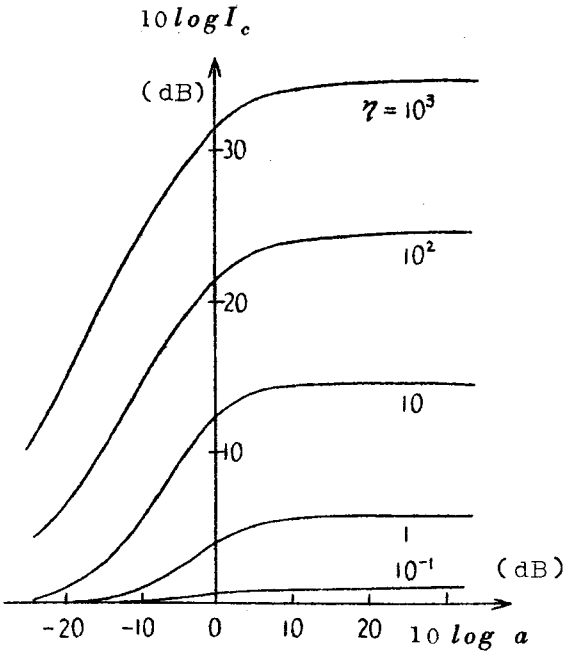


図３．１　SN比改善度 I_c と入力SN比 a の関係（$\beta = 10^3$）

３．３　Post-detection形相関システムのSN比改善度

第２篇の第２章，第３章で扱ったAM相関システムにおいては二乗則包絡線検波器の出力には直流分が生じる．したがって直流分除去回路を挿入することにより出力SN比は改善される．

まず，AM相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ダンダム信号の場合の改善度を求める．直流分除去回路を含まなくて，かつ出力の直流レベルを較正する場合の出力SN比 $(S/N)_0$ および較正せずにそのまま測定する場合の出力SN比 $(S/N)_0''$ に対する直流分除去回路を含む場合の出力SN比 $(S/N)_0'$ の改善度をそれぞれ，I_1，I_2 とすると，これらは第２篇の式(2.53)(2.64)，(2.65)により，次式で与えられる．

$$I_1 \equiv \left(\frac{S}{N}\right)'_0 \Big/ \left(\frac{S}{N}\right)_0 = \left[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 (p_4 + 2p_2) + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2\right]$$

$$\Big/ \left[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 p_4 + 2a_1 a_2 \left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\} p_2\right] \quad (3.5)$$

$$I_2 \equiv \left(\frac{S}{N}\right)'_0 \Big/ \left(\frac{S}{N}\right)''_0 = \left[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 (p_4 + 2p_2) + 8a_1 a_2 (1+a_1)(1+a_2) p_2\right.$$

$$\left. + (1+a_1)(1+a_2)\left\{2a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}\beta\right] \Big/ \left[\left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\}^2 p_4\right.$$

$$\left. + 2a_1 a_2 \left\{a_1 a_2 + (1+a_1)(1+a_2)\right\} p_2\right] \quad (3.6)$$

ここに，p_2，p_4 は第1篇の式（2.27）において，それぞれ $k=2$，4 としたものにより与えられる．式（3．5），（3．6）より求めた改善度 I_1，I_2 と，入力SN比 a（$\equiv a_1 = a_2$）の関係を図3．2，3．3に示す．ただし，$\alpha \gg \beta$ としている．

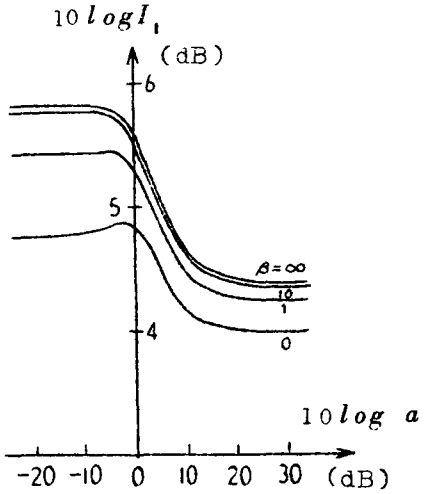


図3．2　SN比改善度 I_1 と入力SN比 a の関係

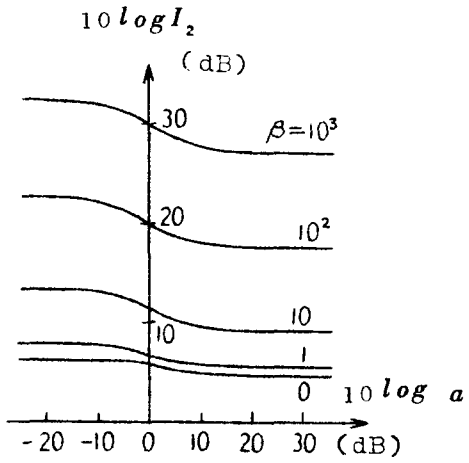


図3．3　SN比改善度 I_2 と入力SN比 a の関係

$\beta \gg 1$（$\alpha \gg \beta$，$a \equiv a_1 = a_2$）の場合，式（3．5），（3．6）は近似的に，

$$I_1 \simeq \frac{(1+2\sqrt{2})\left\{a^2+(1+a)^2\right\}^2+8\sqrt{2}\,a^2(1+a)^2}{\left\{a^2+(1+a)^2\right\}^2+2\sqrt{2}\,a^2\left\{a^2+(1+a)^2\right\}} \qquad (3.7)$$

$$I_2 \simeq \frac{\sqrt{\frac{8}{\pi}}\,(1+a)^2\left\{2a^2+(1+a)^2\right\}}{\left\{a^2+(1+a)^2\right\}^2+2\sqrt{2}\,a^2\left\{a^2+(1+a)^2\right\}}\cdot\beta \qquad (3.8)$$

となる．すなわち，I_1はβとともに大きくなり，式（3．7）に示されるような入力SN比により決まる最大値（aが大きい場合には約4.4dB，aが小さい場合には約5.8dB）を取るが，一方，I_2は図3．3にも見られるようにβが十分大きくなると，βに比例して上昇する．これらのことから，直流分除去回路をそう入することにより，直流分除去回路を含まない場合で，出力直流レベルを較正したときに対して数dBのSN比の改善が得られ，また，直流レベルを較正せずに測定した場合に対しては積分フィルタの帯域幅を狭くする程良好な改善比を得ることができることが判明した．

また，図3．2，3．3にも認められるように，入力SN比が大きい場合より，むしろ小さい場合の方が改善度が良好となっている．したがって，直流分除去回路をそう入する方がそう入しない場合より，信号の大きい場合はもちろんであるが，特に微弱信号の検出に有効であるといえる[73]．

つぎに，AM相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号により振幅変調された信号の場合の改善度を求める．この場合の改善度I_1は第2篇の式（3.40）と式（3.23）の比を取ることにより得られる．

$$I_1 = N_{AM} / N'_{AM} \qquad (3.9)$$

ここに，N_{AM}，N'_{AM}はそれぞれ第2篇の式（3.24），（3.41）で与えられる．

式（3．9）より求めた改善度I_1と入力CN比の関係を図3．4，3．5に示す．ただし，図3．4では$\lambda=1$（$\alpha \gg \beta$），図3．5では$\beta=10^5$（$\alpha \gg \beta$）としている．図3．4にみられるように改善度はβと共に大となり，$\beta \gg 1$のときには次式のようなβに無関係な一定値に近づく（$\lambda=1$，a_1，$a_2 \gg 1$のときに約8.9dB）．

