



Title	フェージング環境におけるデジタル位相変調通信方式の誤り率特性に関する研究
Author(s)	宮垣, 嘉也
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/116
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

フェージング環境における
デジタル位相変調通信方式の
誤り率特性に関する研究

1979年10月

宮 垣 嘉 也

フェージング環境における
デジタル位相変調通信方式の
誤り率特性に関する研究

1979年10月

宮 垣 嘉 也

内 容 梗 概

全体は、第1章の序論、第2章、第3章、第4章の本論、および第5章の結論から構成されている。

序論では、本研究が占める学術的位置、目的、意義について述べている。更に、全体に関連する工学的背景にもふれている。特に、現今の通信システムに現われるフェージングおよび多重路干渉波の多種多様さを、それらの時間変動の速さ、干渉様態などの面から述べ、それらに関連して、そのような通信路におけるデジタル伝送方式、特に、電力、帯域幅の両面で高効率である多値位相変調方式の概要を、同期検波および遅延検波に分けて述べている。

第2章は、比較的ゆるやかに時間変動し、従って位相同期ループその他の基準搬送波再生器が完全にフェージング位相を追従できるような低速フェージング発生下における、多値位相変調同期検波(MCPSK)方式に関する誤り率特性を論じている。

2.2では、非ダイバーシチ受信の場合を取り扱っている。従来のこの方面の研究では、レイリーフェージング下における2値位相変調の場合がほとんどであったが、本節では、現在までのところ実験および理論の両面から定式化されているものの中では最も一般的な包絡線分布をもつ m -分布フェージング下での多値位相変調方式の誤り率特性を解析している。従来の結果は、その特別な場合として含まれてしまう。デジタル通信系の評価は、理論面では平均誤り率、実用面では誤り率の超過時間率が有用なので、その兩者について計算を行っている。位相ジッタの確率密度関数を誘導し、それに基づいて平均誤り率の一般式を与えている。又、高精度の数値計算に便利な諸式を誘導している。解析の結果、MCPSKという標準的な多値デジタル変調方式に対して、フェージング深度やフェード時間率と誤り率特性との関連が量的に明確にされている。その結果、レイリーフェージング以外のフェージングに対しても、合理的なフェードマージンを決定できるようになっている。又、この節の結果は2.3でうまく応用されている。

2.3では、ダイバーシチ受信の場合を取り扱っている。フェージング対抗策としては、2つのダイバーシチ枝を持つ検波前線形ダイバーシチ合成受信が実用上最有力である。本節では、 m -分布フェージング下における3種の合成法に対して、任意のダイバーシチ枝間相関係数を有するダイバーシチ受信時の合成包絡線の確率密度関数を導き、次に、それらに基づいて、誤り率特性を2.2の結果に関連するパラメータ荷重積分という形で統一的に与えている。従って、任意の多値数、任意のフェージング深度、任意の合成法、任意の相関係数、という極めて一般的な条件下で誤り率特性が明らかにされている。その結果、種々の条件下におけるダイバーシチ改善度が直ちにわかるようにされており、ダイバーシチシステムの設計に有力な指針を与えている。例えば、ダイバーシチ改善度は多値数に対してはほとんど変わらないこと、強相関でもかなりの改善度が得られること、レイリーフェージン

グに対する改善度をすべて適用することは改善度の過大又は過小評価となること、などが明らかとなっている。又、厳密計算で保証された高精度の実用上便利な近似式を多数提示している。

第3章は、時間変動が速くて基準搬送波再生が実用上困難な高速フェージング下における、多値差動位相変調-遅延検波(MDPSK)方式の誤り率特性を論じている。このようなフェージングは、ほとんど常にレイリーフェージングであり、陸上移動通信が典型的な例である。

3.2では、非ダイバーシチ受信の場合の誤り率の一般式を誘導し、それに基づいて、目次の3.2.3.1~3.2.3.6に示されているような、誤り率に対する種々のシステム要因の影響を、詳細に考察している。例えば、ドラスペクトルの非対称形状の影響、最適伝送速度、MCPSKに対する優位条件、その他が明らかにされている。特に、多値においても誤り率の原因別重畳則が示されているのは重要である。又、興味ある2重誤り率特性も求められている。

3.3では、ダイバーシチ受信の場合を取り扱っている。任意枝数の独立な検波前線形ダイバーシチ合成を、特に、それらのランダムFM改善能力の検討に重点を置いて、取り扱っている。ランダムFMは、MDPSK方式の一つの欠点である高い軽減不能誤り率の原因である。検波前ダイバーシチによるその改善度については、従来不明であった。陸上移動通信で実用され得る具体的な合成器の例を引きながら、前節の誤り率の原因別重畳則と巧みな近似解析とによって、軽減不能誤り率の改善が、通常の包絡線フェードによる誤り率に対する改善度と同率に達せられることを導いている。合成法および枝数による差違も明確にしている。又、ランダムFMを改善する上で現実的な最良の合成法は何かを求め、それが最大比合成法である、という興味深い結果をも導いている。

第4章は、多重路干渉波存在下における多値差動位相変調-遅延検波方式の誤り率特性について論じる。第2章と第3章では、通信路特性が全体として1つの分散性フェージングで記述される場合であったが、本章の通信路は、直接波、鏡面反射波、散乱波という3つの成分がそれぞれ明瞭な特性を有して3つの通路として区別されるような干渉様態を扱っている。衛星/航空通信をはじめとして多くの通信回線が、この通信路で表わされ得る。特に、本章での干渉は同一情報干渉なので、ランダム情報干渉を仮定した従来(Rosenbaumなど)の結果を適用できず、新たな解析を要する。

4.2では、MDPSKシンボルの受信誤り率特性を計算している。上述の複雑な干渉様態に対して、新たに基礎となる位相差ジッタの確率密度関数を最も一般的に導き、それをもとにして種々の干渉条件下での誤り率特性を計算している。同一タイムスロット干渉、1タイムスロット遅延干渉、散乱波干渉、(鏡面反射波+散乱波)干渉、ドプラ帯域幅の大小、平均ドプラシフトの有無、などの条件下に対して多数の結果を与えている。それらによれば、干渉波の遅延が小のときは多値でも十分実用的な誤り率特性となることがわかる。次に、誤り制御符号化の際に重要な基礎資料となる2重誤り率特性も与えている。これは、以前には全く解明されていなかったものである。更に、ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性を評価している。それから干渉比改善度も推定している。

4.3では、多重路干渉波存在下におけるパイロット搬送波付きMCPSK方式の誤り率特性を求め、それと4.2.3で得られたMDPSK方式の誤り率とを比較し、方式の優劣を論じている。このMCPSK方式を規定するパラメータは、電力配分比とパイロット用狭帯域フィルタ帯域幅の2つであるが、これらの値がどのように誤り率特性に影響するかが計算によって明らかにされている。比較の結果、優劣は条件次第であって、そのようが図示されている。

各章の結言では、得られた主要な結果をまとめている。又、第5章の結論では、本研究の成果を総括して述べている。

目 次

第1章 序論	1
第2章 フェージングのある通信路における多値位相変調－同期検波	
(MCPSK)方式の受信誤り率特性	5
2.1 緒言	5
2.2 非ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性	5
2.2.1 通信システムモデル	5
2.2.2 シンボル誤り率	6
2.2.3 m -分布	7
2.2.4 平均誤り率	8
2.2.5 誤り率の超過時間率	12
2.3 ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性	14
2.3.1 線形ダイバーシチ合成について	14
2.3.2 合成包絡線の確率密度関数	16
2.3.3 平均誤り率	18
2.3.4 誤り率の超過時間率	20
2.3.5 ダイバーシチ改善度	21
2.4 結言	23
第3章 フェージングのある通信路における多値差動位相変調－遅延検波	
(MDPSK)方式の受信誤り率特性	25
3.1 緒言	25
3.2 非ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性	25
3.2.1 通信システムモデル	25
3.2.2 シンボル誤り率	27
3.2.2.1 位相差ジッタの確率密度関数	27
3.2.2.2 誤り率	27
3.2.3 考察	28
3.2.3.1 雑音および送信情報の影響	29
3.2.3.2 ドプラスベクトルの影響	29

3.2.3.3	ドプラ帯域幅・シンボル時間積および搬送波対雑音電力比の影響	31
3.2.3.4	最適シンボル伝送速度	32
3.2.3.5	多値数特性	32
3.2.3.6	MCPSK方式との比較	33
3.2.3	シンボル2重誤り率	33
3.3	ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性	34
3.3.1	包絡線フェードによる誤り率	34
3.3.2	ランダムFMによる誤り率 — 軽減不能誤り率 —	37
3.3.3	最適ランダムFM合成器	45
3.3.4	ダイバーシチによる誤り率の改善	46
3.4	結言	47
第4章 多重路干渉波存在下における多値差動位相変調—遅延検波		
	(MDPSK)方式の受信誤り率特性	49
4.1	緒言	49
4.2	受信誤り率特性	49
4.2.1	通信システムモデル	49
4.2.2	位相差ジッタの確率密度関数	51
4.2.3	シンボル誤り率	52
4.2.3.1	干渉波なしの場合	52
4.2.3.2	同一タイムスロット干渉波の場合	52
4.2.3.3	1タイムスロット遅延干渉波の場合	55
4.2.4	シンボル2重誤り率	57
4.2.5	ダイバーシチ採用時の誤り率および干渉比改善度	58
4.3	MCPSK方式との比較	61
4.3.1	MCPSK方式の誤り率特性	61
4.3.2	比較	63
4.4	結言	64
第5章 結 論		
	謝 辞	66
	文 献	67
	付 録	76

第1章 序 論

フェージング⁽¹⁾は無線通信工学者が克服すべき古くからの通信品質劣化要因である。初期のHF帯通信以来、VHF帯、UHF帯、マイクロ波帯へと順次高い周波数帯への移行、あるいは、移動体通信、対流圏散乱通信、長距離中継回線網など多様な無線通信系の発展の中において、フェージングが大きな（多くは最大の）通信妨害を与えてきた。⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾又、比較的安定な通信路である衛星通信、準ミリ波中継回線においても、ある種の条件下ではフェージングを受ける。

現在の無線通信系は、衛星通信の一部および準ミリ波中継回線を除いては、その大部分がアナログ通信方式である。しかしながら、データ通信や通信システムの効率化の要求などによって有線通信から始まったデジタル化の波は、近年無線通信にも広がり、最近その進展が急である。そして、VHF帯、UHF帯、マイクロ波帯などにおける各種無線通信系のデジタル通信方式化が近い将来の考慮されるべき課題となっている。⁽⁴⁾⁽⁵⁾

上のような歴史的経過の故に、アナログ通信方式に比べて、デジタル通信方式に対するフェージングの影響の解析的・体系的な研究は、過去十分とは言い難く、近年に至って活発化している。言うまでもなく、フェージングのある通信路における通信理論の最終目標は、フェージングのない安定通信路と同等の通信品質を提供する通信システムの創出にある。そのためには、フェージングが及ぼす影響について詳細かつ明確に把握しておく必要がある。

以上の観点から、本研究の目的は、フェージングのある通信路（以下、フェージング通信路と称す）におけるデジタル伝送の信頼度（受信誤り率）特性の解析とその改善を考察する点にある。以下、この点をもう少し詳しく述べる。

フェージング通信路における2値のデジタル通信方式の研究は、古くからあり、⁽⁶⁾又、実用的には、非同期検波のデジタル周波数変調（FSK）方式が広く使われてきた。しかしながら、非同期FSKは、2値では電力効率の面で、又、多値化による高速化をはかる場合には周波数帯域幅の有効利用の面で、それぞれ著しく不利である。⁽⁷⁾一方、デジタル振幅変調（ASK）方式およびデジタル位相変調（PSK）方式は、この点で格段に有利である。さらに、無線回線特有の振幅変動、電力効率などを考慮すると、結局、PSK方式が、電力効率向上と多値化による高能率化をはかる際の最良実用方式となり、近年、比較的安定な無線通信路でのデジタル伝送のために実用せられるに至っている。⁽⁸⁾⁽⁹⁾

このようなすう勢のもとで、著者は、多値PSK（MPSK）方式をフェージング環境下で使用する場合を想定して、1）MPSKはフェージング環境下ではどのような受信誤り率特性を示すのか、又、それらが、2）ダイバーシチ合成受信によってどの程度改善され得るのか、更に、3）どのようなMPSK方式がより良いのか、などの疑問に動機づけられて本研究に取り組んだわけである。上記

の課題に対し一応の結論を得たのでここにとりまとめて報告する次第である。内容の詳細な意義については、各章の緒言で述べることにし、次に、内容の基本的な背景をやや詳しく述べる。

PSK方式は基準搬送波の与え方によって、同期検波PSK（CPSK）と遅延検波PSK（DPSK）に大別される。白色ガウス通信路では、CPSKはDPSKより3 dB以内で優れている。⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾しかしながら、DPSKが基準搬送波として入力信号搬送波を単に1タイムスロット遅延したものをを用いるのに対し、CPSKはその基準搬送波を得るのにもっと複雑な手続きを要する。しかも、得られる基準搬送波の質は、通信路特性の安定性と密接に関連がある。すなわち、通信路特性の変動の速さ、すなわち、フェージングの速さに依存する。

フェージング通信路の

伝達関数を $R(f, t)$

(f : 周波数, t : 時間)

とすると、図1.1に示すように通信路特性を大別できる。^{(12)~(14)} 本研究は、周波数非選択性フェージング通信路を扱っている。周波数選択性フェージング通信路は、ディジタル・シンボル速度

が上って（広帯域信号と

なって） $B_s \gtrsim B_c$ (B_s :

信号帯域幅, B_c : 伝達

特性のコヒーレンス帯域幅) の場合に現出し、 R

(f) による符号間干渉

による劣化をもたらす。

しかしながら、本研究が

対象としている多くの無

線通信系は狭帯域通信で

あること、広帯域でも B_s

B_c を満足しているも

$t \backslash f$	周波数非選択性	周波数選択性
緩慢時間変動	$R(f, t) = R_0$ $T_s + \Delta\tau \ll t_c$ $B_s + B_D \ll B_c$	$R(f, t) = R(f)$ $T_s + \Delta\tau \ll t_c$
高速時間変動	$R(f, t) = R(t)$ $B_s + B_D \ll B_c$	$R(f, t)$

f : 周波数 (Hz), t : 時間 (s)

- T_s : デジタル・シンボル周期 (s)
- B_s : 信号帯域幅 (Hz), $B_s \approx \frac{1}{T_s}$
- $\Delta\tau$: 伝搬遅延時間幅 (s), $B_c \sim \frac{1}{\Delta\tau}$
- B_c : 伝達特性のコヒーレンス帯域幅 (Hz)
- B_D : ドブラ帯域幅 (Hz), $t_c \sim \frac{1}{B_D}$
- t_c : 伝達特性のコヒーレンス時間幅 (s)

図1.1 伝達特性によるフェージング通信路の分類。

$R(f, t)$ はフェージング通信路特性を表わす伝達関数、
 R_0 はそれが f, t に無関係、 $R(t)$ は t のみの関数
 $R(f)$ は f のみの関数となることを示す。

のに限定すること、本論の最初の方で述べたように、周波数帯域幅有効利用的な高速伝送としての多値化の意義からしてBsは大とはならないこと、などの理由によって、本研究では、周波数非選択性フェージングを扱い、周波数選択性の場合は別途の研究にゆだねることにする。

さて、周波数非選択性フェージングは、緩慢時間変動フェージングと高速時間変動フェージングに大別される。そして、前者における方が、後者における場合より基準搬送波の獲得が容易であるのは言うまでもない。従って、緩慢時間変動フェージング通信路では、比較的簡単な回線監視又は通常の基準搬送波再生機構によって良質な基準搬送波が得られるとの見透しのもとに、CPSK方式の使用が想定される。一方、高速時間変動フェージング通信路では、遅延検波によるDPSK方式が平均的に優れた特性を示し、システムの簡単さと相まって実用的に有利であると考えられる。しかしながら、かなり複雑な回線監視又は電子回路技術の進歩による安定かつ精巧な基準搬送波再生機構が用いられ得るならば、CPSKがその特長を発揮して使用できるかもしれない。以下に、もう少し具体的にフェージング環境の例を挙げながら、以上のような視点からの各章の背景を述べる。

第2章は、主として固定局間通信に現われるようなフェージング環境を想定している。それらの例としては、古くからある電離層伝搬無線通信、又、近年の対流圏散乱見通し外通信、陸上および海上の見通し内通信、などを代表的に挙げるができる。これらの通信回線で発生する定常フェージングの時間変動の速さは、比較的にゆるやかである。従って、前述の理由から、第2章では多値CPSK(MCPSK)を検討する。ところで、固定局間無線通信系は多種多様であり、又、回線の設置条件もさまざまなので、遭遇するフェージングも種々異なる。すなわち、フェージングの特性を規定する第一義的要素であり、第2章で対象としているような通信システムの受信誤り率特性を決定する最も重要な要素である、フェージング包絡線の確率密度分布が、無線通信系あるいは回線設置条件によってさまざまな形を示す。そこで、著者は、解析結果に汎用性を持たせるために、広い範囲のクラスのフェージング包絡線分布を表現しうる m -分布フェージングモデルの下で、MCPSK方式の誤り率特性を検討した。

第3章は、第2章とは異なり、時間変動の速いフェージング通信路を対象とする。従って、前述の理由から、第3章では多値DPSK(MDPSK)を考察する。典型的な例として、陸上移動無線が挙げられる。フェージングは、ほとんど大部分レイリーフェージングである。第3章では、高速フェージングのドプラスペクトルがMDPSK方式の誤り率特性に及ぼす影響が重要となる。それは誤り率特性と密接に関連するが、従来、詳細には解明されていなかったものである。

第4章は、第2章と第3章の通信路特性が全体として1つの分散性フェージングで記述されていたのに対し、直接波、鏡面反射波、散乱波という3つの成分が区別されて存在し干渉するようなフェージング環境を扱う。例として、衛星／航空通信がある。そこでは、散乱波は高速レイリーフェージング波として干渉するので、合成受信波は高速フェージングを受ける。従って、前述の理由から、第4章

でも、第3章と同じく、MDPSK方式の誤り率特性を解析する。しかし、このフェージング環境では第3章と異なり、散乱波のドプラスベクトルの外に干渉比と干渉様態が重要となり、それらによってMDPSKの誤り率は大きく異なる。更に、ここでは、直接波が存在するので、第3章におけるよりは基準搬送波が得やすいと推測されるので、ある種のMCP SK方式に関連する検討も行なっている。最後に、この第4章の干渉波モデルは、衛星／航空通信のみならず、衛星／船舶、衛星／陸上移動体などの通信路をも含み、又、干渉波の遅延時間を適当に設定すれば、見通し内広帯域通信における選択性フェージングをも表わし得る、極めて広いものである点を、強調しておきたい。

第2章 フェージングのある通信路における

多値位相変調—同期検波 (MCPSK)

方式の受信誤り率特性^{(16)~(20), (37)~(43)}

2.1 緒言

本章は、フェージングのある通信路における多値位相変調—同期検波 (MCPSK) 方式の受信誤り率特性の解析に当てる。誤り率特性を、MCPSKシンボル平均誤り率及び誤り率の超過時間率の両面から評価する。序論から明らかなごとく、フェージングの時間変動がゆるやかならば、フェージングによって持ち込まれた (ランダム) 位相変動分は完全に追従され基準搬送波に織り込まれるので誤り要因とはならないと仮定される。この仮定のもとでは、フェージングに関して問題となるのは包絡線の統計的性質——確率分布——のみである。本研究では、従来常用のレイリー分布を超えて、各種無線通信路で遭遇する多様なフェージング統計に対処すべく、一般的な m -分布を用いる。 m -分布はフェージングの包絡線分布の一般化の一種の極限であって、広い範囲のクラスのフェージング分布を統一的に表現する。

2.2では、ダイバーシチを装備しない受信システムの誤り率特性を解析する。解析方法は、数式の厳密な取り扱いを基本とする。これは、デジタル信号の誤り率を扱うときには近似計算は大きな誤差を生ずることがあるのと、2.3でも応用するからである。2.3では、ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性を解析する。2つのダイバーシチ枝をもつ3種の線形合成法に対して一般的な解析を行なう。各合成法に対する合成包絡線の確率密度関数を誘導し、それらと2.2の結果とを結合することによってダイバーシチ時の誤り率特性を得る。又、2.2, 2.3を通じて、簡便推定のための高精度の近似式も与える。

2.2 非ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性

2.2.1 通信システムモデル

図2.1に通信路および検波器の構成を示す。波を複素表示する。

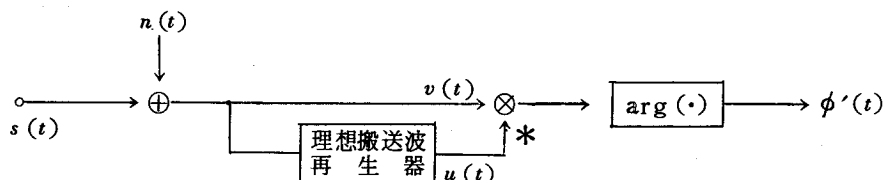


図2.1 MCPSK波の検波概念図

フェージングを受けた入力 P S K 波は,

$$\begin{aligned} s(t) &= R(t) \exp [j\omega t + j\psi(t) + j\phi(t)] \\ &= R(t) \exp [j\omega t + j\lambda(t)] \end{aligned} \quad (2.1)$$

と書ける。ここで, $R(t)$, $\psi(t)$, $\phi(t)$ は, フェージング包絡線, フェージングによるランダム位相, デジタル位相変調信号を, それぞれ表わし, $\lambda(t) = \psi(t) + \phi(t)$ である。相加雑音は, 狭帯域ガウス雑音とし,

$$n(t) = [x(t) + jy(t)] \exp [j\omega t + j\lambda(t)] \quad (2.2)$$

と表わす。但し, $x(t)$ および $y(t)$ は, 同相および直交ガウス成分である。従って, 乗算器への入力は,

$$\begin{aligned} v(t) &= s(t) + n(t) \\ &= A(t) \exp [j\omega t + j\lambda(t) + j\theta(t)] \end{aligned} \quad (2.3)$$

となる。但し,

$$\left. \begin{aligned} A(t) &= \sqrt{(R(t) + x(t))^2 + y^2(t)} \\ \theta(t) &= \tan^{-1} \left[\frac{y(t)}{R(t) + x(t)} \right], \quad -\pi < \theta(t) \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

である。理想同期の場合, 基準搬送波は,

$$u(t) = \exp [j\omega t + \psi(t)] \quad (2.5)$$

なので, 理想位相検波器出力は, (2.3), (2.5) より

$$\phi'(t) = \arg[u^*(t)v(t)] = \lambda(t) + \theta(t) - \psi(t) = \phi(t) + \theta(t) \quad (2.6)$$

となる。肩の*は複素共役を表わす。ここでは, 明らかに誤りは $\theta(t)$ のみに起因する。

2.2.2 シンボル誤り率

まず, $R(t)$ を固定した条件付き確率密度関数 (以下, 確率密度関数を $p d f$ と略号する) $f(\theta | R)$ から出発する⁽²¹⁾⁽²²⁾:

$$\begin{aligned} f(\theta | R) &= (2\pi)^{-1} \exp(-r^2) \{1 + \sqrt{\pi} \chi \exp(\chi^2) \cdot [1 + \operatorname{erf}(\chi)]\}, \\ r &= R / \sqrt{2N}, \chi = r \cos \theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで, N は雑音電力, $\operatorname{erf}(\cdot)$ は誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (2.8)$$

である。等事前確率のもとで最大尤度判定を仮定すると, M 値 C P S K 信号のシンボル誤り率は,

$$P_e = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} f(\theta | R) d\theta \triangleq \operatorname{Pe}(R) \quad (2.9)$$

で与えられる。式 (2.9) は, $M=2$ 及び $M=4$ の場合以外は閉じた形では解かれていない。⁽²³⁾⁽²⁴⁾

2.2.3 m-分布

m-分布は、最初、仲上によって提唱され実験的・理論的に詳しく研究された。⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾ その後、各種通信理論への適用、^{(27)~(34)} マイクロ波帯フェージング分布の同定、⁽²⁾ 一般化フェージング分布における位置付け、⁽³⁵⁾ などの諸分野で取り扱われてきた。その特長は、言うまでもなく、その一般性にある。m-分布フェージングでは、フェージング包絡線 $R(t)$ のpdf $p_o(R)$ が次式で与えられる：

$$p_o(R) = \frac{2 m R^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{m R^2}{\Omega}\right) \triangleq M(R, m, \Omega) \quad (2.10)$$

但し、

$$\Omega = \langle R^2 \rangle, \quad m = \frac{\Omega^2}{\langle (R^2 - \Omega)^2 \rangle}, \quad m \geq 1/2 \quad (2.11)$$

$\langle \cdot \rangle$ は平均、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数

$$\Gamma(m) = \int_0^\infty t^{m-1} \exp(-t) dt \quad (2.12)$$

である。 $\Omega/2$ は信号の平均電力である。 m は、フェージング指数と名付けられ、フェージング深度やディープフェード域の統計的性質に関連する極めて意味深いパラメータである。

詳細は文献(26)を参照されたい。なお、実測値との照合に関しては、文献(2)、(15)、(26)などを参考にされたい。

図2.2で、m-分布のpdfの概形を示す。 $m=1$ でよく登場するレイリーフェージング、 $m=1/2$ で定常最深の半ガウスフェージング、 $m \rightarrow \infty$ でフェージングなし、をそれぞれ表わす。従って、 $1/2 \leq m < 1$ でレイリーより深いフェージング、 $1 < m < \infty$ でレイリーより浅いフェージングを、統一的に表現する。

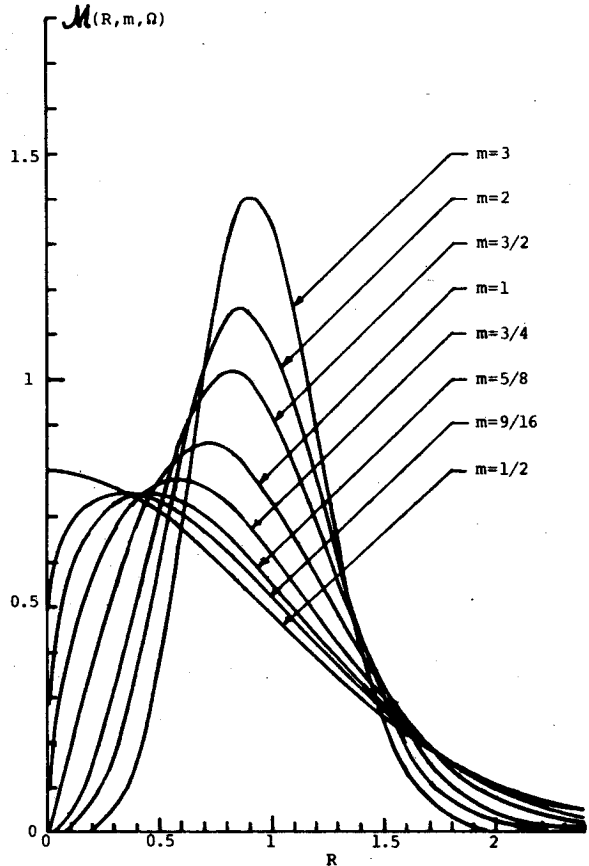


図2.2 m-分布の確率密度関数の概形、但し、 $\Omega = 1$ としている。 m :フェージング指数

2.2.4 平均誤り率

式(2.9)をフェージング分布でなすとシンボルの平均誤り率が得られる:

$$\langle P_e \rangle = \int_0^\infty P_e(R) p_o(R) dR = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\theta) d\theta \quad (2.13)$$

但し,

$$p(\theta) = \int_0^\infty f(\theta|R) p_o(R) dR \quad (2.14)$$

である。式(2.7), (2.10)を式(2.13)に代入すると, $\theta(t)$ のpdfとして次式を得る。

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sqrt{\pi} \Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \cdot \frac{\sqrt{a} \cos \theta}{(1 + a \sin^2 \theta)^{m + \frac{1}{2}}} + \frac{1}{(1+a)^m} F\left(m, 1, \frac{1}{2}; \frac{a \cos^2 \theta}{1+a}\right) \right] \quad (2.15)$$

ここで,

$$\gamma = \Omega / (2N), \quad a = \gamma / m \quad (2.16)$$

$F(\cdot, \cdot, \cdot; \cdot)$ は級数表示で付録Aの式(A・1)で定義されるガウスの超幾何関数である。 γ は, 平均搬送波対雑音電力比(CN比)である。なお, 式(2.15)の誘導には公式(A・2)~(A・5)を利用した。図2.3に $p(\theta)$ の概形を例示する。

$a \gg 1$, $|\theta| < \pi/2$ のときには, 近似式としては次式が成立つ:

$$\begin{aligned} p(\theta) &\cong \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(m)} \cdot \frac{\sqrt{a} \cos \theta}{(1 + a \sin^2 \theta)^{m + \frac{1}{2}}} \\ &\cong \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(m)} \cdot \frac{\sqrt{a}}{(1 + a \theta^2)^{m + \frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

