



Title	船体板構造の効率的最終強度解析法の開発とその信頼性評価への適用に関する研究
Author(s)	正岡, 孝治
Citation	大阪大学, 1996, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3113075
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

船体板構造の効率的最終強度解析法の開発と
その信頼性評価への適用に関する研究

正岡孝治

平成8年1月

目次

1 緒論	19
1.1 船体構造設計における要求強度と信頼性評価	19
1.2 船体構造の最終強度解析とそれに基づく信頼性評価の研究の現状	22
1.3 本論文の目的と構成	25
2 実船の波浪荷重計測結果の解析	27
2.1 緒言	27
2.2 波浪荷重の長期分布の性質	28
2.3 短期波浪荷重のパラメータと海象の関係	28
2.4 極値分布に影響を与える諸要因	29
2.4.1 波浪応答のスペクトル	29
2.4.2 計測結果の処理方法の影響	35
2.4.3 計測中の海象, 航行条件の変化	45
2.4.4 考察	46
2.5 実船計測資料の解析	47
2.5.1 バルクキャリア, 自動車運搬船の計測資料	47
2.5.2 コンテナ船, 鉱石船の計測資料	47
2.6 結言	51
3 実船建造時の初期撓みの統計的特徴	53
3.1 緒言	53
3.2 初期撓みの計測方法	55

3.3	初期撓みの計測結果と統計的特徴	56
3.3.1	実船パネルの初期撓み	56
3.3.2	パネルの初期撓みの計測結果	58
3.3.3	標準的な初期撓み形状	61
3.3.4	種々の板厚による初期撓み量	62
3.3.5	初期撓み量の推定	63
3.4	結言	66
4	選択的固有関数を用いた効率的座屈強度解析法	67
4.1	緒言	67
4.2	解析理論	68
4.2.1	基礎方程式の導出	68
4.2.2	撓み級数	71
4.2.3	積分値	71
4.2.4	境界値	72
4.2.5	重調和級数を用いた解析法	78
4.2.6	選択的固有関数を用いた解析法	78
4.3	重調和級数を用いた場合の解析精度	83
4.3.1	重調和級数とベキ級数の座屈値の精度の比較	83
4.3.2	重調和級数の項数と座屈値の精度	86
4.4	選択的固有関数を用いた解法の解析例	90
4.4.1	単独荷重における座屈強度	90
4.4.2	周辺単純支持の矩形板パネルに圧縮と剪断が作用して座屈したときの座屈相関曲線	91
4.4.3	周辺固定の矩形板パネルに圧縮と剪断が作用して座屈したときの座屈相関曲線	92
4.4.4	面内曲げが作用して座屈したときの座屈相関曲線	93
4.5	結言	95
5	効率的最終強度解析法	97

5.1	緒言	97
5.2	解析理論	97
5.2.1	変位関数	98
5.2.2	選択的固有関数の適用法	99
5.2.3	歪	102
5.2.4	塑性の取り扱い	102
5.2.5	増分形の平衡方程式	103
5.3	矩形板の最終強度解析精度	105
5.3.1	積分の方法と積分点の数による精度	105
5.3.2	初期不整量を有する正方形板の圧縮強度	110
5.3.3	初期不整を有する正方形板の剪断強度	112
5.3.4	圧縮と剪断の組み合わせ荷重をうける矩形板の弾塑性強度	113
5.4	船体構造体モデルの最終強度解析への適用例	119
5.4.1	解析方法	119
5.4.2	純曲げをうける場合	125
5.4.3	曲げと剪断をうける場合	128
5.5	構造全体の大たわみを考慮した最終強度解析法	131
5.6	結言	134
6	船体上甲板および縦曲げ最終強度の信頼性評価	137
6.1	緒言	137
6.2	甲板パネルの圧壊強度に関する統計的性質と信頼性評価	138
6.2.1	計測したパネルの圧壊強度	139
6.2.2	圧壊強度に対するアスペクト比の影響	142
6.2.3	圧壊強度に対する溶接線の影響	145
6.2.4	甲板パネルの圧壊強度に関する統計的性質	150
6.3	構造最終強度の信頼性評価	155
6.3.1	確率分布	155
6.3.2	構造の統計量	157
6.3.3	外力の統計量	157

6.3.4	最終強度の統計量	159
6.3.5	信頼性解析	163
6.4	結言	170
7	結論	171

記号表

a : 矩形板の長さ

A : 横断面積

A_w : 垂直部材の領域の横断面積

A_i, B_i, C_i, D_i, p_i : 重調和級数を表現する係数

b : 矩形板の幅

C : 板の面内剛性 ($= Et/(1 - \nu^2)$)

C_1, C_2 : 修正係数

C_{w_0} : 初期撓みのばらつきによる項

C_{σ_Y} : 降伏応力のばらつきによる項

COV : 変動係数

D : 板の曲げ剛性 ($= Et^3/12(1 - \nu^2)$)

E : ヤング率

E_C : 圧縮力のみで座屈したときの座屈波形の固有関数

E_S : 剪断力のみで座屈したときの座屈波形の固有関数

F : 剪断力

F_U : 最終強度時の剪断力

F_Y : 全断面塑性剪断力

H : 波高

h : 形状パラメータ

$I_{ik}^{pq}, I_{ik}^b, J_{jl}^{pq}, J_{jl}^b$: 積分値

K : 座屈係数

M : 曲げモーメント

M_x, M_y, M_{xy} : 断面モーメント
 M_U : 最終強度時の曲げモーメント
 M_Y : 全断面塑性モーメント
 m_x : ピーク値の平均値
 m, n : フーリエ級数の項数
 N : 軸力
 n_0 : ゼロクロス回数
 n_c : 波浪応答の各計測におけるピーク値の数
 n_{+c} : 波浪応答の各計測における正のピーク値の数
 n_{cw} : 遭遇する海面のピーク値の数
 N_x, N_y, N_{xy} : 断面力
 N_Y : 全断面塑性力
 $P(\cdot)$: 確率密度関数
 $P_D(\cdot)$: 二重指数確率密度関数
 $P_N(\cdot)$: 正規確率密度関数
 $P_W(\cdot)$: ワイブル確率密度関数
 $P_e(\cdot)$: 極値分布関数
 $P_0(\cdot)$: ゼロクロス周期中の最大値の確率密度関数
 $P_+(\cdot)$: 正の最大値の確率密度関数
 P_t : 負の極大値の発現確率
 P_u : 圧壊強度
 P_Y : 全断面塑性強度
 p, q : 積分点の数
 $Q(\cdot)$: 確率分布関数
 $Q_D(\cdot)$: 二重指数確率分布関数
 $Q_N(\cdot)$: 正規確率分布関数
 $Q_W(\cdot)$: ワイブル確率分布関数
 R : 標準偏差
 $R_{1/3}$: 有義値
 R_{ms} : R.M.S. 値

$S(\cdot)$: ISSC スペクトル
 T : 波周期
 T_0 : ゼロクロス周期
 T_1 : 特性波周期
 T_c : ピーク間周期
 T_v : 目視波周期
 t : 板厚
 t_w : ロンジビームのウェブの板厚
 u, v : 変位
 $U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, V_4$: 節点変位
 U_C : 圧縮変位量
 U_S : 剪断変位量
 $\bar{u}$: 特性極値
 V : 剪断変位
 w : 板の撓み
 w_0, W_0 : 初期撓み
 W_C, W_S : 固有関数の撓み成分
 W_{ij} : 撓みのフーリエ級数の係数
 X : ランダム変動のピーク値
 $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$: 節点力
 X_i, Y_j : 撓み級数
 $Z(\cdot)$: 安全余裕
 Z_C, Z_S : 固有関数の成分に対応する力
 z_1, z_2, z_3 : 正規化されたランダム変数
 α : 矩形板のアスペクト比 (a/b)
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 信頼性感度
 α_e : 極値強度関数
 β : 信頼性指標
 $\Gamma(\cdot)$: ガンマ関数
 γ : オイラー定数 (0.577216...)

Γ_Y : 降伏条件式

Δ : 増分を表す

δ_Y : 塑性変位量

ε : バンド幅パラメータ

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$: 歪

η_0 : ゼロクロス周期 T_0 とピーク間周期 T_c の比

κ, κ' : 初期撓みの係数

$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$: 曲率

Λ : 固有値

λ_p : 細長比 $((b/t)\sqrt{\sigma_Y/E})$

λ : 尺度パラメータ

ν : ポアソン比

ρ : 相関係数

σ_x : x 方向の軸応力

σ_y : y 方向の軸応力

σ_x^b : x 方向の面内曲げ応力

σ_y^b : y 方向の面内曲げ応力

σ_b : 座屈応力

σ_Y : 降伏応力

σ_u : 圧壊応力

τ_{xy} : 剪断応力

$\{f\}$: 内力ベクトル

$\{N\}$: 断面力ベクトル

$\{P_A\}$: 力学的境界条件の節点力

$\{P_B\}$: 幾何学的境界条件の節点力

$\{U\}$: 節点変位ベクトル

$\{X\}$: 節点力ベクトル

$\{\delta_A\}$: 力学的境界条件の変位

$\{\delta_B\}$: 幾何学的境界条件の変位

$\{\varepsilon\}$: 歪ベクトル

$\{\Phi\}$: 塑性流れ則より得る値

$\{\Psi\}$: 不平衡量

$[B]$: 歪増分と節点変位増分を関係づけるマトリックス

$[D]$: 応力増分と歪み増分を関係づけるマトリックス

$[D^e]$: 弾性時の応力増分と歪み増分を関係づけるマトリックス

$[D^p]$: 塑性時の応力増分と歪み増分を関係づけるマトリックス

$[G]$: 変形勾配マトリックス

$[K_G]$: 初期応力マトリックス

$[K_L]$: 初期変位マトリックス

$[S]$: 応力マトリックス

$[T_W]$: 固有関数の係数マトリックス

$[T_x]$: 変換マトリックス

$\bar{x}$: x の無次元化量を意味する

x_{mean} : x の平均値を意味する

$x_{\text{S.D.}}$: x の標準偏差を意味する

表目次

2.1	Effect of ε on peak value distribution	35
2.2	Effect of ε on extremal distribution	38
2.3	Correction of C_1 and C_2 by selection of measured date (Ship A, Full Load, Web Frame Stress)	44
2.4	Effect of fitting range of $\bar{X}_e$ in estimation of regression line on correction factors C_1 and C_2	45
2.5	Change of correction factors caused by drifting of surface and ship conditions during measurement	46
2.6	Result of estimation of correction factors from records of measurements, Ship A (Pure Car Carrier)	48
2.7	Result of estimation of correction factors from records of measurements, Ship B (Bulk Carrier)	49
2.8	Estimated correction factors	50
4.1	p_{0i} and dp_i for both edges being clamped	74
4.2	Infinitesimal values dF_i and dH_i	75
4.3	p_{0i} and dp_i for being clamped—simply supported or simply supported—clamped	76
4.4	Compressive buckling strength of a square plate calculated by biharmonic series and power series for different boundary conditions ($K = \sigma_b/\sigma_e$)	85

4.5	Relations between accuracy of buckling strength and C.P.U. time for a simply supported rectangular plate under pure shear (aspect ratio is 4, $K = \sigma_b/\sigma_e$)	86
5.1	Buckling deflection coefficient ratios of rectangular plates sub- jected to compression or shear	100
5.2	Material properties of the steels	120
5.3	Stiffness and strength of each model	128
5.4	Ultimate strength when the structure is subjected to bending moment and shear force	131
6.1	Ultimate strengths of square plates ($\alpha = 1$)	143
6.2	Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 2$)	143
6.3	Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 3$)	143
6.4	Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 4$)	144
6.5	Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 5$)	144
6.6	Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 3 \sim 5$)	144
6.7	Ultimate pure bending moments ($F = 0$)	160
6.8	Ultimate bending moments under the combined action of bending moment and shearing force ($F = M/2L$, $L = 720[\text{mm}]$)	160
6.9	Ultimate bending moments under the combined action of bending moment and shearing force ($F = M/L$, $L = 720[\text{mm}]$)	161
6.10	Reliability of ultimate longitudinal strength (FOSM method, $L=720\text{mm}$)	168
6.11	Reliability of ultimate longitudinal strength (AFOSM method, $L=720[\text{mm}]$)	169

図目次

2.1	Parameter R of short-term wave-induced response of average wave period T	29
2.2	Weibull parameters of wave high distribution related to wave period of the North Atlantic Ocean (by Walden)	30
2.3	Weibull parameters of wave high distribution related to wave period of the North Pacific Ocean (by SR163)	30
2.4	Probability density function of random variable	32
2.5	Effect of band-width parameter ε on extremal distribution of random variables (n_c : number of elements of sample)	33
2.6	Effect of ε on correction factors C_1 and C_2	34
2.7	Model of random variable	35
2.8	Division of peak values into three groups, negative maximum, the largest value for one 0-cross cycle, and positive maximum excluding the above largest one. The number of each group is n_{-c} , n_0 and $(n_{+c} - n_0)$ respectively	36
2.9	Change of correction factors for a constant extremal distribution with supposed sample size n_c , n_{+c} or n_0	37
2.10	Reduction ratio $\eta_{+0}(\bar{X})$ estimated by simulation	39
2.11	Example of an abnormal extremal distribution of wave response measured under condition with very small nondimensional value.	43
3.1	Tanker deck (looking from bottom)	54
3.2	Measurement of deck initial deflection	55

3.3	Measuring instrument	55
3.4	Deck panel initial deflections	57
3.5	Panel co-ordinate system	58
3.6	Components of Fourier series	59
3.7	Correlation between $\bar{w}_{011}$ and $\bar{w}_{031}$	60
3.8	Standard shape of initial deflection	61
3.9	Comparison between $w_{0\max}$, w_{011} , and w_{0s}	63
3.10	Measured initial deflection (Destroyer)	64
3.11	Measured initial deflections including by others	64
3.12	κ -value for w_0/t in Eq. (3.5)	65
4.1	Dimensions and coordinate system of a rectangular plate and positive acting stresses.	69
4.2	1st, 2nd and 3rd mode deflection shapes of biharmonic series in the case of both edges clamped.	75
4.3	1st, 2nd and 3rd mode deflection shapes of biharmonic series in case where the left edge is clamped and the right edge is simply supported.	76
4.4	The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	79
4.5	Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	79
4.6	The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	79
4.7	Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	80
4.8	The lowest and second lowest buckling mode correlation curves of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	81

4.9	The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	81
4.10	Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)	82
4.11	Loading and boundary conditions of square plates	84
4.12	Buckling shape of a rectangular plate which is clamped along all edges and subjected to inplane bending (aspect ratio is 4.0). . .	88
4.13	Buckling shape of a rectangular plate which is simply supported along all edges and subjected to compression along the left and right edges and tension along the bottom and top edges (aspect ratio is 4.0).	88
4.14	Rectangular plates used for comparison of C.P.U time for 100 cases (simply supported along all edges and aspect ratio is 4.0).	89
4.15	Buckling correlation curves ($a/b = 5$, all edges are simply supported, subjected to compressive stress σ_y and shear stress τ_{xy})	91
4.16	Buckling correlation curves ($a/b = 5$, all edges are clamped, subjected to compressive stress σ_y and shear stress τ_{xy})	92
4.17	Buckling correlation curves ($a/b = 3$, all edges are simply supported, subjected to compressive stress σ_x and in-plane bending stress σ_x^b)	93
4.18	Buckling correlation curves ($a/b = 3$, all edges are simply supported, subjected to shear stress τ_{xy} and in-plane bending stress σ_x^b)	94
5.1	Rectangular plate subjected to compression and shear	98
5.2	The shapes of eigen functions	101
5.3	The locations of integration points	106
5.4	Load-displacement curves of square plates subjected to compression	107
5.5	Load-deflection curves of square plates subjected to compression	107
5.6	Load-displacement curves of square plate subjected to shear . .	109

5.7	Load-deflection curves of square plate subjected to shear	109
5.8	Load-displacement curves of square plates with initial deflection subjected to compression	110
5.9	Load-deflection curves of square plates with initial deflection sub- jected to compression	111
5.10	A model considered on welding residual stress	111
5.11	Load-displacement curves of square plate with initial deflection and welding residual stress subjected to compression	112
5.12	Load-deflection curves of square plate with initial deflection and welding residual stress subjected to compression	113
5.13	Square plate subjected to shear	114
5.14	Rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$)	115
5.15	Rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$)	116
5.16	Rectangular plate subjected to compression and shear propor- tionally ($a/b = 3$)	117
5.17	Rectangular plate subjected to compression at the first stage and shear at the second stage ($a/b = 3$)	118
5.18	Model MST	120
5.19	Calculated models	121
5.20	Displacements of hull girder subjected to bending moment and shear	123
5.21	Restrained conditions of caluculated models	124
5.22	Relation between curvatures and bending moments of MST model	126
5.23	Relation between curvatures and bending moments of MDT model	126
5.24	Relation between curvatures and bending moments of MSB model	127
5.25	Relation between curvatures and bending moments of MSC model	127

5.26 Relationship between shear forces and bending moments at ultimate strength ($L=720[\text{mm}]$)	130
5.27 Example box-column and applied load	131
5.28 Load-shortening curves of example box-column subjected to axial compression	132
5.29 Load-deflection curves of example box-column subjected to axial compression	133
6.1 Finite element model (1)	139
6.2 Ultimate strength of measured panel	140
6.3 Estimation of ultimate strength from initial deflection	141
6.4 Finite element model (2)	142
6.5 Ultimate strength against slenderness ratio λ_p	145
6.6 Ultimate strength against initial deflection w_0/t	146
6.7 In-plane displacement-load relation ($\alpha = 3$, $\lambda_p = 1.9$, $w_{0\max} = 0.2t$)	147
6.8 Plastic condition and deflection at ultimate strength (Case A : without welded line, $\alpha = 3$)	147
6.9 Plastic condition and deflection at ultimate strength (Case B : with welded line, $\alpha = 3$)	148
6.10 In-plane displacement-load relation ($\alpha = 4$, $\lambda_p = 1.9$, $w_{0\max} = 0.2t$)	148
6.11 Plastic condition and deflection at ultimate strength (Case C : without welded line, $\alpha = 4$)	149
6.12 Plastic condition and deflection at ultimate strength (Case D : with welded line, $\alpha = 4$)	149
6.13 Ultimate strength surface expressed by slenderness ratio λ_p and initial deflection w_0/t	150
6.14 Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$ in terms of $\bar{w}_0$	151
6.15 Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$ in terms of λ_p	151

6.16	Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$	153
6.17	Standard deviation of ultimate strength	154
6.18	Statistical ultimate strength	155
6.19	Assumed probability distribution of yield stress σ_Y (Weibull distribution)	158
6.20	Assumed probability distribution of initial deflection w_0/t (Weibull distribution)	158
6.21	Bilinear interpolation of ultimate strength M_U under yield stress σ_Y and initial deflection w_0	159
6.22	Ultimate strength subjected to pure bending moment against yield stress σ_Y	161
6.23	Ultimate strength subjected to pure bending moment against initial deflection w_0/t	162
6.24	Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under pure bending	164
6.25	Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under bending moment and shearing force ($F = M/2L$, $L = 720[\text{mm}]$)	165
6.26	Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under bending moment and shearing force ($F = M/L$, $L = 720[\text{mm}]$)	166