(1)　a_1，$a_2 \gg 1$のとき，

$$I_1 \simeq \left\{ 2p_1 + 3S(4p_1 + 3p_2) + 6S^2(3p_1 + 3p_2 + 2p_3) + 3S^3(3p_2 + p_4) \right\}$$

$$\Big/ \left\{ 4Sp_2 + 4S^2(2p_1 + 2p_2 + 3p_3) + S^3(4p_2 + 3p_4) \right\} \qquad (3.10)$$

ただし，p_k，（$k=1\sim4$）は第2篇の式（3.30）で与えられる．

ここで，$\lambda \ll 1$ のときは，

$$I_1 \simeq \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \qquad (3.11)$$

(2)　a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$I_1 \simeq 1 + 2\sqrt{2} \qquad (3.12)$$

すなわち，入力CN比が小さいときには，入力CN比および変調度には無関係な一定値を取る．一方，入力CN比が大きいときには，改善度は入力CN比に無関係で，変調度により決まる一定値に近づく．その際，変調度が小さくなると，変調度の自乗に反比例してSN比が改善される．ここで，変調が深い場合より変調が浅い場合ほど，SN比の改善効果が著しいということは興味深い現象である．また，入力CN比が小さい場合より大きい

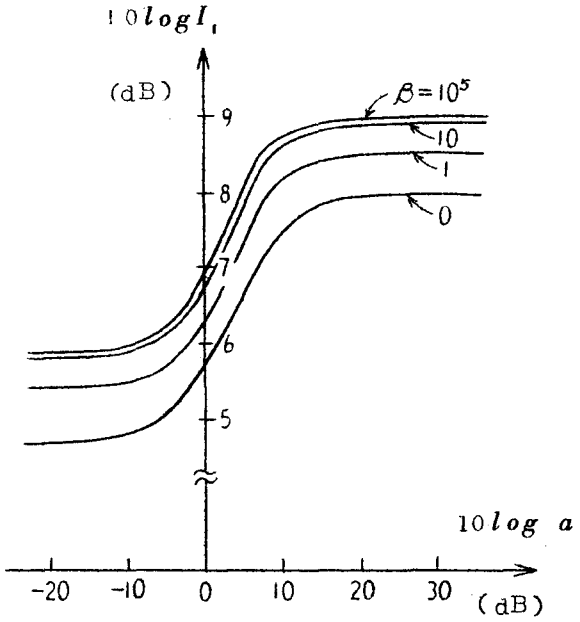


図3．4　SN比改善度I_1と入力CN比aの関係（$\lambda=1$）

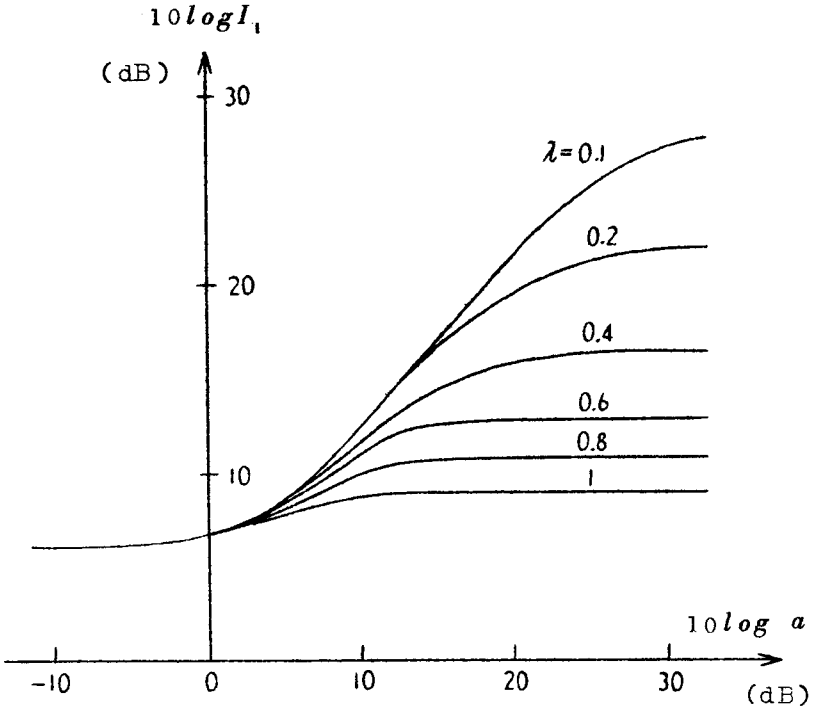


図３．５　ＳＮ比改善度 I_1 と入力ＣＮ比 a の関係
（$\beta = 10^5$）

場合の方が改善度は良好である．

最後に，ＡＭ相関システムの入力信号が正弦波により振幅変調された信号の場合の改善度を求める．改善度 I_1 は第２篇の式（3.58）と式（3.56）の比を取ることにより，

$$I_1 = \sigma^2 / \sigma'^2 \tag{3.13}$$

となる．ここに，σ^2，σ'^2 はそれぞれ第２篇の式（3.57），（3.59）により与えられる．図３．６～３．８に式（3.13）より求めたＳＮ比改善度 I_1 と入力ＣＮ比 $a = a_1 = a_2$ の関係を示す．ただし，図３．６では $\epsilon = 1$，$m = 1$，図３．７では $\beta = 10^3$，$m = 1$，図３．８では $\beta = 10$，$\epsilon = 1$ としている．

ここで，$\beta \gg 1$ の場合の式（3.13）の近似式を求めると次のようになる．

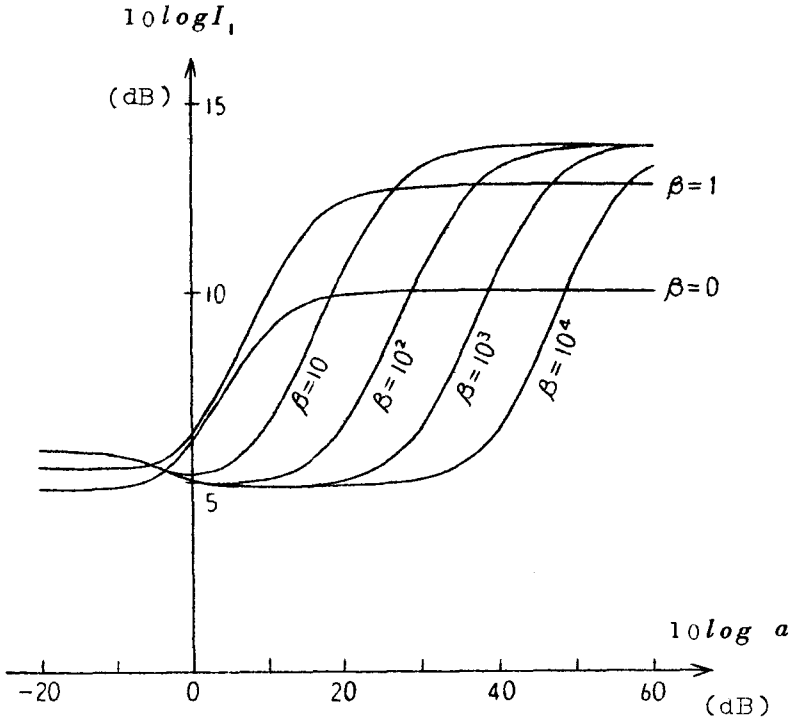


図３．６　ＳＮ比改善度 I_1 と入力ＣＮ比 a の関係
（$\epsilon = 1$，$m = 1$）

(1)　a_1，$a_2 \gg 1$ のとき，

$$I_1 \simeq \frac{8 + 105m^2/8 + 355m^4/72 + 65m^6/2048}{m^2/2 + 5m^4/9 + m^6/2048} \tag{3.14}$$