次に, 式(2.15)に対する累積分布

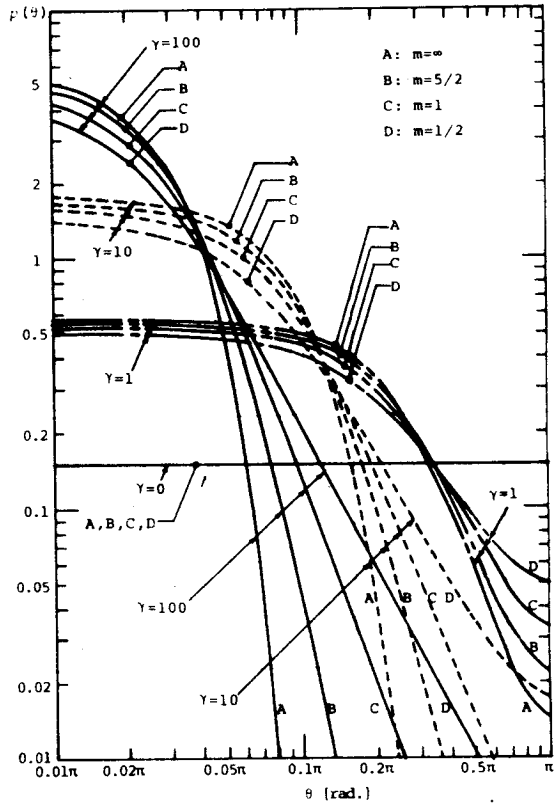


図2.3 $p(\theta)$ の概形。 γ : 平均CN比,
 m : フェージング指数

$$P(\theta) = \int_0^\theta p(\theta) d\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2 \quad (2.18)$$

を求めよう。それを用いて式(2.13)の平均誤り率が,

$$\langle P_e \rangle = 1 - 2P(\pi/M) \quad (2.19)$$

として求まる。式(2.13)の第1項に対する積分は式(A・4)と(A・6)を用いて実行され、第2項に対するそれは式(A・1)を用いた $\cos$ のべき級数の積分の幾分巧妙な変形と整理によって得られる。結局、その結果は次のようになる:

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[\theta + \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(m)} \sqrt{a} \sin \theta F\left(m+\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; -a \sin^2 \theta\right) + \frac{\sin(2\theta)}{2} G\left(\theta, m, \frac{a}{1+a}\right) \right] \quad (2.20)$$

但し,

$$\begin{aligned} G\left(\theta, m, \frac{a}{1+a}\right) &= m \int_0^{a/(1+a)} (1-x)^{m-1} F\left(m+1, 1, \frac{3}{2}; x \cos^2 \theta\right) dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} K_n b\left(n+1, m, \frac{a}{1+a}\right) \cos^{2n} \theta, \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで,

$$K_n = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} = \frac{(2n)(2n-2)\cdots 4 \cdot 2}{(2n+1)(2n-1)\cdots 3 \cdot 1}, \quad 0!! = 1 \quad (2.22)$$

であり、 $b(\cdot, \cdot, \cdot)$ は正規化された不完全ベータ関数;

$$b(l, m, x) = \frac{\Gamma(l+m)}{\Gamma(l)\Gamma(m)} \int_0^x t^{l-1} (1-t)^{m-1} dt \quad (2.23)$$

である。

式(2.20)は、式(2.15)を通じて平均誤り率の一般的な表現を与える累積分布の一般形であるが、それをストレートに数値計算すると超幾何関数および $G[\theta, m, a/(1+a)]$ の中の無限級数のためになかなか長時間を要する。そこで、式(2.20)の代りに、 m の特別な値—— m =整数又は(整数)/2——の場合に対して電算機による数値計算に便利な表式を与えよう。次に示されるように、それらは有限級数と初等関数から成っている。たいくつな誘導は省略して結果のみを示す。

1) $m = \text{整数の場合}$

$$\begin{aligned}
 P(\theta) = & \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(m)} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(m)}{\Gamma(m+\frac{1}{2})} \theta + 2I(\theta, m, a) - \sum_{i=1}^{m-1} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(m-i)I(\theta, i, a)}{2\Gamma(m-i+\frac{3}{2})(1+a)^{m-i}} \right. \\
 & + 2 \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i A_i \left[\sum_{j=1}^{i+1} (-1)^j B_{ij} I(\theta, j, a) \right] \\
 & \left. + 2 \left[\sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j A_j \left(\frac{\sqrt{a} \sin \theta}{\sqrt{1+a \sin^2 \theta}} \right)^{2j-1} \right] \left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{a} \cos \theta}{\sqrt{1+a}} \right) \right] \right\} \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

但し,

$$A_i = \frac{1}{2^{i+1}} \binom{m-1}{i}, \quad B_{ij} = \binom{i+1}{j} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned}
 I(\theta, n, a) = & \int_0^\theta \frac{1}{(1+a \sin^2 \theta)^n} d\theta = \frac{1}{(n-1)(1+a)} \cdot \left[\frac{a \sin(2\theta)}{4(1+a \sin^2 \theta)^{n-1}} + (2n-3) \right. \\
 & \left. \cdot \left(1 + \frac{a}{2} \right) I(\theta, n-1, a) - (n-2) I(\theta, n-2, a) \right], \quad n \geq 2 \\
 & (2.26)
 \end{aligned}$$

$$I(\theta, 1, a) = \frac{1}{\sqrt{1+a}} \tan^{-1}(\sqrt{1+a} \tan \theta) \quad (2.27)$$

そして, $\binom{n}{r} = n! / [r!(n-r)!]$ (2項係数)。

2) $m = (\text{整数}) / 2$

$$\begin{aligned}
 P(\theta) = & \frac{1}{2\pi} \left\{ \tan^{-1}(\sqrt{a} \sin \theta) + \frac{\sqrt{a} \sin \theta}{(1+a \sin^2 \theta)^{m+\frac{1}{2}}} \cdot \sum_{i=1}^{m-\frac{1}{2}} C_i (1+a \sin^2 \theta)^{i-1} + \sqrt{1+a} \right. \\
 & \left. \cdot \sum_{i=0}^{m-\frac{1}{2}} (-1)^{i+1} D_i \left(\frac{a}{1+a} \right)^i \cdot \left[\sum_{j=0}^i E_{ij} I^{(j)} \left(\theta, m+\frac{1}{2}-j, a \right) \right] \right\} \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

但し,

$$C_i = \frac{(2m-2i-1)!!}{(2m-2i)!!}, D_i = \frac{1}{2i-1} \binom{m-\frac{1}{2}}{i}, E_{ij} = \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2}-j)}{\Gamma(m+\frac{1}{2})} \binom{i}{j} \quad (2.29)$$

$$I^{(\tau)}(\theta, n, a) = \frac{\partial^\tau I(\theta, n, a)}{\partial a^\tau} \quad (2.30)$$

形の複雑さと m の値に対する制限にもかかわらず、式 (2.24) と (2.28) は数値計算上式 (2.20) よりも利点を有する。と言うのは、有限級数は高精度で計算でき、それ故に、 m の特殊点におけるその正確なデータをベースにして公式 (例えば、ニュートン・コーツ) 又はグラフによる内挿によって、任意の m の値に対する $P(\theta)$ が同様に高精度かつ短時間に推定され得るからである。かくして、式 (2.13) が評価され、図 2.4 ~ 2.6 に $\langle Pe \rangle$ の例に示す。

なお、 $(\gamma/m) \sin^2(\pi/M) \gg 1$ のときには、式 (2.20) と数値的検討から導びかれた次の近似が適用できる。

$$\langle Pe \rangle \cong \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2})}{\epsilon_M \sqrt{\pi} \Gamma(m+1)} \left[\frac{1}{\frac{\gamma}{m} \sin^2(\frac{\pi}{M})} \right]^m$$

$$\epsilon_M = \begin{cases} 2, & M=2 \\ 1, & M \geq 3 \end{cases} \quad (2.31)$$

最後に、2つの興味ある有用な結果を陽に示しておこう。すなわち、
a) レイリーフェージング ($m=1$) の場合

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \theta + \frac{\gamma \sin \theta}{\sqrt{1+\gamma \sin^2 \theta}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{\gamma} \cos \theta}{\sqrt{1+\gamma}} \right) \right] \right\} \quad (2.32)$$

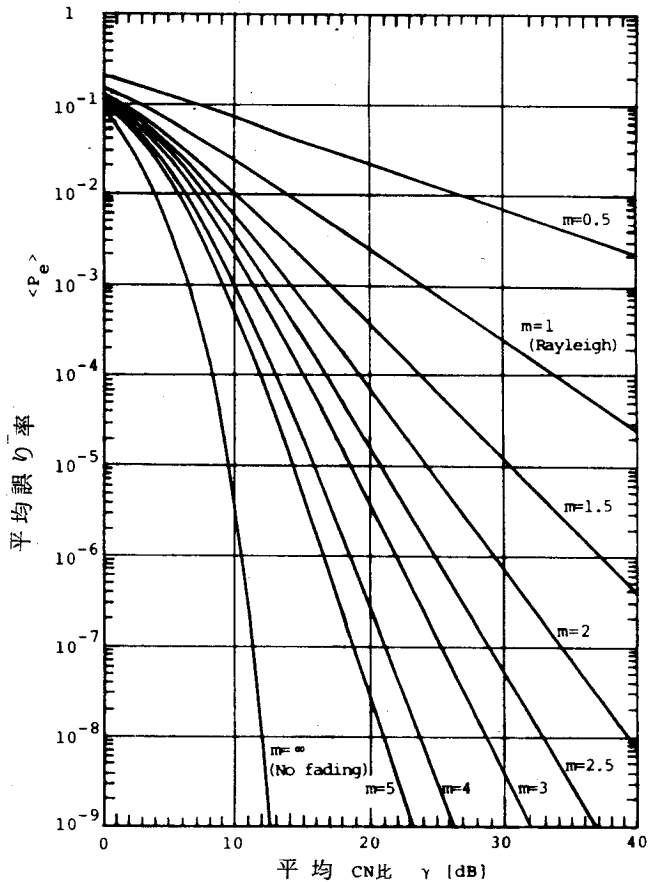


図 2.4 非ダイバーシチ受信における 2 値 CPSK シンボルの誤り率 $\langle Pe \rangle$ 。 m : フェージング指数

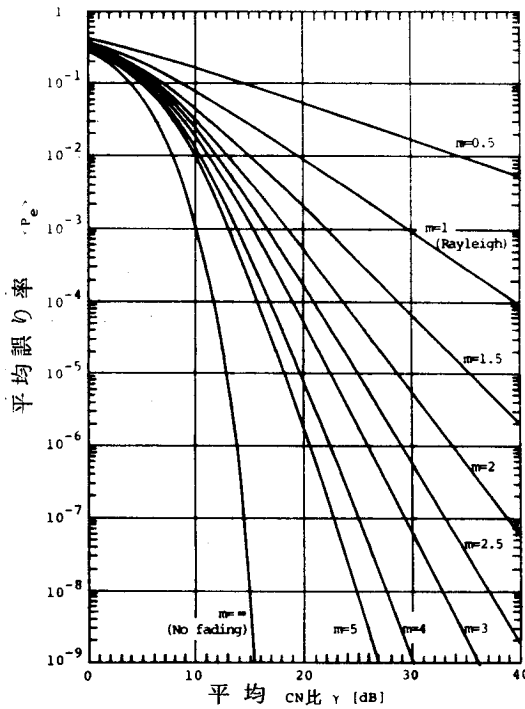


図2.5 非ダイバーシチ受信における4値CPSKシンボルの誤り率 $\langle Pe \rangle$
 m : フェーディング指数

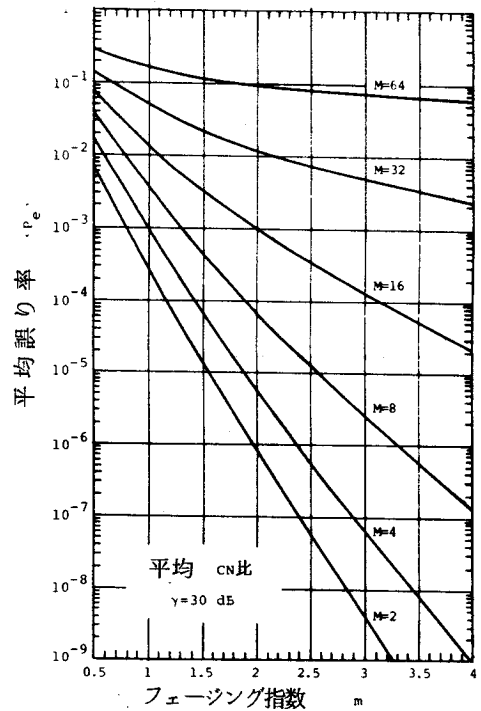


図2.6 非ダイバーシチ受信におけるM値CPSKシンボル誤り率対フェーディング指数特性の例

b) 2値CPSK ($M=2$) の場合

$$\langle Pe \rangle = \frac{1}{2} - \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\frac{\gamma}{m}}}{\sqrt{\pi} \Gamma(m) \left(1 + \frac{\gamma}{m}\right)^{m + \frac{1}{2}}} \cdot F\left(m + \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}; \frac{\frac{\gamma}{m}}{1 + \frac{\gamma}{m}}\right) \quad (2.33)$$

式(2.33)は、式(2.19)、 $\theta = \pi/2$ と置いた式(2.20)および(A・3)によって導かれる。

2.2.5 誤り率の超過時間率

誤り率の超過時間率は、式(2.9)の誤り率 $Pe[R(t)]$ が指定された値 Pe^* よりも大となっている時間の割合、と定義される。これに関しては、過去において、レイリーおよびライスフェーディング通信路での2値通信システムに対する研究がある。⁽³⁶⁾ 上の定義によって、超過時間率 T は、信号のフェーディング包絡線 $R(t)$ が Pe^* を与えるレベル R^* 以下による確率に等しく、従って T は、

$$T = \int_0^{R^*} P_o(R) dR \quad (2.34)$$

によって与えられる。但し、

$$Pe(R^*) = Pe^* \quad (2.35)$$

である。式(2.10)および(2.34)から

$$T = \frac{1}{\Gamma(m)} i \left(m, \frac{mR^*}{\Omega} \right) \quad (2.36)$$

となる。ここに、 $i(\cdot, \cdot)$ は不完全ガンマ関数

$$i(m, x) = \int_0^x t^{m-1} \exp(-t) dt \quad (2.37)$$

である。

$(\gamma/m) \sin^2(\pi/M) \gg 1$ のとき、次の近似が適用できよう：

$$T \approx \frac{1}{\Gamma(m+1)} \left\{ \frac{[\operatorname{erfc}^{-1}(\epsilon_M P_e^*)]^2}{\frac{\gamma}{m} \sin^2(\frac{\pi}{M})} \right\}^m \quad (2.38)$$

但し、 ϵ_M は式(2.31)におけると同様であり、 $\operatorname{erfc}^{-1}(\cdot)$ は $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$ の逆関数である。図2.7～2.9に T の例を示す。

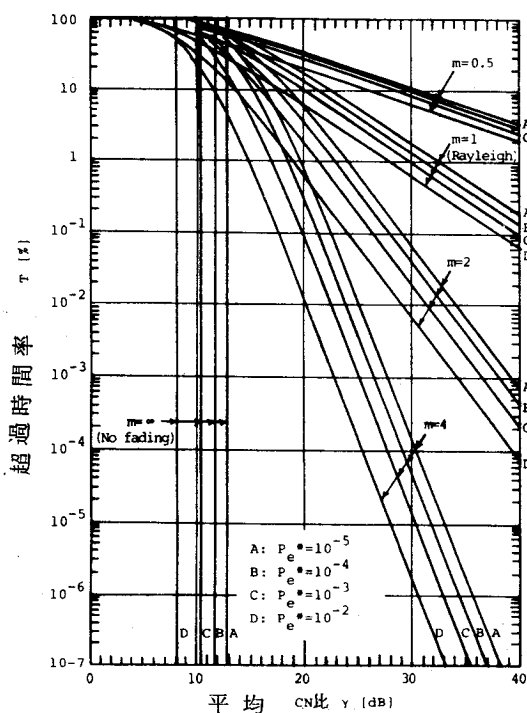


図2.7 非ダイバーシチ受信における2値CPSKシンボルの誤り率の超過時間率 T 。 m ：フェーディング指数， P_e^* ：指定誤り率

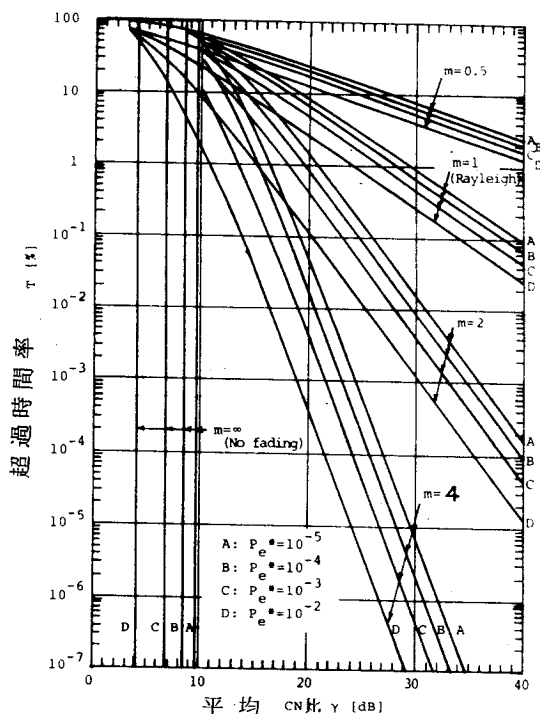


図2.8 非ダイバーシチ受信における4値CPSKシンボルの誤り率の超過時間率 T 。 m ：フェーディング指数， P_e^* ：指定誤り率

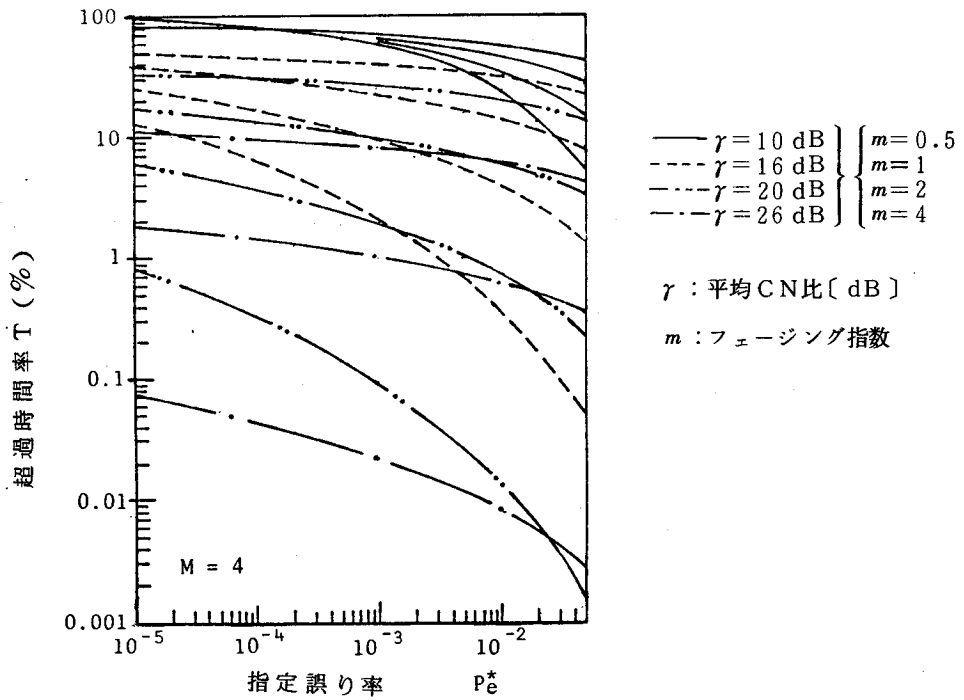


図 2. 9 非ダイバーシチ受信における 4 値 CPSSK シンボルの誤り率の超過時間率対指定誤り率特性の例。

2. 3 ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性

2. 3. 1 線形ダイバーシチ合成について

ダイバーシチ受信システムは、フェーディングに対抗する優れた方法として採用されてきた。⁽³¹⁾⁽⁴⁴⁾
⁽⁴⁷⁾ ダイバーシチ技術の要点は一般に、受信信号の平均電力の増大と低レベル包絡線に対する $p d f$ を減少せしめることにある。以下の解析では、完全に位相一致制御された検波前合成のダイバーシチシステムを仮定する。ダイバーシチ枝数および枝間の相関が、システム性能すなわちダイバーシチ改善度を決定する極めて重要な要素である。実用的見地から、2 枝を有する 3 種の代表的線形ダイバーシチ合成方式、すなわち、選択合成、等利得合成、および最大比合成を扱う（付記：文献 (41) で多枝の場合を扱っている）。ダイバーシチ枝入力間の相関は、後述の式 (2.40) により定義される電力相関係数によって測るのが実用的にも理論的にも便利である。

解析の前に、線形ダイバーシチ合成について仮定と注意を述べておく。図 2. 10 において、 $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$ は 2 つのダイバーシチ枝におけるフェーディングを受けた入力 PSK 波で、

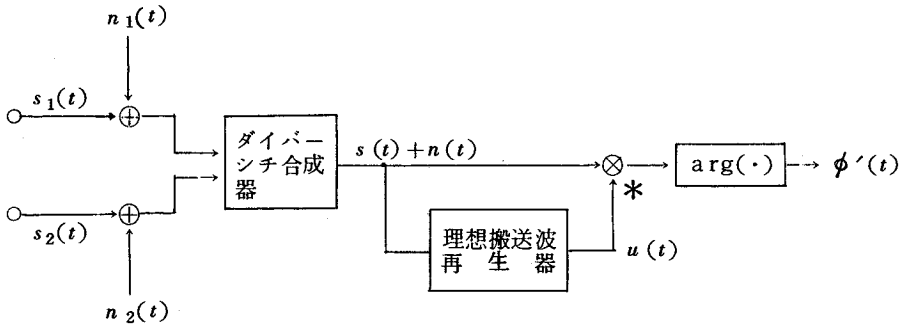


図2.10 2枝ダイバーシチMCPSK波の検波概念図

$$\left. \begin{aligned} s_i(t) &= R_i(t) \exp[j\omega t + j\lambda_i(t)] \\ \lambda_i(t) &= \phi_i(t) + \phi(t), \quad i=1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

とする。各記号の意味は2.2.1の式(2.1)と同様であり、添字 i はダイバーシチの番号を示す。 $s_1(t)$ と $s_2(t)$ は等しい平均電力 $N/2$ をもつものとする。 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ は、各枝における相加ガウス雑音で、式(2.2)と同様、

$$n_i(t) = [x_i(t) + jy_i(t)] \exp[j\omega t + j\lambda_i(t)], \quad i=1, 2 \quad (2.40)$$

とする。 $n_1(t)$ と $n_2(t)$ は、互いに独立で共に電力 N とする。このとき、線形ダイバーシチ合成器出力は、

$$v(t) = g_1 \cdot [s_1(t) + n_1(t)] + g_2 \cdot [s_2(t) + n_2(t)] \quad (2.41)$$

となる。ここで、 g_1 、 g_2 は各ダイバーシチ枝におけるゲイン（位相一致機能を含む複素ゲイン）である。ところで、ダイバーシチ枝入力及び雑音に関する上記の条件のもとでは、 $v(t)$ は等価的に次のように置ける。⁽⁴⁸⁾

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= s(t) + n(t), \\ s(t) &= R(t) \exp[j\omega t + j\lambda_c(t)], \\ n(t) &= [x(t) + jy(t)] \exp[j\omega t + j\lambda_c(t)], \\ \lambda_c(t) &= \phi_c(t) + \phi(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

$x(t)$ 、 $y(t)$ は式(2.2)におけるものと同様である。又、 $\phi_c(t)$ は合成器一致位相である。 $n(t)$ は合成器出力における雑音成分で、統計的には式(2.2)と全く同じである。 $s(t)$ は合成器出力における信号成分で、 $R(t)$ は合成包絡線である。式(2.42)で $n(t)$ の電力は N なので正確に言えば、 $R(t)$ は、合成前後の雑音が不変であるように正規化したときの等価的な合成包絡線である。 $R(t)$ は、むしろ合成方法によって異なる。式(2.42)の考え方は、解析に数学上の簡単さをもたらす。又、上記の場合の理想同期基準搬送波は、明らかに

$$u(t) = \exp[j\omega t + j\psi_c(t)] \quad (2.43)$$

である。従って、以下検波の議論は2.2.1と同じである。但し、信号包絡線の $p d f$ において異なるのである。

2.3.2 合成包絡線の確率密度関数

ダイバーシチ受信に関連する問題を解く第1の仕事は、信号の合成包絡線の $p d f$ を求めることである。現在までのところ、厳密かつ一般的な $p d f$ は、レイリーフェージング環境下における最大比合成の場合に対してのみであって、^{(49)~(53)} 他のダイバーシチに対しては $p d f$ の誘導には、特殊な条件と適当な近似が用いられてきた。しかしながら、近似は誤り率の評価において大きな誤差の因になりかねない。それ故、以下、厳密な取扱いをする。

A) ダイバーシチ入力の場合の結合 $p d f$

式(41)の $R_1(t)$, $R_2(t)$ はそれぞれ式(2.10)の m -分布に従う。そのとき、それらの結合 $p d f$ は次式で与えられる：⁽²⁶⁾

$$p_J(R_1, R_2) = \frac{4m^{m+1}R_1^m R_2^m}{\Gamma(m)\Omega^{m+1}k^{m-1}(1-k^2)} \cdot \exp\left[-\frac{m}{1-k^2}\left(\frac{R_1^2}{\Omega} + \frac{R_2^2}{\Omega}\right)\right] \\ \cdot I_{m-1}\left[\frac{2mkR_1R_2}{(1-k^2)\Omega}\right], \quad m \geq 1/2 \quad (2.44)$$

ここで、 k^2 は、 $R_1(t)$ と $R_2(t)$ の間の電力相関係数（すなわち、 $R_1^2(t)$ と $R_2^2(t)$ の間の相関係数）で、

$$k^2 = \frac{\langle(R_1^2 - \Omega)(R_2^2 - \Omega)\rangle}{\sqrt{\langle(R_1^2 - \Omega)^2\rangle\langle(R_2^2 - \Omega)^2\rangle}}, \quad 0 \leq k^2 \leq 1 \quad (2.45)$$

で定義される。又、 $I_\nu(\cdot)$ は ν 次第1種変形ベッセル関数である。式(A.7)を利用すると、式(2.44)の $p_J(R_1, R_2)$ は、

$$p_J(R_1, R_2) \\ = \frac{4m^{2m}R_1^{2m-1}R_2^{2m-1}}{\sqrt{\pi}\Gamma(m-\frac{1}{2})\Gamma(m)\Omega^{2m}(1-k^2)^m} \int_0^\pi \sin^{2m-2}x \\ \cdot \exp\left[-\frac{m(R_1^2 + R_2^2 - 2kR_1R_2\cos x)}{(1-k^2)\Omega}\right] dx, \quad m > 1/2 \quad (2.46)$$

のように変形される。この式は、半ガウス ($m=1/2$) の場合を除いて、選択合成および等利得合成

の解析に効果的に利用される。

B) 選択合成

$R(t) = \max[R_1(t), R_2(t)]$ であり, その $p d f$ は,

$$\begin{aligned} p_1(R) &= \frac{d}{dR} \int_0^R \int_0^R p_j(R_1, R_2) dR_2 = 2 \int_0^R p_j(R_1, R) dR_1 \\ &= \int_0^1 \int_0^\pi \frac{8m^{2m} R^{4m-1}}{\sqrt{\pi} \Gamma(m - \frac{1}{2}) \Gamma(m) \Omega^{2m} (1-k^2)^m} y^{2m-1} \sin^{2m-2} x \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{mR^2}{\Omega(1-k^2)} (1+y^2-2ky \cos x) \right] dx dy, \quad m > \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.47)$$

で与えられる。右辺第2式は等電力条件下での $p_j(R_1, R_2)$ の対称性により, 第3式は式(2.46)と置換 $R_1 = Ry$ による。更に, 式(2.47)を m -分布の形に変形すると,

$$p_1(R) = \int_0^1 \int_0^\pi c_1 w_1^{2m} \mathbf{M}(R, 2m, 2\Omega w_1 \sqrt{1-k^2}) dx dy, \quad m > \frac{1}{2} \quad (2.48)$$

を得る。ここで,

$$c_1 = \frac{2^{2m}(2m-1)}{\pi} y^{2m-1} \sin^{2m-2} x, \quad (2.49)$$

$$w_1 = \frac{\sqrt{1-k^2}}{1+y^2-2ky \cos x} \quad (2.50)$$

である。 $m = 1/2$ の場合に対しては, 別途計算を要しそれを付録Bに要約しておく。

C) 等利得合成

この場合, $R(t) = [R_1(t) + R_2(t)]/2$ で, その $p d f$ は,

$$p_2(R) = \sqrt{2} \int_0^{\sqrt{2}R} p_j(R_1, \sqrt{2}R - R_1) dR_1 \quad (2.51)$$