第 1 章

緒論

1.1 船体構造設計における要求強度と信頼性評価

船体構造設計の現状

船舶の経済性の要求はますます高くなりつつあり、船体構造の軽量化は重要な課題である。

計算機の使用環境の向上と、有限要素法による構造解析技術の発達により船体構造は年々着実に軽量化されている。他方、船体の軽量化がすすめられるとともに各部材の板厚が減少しており、船体の構成部材の外力に対する強度は安全余裕が小さくなってきている。船体構造のような不静定度の高い構造物においては、一般に部材が損傷しても構造全体としての残存強度が十分期待できる場合が多い。このような損傷機構に対して船体の軽量化をさらにめざすならば、例えば座屈許容設計の立場から部材の非線形挙動も考慮した設計法が必要になる。

一方で、社会的ニーズの多様化に伴い新形式の船舶あるいは海洋構造物が設計・建造されるようになってきている。そのような場合、構造物を短期間に設計する必要があるが、経験的なバックグラウンドがなく、ルールも十分整備されていないので解析を多用した Design by analysis が要求されるようになっている。

さらに未経験の構造の設計においては波浪荷重の推定や、塑性、座屈、疲労などを考慮した構造解析、そして、信頼性解析手法を導入した安全性評価が必要になる。設計の理想は船体構造システムを総合的に評価し、構造全体として均整の

とれたシステムを実現することである。

船体構造の最終強度

船の広い範囲の損傷や折損、それに伴う沈没等の最悪の事態は局部の塑性、座屈、あるいは疲労亀裂が初期損傷として現われる場合がほとんどである。

船体構造を設計するにあたっては弾性設計をベースとして局部損傷がおこらないように配慮するのも重要であるが、現実にはこれらの局部損傷は避けがたい。これらの損傷がどのような種類の大規模破壊すなわち最終強度に連なっているかを説明することは局部損傷の重要度を知る上でも不可欠である。その一方で船体の各モードに対する最終強度を知っておくことも重要である。

統計的解析

船舶が航行する海象は非常に不確定で確率的なものである。加えて、船体構造自体も、その構造部材の材料的な不確定性、工作精度の不確定性などをもっている。さらに、船の積みつけあるいは操船方法によっても船体構造がうける荷重は不確定であるし、船のおかれた環境あるいは保守の仕方により腐蝕衰耗の影響や軽微な局部損傷もうけ、それらも確率的なものである。

このように非常に多くの確率的な要因が存在するが船体の最終強度を推定するにあたっては厳密な解析はできないにしても確率的な要因を含めながら最終強度の信頼性解析を行なう必要がある。

最終強度の解析を行なうにあたって、まず、重要な構成要素であるパネルあるいは防撓板の弾塑性座屈荷重を正確に推定することが重要である。船殻を構成する防撓板は溶接により組み立てられるので初期撓みや溶接残留応力のような初期不整が存在する。パネルの圧壊最終強度はこれらの初期不整に敏感に反応して低下する。

信頼性設計の現状

船体構造強度を評価する基準は、船の種類や運航される航路、さらにはその時代の安全性や環境保護に対する考え方によって変化する。船舶の航路が指定

されても、波浪外力の変動性や構造材料特性、建造時の工作精度などの不確定性、構造設計時に予想されていない破損・破壊などの未解決の問題点に含まれる様々な因子が安全性評価に入り込んでくる。このような安全性は、船体構造の軽量化・保守、さらに運航性能などの経済性との微妙なバランスの中で確保されねばならない。このような複雑な要因を盛り込んだ新しい構造設計理念としての信頼性設計法を確立することは重要である。

船体構造の設計においては安全性基準を満足させるためにこれまで安全率を用いてきた。近年の構造信頼性工学の発達とともにこれまでの安全率の大小が必ずしも信頼性解析による安全性あるいは信頼性の大小と一致するとは限らないことが明らかになってきた。従って精度化が進んでいる信頼性工学にもとづく安全性評価のための新しい尺度を導入すべきであると考えられる。

しかし、船体の構造部材の重要度、あるいは許容応力や安全率の定量化に関する情報はほとんどなく、もっぱら経験に頼っているのが現状である。従って経験のない新構造船の設計にあたっては信頼性解析手法を取り入れた部材重要度の考え方は重要である。

船体強度解析トータルシステム

船体構造設計の本来の目的は、船舶がその使用期間中において機能を失うことなく安全に稼働させることにある。

たとえば、新機種や高技術船の開発を行なう場合、荷重計算から最終強度の挙動までを明確にする必要がある。一方では、在来船、高技術船ともに設計・開発に要する期間を短縮し、設計を加速するニーズも高くなっている。

これらの要望に応えるためには船体構造強度の総合評価システムを確立する必要がある。すなわち、まず、船体運動の加速度、変動圧力、曲げモーメント等を短期および長期予測し、荷重の確率分布を明確にし、構造解析に必要な高精度の荷重情報を集める必要がある。一方、静的荷重のもとでの高精度の船体荷重解析システムを確立する必要がある。さらに、船体構造強度算定システムとして、座屈・崩壊強度、疲労強度、不安定破壊などの現象を明確にし、これらを包含した構造解析システムを構築する必要がある。そして、これらのシステムを統合した

上で総合的に船体構造の健全性・信頼性を評価する必要がある。

1.2 船体構造の最終強度解析とそれに基づく信頼性評価の研究の現状

前節で、最終強度をもとにした船体構造の信頼性設計の現状について述べた。本節では、それらの背景になっている現在までの研究の成果について概説する。

まず、船体の最終強度を求めるためには、船体を構成する最小単位の部材の最終強度挙動を明確にする必要がある。船体は多くの板およびそれらが互いに防撓された構造になっており、最小構造単位の一つは矩形板パネルである。

矩形板の最終強度の解析

船体を構成する板の弾塑性座屈の研究は多くの研究者によってなされている。なかでも上田らは圧縮を受ける正方形板の最終強度に関して研究をはじめ [1], [2], 複雑な溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度の支配因子についても検討をしている [3], [4], [5], [6]。

藤田らは、より一般的な圧縮、剪断、水圧などの組合せ荷重を受ける平板の最終強度の解析法を提案している [7], [8], [9]。

大坪らは複合荷重をうける矩形板の最終強度を有限要素法によって検討している [10], [11]。

水圧を受ける場合の板の圧縮座屈については岡田らの一連の研究がある [12], [13], [14], [15], [16]。

また、矢尾らは繰り返し荷重を受ける船体構造の一部の板の繰り返し座屈に対する強度と亀裂発生条件について検討をおこなっている [17]。

防撓板の最終強度の解析

矩形板よりも大きな構造単位として防撓板が考えられる。防撓板の最終強度に関しても多くの研究者により検討が加えられている。

山本らの研究グループは防撓板の最終強度の解析をおこなっている [18], [19], [20], [21]. また藤田らは簡易解析法を導入して防撓板の弾塑性座屈解析法を提案している [22], [23].

上田らは防撓板の防撓材の剛性によって、最終強度に達する変形モードの違いに注目し、高い強度を得るための最小剛比について検討している [24], [25], [26].

西原らは防撓板の最終強度について検討をし、実験を通して実構造物への適用例を示した [27], [28], [29], [30].

また、遠藤らは防撓材の局部座屈も考慮した防撓板の最終強度の簡易推定法を示している [31], [32], [33].

C.S. Smith は軍用船の薄板防撓板の圧壊強度 [34] を、C.S. Smith, P.C. Davidson らは組み合わせ荷重を受ける防撓板の解析をおこなっている [35], [36], [37].

船体の最終強度の解析法

通常の船体構造が最終強度に達する過程では、構成部材に局部座屈、局部塑性が生じ、それが拡大して内力の再配分を生じながら最終強度に達する。最終強度解析を有限要素法に直接適用することは、現地点においても容易ではない。従って、この目的のために 1970 年代から多くの簡易的な方法が提案されている。

まず、上田らは船体構造を板、防撓板、梁柱、桁に分類し、それぞれの構造要素の最終強度までの非線形挙動を理想化し、それらを構造単位としてとらえて船体の最終強度を解析する理想化構造要素法を提案し船体構造の最終強度を解析している [38], [39], [40], [41].

さらに薄板パネルの座屈を許容した設計とその設計基準の検討も行なっている [42], [43].

Paik らは上田, S.M.H. Rashed らと共同研究した成果を用いこの理想化構造要素法を船体の縦強度解析に適用している [44], [45], [46], [47], [48].

矢尾らは簡易解析法を提案し船体の縦最終強度解析をおこなっている [49], [50], [51].

Y. Bay らも船体の崩壊解析 [52], また、Y. Chen, L.M. Kutt らも船体の最終

強度の解析をおこなっている [53], [54]. P.T. Pedersen は座礁時のハルガーダーの強度について検討をしている [52].

J.A. Faulkner らは実船の損傷を例にとり最終強度の検討をおこなっている [55].

波浪荷重の推定法

船体構造の設計では、波浪荷重の長期分布の形状および遭遇する最大波浪荷重の値の予測を行わなければならない。

真能らは海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について検討をおこなっている [56], [57], [58], [59]. さらに船体縦強度解析における荷重の確率変数としての特性について検討をしている [60], [61], [62], [63].

河辺らは実船が遭遇する海象について [64], [65], [66], また、真能らは波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について検討している [67], [68], [69]. 福田らも波浪中船体応力長期予測について検討をおこなっている [70], [71], [72].

より安全性の高い船体構造を設計する上で波浪情報に関するデータベースを整備する必要がある [73], [74]. 実船の計測例には湯浅らの報告がある [75], [76], [77].

また、船体の縦最終強度を考える上でスラミングを考えることは重要であり山本らによって詳しく検討がなされている [78], [79].

トータルシステム

船体の構造をより合理的に解析するためには波浪の性質、船体の運動、構造応答などから構成されるトータルシステムが必要である。

永元らは、波浪中船体強度解析について検討をしている [80]. 秋田らは船体縦強度解析に関して [81], [82], さらに、船体横強度に関してもトータルシステムを構築している [83].

信頼性解析手法

秋田は船体強度の信頼性解析について先駆的な研究をおこなっている [84], [85], [86], [87], [88], [89].

また, 岸らは骨組構造の最適信頼性設計について [90], 岡田らは骨組構造の確率的塑性崩壊解析をおこなっている [91], [92]. 室津らは半没水型双胴船に構造信頼性評価を適用している [93]. 岡田らは立体薄板構造の崩壊モード解析に基づく信頼性評価手法を提案している [94], [95].

1.3 本論文の目的と構成

本論文の目的は船体構造の局部あるいは全体の効率的最終強度解析法の開発と, それをもとにした信頼性解析法の展開である. このようなシステムの開発には多くの未解決の問題がある. 本研究では, 一連のシステム構成の主要部分のいくつかの課題について研究を行なった. すなわち, 短期波浪を計測し, 海象の不確定因子の統計的性質を明確にした. 他方, 船体の建造時に生じる溶接初期不整は不可避であり, その最終強度におよぼす影響は大きいので, 多くの船舶の板パネルの実測により溶接初期不整の不確定性を調査した. さらに, 船体の局部および全体の最終強度解析のための極めて有効な非線形矩形板要素を開発し信頼性解析に適用した. このような研究成果をまとめた本論文の構成は次のようになっている.

まず, 第1章では1.1節で船体構造解析とその信頼性評価への適用の現状を述べ, 続いて1.2節ではこのような現状の背景になっている研究の文献調査を記述した.

第2章では, 実船の波浪荷重特性について検討をおこなう. 波浪応答の極値分布の特性を解明し, これを基として最大値を推定する方法を導き, 実測例から求められる波浪応答の極値分布が, 極値統計理論から導かれる分布とは若干異なる二重指数分布に従う理由について説明する.

第3章では船体甲板の初期撓みを計測しその統計的性質を整理した. 溶接線が通っていないパネルに比べて溶接線の通っているパネルの初期撓み形状が複

雑であることについて述べる.

第 4 章では矩形板の各辺が固定または単純支持の組み合わせで 2 方向の圧縮, 剪断, 2 方向の面内曲げが作用する場合の座屈応力を精度よく求める方法を述べる. 矩形板の座屈値を求めるために仮想仕事の原理から導かれる基礎方程式をもとに, 一般固有値問題としてマトリックスを作成して解く. 本解析法による座屈問題の解析結果の精度は撓み級数の項数に依存し項数が少ないと精度が悪くなり, 項数が多いと精度はよくなるが計算時間を要する. これに対して撓み級数の項と項数を選定することによって高精度かつ効率的に座屈応力値が求まることを示す. 次に, 矩形板の解析法をさらに簡便にする方法として, 選択的固有関数の導入による解法を展開した. 対象を矩形平板の座屈荷重の推定にしぼり, 種々の荷重の組合せや支持条件に合わせた選択的固有関数を用いることにより, より効率的に解析できる解法を示す. この方法では, 少ないパラメータで座屈荷重を精度よく求めることができることを示す.

第 5 章では大撓みに第 4 章で述べた選択的固有関数を用い, 塑性に関しては数値積分点での断面降伏条件を適用する新しい解析法を提案し, これをもとにした座屈, 塑性の非線形挙動解析に対する新しい矩形板要素を開発した. この要素を用いると初期撓みや溶接残留応力のような初期不整を有する板の最終強度解析も効率的に精度よく解析することができる. さらに, いくつかの例題をとおして本方法の有用性を示す.

第 6 章では, まず第 3 章でとりあげた矩形板パネルの初期撓みの統計量を使って, 通常の船舶の矩形板パネルの圧壊強度の統計的性質を調べた. さらに第 2 章の波浪外力の統計量と第 3 章での矩形板パネルの初期不整の統計的性質を考慮して第 5 章で展開した効率的解析法を適用して信頼性工学の手法を取り入れ船体構造の最終強度の信頼性解析を行なう. 第 5 章で開発した要素を用いると簡潔に最終強度を解析することができるので信頼性評価にも簡単に問題を適用することができる.

第 2 章

実船の波浪荷重計測結果の解析

2.1 緒言

船が海洋波中を航行するとき、船体には波浪により誘起される曲げモーメント、剪断力等のくり返し荷重がはたらく。これらは総称して波浪荷重とよばれている。海洋波の不規則性により、波浪荷重もまた不規則な変動量となり、その取り扱い確率的なものとなる。

現在では、短期不規則波浪海面中の波浪荷重のエネルギー Spektral は、線形重ね合わせの理論より、波 Spektral と船体応答関数から計算できる。また、船の生涯にわたる長期の波浪荷重の発現頻度分布、すなわち波浪荷重の長期分布は、短期不規則応答と長期の波浪の観測資料と組み合わせて波浪荷重を統計的に予測する方法がとられている [96]。

波浪応答の実船計測結果から、その長期分布における最大値を推定するのに、極値統計理論を適用する方法が、多くの研究者によって提案されている [97], [98], [99]。

本章では、波浪応答の極値分布の特性を解明し、これを基として最大値を推定する方法を導く。実測例から求められる波浪応答の極値分布が、極値統計理論から導かれる分布とは若干異なる二重指数分布に従う理由について説明する。

2.2 波浪荷重の長期分布の性質

波浪荷重の長期分布は、それぞれが定常変動である短期分布の集合で与えられる。各短期分布は波浪荷重のスペクトルが狭帯域の特性を示し、その任意の変動量の分布は平均値 0、標準偏差 R の正規分布で近似できる。波浪応答の極大値 X の分布は、 R をパラメータとするレーレー分布で近似できる。

確率密度関数： $P(X)$

$$P(X) = \frac{X}{R} \exp\left(-\frac{X^2}{2R^2}\right).$$

超過確率：極大値が X を越える確率 $Q(X|R)$

$$Q(X) = \exp\left(-\frac{X^2}{2R^2}\right) \quad (2.1)$$

波浪荷重の長期分布において、 R の分布が与えられ、その確率密度関数を $P(R)$ とすると、ピーク値が X を越える確率 $Q(X)$ は式 (2.2) となる。

$$Q(X) = \int Q(X|R)P(R)dR \quad (2.2)$$

ここで、式 (2.1) は X の値が大きいとき、 R の値も同様に大きいときしか有意な値を持たない。よって、式 (2.2) において、通常問題となる波浪荷重 X が大きい範囲では R が大きい値をとる部分、つまり R の分布の裾の部分に最も影響を与える。

2.3 短期波浪荷重のパラメータと海象の関係

R の値を決める要因として、船の長さ、幅等の形状要因と船が航行する海面状態（波の高さ、波周期など）の要因に分けられる。ここでは R の値と海洋波の関係について考える。線形波浪応答荷重では、 R は波高に比例し、Fig. 2.1 のように波周期の関数になる。

一方、波高の頻度分布を波周期毎に整理すると、一般にその頻度分布は対数正規分布、またはワイブル分布で近似することができる。ここではワイブル分布

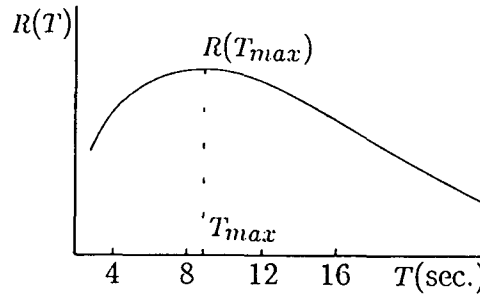


Fig. 2.1 Parameter R of short-term wave-induced response of average wave period T

にしたがうものとし、波周期 T のとき、波高 H を越える超過確率 $Q(H|T)$ を式 (2.3) で表す。

$$Q(H|T) = \exp\left\{-\left(\frac{H}{\lambda}\right)^h\right\} \quad (2.3)$$

λ : 尺度パラメータ (波周期の関数)

h : 形状パラメータ (波周期の関数)

波周期が一定値なら R は波高に比例するので、その分布も同様にワイブル分布となり、式 (2.4) で表すことができる。

$$Q(R|T) = \exp\left\{-\left(\frac{R}{\lambda}\right)^h\right\} \quad (2.4)$$

波周期 T による波高頻度のワイブル分布パラメータを Fig. 2.2 と Fig. 2.3 にしめす。Fig. 2.2 は北大西洋における波周期別波高頻度のワイブル分布パラメータであり、Fig. 2.3 は北太平洋におけるものである。