さらに，$m \ll 1$ のときは，

$$I_1 \simeq 16/m^2 \tag{3.15}$$

(2)　a_1，$a_2 \ll 1$ のとき，

$$I_1 \simeq 1 + 2\sqrt{2} \tag{3.16}$$

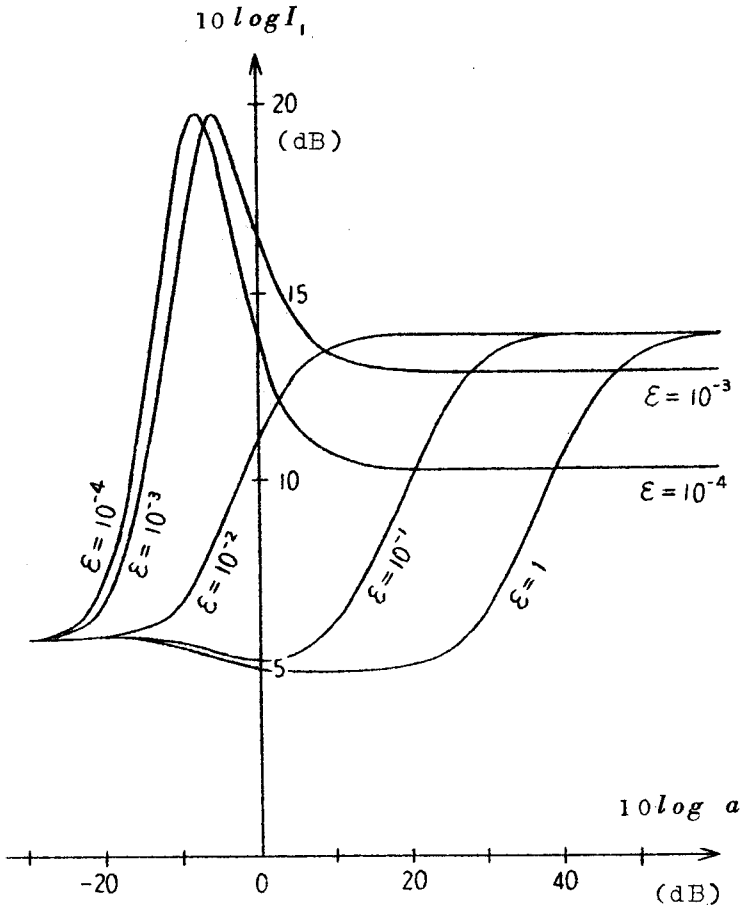


図３．７　SN比改善度I_1と入力CN比aの関係
（$\beta = 10^3$，$m = 1$）

すなわち，図にもみられるように，入力CN比が十分大きい場合には，β，εに無関係でmにより決まる一定値（$m = 1$のとき，約14dB）を取り，mが小さくなるとm^2に反比例して改善度は上昇する．逆に入力CN比が小さいときにはβ，ε，mに無関係に改善度は約5.8dBとなり，ガウス形ランダム変調信号の場合と同じである．これは入力CN比が小さいために変調信号よりむしろ入力雑音の影響が大きく現われ，しかもどちらの場合も同一の狭帯域ガウス形ランダム雑音を仮定していることによる．これに対し，入力C

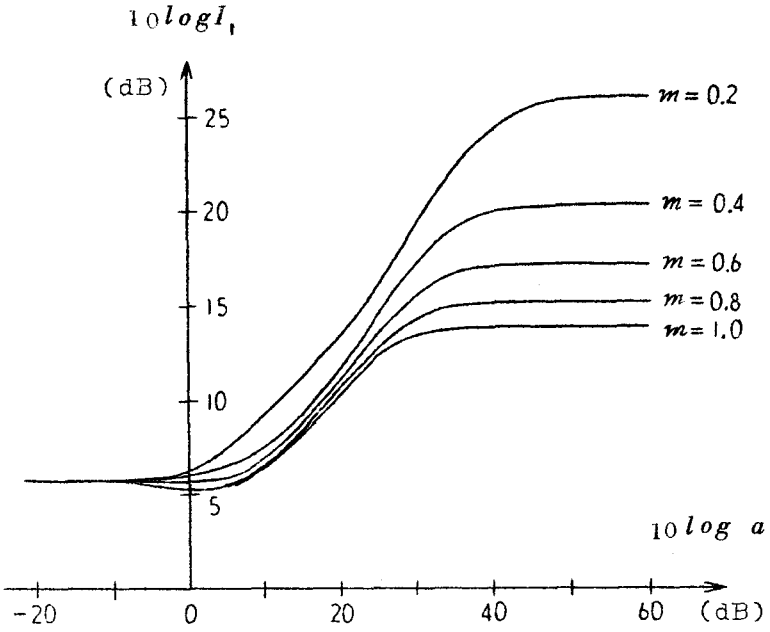


図３．８　ＳＮ比改善度 I_1 と入力ＣＮ比 a の関係
（$\beta = 10$，$\epsilon = 1$）

N 比が大きくなると Self Noise の影響の方が強くなり，その際ガウス形ランダム変調信号の場合の連続スペクトラムを持つ Self Noise とは異なり，正弦波変調信号の場合には線スペクトラムを持つ Self Noise が現われるために改善度も図３．４とかなり異なった傾向を示している．

３．４　結　　言

本章では，Pre-detection 形および Post-detection 形相関システムについて掛算器入力の直流分を除去した場合の除去しない場合に対する出力ＳＮ比の改善度を求め，掛算器入力の直流分を除去することにより出力ＳＮ比の改善が得られることを示した．その結果をまとめて示すと次のようになる．

(i)　Pre-detection 形相関システムの出力ＳＮ比改善度は，入力ＳＮ比が

大きいときには入力の直流電力と信号電力の比ηが大となるとηに比例して上昇し，入力SN比が小さくなるとηの他に入力SN比にも比例する．

(ii) AM相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合の改善度は，βとともに上昇しβが大のとき最大約5.8 dBの改善が得られる．

(iii) AM相関システムの入力信号がガウス形ランダム信号で振幅変調された信号の場合の改善度は，変調度が1でβが大のとき最大約8.9 dBとなる．また，入力CN比が大きいときには変調度が小さくなるとその自乗に反比例して出力SN比は改善される．

(iv) AM相関システムの入力信号が正弦波により振幅変調された信号の場合の改善度は，βおよび入力CN比が大きいときにはβ，εに無関係で変調度が1のとき約14 dBである．また，変調度に対する傾向はガウス形ランダム変調信号の場合と同様である．