で与えられる。選択合成の場合と同様に, 式(2.46)と変数変換 $R_1 = \sqrt{2} Ry$ の後, m -分布の形の $p d f$

$$p_2(R) = \int_0^1 \int_0^\pi c_2 w_2^{2m} \mathbf{M}(R, 2m, 2\Omega w_2 \sqrt{1-k^2}) dx dy, \quad m > \frac{1}{2} \quad (2.52)$$

を得る。但し,

$$c_2 = \frac{2(2m-1)}{\pi} (1-y^2)^{2m-1} \sin^{2m-2} x, \quad (2.53)$$

$$w_2 = \frac{\sqrt{1-k^2}}{(1+y^2) - (1-y^2)k \cos x} \quad (2.54)$$

である。 $m=1/2$ の場合に対しては別法を適用する（付録B参照）。

D) 最大比合成

この場合、等価包絡線は $R(t) = \sqrt{R_1^2(t) + R_2^2(t)}$ となり、その $p d f$ は座標変換 $R_1 = R \cos \Psi$, $R_2 = R \sin \Psi$, の後、積分形

$$p_3(R) = \int_0^{\pi/2} p_1(R \cos \Psi, R \sin \Psi) d\Psi \quad (2.55)$$

で与えられる。式(2.44)を(2.55)に代入して式(A・8)を用いると、 $p_3(R)$ は

$$p_3(R) = \frac{2\sqrt{\pi} m^{2m} R}{\Gamma(m) \Omega^{2m} (1-k^2)^m} \exp \left[-\frac{m R^2}{\Omega(1-k^2)} \right] \cdot \left[\frac{\Omega(1-k^2) R^2}{2 m k} \right]^{m-\frac{1}{2}} \\ \cdot I_{m-\frac{1}{2}} \left[\frac{m k R^2}{\Omega(1-k^2)} \right], \quad m \geq 1/2 \quad (2.56)$$

となる。これは式(A・7)を利用することによって m -分布の形の $p d f$ に変形されうる：

$$p_3(R) = \int_0^{\pi} c_3 w_3^{2m} \mathbf{M}(R, 2m, 2\Omega w_3 \sqrt{1-k^2}) dx, \quad m \geq 1/2 \quad (2.57)$$

但し、

$$c_3 = \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(m)} \sin^{2m-1} x, \quad (2.58)$$

$$w_3 = \frac{\sqrt{1-k^2}}{1-k \cos x} \quad (2.59)$$

である。

かくして、信号の合成包絡線の $p d f$ が(2.48), (2.52), (2.57)のごとく、パラメータで重み付けられた m -分布の積分として誘導された。これによって m -分布に対する誤り率に基づく統一的な解析が可能になった。

2.3.3 平均誤り率

2.2で明らかなごとく、 $\langle Pe \rangle$ は M , m , および γ の関数であるので、ここで、次のように置く。

$$\langle P_e \rangle \triangleq q(M, m, \gamma) \quad (2.60)$$

式(2.60)は非ダイバーシチの場合の包絡線に対する結果である。式(2.10)と式(2.48), (2.52), (2.57)との比較アナロジーによって, ダイバーシチ受信に対する平均誤り率 $[\langle P_e \rangle]_D$ は, 次のように導かれる:

$$[\langle P_e \rangle]_D = \int_0^\infty \text{Pe}(R) p_i(R) dR = \int_0^1 \int_0^\pi c_i w_i^{2m} q(R, 2m, 2\gamma w_i \sqrt{1-k^2}) dx dy, \quad i=1, 2, 3 \quad (2.61)$$

ここで, $i=1$ は選択合成, $i=2$ は等利得合成, $i=3$ は最大比合成, をそれぞれ表わす。 γ は式(2.16)におけるところの1枝の平均C/N比である。前節の2.2.4の結果が, 式(2.61)即ち3種のダイバーシチ受信に対する平均誤り率を評価するのに効果的に使われている。

例として, 等利得合成の場合 $[\langle P_e \rangle]_D$ を, 図2.11, 2.12に示す。

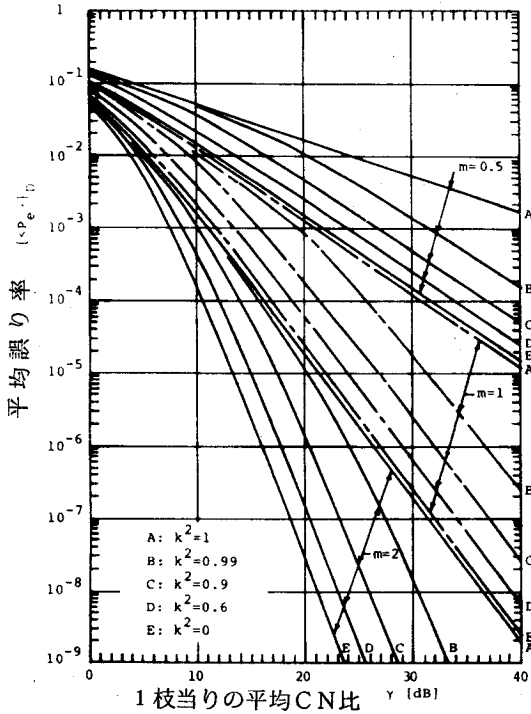


図2.11 2枝検波前等利得合成ダイバーシチ受信における2値CPSKシンボルの誤り率 $[\langle P_e \rangle]_D$ 。 m : フェージング指数, k^2 : ダイバーシチ枝間電力相関係数

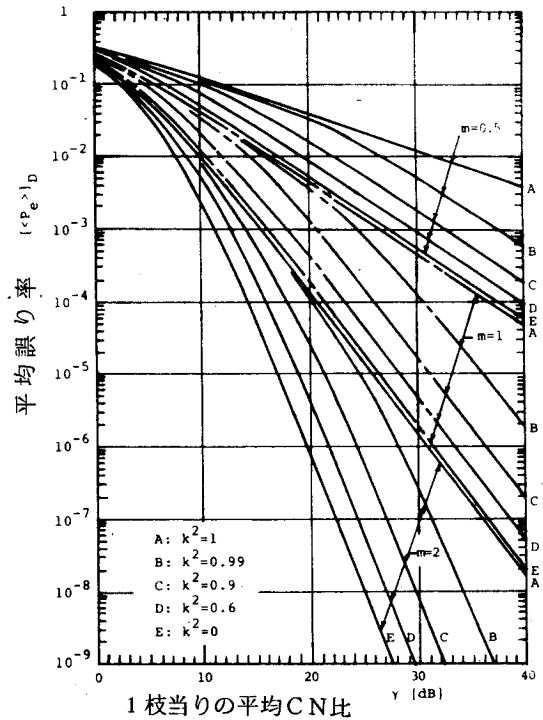


図2.12 2枝検波前等利得合成ダイバーシチ受信における4値CPSKシンボルの誤り率 $[\langle P_e \rangle]_D$ 。 m : フェージング指数, k^2 : ダイバーシチ枝間電力相関係数

$(\gamma/m)(1-k^2)\sin^2(\pi/M) \gg 1$ のとき、次の近似が使える：

$$[\langle Pe \rangle]_D \cong \frac{\Gamma(2m + \frac{1}{2})}{\epsilon_M \sqrt{\pi} \Gamma(2m+1)} \cdot \frac{D_i}{(1-k^2)^m} \cdot \left[\frac{1}{\frac{\gamma}{m} \sin^2(\frac{\pi}{m})} \right]^{2m} \quad (2.62)$$

但し、

$$D_i = \int_0^1 \int_0^\pi c_i dx dy = \begin{cases} \frac{2^{2m} \Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(m+1)}, & i = 1 \\ \frac{\Gamma(2m+1) \Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(2m + \frac{1}{2}) \Gamma(m+1)} & i = 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases} \quad (2.63)$$

2.3.4 誤り率の超過時間率

2.2で示したように、非ダイバーシチに対する誤り率の超過時間率 T は、 P_e^* , M , m および γ の関数である。かくして、 T を次のように書き直す。

$$T \triangleq \tau(P_e^*, M, m, \gamma) \quad (2.64)$$

ダイバーシチ受信方式が採用された時の超過時間率 $[T]_D$ は、

$$[T]_D = \int_0^R P_i^*(R) dR = \int_0^1 \int_0^\pi c_i w_i^{2m} \tau(P_e^*, M, 2m, 2\gamma w_i \sqrt{1-k^2}) dx dy, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.65)$$

で与えられる。ここで、“ i ”は各ダイバーシチ方法の区別であり、 R^* は式(2.35)によって定まる値である。

$(\gamma/m)(1-k^2)\sin^2(\pi/M) \gg 1$ のとき、次の近似が使える：

$$[T]_D \cong \frac{1}{\Gamma(2m+1)} \cdot \frac{D_i}{(1-k^2)^m} \cdot \left\{ \frac{[\text{erfc}^{-1}(\epsilon_M P_e^*)]^2}{\frac{\gamma}{m} \sin^2(\frac{\pi}{M})} \right\}^{2m} \quad (6.66)$$

例として、等利得合成の場合の $[T]_D$ を、図2.13, 2.14に示す。

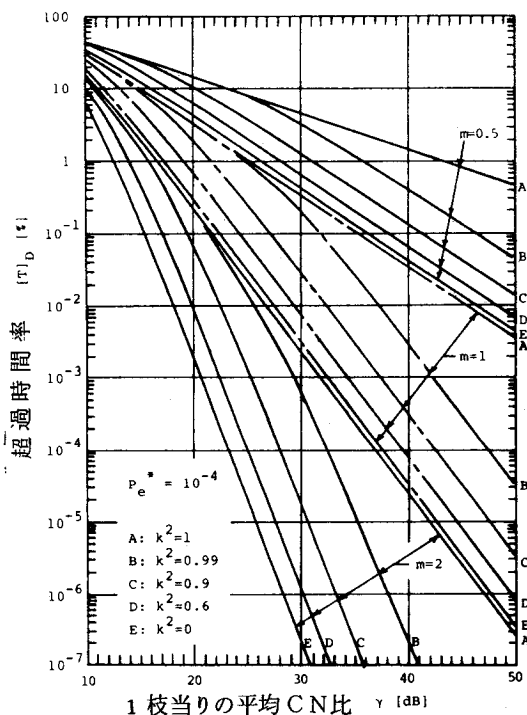


図2.13 2枝検波前等利得合成ダイバーシチ受信における2値CPSKシンボルの誤り率の超過時間率 $[T]_D$ 。指定誤り率 $P_e^*=10^{-4}$ 。 m :フェージング指数, k^2 :ダイバーシチ枝間電力相関係数

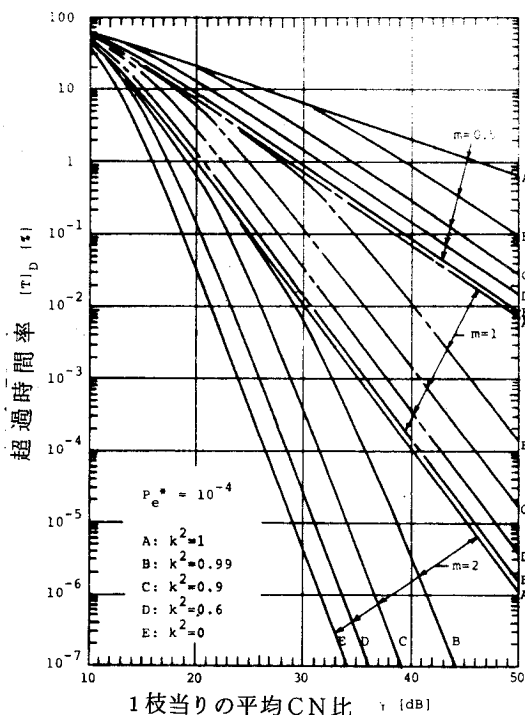


図2.14 2枝検波前等利得合成ダイバーシチ受信における4値CPSKシンボルの誤り率の超過時間率 $[T]_D$ 。指定誤り率 $P_e^*=10^{-4}$ 。 m :フェージング指数, k^2 :ダイバーシチ枝間電力相関係数

2.3.5 ダイバーシチ改善度

2.2と本節の結果に基づいて, M値CPSK通信におけるダイバーシチ受信による改善度を推定しよう。ここで言うダイバーシチ改善度とは, 同一の通信信頼度のもとにおける, 非ダイバーシチ受信における平均CN比と比べてダイバーシチ受信における平均CN比の減少分で測られるものとする。すなわち,

$$\frac{I_P}{I_T} = \gamma(\text{非ダイバーシチ}) [\text{dB}] - \gamma(\text{ダイバーシチ}) [\text{dB}] \quad (2.67)$$

ここで, I_P は平均誤り率でのダイバーシチ改善度, I_T は誤り率の超過時間率でのそれである。 I_P は $\langle Pe \rangle$, M , m , および k^2 によって変わり, I_T は T , P_e^* , M , m , および k^2 によって変わる。 I_P 及び I_T の例を図2.15, 2.16に示す。

ダイバーシチ改善度について得られた結果を, 要約すると,

- a) 任意多数値数 M に対してほとんど同じダイバーシチ改善度が得られる。 I_P 又は I_T は特に $M \geq 3$ で M によってほとんど変わらない。 $M=2$ に対する I_P 又は I_T は $M \geq 3$ に対するそれより少ないが,

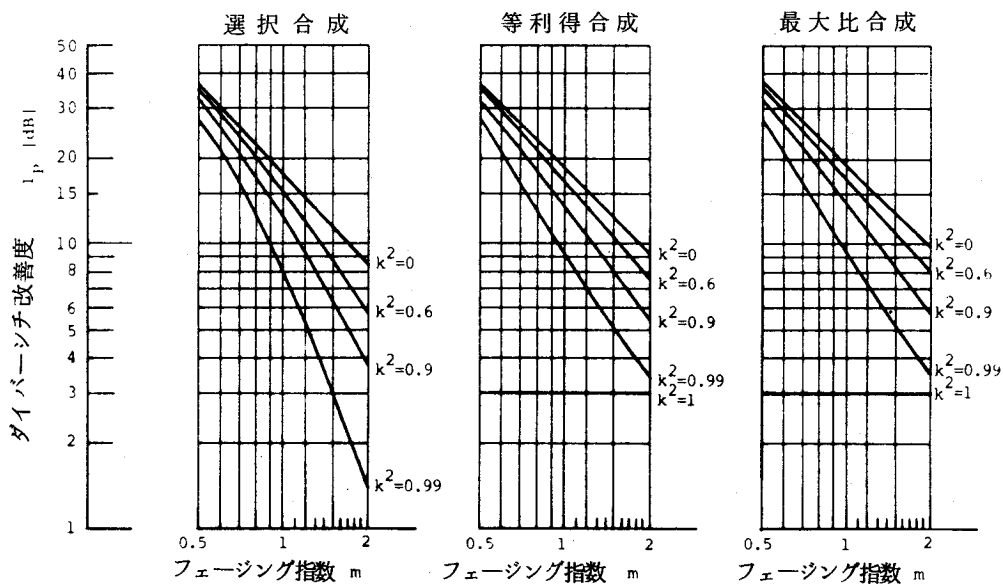


図 2.15 4 値 CPSK において、シンボル平均誤り率 $\langle Pe \rangle = 10^{-4}$ 点におけるダイバーシチ改善度。 m : フェーディング指数, k^2 : ダイバーシチ枝間電力相関係数, ダイバーシチ枝数 = 2。

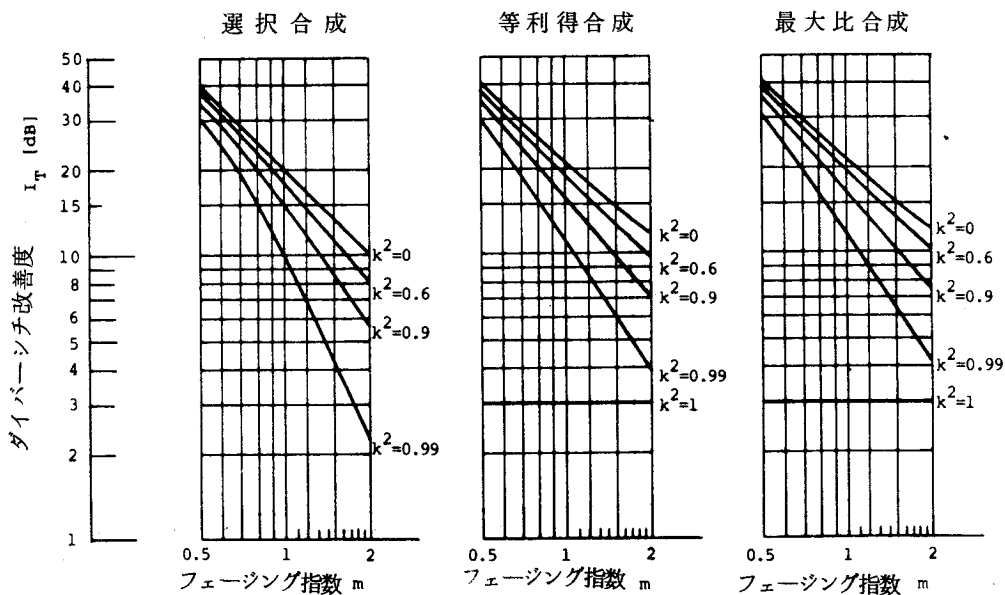


図 2.16 4 値 CPSK において、シンボル誤り率が 10^{-4} を超える時間率が $T = 0.01\%$ の点におけるダイバーシチ改善度。 m : フェーディング指数, k^2 : ダイバーシチ枝数 = 2。

違いは 2 dB 以内である。⁽⁵⁴⁾

b) 合成法による差は 3 dB 以内で、浅いフェージングで強相関 ($m > 1$ かつ $k^2 > 0.9$) の領域でめだつ。これは、フェージング環境の相違によるダイバーシチ合成法の選定に関して貴重な知識を提供する。

c) k^2 が増すにつれて、 I_P 及び I_T は $\log_{10}(1-k^2)$ に従って直線的に減少する。例えば、 $k^2 > 0.9$ であっても深いフェージング ($m \leq 1$) に対して、10 dB 以上の改善が得られることに注目すべきである。

d) ダイバーシチ改善度はフェージング指数 m に極めて敏感、すなわち、 I_P 、 I_T 共にほぼ m に逆比例することが明確に示されている。

$(\gamma/m)(1-k^2)\sin^2(\pi/M) \gg 1$ のときの I_P と I_T に対する近似は、式 (2.31), (2.38), (2.62) および (2.66) から、それぞれ次のように誘導される：

$$I_P \cong \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{m} \left[10 \log_{10} \frac{1}{\langle P_e \rangle} - 10 \log_{10} D_i - 10 \log_{10} \epsilon_M \right. \right. \\ \left. \left. - 10 \log_{10} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2m + \frac{1}{2}) [\Gamma(m+1)]^2}{\Gamma(2m+1) [\Gamma(m + \frac{1}{2})]^2} \right] - 10 \log_{10} \frac{1}{1-k^2} \right\} \quad (2.68)$$

$$I_T \cong \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{m} \left[10 \log_{10} \frac{1}{T} - 10 \log_{10} D_i - 10 \log_{10} \frac{[\Gamma(m+1)]^2}{\Gamma(2m+1)} \right] - 10 \log_{10} \frac{1}{1-k^2} \right\} \quad (2.69)$$

これらは、数パーセントの相対誤差の範囲内で諸結果をよく説明する。

2.4 結 言

本章では、フェージングを受けた MCPSK 方式の誤り率特性を解析した。主な結果を以下に列挙する。

まず、非ダイバーシチ受信では、

1) m -分布フェージング+ガウス雑音の通信路における理想同期 CPSK 位相ジッタの確率密度関数は、式 (2.15) である。

2) 1) の通信路における理想同期 M 値 CPSK シンボルの平均誤り率は、式 (2.19), (2.20) で与えられる。

3) m は整数又は (整数)/2 の場合には、数値評価に便利な形として、式 (2.24) 及び (2.28) が

導びかれた。

4) シンボル誤り率の超過時間率は、式(2.36)で与えられる。

5) m -分布の適用によって、フェージング分布の深浅に対応したフェードマージンの正確な算定が可能となった。

次に、ダイバーシチ受信では、

6) ダイバーシチ枝入力間の相関(電力相関係数 k^2)が任意である2枝線形合成包絡線の確率密度関数は、 m -分布フェージング下で、選択合成、等利得合成、最大比合成の各々に対して、それぞれ、式(2.48)、(2.52)、(2.57)で与えられる。これらの式は、 m -分布のパラメータ積分の形に誘導されている。

7) 6)と2)、3)、4)を結合して、各合成受信の場合の平均誤り率が式(2.61)、誤り率の超過時間率が式(2.65)で与えられ、統一的な方法で厳密評価された。

8) ダイバーシチ改善度が算定された。その値は、多値数、フェージングの型あるいは深度、ダイバーシチ相関、および平均誤り率あるいは誤り率の超過時間率、などにおける任意の値に対して算定できる。

9) ダイバーシチ改善度に関しては、

(i) デジタル変調多値数 M に対して、多値($M \geq 3$)における改善度は M に対してほとんど同じで、2値におけるより約2 dB大きい。

(ii) フェージングの深度指標であるフェージング指数 m に対して、改善度はほぼ逆比例する。従って、例えば、4値シンボルの誤り率が 10^{-4} を超える時間率が0.01%なる信頼度でのレイリーフェージング($m=1$)通信路におけるダイバーシチ改善度を以って、同一信頼度での $m=0.8$ 及び $m=1.5$ のフェージングの通信路にそのまゝ見込むと約5 dBの過小及び過大評価となる。

第3章 フェージングのある通信路における 多値差動位相変調一遅延検波(MDP SK) 方式の受信誤り率特性^{(57)~(61), (80)~(82)}

3.1 緒 言

本章は、フェージングのある通信路における多値差動位相変調一遅延検波(MDP SK)方式の受信誤り率特性の解明に当てる。序論でもふれたごとく、陸上移動通信の場合は、高速レイリーフェージングを受け、⁽⁶²⁾そのドブラスペクトルによる影響が問題となる。従来の理論的研究では、特に Voelckar⁽⁶³⁾と Bello⁽⁶⁴⁾が著名であるが、それらは対流圏散乱による長距離通信を対象としたものであり、フェージング速度、情報伝送速度、アンテナパターンなどの異なる陸上移動無線の問題には直接当てはまらないし、又、それらの解析法が2値系を対象としたものである点も、多値のDP SKを扱う本章の目的に沿わない。従って、本章の検討が必要となる。

3.2では、フェージングドブラスペクトルの形が対称および非対称のどちらでもよく、又、相加雑音は一般に白色でなくてもよい、という条件下で、MDP SKシンボルの誤り率を閉じた式で求める。それに基づいて、誤り率特性への諸パラメータの及ぼす影響を詳しく考察する。更に、シンボル2重誤り特性も計算する。3.3では、独立な任意枝数の3種の検波前線形ダイバーシチ合成におけるMDP SK誤り率特性を解析する。具体的な合成器の例を引きながら、特に、MDP SK方式の欠点である高い軽減不能誤り率の原因となるランダムFMの改善度に考察の重点を置いて検討を加える。

3.2 非ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性

3.2.1 通信システムモデル

陸上移動体狭帯域通信では、伝搬遅延時間の広がり⁽⁶⁵⁾は無視でき、フェージングのドブラスペクトルの帯域幅(以下、単にドブラ帯域幅)を $B_D(\text{Hz})$ とすると、 B_D については、移動速度 $V(\text{m/s})$ 、電波波長 $\lambda(\text{m})$ とすると、

$$B_D = V/\lambda \quad (3.1)$$

で与えられ、最高200~300Hzにもなるが、通常は100Hz以下で、シンボル周期を $T(\text{s})$ とすると、 $B_D T < 0.1$ である、実用システムでは、おそらく $B_D T \ll 0.1$ でなければならないであろう。しかし、 $B_D T \equiv 0$ (フラット)ではない。すなわち、フェージングは、1タイムスロット内では一定であるが、隣接タイムスロット間では時間的に変化するものとする。

次に、MDP SK波の検波過程を示そう。DP SK検波器の実用回路および理論解析モデルは種々

あるが^{(62)~(64), (66)~(68)}, ここでは一般に多値位相差 (M 値) を理論的に取扱うので位相差面で判定する理想位相差検波器を仮定する(図3.1)。 m 番目のタイムスロット $(m-1)T < t \leq mT$ での検

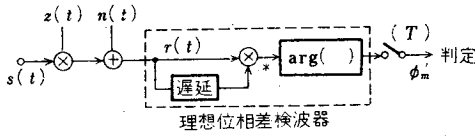


図3.1 MDPSK検波の概念的モデル

波器入力波 $r(t)$ は,

$$r(t) = s(t)z(t) + n(t) \triangleq v(t)\exp(j\omega_0 t + j\phi_m) \quad (3.2)$$

となる。但し,

$$v(t) = z(t) + \zeta(t)\exp(-j\phi_m) \quad (3.3)$$

である。ここで, $s(t)$ は DPSK 波で

$$\left. \begin{aligned} s(t) &= \exp(j\omega_0 t + j\phi_m), & (m-1)T < t \leq mT \\ (m &= \dots, -1, 0, 1, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

と仮定する。但し, ω_0 は搬送角周波数, ϕ_m はデジタル位相位置で位相差情報 ϕ_m

$$\phi_m = \Phi_m - \Phi_{m-1} \quad (3.5)$$

を与える。但し, $\phi_m \in \{2\pi i/M \mid i=0, 1, \dots, M-1\}$ である。 $z(t)$ はレイリーフェージングを表す低域複素ガウス過程である。 $\langle \cdot \rangle$ を集合平均, $*$ を複素共役の記号として

$$\left. \begin{aligned} \langle z(t) \rangle &= 0 \\ \langle z(t)z(t+T) \rangle &= 0 \\ \langle |z(t)|^2 \rangle / 2 &= S \\ \langle z^*(t)z(t+T) \rangle / 2 &= S(\alpha_R + j\beta_R) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

と置く, S は受信信号の平均電力, 従って, $\alpha_R + j\beta_R$ は, 1 タイムスロット間におけるフェージング相関係数である。 $n(t)$ は受信機の狭帯域ガウス雑音で, 次のように置く。

$$n(t) = \zeta(t)\exp(j\omega_0 t) \quad (3.7)$$

但し, $\zeta(t)$ は低域複素ガウス過程で

$$\left. \begin{aligned} \langle \zeta(t) \rangle &= 0 \\ \langle \zeta(t)\zeta(t+T) \rangle &= 0 \\ \langle |\zeta(t)|^2 \rangle / 2 &= N \\ \langle \zeta^*(t)\zeta(t+T) \rangle / 2 &= N(\alpha_G + j\beta_G) \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

とする。 N は検波器入力雑音の平均電力, $\alpha_G + j\beta_G$ は, 1 タイムスロット間での雑音の相関係数である。一方, T 秒遅延された波は, 同じく $(m-1)T < t \leq mT$ で ($\omega_0 T = 2\pi \times$ 整数に設定),

$$\left. \begin{aligned} r(t-T) &= v(t-T)\exp(j\omega_0 t + j\phi_{m-1}) \\ v(t-T) &= z(t-T) + \zeta(t-T)\exp(-j\phi_{m-1}) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

となるので, 理想位相差検波器出力の $t=T$ での標本値 ϕ_1' は,

$$\phi_1' = \arg[r^*(0)r(T)] \triangleq \phi_1 + \theta_1 \quad (3.10)$$

となる。但し、

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \phi_1 - \phi_0 \\ \theta_1 &= \arg[v^*(0)v(T)] = \arg[v(T)] - \arg[v(0)], \quad |\theta_1| \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

である。 ϕ_1 は送信位相差情報なので、 θ_1 は位相差ジッタである。従って、一般に、 ϕ_1 を中心に設定された信号判定領域 $[\phi_1 - \pi/M, \phi_1 + \pi/M]$ に対し、

$$|\theta_1| \geq \pi/M \quad (3.12)$$

のとき、 ϕ_1 シンボルに対する誤りが起る。

3.2.2 シンボル誤り率

3.2.2.1 位相差ジッタの確率密度関係

式(3.3)より $v(0)$ 、 $v(T)$ は平均値0の複素ガウス変数で、式(3.11)より θ_1 はその偏角の差である。すなわち、 θ_1 は二つのレイリーベクトルの位相差であってその確率密度関数(以下、 $p d f$ と略記する)は、他の問題に関連して既に導かれており⁽⁶⁹⁾⁽⁷⁰⁾、それを利用する。但し、関数中のパラメータは本論文の場合に対して具体的に与えなければならない。それらは、次のようになる：

$$\left. \begin{aligned} \langle |v(0)|^2 \rangle / 2 &= \langle |v(T)|^2 \rangle / 2 = S + N \\ \langle v^*(0)v(T) \rangle / 2 &= (S + N)(\alpha + j\beta) \\ \alpha + j\beta &= \frac{\gamma(\alpha_R + j\beta_R) + (\alpha_G + j\beta_G) \exp(-j\phi_1)}{\gamma + 1} \\ \gamma &= S/N \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

γ はシンボルの平均CN比である。これらの下で、

$$\alpha + j\beta \triangleq k \exp(j\epsilon_0), \quad k \geq 0, \quad |\epsilon_0| \leq \pi \quad (3.14)$$