2.4 極値分布に影響を与える諸要因

以上、波浪の長期分布と短期分布の関係について述べた。本章では実測された波浪応答の短期分布の整理を行ない、その性質について調べる。

2.4.1 波浪応答のスペクトル

実船計測結果から波浪応答の極値分布を求めた場合、その分布はそれぞれ二重指数分布に従うが、応答の種類によって異なるとも見られる結果が得られた。

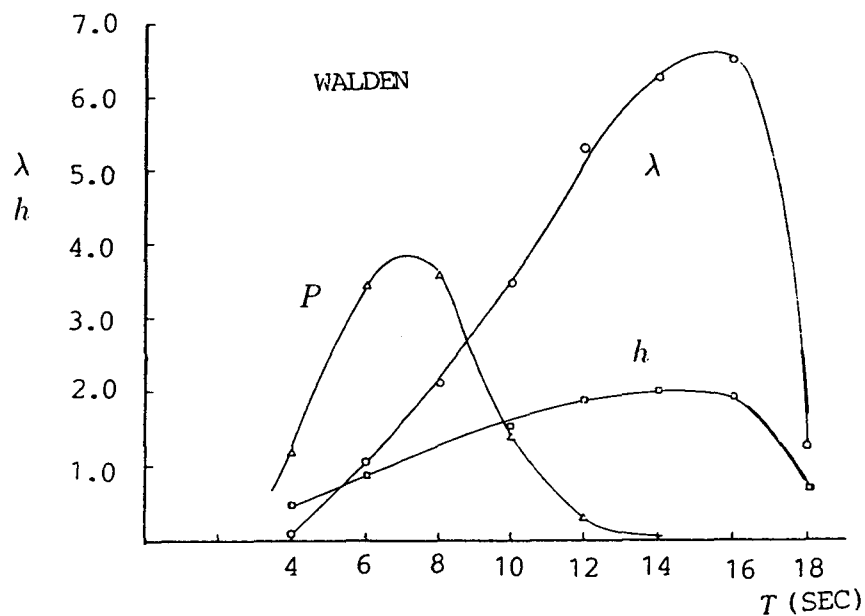


Fig. 2.2 Weibull parameters of wave height distribution related to wave period of the North Atlantic Ocean (by Walden)

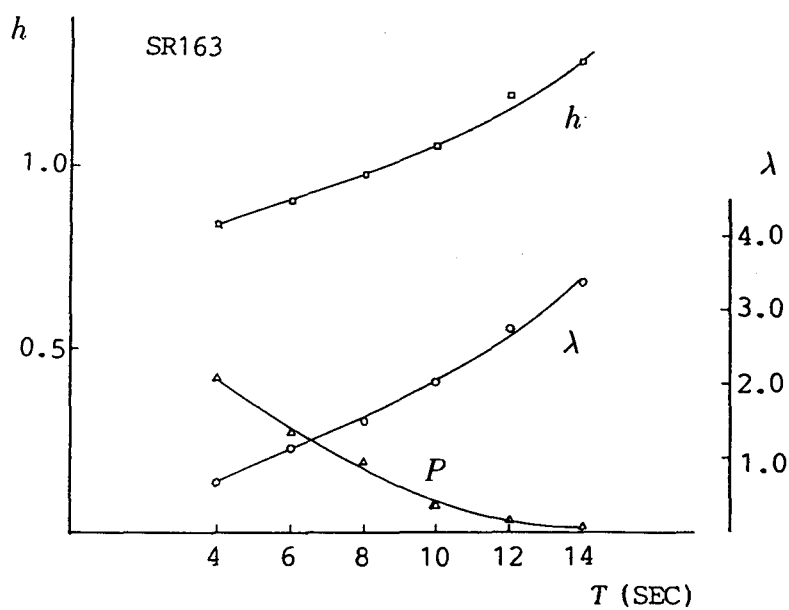


Fig. 2.3 Weibull parameters of wave height distribution related to wave period of the North Pacific Ocean (by SR163)

そのような現象があるとする、応答の差はそのスペクトルの差とみられるので、スペクトルの差が極値分布にどのような影響を与えるかについて検討する。

波浪応答のスペクトルは、式 (2.5) で与えられるバンド幅パラメータ ε で分類すると、 ε が 0 に近いものから 1 に近いものまで含まれている [100]。

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}. \quad (2.5)$$

ここで、 m_i はスペクトルの原点まわりの i 次モーメントである。

応答のピーク値 (極大または極小値) 分布を統計的に処理する場合は、バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のときの分布であるレーレー (Rayleigh) 分布で近似できるとされている。極値分布においても、この近似がなりたつかどうかについて、検討する必要がある。

ε が任意の値のときの、ランダム変動のピーク値 X の分布の確率密度関数 $P(X)$ は式 (2.6) で与えられる。

$$P(X) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}R} \exp\left(-\frac{X^2}{2R^2\varepsilon^2}\right) + \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{R^2} X \exp\left(-\frac{X^2}{2R^2}\right) \int_{-\infty}^{f_\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz. \quad (2.6)$$

ここで、 $f_\varepsilon = (X/R)\sqrt{(1-\varepsilon^2)/\varepsilon^2}$ 、 R^2 はランダム変動の瞬時値の分布であり、 m_0 に等しい。

実船計測では、海面状態、船の航行条件は計測毎に異なるから、任意の計測 i のときの応答の標準偏差 R_i と、他の任意の計測のときの応答の標準偏差は異なり、 X の分布も異なる。しかし、 X を R で無次元化したピーク値 $\bar{X}$ をとると、 ε が等しいときは同一分布に従う。

$$P(\bar{X}) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{X}^2}{2\varepsilon^2}\right) + \sqrt{1-\varepsilon^2} \bar{X} \exp\left(-\frac{\bar{X}^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\bar{f}_\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz. \quad (2.7)$$

ここで、 $\bar{X} = X/R$ 、 $\bar{f}_\varepsilon = \bar{X}\sqrt{(1-\varepsilon^2)/\varepsilon^2}$ 。

式 (2.6) の $P(X)$ と式 (2.7) の $P(\bar{X})$ はバンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のときはレーレー分布に、 $\varepsilon = 1$ のときは正規分布になる。Fig. 2.4 に ε の変化による $P(\bar{X})$ の分布形状を示す。

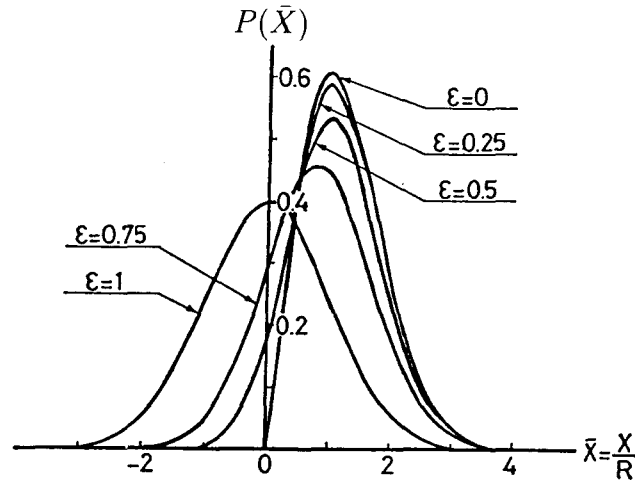


Fig. 2.4 Probability density function of random variable

波浪応答の各計測におけるピーク値の数が n_c であるとする、その最大値 $\bar{X}_e$ (または、最小値、以下最小値は省略する) の分布は $P(\bar{X})$ が式 (2.7) で与えられる母集団から n_c 個の標本を取り出したときの、その最大値の分布に一致する。その極値分布関数 $P_e(\bar{X}_e)$ の厳正分布、および漸近分布 ($P(\bar{X})$ の特性から、正規分布、ワイブル分布と同一型となる) は式 (2.8) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_e(\bar{X}_e) &= \{P(\bar{X}_e)\}^{n_c} && \text{(厳正分布)} \\ P_e(\bar{X}_e) &= \exp[-\exp\{-\alpha_e(\bar{X}_e - \bar{u})\}] && \text{(漸近分布)} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

ここで、 $P(\bar{X})$ はピーク値の確率分布関数であり、 $\bar{u}$ は標本の大きさ n_c に対応する特性極値である。

$$\int_{\bar{u}}^{\infty} P(\bar{X}) d\bar{x} = 1/n_c$$

また、 $\alpha_e = n_c P(\bar{u})$ は極値強度関数である。

Fig. 2.5 に $n_c = 250$ の場合の極値分布 (漸近分布) を極値確率紙上に記入して示す。バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0.9$ 近くまでは、分布は $\varepsilon = 0$ の場合と差はほとんどないが、0.9 付近から急激に差が顕著となる。

$\varepsilon = 0$ の場合は、漸近分布は次のようになる。

$$P_e(\bar{X}_e) = \exp[-\exp\{-\sqrt{2}f_n(\bar{X}_e - \sqrt{2}f_n)\}] \quad (2.9)$$

ここで、 $f_n = \sqrt{\ln n_c}$ 。

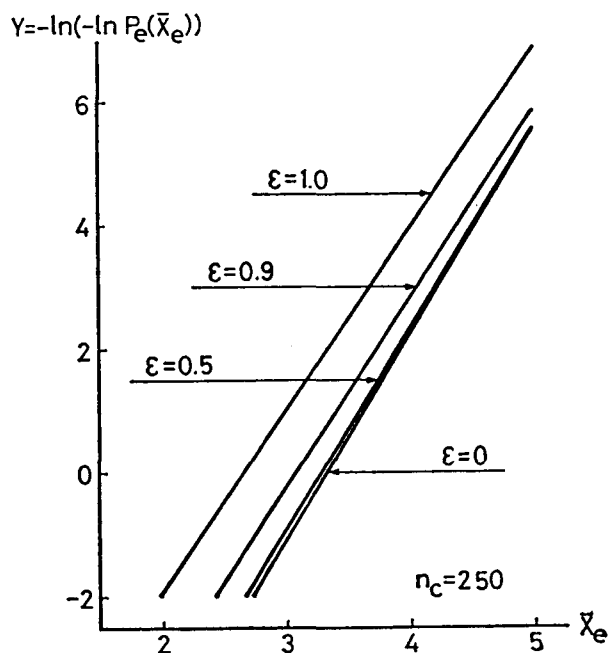


Fig. 2.5 Effect of band-width parameter ε on extremal distribution of random variables (n_c : number of elements of sample)

式 (2.9) を基準として, 実測極値分布を式 (2.10) で表すことができる.

$$P_e(\bar{X}_e) = \exp[-\exp\{-\sqrt{2}C_1f_n(\bar{X}_e - C_2\sqrt{2}f_n)\}] \quad (2.10)$$

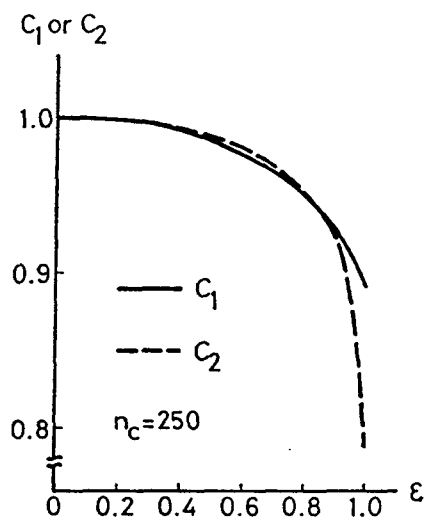
ここで, C_1, C_2 は修正係数である.

修正係数 C_1, C_2 は式 (2.8) と式 (2.10) から求められる.

$$C_1 = \alpha_e/\sqrt{2}f_n, \quad C_2 = \bar{u}/\sqrt{2}f_n. \quad (2.11)$$

Fig. 2.5の極値分布から修正係数を求めた結果を図示すると Fig. 2.6のようになり, バンド幅パラメータ $\varepsilon = 1$ 付近を除くと, C_1, C_2 はともに 1 とみても大きな誤差はない. これから極値分布もレーレー分布で近似できることがわかる.

ところで, 無次元化の母数として $\sqrt{2}R$ を採用する場合もあり, このときの母数の影響について述べる. 一般に X をある統計値 k_1R で無次元化した値 $\bar{X}_1$ を対象とすると,

Fig. 2.6 Effect of ε on correction factors C_1 and C_2

$$P_{e1}(\bar{X}_{e1}) = \exp[-\exp\{\alpha_{e1}(\bar{X}_{e1} - \bar{u}_1)\}]. \quad (2.12)$$

ここで, $\bar{X}_1 = \bar{X}/k_1$, $\alpha_{e1} = \alpha_e/k_1$, $\bar{u}_1 = \bar{u}/k_1$ である.

バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ の場合の $P_{e1}(\bar{X}_{e1})$ は,

$$P_{e1}(\bar{X}_{e1}) = \exp[-\exp\{\sqrt{2}f_n k_1(\bar{X}_{e1} - \sqrt{2}f_n/k_1)\}] \quad (2.13)$$

同様に, 式 (2.10) は

$$P_{e1}(\bar{X}_{e1}) = \exp[-\exp\{\sqrt{2}C_1 f_n k_1(\bar{X}_{e1} - C_2 \sqrt{2}f_n/k_1)\}] \quad (2.14)$$

式 (2.14) から, C_1 , C_2 を求めると,

$$C_1 = k_1 \alpha_{e1} / \sqrt{2}f_n, \quad C_2 = k_1 \bar{u}_1 / \sqrt{2}f_n. \quad (2.15)$$

α_{e1} と α_e , $\bar{u}_1$ と $\bar{u}$ の関係から, C_1 , C_2 は k_1 の値に影響されない. よって, 母数に $\sqrt{2}R$ を採用しても修正係数の値 C_1 , C_2 は変わらない.

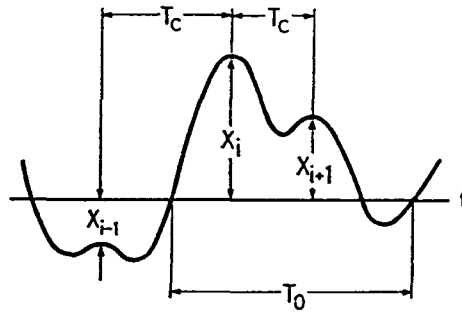


Fig. 2.7 Model of random variable

Table 2.1 Effect of ε on peak value distribution

ε	0	0.25	0.5	0.75	0.9	1.0
P_t	0	0.016	0.067	0.169	0.282	0.500
$m_{\bar{x}}/R$	1.253	1.235	1.183	1.089	0.990	0.798
R_{ms}/R	$\sqrt{2}$	1.403	1.366	1.289	1.198	1.000
$R_{1/3}/R$	2.002	1.994	1.963	1.884	1.773	1.499

2.4.2 計測結果の処理方法の影響

負の極大値 (正の極小値) を除外する影響

Fig. 2.7は波浪応答のようなランダム変動をモデル化して示したもので、ピーク値として極大値を例にあげるなら、その中には X_{i-1} のような負の極大値、 X_i のようなゼロクロス周期中の最大値、 X_{i+1} のような X_i より小さい正の極大値が含まれる。

X_{i-1} のような負の極大値 (または正の極小値、以下極小値は省略する。) の発現確率 P_t は次式から求められる。

$$\begin{aligned}
 P_t &= \int_{-\infty}^0 P(\bar{X}) d\bar{X} \\
 &= 0.5\varepsilon^2 + \sqrt{1-\varepsilon^2} \int_{-\infty}^0 \bar{X} \exp\left(-\frac{\bar{X}^2}{2}\right) \left\{ \int_{-\infty}^{\bar{X}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \right\} d\bar{X}. \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Table 2.1に ε の変化に伴う P_t と各母数の変化を示す。 P_t はバンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ では0であるが、 ε とともに増加し、 $\varepsilon = 1$ では0.5になる。

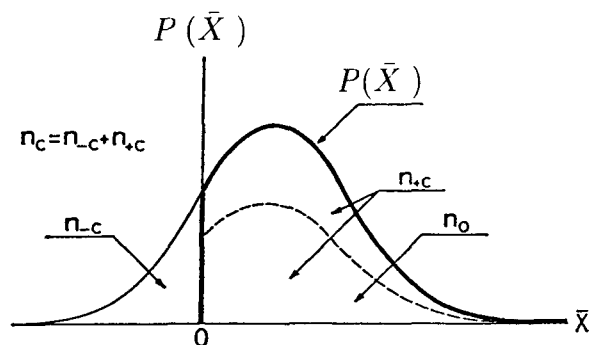


Fig. 2.8 Division of peak values into three groups, negative maximum, the largest value for one 0-cross cycle, and positive maximum excluding the above largest one. The number of each group is n_{-c} , n_0 and $(n_{+c} - n_0)$ respectively

実測結果を負の極大値を除外する処理をした場合、それから求められるピーク値分布は、Fig. 2.8に太い実線で示した部分の分布を求めたこととなる。したがって、その確率密度関数 $P_+(\bar{X})$ は式 (2.17) になる。

$$P_+(\bar{X}) = \frac{1}{1 - P_t} P(\bar{X}), \quad (\bar{X} > 0) \quad (2.17)$$

この場合、ピーク値の平均値 $m_{\bar{x}}$, R.M.S. 値 R_{ms} , 有義値 $R_{1/3}$ 等の統計値は、それぞれ式 (2.18) で求められる。

$$\begin{aligned} m_{\bar{x}} &= \int_0^{\infty} \bar{X} P_+(\bar{X}) d\bar{X}, \\ R_{ms}^2 &= \int_0^{\infty} \bar{X}^2 P_+(\bar{X}) d\bar{X}, \\ R_{1/3} &= \int_{\bar{X}_s}^{\infty} \bar{X} P_+(\bar{X}) d\bar{X}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここで、 $\bar{X}_s$ は $\int_{\bar{X}_s}^{\infty} P_+(\bar{X}) d\bar{X} = 1/3$ に対応する $\bar{X}$ の値である。

Table 2.1に、これらの統計値も示す。ここで重要なことは、これらの値は安定した値ではなく、 ε に応じて相当値が変動することで、 X の無次元化の母数としてこれらの統計値を選ぶことは、波浪応答の ε には種々の値が含まれるから、解析結果の信頼度を低下させる原因となる。また、種々の変換に際して統計値間の関係を、バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のときの値に固定して換算するのも、同様に解析結果の信頼度を低下させる原因になる。

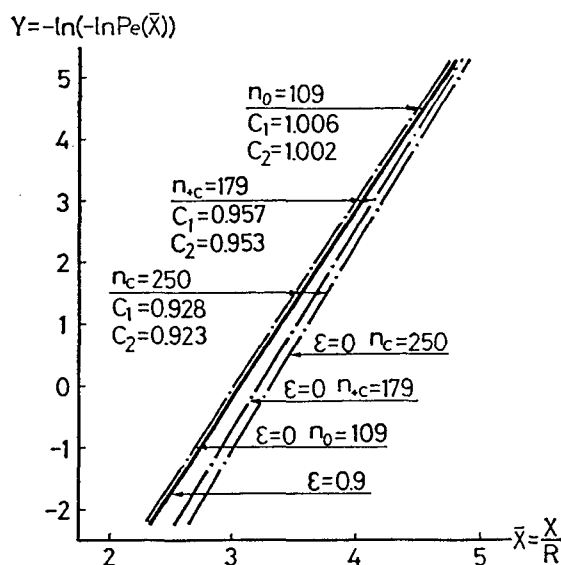


Fig. 2.9 Change of correction factors for a constant extremal distribution with supposed sample size n_c , n_{+c} or n_0

Fig. 2.8の太い実線で示される部分のピーク値の数を n_{+c} とすると、実測結果から得られる極値分布は、確率密度関数が $P_+(\bar{X})$ で与えられる母集団から、各 n_{+c} 個の標本を取り出したときの極値分布であるとみることができる。この場合は、

$$n_{+c} = (1 - P_t)n_c. \quad (2.19)$$

また、特性極値 $\bar{u}$ は標本の大きさ n_{+c} に対応する値であり、 $P_+(\bar{X})$ と $P(\bar{X})$ の間には式 (2.17) の関係があることを考慮すると、漸近分布のパラメータ $\bar{u}$ および α_e は式 (2.8) の値と一致する。したがって、極値分布は式 (2.8) と同一となる。負の極大値は無視しても、求められる極値分布は変化しない。

しかし、 C_1, C_2 は標本数が n_c から n_{+c} に減少するために値が増加する。極値分布が変化しないのに、 C_1, C_2 が変化する理由を、バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0.9$ の場合を例にとって説明したのが、Fig. 2.9である。極値分布は一定 (図の実線) であるが、基準となる極値分布は、標本数によって変化するため、修正係数が変化する。

$n_c = 250$ の場合の n_{+c} , それに対応する C_1, C_2 の値を Table 2.2 に示す。 n_{+c} は ε が 1 に近くなるほど顕著に減少するが、 ε の値に関係なく C_1, C_2 はほぼ 1 と

Table 2.2 Effect of ε on extremal distribution

ε		0	0.25	0.50	0.75	0.90	1
n_c		250	250	250	250	250	250
n_{+c}		250	246	233	208	179	125
n_0		250	242	216	165	109	—
n_c	C_1	1	0.997	0.983	0.960	0.928	0.891
	C_2	1	0.997	0.987	0.962	0.923	0.798
n_{+c}	C_1	1	0.998	0.989	0.976	0.957	0.953
	C_2	1	0.999	0.994	0.979	0.953	0.853
n_0	C_1	1	1.000	0.996	0.998	1.006	—
	C_2	1	1.000	1.001	1.000	1.002	—

みなせる.