第4章　結　　論

本篇においては，第1篇，第2篇で解析した各種の相関システムの出力SN比を比較検討し，さらに掛算器入力の直流分を除去しない場合に対する除去した場合の出力SN比の改善度を求め，直流分を除去することにより出力SN比を改善できることを示した．本篇の各章において得られた結果を概括すると次のようになる．

(1) Pre-detection形とPost-detection形相関システムの出力SN比は，入力SN比が小さい場合にはPre-detection形の方が入力SN比に比例するのに対しPost-detection形の方は自乗に比例する点が異なるまた，Pre-detection形の方が全体的に出力SN比が上回り，入力SN比が大きい場合には約5 dB良好である．

(2) AM相関システムとFM相関システムの出力SN比はどちらもβ，入力CN比に対する傾向は同じである．直流分を除去していない場合のAM相関システムに対しFM相関システムの出力SN比は，$\gamma=1$，$\lambda=1$のとき，約11dB優れている．

(3) ガウス形ランダム変調信号の場合と正弦波変調信号の場合の出力SN比は，βと入力CN比が共に大のときガウス形ランダム変調信号の場合にはβに比例するのに対し，正弦波変調信号の場合にはβの自乗に比例する点が相違している．

(4) Pre-detection形相関システムのSN比の改善度は，入力SN比が大のとき入力の直流電力と信号電力の比に比例して上昇する．

(5) AM相関システムの入力信号が狭帯域ガウス形ランダム信号の場合のSN比改善度は最大約5.8 dBである．

(6) ガウス形ランダム変調信号の場合のAM相関システムのSN比改善度は変調度が1のとき最大約8.9 dBである．また，正弦波変調信号の場合には，βおよび入力CN比が大でかつ変調度が1のときには約14 dBの改善が得られる．

(7) AM相関システムの改善度の変調度に対する傾向は，入力CN比が大のとき変調度が小さくなるとその自乗に反比例して良好となる．

結　　論

本研究は“相関システムの出力SN比およびその改善に関する研究”として筆者の行なった研究の成果を，第1篇“Pre-detection形相関システムの出力SN比”，第2篇“Post-detection 形相関システムの出力SN比”および第3篇“相関システムの出力SN比の比較および出力SN比の改善”に分けて詳論したものである．

本研究で新しく得られた諸成果については，それぞれ各篇の結論ですでに述べているが，ここに本研究を終るにあたり，さらに全篇を通じて総括を行なうと次のようになる．

(1) 入力信号および雑音として，平均値（直流分）が0でない定常低周波ガウス形ランダムプロセスを仮定した場合のPre-detection形相関システムの出力SN比に関して，従来の研究結果をも含む，より一般的な解析を行ない，かつ入力の直流分が出力SN比に与える影響を明らかにした．

(2) 被変調波あるいは高周波信号を入力信号とする場合には，Pre-detection形より，AM相関システム，FM相関システムなどのPost-detection形相関システムの方が有効であることを示した．また，無変調の狭帯域ガウス形ランダム信号を入力信号とする場合のAM相関システムの出力SN比を近似を行なうことなく求めてその特性を明確にし，従来の近似解析は約10dBの誤差を含むことを指摘した．さらに，等価平均時間を観測時間の良好な目安にできることも提案した．

(3) AM信号を入力信号とするAM相関システムおよびFM信号を入力信号とするFM相関システムの出力SN比を解析し，従来知られていなかった種々の特性を明らかにした．

なお，以上の(1)，(2)，(3)項のそれぞれの場合について，出力の電力スペクトル密度を求めた．これにより，各システムの出力特性の理解を深めるための有効な手段が得られた．

(4) 本研究で求めた各種の相関システムの出力SN比を比較検討し，Pre-detection形相関システムはPost-detection 形相関システムに比べ，

出力SN比は全体的に上回り，入力SN比が大のときには約5dB 良好であることを明らかにした．また，FM相関システムはAM相関システムに比べSN比の点からも優れ（入力CN比が大のときには約11dB良好），ことにデータレコーダと組合わせた場合には極低周波成分を含む信号に対しても有効に相関を取ることができ，かつ利得変動を受けにくいなど，その有用性を指摘した．

(5) 相関システムの掛算器入力に直流分が存在する場合には，それを除去することにより出力SN比を改善できることを提案した．そして各相関システムに関して出力SN比の改善度を求め，とりわけAM相関システムにおいては変調度が1のときで約9dBの改善が得られ，変調が残くなる程改善効果が著しいことを指摘した．

謝　　辞

本研究は，大阪大学教授滑川敏彦博士ならびに同大学教授青柳健次博士の適切なる御嚮導のもとに，大学院における研究テーマとして，相関システムの出力SN比およびその改善に関して，遂行され，ここに，一応の成果をみるに到ったものである．この間，両先生から賜った懇篤なる御指導と御鞭撻に対して，ここに深甚なる感謝の意を表する次第である．

