



Title	ON W-AND C-DYNAMICAL SYSTEMS
Author(s)	片山, 良一
Citation	大阪大学, 1982, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1172">https://hdl.handle.net/11094/1172</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	片山良一
学位の種類	工学博士
学位記番号	第5579号
学位授与の日付	昭和57年3月20日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	W*-とC*-力学系について
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内脩 (副査) 教授 丘本正 教授 高木修二 教授 坂口実 教授 中村伝

## 論文内容の要旨

作用素環の研究では, von Neumannがはじめて以来作用素環にその自己同型群として作用する群があるような力学系, そして, それからつくられる接合積が一つの大きな主題となっている。本論文は, このような力学系, 接合積に関して行った研究の結果をまとめたものである。この論文は次の3章から成る。第1章条件付き期待値, 第2章接合積のフーリエ環の同型, 第3章C\*-力学系について。

第1章.  $M$ をフォンノイマン環,  $G$ を局所コンパクト群,  $\alpha$ を $G$ から $M$ へのaction(即ち,  $G$ から $M$ の自己同型群 $\text{Aut}(M)$ の中への連続な準同型写像)とする。これらの三つ組 $(M, G, \alpha)$ を $W^*$ -力学系とよび, この力学系に対して,  $W^*$ -接合積とよばれるフォンノイマン環 $G \times_{\alpha} M$ が構成される。第1章の主定理は次のようなものである。「群 $G$ が連結ならば $G \times_{\alpha} M$ から $M$ への正規な条件付き期待値は存在しない。」群 $G$ が離散群の場合は $G \times_{\alpha} M$ から $M$ への正規な条件付き期待値が存在し, それが $W^*$ -接合積 $G \times_{\alpha} M$ の構造解析に役立った。しかし $G$ が離散群でない場合は正規な条件付き期待値の存在は不明であった(離散群の場合の方法によっては決して条件付き期待値は構成できない)。この章では上記の結果を示し, その応用として同じ条件のもとで $G \times_{\alpha} M$ がproperly infiniteなフォンノイマン環であることを示す。

第2章.  $G, H$ を局所コンパクトな可換群とすると, ポントルヤーギンの双対定理により $L^1(G)$ と $L^1(H)$ がバナハ環として同型であることと $G$ と $H$ が局所コンパクトな可換群として同型であることが同値である。一方任意の局所コンパクト群 $G$ に対してフーリエ環 $A(G)$ が定義される( $G$ が可換群のときは $A(G)$ とは $L^1(G)$ とバナハ環として同型になる)。そして $A(G)$ と $A(H)$ がバナハ環として同型であることと $G$ と $H$ が局所コンパクト群として同型であることが同値であることが知られている。また $W^*$ -力学系 $(M, H)$ が局所コンパクト群として同型であることが同値であることが知られている。

$G, \alpha$ ) に対してもそのフーリエ環  $F_\alpha(G; M_*)$  が定義されている。第2章に於いては、次の結果を得た。

$(M, G, \alpha), (N, H, \beta)$  を二つの  $W^*$ -力学系とすると「そのフーリエ環  $F_\alpha(G; M_*)$  と  $F_\beta(H; N_*)$  がバナハ環として同型である」とこと「この力学系が同値であるか、あるいは逆同値である」ことが同値である。

第3章.  $C^*$ -力学系  $(A, G, \alpha)$  に於いて、もし局所コンパクト群  $G$  が可換な場合は  $C^*$ -接合積  $G \times_\alpha A$  上に双対な action  $\hat{\alpha}$  が存在する。 $G$  が可換でない場合は双対な action を構成することができない。けれどもそれに代わるものとして co-action  $\delta$  が  $G \times_\alpha A$  上に存在する。本章ではまず、 $G \times_\alpha A$  の  $C^*$ -部分環に対して  $\delta$ -不変の概念を導入することにより、本質的スペクトラム  $\Gamma(\delta)$  を定義する。勿論  $G$  が可換なときは  $\Gamma(\delta)$  と Connes スペクトラム  $\Gamma(\hat{\alpha})$  は一致している。この本質的スペクトラムの応用として  $C^*$ -環  $A$  が素であることと  $G \times_\alpha A$  が  $\delta$ -素でありかつ  $\Gamma(\delta) = G$  となることが同値であることが証明される。 $G$  が特にコンパクト群であるときは Connes スペクトラム  $\Gamma(\hat{\alpha})$  ( $\hat{\alpha}$  は2回双対 action) は外部同値な action に関して不変であることが示される ( $\Gamma(\alpha)$  はこの同値に関して不変ではない)。そして最後に、フォンノイマン環にコンパクト群がエルゴート的に作用しているときこのフォンノイマン環は hyperfinite な  $\text{II}_1$  型であるという結果を得た。

## 論文の審査結果の要旨

ヒルベルト空間上の作用素のつくる \* 多元環である  $W^*$  環や  $C^*$  環に、一つの群が自己同型群として作用しているとき、 $W^*$  力学系、 $C^*$  力学系と称せられる。このような群の作用があるときは、これから接合積が定義され、この新しい  $W^*$  環、 $C^*$  環と、もとの環、群の性質との関連は、作用素環論の一つの中心課題である。本論文において、著者は、これに対して、いくつかの新しい知見を与えている。

第1章では、 $W^*$  力学系において、作用する群が連結局所コンパクト群で、作用が外部同型であるとき、 $W^*$  接合積からもとの  $W^*$  環への条件付期待値が存在しないことを示している。

第2章では、 $W^*$  力学系に対して定まるフーリエ環に対して、二つの  $W^*$  力学系の間の同値関係と、それらに対応するフーリエ環の同形関係に、互いに対応があることを示している。

第3章では、 $C^*$  力学系において、接合積上の余作用に関してスペクトルの概念を定義し、その性質を研究している。そして、この一つの結果として、 $C^*$  接合積が素であることと、もとの  $C^*$  環が素であることに、互いに対応があることを示している。

本研究は、 $W^*$  力学系、 $C^*$  力学系についていくつかの興味ある結果を与えたものであり、この理論に貢献するところ大きく、学位論文として価値あるものと認める。