ゼロクロス周期間の最大(小) 値以外は除外する影響

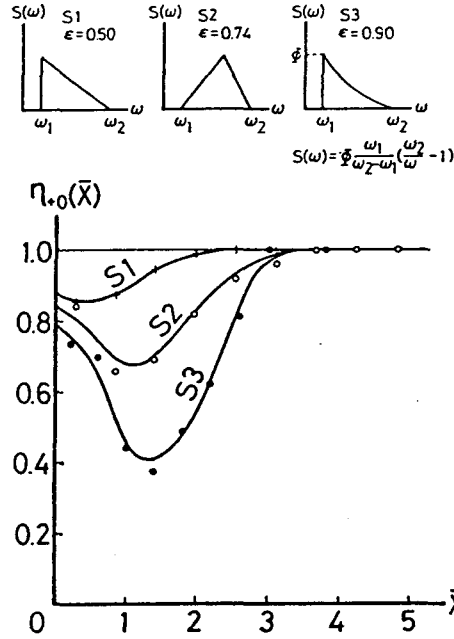
計測結果の処理として, ピーク値としては Fig. 2.7に X_i で示した, ゼロクロス周期中の最大(小) 値のみをとる場合も少なくない. これは Fig. 2.8に破線で示した n_0 個のピーク値を対象とすることとなる. 一定の時間中に観測される n_0 と n_c は, それぞれ Fig. 2.7に示したゼロクロス周期 T_0 およびピーク間周期 T_c の逆数に比例し, T_0 および T_c はそれぞれ次式で与えられるから, 両者の比 η_0 は求められる.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}, \quad T_c = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{m_4}}. \quad (2.20)$$

$$\eta_0 = \frac{n_0}{n_c} = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_0 m_4}} = \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (2.21)$$

同様,

$$\eta_{+0} = \frac{n_0}{n_{+c}} = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{1 - P_t}. \quad (2.22)$$

Fig. 2.10 Reduction ratio $\eta_{+0}(\bar{X})$ estimated by simulation

この場合の実測ピーク値分布は、Fig. 2.8に破線で示した部分の分布に対応する。図中の破線と実線の値の比は $\bar{X}$ の関数となるので、これを $\eta_{+0}(\bar{X})$ とすると、ゼロクロス周期中の最大値の確率密度関数 $P_0(\bar{X})$ は次式で与えられる。

$$P_0(\bar{X}) = P_+(\bar{X})\eta_{+0}(\bar{X}). \quad (2.23)$$

ここで、 ε が0.5以上になる種々のスペクトルを想定し、シミュレーションによって $\eta_{+0}(\bar{X})$ を求めた。Fig. 2.10にその結果を示す。 $\eta_{+0}(\bar{X})$ は $\bar{X}$ がある値以上になると1となる。この限界の $\bar{X}$ が $\bar{u}$ より小さいときは、前記の負の極大値を求めた n_c の標本に対する極値分布と、それを除いた n_{+c} の標本に対するそれが一致するのと同じ理由で、 n_0 の標本の極値分布も、上記の極値分布と同一のものとなる。したがって、この場合もレーレー分布の極値分布で近似することができる。ただし、 C_1 、 C_2 は標本数が異なるので値は変化する。

上記の $\bar{X}$ の限界値と $\bar{u}$ が最も接近するバンド幅パラメータ $\varepsilon = 0.9$ の場合は、 $P_+(\bar{X})$ を対象に、 $n_{+c} = 109$ と仮定したときの $\bar{u}$ は約2.92となる。シミュレーションによる $\eta_{+0}(\bar{X})$ は標本分布に相当するばらつきがあり、正確には求めにくい。が、 $P_0(\bar{X})$ の特性からみて若干2.92より大きな値となる。この場合の $\eta_{+0}(\bar{X})$

は1に極めて近く、 $\varepsilon = 0.9$ でも極値分布に影響はほとんどない。同表の C_1, C_2 の値は、 $\eta_0(\bar{X})$ を1としたときの値である。 ε が0.9より小さいときは、 $\bar{u}$ は $\eta_{+0}(\bar{X})$ が1の領域内にある。

以上を総合して、そのスペクトルの ε が0ではない波浪応答の極値分布は、バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のとき、すなわちレーレー分布のときの極値分布とは異なる二重指数分布で近似できる。しかし、この極値分布とレーレー分布の差は極めて小さく、これをレーレー分布の極値分布で近似しても大きな誤差は生じない。特にレーレー分布の極値分布で標本数を式(2.21)で与えられる n_0 とした分布は、完全に一致するとみてよいほど近いものとなる。

なお、ピーク値としてはいろいろのとり方があがるが、どのようにとっても、得られる極値分布は同一のものとなる。

標本数 n_c の推定

任意の応答の短期計測における最大値は、これを n_c 個の全極大値中の最大値とみても、 n_{+c} 個の正の極大値中の最大値とみても、あるいは n_0 個のゼロクロス周期中の最大値とみても、得られる極値分布は同一となるなら、修正係数の変動の少ない n_0 個の標本中の最大値とみるのが簡単である。

しかし、 n_0 はその基となる T_0 の値が、応答の値が全体に低いときは精度が低下する。同じ問題は T_c においても生じる。 T_0, T_c の精度に問題があるときは、 n_c を海象から求める方法が提案できる。

応答の各ピーク値は、近似的に船が遭遇する波面の各ピーク値に対応するとすると、 n_c は波面のそれから推定できる。

波面のスペクトルはISSCスペクトルで与えられると仮定すると、同スペクトル $S(\omega)$ は、

$$S(\omega) = a_1 \omega^{-5} \exp(-a_2 \omega^{-4}) \quad (2.24)$$

ここで、 a_1, a_2 は係数。

係数 a_1, a_2 は目視観測波高は有義波高に、目視波周期 T_v は式(2.25)で与えられる特性波周期 T_1 に、それぞれ一致するとして定められる。

$$T_v = T_1 \equiv \frac{2\pi m_0}{m_1} \quad (2.25)$$

式 (2.5) と式 (2.20) と式 (2.25) から、スペクトルの ε , および T_v , T_0 , T_c 等を求めると、次のようになる.

$$\varepsilon = 0.603$$

$$T_0 : T_v : T_c = 1.172 : 1 : 0.935 \quad (2.26)$$

以上から、目視波周期 T_v の海面で、 T_m 分間の応答の計測が実施されたとすると、遭遇する海面のピーク値の数 n_{cw} は、式 (2.27) より求められる.

$$n_{cw} = \frac{60T_m}{0.937T_v} \quad (2.27)$$

ここで、 T_v の単位は秒である.

船が向い波で航行するときは n_{cw} はこれより大となり、追い波のときはこれより小となる. 結局 n_{cw} は式 (2.27) で求められる値を中心に、ある範囲に分布すると考えられる.

以上から、平均波周期が 6~8 秒の海域で 30 分の計測結果では、 n_c は Table 2.2 の値を中心に分布すると推定される. n_{+c} , n_0 は式 (2.19) と式 (2.21) から求めた. T_m , T_v が異なるときは式 (2.27) から数値を求めればよい.

無次元化パラメータの影響

すでに述べたように、ランダム変動を記述する統計値として、安定したものは R である. したがって、ピーク値 X を無次元化する統計値としては、 R が最適といえる. しかし、無次元化の母数として m_x , R_{ms} , $R_{1/3}$ 等が採用されることも多い. これらの統計値は ε によって値が変化するので注意を要する.

また、これらの統計値の推定に、 R の値から Table 2.1 のバンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のときの比を使用して換算されることもあるが、このようにして求められた統計値は、波浪応答の ε は大幅に変化することを考えると、本来の意義は失われている. 例えば R_{ms} はピーク値の RMS 値を意味するが、このようにして求められた R_{ms} は必ずしも RMS 値とは一致せず、単に R の $\sqrt{2}$ 倍の統計値として解釈されるべきである.

波浪応答の実測結果から、直接ピーク値の RMS 値を求めた場合、これで X を無次元化した資料を、 $\sqrt{2}R$ で無次元化した資料として取り扱うと、これから求められた修正係数には次のような誤差が含まれる。

実測された RMS 値を $k_1 R$ であるとする、 $P_{e1}(\bar{X}_{e1})$ は式 (2.13) に与えられる。これを $\sqrt{2}R$ を母数とした極値分布であると誤認すると、修正係数を求める基準となる極値分布は、式 (2.14) の k_1 に $\sqrt{2}$ を代入したものとなる。よって誤って推定される修正係数 C'_1, C'_2 は次のようになる。

$$C'_1 = (k_1/\sqrt{2})C_1, \quad C'_2 = (\sqrt{2}/k_1)C_2. \quad (2.28)$$

バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ のときは誤差は生じないが、 ε の増加とともに誤差は大となり、 $\varepsilon = 1$ では C'_1, C'_2 はそれぞれ正しい値の $1/\sqrt{2}$ 倍、 $\sqrt{2}$ 倍になる。

同様に、直接求めた $R_{1/3}$ 等の統計値を母数として使用した場合も、類似の誤差を含んだ修正係数を算出する危険がある。また、任意の統計値で無次元化された極値分布を、他の任意の統計値で無次元化されたものに変換する場合も同様である。

資料の選別

$\bar{X}$ は X を R または類似の統計値で除して求められる。この場合に、このパラメータの値が低いときは、 $\bar{X}$ の値の信頼度は低下する。パラメータの有効桁数が 1 桁の場合は、 $\bar{X}$ の値は算出された値の $2/3$ 倍から 2 倍の値の可能性がある。このような統計値を含む計測資料から極値分布を求めると、そのばらつきを過大に評価し、これより推定される C_1 は過小な値となる場合がある。

Fig. 2.11 はこの典型的な例で、後に示す文献 [75], [76] の資料の中の A 船のウェブフレーム応力の極値分布を、無次元化母数 (本例は $\sqrt{2}R$) の値を基準に 5 個の群に分け、それぞれの極値分布の平均値 m_e 、および標準偏差 σ_e を求めた結果を示す。各群の m_e はほとんど一定値であるが、 σ_e はパラメータが最低の群 ($\sqrt{2}R = 0.1 \sim 0.4$) の値が大きい。

Table 2.3 がしめすように、資料を選別しないで全資料から修正係数を推定すると、特に C_1 が理論値に比べ低い値となるが、 $\sqrt{2}R$ が 0.4 未満の資料を除外し

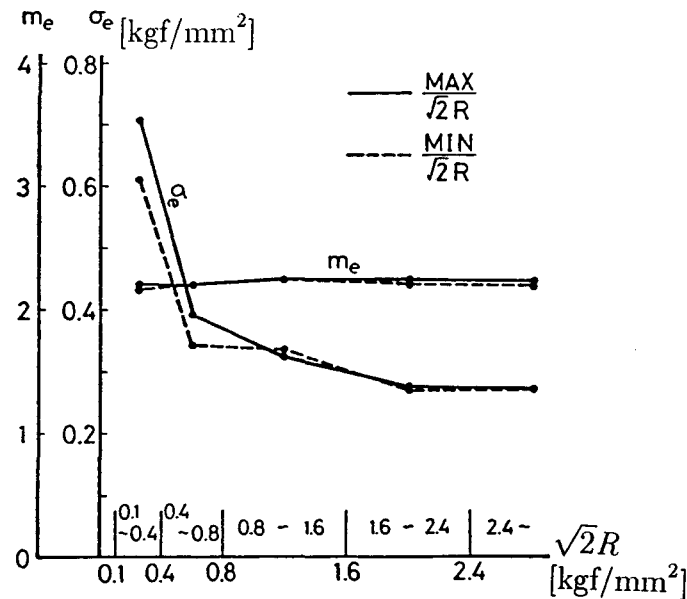


Fig. 2.11 Example of an abnormal extremal distribution of wave response measured under condition with very small nondimensional value.

た場合は、理論値に極めて近い値となる。

このパラメータが低い領域の資料ではばらつきが特に広がるか、ならないかは確率的なものである。しかし、この領域のデータは極値分布の正しい形をゆがめる危険がある以上、除外するのが妥当である。少なくとも母数の有効桁数が1桁、あるいはそれに近い資料は除外すべきである。

極値統計理論の適用の最大の目標は、波浪応答の長期分布における最大値の推定にある。この場合、その最大値は R (あるいは類似のパラメータ) が最大あるいはそれに近い短期分布において見出されるのが、普通であると言える。したがって、このパラメータが低い領域の資料の除外は、大きな障害をまねくものではない。

なお、 R 等の統計値が有効桁数1桁という資料は、使用された計測機器の計測可能限界近くの計測結果であり、その統計値そのものの信頼度も決して高いものではない。後述の実測資料より推定される修正係数においても、計測される応答の値が全般的に低い資料で、理論値との差が大きいものは、このひとつの例証と言える。

Table 2.3 Correction of C_1 and C_2 by selection of measured date (Ship A, Full Load, Web Frame Stress)

$\bar{X}$		MAX/ $\sqrt{2}R$		MIN/ $\sqrt{2}R$		Remark
$\sqrt{2}R$		$0.1 \leq \sqrt{2}R$	$0.4 \leq \sqrt{2}R$	$0.1 \leq \sqrt{2}R$	$0.4 \leq \sqrt{2}R$	$n_c = 250$ $n_0 = 87.4$ ($T_0=20.6\text{sec.}$) N ; Number of Measurements
N		1171	1078	1171	1078	
n_c	C_1	0.677	0.894	0.739	0.939	
	C_2	0.845	0.895	0.859	0.897	
n_0	C_1	0.752	0.993	0.822	1.043	
	C_2	0.939	0.995	0.955	0.997	

修正係数推定法

修正係数の推定は次の手順による。計測資料から得られる極値分布を極値確率紙に記入し、それから次式の回帰曲線を求める。(以下一般形をとると、 $\bar{X}_{e1}$ となるが省略して $\bar{X}_e$ の形で示す)

$$Y = a_1 \bar{X}_e + a_2 \quad (2.29)$$

ここで、 $Y = -\ln\{-\ln P_e(\bar{X}_e)\}$

式(2.29)の係数 a_1 、 a_2 と α_e 、 $\bar{u}$ とは式(2.30)の関係がある。

$$a_1 = \alpha_e, \quad a_2 = -\alpha_e \bar{u} \quad (2.30)$$

式(2.30)より求められる α_e 、 $\bar{u}$ を式(2.11)に代入して、修正係数が算出される。

計測された極値分布は、資料の短期計測回数 n によっても上下限が若干変化するが、無次元化母数を $\sqrt{2}R$ とした場合、大体1.2から4.0の範囲に分布する。標本分布の特性から、 $\bar{X}_e$ の上下限付近では分布が乱れる。よって、回帰曲線を求める場合、どの範囲の $\bar{X}_e$ に限定するかによって、結果が異なる。

全般的に測定分布は、 $\bar{X}_e$ の上限付近では下方に湾曲する例が多く、 $\bar{X}_e$ の適合範囲の上限が高くなるほど C_1 の値は低下する傾向にある。

Table 2.4 Effect of fitting range of $\bar{X}_e$ in estimation of regression line on correction factors C_1 and C_2

Range of Fitting	Upper Limit	3.6	4.0	4.4
	Lower Limit	2.0		
$n_c = 250$	C_1	0.827	0.746	0.672
	C_2	0.971	0.957	0.938
$n_0 = 116$	C_1	0.891	0.804	0.724
	C_2	1.046	1.031	1.011

経験的に $\bar{X}_e$ の下限は 2, 上限は 4 未満とするのがよく, 上下限をそれ以上にひろげた推定値は, 標本分布の影響が大となり, 信頼度はかえって低いといえる.

Table 2.4 は前記の A 船の甲板応力の計測極値分布 (極大値) において, $\bar{X}_e$ の上限を 3.6 から 4.4 まで変化させた場合の修正係数の変化を示す.

2.4.3 計測中の海象, 航行条件の変化

海面状態は 20~30 分程度なら定常とみなされるといわれる. しかし, 計測中に海象および航行条件に若干の変化が生じた場合, それが波浪応答の極値分布に与える影響について考察してみる.

計測時間を m 等分し, それぞれの等分時間内では条件に変化がなかったとすると, 任意の等分時間 j で標本数は $1/m$ のときの極値分布関数を $P_e(\bar{X})_j$ とすると, 全体での極値分布関数 $P_e(\bar{X})$ は式 (2.31) で与えられる.

$$P_e(\bar{X}) = P_e(\bar{X})_1 \cdot P_e(\bar{X})_2 \cdots P_e(\bar{X})_j \cdots P_e(\bar{X})_m. \quad (2.31)$$

$m = 3$ とし, 各等分時間の応答の R をそれぞれ $k_1 R, k_2 R, k_3 R$ とした場合について, 修正係数 C_1, C_2 が条件が変化しない場合に比べて, どの程度変化するかを計算した結果を Table 2.5 に示す. この変化は標本数の影響をうけると思われるので, $n_c = 250$ と $n_0 = 60$ の場合を想定した. $P_e(\bar{X})_j$ の計算は厳正分布によった. なお, バンド幅パラメータ $\varepsilon = 0$ の場合は, $\varepsilon = 1$ の場合と結果はほとんど同

Table 2.5 Change of correction factors caused by drifting of surface and ship conditions during measurement

Supposed Condition			$n_c = 250$		$n_0 = 60$	
k_1	k_2	k_3	C'_1/C_1	C'_2/C_2	C'_1/C_1	C'_2/C_2
0.9	1	1.1	0.873	1.024	0.847	0.992
0.8	1	1.2	0.724	1.083	0.658	0.994
Remark			C_1, C_2 ; Correction factors for stationary condition C'_1, C'_2 ; Correction factors for varying condition			

一となるので、表では省略した。

k_1, k_3 が k_2 に対して10%以上変化すると言うことはあまりないであろうと思われるから、海象等の変化の影響は大きいとはいえないが、計測結果には C_1 が0.87程度のものである確率で含まれていることを意味している。

2.4.4 考察

波浪応答の極値分布に影響する要因として、応答のスペクトルのバンド幅パラメータ、計測資料の処理、および海象等の条件の計測中の変化等を取り上げ検討を加えた。

個々の要因の影響については、それぞれの節で述べたが、総合的に考えるとその2個以上の要因による重複効果があげられる。この効果で極値分布を相当歪んだ形に推定する可能性がある。

2.5 実船計測資料の解析

2.5.1 バルクキャリア, 自動車運搬船の計測資料

湯浅らはバルクキャリア, および自動車運搬船について, 船体各部の波浪応力, 加速度について長期の実船計測を実施した [75], [76]. 同論文の全データについて, 各計測時の応答の $\sqrt{2}R$, 最大値 (極大値中の最大値), 最小値 (極小値中の最小値), および T_0 の測定記録を極値分布解析の立場で再解析した. Table 2.6 と Table 2.7 はその再解析結果を示す. なお, 表中の修正係数は n_0 に対する値で極大値, 極小値の平均値を示す.