を定義すると、最終的に、 θ_1 の $p d f$ は次式で与えられる：

$$\begin{aligned} p_1(\theta_1 | k, \epsilon_0) &= \frac{1-k^2}{2\pi(1-x^2)} \left[1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \text{Sin}^{-1}x \right) \right] \\ x &= k \cos(\theta_1 - \epsilon_0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

式(3.13)、(3.14)から分かるように、 k 、 ϵ_0 は ϕ_1 の関数であるので、 θ_1 の $p d f$ は、 ϕ_1 によって異なることに注意すべきである。 θ_1 に関する二、三のモーメントを求めると、

$$\left. \begin{aligned} \langle \theta_1 \rangle &= \epsilon_0 \\ \langle |\theta_1 - \epsilon_0| \rangle &= \text{Sin}^{-1} \sqrt{1-k^2} \cong \sqrt{1-k^2} \\ \langle (\theta_1 - \epsilon_0)^2 \rangle &\cong (\text{Sin}^{-1} \sqrt{1-k^2})^2 \cong 1-k^2 \end{aligned} \right\}$$

となって、 ϵ_0 が分布の中心、 $1-k^2$ が広がりを表す。これは、3.2.3.2で参考にする。

3.2.2.2 誤り率

M 値DPSKのシンボル誤り率は、3.2.1で述べたところにより、

$$P_e(k, \epsilon_o)_M = \int P_1(\theta_1 | k, \epsilon_o) d\theta_1, \quad |\theta_1| \geq \pi/M \quad (3.17)$$

で与えられる。式(3.15)を代入して計算すると、

$$\left. \begin{aligned} P_e(k, \epsilon_o)_M &= \frac{M-1}{M} - \frac{Q(k, \epsilon_o) + Q(k, -\epsilon_o)}{2} \\ Q(k, \epsilon_o) &= \frac{x_2}{\sqrt{1-x_1^2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sin^{-1} x_1 \right) \\ x_1 &= k \cos(\pi/M - \epsilon_o) \\ x_2 &= k \sin(\pi/M - \epsilon_o) \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

これも、一般に送信情報 ϕ_1 によってそれぞれ異なる値となることに注意しよう。

特に、2値($M=2$)の場合には、 $x_1 = \beta$, $x_2 = \alpha$ となり(式(3.14)参照),

$$P_e(k, \epsilon_o)_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \quad (3.19)$$

を得る。 $\phi_1=0, \pi$ の送信確率を $P^{(0)}, P^{(1)}$ で表すと、平均誤り率 $\bar{P}_{e,2}$ は、

$$\begin{aligned} \bar{P}_{e,2} &= P^{(0)} P(k, \epsilon_o)_2 | \phi_1=0 + P^{(1)} P(k, \epsilon_o)_2 | \phi_1=\pi \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{P^{(0)}(\gamma\alpha_R + \alpha_G)}{\sqrt{(\gamma+1)^2 - (\gamma\beta_R + \beta_G)^2}} - \frac{P^{(1)}(\gamma\alpha_R - \alpha_G)}{\sqrt{(\gamma+1)^2 - (\gamma\beta_R + \beta_G)^2}} \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

となる。フェージング、雑音共に対称スペクトル($\beta_R=0, \beta_G=0$)のときは、

$$\bar{P}_{e,2} = \frac{1 + (1 - \alpha_R)\gamma}{2(\gamma+1)} \left[1 + \frac{(P^{(1)} - P^{(0)})\alpha_G}{1 + (1 - \alpha_R)\gamma} \right] \quad (3.21)$$

となる。これはフェージングのない通信路で雑音の相関のみを考慮した宮川⁽⁷¹⁾の結果に対して、更にフェージングの相関をも考慮した結果である。

3.2.3 考察

この節では、誤り率に対する諸因の影響について、やや詳しく議論するが、それに先立って、より実際的な場合(平均CN比が大きく、かつ強相関の場合)の誤り率を近似式の形で導出しておこう。すなわち、 $\gamma \gg 1$, $B_D T < 0.1$, 従って、 $1-k \cong 0$, $\epsilon_o \cong 0$ 故、式(2.18)を変形すると、次の結果に至る(付録C参照):

$$P_e(k, \epsilon_o)_M \cong [C(M) + D(M)\epsilon_o^2](1-k) \quad (3.22)$$

但し、

$$C(M) = \frac{M-1}{M} \operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{M} + \frac{1}{\pi} \cot \frac{\pi}{M} \quad (3.23)$$

$$\left. \begin{aligned} D(M) &= [C(M) + 2d(M)] \operatorname{cosec}^2(\pi/M) \\ d(M) &= \frac{M-1}{M} \cot^2 \frac{\pi}{M} + \frac{1}{\pi} \cot \frac{\pi}{M} \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

である。ここで、

$$\alpha_R + j\beta_R \triangleq k_R \exp(j\epsilon_R), \quad k_R \geq 0, \quad |\epsilon_R| \leq \pi \quad (3.25)$$

と置き、又、雑音スペクトルを対称と仮定して $\beta_G = 0$ を用いると、

$$\epsilon_o \cong \epsilon_R \quad (3.26)$$

$$1 - k \cong \frac{1 - \alpha_G \cos(\phi_1 + \epsilon_R)}{\gamma} + (1 - k_R) \quad (3.27)$$

となる。

3.2.3.1 雑音および送信情報の影響

検波前 I F-フィルタのモデルとして、ここでは、(イ)通過帯域が $|f - f_0| \leq B$ の方形フィルタ、
(ロ)等価雑音帯域が $|f - f_0| \leq B$ のガウスフィルタ、の二つの例を取りあげると、

$$\left. \begin{aligned} (イ) \quad \alpha_G &= \sin(2\pi BT) / 2\pi BT, \quad \beta_G = 0 \\ (ロ) \quad \alpha_G &= \exp(-4B^2 T^2), \quad \beta_G = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

であるが、通常、 $2BT \gtrsim 1$ なので、 α_G はほとんど 0 に近い値である。例えば $2BT = 2, 1.6, 1$ のそれぞれに対し、(イ) $\alpha_G = 0, 0.19, 0$ ；(ロ) $\alpha_G = 0.018, 0.077, 0.37$ となり、ほとんど $\alpha_G \cong 0$ と考えてよい ($\alpha_G = 0.37$ の場合でも、図 3.2 の曲線②のごとく $\alpha_G = 0$ に対する曲線①と大差なく、又、 $2BT = 1$ の場合には、この論文では無視しているフィルタの帯域制限に起因する符号間干渉による劣化が、雑音相関 α_G による劣化よりも重大になるであろう)。これは、狭帯域雑音でも白色雑音の仮定が実際的にも有効であることを示すものであり、雑音のスペクトル幅が T によって決まるからである。

送信情報 ϕ_1 の影響は、 $1 - k$ (式 (3.27)) の雑音パラメータ α_G に比例する項を通じてのみ影響し、 α_G は上述のごとく小さく、更に $\{\phi_1\}$ でならずと相殺されて平均誤り率 $\bar{P}_{e, M}$ への影響はわずかになり、 $\alpha_G = 0$ の場合とほとんど変らない。それでも、誤り率が送信情報に厳密に無関係なのは、白色雑音の場合に限ることは理論上留意しておく必要がある。

3.2.3.2 ドプラスペクトルの影響

フェージングのドプラスペクトル形は、受信アンテナパターン、ポインティング電力の到来角分布などによって異なる⁽⁷²⁾、一様分布到来の仮定の下で、ここでは、(I)垂直モノポールアンテナ：ドプラスペクトルが 0 を中心に $-B_D \sim +B_D$ の間で対称に展開している、(II)移動方向に軸を向けた広がり角が 180° のビームアンテナ：ドプラスペクトルが正側 $0 \sim +B_D$ のみに存在して負側にはない、の二つの例を取りあげる。(II)はやや非現実的なパターンではあるが、非対称ドプラスペクトルの簡単な例である。このとき、

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad \alpha_R = J_0(2\pi B_D T), \beta_R = 0 \\ \text{(II)} \quad \alpha_R = J_0(2\pi B_D T), \beta_R = H_0(2\pi B_D T) \end{array} \right\} \quad (3.29)$$

但し、 $J_0(\cdot)$ はベッセル関数、 $H_0(\cdot)$ は Struve 関数⁽⁷³⁾である。 $B_D T < 0.1$ では、次の近似が成
つ。

$$\left. \begin{array}{l} J_0(2\pi B_D T) \cong 1 - (\pi B_D T)^2 \\ H_0(2\pi B_D T) \cong 4 B_D T \end{array} \right\} \quad (3.30)$$

さて、以下の議論では 3.2.3.1 で述べた理由と明快さのため白色雑音を仮定する ($\alpha_G = \beta_G = 0$)。このとき、式 (3.26), (3.27), (3.29), (3.30) から、

$$\epsilon_o \cong \beta_R \cong b_1 B_D T \quad (3.31)$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - k \cong (1/\gamma) + (1 - k_R) \\ 1 - k_R \cong 1 - \alpha_R - (\beta_R^2/2) \cong a_2 (\beta_D T)^2 \end{array} \right\} \quad (3.32)$$

となる。ここで、(I) $b_1 = 0$, $a_2 = \pi^2$; (II) $b_1 = 4$, $a_2 = 2$ である。更に又、白色雑音のときには $\alpha_G = \beta_G = 0$ であるので、 k , ϵ_o は ϕ_1 には無関係であり、従って、式 (3.15) の $P_1(\theta_1 | k, \epsilon_o)$ は送信情報によらずすべて同じなので、 ϵ_o が分布の対称中心である (式 (3.16)) ことを考え合せると、等事前確率の下では $|\theta_1 - \epsilon_o| \geq \pi/M$ が最ゆう検定での誤り領域である。それ故最ゆう検定のためには、 ϵ_o を推定し、出力位相差 (ϕ_1') の分布の中心を送信情報 (ϕ_1) 位置に適応的に合せる操作を必要とするので、必ずしもそのような操作を考慮していない一般の場合の式 (3.12) に基づく検定とは一致しない。すなわち、対称ドプラスペクトルの場合には $\epsilon_o = 0$ であるので最ゆう検定となるが、非対称ドプラスペクトル ($\epsilon_o \neq 0$) では最ゆう検定でない (適応最ゆう時の計算例が文献⁽⁵⁷⁾にある)。

しかしそれでも、CN 比が同一なら対称スペクトルの場合より非対称スペクトルの方がより低い誤り率を与えることが、以下のように説明できる。すなわち、式 (3.23), (3.24) より $d(M) < C(M)$ かつ多値では $d(M) \cong C(M)$ 故、 $D(M) \cong 3 C(M) \operatorname{cosec}^2(\pi/M)$ となって、結局式 (3.22) より平均誤り率 $\bar{P}_{e, M}$ は、

$$\bar{P}_{e, M} \cong C(M) [1 + 3 \epsilon_o^2 \operatorname{cosec}^2(\pi/M)] (1 - k) \quad (3.33)$$

と表現できる。この式で、 ϵ_o^2 に比例する項が、最ゆう検定からはずれるために生ずる誤り率の増加分を示している。 ϵ_o^2 の項の影響を無視できるのは、仮に、 $3 \epsilon_o^2 \operatorname{cosec}^2(\pi/M) \lesssim 0.1$ とすると、条件

$$|\beta_R| \cong |\epsilon_o| \lesssim 0.18 \sin(\pi/M) \quad (3.34)$$

が成立つときである。 $M = 2, 4, 8, 16$ に対して上式によって許容される最大の $|\beta_R|$ ($|\epsilon_o|$ in $^\circ$) は、

0.18 (10°), 0.13 (7.4°), 0.070 (4.3°), 0.034 (1.9°) などとなる。一方、 k の影響は式 (3.32),

(3.33) のごとく、 $1 - k_R$ を通じて誤り率に影響し、次の 3.2.3.3 に示すように、 $\gamma \rightarrow \infty$ のときには $a_2 (B_D T)^2$ の形で軽減不能誤り率に直接影響を与える。式 (3.32) において、対称ドプラスペクトル

の場合(I)には $a_1=\pi^2$ であるのに対し、非対称の場合(II)には $a_2=2$ であることから分かるように、 k_R 従って、 k の値は非対称ドプラスペクトルに対する方がより1に近く(より強相関)、それだけ位相差ジッタの分散 $(1-k^2)$ が小となり、(式(3.16))、 $(1-k)$ に比例する誤り率(式(3.22)、(3.33))が減少することになる。このように、ドプラスペクトルの非対称性は、一方では最ゆう検定からずれることによる ϵ_0^2 に比例する項を誤り率中に生ずる反面、また一方では、 k がより1に近く、1タイムスロット間の相関を強化するので、 γ が一定なら減輕不能誤り率を減少せしめる(図3.2の③、④)。

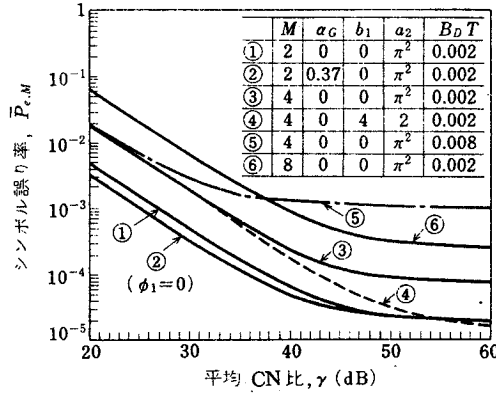


図3.2 陸上移動DPSKシンボル誤り率特性

3.2.3.3 ドプラ帯域幅・シンボル時間積および搬送波対雑音電力比の影響

式(3.22)で ϵ_0^2 の項を無視すると、式(3.32)の関係から、

$$\overline{P_{e,M}} \cong C(M) \left[(1/\gamma) + a_2(B_D T)^2 \right] \quad (3.35)$$

となる。さて、 $\gamma \rightarrow \infty$ とすると、軽減不能誤り率

$$\overline{P_{e,M,\infty}} \cong C(M) a_2(B_D T)^2 \quad (3.36)$$

を得る。これは、フェージングのランダムFMによる遅延線出力として得られる基準搬送波位相の急激な変化による誤りで、 $B_D T$ によって極めて大きく変る(図3.2の③、⑤)。又、3.2.3.2の考察で明かなように a_2 は受信アンテナパターンに直接依存するので、 $\overline{P_{e,M,\infty}}$ の面からもアンテナ及びその配列を考慮すべきであろう。式(3.35)は、第1項が包絡線フェードによる誤り、第2項がランダムFMによる誤りを表す。このことは、2値では既知⁽⁶²⁾であったが、多値でも同様に考えてよいことが本節の結果で明らかである。平均CN比 γ の増加による誤り率特性の改善には限界があり、その範囲は、

$$1/\gamma \geq a_2(B_D T)^2 \quad (3.37)$$

で与えられ、従って、同一の $B_D T$ ならば、3.2.3.2の例(II)は(I)よりも7dB γ —支配域が広い。

3.2.3.4 最適シンボル伝送速度

IFフィルタの帯域幅を

$$2B = (1/T)\mu + 2B_D \cong (1/T)\mu \quad (3.38)$$

とし、雑音の電力密度 (片側表示) を N_0 (W/Hz) とすると、

$$N \cong (1/T)\mu N_0 \quad (3.39)$$

故、式 (3.35) より、

$$\bar{P}_{e,M} \cong C(M) \left(\frac{\mu N_0}{ST} + a_2 B_D^2 T^2 \right) \quad (3.40)$$

となる。この $\bar{P}_{e,M}$ を最小にするという意味での最適シンボル速度 $1/T_{\text{opt}}$ (Baud) を求めると、

$$\partial \bar{P}_{e,M} / \partial T = 0 \quad (3.41)$$

から、

$$1/T_{\text{opt}} = (2a_2 B_D^2 S / \mu N_0)^{1/3} \quad (3.42)$$

を得る。例えば、 $\mu = 1$, $a_2 = \pi^2$, $B_D = 50$ Hz, $N_0 = -164$ dB (常温, 雑音指数 10 dB), $S = -87$ dBm (入力電圧 $10 \mu\text{V}$, 50Ω 系) のとき、 $1/T_{\text{opt}} = 13.5$ k Baud となる。図 3.3 に $\bar{P}_{e,M}$ 対 $1/T$ の曲線を例示しておく。

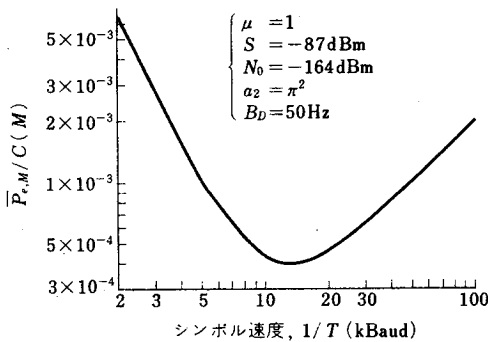


図 3.3 シンボル速度対誤り率特性の例

3.2.3.5 多値数特性

式 (3.35) より、多値数の $\bar{P}_{e,M}$ への影響 $C(M)$ に集約され (図 3.2 の①, ③, ⑥), 多値化によるシンボル誤り率の増大は、 $C(M)/C(2)$ によって知ることができる。

さて、情報 1 bit 当りの平均信号電力を S_b とすると、

$$S = S_b \log_2 M \quad (3.43)$$

であり、グレイ符号化を考えると、3.2.3.4 の式 (3.42) で与えられる最適時のビット誤り率

$\bar{P}_{e,b,\text{opt}}$ は、

$$\bar{P}_{e,b,\text{opt}} \cong \frac{\bar{P}_{e,M}|_{T=T_{\text{opt}}}}{\log_2 M} \triangleq h(M) P \quad (3.44)$$

但し、

$$h(M) = C(M) / (\log_2 M)^{5/3} \quad (3.45)$$

$$P = \frac{3}{2} \left[2a_2 B_D^2 \left(\frac{\mu N_0}{S_b} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (3.46)$$

である。 $h(2) \Rightarrow h(4)$ となって、4 値による高速化が有望である。

3.2.3.6 MCPSK方式との比較

既に得られている理想MCPSKの結果(式(3.32)参照)と、完全相関($B_D T \equiv 0$)の場合での式(3.18)とを比較すると、等しいシンボル誤り率に対して、両方式の平均CN比の間で、任意の多値数において次が成立つ。

$$\left(\frac{\gamma_{\text{DPSK}}}{\gamma_{\text{DPSK}} + 1} \right)^2 = \frac{\gamma_{\text{CPSK}}}{\gamma_{\text{CPSK}} + 1} \quad (3.47)$$

すなわち、 $\gamma_{\text{DPSK}} \cong 2\gamma_{\text{CPSK}}$ となり、DPSKがCPSKに対して多値数 M によらず3 dB劣る。

次に理想同期でないときの比較については、フェージング下での位相同期回路の特性⁽⁷⁴⁾がいまだ十分解明されておらず、MCPSKに関する明確な結果はない。従ってここでは、簡単のため文献⁽⁷⁵⁾の粗い推定を引用する。それによれば、入力搬送波位相の変動(ランダムFM)に対するPLL追従限界周波数を F_P (Hz)とすると、2値CPSKの軽減不能誤り率は、3.2.3.4の例(1)に対して $B_D^2 T / F_P$ と推定される。これと、式(3.36)とを比較すると、

$$1/T \gtrsim 5 F_P \quad (3.48)$$

のとき、ランダムFMに対しては、DPSKの方がCPSKより優れると予想される。しかし、この点は今後詳しく検討する必要がある。

3.2.3 シンボル2重誤り率

電子回路の進歩と共に、誤り制御符号の使用による高信頼度化の研究が活発化している。ここでは、その基礎としての興味から、フェージング通信路におけるシンボルの2重誤り率を求める。連続した二つの標本時点 $t=T, 2T$ における位相差ジッタ θ_1, θ_2 の結合pdfを計算すると、次のように与えられる：

$$p_2(\theta_1, \theta_2 | k_1, k_2) = \frac{1-k_2^2}{(2\pi)^2} \int_0^\pi \frac{\sin \zeta}{2} \left[\frac{D}{(1-k_2^2)B(1-A^2)} \right]^2 \cdot \left[1 + \frac{A^2}{2} + \frac{3A}{\sqrt{1-A^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+A}{1-A}} \right] d\zeta, \quad (-\pi < \theta_1 \leq \pi, -\pi < \theta_2 \leq \pi) \quad (3.49)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} D &= (1-k_2)(1+k_2-2k_1^2) \\ B &= 1-k_1^2 + (k_1^2-k_2) \cos(\theta_1+\theta_2) \sin \zeta \\ C &= k_1(1-k_2) [\cos \theta_1 \cos(\zeta/2) + \cos \theta_2 \sin(\zeta/2)] \\ A &= C / \sqrt{(1-k_2^2)B} \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

$$k_1 = \frac{\gamma}{\gamma+1} \alpha_{R_1}, \quad k_2 = \frac{\gamma}{\gamma+1} \alpha_{R_2} \quad (3.51)$$

である。但し、 α_{R_1} は前章までの α_R であり、 α_{R_2} は2タイムスロット隔てた時点間のフェージング相関係数である：

$$\left. \begin{aligned} \langle z^*(0)z(T) \rangle / 2 &= \langle z^*(T)z(2T) \rangle / 2 = S\alpha_{R_1} \\ \langle z^*(0)z(2T) \rangle / 2 &= S\alpha_{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

但し、本節では簡単のため、白色雑音および対称ドプラスペクトルを仮定している。シンボル2重誤り率 $P(e_1, e_2)$ は、式(3.49)を θ_1, θ_2 に関して $|\theta_1| \geq \pi/M, |\theta_2| \geq \pi/M$ の範囲で積分すれば求まる。3.2.3.2の例(I)($\alpha_{R_1} = J_0(2\pi B_D T), \alpha_{R_2} = J_0(4\pi B_D T)$)について数値積分によって評価した結果を図3.4に示す。 $M=2$ の場合について、条件付確率 $P(e_2|e_1)$ で示している。 γ (平均CN比)が大ほど $B_D T$ に敏感である。図中、破線上側領域は、包絡線フェード時に主として受信機雑音によって生ずる2重誤り領域を示している。又、図示はしていないが、 $M=4, 8$ では γ 及び $B_D T$ に鈍感で、 $20\% \lesssim P(e_2|e_1) \lesssim 60\%$ である⁽⁵⁸⁾。なお、電算シミュレーションによる上記2重誤り特性の確認と3重誤り率の推定結果については文献⁽⁵⁸⁾を参照されたい。

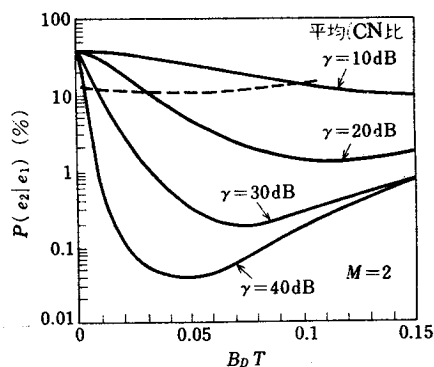


図3.4 陸上移動DP SK伝送2重誤り特性、2値の場合、図中破線より上側は雑音による誤りの領域

い。

3.3 ダイバーシチ受信の場合の誤り率特性

自動車無線に適したダイバーシチ方式が、各方面で精力的に種々研究開発されている^{(76)~(79)}。それ故、本節では前節3.2の非ダイバーシチ受信の場合の誤り率に対する詳細な考察に従って、シンボル検出誤りに与えるフェージングの影響を、包絡線フェードによるものとランダムFMによるものとに分けて考察すると共に、十分な精度の近似式を用いるのが便利であるので、その方法によることにする。

3.3.1 包絡線フェードによる誤り率

フェージングのない通信路での誤り率を、 $f_e(\lambda)$ とすると、包絡線フェードによる誤り率は、

$$\int_0^\infty f_e(\lambda) \cdot p(\lambda) d\lambda \quad (3.53)$$

で与えられる。ここで、 λ は検波器入力(合成器出力)における瞬間CN比、 $p(\lambda)$ はそのpdfである。白色ガウス雑音による M 値DP SKシンボルの誤り率は、周知のように、

$$f_e(\lambda) \begin{cases} = (1/2) \exp(-\lambda), & M=2 \\ \cong \text{erfc} [\sqrt{2\lambda \sin^2(\pi/2M)}], & M \geq 3, \lambda \gg 1 \end{cases} \quad (3.54)$$

但し,

$$\operatorname{erfc}(x) \triangleq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt \quad (3.55)$$

で与えられる。

以下では、 L 個のダイバーシチ枝は、互いに独立に同じ統計的性質—レイリーフェージング+白色ガウス雑音—に従うとする。従って、各枝瞬時CN比 λ_i ($i=1, 2, \dots, L$) は、独立に指数分布に従う。

a) 選択合成の場合

$$\lambda = \max \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L \} \quad (3.56)$$

ゆえ、 λ の $p d f$ は

$$p_s(\lambda) = \frac{L}{\gamma} \exp\left(-\frac{\lambda}{\gamma}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\lambda}{\gamma}\right)\right]^{L-1} \quad (3.57)$$

となる。ここで、 γ はダイバーシチ1枝における平均CN比：

$$\gamma = \langle \lambda_i \rangle, \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (3.58)$$

である。 $\langle \cdot \rangle$ は集合平均。これは、非ダイバーシチシステムでの検波器入力平均CN比でもある。

さて、ディープ・フェード域 $\lambda \ll \gamma$ では、

$$p_s(\lambda) \cong \frac{L}{\gamma^L} \lambda^{L-1} \exp\left(-\frac{\lambda}{\gamma}\right) \quad (3.59)$$

となる。これを式(3.54)と共に式(3.53)に代入すると、 $\gamma \gg 1$ の場合に対して、 M 値DPSKシンボルの選択合成システムにおける包絡線フェードによる誤り率 $Pe_{1,s}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{1,s}(M) \cong g_s(M) \cdot [Pe_{1,s}(M)]^L \quad (3.60)$$

但し、ここで

$$g_s(M) \begin{cases} = L! 2^{L-1}, & M=2 \\ = (2L-1)!! +, & M \geq 3 \end{cases} \quad (3.61)$$

であり、 $Pe_{1,s}(M)$ は非ダイバーシチ時の M 値DPSKシンボルの包絡線フェードによる誤り率で、

$$Pe_{1,s}(M) \cong \frac{1}{4 \gamma \sin^2(\pi/2M)} \quad (3.62)$$

である。

$$+ (2n-1)!! \triangleq (2n-1)(2n-3) \dots 3 \cdot 1$$

b) 等利得合成の場合

$$\lambda = \left(\sum_{i=1}^L \sqrt{\lambda_i} \right)^2 / L \quad (3.63)$$

である。 $L=2$ の場合⁽⁸⁰⁾ 以外は厳密な取扱いはできないが、極めて高い精度の近似で、 λ の $p d f$ は

$$p_{\text{EG}}(\lambda) \cong \frac{1}{(L-1)! r_e^L} \lambda^{L-1} \exp\left(-\frac{\lambda}{r_e}\right) \quad (3.64)$$

と与えられる。⁽⁸³⁾ 但し、

$$r_e = [(2L-1)!!]^{1/2} / L \quad (3.65)$$

である。式(3.64)を式(3.54)と共に式(3.53)に代入すると、 $r \gg 1$ の場合に対して、 M 値 DPSK シンボルの等利得合成システムにおける包絡線フェードによる誤り率 $Pe_{,1, \text{EG}}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{,1, \text{EG}}(M) \cong g_{\text{EG}}(M) \cdot [Pe_{,1}(M)]^L \quad (3.66)$$

但し、ここで

$$g_{\text{EG}}(M) \begin{cases} = 2^{L-1} L^L / (2L-1)!! , & M=2 \\ = L^{L-1} / (L-1)! , & M \geq 3 \end{cases} \quad (3.67)$$

である。 $Pe_{,1}(M)$ は式(3.62)で与えられたところのものである。

c) 最大比合成の場合

$$\lambda = \sum_{i=1}^L \lambda_i \quad (3.68)$$

ゆえ、 λ の $p d f$ は

$$p_{\text{MR}}(\lambda) = \frac{1}{(L-1)! r^L} \lambda^{L-1} \exp\left(-\frac{\lambda}{r}\right) \quad (3.69)$$

である。これを式(3.54)と共に式(3.53)に代入すると、 $r \gg 1$ の場合に対して、 M 値 DPSK シンボルの最大比合成システムにおける包絡線フェードによる誤り率 $Pe_{,1, \text{MR}}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{,1, \text{MR}}(M) \cong g_{\text{MR}}(M) \cdot [Pe_{,1}(M)]^L \quad (3.70)$$

但し、ここで

$$g_{\text{MR}}(M) \begin{cases} = 2^{L-1} & M=2 \\ = (2L-1)!! / L! , & M \geq 3 \end{cases} \quad (3.71)$$

である。 $Pe_{,1}(M)$ は式(3.62)で与えられたところのものである。

以上、式(3.60)、(3.66)、(3.70)に示したように、 L 枝ダイバーシチでの包絡線フェードによる誤り率は、非ダイバーシチ時の包絡線フェードによる誤り率の L 乗に比例し、合成法による差