また，筆者の大学院在学中，講義を通して日頃熱心に御指導下さった諸先生方に対し，深く感謝申し上げる．

本研究の途上，筆者は大阪大学工学部助手森永規彦博士に終始変らぬ御指導と並々ならぬ御厚情を賜った．本稿を終るにあたり衷心より謝意を表する次第である．

最後に，筆者は終始献身的な御助力をいただいた小林正明氏ならびに種々有益なる御討論をいただいた滑川研究室の諸氏に厚く御礼申し上げる．

付　　録

付　録　1.　第2篇式(3.18)中の $r_{MN}(\tau,\xi)$

$$
\begin{aligned}
r_{MN}(\tau,\xi) = a_1^2 a_2^2 \Big[& 4S\left\{2\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+2S^2\left\{8\rho_\mu(\xi)\right. \\
& +4\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\xi-\tau)+10\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu^2(\xi+\tau)+\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
& +16\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& \left.+8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)+8\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\} \\
& +4S^3\left\{2\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu^2(\xi+\tau)+\rho_\mu^2(\xi-\tau)\right. \\
& +8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
& +4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^3(\xi)+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu^2(\xi)+8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi) \\
& +4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
& +4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
& +4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& \left.+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\} \\
& +2S^4\left\{2\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu^2(\xi+\tau)+\rho_\mu^2(\xi-\tau)+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\right. \\
& +8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)+8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& +8\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu^2(\xi)+2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
& \left.+2\rho_\mu^4(\xi)\right\}\Big] \\
+2a_1a_2(a_1+a_2)\Big[& 2S\left\{2\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+S^2\left\{4\rho_\mu(\xi)\right. \\
& +2\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu^2(\xi+\tau)+\rho_\mu^2(\xi-\tau) \\
& +8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& \left.+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+S^3\left\{2\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu^2(\xi+\tau)\right. \\
& \left.+\rho_\mu^2(\xi-\tau)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}\Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+2(a_1^2+a_2^2)\{2S\rho_\mu(\xi)+S^2\rho_\mu^2(\xi)\}+2a_1a_2[2S\{\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\}\\
&\quad+S^2\{\rho_\mu^2(\xi+\tau)+\rho_\mu^2(\xi-\tau)\}]+2a_1a_2\{a_1\rho_{n2}(\xi)\\
&\qquad+a_2\rho_{n1}(\xi)\}[1+S\{2+4\rho_\mu(\tau)+5\rho_\mu(\xi)+2\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\xi-\tau)\}\\
&\quad+S^2\{1+4\rho_\mu(\tau)+2\rho_\mu(\xi)+2\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^2(\tau)+6\rho_\mu^2(\xi)\\
&\qquad+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)+2\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\\
&\qquad+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\}+S^3\{\rho_\mu(\xi)\\
&\qquad+2\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi)\\
&\qquad+4\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu^3(\xi)\}]\\
&+4a_1a_2\{\rho_{n1}(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\}[1+S\{1+2\rho_\mu(\tau)+\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\}\\
&\qquad+S^2\{\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\}]\\
&+4a_1a_2\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)[1+S\{2\rho_\mu(\tau)+2\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\}\\
&\qquad+S^2\{\rho_\mu^2(\tau)+\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\}]\\
&+\{a_1^2\rho_{n2}^2(\xi)+a_2^2\rho_{n1}^2(\xi)\}[1+2S\{1+2\rho_\mu(\xi)\}+S^2\{1+2\rho_\mu^2(\xi)\}]\\
&+2\{1+S\rho_\mu(\xi)\}[a_1\rho_{n1}(\xi)\{1+\rho_{n2}^2(\xi)\}+a_2\rho_{n2}(\xi)\{1+\rho_{n1}^2(\xi)\}]\\
&+2(1+S)\{a_1\rho_{n2}^2(\xi)+a_2\rho_{n1}^2(\xi)\}+\{\rho_{n1}^2(\xi)+\rho_{n2}^2(\xi)+\rho_{n1}^2(\xi)\rho_{n2}^2(\xi)\}
\end{aligned}
\tag{A.1}
$$

ここに，a_1，a_2は各入力のCN比，また，$\rho_{n1}(\xi)$，$\rho_{n2}(\xi)$は各入力雑音$n_1(t)$，$n_2(t)$の正規化自己相関関数の包絡線成分で，それぞれ次式で定義される．

$$
\left.
\begin{aligned}
&a_i=A^2/2N_i\\
&N_i\rho_{ni}(\xi)=\int_0^\infty G_{ni}(f)\cos 2\pi(f-f_0)\xi\,df\\
&(i=1,2)
\end{aligned}
\right\}
\tag{A.2}
$$

付　録　2.　　第2篇式(3.38)中の $r'_{MN}(\tau,\xi)$

$$
\begin{aligned}
r'_{MN}(\tau,\xi) = {} & 4a_1^2a_2^2\Big[S^2\left\{4\rho_\mu^2(\xi)+4\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+S^3\left\{4\rho_\mu^3(\xi)\right. \\
& +8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu^2(\xi)+8\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi)+4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau) \\
& +4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& +2\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau)+8\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& \left.+8\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+S^4\left\{4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right. \\
& +4\rho_\mu^2(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+4\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu^2(\xi) \\
& \left.+\rho_\mu^2(\xi+\tau)\rho_\mu^2(\xi-\tau)+\rho_\mu^4(\xi)\right\}\Big] \\
& +4a_1a_2\left\{a_1\rho_{n2}(\xi)+a_2\rho_{n1}(\xi)\right\}\Big[2S\rho_\mu(\xi)+S^2\left\{2\rho_\mu^2(\tau)+3\rho_\mu^2(\xi)\right. \\
& +4\rho_\mu(\tau)\rho_\mu(\xi)+2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)+2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi-\tau) \\
& \left.+2\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}+S^3\left\{2\rho_\mu^2(\tau)\rho_\mu(\xi)\right. \\
& \left.+2\rho_\mu(\xi)\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)+\rho_\mu^3(\xi)\right\}\Big] \\
& +2\left\{a_1^2\rho_{n2}^2(\xi)+a_2^2\rho_{n1}^2(\xi)\right\}\left\{2S\rho_\mu(\xi)+S^2\rho_\mu^2(\xi)\right\} \\
& +2\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)\left\{a_1\rho_{n2}(\xi)+a_2\rho_{n1}(\xi)\right\}\left\{1+S\rho_\mu(\xi)\right\} \\
& +4a_1a_2\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)\Big[1+S\left\{2\rho_\mu(\tau)+2\rho_\mu(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)+\rho_\mu(\xi-\tau)\right\} \\
& +S^2\left\{\rho_\mu^2(\tau)+\rho_\mu^2(\xi)+\rho_\mu(\xi+\tau)\rho_\mu(\xi-\tau)\right\}\Big]+\rho_{n1}^2(\xi)\rho_{n2}^2(\xi) \qquad (\mathrm{A}.3)
\end{aligned}
$$

付　録　3.　　第2篇式(3.54)中の $r_{MN}(\tau,\xi)$

$$
\begin{aligned}
r_{MN}(\tau,\xi) = {} & a_1^2a_2^2\Big[2m^2\left\{2\cos\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+\xi)+\cos\omega_a(\tau-\xi)\right\} \\
& +\frac{m^4}{8}\left\{32\cos\omega_a\xi+24\cos\omega_a(\tau+\xi)+24\cos\omega_a(\tau-\xi)+18\cos 2\omega_a\xi\right. \\
& +\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+\cos 2\omega_a(\tau-\xi)+8\cos\omega_a(2\tau+\xi)+8\cos\omega_a(2\tau-\xi) \\
& \left.+8\cos\omega_a(\tau+2\xi)+8\cos\omega_a(\tau-2\xi)\right\}
\end{aligned}
$$

$$+\frac{m^6}{8}\Big\{10\cos\omega_a\xi+8\cos\omega_a(\tau+\xi)+8\cos\omega_a(\tau-\xi)+2\cos 2\omega_a\xi$$

$$+\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+\cos 2\omega_a(\tau-\xi)+4\cos\omega_a(\tau+2\xi)+4\cos\omega_a(\tau-2\xi)$$

$$+4\cos\omega_a(2\tau+\xi)+4\cos\omega_a(2\tau-\xi)+2\cos 3\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+3\xi)$$

$$+\cos\omega_a(\tau-3\xi)+\cos\omega_a(3\tau+\xi)+\cos\omega_a(3\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^8}{128}\Big\{8\cos 2\omega_a\xi+4\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+4\cos 2\omega_a(\tau-\xi)+\cos 4\omega_a\xi\Big\}\Big]$$

$$+a_1a_2(a_1+a_2)\Big[m^2\Big\{4\cos\omega_a\xi+2\cos\omega_a(\tau+\xi)+2\cos\omega_a(\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^4}{8}\Big\{16\cos\omega_a\xi+12\cos\omega_a(\tau+\xi)+12\cos\omega_a(\tau-\xi)+2\cos 2\omega_a\xi$$

$$+\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+\cos 2\omega_a(\tau-\xi)+4\cos\omega_a(\tau+2\xi)+4\cos\omega_a(\tau-2\xi)$$

$$+4\cos\omega_a(2\tau+\xi)+4\cos\omega_a(2\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^6}{16}\Big\{2\cos 2\omega_a\xi+\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+\cos 2\omega_a(\tau-\xi)\Big\}\Big]$$