解析にあたっては, $\sqrt{2}R$ が有効数字 1 桁の資料, および最大値等が $\sqrt{2}R$ より小さい資料は除外した. 回帰直線の適合では, $\sqrt{2}R$ で無次元化した $\bar{X}_e$ で 2~4 の範囲とした. $P_e(\bar{X})$ は $\bar{X}_e$ を 0.2 の刻みの階級に分け, それぞれの階級の標本数から求めたが, 上記の上限値付近で標本数が 0 の階級があるときは, 上限値はその階級までとした.

同表には応答の極値分布が求められているが, そのうち C_1 が 0.75 未満のものは A 船の満載状態におけるウェブフレーム応力と, B 船の石炭および鉄鉱石積載状態の甲板応力, およびバラスト状態の縦方向加速度の 4 例だけである. このうち, A 船のウェブフレーム応力はすでに Fig. 2.11 に示したように, $\sqrt{2}R$ が低い領域での $\bar{X}_e$ のばらつきに影響されたもので, これらの資料を除外すると, C_1 は Table 2.3 に示すような値となる. また, B 船の加速度は計測回数が 17 であり, 信頼度が高い結果とはいえない. 結局 2 例の C_1 が異常に低い. その原因は計測値が全般的に高くないことと, 標本分布による乱れの一種であろうと思われる. C_2 については, 全例ともに近似的に 1 とみてよい.

以上から, 本解析による結論である C_1, C_2 は近似的に 1 とみてよいという理論的検討結果と一致する.

2.5.2 コンテナ船, 鉱石船の計測資料

前記の検討結果を基にして, コンテナ船, 鉱石船の計測結果からの修正係数を示す.

Table 2.6 Result of estimation of correction factors from records of measurements, Ship A (Pure Car Carrier)

Variable	Item	Ballast cond.	Full load
Deck stress	$T_0(\text{sec.})$	32.0	32.8
	n_0	56.3	54.9
	C_1	0.990	0.815
	C_2	1.067	1.002
Web Frame stress	$T_0(\text{sec.})$	18.7	20.6
	n_0	96.3	87.4
	C_1	0.993	0.787
	C_2	0.996	0.947
Vertical acceleration	$T_0(\text{sec.})$	10.4	12.5
	n_0	173	144
	C_1	1.025	0.888
	C_2	0.953	0.967
Horizontal acceleration	$T_0(\text{sec.})$	26.7	35.2
	n_0	67.4	51.1
	C_1	1.154	1.183
	C_2	1.039	1.011

Table 2.7 Result of estimation of correction factors from records of measurements, Ship B (Bulk Carrier)

Variable	Item	Ballast cond.	Coal loaded	Ore loaded
Deck stress (M)	$T_0(\text{sec.})$	15.5	18.2	17.9
	n_0	116	98.7	101
	C_1	0.999	0.950	1.259
	C_2	1.033	1.015	1.030
Deck stress (F)	$T_0(\text{sec.})$	31.7	46.1	56.8
	n_0	56.7	39.0	31.7
	C_1	0.867	0.712	0.713
	C_2	1.079	1.131	0.951
Vertical acceleration	$T_0(\text{sec.})$	12.8	17.4	20.7
	n_0	140	104	86.9
	C_1	0.988	1.119	1.236
	C_2	1.034	0.990	1.010
Longitudinal acceleration	$T_0(\text{sec.})$	8.89	13.1	13.5
	n_0	202	137	133
	C_1	0.705	0.957	0.919
	C_2	1.052	0.956	0.964

Table 2.8 Estimated correction factors

Item			Ship	C_1	C_2	n_0	Excluded Data
Rolling			K	0.719	0.864	85.4	$\sqrt{2}R \leq 0.2\text{deg.}$
			C9	0.971	0.851	51.4	$m_x \leq 5.0\text{deg.}$
Pitching			K	1.040	0.985	99.2	$\sqrt{2}R \leq 0.12\text{deg.}$
			C9	0.803	0.912	99.7	$m_x \leq 1.2\text{deg.}$
Wave Induced Stress	Upper	Midship	K	0.776	1.106	148	$\sqrt{2}R \leq 0.15\text{kgf/mm}^2$
	Deck	Point B		0.815	1.003	118	$\sqrt{2}R \leq 0.11\text{kgf/mm}^2$
	Side Longi.			0.582	1.031	138	$\sqrt{2}R \leq 0.12\text{kgf/mm}^2$
Wave Pressure			K	0.885	0.935	123	$\sqrt{2}R \leq 0.10\text{kgf/mm}^2$
Remark			K; Kasagisan maru (Ore Carrier) C9; Container Ships (9 Records)				

解析にあたって、無次元化母数の有効桁数が1桁のものは除外した。コンテナ船の資料は元来 m_x を母数として無次元化されていたものを、レーレー分布における RMS 値と平均値の比を用いて、これを $R_{ms}(= \sqrt{2}R)$ で無次元化したものに換算していたので、式 (2.28) を使用して修正をほどこした。この場合、 m_x は ε の値によって変化するが、 ε は不明なので横揺れについては 0.75、縦揺れについては 0.5 とした。 C_1 、 C_2 はすべて T_0 から求められる n_0 に対する値とした。

解析の結果を Table 2.8 にしめす。同表で C9 船と K 船では資料の切り捨て上限が異なるが、これは C9 船は両振幅で示されている上に、全般的に計測値が高いのと、計測回数が多いので大幅に切り捨てを試みたためである。K 船は計測回数が少なく、切り捨て限界を大きくとると、標本数の減少からかえって信頼度が低下する危険があるため、限界を低くおさえた。水圧の修正係数が若干変化しているのは、回帰直線推定の際の $\bar{X}_e$ の上限が若干低下したためである。船側ロンジ材応力と水圧は、計測値が全般的に低く、この点からの信頼度の低下が考えられる。

修正係数が応答によって特有の値をとることはないといえる。また、船側ロ

ンジ材の応力を除いて、 C_1 が0.5に近い値になることもない。本例においても修正係数は1に近く、極値分布はレーレー分布のそれで近似できると言える。

2.6 結言

本章においては波浪応答の極値分布がレーレー分布のそれと異なる二重指数分布に従う原因について、極値分布に影響すると思われる次の各要因について検討した。

応答のスペクトルのバンド幅パラメータは広範に分布するから、この ε が極値分布に与える影響は考えねばならない第一の要因と思われるので、これを第一の対象とした。つぎに、計測資料の処理方法も種々のものが考えられるので、その影響を検討した。最後に計測中の海象および航行条件の変化の影響についても検討を加えた。

以上の検討から明らかになったことを列記すると次のようになる。

1. 応答の極値分布は極値のとり方によって若干異なるが、 ε の値に関係なくレーレー分布の極値分布で近似できることが明らかになった。
2. 上記の ε はピーク値分布の統計値間の比を変化させるから、この母数の比はレーレー分布における比で代用すると、無次元化母数の選び方によっては、極値分布の誤った推定をする可能性がある。
3. ピーク値のとり方として、あらゆる極大値をとる、負の極大値は除外する、ゼロクロス1周期中の最大値をとる方法が考えられるが、どの方法によっても得られる極値分布は変わらない。しかし、修正係数は基準とする標本数が異なるので値が変化する。
4. 無次元化母数の有効桁数が1桁、あるいはこれに近い資料は、修正係数の推定では除外すべきである。
5. 計測中の海象等の微小な変化は極値分布のばらつきを若干広くさせる。

上記の事項をもとに、自動車運搬船およびバルクキャリアの実船計測資料の応答の極値分布とコンテナ船および鉾石船の実船計測資料について調べた。その結果、ほとんどの例において応答の極値分布はレーレー分布のそれで近似できると言う、理論的検討結果と一致することが確認された。

第 3 章

実船建造時の初期撓みの統計的特徴

3.1 緒言

第 2 章においては実船がうける波浪荷重の統計的性質を調べた。この波浪荷重の統計値は船体構造強度の信頼性を考える上で外的要因 (外荷重) の最も重要なパラメータの一つである。一方、船体構造強度の信頼性を考える上での内的要因としての強度を考えると、船体は各部材の塑性化、座屈、圧壊などを通して最終強度にいたると考えられる。最終強度の統計量を考えるにあたっては塑性化に対しては降伏応力、座屈、圧壊に対しては板の初期不整量のばらつきが信頼性におよぼす影響が大きい。本章では、その中でも板の初期不整の中の初期撓みに注目してその統計的な性質を検討する。

鋼船は板構造から成り、溶接により組み立てられる。甲板も、甲板パネル、スティフナー、ガーダー等からなる板構造である (Fig. 3.1)。甲板を工作すると、溶接時の熱影響により、パネルに初期撓みが発生する。本研究ではこの甲板パネルの初期撓みを約 450 枚計測した。計測は甲板のみであるが、他の場所 (船側、船底等) のパネルにも同様の初期撓みが予想される。

パネルの初期撓みは、船の美観を損ねたり、運用上の問題を起こしたりする。しかし、それ以上に圧壊強度におよぼす影響は重要である。

初期撓みの実測は文献 [3], [4], [5], [6], [101], [102], [103], [104] 等でなされている。Antoniou は文献 [101] で約 2000 枚、文献 [102] で約 700 枚計測している。

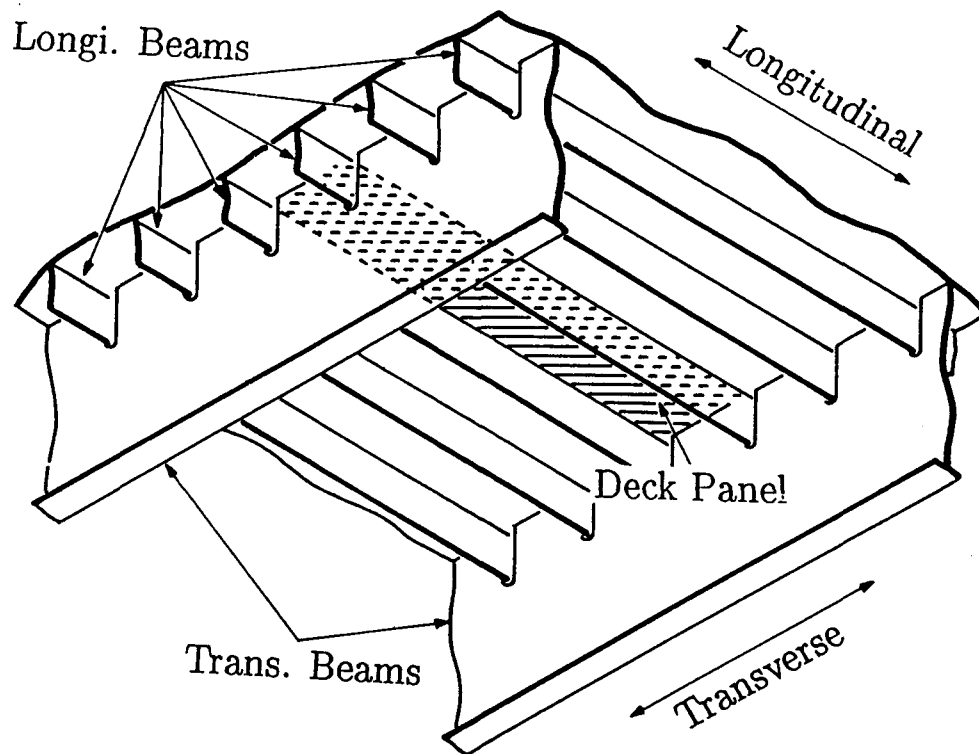


Fig. 3.1 Tanker deck (looking from bottom)

文献 [101] ではパネルの最大初期撓みについて整理しているが、文献 [101] では初期撓み形状についても整理している。文献 [103] は軍艦について約 300 枚の計測をしている。文献 [3], [4], [5], [6] は 33 枚のパネルの初期撓みを計測し、初期撓みをフーリエ級数展開し、その級数値をのせている。文献 [104] では 6 枚のパネルについて計測している。数は少ないがその一般的傾向について詳しく調べている。本章ではこれら報告に準じて、甲板パネルの初期撓み量、初期撓み形状を調べる。

ところで、甲板パネルには多くの板継ぎ時、ブロック継ぎ時の突き合わせ溶接がある。溶接線の通っているパネルは、通っていないパネルに比べて初期撓み量が大きくその形状も複雑である。溶接線の通っているパネルの初期撓みについて、通っていないパネルと分けて考える。これらのパネルではさらに圧壊強度の低下が予想される。また、薄い板では歪取り加工が施されており、初期撓み量は小さいが波形は乱れている。

初期撓み量を推定することは設計、工作上重要である。文献 [101], [102], [103]

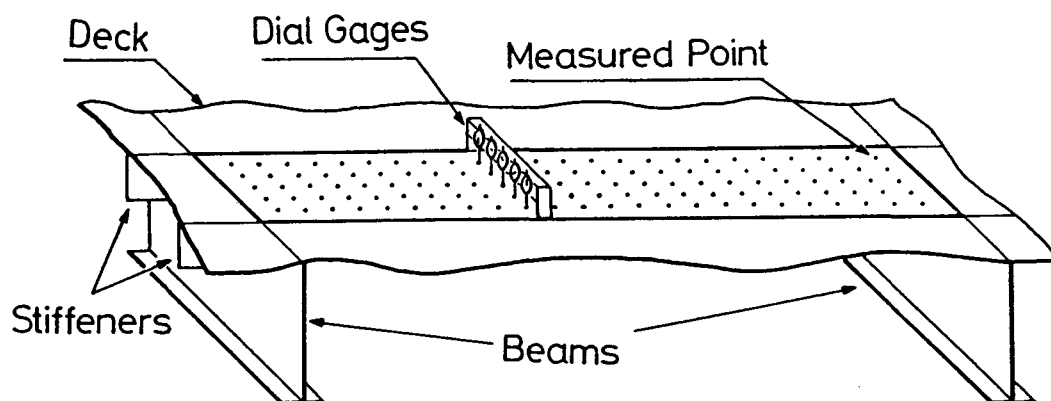


Fig. 3.2 Measurement of deck initial deflection

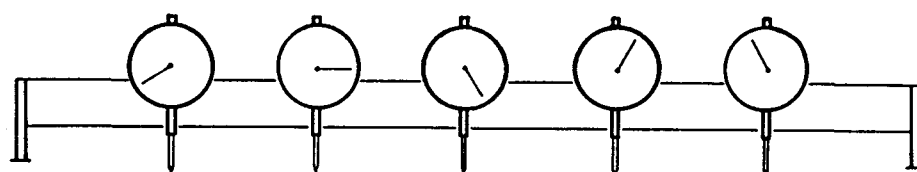


Fig. 3.3 Measuring instrument

等で初期撓み量の推定式が取り上げられている。今回の計測結果と他の研究者の計測結果を、この推定式と比較する。

3.2 初期撓みの計測方法

はじめに、甲板パネル (Deck Panel) とはロンジビームとトランスビームで囲まれる一枚の矩形板であると定義する (Fig. 3.1). 計測方法は文献 [101], [102] に従った。ロンジビームの心距に等しい治具を作り、これにダイヤルゲージを等間隔に取り付け、ロンジビームは撓んでいないと仮定して計測した (Fig. 3.2, Fig. 3.3). 計測の前後に定盤の上へ治具をのせ、そのときの値を基準 (撓んでいない状態) とし、甲板上で治具の左右がロンジビームにのるようにおいたときの値をその点の初期撓みとした。計測は 0.01mm まで読んだ。今回の計測では、キャンバーやシャワーの初期撓みに与える影響の補正は行っていない。

計測した甲板パネルはタンカーについて 115 枚、護衛艦について 330 枚であ

る。タンカーの甲板パネルの寸法は $4350\text{mm} \times 767\text{mm} \times 16\text{mm}$ で鋼材は HT である。一枚のパネルにつきダイヤルゲージ 5 個で縦方向に 26ヶ所, 合計 130 点計測した (Fig. 3.2)。

護衛艦の甲板パネルの寸法は種々のものがあるが $1000\text{mm} \times 500\text{mm}$ を多く計測し, 一枚のパネルにつき, ダイヤルゲージ 3 個で縦方向に 9ヶ所計測した。他に $1500\text{mm} \times 500\text{mm}$, $2000\text{mm} \times 500\text{mm}$ のパネルでは縦方向にそれぞれ 13ヶ所, 17ヶ所計測した。護衛艦パネルの板厚は 4.5mm, 6mm, 7mm, 8mm, 9mm, 10mm, 16mm のものを計測した。鋼材は HT と MS がある。

3.3 初期撓みの計測結果と統計的特徴

3.3.1 実船パネルの初期撓み

はじめに計測したパネルの初期撓みを図示して, その性質を調べる。ここではタンカーの計測例を取り上げる。タンカーは開口, 上部構造が少なく, 甲板パネルも同種のもものが並んでおり比較的連続して計測できた。Fig. 3.4に示す例はタンカーの右舷での計測である。中心線から, 舷側まで 26 枚の甲板パネルがあり, 中心線から A, B, C, ..., Z とする。つまり Fig. 3.4において, 上が中心線に近く, 下が右舷側に近い。ここでは 3つの列について調べる。2列と3列は隣りあっている列である。説明のために例えば Fig. 3.4の左上のパネルは1列の F の意味で 1F とする。空白になっている所はぎ装品のために計測不能であった。甲板の縦縁は H, L, Q を通り, 横縁では 3列を通っている。図はパネルの長辺 (つまり縦方向) を横から見ている。各初期撓みの左右についている目盛りの 1目盛りは 1mm である。

ちなみに JSQS[105] では強力甲板中央部に対して標準範囲 4mm, 許容限界 6mm と決められている。計測したパネルにおいても初期撓みはほとんどのパネルにおいて 4mm 以内におさまっており, 最大でも 6mm 程度である。