違は、比例係数 $g_s(M)$, $g_{EG}(M)$, 及び $g_{MR}(M)$ によることを明らかにした。

3.3.2 ランダムFMによる誤り率 — 軽減不能誤り率 —

C/N比 $\rightarrow\infty$, すなわち、雑音電力 $N=0$ の通信路において、検波器入力での位相ジッタを $\phi(t)$,

1 シンボルの時間長を T とすると、 M 値DPSKシンボルの軽減不能誤り率は、

$$\int_{|\Delta\phi| \geq \pi/M} p(\Delta\phi) d\Delta\phi \quad (3.72)$$

で与えられる。ここで、 $p(\Delta\phi)$ は、位相差ジッタ

$$\Delta\phi = \phi(t+T) - \phi(t) \cong \dot{\phi}(t) \cdot T \quad (3.73)$$

の $p d f$ である。 $\dot{\phi}(t)$ は $\phi(t)$ の時間微分であって、フェーシングのランダム(角)FMである。

非ダイバーシチの場合の $\dot{\phi}$ の $p d f$ は、

$$p_0(\dot{\phi}) = \frac{\delta}{2(\dot{\phi}^2 + \delta)^{3/2}} \quad (3.74)$$

である。但し、 δ は

$$\delta = -\ddot{\alpha}_R(0) = 2a_2 B_D^2 \quad (3.75)$$

である。ここで、 $\alpha_R(\tau)$ は正規化相関関数

$$\alpha_R(\tau) = \langle z^*(t) z(t+\tau) \rangle / \langle |z(t)|^2 \rangle = 1 - a_2 (B_D \tau)^2 + O[(B_D \tau)^4] \quad (3.76)$$

である。但し、 $z(t)$ はレイリーフェーシング表わす複素ガウス過程、 $z^*(t)$ はその共役である。ここで、注意すべき点は、フェーシングのドプラスペクトルの“対称性”を仮定している点である。これは、以後の解析の簡単化と多くの実用システムを考慮した結果である。 B_D は最大ドプラシフト、 a_2 はスペクトルの形によって定まる定数、 $O(\cdot)$ はオーダーである。例えば、移動側垂直モノポールアンテナ受信では、ドプラスペクトル形状は

$$W(f) \begin{cases} = (1/\pi) / \sqrt{B_D^2 - f^2}, & |f| \leq B_D \\ = 0, & |f| > B_D \end{cases} \quad (3.77)$$

で与えられるので、

$$\alpha_R(\tau) = \int_{-B_D}^{B_D} W(f) \exp(j2\pi f \tau) df = J_0(2\pi B_D \tau) \quad (3.78)$$

となり($J_0(\cdot)$ は0次第1種ベッセル関数), このとき

$$\delta = 2\pi^2 B_D^2 \quad (3.79)$$

となる。

さて、非ダイバーシチの場合の軽減不能誤り率を $Pe_{,2}(M)$ とすると、それを式(3.72), (3.73)

(3.74)を用いて計算して、 $B_D T \ll 1/M$ の場合に対して、

$$Pe_{,2}(M) \cong (M/\pi)^2 a_2 (B_D T)^2 \quad (3.80)$$

を得る。これは、式(22)で $\dot{\phi}^2 \gg \delta$ のときの近似式：

$$p_0(\dot{\phi}) \cong \delta/2 |\dot{\phi}|^3 \quad (3.81)$$

からも求まる。

a) 選択合成の場合

この合成器の一例として、森永⁽⁸⁴⁾によるものがある。その合成器のランダムFM $\dot{\phi}$ は、

$$\dot{\phi} \cong \sum_{i=1}^L f_i \dot{\phi}_i \quad (3.82)$$

但し、係数 $f_i (i=1, 2, \dots, L)$ は、

$$f_i \begin{cases} = 1, & r_i = \max(r_1, r_2, \dots, r_L) \\ = 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (3.83)$$

である。ここで、 $r_i, \dot{\phi}_i (i=1, 2, \dots, L)$ は、第 i ダイバーシチ枝におけるレイリーフェージングの包絡線と位相である(図3.5)。

式(3.82)における近似記号は、切替過渡時間のせいである。又、式(3.82)には、切替時位相ジャンプの影響は含まれていない。

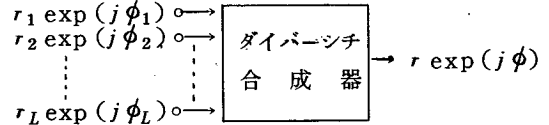


図3.5 ダイバーシチ入出力におけるフェージング包絡線とランダム位相

い。

さて、式(3.82)の $\dot{\phi}$ のpdfについて

は、すでにDavis⁽⁸⁵⁾によって一般的に、次のように導かれている。

$$p_s(\dot{\phi}) = \frac{\delta}{2} L \sum_{i=1}^{L-1} (-1)^i \binom{L-1}{i} \cdot \left[\frac{1}{\dot{\phi}^2 + (i+1)\delta} \right]^{3/2} \quad (3.84)$$

ここで、 δ は式(3.7) $\binom{L-1}{i}$ は2項係数である。 $\dot{\phi}^2 \gg L\delta$ のとき、式(3.81)に類する近似式が、次のようにして誘導される。

$$\begin{aligned} p_s(\dot{\phi}) &= \frac{\delta}{2} L \sum_{i=0}^{L-1} (-1)^i \binom{L-1}{i} \frac{1}{|\dot{\phi}|^3} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-3/2}{k} \left[\frac{(i+1)\delta}{\dot{\phi}^2} \right]^k \right\} \\ &= \frac{\delta L}{2 |\dot{\phi}|^3} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{-3/2}{k} \left(\frac{\delta}{\dot{\phi}^2} \right)^k \left[\sum_{i=0}^{L-1} (-1)^i \binom{L-1}{i} (i+1)^k \right] \end{aligned} \quad (3.85)$$

ところで、

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} i^k \begin{cases} = 0, & 0 \leq k \leq n-1 \\ = (-1)^n n!, & k=n \end{cases} \quad (3.86)$$

が成立つので、式(3.85)で $k=L-1$ の項が第1近似となり、それを採用すると

$$\begin{aligned}
 p_s(\dot{\phi}) &\cong \frac{\delta L}{2|\dot{\phi}|^3} \left(\frac{-3/2}{L-1}\right) \left(\frac{\delta}{\dot{\phi}^2}\right)^{L-1} \cdot (-1)^{L-1} (L-1)! \\
 &= \frac{(2L)!}{(L-1)! 2^{2L}} \cdot \frac{\delta^L}{|\dot{\phi}|^{2L+1}}
 \end{aligned} \quad (3.87)$$

を得る。

式(3.73), (3.87)を用いて式(3.72)を計算して、 $B_D T \ll 1/M$ の場合に対して、 M 値DP SKシンボルの選択合成システムにおけるランダムFMによる誤り率 $Pe_{2,s}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{2,s}(M) \cong g_{2,s} \cdot [Pe_{2,s}(M)]^L \quad (3.88)$$

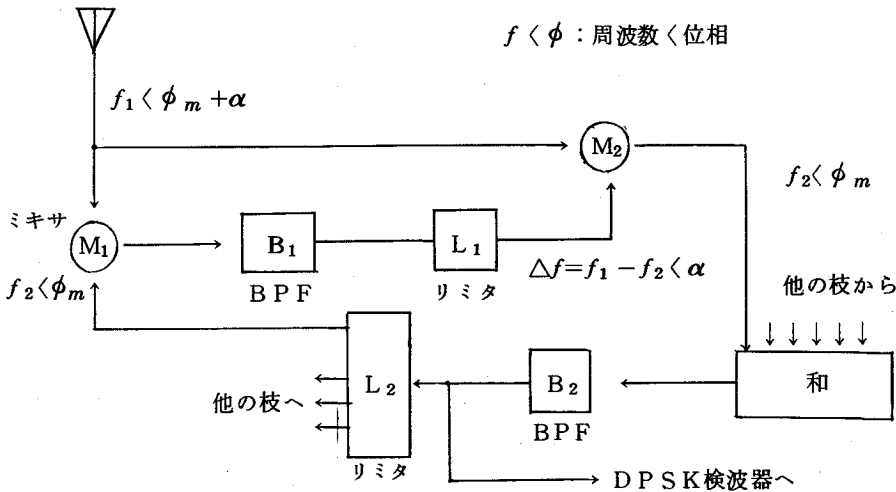
ここで、

$$g_{2,s} = (2L-1)!! \quad (3.89)$$

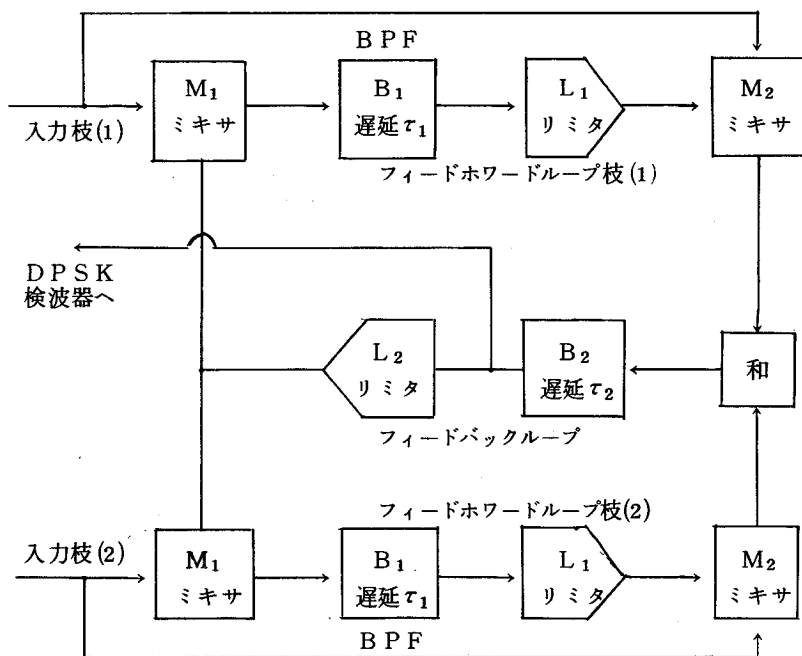
であり、 $Pe_{2,s}(M)$ は式(3.80)で与えられた非ダイバーシチ時のランダムFMによる M 値DP SKシンボル誤り率である。

b) 等利得合成の場合

この合成器の例として、Halpern⁽⁸⁶⁾によって解析されたものがあり、それを図3.6に示す。



(a) 周波数及び位相による等利得合成の原理説明図



(b) 2 枝の等利得ダイバーシチ合成器のブロック図

図 3.6 Halpern⁽⁸⁶⁾によって解析された等利得合成器

Granlund⁽⁸⁷⁾ のアイデアにもとづいて再生形 (regenerative) の検波前等利得合成器を構成している。図(a)は、周波数と位相の移り変りを示して、その動作を概念的に示している。図(b)は、 $L=2$ 枝の合成器を示している。2つのダイバーシチ枝は全く同じに構成されている。図中の M_1 , M_2 はミキサで、差周波数をとる。 L_1 , L_2 はゼロメモリの理想リミタである。又、フィードホワードループの B_1 は、ドブラフェージング成分のみを通す狭帯域バンドパスフィルタであり、フィードバックループの B_2 は、変調信号成分を通すバンドパスフィルタである。 B_1 , B_2 での遅延時間を τ_1 , τ_2 とすると、通過帯幅で $B_1 \ll B_2$ ゆえ $\tau_1 \gg \tau_2$ となつて、ループの遅延特性は τ_1 によって支配される。 τ_1 は B_1 の帯域幅と密接に関連する。このほか、 B_1 は、フェージングによるランダムFMを正確に反映するに十分広く、且つ、雑音及び変調信号成分を排除するためできるだけ狭いことが望ましい、という点でも合成器の実的な性能を決定する。更に、DPSK信号への適用に際しては、特に、2つのダイバーシチ枝のループ回路における固定位相シフトに差が生じないようにするか、それを許容範囲内に留めるよう調整すべきである。これは、ループの位相誤差が一定のFM成分従って位相ジッタを生み出すからである。動作解析の詳細は文献⁽⁸⁶⁾を参照されたい。

さて、この等利得合成器出力のランダム FM は、

$$\dot{\phi} \cong \sum_{i=1}^L f_i \dot{\phi}_i \quad (3.90)$$

但し、

$$f_i = r_i / \sum_{i=1}^L r_i \quad (3.91)$$

である。⁽⁸⁶⁾ 式 (3.90) における近似記号は、 τ_1 が 0 でなく或る有限の値を持っていること、 B_1 回路の小雑音などのせいである。次に、 $\dot{\phi}$ の $p d f$ を誘導する。

ダイバースチ入力 r_i 、 $\dot{\phi}_i$ ($i=1, 2, \dots, L$) の結合 $p d f$ は、対称ドプラスペクトラム ($\dot{\alpha}_R(0) = 0$) の下では、次式で与えられる。

$$q_0(r_1, r_2, \dots, r_L, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_L) = \prod_{i=1}^L \left[\frac{r_i^2}{S\sqrt{2\pi D}} \exp \left(-\frac{r_i^2}{2S} - \frac{r_i^2 \dot{\phi}_i^2}{2D} \right) \right] \quad (3.92)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} S &= \langle r_i^2 \rangle / 2 \\ D &= \langle |\dot{z}(t)|^2 \rangle / 2 = -\ddot{\alpha}(0) S \end{aligned} \right\} \quad (3.93)$$

である。式 (3.92) から明らかな如く、 $\dot{\phi}_i$ は r_i とは独立ではなく (これは、 $\dot{\phi}_i$ が r_i と独立であることと著しい対照をなす)、 r_i を固定した $\dot{\phi}_i$ の条件付き確率は、平均値 0 のガウス分布となり、その分散が D/r_i^2 となる点は、ドプラフエージングの重要な物理的性質である。今、 r_i を固定して、

$$v_i = r_i \dot{\phi}_i, \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (3.94)$$

なる $\dot{\phi}_i \rightarrow v_i$ への変数変換を行うと、 r_i と v_i の結合 $p d f$ は、

$$q_1(r_1, r_2, \dots, r_L, v_1, v_2, \dots, v_L) = \left\{ \prod_{i=1}^L \left[\frac{r_i}{S} \exp \left(-\frac{r_i^2}{2S} \right) \right] \right\} \cdot \left\{ \prod_{i=1}^L \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \exp \left(-\frac{v_i^2}{2D} \right) \right] \right\} \quad (3.95)$$

となって、 v_i と r_i とは独立であり、その下で

$$\dot{\phi} = v/r \quad (3.96)$$

の $p d f$ を求めることになる。但し、ここで

$$v = \sum_{i=1}^L v_i \quad (3.97)$$

$$r = \sum_{i=1}^L r_i \quad (3.98)$$

と定義する。 v は明らかに平均値 0, 分散 LD のガウス分布をするので, $\{r_i\}$, v の結合 $p d f$ は,

$$q_2(r_1, r_2, \dots, r_L, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi LD}} \exp\left(-\frac{v^2}{2LD}\right) \cdot q_3(\{r_i\}) \quad (3.99)$$

となる。ここで, $q_3(\{r_i\})$ は, 式 (3.95) の第 1 番目の $\{ \}$ の式を示す。よって, $\dot{\phi}$ の $p d f$ は

$$p_{EG}(\dot{\phi}) = \int_0^\infty \int \dots \int \frac{r}{\sqrt{2\pi LD}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{2LD} r^2\right) \cdot q_3(\{r_i\}) dr_1 dr_2 \dots dr_L \quad (3.100)$$

$$= \int_0^\infty \frac{r}{\sqrt{2\pi LD}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{2LD} r^2\right) \cdot q_4(r) dr \quad (3.101)$$

として求まる。 $q_4(r)$ は, 式 (3.98) から明らかにように, 等利得合成包絡線の $p d f$ である。

$L=2$ の場合には, 式 (3.100) あるいは (3.101) は厳密に評価されて, 次式を得る:

$$p_{EG}(\dot{\phi}) = \frac{\delta^2}{(\dot{\phi}^2 + \delta) \sqrt{\dot{\phi}^2 + 2\delta}}, \quad L=2 \quad (3.102)$$

但し, δ は

$$\delta = D/S \quad (3.103)$$

で, 式 (3.93) から, 式 (3.75) で与えられたものとなる。

次に, $L > 2$ では, 厳密な計算は困難なので, N をダイバーシチ 1 枝の雑音電力とすると,

$$\lambda = r^2/2LN \quad (3.104)$$

$$\gamma = S/N \quad (3.105)$$

および, 式 (51) から

$$r^2/2LD = \lambda/\gamma\delta \quad (3.106)$$

なる変換と, 式 (3.64) を用いて

$$\begin{aligned} p_{EG}(\dot{\phi}) &\cong \int_0^\infty \sqrt{\frac{\lambda}{\pi\gamma\delta}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{\gamma\delta} \lambda\right) \cdot p_{EG}(\lambda) d\lambda \\ &= \frac{L^L}{(L-1)! 2^L} \cdot \frac{\delta^L}{\left\{ \dot{\phi}^2 + \frac{L}{[(2L-1)!!]^{1/L}} \delta \right\}^{L+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.107)$$

$$\cong \frac{L^L}{(L-1)! 2^L} \cdot \frac{\delta^L}{|\dot{\phi}|^{2L+1}}, \quad \dot{\phi}^2 \gg L\delta \quad (3.108)$$

を得る。

さて, 式 (3.73) と式 (3.102), (3.107) あるいは (3.108) を用いて式 (3.72) を計算し

て、 $B_D T \ll 1/M$ の場合に対して、 M 値 DPSK シンボルの等利得合成システムにおけるランダム FM による誤り率 $Pe_{2,EG}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{2,EG}(M) \cong g_{2,EG} \cdot [Pe_{2,EG}(M)]^L \quad (3.109)$$

ここで、

$$g_{2,EG} = L^{L-1} / (L-1)! \quad (3.110)$$

であり、 $Pe_{2,EG}(M)$ は式 (3.80) で与えられたものである。

c) 最大比合成の場合

この合成器の例として、アンテナアレイに接続されたもので Tsao ら⁽⁸⁸⁾ によって考察されたものがある。その回路の構成は、図 3.6 のリミタ L_1 を除いたものと等しい。但し、2 乗包絡線を通すため B_2 の帯域幅を少し変更しなければならないであろう。最大比合成器出力におけるランダム FM は、等利得合成器の場合からの類推で、直ちに

$$\dot{\phi} \cong \sum_{i=1}^L f_i \dot{\phi}_i \quad (3.111)$$

但し、

$$f_i = r_i^2 / \sum_{i=1}^L r_i^2 \quad (3.112)$$

となることがわかる。式 (3.92) の下で $\dot{\phi}$ の $p d f$ を求める。そのためには、式 (3.94) の変数変換によって、

$$\dot{\phi} = \sum_{i=1}^L f_i' v_i \quad (3.112)$$

但し、

$$f_i' = r_i / \sum_{i=1}^L r_i^2 \quad (3.114)$$

なる $\dot{\phi}$ の $p d f$ を、式 (3.95) のもとで求めればよい。 $\{r_i\}$ を固定して考えると、 $\dot{\phi}$ は、平均値 0、分散

$$\langle \dot{\phi}^2 \rangle = \sum_{i=1}^L f_i'^2 \langle v_i^2 \rangle = D / r^2 \quad (3.115)$$

但し、

$$r^2 = \sum_{i=1}^L r_i^2 \quad (3.116)$$

なるガウス分布に従う。式 (3.115) では、 $\{r_i\}$ と $\{v_i\}$ がすべて独立、かつ $\langle v_i^2 \rangle = D$ 、なる性算を利用している。よって、 $\dot{\phi}$ の $p d f$ は

$$P_{MR}(\dot{\phi}) = \frac{\int_0^\infty \int \dots \int \frac{r}{\sqrt{2\pi D}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{2D} r^2\right) \cdot q_3(\{r_i\}) dr_1 dr_2 \dots dr_L}{0} \quad (3.117)$$

$$= \int_0^\infty \frac{r}{\sqrt{2\pi D}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{2D} r^2\right) q_5(r) dr \quad (3.118)$$

によって求まる。 $q_5(r)$ は、式(3.116)から明らかなように、最大比合成包絡線の $p d f$ であり、

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= r^2/2N, \\ r^2/2D &= \lambda/\gamma\delta \end{aligned} \right\} \quad (3.119)$$

なる変換と、式(3.69)を用いて

$$\begin{aligned} P_{MR}(\dot{\phi}) &= \int_0^\infty \sqrt{\frac{\lambda}{\pi\gamma\delta}} \exp\left(-\frac{\dot{\phi}^2}{\gamma\delta}\lambda\right) \cdot P_{MR}(\lambda) d\lambda \\ &= \frac{(2L-1)!!}{(L-1)! 2^L} \cdot \frac{\delta^L}{(\dot{\phi}^2 + \delta)^{L+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.120)$$

$$\cong \frac{(2L-1)!!}{(L-1)! 2^L} \cdot \frac{\delta^L}{|\dot{\phi}|^{2L+1}}, \quad \dot{\phi}^2 \gg L\delta \quad (3.121)$$

を得る。

さて、式(3.73)と式(3.120)あるいは(3.121)を用いて式(3.72)を計算して、 $B_D T \ll 1/M$ の場合に対して、 M 値DPSKシンボルの最大比合成システムにおけるランダムFMによる誤り率 $Pe_{2,MR}(M)$ は、次のように得られる。

$$Pe_{2,MR}(M) \cong g_{2,MR} \cdot [Pe_{1,MR}(M)]^L \quad (3.122)$$

ここで、

$$g_{2,MR} = (2L-1)!!/L! \quad (3.123)$$

であり、 $Pe_{2,MR}(M)$ は式(3.80)で与えられたものである。

以上、式(3.88)、(3.109)、(3.122)から、 L 枝ダイバーシチでのランダムFMによる誤り率は、非ダイバーシチ時のランダムFMによる誤り率の L 乗に比例することがわかった。これは、ダイバーシチ合成器が実際的な使用条件下で、包絡線フェードのみならずランダムFMをも同等に改善することを示している。合成法による差は、 L 乗則の比例係数 $g_{2,S}$ 、 $g_{2,EG}$ 、及び $g_{2,MR}$ による。それらは、 M の値によらず、包絡線フェードにおける $M \geq 3$ に対する係数(式(3.61)、(3.67)、(3.71))に等しい。

ランダムFMにおいても、包絡線フェードにおけると同様の L 乗則改善が得られる理由は、式(3.92)で示されたように、フェージングのランダムFMが同時刻の包絡線と相関があり、包絡線が小さい時ほど大きなランダムFMが発生する確率が大となる現象の下、各合成器出力が式(3.83)、(3.91)、(3.112)のごとく、包絡線で重み付けされているからである。

なお、検波後ダイバースチの場合に対する結果⁽⁶³⁾があるので比較すると、それは、本節で検討した検波前等利得ダイバースチとほぼ同等である⁽⁸⁰⁾ことを付け加えておく。

3.3.3 最適ランダムFM合成器

3.3.2で見たように線形合成器の出力のランダムFMは、各校のランダムFMの線形和

$$\dot{\phi} = \sum_{i=1}^L f_i \dot{\phi}_i \quad (3.124)$$

となる。すべての i で $f_i = 0$ が理想的であるが、実際の回路では、残留ランダムFMがあり($\dot{\phi} \neq 0$)、それは、各ランダムFMの荷重平均となった。本章でも、仮定

$$\sum_{i=1}^L f_i = 1 \quad (3.125)$$

の下で、式(3.124)の $\dot{\phi}$ を最小にする合成システム $\{f_i\}$ を求めよう。それには

$$\left. \begin{aligned} f_i &= h_i r_i, \\ v_i &= r_i \dot{\phi}_i \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (3.126)$$

と置いて、

$$\dot{\phi} = \sum_{i=1}^L h_i v_i \quad (3.127)$$

を最小にする $\{h_i\}$ を求めるのが便利である。それは、 h_i が $\{r_i\}$ の関数であり、式(3.95)より $\{r_i\}$ と $\{v_i\}$ は独立、従って、 $\{h_i\}$ と $\{v_i\}$ も独立となるからである。 $\{v_i\}$ は互いに独立なガウス分布なので、 $\{r_i\}$ を固定すると、 $\dot{\phi}$ は、平均値0、分散

$$\langle \dot{\phi}^2 \rangle = D \sum_{i=1}^L h_i^2 \quad (3.128)$$

なるガウス分布に従う。次に、そのガウス分布を $\{r_i\}$ の $p d f q_3(\{r_i\})$ で平均化すれば、最終的な $\dot{\phi}$ の $p d f$ を得る。従って、

$$\sum_{i=1}^L r_i h_i = 1 \quad (3.129)$$

の下で

$$\sum_{i=1}^L h_i^2 \triangleq H \quad (3.130)$$

を最小にする $\{h_i\}$ を求めればよい。これは初等的な変分の問題であって、未定乗数 μ を用いて

$$F = H - \mu \sum_{i=1}^L r_i h_i \quad (3.131)$$

と置き、

$$\frac{\partial F}{\partial h_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, L) \quad (3.132)$$

を解いて,

$$2h_i = \mu r_i, \quad (i = 1, 2, \dots, L) \quad (3.133)$$

なる条件を得る。これを式(3.129)に代入して,

$$\mu = 2 \left/ \sum_{i=1}^L r_i^2 \right. \quad (3.134)$$

を得る。これと式(3.133)から、最適時の $\{h_i\}$ は

$$h_i = r_i \left/ \sum_{i=1}^L r_i^2 \right. \quad (3.135)$$

となり、よって、最適ランダムFM合成システムは、

$$f_i = r_i \quad h_i = r_i^2 \left/ \sum_{i=1}^L r_i^2 \right. \quad (3.136)$$

なる $\{f_i\}$ を持つものとなる。これは、式(3.112)の最大比合成の場合と一致する。すなわち、最大比合成器は、包絡線フェードの改善のみならず、ランダムFM改善でも最適であることがわかった。

3.3.4 ダイバーシチによる誤り率の改善

3.3.2及び3.3.3で示したそれぞれの誤り率の和として、 M 値DPSKシンボルの各ダイバーシチ合成受信時の誤り率特性が求まる：

$$Pe_{DC}(M) \cong Pe_{1,DC}(M) + Pe_{1,DC}(M) \quad (3.137)$$

ここで、添字DCはダイバーシチ合成法の差違を表わし、S, EG, MRのどれかである。図3.7に、 $L=2$ 枝の等利得合成の場合の数値例を示しておく。これからダイバーシチによる誤り率の改善率が分かるであろう。

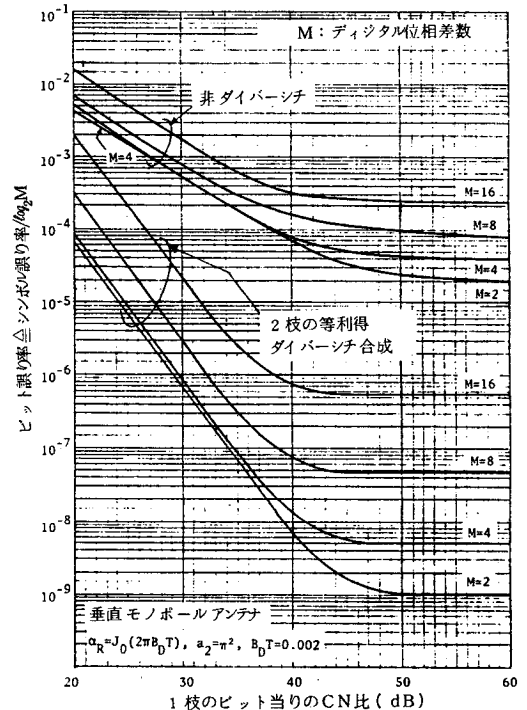


図3.7 陸上移動無線多値DPSKのダイバーシチ合成受信時の誤り率特性

3.4 結 言

本章では、フェージングを受けたMDPSK方式の誤り率特性を解析した。主な結果を以下に列挙する。

まず、非ダイバーシチ受信では、

1) 高速レイリーフェージング通信路における M 値DPSKシンボルの誤り率は、式(3.18)で与えられる。

2) 物理的な意味が明快な誤り率の近似式が、式(3.22)～(3.27)に与えられている。

3) 2)に基づいて、通信システム諸パラメータが誤り率特性におよぼす影響が論じられ、その結果：

(i) 多値でも、誤り率は原因別重畳(包絡線フェード+ランダムFM)の形をとり、多値化の影響は一つの係数 $C(M)$ (式(3.23))又は $h(M)$ (式(3.45))に集約され、4値高速化が有利である。

(ii) ドプラスペクトルの形は、軽減不能誤り率に直接影響を与え、タイムスロット間の複素包絡線の相関係数の絶対値のみによって定まる。従って、CN比を減じない限り、ドプラスペクトルの非対称性は、8値以下では相関係数の絶対値の強化による利得によって歓迎すべきであり、アンテナ指向性パターンの整形による誤り率の改善の有効性が予測される。

(iii) 信号電力、ドプラ帯域幅などが与えられたとき、誤り率を最小にする最適シンボル速度(式(3.42))が存在する。

(iv) 相加雑音のスペクトル形状および送信情報の影響は微小であって、実用上からも白色雑音仮定が有効である。

(v) CPSK方式と比較すると、包絡線フェードでは3dB劣るが、軽減不能誤り率では、シンボル速度がCPSKのPLLの最高追従周波数のおよそ5倍より大のとき、DPSKが優れることが予想される。