$$+2a_1a_2\Big\{a_1\rho_{n2}(\xi)+a_2\rho_{n1}(\xi)\Big\}\Big[1+\frac{m^2}{2}\Big\{2+4\cos\omega_a\tau+5\cos\omega_a\xi$$

$$+2\cos\omega_a(\tau+\xi)+2\cos\omega_a(\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^4}{8}\Big\{6+8\cos\omega_a\tau+4\cos\omega_a\xi+6\cos\omega_a(\tau+\xi)+6\cos\omega_a(\tau-\xi)$$

$$+4\cos 2\omega_a\tau+5\cos 2\omega_a\xi+2\cos\omega_a(\tau+2\xi)+2\cos\omega_a(\tau-2\xi)$$

$$+\cos\omega_a(2\tau+\xi)+\cos\omega_a(2\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^6}{32}\Big\{5\cos\omega_a\xi+\cos 3\omega_a\xi+2\cos\omega_a(2\tau+\xi)+2\cos\omega_a(2\tau-\xi)\Big\}\Big]$$

$$+(a_1^2+a_2^2)\Big(2m^2\cos\omega_a\xi+\frac{m^4}{8}\cos 2\omega_a\xi\Big)$$

$$+\Big\{a_1^2\rho_{n2}^2(\xi)+a_2^2\rho_{n1}^2(\xi)\Big\}\Big[1+m^2\Big\{1+2\cos\omega_a\xi\Big\}+\frac{m^4}{8}\Big\{2+\cos 2\omega_a\xi\Big\}\Big]$$

$$+2a_1a_2\Big\{\rho_{n1}(\xi)+\rho_{n2}(\xi)\Big\}\Big[2+m^2\Big\{1+2\cos\omega_a\tau+\cos\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+\xi)$$

$$+\cos\omega_a(\tau-\xi)\Big\}+\frac{m^4}{8}\Big\{4\cos\omega_a\xi+\cos\omega_a(2\tau+\xi)+\cos\omega_a(2\tau-\xi)\Big\}\Big]$$

$$+a_1a_2\Big[2m^2\Big\{\cos\omega_a(\tau+\xi)+\cos\omega_a(\tau-\xi)\Big\}+\frac{m^4}{8}\Big\{\cos 2\omega_a(\tau+\xi)+\cos 2\omega_a(\tau-\xi)\Big\}\Big]$$

$$+4a_1a_2\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)\Big[1+\frac{m^2}{2}\Big\{2\cos\omega_a\tau+2\cos\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+\xi)+\cos\omega_a(\tau-\xi)\Big\}$$

$$+\frac{m^4}{8}\Big\{1+\cos 2\omega_a\tau+\cos 2\omega_a\xi\Big\}\Big]$$

$$+2\left[a_1\rho_{n1}(\xi)\left\{1+\rho_{n2}^2(\xi)\right\}+a_2\rho_{n2}(\xi)\left\{1+\rho_{n1}^2(\xi)\right\}\right]\left(1+\frac{m^2}{2}\cos\omega_a\xi\right)$$
$$+\left\{a_1\rho_{n2}^2(\xi)+a_2\rho_{n1}^2(\xi)\right\}(2+m^2)$$
$$+\left\{\rho_{n1}^2(\xi)+\rho_{n2}^2(\xi)+\rho_{n1}^2(\xi)\rho_{n2}^2(\xi)\right\} \qquad (A.4)$$

付 録 4. 第 2 篇式 (3.55) 中の $r'_{MN}(\tau,\xi)$

$$r'_{MN}(\tau,\xi)=a_1^2a_2^2\left[2m^4\cos 2\omega_a\xi+\frac{m^6}{8}\left\{2\cos\omega_a\xi+2\cos 3\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+3\xi)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\cos\omega_a(\tau-3\xi)+\cos\omega_a(3\tau+\xi)+\cos\omega_a(3\tau-\xi)\right\}+\frac{m^8}{128}\cos 4\omega_a\xi\right]$$
$$+2a_1a_2\left\{a_1\rho_{n2}(\xi)+a_2\rho_{n1}(\xi)\right\}\left[2m^2+\frac{m^4}{8}\left\{4+2\cos\omega_a(\tau+\xi)+2\cos\omega_a(\tau-\xi)\right.\right.$$
$$\left.+4\cos 2\omega_a\tau+5\cos 2\omega_a\xi+2\cos\omega_a(\tau+2\xi)+2\cos\omega_a(\tau-2\xi)\right\}$$
$$\left.+\frac{m^6}{32}\left\{\cos\omega_a\xi+\cos 3\omega_a\xi\right\}\right]$$
$$+\frac{1}{2}\left\{a_1^2\rho_{n2}^2(\xi)+a_2^2\rho_{n1}^2(\xi)\right\}\left[1+m^2\left\{1+4\cos\omega_a\xi\right\}+\frac{m^4}{4}\left\{1+\cos 2\omega_a\xi\right\}\right]$$
$$+4a_1a_2\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)\left[1+\frac{m^2}{2}\left\{2\cos\omega_a\tau+2\cos\omega_a\xi+\cos\omega_a(\tau+\xi)+\cos\omega_a(\tau-\xi)\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{m^4}{8}\left\{1+\cos 2\omega_a\tau+\cos 2\omega_a\xi\right\}\right]$$
$$+2\left\{a_1\rho_{n2}(\xi)+a_2\rho_{n1}(\xi)\right\}\rho_{n1}(\xi)\rho_{n2}(\xi)\left(1+\frac{m^2}{2}\cos\omega_a\xi\right)+\rho_{n1}^2(\xi)\rho_{n2}^2(\xi)$$
$$(A.5)$$

文　　献

(1) P. Rudnick, "The Detection of Weak Signals by Correlation Methods", J. A. P., vol. 24, No. 2, pp. 128-131, Feb. 1953.

(2) H. R. Raemer and A. B. Reich, "Correlation Devices Detect Weak Signals", Electronics, vol. 32, No. 21, pp. 58-60, May 1959.

(3) 青柳，宮脇，前川，小川，"相関器による微小信号検知実験"，電気関係学会関西支部連合大会論文集，p. 168，昭和31年10月.

(4) B. M. Horton, "Noise-modulated Distance Measuring Systems", Proc. IRE, vol. 47, pp. 821-828, May 1959.

(5) R. Bourret, "A Proposed Technique for the Improvement of Range Determination with Noise Rader", Proc. IRE, vol. 45, p. 1744, Dec. 1957.

(6) S. E. Craig, W. Fishbein and O. E. Rittenbach, "Continuous-Wave Rader with High Range Resolution and Unambiguous Velocity Determination", IRE Trans. on Military Electronics, vol. MIL-6, pp. 153-161, April 1962.

(7) 茅　陽一，"相関関数と計測技術"，電子計測，第5巻，第12号，pp. 1-5，昭和40年12月.

(8) R. J. Polge and E. M. Mitchell, "Impulse Response Determination by Cross Correlation", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-6, No. 1, pp. 91-97, Jan. 1970.

(9) データ処理専門委員会，"データ処理専門委員会報告"，計測と制御，第4巻，第10号，pp. 700-706，昭和40年10月.