1列左には制水隔壁, Q と R の間には縦隔壁が入っている。図でみる限り隔壁が近くにあることにより初期撓み形状が乱れるようなことはない。

全体的に見てトランス上, つまり各図の左右端は初期撓みが少ない。初期撓

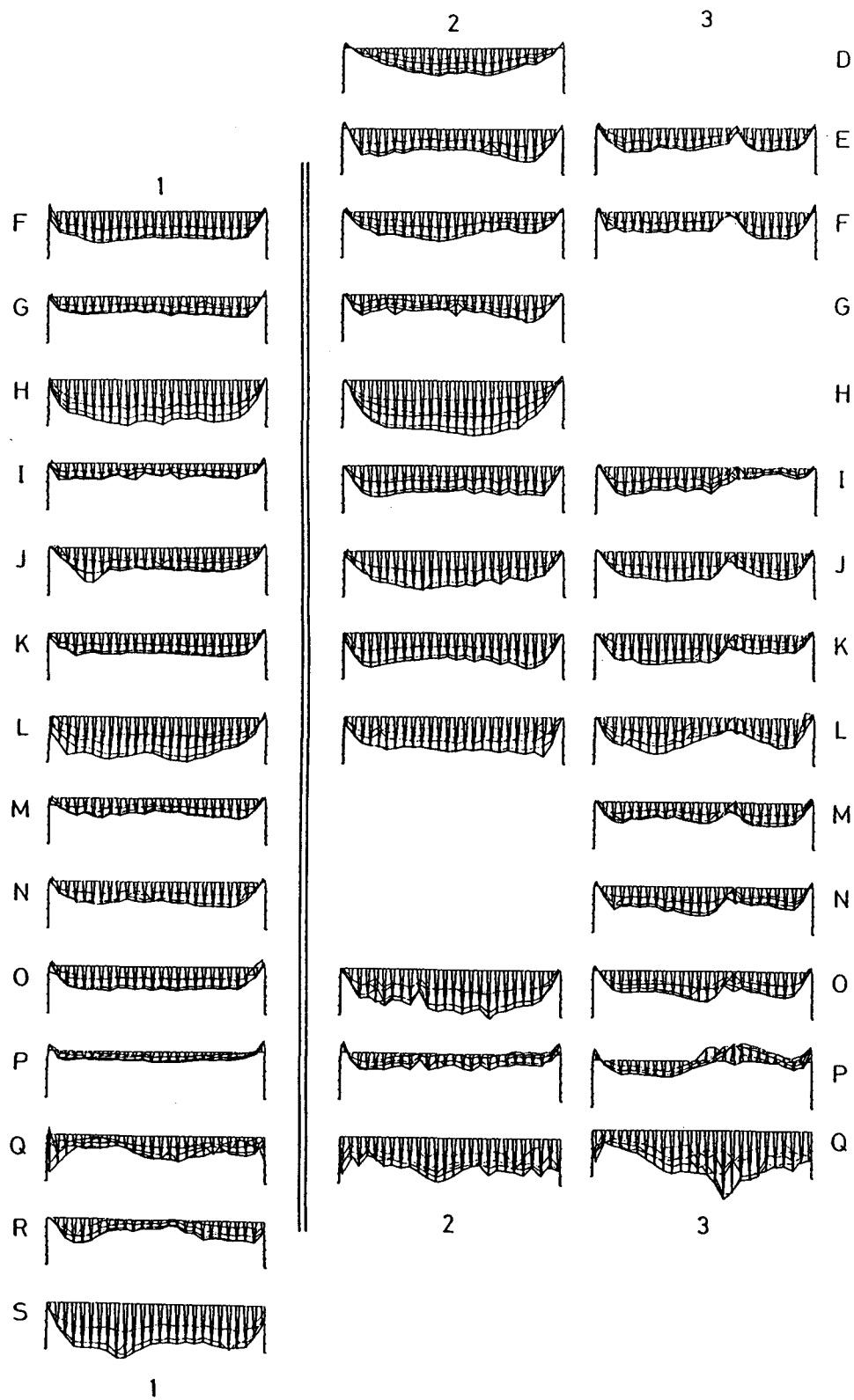


Fig. 3.4 Deck panel initial deflections

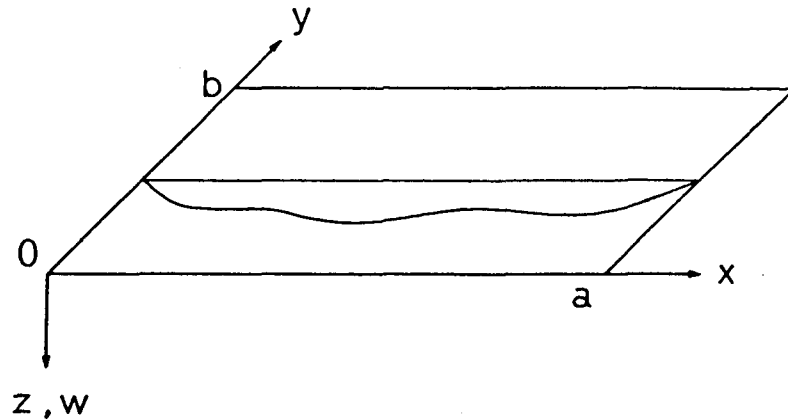


Fig. 3.5 Panel co-ordinate system

みは隅肉溶接の影響を受けて、そのほとんどが下に凸な形である。

甲板パネルには板継ぎ、ブロック継ぎのため多くの溶接線が通っている。例えば我々が調べたタンカーの場合甲板パネルの約35%には溶接線が通る。これらのパネルは溶接線の通っていないパネルとは違った性質を持つ。そこでその性質については後でふれることにして、はじめに溶接線のないパネルについて述べる。

3.3.2 パネルの初期撓みの計測結果

溶接線がとおっているパネルである、縦方向 H, L, Q, 横方向 3 列を除いて観察すると、多くのパネルは左右の曲部と、中央の平行部からなるものが多い。また、短辺方向には正弦波 1 半波となっている。

初期撓みの性質を定量的に整理するために、計測した結果をもとに最小 2 乗法により次式に展開する。

$$w_0(x, y) = \sum_{m=1,2,3\cdots} \sum_{n=1,2,3\cdots} w_{0mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.1)$$

ここで座標系は Fig. 3.5 に従う。

溶接線のとっていないパネルの初期撓み

タンカーの溶接線の入っていないパネル 78 枚について調べた。

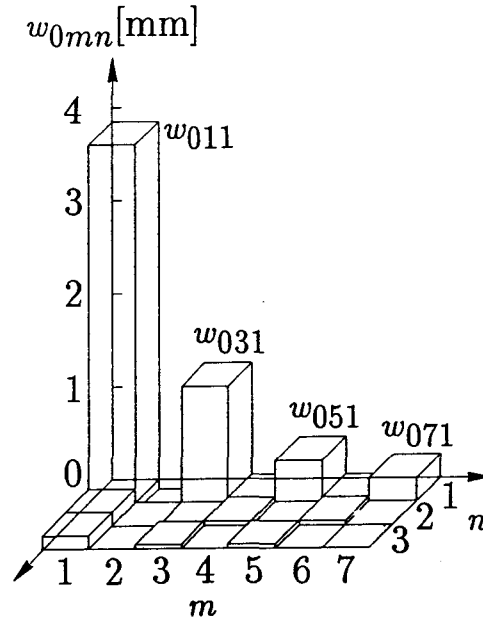


Fig. 3.6 Components of Fourier series

パネル 1F のフーリエ級数値 w_{0mn} を Fig. 3.6 に示す. 他の溶接線のおおっていないパネルにおいても同じ傾向がある.

Fig. 3.6 からパネルの初期撓みには次の性質がある.

(1) n が 2 以上の w_{0mn} の値は小さい. つまり, 初期撓み形状は短辺方向に正弦波 1 半波で表現できる.

(2) m が偶数の w_{0mm} の値は小さい. つまり, 初期撓み形状は Fig. 3.4 の各図において左右対称に近い形となる.

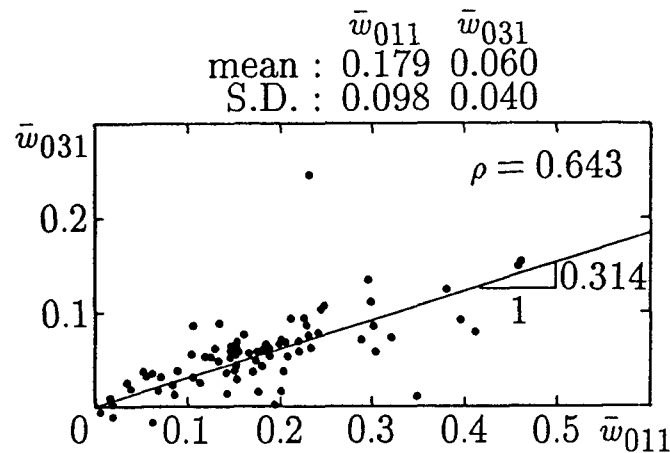
以上から式 (3.1) は次式に近似できる.

$$w_0(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots} w_{0m1} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (3.2)$$

(3) パネルの周縁つまり, 縦横のビームとの接する縁で隅肉溶接により角変形を起こしている. これは, 式 (3.1) が $\sin$ の項のみで展開できる根拠である.

(4) 各成分は $w_{011} > w_{031} > w_{051} \dots$ となっている. よってフーリエ級数値のなかで初期撓み量の特徴づけるパラメータとして成分の最も大きい w_{011} を使うことができる. これについては後で述べる.

w_{011} の次に大きな初期撓み量は w_{031} である. よってパネルの初期撓み形状を

Fig. 3.7 Correlation between $\bar{w}_{011}$ and $\bar{w}_{031}$

決定づける1つのパラメータとして w_{011} と w_{031} の比 w_{031}/w_{011} を使うことができる. $\bar{w}_{011}$ と $\bar{w}_{031}$ の相関を Fig. 3.7 に示す. ここで, $\bar{w}_0$ は板厚を基準とした無次元量 w_0/t を表す. 多少のばらつきはあるが, 相関係数 $\rho = 0.643$ で高い相関があるといえる. $\bar{w}_{011}$ の平均値は 0.179 でその標準偏差は 0.098 である. このように初期撓み量は不確定なものであり, 初期撓み量を論ずる際は変動係数 $COV = 50\%$ くらいのばらつきは考慮すべきである. アスペクト比にもよるが圧壊強度を調べるとき $\bar{w}_{011}$ よりも $\bar{w}_{031}$ の方が重要な場合がある. そこで, $\bar{w}_{031}$ について統計量を調べる. $\bar{w}_{031}$ の平均値は 0.0660, その標準偏差は 0.0364 であり, この場合も変動係数は約 50% である. その他 $\bar{w}_{011}$ と $\bar{w}_{051}$, $\bar{w}_{031}$ と $\bar{w}_{051}$ の関係も調べたが相関はほとんどない.

溶接線のおっているパネルの初期撓み

ここまでは溶接線のないパネルを考えたが, 次に溶接線を有するパネルについて考える. 縦縁の溶接の影響は 1H, 1L に顕著で初期撓み量が多い. これは, 突き合わせ溶接による角変形と, 隅肉溶接による角変形が重なって初期撓みを形成したためと考えられる. 一般に縦縁の溶接線はパネルの中央に通っているわけではない. 従って, パネルの最大初期撓み量は溶接線によって変化し, 短辺方向の対称性はくずれる. 1Q, 2Q, 3Q は縦方向のブロックの継ぎ目であるが, 撓みが不規則で大きく, トランスビーム上でも撓みがある. また 3Q の様に大

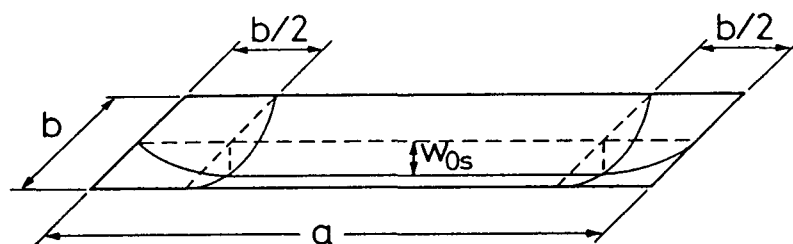


Fig. 3.8 Standard shape of initial deflection

きく撓むと、その影響がとなりの 3P に出ている場合もある。3 列は横方向のブロックの継ぎ目で 3E 等に代表されるように、突き合わせ溶接部でくびれを生じている。

以上のことは、すべて Fig. 3.4 をもとに考察したものである。工作手順は船の場所によって違うし、造船所によっても違う。よって初期撓みの性質は Fig. 3.4 と違う可能性がある。しかし、溶接線の入ったパネルは一般に撓みが大きく、その形状は複雑であると思われる。この様なパネルは溶接残留応力も大きく、圧縮に対する剛性および強度も溶接線のない板に比べて低いと考えられる。さらに Fig. 3.4 の 3 列の様な横方向のブロックの継ぎ目は工作上のつごうから甲板の幅全体にわたることが多い。よって、縦強度の低下を一層きわだたせる。溶接線を有するパネルの圧壊強度については第 6 章で述べる。

溶接線の通っていないパネルと同様、溶接線の通っているパネルに対して、各統計値を求めると、 $\bar{w}_{011}$ の平均値は 0.319、その標準偏差は 0.126 で、初期撓み量で 1.6 倍、そのばらつきで 1.17 倍である。

3.3.3 標準的な初期撓み形状

Fig. 3.4 の観察をもとに初期撓み形状をさらに簡潔に表現する。標準的な初期撓みモデルとして、Fig. 3.8 のパネルを提案する。この形状は上田ら [3], [4], [5], [6] の提案した形状をより簡潔にしたものである。左右端は x, y 方向の $\sin$ カーブで、中央平行部は y 方向のみの $\sin$ カーブである。これを式で表すと式 (3.3) に

なる.

$$\frac{w_0(x, y)}{w_{0s}} = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} & (0 \leq x \leq b/2) \\ \sin \frac{\pi y}{b} & (b/2 \leq x \leq a - b/2) \\ \sin \frac{\pi(a-x)}{b} \sin \frac{\pi y}{b} & (a - b/2 \leq x \leq a) \end{cases} \quad (3.3)$$

この形状を式 (3.2) に従い, フーリエ級数展開すると各成分は次の様になる.

$$\frac{w_{0m1}}{w_{0s}} = \begin{cases} \frac{4}{m\pi\{1 - (m/\alpha)^2\}} \cos \frac{m\pi}{2\alpha} & (m \text{ が奇数で } m \neq \alpha \text{ のとき}) \\ 1/\alpha & (m \text{ が奇数で } m = \alpha \text{ のとき}) \\ 0 & (m \text{ が偶数のとき}) \end{cases} \quad (3.4)$$

ここで, $\alpha (\equiv a/b)$: アスペクト比.

今回計測したタンカーの甲板パネル ($\alpha = 5.67$) の場合, 次の様になる.

$$\begin{aligned} w_{011}/w_{0s} &= 1.265, & w_{031}/w_{0s} &= 0.3973, \\ w_{051}/w_{0s} &= 0.2114, & w_{071}/w_{0s} &= 0.1250, \\ w_{091}/w_{0s} &= 0.0742 \end{aligned}$$

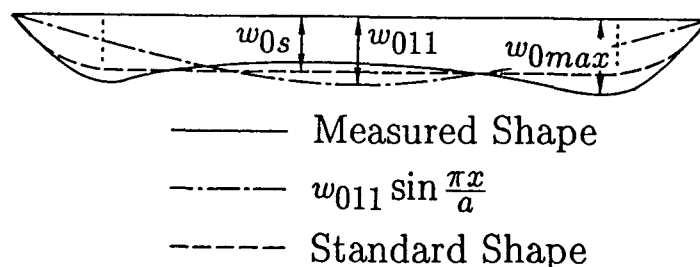
ここで初期撓み形状を決める比は $\bar{w}_{031}/\bar{w}_{011} = 0.314$ となる. これを Fig. 3.7 にのせると点の中心的な位置をとる. よって Fig. 3.8 の標準的な初期撓み形状で甲板パネルの初期撓み形状を代表させる.

3.3.4 種々の板厚による初期撓み量

これから先の論点を明確にするために, ここで, 初期撓み量の定義をする. 初期撓み量を代表する値としてここまで3つの値をあげた.

- (1) w_{0max} : 1枚のパネルの中で最も大きな初期撓み量.
- (2) w_{011} : パネルの初期撓みのフーリエ級数成分.
- (3) w_{0s} : パネルの初期撓みを標準的な初期撓み形状 (式 (3.3), Fig. 3.8) に最小2乗近似したときの撓み量の最大値.

w_{011} は今回のような詳細な計測をもとに数値処理をしなければならぬ. それに対して w_{0max} は目視によってもそれなりの値ははかれるであろうし, 詳細な計測をした場合でも, 特別な数値処理なく得られる. 研究者によって, w_{0max} で

Fig. 3.9 Comparison between w_{0max} , w_{011} , and w_{0s}

まとめているものと w_{011} でまとめているものがある。さらに今回 w_{0s} を提案した。Fig. 3.9に3つの値を示す。パネルの初期撓み量としてどの値をとってもそれほど大きく変わらないことがわかる。一般的にいえることは、 w_{0max} と w_{011} はほとんど同じ値をとり、 w_{0s} はそれよりもやや低い。このことは他のパネルの初期撓みにおいても一般的に言える。よって以後、単に初期撓み量 w_0 とかく場合 w_{0max} , w_{011} , w_{0s} の場合がある。

護衛艦はタンカーに比べて上部構造が複雑なため、種々の板厚の甲板パネルが見いだされる。板厚 t と、その初期撓み量 w_{011} の平均値について Fig. 3.10に示す。甲板パネルの寸法と鋼材については3.2節に示すとうりである。板厚が8mmのときが初期撓み量は最も大きく、それより厚いパネル、薄いパネルでは撓みは小さい。これは板厚7mm以下のパネルはほとんど歪取りがされているためである。なお、7mm以下の板は船首尾あるいは2甲板、3甲板であり、縦強度の働きは重要ではない。

3.3.5 初期撓み量の推定

以上の計測と文献 [3], [4], [5], [6], [101], [102], [103], [104] の計測をもとに初期撓み量の推定をおこなう。はじめにこれら計測結果を Fig. 3.11にまとめる。横軸に、撓みに最も大きく影響すると思われる細長比 b/t をとる。縦軸には各計測の $\bar{w}_0$ の平均値をとる。ここで $\bar{w}_0$ としては $\bar{w}_{011}$ のものと $\bar{w}_{0max}$ のものがある。 $b/t > 70$ は歪取りがされていると思われる。その部分を除くと、 b/t と $\bar{w}_0$ には相関があるようである。ただし、ここにのせた点は各計測値の平均値であるから、3.2節で述べたように変動係数として50%程度は考慮すべきである。