4) シンボル2重誤り率が評価された。シンボル2重誤り率は、DPSKの実用的な領域($B_D T = 0$ の近傍)では、その条件付誤り率は、平均CN比に無関係に約40%である。

次に、ダイバーシチ受信時では、

5) 実際の検波前ダイバーシチ合成器出力における残留ランダムFMの確率密度関数を誘導した。

6) 5)にもとづいて L 枝ダイバーシチ受信における M 値DPSKシンボルの軽減不能誤り率を近似的に求めた。この近似式は実用的に十分な精度を持つ。

7) 6) の結果，軽減不能誤り率改善においても，包絡線フェード改善と同等の，非ダイバーシチ誤り率の L 乗に比例するダイバーシチ時誤り率（いわゆる L 乗則改善）が得られた。

8) ランダム FM に対する最適合成器は，最大比合成器である。

第4章 多重路干渉波存在下における 多値差動位相変調—遅延検波 (MDPSK) 方式の受信誤り率特性⁽⁸⁹⁾⁽⁹⁰⁾

4.1 緒言

本章は、多重路干渉波存在下における多値差動位相変調—遅延検波 (MDPSK) 方式の受信誤り率特性の評価に当てる。序論でもふれたごとく、衛星／航空通信路の特徴は、3つの区別された多重路伝搬にある。すなわち、直接波とそれに同一チャネル干渉する2つの干渉成分——散乱波および鏡面反射波——から成る。これに受信機雑音加わる(図4.1)。本章で扱う問題は、以前の研究結果^{(91)~(99)}を直接には適用できない次のような新しい通信路条件を含んでいる； 1) 多値であること， 2) 散乱波のドラスペクトルの影響を考慮すること， 3) 散乱波と鏡面反射波が混在すること，などの条件である。多値のDPSKの解析は、安定な通信路(直接波+白色ガウス雑音)でも難解となる⁽²⁴⁾⁽⁶⁶⁾が、本章の問題の場合はもっと複雑となる。そこで、著者は、本章のような通信路における検波器(概念的には図3.1の理想位相差検波器に同じ)の出力に対する位相差ジッタの確率密度関数(以下、pdfと略記する)を誘導し、それを基礎にして、それから種々の通信路条件に対応する受信誤り率特性を系統的に検討する道をとる。

4.2では、上記の方針に沿って、種々の干渉様態におけるMDPSKシンボル誤り率を、直接波対干渉波電力比、散乱波のドプラ帯域幅、など種々のパラメータの値に対して求める。又、シンボルの2重誤り率に関しても、新たにはじめてその特性を明らかにする。更に、ダイバーシチ受信時の誤り率特性も推定する。4.3では、このような通信路で有効と思えるパイロット搬送波付き多値位相変調—同期検波(MCPSK)方式の誤り率を求め、これとMDPSKの誤り率を比較し、方式性能の優劣を考察する。

4.2 受信誤り率特性

4.2.1 通信システムモデル

衛星—航空機間多重路干渉通信路特性の実験的および理論的研究^{(100)~(105)}

に基づいて、著者は、MDPSK検波器入力波を次式のように仮定する。(図4.1)：

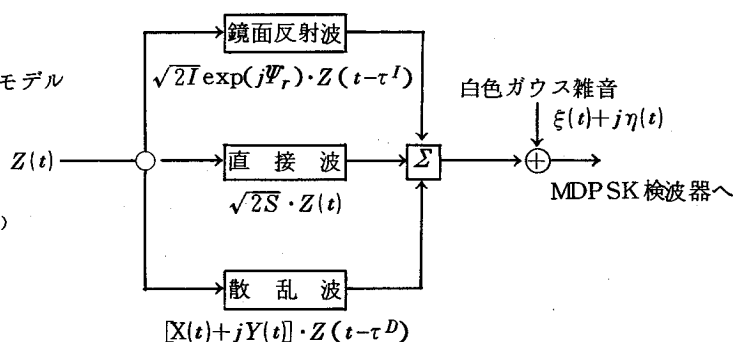


図4.1 衛星／航空多重路干渉通信路

$$V(t) = \{ \sqrt{2S} Z(t) + \sqrt{2I} \exp(j\psi_r) Z(t - \tau^I) + [X(t) + jY(t)] \cdot Z(t - \tau^D) \\ + [\xi(t) + j\eta(t)] \} \exp(j\omega_c t) \quad (4.1)$$

ここで、 $\{ \quad \}$ 内第1項は直接波信号成分、第2項および第3項は地球の海洋あるいは陸地からの反射による同一チャネル干渉波で、第2項が鏡面反射波成分、第3項が散乱波成分である。第4項は白色ガウス雑音である。 $Z(t)$ は情報信号でM値DPSK変調の場合、シンボル波形を

$$g(t) = \begin{cases} 1, & -T_S/2 < t \leq T_S/2 \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (4.2)$$

とし (T_S : シンボル時間長) , ϕ_i をM個のディジタル位相位置の1つとすると,

$$Z(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g(t - iT_S) \exp(j\phi_i) \quad (4.3)$$

である。 ω_c はRFあるいはIF角周波数、鏡面反射波の位相 ψ_r は不規則位相角 ψ_{r0} と直接波とのRFドブラ差 $f_D^I (\leq 5H_Z)$ による位相 $2\pi f_D^I t$ との和,

$$\psi_r = \psi_{r0} + 2\pi f_D^I t \quad (4.4)$$

であって、極めてゆるやかに変化し数シンボル長にわたって一定と仮定する。散乱特性 $X(t) + jY(t)$ は、 e^{-1} -ドブラ帯域幅 B_D のガウス形ドブラ電力密度スペクトルをもつ散乱伝達関数 $X_0(t) + jY_0(t)$ と平均RFドブラ差 $f_D (\leq 30H_Z)$ による変化 $\exp(j2\pi f_D t)$ との積,

$$X(t) + jY(t) = [X_0(t) + jY_0(t)] \cdot \exp(j2\pi f_D t) \quad (4.5)$$

であって、平均値0, 平均電力D, 電力密度スペクトル:

$$S_D(f) = (D/\sqrt{\pi}B_D) \exp(-(f - f_D)^2/B_D^2) \quad (4.6)$$

をもった複素ガウス過程 (レイリー過程) である。ドブラ帯域幅 B_D は、100~200Hz 以下である。干渉波の伝搬遅延時間 (直接波を基準) τ^I, τ^D は、50 μ s 以下である。又、 τ^D の幅 $\Delta\tau^D$ は 10~15 μ s 以下である。さて、MDPSK検波器 (図3.1あるいは図4.8) の出力は、タイムスロット $-(i - 1/2)T_S < t \leq (i + 1/2)T_S$ において,

$$\phi_i' = \arg[V^*(t - T_S)V(t)]|_{t=iT_S} \triangleq \phi_i + \theta_i \quad (4.7)$$

+ この章での数値例は、L-バンド (1.6 GHz) での標準的な値である。

となる ($\omega_c T_S = 2\pi \times \text{整数}$)。但し, ϕ_i は情報位相差, θ_i は位相差ジッタである。 $|\theta_i| > \pi/M$ のとき M 値 DPSK のシンボル誤りが起る。 i は任意なので, 記法の便宜上, $i=2$ で考える。すなわち, 添字 "2" で現在のタイムスロット, 添字 "1" で1つ前のタイムスロットを表わすことにする。従って, そのときには, 式(4.7)は,

$$\phi_2' = \phi_2 + \theta_2 \quad (4.8)$$

と書ける。

4.2.2 位相差ジッタの確率密度関係

ϕ_2' は一般に2つのライスベクトルの位相差であって, その pdf に関しては類似の式が導びかれている⁽⁷⁰⁾⁽¹¹⁶⁾⁽¹¹⁷⁾ が, それらは直接本章の問題に適用することはできない。本章の検波問題では, 肩字 "I" を鏡面反射成分, 同じく "D" を散乱成分の意として, 諸パラメータの計算と若干の変形によって, 位相差ジッタ θ_2 の pdf として次式を得る:

$$p(\theta_2 | \Psi_r) = \frac{1-k^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1-V \cos X)^2} (1+m-W) \exp(-W) dx \quad (4.9)$$

但し,

$$k = \frac{D}{D+N} \exp(-\pi^2 B_D^2 T_S^2),$$

$$a = \frac{C}{D+N},$$

$$C = C_i = S + I + 2\sqrt{SI} \cos(\phi_i^I + \Psi_r - \phi_i) \quad (i=1, 2)$$

(但し, $C_1 = C_2$ のとき)

$$W = a \cdot \frac{1-U \cos x}{1-V \cos x},$$

$$U = \cos(\theta_2 - \Delta\varphi^I),$$

$$V = k \cos(\theta_2 + \phi_2 - \phi_2^D - \epsilon_D),$$

$$m = a \cdot \frac{2 - 2k \cos(\phi_2 + \Delta\varphi^I - \phi_2^D - \epsilon_D)}{1 - k^2},$$

$$\epsilon_D = 2\pi f_D T_S,$$

$$\phi_2 = \Phi_2 - \Phi_1, \quad \phi_2^D = \Phi_2^D - \Phi_1^D,$$

$$\Delta\varphi^I = \varphi_2^I - \varphi_1^I, \quad \phi_2^I = \Phi_2^I - \Phi_1^I,$$

$$\varphi_i^I = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{I} \sin(\Phi_i^I + \Psi_r - \Phi_i)}{\sqrt{S} + \sqrt{I} \cos(\Phi_i^I + \Psi_r - \Phi_i)} \right], \quad (i = 1, 2) \quad (4.10)$$

である。 S, I, D , および N は, それぞれ直接波, 鏡面反射波, 散乱波, および雑音の (平均) 電力である。又, $\Phi_i, \Phi_i^I, \Phi_i^D$ ($i = 1, 2$) は, それぞれ直接波, 鏡面反射波, 散乱波の変調位相で, $\phi_2, \phi_2^I, \phi_2^D$ は, 同じくそれぞれの情報位相差である。

4.2.3 シンボル誤り率

正しいタイミングと符号間干渉がないという条件下では, M 値 DPSK シンボル誤り率 ($P(e_2)$ と書く) は次式で与えられる:

$$P(e_2) = \int_{|\theta_2| \geq \pi/M} P(\theta_2) d\theta_2 \quad (4.11)$$

各干渉状態に対応して式 (4.10) のパラメータを定め, それを持った式 (4.9) を (4.11) に代入して積分計算をすればよいが, 2 値 ($M = 2$) 以外は式 (4.11) の解析的な計算は困難である。よって, 主として電算機による数値計算に頼らざるを得ない。

4.2.3.1 干渉波なしの場合

$I = D = 0$ 。まず, 2 値では,

$$P(e_2) = (1/2) \exp(-S/N) \quad (4.12)$$

となることは周知である。多値では Prabhu⁽²⁴⁾ によるフーリエ級数展開形の解析結果がある。数値積分による結果はこれらの既知の値と一致する (例えば, 図 4.2 の $S/D = \infty$ の曲線)。これは, 以後数値積分法によって簡単に高精度で $P(e_2)$ が評価できることを保証するものである。

4.2.3.2 同一タイムスロット干渉波の場合

例えばシンボル伝送速度が 1200 Baud のとき, $T_S = 833 \mu s$ であって, 明らかに $\tau^I, \tau^D \ll T_S$ 故, 同一タイムスロット干渉 ($\tau^I = \tau^D \equiv 0$) と仮定できる。 L -バンドの衛星/航空回線は大部分この型の干渉である。このとき,

$$\Phi_i^D = \Phi_i^I = \Phi_i, \quad \phi_1^D = \phi_2^I = \phi_2,$$

$$\varphi_1^I = \varphi_2^I, \quad \Delta\varphi^I = 0,$$

$$C = C_1 = C_2 = S + I + 2\sqrt{SI} \cos \Psi_r,$$

$$U = \cos \theta_2,$$

$$V = k \cos (\theta_2 - \varepsilon_D),$$

$$m = a \cdot \frac{2 - 2k \cos \varepsilon_D}{1 - k^2} \quad (4.13)$$

である。このとき、 $p(\theta_2 | \Psi_r)$ は情報位相に無関係となる。

(A) 散乱波干渉の場合

式(4.13)で $I = 0$, よって、 $C = S$ である。

(a) $f_D = 0$ のとき：式(4.6)から散乱波の電力密度スペクトルが対称の場合である。このとき $\varepsilon_D = 0$ であり、 θ_2 の pdf は対称となる。2 値のシンボル誤り率は、

$$P(e_2) = \frac{N + (1 - \alpha)D}{2(N + D)} \exp \left[-\frac{S}{N + D} \right] \quad (4.14)$$

但し、

$$\alpha = \exp(-\pi^2 B_D^2 T_S^2) \quad (4.15)$$

で与えられる。 $M \geq 3$ では数値積分による。

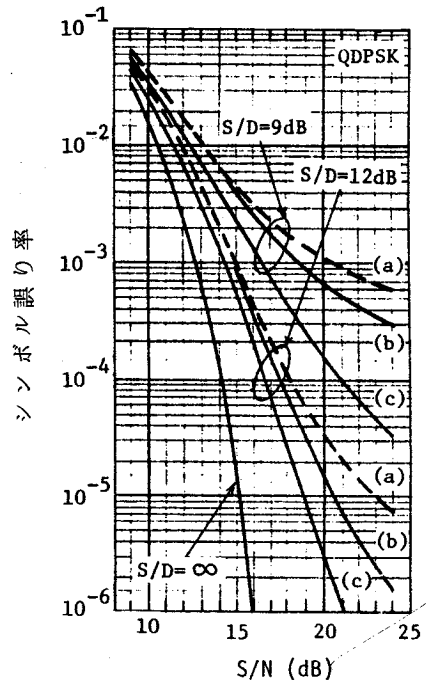
$1/T_S = 1200$ Baud, $B_D = 0 \sim 120$ Hz, よって、 $B_D T_S = 0 \sim 0.1$ に対して、直接波対散乱波電力比 $S/D = 3$ dB $\sim$ 15 dB, 直接波対雑音電力比 $S/N = 3$ dB $\sim$ 24 dB において、 $M = 2, 4, 8$ 値について計算した。 $M = 4$ の場合の一例を図 4.2 に示す。

なお、2 値の場合の軽減不能誤り率 $(P(e_2) \infty)$ と書く) が式(4.14)から、

$$P(e_2) \infty = \frac{1 - \alpha}{2} \exp \left(-\frac{S}{D} \right) \quad (4.16)$$

で与えられる。各 M における $P(e_2) \infty$ を図 4.3 に示す。

(b) $f_D \neq 0$ のとき：式(4.6)から散乱波の電力密度スペクトルが非対称の場合である。 $f_D = 30$ Hz, よって $\varepsilon_D = 9^\circ$ の場合について、 $M = 2, 4, 8$ に



$1/T_S = 1200$ Baud

- | | | |
|-----|----------------|---------------|
| (a) | $B_D = 120$ Hz | $f_D = 30$ Hz |
| (b) | 120 Hz | 0 Hz |
| (c) | 0 Hz | 0 Hz |

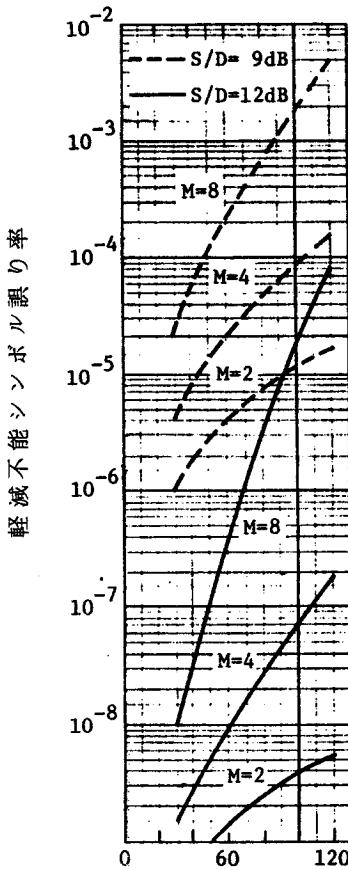
図 4.2 同一タイムスロット散乱波干渉の場合における 4 値 DPSK シンボルの誤り率。

対して数値積分によって求めた。 $M=4$ での例を図4.2(曲線(a))に示す。

(B) (鏡面反射波+散乱波) 干渉の場合

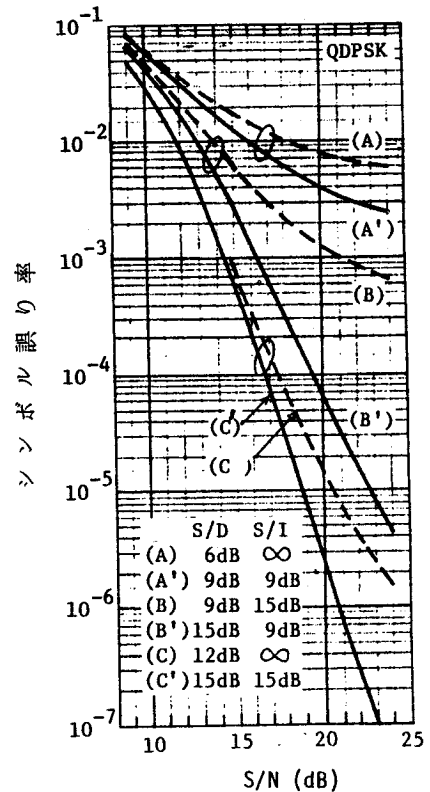
散乱波の他に鏡面反射性の干渉波が加わる場合で、式(4.13)から、 Ψ_r の値によって C は最悪時には、 $C=(\sqrt{S}-\sqrt{I})^2$ となり前項(A)で S/N および S/D を $(1-\sqrt{I/S})^2$ 倍に低下させたものとなる。この項では、 Ψ_r が $(-\pi, \pi)$ で一様分布するときの平均を考える。式(4.13)の諸条件を式(4.9)に代入して Ψ_r で平均化の積分を行うと、新たに次のpdfを得る：

$$P(\theta_2) = \frac{1-k^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1-k \cos \theta_2 \cos x)^2} \{(1+bP)I_0(cQ) - cPI_1(cQ)\} \exp(-bQ) dx \quad (4.17)$$



e^{-1} -ドブラ帯域幅, $B_D(\text{Hz})$
 $1/T_S=1200\text{Baud}$, $f_D=0\text{Hz}$

図4.3 同一タイムスロット散乱波干渉の場合におけるMDP SKシンボルの軽減不能誤り率。



$1/T_S=1200\text{Baud}$, $B_D=120\text{Hz}$, $f_D=0\text{Hz}$

図4.4 同一タイムスロット干渉波の場合に、全干渉波電力が等しい条件下における、散乱波干渉と(鏡面反射波+散乱波)干渉の4値DPSKシンボルの誤り率の比較。

ここで、 $I_\nu(\cdot)$ は ν 次の第1種ベッセル関数であり、又、

$$b = \frac{S+I}{D+N}, \quad c = \frac{2\sqrt{SI}}{D+N}, \quad P = \frac{(1-k)(1+\cos\theta_2\cos x)}{(1+k)(1-k\cos\theta_2\cos x)}$$

$$Q = \frac{1-\cos\theta_2\cos x}{1-k\cos\theta_2\cos x} \quad (4.18)$$

である。但し、上式では簡単のため、 $f_D = 0$ ($\varepsilon_D = 0$) の場合が示してある。式(4.17)を式(4.11)に代入するとこの項の $P(e_2)$ が求まる。直接波対鏡面反射波電力比 $S/I = 3\text{dB} \sim 15\text{dB}$ に対して数値計算した。結果の一例を図4.4((A'), (B') および (C')) に示す。

なお、2値の場合には、

$$P(e_2) = \frac{N+(1-\alpha)D}{2(N+D)} \exp\left(-\frac{S+I}{N+D}\right) I_0\left(\frac{2\sqrt{SI}}{N+D}\right) \quad (4.19)$$

と解析表示できる。更に、軽減不能誤り率として、

$$P(e_2)_\infty = \frac{1-\alpha}{2} \exp\left(-\frac{S+I}{D}\right) I_0\left(\frac{2\sqrt{SI}}{D}\right) \quad (4.20)$$

を得る。

4.2.3.3 1タイムスロット遅延干渉波の場合

シンボル伝送速度が前項4.2.3.2の20倍ぐらい(20~30 k Baud)になると、 $T_S \approx \tau^I, \tau^D$ となり、1タイムスロット遅れの符号間干渉が起る。このような場合には散乱波の周波数選択性も問題となってきた($T_S \approx \Delta\tau^D$) それによる波形歪も影響してくるが、ここでは、散乱波、鏡面反射波ともに波形歪なし($\Delta\tau^D = \Delta\tau^I \equiv 0$) で完全に1タイムスロット遅れて($\tau^D = \tau^I \equiv T_S$) 干渉すると仮定する。このとき、

$$\phi_i^D = \phi_i^I = \phi_{i-1}, \quad \phi_2^D = \phi_2^I = \phi_1,$$

$$\varphi_i^I = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{I}\sin(\Psi_r - \phi_i)}{\sqrt{S} + \sqrt{I}\cos(\Psi_r - \phi_i)}\right],$$

$$\Delta\varphi^I = \varphi_2^I - \varphi_1^I$$

$$C_i = S + I + 2\sqrt{SI}\cos(\Psi_r - \phi_i)$$

$$U = \cos(\theta_2 - \Delta\varphi^I),$$

$$V = k \cos (\theta_2 + \phi_2 - \phi_1 - \varepsilon_D),$$

$$m = a \cdot \frac{2 - 2k \cos (\phi_2 + \Delta\varphi^I - \phi_1 - \varepsilon_D)}{1 - k^2} \quad (4.21)$$

である。このときは、 $p(\theta_2 | \Psi_r)$ は情報に依存する。

(A) 散乱波干渉の場合

この場合、式(4.21)で $I=0$ 、よって $C_i \equiv S$ 、 $\Delta\varphi^I=0$ 。この条件のもとで式(4.9)、(4.11)、(4.21)を用いて、1 タイムスロット遅れて散乱波が干渉するときの $P(e_2)$ が求まる。それは、情報 ϕ_1 、 ϕ_2 によって異なるので最終的には送出確率によって平均しなければならないが、ここでは簡単のため、最悪条件と目される符号ペア $|\phi_2 - \phi_1| = \pi$ の場合について求めたものを図4.5に例示する。

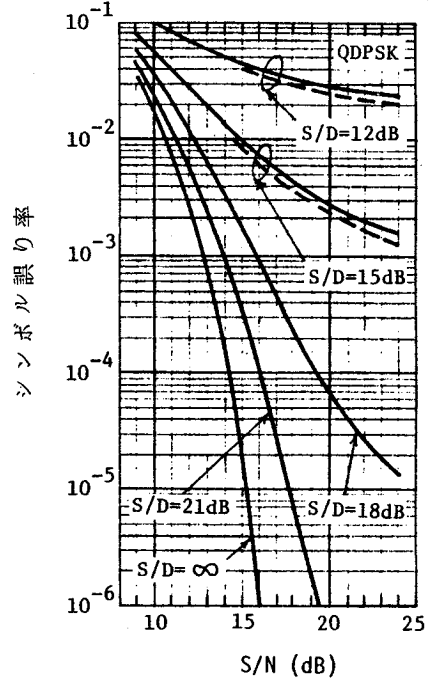
(B) (鏡面反射波+散乱波)干渉の場合

この場合、 $I \neq 0$ 、よって式(4.21)中の C_i は一般に $C_1 \neq C_2$ となって基本式(4.9)が適用できる条件 $C_1 = C_2$ に反するので、別途のより一般的な式に依らねばならず計算は極めて複雑となる。そこで本論では、 Ψ_r で平均しないで Ψ_r が特別な値； $C_1 = C_2$ ならしめる状況にある時に注目して検討する。それは、式(4.21)の C_i の式から容易にわかるように次の2つの場合； $\Psi_r - \phi_1 = \Psi_r - \phi_2$ すなわち、 $\phi_1 = \phi_2$ 、 $\Psi_r =$ 任意、および $\Psi_r - \phi_1 = -(\Psi_r - \phi_2)$ すなわち、 $\Psi_r = (\phi_1 + \phi_2)/2$ である。ところが、前者の場合、 $\varphi_1^I = \varphi_2^I$ 、 $\Delta\varphi^I = 0$ となって4.2.3.2の同一タイムスロット干渉の場合と(同じ情報が2つ続くこと以外は)同様となる。後者の場合には、式(4.21)は、

$$C = C_i = S + I + 2\sqrt{ST} \cos [(\phi_1 - \phi_2)/2],$$

$$\Delta\varphi^I = 2 \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{T} \sin [(\phi_1 - \phi_2)/2]}{\sqrt{S} + \sqrt{T} \cos [(\phi_1 - \phi_2)/2]} \right],$$

$$U = \cos (\theta_2 - \Delta\varphi^I),$$



$$|\phi_2 - \phi_1| = \pi, B_D T_S = f_D T_S = 0, \\ \text{---} : B_D T_S = 0.1 \quad f_D T_S = 0$$

図4.5 1 タイムスロット遅延散乱波干渉の場合における4値のDPSKシンボルの $|\phi_2 - \phi_1| = \pi$ の場合に対する誤り率。

$$V = k \cos(\theta_2 - \Delta\varphi^I),$$

$$m = a \cdot \frac{2 - 2k \cos(\Delta\varphi^I + \phi_2 - \phi_1)}{1 - k^2}$$

$$\phi_2 - \phi_1 = \pm i\pi/M (i = 0, 1, \dots, 2M) \quad (4.22)$$

となる。式(4.9), (4.11), (4.22)を用いて1タイムスロット遅れて散乱波と鏡面反射波の両方が干渉するときの特別な場合に対する $P(e_2)$ が求まる。前項(A)と同じく $|\phi_2 - \phi_1| = \pi$ の場合について計算した例を図4.6((A'), (B') および (C'))に示す。

4.2.4 シンボル2重誤り率

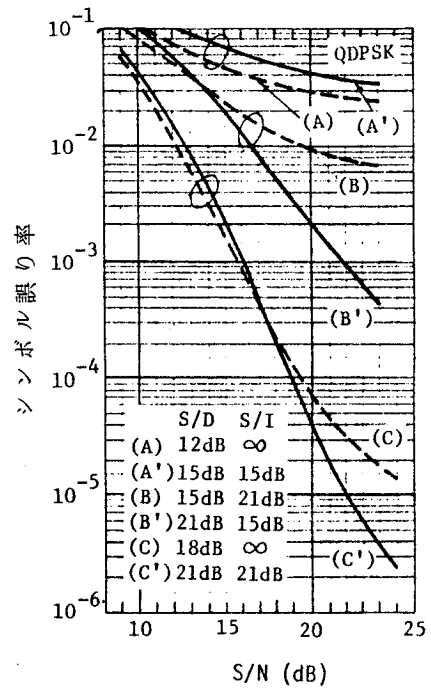
シンボルの多重誤り特性は、誤り制御符号化^{(106)~(108)}の設計において重要な基礎的知識を提供する。その特性は干渉波の有無によってかなり違うことが予測される。このことに関しては、白色雑音通信路における2値の場合^{(109)~(111)}と、本章の問題には適合しないシンボル間無相関の干渉波の場合⁽⁹⁵⁾しか解っていない。ここでは、連続する2つのDPSKシンボル(3つのタイムスロット)における2つの位相差ジッタの結合pdfを導いて、それからシンボル2重誤り率を求める。

ここでは、簡単のため、同一タイムスロット干渉の散乱波干渉で $f_D = 0$ (対称ドラスペクトル, $\varepsilon_D = 0$)の場合をとりあげる。その位相差ジッタの結合pdfは、次式ようになる。

$$p(\theta_1, \theta_2) = \frac{H}{16\pi^2} \exp(-F) \int_0^\pi \int_0^\pi \left\{ \frac{\sin x \sin y (1 + \cos y)}{E^3} \left(1 + \frac{2G}{E} + \frac{G^2}{2E^2} \right) \exp\left(-\frac{G}{E}\right) \right\} dx dy \quad (4.23)$$