(10) 石井　泰，"実時間で動作する統計的信号処理装置"，計測と制御，

第８巻，第１１号，pp. 734-749，昭和４４年１１月．

(11) 朝倉利光，“統計光学”，自然，第１９巻，第１１号，pp. 83-91，昭和３９年１１月．

(12) 久保田　広，“幅射のゆらぎとその応用—相関干渉計”，科学，第31巻，第９号，pp. 478-484，昭和３６年９月．

(13) R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, “Interferometry of the Intensity Fluctuations in Light”, Proc. Roy. Soc. A, vol. 242, pp. 300-324, 1957 (part 1); vol. 243, pp. 291-318, 1957 (part 2); vol. 248, pp. 199-237, 1958 (part 3, part 4).

(14) 森本雅樹，“電波天文学の現状”，電子通信学会誌，第５２巻，第８号，pp. 980-987，昭和４４年８月；第５２巻，第９号，pp. 1154-1160，昭和４４年９月．

(15) 久保田，朝倉，“コヒーレンス理論の発展”，日本物理学会誌，第16巻，第１２号，pp. 742-751，昭和３６年１２月．

(16) 畑中武夫編，“電波天文学”，新天文学講座第１０巻，p. 59，恒星社，昭和３９年．

(17) M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein, “Communication Systems and Techniques”, p. 416, McGraw-Hill, 1966.

(18) D. Middleton, “An Introduction to Statistical Communication Theory”, p. 124, McGraw-Hill, 1960.

(19) R. M. Fano, “Signal-to-Noise Ratio in Correlation Detectors”, Tech. Rep. No. 186, Res. Lab. of Electronics, M. I. T., Feb. 1951.

(20) Y. W. Lee, T. P. Cheathman, and J. B. Wiesner, “The Application of Correlation Functions in the Detection of Small Signals in Noise”, Tech. Rep. No. 141, Res. Lab. of Electronics, M. I. T., Oct. 1949.

(21) Y. W. Lee, T. P. Cheathman, and J. B. Wiesner, “Appli-

cation of Correlation Analysis to the Detection of Periodic Signals in Noise", Proc. IRE, vol. 38, No. 10, pp. 1165-1171, Oct. 1950.

(22) W. B. Davenport, Jr., "Correlation Errors Due to Finite Observation Intervals", Tech. Rep. No. 191, Res. Lab. of Electronics, M. I. T., March 1951.

(23) W. B. Davenport, Jr., R. A. Johnson, and D. Middleton, "Statistical Errors in Measurements on Random Time Functions", J. A. P., vol. 23, No. 4, pp. 377-388, Aprill 1952.

(24) P. E. Green, Jr., "The Output Signal-to-Noise Ratio of Correlation Detectors", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-3, pp. 10-18, March 1957.

(25) M. J. Jacobson, "Correlation and Delay Line Attenuation", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-5, No. 1, pp. 4-9, March 1959.

(26) B. R. Mayo and D. K. Cheng, "Analysis of Correlation Signal-to-Noise Characteristics", IRE Trans. on Communication Systems, vol. CS-10, No. 3, pp. 276-279, Sept. 1962.

(27) B. R. Mayo and D. K. Cheng, "Analysis of Correlation Signal-to-Noise Characteristics", IEEE Trans. on Communication Thechnology, vol. COM-13, No. 2, p. 232, June 1965.

(28) T. J. Curry, "The Performance of Analog Correlators for Several Integrator Functions", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-5, No. 3, pp. 417-422, May 1969.

(29) J. B. Thomas and T. R. Williams, "On the Detection of

Signal in Nonstationary Noise by Product Arrays", J. A. S. A., vol. 31, No. 4, pp. 453-462, April 1959.

(30) D. Middleton, "Accoustic Signal Detection by Simple Correlation in the Presence of Non-Gaussian Noise", J. A. S. A., vol. 34, No. 10, pp. 1598-1609, Oct. 1962.

(31) D. C. Cooper, "The Probability Density Function for the Output of a Correlator with Band-Pass Input Waveforms", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-11, pp. 190-195, April 1965.

(32) R. Rücklin, "Ein Beitrag zur Theorie des idealen Korrelators", A. E. Ü, Band 21, Heft 6, s. 298-310, Okt. 1969.

(33) F. G. Stremler and T. Jensen, "The Probability Density Function for the Output of an Analog Crosscorrelator With Bandpass Input", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-16, No. 5, pp. 627-629, Sept. 1970.

(34) J. L. Brown, Jr., and H. S. Piper, Jr., "Output Characterestic Function for an Analog Crosscorrelator with Bandpass Inputs", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-13, No. 1, pp. 6-10, Jan. 1967.

(35) G. Kosel, "Frequenzmessung mit kurzen Meßzeiten mit einem Autokorrelator", A. E. Ü, Band 20, Heft 7, s. 400-405, Jan. 1966.

(36) M. J. Jacobson, "Correlation of a Finite Distance Point Source", J. A. S. A., vol. 31, No. 4, pp. 448-452, April 1959.

(37) 五十嵐，石井，杉山，"ディジタル形相関器の試作"，計測と制御，第3巻，第7号，pp. 47-58，昭和39年7月.

(38) G. E. Platzer Jr., "Using Transistor Circuits to

Multiply and Divide", Electronics, vol. 39, No. 7, pp. 109-115, April 4, 1966.

(39) 大沢，森永，滑川，"相関システムの出力SN比について"，電気四学会連合大会予稿，No. 3341，昭和44年3月.

(40) 大沢，森永，滑川，"相関システムのSN比改善について"，電子通信学会論文誌，第53-A巻，第2号，pp. 65-71，昭和45年2月.

(41) 大沢，森永，滑川，"二乗則包絡線検波器を備えたPost-detection形相関システムのSN比の解析"，電子通信学会論文誌，第52-C巻，第3号，pp. 159-166，昭和44年3月.

(42) 文献(18)，p. 162.

(43) 文献(18)，p. 343.

(44) N. Wiener, "Generalized Harmonic Analysis", Acta. Math., vol. 55, pp. 117-258, 1930.

(45) N. M. Blachman, "Noise and its Effect on Communication", p. 42, McGraw-Hill, 1966.

(46) F. H. Lange, "Correlation Techniques", p. 285, D. Van Nostrand, 1967.

(47) P. W. Cooper, "Self-Noise of Random Binary Pulse Train of Fixed Pulse Width", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-9, No. 2, pp. 118-121, April 1963.

(48) 大沢，森永，滑川，"Post-detection形相関システムのSN比について"，電子通信学会インホメーション理論研究会資料，昭和43年11月.

(49) 大沢，森永，滑川，"FM相関システムの出力SN比"，計測自動制御学会論文集，第5巻，第4号，pp. 335-340，昭和44年10月.

(50) K. Fujimoto, "On the Correlation Radiometer Technique", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-12, pp. 203-212, March 1964.

(51) 文献(46), p. 105.

(52) R. M. Wilcox, "A Simple Microwove Correlator", Proc. IRE, vol. 42, No. 10, pp. 1512-1515, Oct. 1954.

(53) S. J. Goldstein, Jr., "A Comparison of Two Radiometer Circuits", Proc. IRE, vol. 43, No. 11, pp. 1663-1666, Nov. 1955.

(54) P. G. Tucker, M. H. Graham, and S. J. Goldstein, Jr., "A Comparison of Two Radiometer Circuits", Proc. IRE, vol. 45, No. 3, pp. 365-366, March 1957.