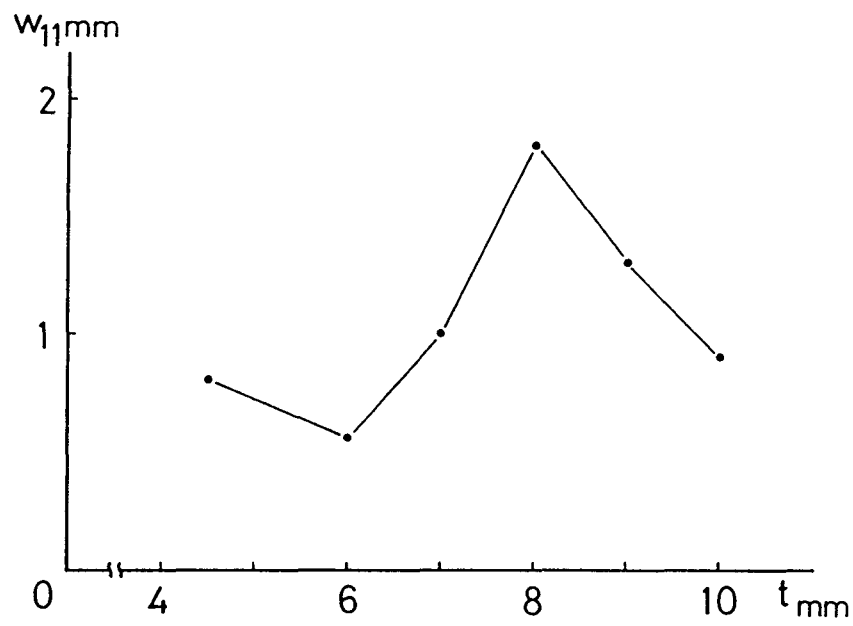


Fig. 3.10 Measured initial deflection (Destroyer)

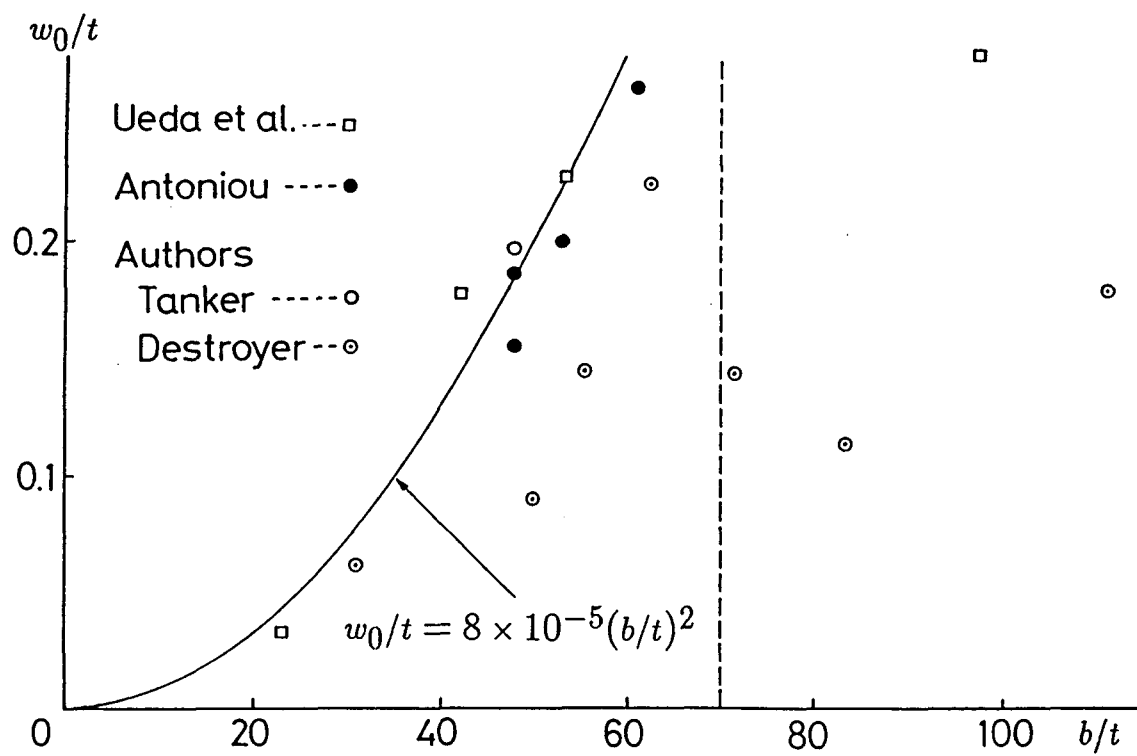


Fig. 3.11 Measured initial deflections including by others

る. Antoniou は文献 [101] で, κ の値としてそれよりも低い値 (0.06~0.1) を提案している. 護衛艦計測例を除くと Antoniou の値は良くあう.

Fig. 3.11にもどって, さらに簡潔な表現として初期撓み $\bar{w}_0$ を細長比 b/t のみで決定することを考える. 式 (3.5) にならって式 (3.6) を導く.

$$\bar{w}_0 = \kappa'(b/t)^2 \quad (3.6)$$

Fig. 3.10で検討すると, 護衛艦の一部を除くと $\kappa' = 8 \times 10^{-5}$ が適当である. この値は工作基準, 溶接技術等により変化するものであり, 絶対的な値ではない. また, 初期撓みの標準偏差 $\bar{w}_{0\text{S.D.}}$ は式 (3.7) で表される.

$$\bar{w}_{0\text{S.D.}} = 0.5\bar{w}_0 \quad (3.7)$$

3.4 結言

本章においては, 甲板パネルを実際に計測し結果を整理した. そして, 結論として次のことがいえる.

1. パネルの初期撓み形状は式 (3.3), Fig. 3.8で表現できる.
2. パネルの初期撓み量は次式で与えられる.

$$w_0/t = 8 \times 10^5 (b/t)^2$$

3. 溶接線のとおっているパネルは初期撓みの形状が複雑で初期撓み量が大
きい.

以上の結論により, 初期撓みの統計的な性質が明確になった. 本章での検討事項は船体構造の最終強度の信頼性解析する上での基礎的資料となる.

第 4 章

選択的固有関数を用いた効率的座屈強度解析法

4.1 緒言

計算機の発達とそれを取りまく環境の整備により、有限要素法が船体構造設計時の応力解析へ直接適用されるようになった。有限要素法は弾性解析の強力なツールであり精度の高い計算結果を与える。しかし、弾性解析結果はときとしてそれに続く力学的現象を考慮し、はじめて正当に評価をなされる場合がある。その例に船体構造がある。

船体構造は多くの矩形板、矩形補強板、桁からなっており、最終強度に達するまでの非線形挙動を解明することは、船の安全性評価の上で極めて重要である。本章では矩形板の弾性座屈荷重を正確に推定する方法を述べる。

船体のように種々の荷重をうける船体構造の中で座屈評価を必要とする構造要素に矩形板がある。矩形板の座屈強度の推定を解析的におこなうことは容易ではなく設計のためには船級協会等が示した簡易式を用いることができる。しかし、これらは文献 [106] で示したとおり一般に精度はあまりよくない。本章では各辺が固定または単純支持の組み合わせで 2 方向の圧縮、剪断、2 方向の面内曲げが作用する矩形板の座屈応力を精度よく求める方法を述べる。

本章では矩形板の座屈値を求めるために仮想仕事の原理から導かれる基礎方

程式をもとに、少し数学的処理をした後、一般固有値問題としてマトリックスを作成して解く。この方法は、古典的な解法であり、1930 年前後にかなり研究されている [107], [108]。しかし、吉識等 [109] も指摘しているとおり適用される撓み関数が研究者によって異なり理論的な統一性に乏しい。吉識等は撓み関数をベキ級数として問題を解いたが、本研究ではより収束性のよい重調和級数により撓み関数の統一化をはかる。

本解析法による座屈問題の解析結果の精度は撓み級数の項数に依存し項数が少ないと精度が悪くなり、項数が多いと精度はよくなるが計算時間を要する。最適の項数を検討し、それによって高精度かつ効率的に座屈応力値が求まることを示す。

また、この問題をさらに迅速に対応するために、対象を座屈荷重の推定にしほり、固有関数を選択して用いることにより、種々の荷重の組合せや支持条件に対して適用できるより有効的な解法を示す。

なお、本章で展開する選択的固有関数を用いる解法を第5章の弾塑性大たわみ問題にも適用する。

4.2 解析理論

4.2.1 基礎方程式の導出

対象とする矩形平板の寸法、座標系は Fig. 4.1 に示す。各辺が固定または単純支持の矩形板の座屈問題を解くための基礎方程式は仮想仕事の原理から導かれ式 (4.1) である。

$$\begin{aligned} \int_0^a \int_0^b & [\sigma_x t \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \sigma_y t \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \tau_{xy} t (\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial x}) \\ & + \sigma_x^b t (2y - 1) \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \sigma_y^b t (2x - 1) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} \\ & + D \{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} \}] dx dy = 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで、 σ_x は x 方向の軸応力、 σ_y は y 方向の軸応力、 τ_{xy} は剪断応力、 σ_x^b は x 方向の面内曲げ応力、 σ_y^b は y 方向の面内曲げ応力で Fig. 4.1 に示すとおりであ

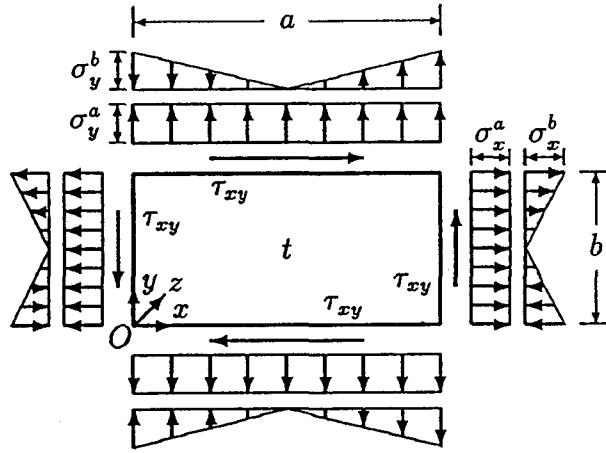


Fig. 4.1 Dimensions and coordinate system of a rectangular plate and positive acting stresses.

り、矢印で示す方向が正の応力である。 w は撓みで、 δw は仮想撓みである。 D は曲げ剛性 ($= Et^3/12(1 - \nu^2)$)、 t は板厚、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

式 (4.1) を無次元化すると式 (4.2) になる。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 \{ & \bar{\sigma}_x \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{\sigma}_y \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{\tau}_{xy} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right) \\ & + \bar{\sigma}_x^b (2\bar{y} - 1) \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{\sigma}_y^b (2\bar{x} - 1) \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \delta \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} \frac{\partial^2 \delta \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} \\ & + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \frac{\partial^2 \delta \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \alpha^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \frac{\partial^2 \delta \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \} d\bar{x} d\bar{y} = 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

ここで、 α はアスペクト比 ($= a/b$) であり、 $\bar{\sigma}_x$ 、 $\bar{\sigma}_y$ 、 $\bar{\tau}_{xy}$ 、 $\bar{\sigma}_x^b$ 、 $\bar{\sigma}_y^b$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ は無次元量であり次のように定義する。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \frac{12(1 - \nu^2)b^2}{Et^2} \sigma_x, \quad \bar{\sigma}_y = \frac{12(1 - \nu^2)a^2}{Et^2} \sigma_y, \\ \bar{\tau}_{xy} &= \frac{12(1 - \nu^2)ab}{Et^2} \tau_{xy}, \\ \bar{\sigma}_x^b &= \frac{12(1 - \nu^2)b^2}{Et^2} \sigma_x^b, \quad \bar{\sigma}_y^b = \frac{12(1 - \nu^2)a^2}{Et^2} \sigma_y^b, \\ \bar{w} &= w/t, \quad \bar{x} = x/a, \quad \bar{y} = y/b. \end{aligned}$$

式 (4.2) における撓みとその仮想撓みを式 (4.3) のように $\bar{x}$ 方向の撓み級数と $\bar{y}$ 方向の撓み級数に分離したものをを用いる。

$$\bar{w} = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n \{ \bar{w}_{kl} X_k(\bar{x}) Y_l(\bar{y}) \},$$

$$\delta \bar{w} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{ \delta \bar{w}_{ij} X_i(\bar{x}) Y_j(\bar{y}) \}. \quad (4.3)$$

式(4.3)を用いると式(4.2)の積分も各項毎に $\bar{x}$ 方向と $\bar{y}$ 方向の積分に分離することができる. 式(4.2)の積分を分離した上で式をさらに簡潔に表現するために式(4.4)を定義する.

$$\begin{aligned} I_{ik}^{pq} &= \int_0^1 \frac{\partial^p X_i(\bar{x})}{\partial \bar{x}^p} \frac{\partial^q X_k(\bar{x})}{\partial \bar{x}^q} d\bar{x}, \\ J_{jl}^{pq} &= \int_0^1 \frac{\partial^p Y_j(\bar{y})}{\partial \bar{y}^p} \frac{\partial^q Y_l(\bar{y})}{\partial \bar{y}^q} d\bar{y}, \\ I_{ik}^b &= \int_0^1 (2\bar{x} - 1) X_i(\bar{x}) X_k(\bar{x}) d\bar{x}, \\ J_{jl}^b &= \int_0^1 (2\bar{y} - 1) Y_j(\bar{y}) Y_l(\bar{y}) d\bar{y}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

I_{ik}^{pq} , J_{jl}^{pq} , I_{ik}^b , J_{jl}^b は積分を定義する記号であるから以後“積分値”と呼ぶ. また, 式(4.4)の定義式には式(4.5)の性質がある.

$$I_{ik}^{pq} = I_{ki}^{qp}, \quad J_{jl}^{pq} = J_{lj}^{qp}. \quad (4.5)$$

式(4.3)と式(4.4)を用いて式(4.2)を計算した結果が任意の仮想撓みの成分 $\delta \bar{w}_{ij}$ について成立するためには式(4.6)を満足しなければならない.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n [\bar{w}_{kl} \{ \bar{\sigma}_x I_{ik}^{11} J_{jl}^{00} + \bar{\sigma}_y I_{ik}^{00} J_{jl}^{11} + \bar{\tau}_{xy} (I_{ik}^{10} J_{jl}^{01} \\ & + I_{ik}^{01} J_{jl}^{10}) + \bar{\sigma}_x^b I_{ik}^{11} J_{jl}^b + \bar{\sigma}_y^b I_{ik}^b J_{jl}^{11} + \frac{1}{\alpha^2} I_{ik}^{22} J_{jl}^{00} \\ & + 2 I_{ik}^{11} J_{jl}^{11} + \alpha^2 I_{ik}^{00} J_{jl}^{22} \}] = 0, \quad \text{for all } i, j. \end{aligned} \quad (4.6)$$

式(4.5)と式(4.6)より, 必要な積分値は I_{ik}^{00} , I_{ik}^{01} , I_{ik}^{11} , I_{ik}^{22} , I_{ik}^b , J_{jl}^{00} , J_{jl}^{01} , J_{jl}^{11} , J_{jl}^{22} , J_{jl}^b であることがわかる. これらの積分値を具体的に決定するためには, まず式(4.4)に表れる撓み級数 $X_i(\bar{x})$, $Y_j(\bar{y})$ を具体的に決定しなければいけない.

4.2.2 撓み級数

式 (4.3) で定義した撓み関数の $X_i(\bar{x})$, $Y_j(\bar{y})$ は基本的には境界条件を満足する級数であればどのような級数でもよいが, 本研究では少ない項数で座屈波形をうまく表現できる重調和関数を撓み関数とする. $\bar{x}$ 方向の撓み関数は式 (4.7), 境界条件は式 (4.8) である.

$$X_i(\bar{x}) = A_i \cos(p_i \bar{x}) + B_i \sin(p_i \bar{x}) + C_i \cosh(p_i \bar{x}) + D_i \sinh(p_i \bar{x}). \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} X_i(\bar{x}_0) = 0, \quad X_i'(\bar{x}_0) = 0, \quad (\text{固定辺}), \\ X_i(\bar{x}_0) = 0, \quad X_i''(\bar{x}_0) = 0, \quad (\text{単純支持辺}). \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

ここで, $\bar{x}_0$ は境界の位置であり Fig. 4.1 の矩形板の左辺では $\bar{x}_0 = 0$, 右辺では $\bar{x}_0 = 1$ である. また, 例えば $X_i'(\bar{x}_0)$ は $\partial X_i(\bar{x}_0)/\partial \bar{x}$ を意味する.

式 (4.7) の A_i, B_i, C_i, D_i, p_i は境界条件である式 (4.8) より求まる値である.

$Y_j(\bar{y})$ も式 (4.7), 式 (4.8) と同じ形であるので説明は省略する.

4.2.3 積分値

撓み級数である式 (4.7) を式 (4.4) へ代入すると, 積分値は求まるが, このとき, 積分値を数値積分により求めると, 高次の撓み級数を含む積分値に対しては多くの積分点を取らないと精度が悪くなる. 本研究の目的である高精度の座屈値を得るためには撓み級数の項数を高次まで取る必要があり, その高次の撓み級数を含む積分値こそ高精度で求めなければならない. そこで, 積分値を数値積分ではなくて数式積分により求める. しかし, 式 (4.4) を数式積分することは, 両辺単純支持ならば比較的簡単であるが, その他の場合は計算が困難であるし, 実際に計算すると非常に繁雑な解しか得られない.

そこで, 式 (4.4) に対して部分積分を繰り返すことにより, 積分値を $X_i(\bar{x})$ の導関数の境界での値, つまり, $X_i'(0), X_i''(0), X_i'''(0), X_i'(1), X_i''(1), X_i'''(1)$ などによって表す. この方法の手順は文献 [110] に詳しく記している. 以後, この撓み級数の導関数の境界での値を“境界値”と呼ぶことにする. この方針に従い式

(4.4) を計算すると、式 (4.9) を得る.

$i = k$ のとき,

$$\begin{aligned}
 I_{ik}^{00} &= -\frac{1}{2p_i^4} X_i'(1) X_i'''(1) + \frac{1}{4p_i^4} \{X_i''(1)\}^2, \\
 I_{ik}^{01} &= \frac{1}{p_i^4} X_i'(0) X_i'''(0) - \frac{1}{2p_i^4} \{X_i''(0)\}^2 - \frac{1}{p_i^4} X_i'(1) X_i'''(1) + \frac{1}{2p_i^4} \{X_i''(1)\}^2, \\
 I_{ik}^{11} &= \frac{1}{4p_i^4} X_i''(0) X_i'''(0) - \frac{1}{4p_i^4} X_i''(1) X_i'''(1) + \frac{1}{4p_i^4} \{X_i'''(1)\}^2 + \frac{1}{4} \{X_i'(1)\}^2, \\
 I_{ik}^{22} &= p_i^4 I_{ik}^{00}, \\
 I_{ik}^b &= -\frac{5}{2p_i^4} \{X_i'(0)\}^2 - \frac{3}{2p_i^8} \{X_i'''(0)\}^2 + \frac{5}{2p_i^4} \{X_i'(1)\}^2 + \frac{3}{2p_i^8} \{X_i'''(1)\}^2.
 \end{aligned}$$

$i \neq k$ のとき,

$$\begin{aligned}
 I_{ik}^{00} &= I_{ik}^{22} = 0, \\
 I_{ik}^{01} &= \frac{1}{p_i^4 - p_k^4} \{-X_i'''(0) X_k'(0) + X_i''(0) X_k''(0) - X_i'(0) X_k'''(0) \\
 &\quad + X_i'''(1) X_k'(1) - X_i''(1) X_k''(1) + X_i'(1) X_k'''(1)\}, \\
 I_{ik}^{11} &= \frac{1}{p_i^4 - p_k^4} \{X_i'''(0) X_k''(0) - X_i''(0) X_k'''(0) - X_i'''(1) X_k''(1) + X_i''(1) X_k'''(1)\}, \\
 I_{ik}^b &= \frac{4}{(p_i^4 - p_k^4)^2} \{-(p_i^4 + p_k^4) X_i'(0) X_k'(0) - 2X_i'''(0) X_k'''(0) \\
 &\quad + (p_i^4 + p_k^4) X_i'(1) X_k'(1) + 2X_i'''(1) X_k'''(1)\}. \tag{4.9}
 \end{aligned}$$

$\bar{y}$ 方向の積分値も同様であるので説明を省略する.