但し、ここで

$$k_1 = \frac{D}{D+N} k_1^D, \quad k_2 = \frac{D}{D+N} k_2^D, \quad k_i^D = \exp[-\pi^2 (B_D i T_S)^2], \quad (i = 1, 2)$$



$$|\phi_2 - \phi_1| = \pi, \quad B_D T_S = f_D T_S = 0$$

$$\Psi_r = (\phi_1 + \phi_2)/2$$

図4.6 1タイムスロット遅延干渉の場合に、全干渉波電力が等しい条件下における、散乱波干渉と(鏡面反射波+散乱波)干渉の4値DPSKシンボル誤り率の比較。但し $\Psi_r = (\phi_1 + \phi_2)/2$, $|\phi_2 - \phi_1| = \pi$ の場合。

$$H = [(1 - k_2)(1 + k_2 - 2k_1^2)]^2,$$

$$F = \frac{S}{\sigma^2} \cdot \frac{3 + k_2 - 4k_1}{1 + k_2 - 2k_1^2}, \quad \sigma^2 = D + N$$

$$G = \frac{S}{\sigma^2} \cdot \frac{1 - k_1}{1 + k_2 - 2k_1^2} \left\{ \frac{1}{2} [(1 - k_1)^2 + (1 + k_2 - 2k_1)^2 + (1 - k_1)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin x] \right.$$

$$+ \frac{1}{2} [(1 - k_1)^2 - (1 + k_2 - 2k_1)^2 + (1 - k_1)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin x] \cos y$$

$$\left. + (1 - k_1)(1 + k_2 - 2k_1) (\cos \theta_1 \cos \frac{x}{2} + \cos \theta_2 \sin \frac{x}{2}) \sin y \right\},$$

$$E = 1 - \frac{k_1^2 + k_2^2}{2} + \frac{k_1^2 - k_2}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin x - \frac{1}{2} [k_1^2 - k_2^2 - (k_1^2 - k_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin x]$$

$$\cdot \cos y - k_1(1 - k_2) (\cos \theta_1 \cos \frac{x}{2} + \cos \theta_2 \sin \frac{x}{2}) \sin y.$$

(4.24)

である。式(4.23)を用いて、シンボル2重誤り率は、

$$P(e_1, e_2) = \int \int_{|\theta_1| \geq \pi/M, |\theta_2| \geq \pi/M} p(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \quad (4.25)$$

で与えられる。この積分を解析的に求めることはできないので、式(4.23)を(4.25)に代入した4重積分を1次元当たり20点の倍精度4次元ガウス積分法で求める。まず、干渉波なしの場合の条件付きシンボル誤り率 $P(e_2|e_1) = P(e_1, e_2)/P(e_1)$ を図4.7-(a)に示す。2値では、Saltz と Saltzberg⁽¹⁰⁹⁾あるいはOberst と Schilling⁽¹¹⁰⁾の結果と一致する。4値及び8値については 10^6 個のシンボルのデジタル電算シミュレーションによって正確さを確認した。この保証に根拠を得て上記数値積分によって計算した $P(e_2|e_1)$ を図4.7-(b), (c)に示す。

4.2.5 ダイバーシチ採用時の誤り率および干渉比改善度

移動体側で独立な2枝のスペースダイバーシチを採用することを想定して、理想的な合成受信機構のもとでの誤り率特性を推定する。合成法としては、検波前等利得合成、通常の検波後合成、位相差出力で相加平均をとる方法、の3種について検討する。

(a) 検波前等利得合成の場合

図4.8の④の個所で検波前等利得合成するもので、直接波+鏡面反射波の部分に対する位相一致制御を仮定すると、合成の結果は、直ちにわかるように、式(4.1)においてその統計的性質および

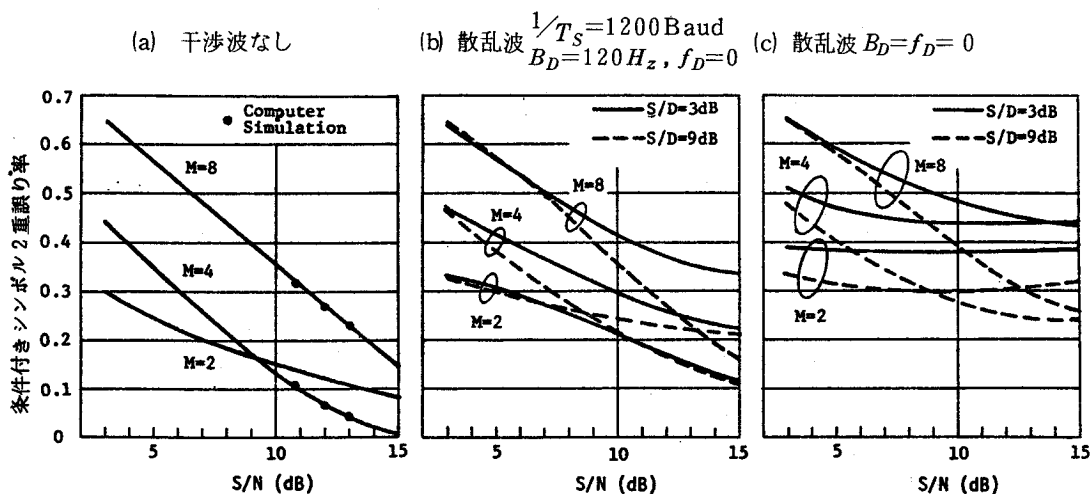


図 4.7 同一タイムスロット散乱波干渉の場合におけるMDPSK シンボルの 2 重誤り率特性。

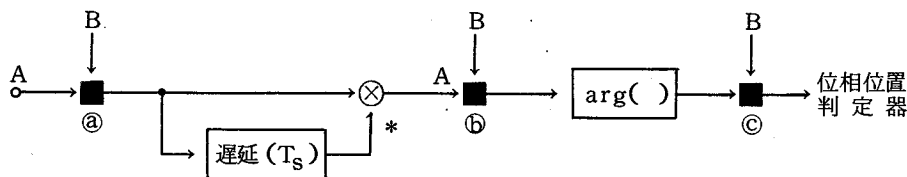


図 4.8 MDPSK 受信機における各種ダイバーシチ。㉑, ㉒, ㉓は 4.2.5 におけるそれぞれのダイバーシチ合成ポイントを示す。

S/I を変えることなく, S/D および S/N とともに 2 倍になること (3 dB 改善) に帰するので, 誤り率特性はすぐ求まる。散乱波干渉の場合に対して, 同一タイムスロット干渉に対する結果を図 4.9 に, 1 タイムスロット遅延干渉に対する結果を図 4.10 に, それぞれ示す。

(b) 通常の検波後合成の場合

図 4.8 の㉒の個所で通常の検波後合成するもので, 添字 "A", "B" によって 2 つのダイバーシチ枝入力を区別すると, 検波器出力は

$$\phi'_i = \arg [V_A^*(t - T_S) V_A(t) + V_B^*(t - T_S) V(t)] \mid t = iT_S \quad (4.26)$$

となる。この方式の解析的な取り扱いには難かしいので, 散乱波干渉の場合について, 電算シミュレーションによって誤り率特性を推定した。その結果を(a)と同じく図 4.9, 4.10 にプロットする。

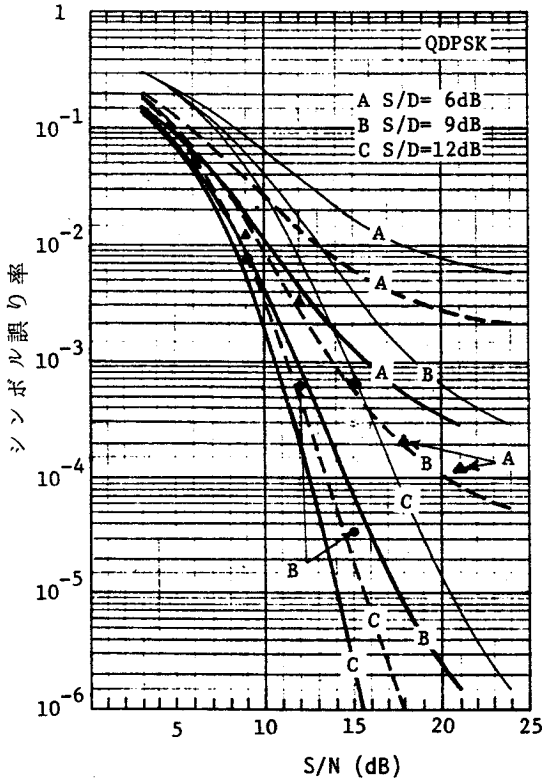


図 4.9 同一タイムスロット散乱波干渉における独立2枝ダイバーシチ受信時の4値DPSKシンボルの誤り率特性。

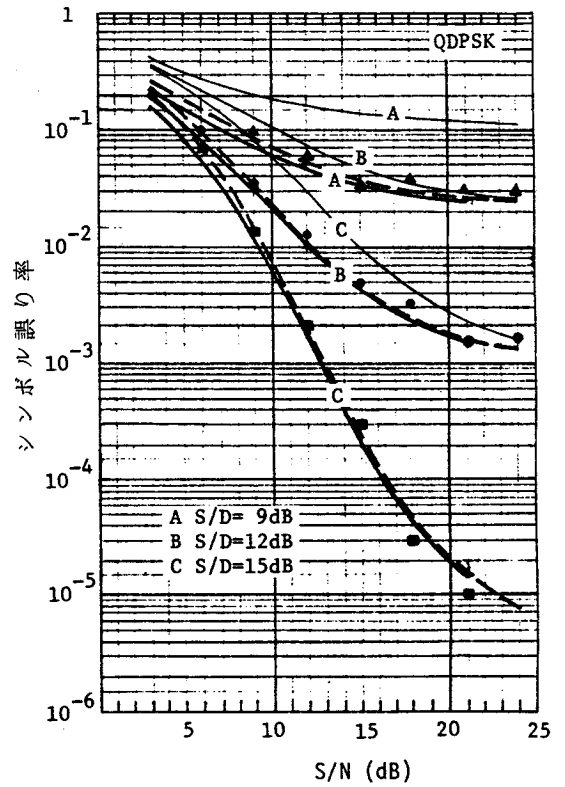


図 4.10 1 タイムスロット遅延散乱波干渉における独立2枝ダイバーシチ受信時の4値DPSKシンボルの誤り率特性。

(c) 位相差出力で相加平均をとる方法

図 4.8 の © の個所で合成するもので、その場合の位相差出力および位相差ジッタは、

$$\phi'_i = \frac{\phi'_{i,A} + \phi'_{i,B}}{2} = \phi_i + \frac{\theta_{i,A} + \theta_{i,B}}{2} \quad (4.27)$$

となる。明らかに、位相差ジッタが 3 dB 改善される。このときのシンボル誤り率は明らかに、

$$P(e_2) = \iint p(\theta_{2,A}) \cdot p(\theta_{2,B}) d\theta_{2,A} d\theta_{2,B} \quad (4.28)$$

$$\left| \frac{\theta_{2,A} + \theta_{2,B}}{2} \right| \geq \frac{\pi}{M}$$

で与えられる。数値評価の例を(a), (b)と同じく図4.9, 4.10に示す。

最後に、以上の結果に基づいて図4.11に S/D に対する $P(e_2)$ の比較を示す。これより、干渉比改善度を推定することができるであろう。

4.3 MCPSK方式との比較

この節では、理想状態では最小の誤り率を与える方式であるCPSKと比較する。序論でも論じたごとく、CPSKの実際的な性能は基準搬送波の位相純度いかに大きく左右される。この節では、パイロット+狭帯域フィルタ方式による基準搬送波抽出を仮定する。これは、この方式が解析が比較的容易な実用方式の一つであり、PLL方式⁽¹¹²⁾、M乗則方式⁽¹¹³⁾の場合でも大きな性能上の差はないと考えられるからである。まず、4.3.1でこのパイロット付きMCPSKの誤り率の解析、つぎに4.3.2で比較する。

4.3.1 MCPSK誤り率特性

検波器入力MCPSK波は、形は式(4.1)

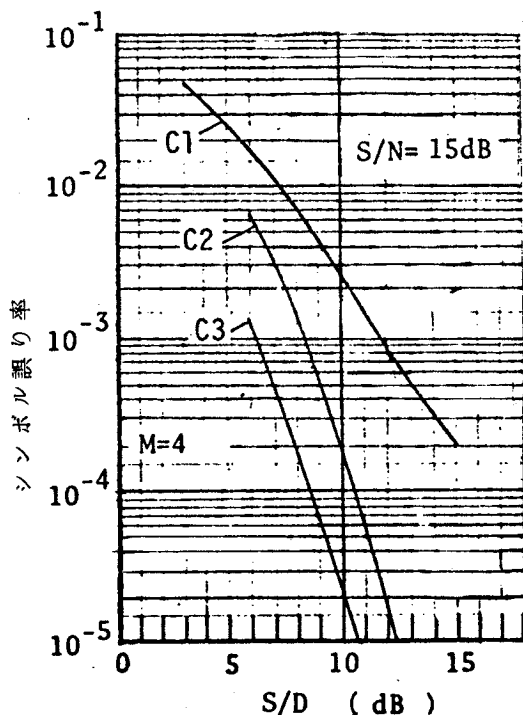
~(4.3)と全く同じである。ただ、情報として ϕ_i をとり出す。従って、1タイムスロットにのみ注目すればよい。又、本章の主目的がL-バンドにおける低速PSK伝送の評価にあるので、同一タイムスロット干渉波の場合のみを取り扱うことにする。

次に、パイロット搬送波（以下、単にパイロット）およびその抽出に関しては、次の仮定を置く：

(i) 全送信電力のうち、 η ($0 \leq \eta \leq 1$) が被変調搬送波に、 $1 - \eta$ がパイロットにそれぞれ割当られる。

(ii) 被変調搬送波とパイロットは、通信路で共通のフェージング伝達特性を受ける。

(iii) パイロット抽出狭帯域フィルタの帯域幅を、 $RF \pm B_p$ とし、 $B_p \triangleq nB_D$ と置いて B_p を n で表わす。この狭帯域内にパイロットの直接波および鏡面反射波は完全に含まれるが、散乱波は、式(4.6)のスペクトルをもつので抽出されない部分が残る。パイロットフィルタを通過する散乱波成



- C1 : 非ダイバーシチ
- C2 : 位相出力の相加平均ダイバーシチ
- C3 : 直接波のみに対する位相一致の検波前等利得合成ダイバーシチ

図4.11 同一タイムスロット散乱波干渉における、 S/D に対する4値DPSKシンボル誤り率特性の比較。但し、 $S/N=15$ dB。

分を $X_p(t) + jY_p(t)$ とし，通過しない散乱波成分を $\Delta X_p(t) + j\Delta Y_p(t)$ とすると，両者は統計的に独立であることが証明される。又，両者の平均電力は，それぞれ， $(1-\eta)\beta D$ ，および $(1-\eta)(1-\beta)D$ である。但し，この場合の β は，

$$\beta = \frac{1}{D} \int_{-B_p}^{B_p} S_D(f) df = \frac{1}{D} \int_{-nB_D}^{nB_D} S_D(f) df \quad (4.29)$$

で与えられるものである。

(二) 被変調搬送波およびパイロットに対する雑音は互いに独立で，雑音電力密度（片側表示）を N_0 とすると，被変調搬送波に加わる雑音の電力 N およびパイロットに加わる雑音の電力 N_p は，それぞれ

$$N \rightleftharpoons N_0/T_S, \quad N_p = 2 B_p N_0 = 2 n B_D N_0 \quad (4.30)$$

である。

以上の仮定の下では，MCP SK 検波器出力は，

$$\Phi'(t) = \Phi(t) + \theta(t) - \theta_p(t) \quad (4.31)$$

となる。ここで， $\Phi(t)$ は変調位相で M 個のディジタル位相のどれかであり， $\theta(t)$ は被変調搬送波に対する位相ジッタで，中間周波フィルタ通過の相加雑音（平均電力 N ）と追従されない（被変調）散乱波成分（平均電力 $\eta(1-\beta)D$ ）によって生起する。又， $\theta_p(t)$ はパイロットに対する位相ジッタで，パイロット用狭帯域フィルタ通過の相加雑音（平均電力 N_p ）によって生起する。従って，このときの $\theta(t)$ と $\theta_p(t)$ の結合 $p df$ は，次式で与えられることが導びかれる：

$$\begin{aligned} p(\theta, \theta_p) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi_r \int_0^{\infty} f(\theta | \eta R^2, N + (1-\beta)\eta D) f(\theta_p | (1-\eta)R^2, N_p) p_R(R | 2C, \beta D) dR \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi_r \int_0^1 \int_0^1 F(x, y | \theta, \theta_p | \psi_r) dx dy \end{aligned} \quad (4.31)$$

ここで， $f(\cdot)$ および $p_R(\cdot)$ は，ライスペクトルの位相および包絡線の $p df$ で⁽¹⁴⁾，それぞれ

$$f(\theta | a^2, b) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{a^2}{2b}\right) \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{a^2}{2b}} \cos \theta \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2b} \cos^2 \theta\right) [1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{a^2}{2b}} \cos \theta\right)] \right\} \quad (4.32)$$

$$p(R | c^2, d) = \frac{R}{d} \exp\left(-\frac{R^2 + C^2}{2d}\right) I_0\left(\frac{RC}{d}\right) \quad (4.33)$$

と表わされるものである。又， $C = S + I + 2\sqrt{SI} \cos \psi_r$ である。 S ， I ，および D は，それぞれ，

直接波，鏡面反射波，および散乱波の全電力である。 $F(x, y | \theta, \theta_p | \Psi_r)$ は，数値評価に便利ないように変形・誘導された式である（付録D参照）。この pdf を用いて，判定誤り領域 $\pi/M \leq |\theta - \theta_p| \leq 2\pi - (\pi/M)$ で積分すると，本節で扱っているMCP SK方式のシンボル誤り率が求まる。

4.3.2 比較

散乱波干渉の場合に対する計算結果の例を，MDP SK（太線）とともに，図4.12および図4.13に示す。 $M=4$ 値に対するもので，細線で描かれている多数の曲線がパイロット付きMCP SKである。2つの図から明らかなように，一方が他方に対して絶対的に優位にあるということはない。事実， T_S と B_D を固定すると，MDP SKの誤り率は， S/D と S/N によって定まるが，MCP SKの場合は， S/D および S/N が同じでも n および η によって異なる。（図4.12中の破線は試みにその都度誤り率が最小となるように n と η を最適調整した場合である）。しかし，およその一般的傾向としては，低 S/N 域（ $< \text{約} 20 \text{ dB}$ ）ではMDP SKが良く，システムの簡素さと相まってMDPSKの実用的有利さを示唆している。高 S/N 域（ $> \text{約} 20 \text{ dB}$ ）では，MCP SKが良い。このような傾向については，以前の同種報告⁽¹¹⁵⁾と一致する。

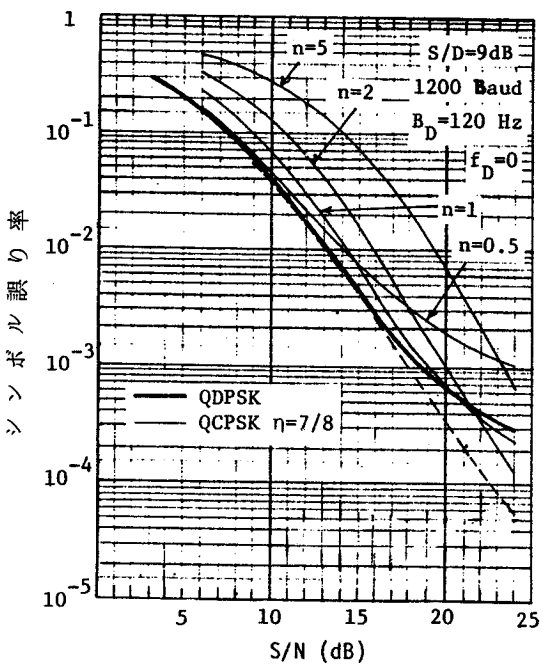


図4.12 同一タイムスロット散乱波干渉における4値MDPSKと4値MCP SKのシンボル誤り率特性の比較。MCP SKにおいて，パイロット搬送波抽出用狭帯域フィルタの帯域幅 $= 2nB_D$ ，被変調搬送波への電力配分比 $= \eta$ 。

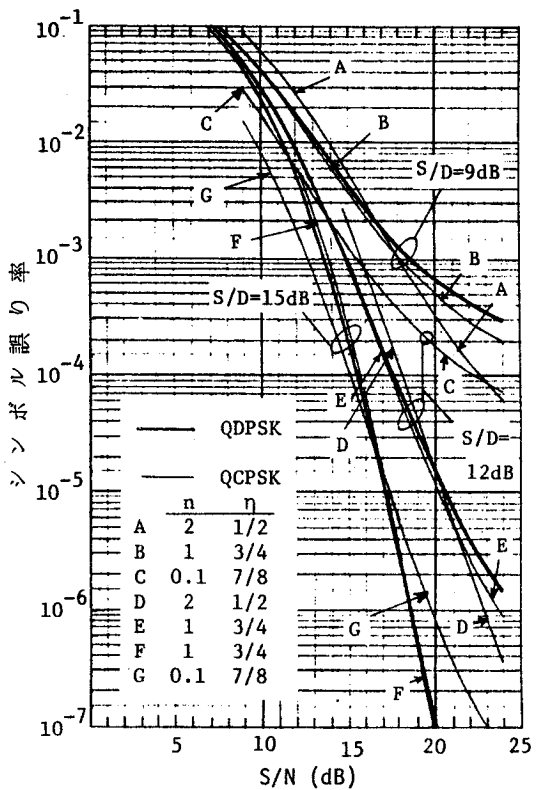


図4.13 同一タイムスロット散乱波干渉における4値MDPSKと，種々の n および η の4値MCP SKの誤り率特性の比較。

4.4 結 言

本章では、多重路干渉波の存在下におけるMDPSK方式の誤り率特性を、式(4.9)、(4.10)を基礎として評価し、その結果を図に例示した。多数の計算例から推測される主な結論を以下に列記すると、

1) 同一タイムスロット干渉の場合には、鏡面反射干渉波よりも散乱干渉波の方が大きな特性劣化をもたらす。更に、直接波対雑音電力比 > 15 dB、直接波対散乱波電力比 ≤ 12 dBでは、散乱波のドプラスペクトルが誤り率特性に大きな影響を及ぼす。特に、その影響は2値よりも多値で大きい。

(図4.2～図4.4)

2) 1タイムスロット遅延干渉の場合には、鏡面反射干渉波も散乱干渉波と同等に特性劣化をもたらす。1タイムスロット遅延による符号間干渉による誤り率の増大が支配的であって、1)と異なり散乱波のドプラスペクトルの影響は微小である。その遅延符号間干渉による劣化は大きく、1)に比して直接波対干渉波電力比でおよそ8 dBの低下に相当する。(図4.5, 図4.6)

3) 多値DPSKの2重誤り率特性をはじめて明らかにした。直接波対干渉波電力比のみならず、散乱干渉波のドプラスペクトルも大きく影響することが明瞭に示された。(図4.7)

4) ダイバーシチ採用時の誤り率特性も評価した。その結果、直接波対散乱波電力比が6～8 dB程度改善される。(図4.9～図4.11)

5) パイロット搬送波MCPSK方式の誤り率を求め、MDPSKと比較した。優劣は条件次第であるが、一般的な傾向として直接波対雑音電力比 < 20 dBのときMDPSKが優っている。

(図4.12, 図4.13)

6) 以上の考察の結果、干渉波の遅延がシンボル周期に比して十分小ならば、良好な誤り率特性の多値DPSK方式の実用化が可能である。

第 5 章 結 論

本研究は、「フェージング環境におけるディジタル位相変調通信方式の誤り率特性」に関して理論的検討を加えたものである。

本研究で得られた諸結果は、各章の結言で述べている。本章では、全章を通じての研究成果を総括する。

(1) フェージングのある通信路における多値位相変調同期検波(MCPSK)方式の誤り率特性を明らかにした。平均誤り率および誤り率の超過時間率の両面から、非ダイバーシチ受信および任意の相関をもつ2枝のダイバーシチ合成受信の両方の場合について解析した。従来この方面の研究は、主としてレイリーフェージング下における2値方式に集中している観があった。それに対し、本研究では、各種の無線通信回線で発生する多様なフェージング分布を統一的に表現し得る m -分布フェージング下において、実用的には高能率であるが数式的には難解な多値方式を解析して、従来の結果を拡張し一般化した。その結果、主として比較的ゆるやかに変動するようなフェージングを受ける無線回線でのディジタル通信の信頼度とその改善に対して新たな展望を与えた。

(2) フェージングのある通信路における多値差動位相変調遅延検波(MDPSK)方式の誤り率特性を明らかにした。非ダイバーシチ受信および独立な任意枝数のダイバーシチ合成受信の両方の場合について検討した。陸上移動通信のように高速レイリーフェージングが常時存在する通信路では、フェージングによるランダムFMの影響が重大であるが、多値のDPSK方式に対するその影響に関しては従来検討不足であった。本研究では、その点を中心にして詳細な考察を加えた。その結果、多値数特性、ドプラスペクトル形状の影響、最適伝送速度、軽減不能誤り率に対する枝数乗則ダイバーシチ改善、最適ランダムFM合成器など、高速レイリーフェージングのある通信路におけるMDPSK方式の誤り率特性とその改善に関して新たな知見を与えた。

(3) 多重路干渉波存在下におけるMDPSK方式の誤り率特性を評価した。衛星/航空通信をはじめ多くの通信回線は、直接波、鏡面反射波、散乱波の3波の干渉モデルでよく表現される。本研究の場合、多値、散乱波のドプラスペクトル、散乱波と鏡面反射波の混在などの条件のため従来の研究結果を直接適用できず、新たな解析によって、種々の干渉様態に対する誤り率、2重誤り率、ダイバーシチ採用時の誤り率を与えた。更に、この通信路におけるMCPSK方式の誤り率特性をも求め、それとMDPSK方式を比較した。評価の結果、干渉波の遅延時間ガシンボル周期に比して十分小ならば、多値のDPSK方式が良好な信頼度で実用できることが分った。

以上、本研究の成果が、今後進展するディジタル無線通信方式の設計の基礎資料として利用されるならば、著者の最も幸いとするところである。

謝

辞

本研究は、大阪大学工学部教授滑川敏彦博士のご指導のもとに行なったものである。先生からは、研究の機会をお与えいただくとともに、終始ご懇切なご教示と温かいご激励を賜わった。ここに、衷心より感謝の意を表します。

また、本研究を遂行するにあたり、大阪大学工学部講師森永規彦博士より、常に有益な助言と親身なるご激励を賜わった。ここに、深く謝意を表します。

岡山理科大学加計勉学長からは、著者の研究活動に対して深いご理解と多大の便宜とご支援を賜わった。ここに、衷心より深甚の謝意を表する次第であります。

最後に、岡山理科大学理学部電子理学教室の先輩、同僚の諸氏には、常日頃何かとご無理を聞いていただき、種々のご助力と温かい励ましとを賜わった。本研究は、それらの賜物であると、ここに心から感謝の意を表します。

文 献

- (1) 前田, 後藤, 電波伝播, 岩波全書.
- (2) 松尾三郎, マイクロ波伝播, コロナ社.
- (3) 森田, 樋口, 鹿志村, “マイクロ波フェージングによる熱雑音電力の相加についての考察,” 通研実報, 19, 4, pp.837-859, 1970.
- (4) 小松山, 栗田, 中村, “フェージングを考慮した各種無線方式の比較,” 信学技報, CS75-130, 1975-11
- (5) 石塚, 平出, “デルタ変調を用いるディジタル移動通信の特性,” 信学技報, CS77-124, 1977-10.
- (6) K. Brayer(ed.), Data Communications via Fading Chaunels, IEEE Press, New York, 1975.
- (7) E. Arthurs and H. Dym, “On the optimum detection of digital signals in the presence of white Gaussian noise — a geometric interpretation and a study of three basic data transmission systems,” IRE Trans. Commun. Syst., CS-10, pp.336-37, Dec. 1962.
- (8) 小川, 村谷, 大川, 野坂, “衛星通信TDMA用4相PSK変復調装置の設計,” 信学論(B), 55-B, 12, pp.675-682, 1972-12.
- (9) 山本, 小松山, 堀川, “実験用20GHz帯ディジタル無線中継器の誤り率特性,” 信学論(B), 57-B, 4, pp.236-243, Apr.1974.
- (10) C. R. Cahn, “Combined digital phase-and amplitude-modulation communication systems,” IRE Trans. Commun. Syst., CS-8, pp.150-154, Sep.1960.
- (11) P. F. Panter, Modulation, Noise, and Spectral Analysis, McGraw-Hill, New York, 1965.
- (12) R. S. Kennedy, Fading Dispersive Communication Channels, Wiley, New York, 1969.
- (13) P. A. Bello and B. D. Nelin, “The effect of frequency selective fading on the binary error probabilities of incoherent and differentially coherent matched filter receivers,” IEEE Trans. Commun. Syst., CS-11, pp.170-186, June1963.