(55) M. E. Tiuri, "Radio Astronomy Receivers", IEEE Trans. on Anttenas and Propagation, vol. AP-12, No. 7, pp. 930-938, Dec. 1964.

(56) 佐々木, 西田, 横井, 山田, "Radiometerの特性とアンテナ雑音の測定", 電気通信学会アンテナ研究会資料, 昭和41年1月.

(57) L. L. Campbell, "A Generall Analysis of Post-detection Correlation", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-11, No. 3, pp. 409-415, July 1965.

(58) 森永, 大沢, 滑川, 青柳, "*FM*相関システムについて", 電気通信学会インホメーション理論研究会資料, 昭和41年11月.

(59) 森永, 大沢, 滑川, 青柳, "*FM*相関システムについて", 計測自動制御学会論文集, 第4巻, 第1号, pp. 89-97, 昭和43年3月.

(60) N. Morinaga, H. Osawa, T. Namekawa, and K. Aoyagi, "On *FM* Correlation System", 大阪大学工学部報告, vol. 18, No. 816, pp. 175-182, 1968.

(61) N. Morinaga, H. Osawa, T. Namekawa, and K. Aoyagi, "Analysis of the Output of *FM* Correlation Systems", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 1, pp. 7-16, Jan. 1969.

(62) J. S. Bendat, "Principles and Applications of Random

Noise Theory", p. 300, John Wiley 1958.

(63) H. Ekre, "Polarity Coincidence Correlation Detection of a Weak Noise Source", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-9, No. 1, pp. 18-23, Jan. 1963.

(64) M. Kanefsky, "Detection of Weak Signals with Polarity Coincidence Arrays", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-12, pp. 260-268, April 1966.

(65) M. C. Cheng, "The Clipping Loss in Correlation Detectors of Arbitrary Input Signal-to-Noise Ratios", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-4, No. 3, pp. 382-389, May 1968.

(66) 市川徹郎, "PCC方式によるソーナーのエコーレンジングのSN比改善", 電気通信学会誌, 第48巻, 第12号, pp. 2078-2086, 昭和40年12月.

(67) D. A. Pitassi, "Second-Order Properties of Products of Clipped Gaussian Processes", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 5, pp. 535-539, Sept. 1969.

(68) T. B. Pickard, "The Effect of Noise upon a Method of Frequency Measurement", IRE Trans. on Information Theory, vol. IT-4, No. 2, pp. 83-88, June 1958.

(69) R. F. Pawla, "Analysis of an Estimation of the Center Frequency of a Power Spectrum", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-14, No. 5, Sept. 1968.

(70) M. J. Yerbury, "Amplitude Limiting Applied to a Sensitive Correlation Detector", The Radio and Electronic Engineer, vol. 34, No. 1, pp. 5-14, July 1967.

(71) 小林, 大沢, 森永, 滑川, "相関を利用した周波数測定方式における出力SN比", 電子通信学会宇宙・航行エレクトロニクス研究会資料,

昭和45年12月.

(72) 森永，大沢，山内，滑川，“強度干渉計による雑音状信号電力の測定法”，電気四学会連合大会予稿，No. 2810，昭和44年3月.

(73) N. Morinaga, H. Osawa, and T. Namekawa, "Measurement of a Weak, Noise-like Signal Power", Proc. of the 8 th International Symposium on Space Technology and Science, pp. 663-672, Aug. 1969.

(74) W. K. Pratt, "Laser Communication Systems", p. 122, John Wiley, 1969.

(75) S. O. Rice, "Mathematical Analysis of Random Noise", B. S. T. J., vol. 23, pp. 282-332, 1944 ; vol. 24, pp. 46-156, 1945.

(76) S. O. Rice, "Statistical Properties of a Sine-Wave Plus Random Noise", B. S. T. J., vol. 27, pp. 109-157, Jan. 1948.

(77) 文献(18)，p. 172.

(78) W. B. Davenport and W. Root, "An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise", p. 365, McGraw-Hill, 1958.

(79) 文献(78)，p. 254.

(80) 文献(78)，p. 37.

(81) J. H. Van Vleck and D. Middleton, "The Spectrum of Clipped Noise", Proc. IEEE, vol. 54, No. 1, pp. 2-16, Jan. 1966.

(82) 文献(18)，p. 683.

(83) 文献(78)，p. 266.

(84) 小林，大沢，森永，滑川，“Post-detection形相関システムのS/N比について”，電子通信学会宇宙・航行エレクトロニクス研究会資料，昭和44年7月.

(85) 大沢，森永，滑川，“*AM*相関システムの*SN*比およびその改善について”，電子通信学会論文誌A （投稿中）

(86) R. T. Adams and B. M. Mindes, “Evaluation of IF and Baseband Diversity Combining Receivers”, IRE Trans. on Communication Systems, vol. CS-6, No. 1, pp. 8-13, June 1958.

(87) J. N. Pierce and S. Stein, “Multiple Diversity with Nonindependent Fading”, Proc. IRE, vol. 48, No. 1, pp. 89-104, Jan. 1960.

(88) J. L. Lawson and G. E. Uhlenbeck, “Threshold Signals”, p. 155, McGraw-Hill, 1950.

(89) 大沢，森永，滑川，“*FM*相関システムの*SN*比について”，電子通信学会インホメーション理論研究会資料，昭和43年1月.

(90) H. Osawa, N. Morinaga, and T. Namekawa, “Output Signal-to-Noise Ratios of *FM* Correlation Systems”, IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-17, No. 1, pp. — , Jan. 1971.

(91) 福島勇一，“計測用データレコーダとその応用”、計測と制御，第8巻，第10号，pp. 669-678，昭和44年10月.

(92) 大沢，森永，滑川，青柳，“狭帯域雑音の*FM*成分に関する自己相関関数のレーダへの応用”，電気四学会連合大会予稿，No. 1463，昭和41年4月.

(93) 森永規彦，“雑音変調波に対する検波システムに関する研究”，学位論文（大阪大学），昭和42年12月.

(94) 森永，大沢，滑川，青柳，“狭帯域ガウス形ランダムプロセスの*FM*成分の自己相関関数について”，電子通信学会論文誌，第51-C巻，第4号，pp. 170-171，昭和43年4月.

(95) S. O. Rice, “Noise in *FM* Receiver”, Proc. Symp. on Time Series Analysis, p. 421, John Wiley, 1962.

(96) D. Middleton, "On Theoretical Signal-to-Noise Ratios in *FM* Receivers : A Comparison with Amplitude Modulation", J. A. P., vol. 20, pp. 334-351, April 1949.

(97) 文献(88), p. 374.

(98) D. Middleton, "The Spectrum of Frequency-Modulated Waves after Reception in Random Noise, I, II", Quart. Appl. Math., vol. 7, No. 2, pp. 129-174, July 1949; vol. 8, No. 1, pp. 59-80, April 1950.

(99) O. Shimbo, "Threshold Characteristics of *FM* Signals Demodulated by an *FM* Discriminator", IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-15, No. 5, pp. 540-549, Sept. 1969.

(100) 喜安善市, "周波数変調波の周波数スペクトル分布について", 電気通信学会誌, 第34巻, 第11号, pp. 11~20, 昭和26年11月.

(101) 文献(78), p. 267.