- (14) M. Schwartz, W. R. Bennett and S. Stein, Communication Systems and Techniques, McGraw-Hill, New York, 1966.
- (15) K. Bullington, W. J. Inkster and A. L. Durkee, "Results of propagation tests at 505mc and 4090mc on beyond-horizon paths, "Proc. IRE, **43**, pp.1306~1316, Oct.1955
- (16) Y. Miyagaki, N. Morinaga and T. Namekawa, "Error probability characteristics for CPSK signal through m-distributed fading channel," IEEE Trans. Commun., **COM-26**, pp.88-100, Jan. 1978.
- (17) 宮垣, 坂本, 仲上, "入力搬送波振幅が変動する場合の内部位相雑音の分布と2乗平均値," 昭43電四連大予稿2215.
- (18) 宮垣, "内部位相雑音に関する二, 三の統計的考察," 信学通信方式研資, CS 68-35, 1969-01.
- (19) 宮垣, 森永, 滑川, "フェーシングPSK通信回線における誤り率特性," 信学通信方式研資, CS 73-142, 1974-02.
- (20) 宮垣, 森永, 滑川, "フェーシングのあるPSK通信回線における位相ジッタの統計的性質と誤り率," 信学論(B), **57-B**, 10, pp.601-608, 1974-10.
- (21) S. O. Rice. "Statistical properties of a sine wave plus random noise," Bell Syst. Tech. J. **27**, pp.109-157, Jan. 1948.
- (22) C. R. Cahn, "Performance of digital phase-modulation communication systems," IRE Trans. Commun. Syst., **CS-7**, pp.3-6, May 1959.
- (23) S. Stein and J. J. Jones, Modern Communication Principles, McGraw-Hill, New York, 1966.
- (24) V. K. Prabhu, "Error-rate considerations for digital phase-modulation systems," IEEE Trans. Commun. Technol. **COM-17**, pp.33-42, Feb.1969.
- (25) M. Nakagami, "Statistical characters of short-wave fading," J. IECE Jap., **27**, 2, pp.145-150, Feb.1943.
- (26) —, "The m -distribution—a general formula of intensity distribution of rapid fading," in Statistical Methods of Radio Wave Propagation, W. C. Hoffman Ed., Pergamon Press, New York., 1960, pp.3-36.
- (27) R. Esposito, "A unified analysis of optimum receiver for fading channels," Alta Frequenza, **36**, 2, pp.100-108, Feb.1967.
- (28) —, "Error Probabilities for the Nakagami channel," IEEE Trans. Inform. Th. **IT-13**, pp.145-148 (Correspondence), Jan. 1967.

- (29) N. S. Jayant, "Spectral location of Rayleigh and " m " fading signals in white Gaussian noise," IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, **AES-6**, pp. 228-238, March 1970.
- (30) M. Nakagami and S. Kaneku, "Certain characteristics of common-phase-control space diversity," Review of the E. C. L., NTT, Jap., **13**, 1-2, pp. 75-84, 1965.
- (31) 仲上, 宮垣, 来村, 峰松, "マイクロ波回線の切替方式における切替効果の研究," 信学誌, **50**, 3, pp. 362-369, 1967-03.
- (32) M. Nakagami and Y. Miyagaki, "Improvement of microwave network reliability by automatic protection switching," Review of the E. C. L., NTT, Jap., **17**, 7, pp. 561-596, July 1969.
- (33) 木内, 森永, 滑川, " m -分布光信号の統計的性質と光電子放出確率," 信学論(C), **58-C**, 7, pp. 376-383, 1975-07.
- (34) W. C. Lindsey, "Error probability for incoherent diversity reception," IEEE Trans. Inform. Th., **IT-11**, pp. 491-498, Oct. 1965.
- (35) S. H. Lin, "Statistical behavior of fading signal," Bell Syst. Tech. J., **50**, pp. 3211-3270, Dec. 1971.
- (36) R. K. Kwan and O. Shimbo, "The effect of fading on the performance of a multihop PCM radio system," IEEE Trans. Commun. Technol., **COM-18**, pp. 804-810, Dec. 1970.
- (37) 宮垣, "アンテナ切替ダイバーシチ受信における内部位相雑音の軽減度について," 昭和45信学全大予稿1224.
- (38) 宮垣, "アンテナ切替ダイバーシチ時の内部位相雑音の確率密度関数について," 神戸工專紀要, **9**, p. 19-24, 1971.
- (39) 宮垣, "アンテナ切替ダイバーシチ受信における内部位相雑音の軽減度," 信学通信方式研資, **CS 71-33**, 1971-06.
- (40) 宮垣, 渡辺, "等利得および最大比合成受信における熱位相雑音の軽減度の理論的考察," 昭47電四中支連大予稿12008.
- (41) 宮垣, 森永, 滑川, "フェージングPSK通信回線におけるダイバーシチ効果," 信学通信方式研資, **CS 73-80**, 1973-10.
- (42) Y. Miyagaki and S. Ohyama, "Diversity improvement in multiphase coherent PSK communication system under onesided Gaussian fading

- environment," Bulletin of Okayama College of Science, **9**, p.161-168, 1973.
- (43) 宮垣, 森永, 滑川, "非選択性フェージングのあるPSK通信回線におけるダイバーシチ改善効果," 信学論(B), **58-B**, 9, pp.441-448, 1975-09.
 - (44) 仲上, 短波の特性および合成受信の研究, 修教社(昭22年)。
 - (45) 牧野, 諸墨, 森田, 沼野, "見通し内マイクロ波回線におけるスペースダイバーシチ方式," 通研実報, **13**, 8, pp.1127-1204, 1964.
 - (46) 坂上, "海上伝搬路における高周波位相合成スペースダイバーシチ受信方式の伝搬ひずみ雑音改善効果," 信学論(B), **57-B**, 9, pp.533-540, 1974-09.
 - (47) K. Feher and D. Chan, "PSK combiners for fading microwave channels," IEEE Trans. Commun., **COM-23**, pp.554-558, May 1975.
 - (48) D. G. Brennan, "Linear diversity Combining techniques," Proc. IRE, **47**, pp.1075-1102, June 1959.
 - (49) G. L. Turin, "On optimal diversity reception," IRE Trans. Inform. Th., **IT-7**, pp.154-166, July 1961.
 - (50) —, "On optimal diversity reception, II," IRE Trans. Commun. Syst., **CS-10**, pp.22-31, March 1962.
 - (51) J. N. Pierce and S. Stein, "Multiple diversity with nonindependent fading," Proc. IRE, **48**, pp.89-104, Jan.1960.
 - (52) 宮垣, 橋本, "マルコフ形多次元レイリー信号空間における超球の半径の確率分布関数," 信学オートマトンと言語/パターン認識と学習研資, AL/PRL 72-14, 1972-04.
 - (53) P. Monsen, "Digital transmission performance on fading dispersive diversity channels," IEEE Trans. Commun., **COM-21**, pp.33-39, Jan. 1973.
 - (54) 宮垣, "ダイバーシチ改善度対PSK相数特性," 昭50電四中支連大予稿31101.
 - (55) 森口, 宇田川, 一松, 数学公式I~III, 岩波全書.
 - (56) I. S. Gradshteyn and I. R. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, (Translated in English from Russian by A. Jeffrey), Academic Press, 1965.
 - (57) 宮垣, 森永, 滑川, "フェージング通信路におけるDPSK波の誤り率特性," 信学技報, CS 75-7, 1975-04.
 - (58) 宮垣, 森永, 滑川, "陸上移動無線におけるDPSK信号の2重誤り率の理論的計算," 信学技

報, CS77-142, 1977-11.

- (59) 宮垣, 森永, 滑川, “陸上移動無線におけるDPSK信号の2重誤り率の理論的計算,” 昭52電関関西支連大予稿S4-10.
- (60) 宮垣, 森永, 滑川, “電算シミュレーションによる陸上移動無線DPSK信号伝送誤り間隔の考察,” 昭52電四中支連大予稿62018.
- (61) 宮垣, 森永, 滑川, “陸上移動無線における多値DPSK誤り率特性,” 信学論(B), J62-B, 6, pp.581-588, 1979-06.
- (62) W.C.Jakes, Jr.,(ed.), Microwave mobile communications, Wiley, New York, 1974, Chap.1.
- (63) H. B. Voelckar, “Phase-shift keying in fading channels,” Proc. Inst. Electr. Eng., 107, Part B, pp.31-38, Jan. 1960.
- (64) P. A. Bello and B. D. Nelin, “The influence of fading spectrum on the binary error probabilities of incoherent and differentially coherent matched filters receivers,” IRE Trans. Commun. Syst., CS-10, pp.160-168, June 1962.
- (65) D. C. Cox, and R. P. Leck, “Correlation bandwidth and delay spread multipath propagation statistics for 910-MHz urban mobile radio channels,” IEEE Trans. Commun., COM-23, pp.1271-1280. Nov. 1975.
- (66) 甘利, 塚田, 江幡, 三北, 千田, 太田, 新納訳, W. R. Bennet, and J. R. Davey 著, データ伝送, ラティス, 東京, 第10章(昭41).
- (67) 星子, 砂川, 木村, 松岡, 曾根, 吉田訳, Lucky, R. W., J. Salz, and E. J. Weldon, Jr. 著, データ通信の原理, ラティス, 東京, 第9章(昭48).
- (68) 関, 野坂, 柳平訳, S. Stein, and J. J. Jones 著, 現代の通信回線理論, 森北出版, 東京, 第12, 14章(昭45).
- (69) E. N. Bramely, “Diversity effects in spaced-aerial reception of ionospheric waves,” Proc. Inst. Electr. Eng., 98, Part III, pp.19-25, 1951.
- (70) 金久正弘, “Rayleigh形フェージングのベクトル同時分布,” 信学誌, 46, 10, pp.1356-1363, 1963-10.
- (71) 宮川清三郎, “2相および4相位相差変調法の理論的誤り率特性,” 研実報, 16, 6, pp.1051-1075, 式(4), 1967.
- (72) M. J. Gans, “A power spectral theory of propagation in the mobile-

- radio environment," IEEE Trans, Veh. Technol., VT-21, pp.27-38, Feb. 1972.
- (73) 森口, 宇田川, 一松, 数学公式Ⅲ, 岩波, 東京, pp.227 (昭40).
 - (74) W. J. Weber, III, "Performance of phaselocked loops in the presence of fading communication channels," IEEE Trans. Commun., COM-24, pp.487-499, May 1976.
 - (75) 花沢, 平出, "移動通信におけるPSK波伝送実験" 信学通信方式研資, CS74-98, 1974-10.
 - (76) F. Adachi, T. Hattori, K. Hirade and T. Kamata, "A periodic switching diversity technique for a digital FM land mobile radio," IEEE Trans. Veh. Technol., VT-27, pp.211-219, Nov. 1978.
 - (77) F. Adachi, "Periodic switching diversity effect on co-channel interference performance of a digital FM land mobile radio," ibid., pp.220-223.
 - (78) T. Hattori and K. Hirade, "Multitransmitter digital signal transmission by using offset frequency strategy in a land-mobile telephone system," ibid., pp.231-238.
 - (79) W. G. Y. Lee, "Mobile radio performance for a two-branch equal-gain combining receiver with correlated signals at the land site," ibid., pp.239-243.
 - (80) 宮垣, 森永, 滑川, "DPSK陸上移動無線方式における等利得ダイバーシティ合成の効果," 信学技報, CS78-14, 1978-05.
 - (81) 宮垣, 森永, 滑川, "陸上移動多相DPSK通信における検波後ダイバーシティ受信の効果," 昭53電四中支連大予稿62015.
 - (82) 宮垣, 森永, 滑川, "陸上移動検波前ダイバーシティ合成受信におけるDPSK誤り率特性," 信学論(B)採録決定, 1980年1月号以降掲載予定.
 - (83) M. Schwartz, W. R. Bennett and S. Stein, Communication Systems and Techniques, McGraw-Hill, New York, 1965, Chap.10, 10.6.
 - (84) 森永(隆), 大森, 榎本, "一台の受信機による移動無線ダイバーシティ受信方式," 昭42電四連大予稿2441.
 - (85) B. R. Davis, "Random FM in mobile radio with diversity," IEEE Trans. Commun. Technol., COM-19, pp.1259-1267 (Concise paper),

Dec. 1971.

- 86 S. W. Halpern, "The theory of operation of an equal-gain predetection regenerative diversity combiner with Rayleigh fading channels," IEEE Trans. Commun., **COM-22**, pp.1099-1106, Aug. 1974.
- 87 J. Granlund, "Topics in the design of antennas for scatter," Technical Report 135, Lincoln Laboratory, MIT, Nov. 1956.
- 88 C. K. H. Tsao., R. G. Cease., W. J. Bickford and H. J. Rowland, "Analysis of a signal processor for an antenna array," IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, **AES-6**, pp.79-86, Jan. 1970.
- 89 宮垣, 森永, 滑川, "多値DP SK波誤り率特性に対する多重路干渉波の影響," 信学技報, CS 76-105, 1976-09.
- 90 Y. Miyagaki, N. Morinaga and T. Namekawa, "Error rate performance of M-ary DPSK systems in satellite/aircraft communications," ICC' 79 Rec., vol. 2, pp.34.6.1-34.6.6, Boston, June 1979.
- 91 W. C. Lindsey, "Error probability for Rician fading multichannel reception of binary and N -ary signals," IEEE Trans. Inform. Th. **IT-10**, pp.339-350, Oct. 1964.
- 92 J. J. Jones, "Multichannel FSK and DPSK reception with three-component multipath," IEEE Trans. Commun. Tech., **COM-17** pp.808-821, Dec.1968.
- 93 A. S. Rosenbaum, "PSK error performance with Gaussian noise and interference," Bell Syst. Tech. J. **48**, pp.413-442, Feb. 1968.
- 94 —, "Error performance of multiphase DPSK with noise and interference," IEEE Trans. Commun. Technol., **COM-18**, pp.821-824(Concise paper), Dec. 1970.
- 95 J. Goldman, "Multiple error performance of PSK systems with cochannel interference and noise," IEEE Trans. Commun. Technol., **COM-19**, pp.420-430, August 1971.
- 96 L. A. Frasco and H. D. Goldfein, "Signal design for aeronautical channels," IEEE Trans. Commun. **COM-21**, pp.534-547, May 1973.
- 97 H. Salwen, "Differential phase-shift keying performance under time-selective multipath fading," IEEE Trans. Commun., **COM-23**, pp.383

-385 (Concise paper), March 1975.

- 99 H. C. Salwen and C. B. Duncombe, "Performance evaluation of data modems for the aeronautical satellite channel," IEEE Trans. Commun., **COM-23**, pp.695-705, July 1975.
- 99 V. Castellani, L. L. Presti and M. Pent, "Multilevel DCPSK over real channels," ICC' 74 Rec., p.39A-1~5, Minneapolis, June 1974.
- (100) "ATS-5 multipath ranging digital data L-band experimental program., Boeing Co., Final Rep. FAA-RD-73-57-IVD, Apr. 1973.
- (101) P. A. Bello, "Aeronautical channel characterization," IEEE Trans. Commun., **COM-21**, pp.548-563, May 1973.
- (102) R. W. Sutton, E. H. Shreoder, A. D. Thompson and S. G. Wilson, "Satellite-aircraft multipath and ranging results at L-band," IEEE Trans. Commun., **COM-21**, pp.639-647 (Concise paper), May 1973.
- (103) S. Karp, "Some observations of satellite/aircraft multipath properties at 1600 MHz," IEEE Trans. Commun., **COM-22**, pp.1720-1722 (Concise paper), Oct. 1974.
- (104) S. G. Wilson, R. W. Sutton and E. H. Schreoder, "Differential phase-shift keying performance on L-band aeronautical satellite channels: test results and a coding evaluation," IEEE Trans Commun., **COM-24**, pp.374-380 (Concise paper), March 1976.
- (105) R. K. Moore, "Specular reflection and scatter for satellite altimeter," IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, **AES-13**, pp.544-546 (Correspondence), Sep. 1977.
- (106) K. Brayer, "Error correction code performance on HF, troposcatter, and satellite channels," IEEE Trans. Commun. Technol., **COM-19**, Part II, pp.781-789, Oct. 1971.
- (107) D. Chase and L. J. Weng, "Multiple-burst correction techniques for slowly fading channels," IEEE Trans. Inform. Th., **IT-22**, pp.505-513, Sep. 1976.
- (108) S. Y. Mui and J. W. Modestino, "Performance of DPSK with convolutional encoding on time-varying fading channels," IEEE Trans.

Commun., COM-25, pp.1075-1083, Oct. 1977.

- (109) J. Salz and B. R. Saltzberg, "Double error rates in differentially coherent phase systems," IEEE Trans. Commun. Syst., CS-12, pp.202-205, June 1964.
- (110) J. F. Oberst and S. L. Schilling, "Double error probability in differential PSK," Proc. IEEE, 56, pp.1099-1100, June 1968.
- (111) M. Tatebayashi, M. Kasahara and T. Namekawa, "Analysis of the fundamental error statistics in DPSK systems using a Markov chain model," IEEE Trans. Inform. Th., IT-23, pp.522-525 (Correspondence), July 1977.
- (112) V. K. Prabhu, "PSK performance with imperfect carrier phase recovery," IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, AES-12, pp.275-286, March 1976.
- (113) 樺沢, 森永, 滑川, "多相同期PSK信号に対する位相ジッタ及びガウス雑音の影響," 信学論B, J 61-B, 4, pp.242-249, 1978-04.
- (114) S. O. Rice, "Statistical properties of a sine wave plus random noise," Bell Syst. Tech. J., 27, pp.109-157, Jan. 1948.
- (115) W. C. Lindsey and M. K. Simon, "On the detection of differentially encoded polyphase signals," IEEE Trans. Commun., COM-20, pp.1121-1128 (Concise paper), Dec. 1972.
- (116) H. R. Raemer, "The probability density of the phase difference of a narrow-band Gaussian noise with sinusoidal signal," IEEE Trans. Inform. Th., IT-10, pp.265-267, Oct. 1961.
- (117) J. T. Fleck and E. A. Trabka, "Error probabilities of multiple state differentially coherent phase-shift keyed systems in the presence of white, Gaussian noise," in "Investigation of digital communication systems," J. G. Lawton, ed. Buffalo N. Y.

付録A 数 学 公 式 ⁽⁵⁵⁾⁽⁵⁶⁾

$$1) F(\alpha, \beta, \gamma; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n (\beta)_n}{(\gamma)_n} \cdot \frac{z^n}{n!},$$

$$(\alpha)_n = \alpha(\alpha+1) \cdots (\alpha+n-1), \quad (\alpha)_0 = 1 \quad (\text{A.1})$$

$$2) \int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp(-b^2 x^2) \operatorname{erf}(ax) dx = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2}) a}{\sqrt{\pi} b^{\nu+1}} F\left(\frac{1}{2}, \frac{\nu+1}{2}, \frac{3}{2}; -\frac{a^2}{b^2}\right),$$

$$R_e(b) > 0, \quad R_e(\nu) > 0 \quad (\text{A.2})$$

$$3) F(\alpha, \beta, \gamma; z) = (1-z)^{-\beta} F\left(\gamma-\alpha, \beta, \gamma; \frac{z}{z-1}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$4) F(-\alpha, \beta, \beta; z) = (1-z)^{\alpha} \quad (\text{A.4})$$

$$5) \alpha z F(\alpha+1, \beta+1, \gamma+1; z) = \gamma [F(\alpha, \beta+1, \gamma; z) - F(\alpha, \beta, \gamma; z)] \quad (\text{A.5})$$

$$6) \int z^{\alpha-1} F(\alpha+1, \beta, \gamma; z) dz = \frac{1}{\alpha} z^{\alpha} F(\alpha, \beta, \gamma; z) \quad (\text{A.6})$$

$$7) I_{\nu}(z) = \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\pi} \exp(z \cos x) \sin^{2\nu} x dx, \quad R_e(\nu) > -1/2. \quad (\text{A.7})$$

$$8) \int_0^{\pi/2} \sin^{\nu+1} x \cdot I_{\nu}(z \sin x) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2z}} I_{\nu+\frac{1}{2}}(z), \quad R_e(\nu) > -1 \quad (\text{A.8})$$

$$9) \int_0^{\infty} \operatorname{erf}(\sqrt{ax}) \operatorname{erf}(\sqrt{bx}) \exp(-cx) dx \\ = \frac{2}{\pi c} \left[\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+c}} \operatorname{Tan}^{-1}\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a+c}}\right) + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b+c}} \operatorname{Tan}^{-1}\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b+c}}\right) \right], \quad (\text{A.9})$$

$$a, b, c > 0$$

付録 B $m = 1/2$ に対する選択合成 および等利得合成の解

$m = 1/2$ の場合には適用できない式 (2.48), (2.52) の代りに, $m = 1/2$ のもとにおいて式 (2.47) の第 2 式および式 (2.51) を直接計算する。 $m = 1/2$ のときの式 (2.44) を用いて, $m = 1/2$ に対する $p_1(R)$ および $p_2(R)$ は次のように与えられる:

$$p_1(R) = \sqrt{\frac{2}{\pi Q}} \exp\left(-\frac{R^2}{2Q}\right) \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{R\sqrt{1+k}}{\sqrt{2Q(1-k)}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{R\sqrt{1-k}}{\sqrt{2Q(1+k)}} \right] \right\}, \quad (\text{B.1})$$

$$p_2(R) = \sqrt{\frac{2}{\pi Q}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+k}} \exp \left[-\frac{R^2}{2Q(1+k)} \right] \cdot \operatorname{erf} \left[\frac{R}{\sqrt{2Q(1-k)}} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{1-k}} \cdot \exp \left[-\frac{R^2}{2Q(1-k)} \right] \operatorname{erf} \left[\frac{R}{\sqrt{2Q(1+k)}} \right] \right\} \quad (\text{B.2})$$

$[T]_D$ は, 式 (B.1), (B.2) を式 (2.65) に代入することによって直ちに誘導される。又, 式 (B.1), (B.2) を式 (2.61) に代入して後, 公式 (A.9) を用いて計算すると, $m = 1/2$ に対する $[\langle Pe \rangle]_D$ として次式を得る。

$$[\langle Pe \rangle]_D = 1 - 2P(\pi/M),$$

$$P(\theta) = \frac{1}{\pi^2} [F(\theta, k) + F(\theta, -k)] \quad (\text{B.3})$$

但し, ここで, 選択合成の場合は

$$F(\theta, k) = \operatorname{Tan}^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+k}}{\sqrt{(1+2\gamma)(1-k)}} \right] \operatorname{Tan}^{-1} (\sqrt{1+2\gamma} \tan \theta) + \operatorname{Tan}^{-1} \left[\frac{\sqrt{\gamma} \sqrt{1+k} \sin \theta}{\sqrt{1+\gamma(1-k) \sin^2 \theta}} \right] \\ \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} + \operatorname{Tan}^{-1} \left[\frac{\sqrt{\gamma} \sqrt{1-k} \cos \theta}{\sqrt{1+\gamma(1-k) \sin^2 \theta}} \right] \right\} + \frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1+k}} H(\theta; \sqrt{\gamma} \sqrt{1-k}, \sqrt{\gamma} \sqrt{1+k}) \quad (\text{B.4})$$

そして，等利得合成の場合は

$$\begin{aligned}
 F(\theta, k) = & \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+k}}{\sqrt{1-k+2\gamma(1-k^2)}} \right] \cdot \tan^{-1} [\sqrt{1+2\gamma(1+k)} \tan \theta] \\
 & + \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{\gamma}(1+k) \sin \theta}{\sqrt{1+\gamma(1-k^2)} \sin^2 \theta} \right] \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{\gamma} \sqrt{1-k^2} \cos \theta}{\sqrt{1+\gamma(1-k^2)} \sin^2 \theta} \right] \right\} \\
 & + \frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1+k}} H[\theta; \sqrt{\gamma} \sqrt{1-k^2}, \sqrt{\gamma}(1+k)]
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

であり，かつ

$$\begin{aligned}
 H(\theta; a, A) = & \int_0^\theta h(\theta) \tan^{-1} [h(\theta)] d\theta, \\
 h(\theta) = & \frac{A \sin \theta}{\sqrt{1+a^2 \sin^2 \theta}}
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

である。

付録C 近似式(3.22)の誘導

式(3.18)から直接誘導する。

$$\left. \begin{aligned} \pi/M - \varepsilon_\theta &\triangleq \theta_M, \quad (|\varepsilon_\theta| \leq \pi/M) \\ 1 - k &\triangleq \delta, \quad (\delta \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{C.1})$$

と置いて, $k^2 \cong 1 - 2\delta$ を考慮すると,

$$1 - x_1^2 \cong 1 - (1 - 2\delta) \cos^2 \theta_M = \sin^2 \theta_M (1 + 2\delta \cot^2 \theta_M) \quad (\text{C.2})$$

$$1/\sqrt{1 - x_1^2} \cong (1 - \delta \cot^2 \theta_M)/\sin \theta_M \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \text{Sin}^{-1} x_1 &= \text{Sin}^{-1} (\cos \theta_M - \delta \cos \theta_M) \cong \text{Sin}^{-1} (\cos \theta_M) - \frac{\delta \cos \theta_M}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta_M}} \\ &= (\pi/2) - \theta_M - \delta \cot \theta_M \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

を得る。以上を用いて, $x_2 = (1 - \delta) \sin \theta_M$ に注意すると,

$$\begin{aligned} Q(k, \varepsilon_\theta) &\cong (1 - \delta) \sin \theta_M \frac{1 - \delta \cot^2 \theta_M}{\sin \theta_M} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \theta_M - \delta \cot \theta_M \right) \right] \\ &\cong (M-1)/M + (\varepsilon_\theta/\pi) - q(\varepsilon_\theta)\delta \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

よって,

$$P_e(k, \varepsilon_\theta)_M \cong [q(\varepsilon_\theta) + q(-\varepsilon_\theta)] \delta/2 \quad (\text{C.6})$$

を得る。但し,

$$q(\varepsilon_\theta) = [(M-1)/M] \operatorname{cosec}^2 \theta_M + (1/\pi) \cot \theta_M + (\varepsilon_\theta/\pi) \operatorname{cosec}^2 \theta_M \quad (\text{C.7})$$

である。この $q(\varepsilon_\theta)$ に, $|\varepsilon_\theta| \leq \pi/M$ の条件のもとで近似を行うと, 式(3.22)に至る。

付録D 式 $F(x, y | \theta, \theta_p | \Psi_r)$

$$\begin{aligned}
 F(x, y | \theta, \theta_p | \Psi_r) = & \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \exp(-b) \left\{ \frac{1}{1+C_A+C_B} \exp\left(\frac{b}{1+C_A+C_B}\right) \right. \\
 & + \frac{\pi}{2} \left[\frac{\sqrt{C_A} \cos \theta}{f_A^{3/2}} F\left(\frac{b}{f_A}\right) + \frac{\sqrt{C_B} \cos \theta_p}{f_B^{3/2}} F\left(\frac{b}{f_B}\right) \right] \\
 & + \pi \frac{\sqrt{C_A} \cos \theta \cdot \sqrt{C_B} \cos \theta_p}{(f_{AB})^2} G\left(\frac{b}{f_{AB}}\right) + 2 \left[\frac{C_A \cos^2 \theta}{\varepsilon_A^2} G\left(\frac{b}{\varepsilon_A}\right) + \frac{C_B \cos^2 \theta_p}{\varepsilon_B^2} G\left(\frac{b}{\varepsilon_B}\right) \right] \\
 & + \frac{\pi}{2} \frac{C_A \cos^2 \theta \cdot \sqrt{C_B} \cos \theta_p}{h_A^{5/2}} H\left(\frac{b}{h_A}\right) + \frac{C_B \cos^2 \theta_p \cdot \sqrt{C_A} \cos \theta}{h_B^{5/2}} H\left(\frac{b}{h_B}\right) \\
 & \left. + 8 \frac{C_A \cos^2 \theta \cdot C_B \cos^2 \theta_p}{h_{AB}^3} K\left(\frac{b}{h_{AB}}\right) \right\} \quad (D.1)
 \end{aligned}$$

但し,

$$f_A \triangleq 1 + C_A \sin^2 \theta + C_B, \quad f_B \triangleq 1 + C_B \sin^2 \theta_p + C_A,$$

$$f_{AB} \triangleq 1 + C_A \sin^2 \theta + C_B \sin^2 \theta_p,$$

$$\varepsilon_A \triangleq 1 + C_A \sin^2 \theta + x^2 C_A \cos^2 \theta + C_B,$$

$$\varepsilon_B \triangleq 1 + C_B \sin^2 \theta_p + y^2 C_B \cos^2 \theta_p + C_A,$$

$$h_A \triangleq 1 + C_A \sin^2 \theta + x^2 C_A \cos^2 \theta + C_B \sin^2 \theta_p,$$

$$h_B \triangleq 1 + C_B \sin^2 \theta_p + y^2 C_B \cos^2 \theta_p + C_A \sin^2 \theta,$$

$$h_{AB} \triangleq 1 + C_A \sin^2 \theta + x^2 C_A \cos^2 \theta + C_B \sin^2 \theta_p + y^2 C_B \cos^2 \theta_p \quad (D.2)$$

$$b \triangleq \frac{C}{\beta D}, \quad C_A \triangleq \frac{\eta \beta D}{N + (1 - \beta) \eta D}, \quad C_B \triangleq \frac{(1 - \eta) \beta D}{N_p} = \frac{(1 - \eta) \beta D}{2 n_B T_S N} \quad (\text{D.3})$$

$$F(z) \triangleq \exp\left(\frac{z}{2}\right) \left[(1 + z) I_0\left(\frac{z}{2}\right) + z I_1\left(\frac{z}{2}\right) \right],$$

$$G(z) \triangleq \exp(z) \cdot (1 + z),$$

$$H(z) \triangleq \exp\left(\frac{z}{2}\right) \left[(3 + 6z + 2z^2) I_0\left(\frac{z}{2}\right) + (2 + z) I_1\left(\frac{z}{2}\right) \right],$$

$$K(z) \triangleq \exp(z) \cdot \left(1 + 2z + \frac{z^2}{2}\right) \quad (\text{D.4})$$