式 (4.9) により式 (4.4) の数式積分は完了するので、あとは各境界条件に対する境界値を求めて式 (4.9) に代入すればよい.

4.2.4 境界値

この節では各境界条件に対する境界値を求める. $X_i(\bar{x})$ に対する境界値も $Y_j(\bar{y})$ に対する境界値も同様の解法で求まるから、ここでは $X_i(\bar{x})$ に対する境界値だけを示す. 求め方はどの境界条件の場合も同じであるので両辺固定の場合を詳しく解説し、他は求めた結果のみを示す.

両辺固定の場合

両辺固定の場合, 式 (4.8) と式 (4.7) より式 (4.10) と式 (4.11) を得る.

$$\cos p_i \cosh p_i - 1 = 0. \quad (4.10)$$

$$A_i(= -C_i) : B_i(= -D_i) = -\sinh p_i + \sin p_i : \cosh p_i - \cos p_i. \quad (4.11)$$

ここで, 仮に $A_i(= -C_i) = -\sinh p_i + \sin p_i$, $B_i(= -D_i) = \cosh p_i - \cos p_i$ とすると積分値 I_{ik}^{00} は式 (4.12) になる.

$$I_{ik}^{00} = \begin{cases} (\cos p_i \sinh p_i - \sin p_i \cosh p_i)^2, & i = k \text{ のとき,} \\ 0, & i \neq k \text{ のとき.} \end{cases} \quad (4.12)$$

ここで, 式 (4.12) は $i = k$ のとき大きな p_i に対して積分値 I_{ik}^{00} は非常に大きな値となるために数値誤差の原因になる.

そこで, 今度は逆に積分値 I_{ik}^{00} が式 (4.13) を満足するように撓み級数の A_i , B_i , C_i , D_i の値を決めることにする.

$$I_{ik}^{00} = \begin{cases} 1, & i = k \text{ のとき,} \\ 0, & i \neq k \text{ のとき.} \end{cases} \quad (4.13)$$

積分値が式 (4.13) を満足するとき $X_i(\bar{x})$ は区間 $[0, 1]$ に対して正規直交関数であり, 式 (4.12) に対して言った誤差の原因はなくなる.

さらに, A_i , B_i , C_i , D_i を簡潔に表現するために, 次のことを考える. 式 (4.10) の解 p_i は 1.5π , 2.5π , 3.5π , $\dots$ に近い値である. そこで, 式 (4.14) のように p_i を $p_{0i} = 1.5\pi$, 2.5π , 3.5π , $\dots$ と微小量 dp_i に分離する.

$$p_i = p_{0i} + dp_i. \quad (4.14)$$

p_{0i} と dp_i の値を Table 4.1 に示す. 式 (4.14) を定義することにより $\cos p_i$, $\sin p_i$, $\cosh p_i$, $\sinh p_i$ を $\cos dp_i$, $\sin dp_i$ で表すことができる. その変換式を式

Table 4.1 p_{0i} and dp_i for both edges being clamped

i	p_{0i}	dp_i
1	1.5π	+0.01765176
2	2.5π	-0.00077701
3	3.5π	+0.00003355
4	4.5π	-0.00000145
5	5.5π	+0.00000006
6	6.5π	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

(4.15) に示す.

$$\begin{aligned}\cos p_i &= -(-1)^i \sin dp_i, \quad \sin p_i = (-1)^i \cos dp_i, \\ \cosh p_i &= \frac{-(-1)^i}{\sin dp_i}, \quad \sinh p_i = \frac{-(-1)^i \cos dp_i}{\sin dp_i}.\end{aligned}\quad (4.15)$$

式 (4.14) と式 (4.15) を考慮に入れると, 式 (4.13) を満足する A_i, B_i, C_i, D_i は式 (4.16) のように決定できる.

$$A_i = -C_i = -1, \quad B_i = -D_i = F_i. \quad (4.16)$$

ここで,

$$F_i = 1 + dF_i = \frac{\cos dp_i}{1 + \sin dp_i}$$

dF_i は Table 4.2 に示す.

両辺固定の場合の正規化された撓み関数 $X_i(\bar{x})$ の3次までの撓み形を Fig. 4.2 に示す.

式 (4.15) と式 (4.16) を式 (4.7) へ代入することにより境界値として式 (4.17) を得る.

$$\begin{aligned}X_i''(0) &= 2p_i^2, \quad X_i'''(0) = -2p_i^3 F_i, \quad X_i''(1) = -2(-1)^i p_i^2, \\ X_i'''(1) &= -2(-1)^i p_i^3 F_i, \quad (\text{The others}) = 0.\end{aligned}\quad (4.17)$$

以上が両辺固定の境界値を求める方法である.

Table 4.2 Infinitesimal values dF_i and dH_i

i	dF_i	dH_i
1	-0.01749779	-0.02749700
2	+0.00077731	+0.00120484
3	-0.00003355	-0.00005203
4	+0.00000145	+0.00000225
5	-0.00000006	-0.00000010
6	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

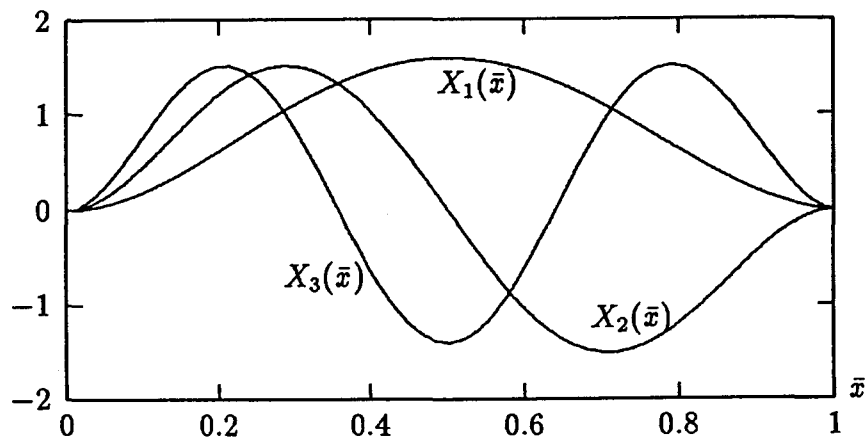


Fig. 4.2 1st, 2nd and 3rd mode deflection shapes of biharmonic series in the case of both edges clamped.

Table 4.3 p_{0i} and dp_i for being clamped–simply supported or simply supported–clamped

i	p_{0i}	dp_i
1	1.25π	-0.00038850
2	2.25π	-0.00000072
3	3.25π	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

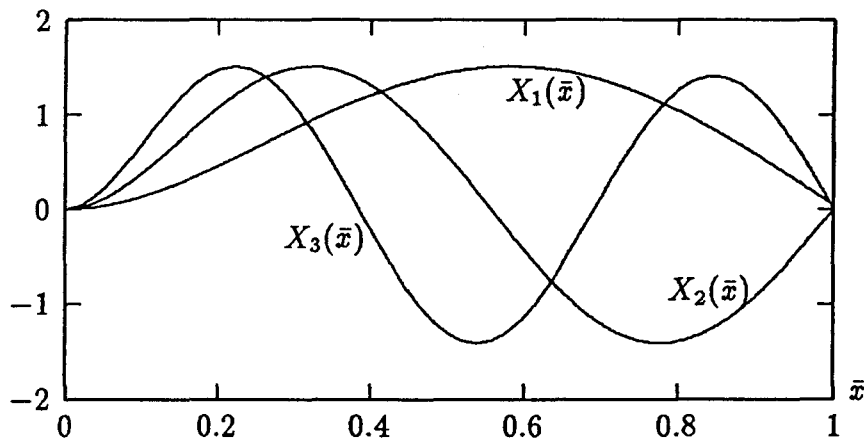


Fig. 4.3 1st, 2nd and 3rd mode deflection shapes of biharmonic series in case where the left edge is clamped and the right edge is simply supported.

固定–単純支持の場合

両辺固定の場合と同じ要領で各値を求める。式 (4.7) の各係数を式 (4.18) に示す。

$$A_i = -C_i = -1, \quad B_i = -D_i = G_i, \quad p_i = p_{0i} + dp_i. \quad (4.18)$$

p_{0i} と dp_i の値を Table 4.3 に示す。固定–単純支持の場合の正規化された撓み関数 $X_i(\bar{x})$ を 3 次の撓み形まで Fig. 4.3 に示す。

境界値は式 (4.19) になる。

$$X_i''(0) = 2p_i^2, \quad X_i'''(0) = -2p_i^3 G_i, \quad X_i'(1) = \sqrt{2}(-1)^i p_i / H_i,$$

$$X_i'''(1) = -\sqrt{2}(-1)^i p_i^3 H_i, \quad (\text{The others}) = 0. \quad (4.19)$$

ここで,

$$\begin{aligned} H_i &= 1 + dH_i = \frac{1 + (-1)^i \sqrt{-2 \cos dp_i \sin dp_i}}{\cos dp_i + \sin dp_i}, \\ \frac{1}{H_i} &= \frac{1 - (-1)^i \sqrt{-2 \cos dp_i \sin dp_i}}{\cos dp_i + \sin dp_i}, \\ G_i &= \sqrt{\frac{1}{2}(H_i^2 + \frac{1}{H_i^2})} = \frac{\cos dp_i - \sin dp_i}{\cos dp_i + \sin dp_i}. \end{aligned}$$

dH_i の値は Table 4.2 に示す.

単純支持-固定の場合

単純支持-固定の場合は固定-単純支持の場合に似ている. 式 (4.7) の各係数を式 (4.20) 示す.

$$A_i = C_i = 0, \quad B_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_i + \frac{1}{H_i}), \quad D_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(-H_i + \frac{1}{H_i}), \quad p_i = p_{0i} + dp_i. \quad (4.20)$$

境界値は式 (4.21) になる.

$$\begin{aligned} X_i'(0) &= \sqrt{2}p_i/H_i, \quad X_i'''(0) = -\sqrt{2}p_i^3 H_i, \quad X_i''(1) = -2(-1)^i p_i^2, \\ X_i'''(1) &= -2(-1)^i p_i^3 G_i, \quad (\text{The others}) = 0. \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここで, p_i, H_i, G_i は固定-単純支持の場合と同じである.

両辺単純支持の場合

両辺単純支持の場合は固定辺を含む場合に比べて, 計算は容易である. 式 (4.7) の各係数を式 (4.22) に示す.

$$A_i = C_i = D_i = 0, \quad B_i = \sqrt{2}, \quad p_i = \pi i. \quad (4.22)$$

境界値は式 (4.23) になる.

$$\begin{aligned} X_i'(0) &= \sqrt{2}p_i, \quad X_i'''(0) = -\sqrt{2}p_i^3, \quad X_i'(1) = \sqrt{2}(-1)^i p_i, \\ X_i'''(1) &= -\sqrt{2}(-1)^i p_i^3, \quad (\text{The others}) = 0. \end{aligned} \quad (4.23)$$

4.2.5 重調和級数を用いた解析法

以上で、境界値が求まり、その境界値を式(4.9)へ代入することにより式(4.6)で必要となる積分値も求まった。

座屈応力の無次元量の比が $\bar{\sigma}_x^\theta, \bar{\sigma}_y^\theta, \bar{\tau}_{xy}^\theta, \bar{\sigma}_x^{b\theta}, \bar{\sigma}_y^{b\theta}$ とわかっているとき式(4.24)の表現ができる。

$$\bar{\sigma}_x = \Lambda \bar{\sigma}_x^\theta, \quad \bar{\sigma}_y = \Lambda \bar{\sigma}_y^\theta, \quad \bar{\tau}_{xy} = \Lambda \bar{\tau}_{xy}^\theta, \quad \bar{\sigma}_x^b = \Lambda \bar{\sigma}_x^{b\theta}, \quad \bar{\sigma}_y^b = \Lambda \bar{\sigma}_y^{b\theta}. \quad (4.24)$$

ここで、 Λ は座屈応力の無次元量の比から座屈応力の無次元量を求める際の係数である。

式(4.24)より式(4.6)は式(4.25)のようにマトリックス表示ができる。

$$([A] + \Lambda[B])\{\bar{w}_{ij}\} = 0. \quad (4.25)$$

式(4.25)を、一般固有値問題として解くと、 $m \times n$ 個の固有値 Λ と対応する $m \times n$ 個の固有ベクトル $\{\bar{w}_{ij}\}$ を得る。ここで、 Λ を式(4.24)に代入することにより座屈応力値の無次元量を得、 $\{\bar{w}_{ij}\}$ を式(4.3)に代入することにより座屈波形を得る。撓み級数が境界条件を満足する許容関数であるので解は上界になる。

4.2.6 選択的固有関数を用いた解析法

以上の方法を使って解いても、パネルの座屈強度を短時間で計算することができるが、2つ以上の荷重成分に対して一般的な方法で連成を取り扱う代わりにさらに効率の良い方法として、単独荷重に対する座屈波形を成分とした線形結合和を撓み形として用いることを提案する。

具体的な例として、縦横比が3の周辺単純支持の矩形板に圧縮と剪断の組合わせ荷重が作用する場合の座屈を考える。純圧縮の場合の座屈波形を $E_C(x, y)$ とし、最低次の座屈波形の固有関数を $E_{C1}(x, y)$ 、その次のモードの座屈波形の固有関数を $E_{C2}(x, y)$ とする。それぞれの波形を Fig. 4.4と Fig. 4.5に示す。同様に純剪断の場合の座屈波形は $E_S(x, y)$ で表し、各モードに対する固有関数は $E_{S1}(x, y), E_{S2}(x, y)$ で、Fig. 4.6と Fig. 4.7に座屈波形を示す。

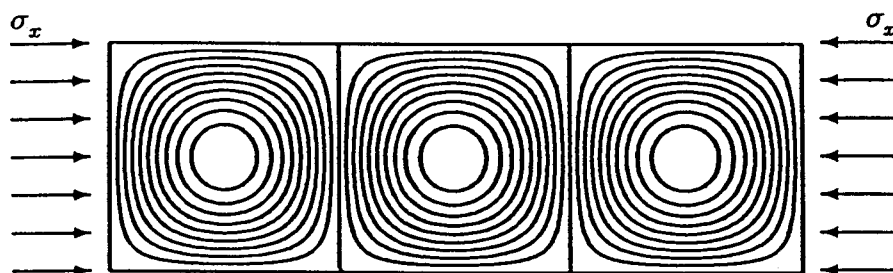


Fig. 4.4 The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

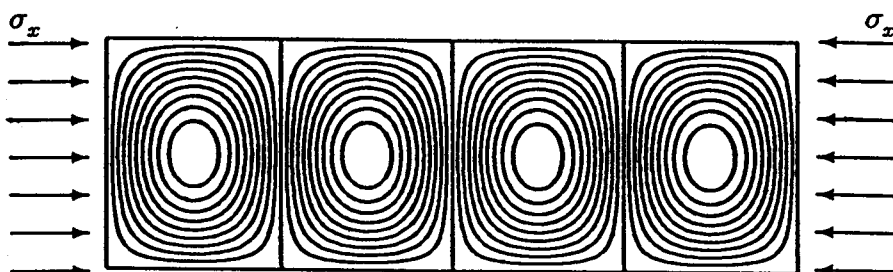


Fig. 4.5 Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

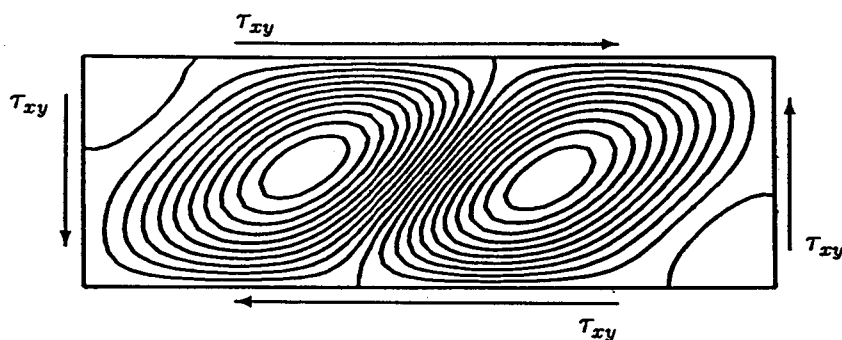


Fig. 4.6 The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

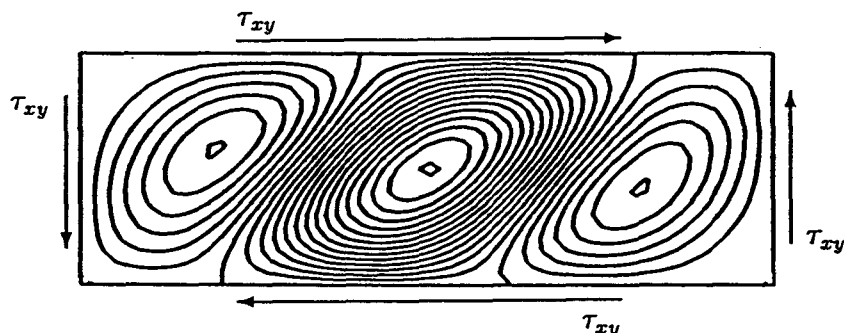


Fig. 4.7 Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

次に、圧縮と剪断が同時に作用している場合の座屈強度を求め、最低次のモードと、その次のモードの2本の相関曲線を Fig. 4.8に示す。同図中の点 A, B, C, D は座屈波形の固有関数 E_{C1} , E_{C2} , E_{S1} , E_{S2} に対応する座屈値に相当する。他方、点 E, F は、両荷重成分の作用のもとでの座屈点で、AD 曲線と BC 曲線の間点にあり、 E_{C1} と E_{S2} , または E_{C2} と E_{S1} の合成された座屈値で、点 E の座屈波形を Fig. 4.9に、点 F の座屈波形を Fig. 4.10に示す。Fig. 4.4から Fig. 4.10までを比べると、点 E は点 A, D の中間的な座屈波形となり、点 F は点 B, C の中間的な座屈波形となっていることがわかる。

このことにより、組合せ荷重のもとでの座屈波形は各成分荷重が単独で作用する場合の座屈固有関数の線形結合和で表せることを考えると式 (4.26) となる。

$$w(x, y) = W_C E_C(x, y) + W_S E_S(x, y). \quad (4.26)$$

式 (4.26) の W_C , W_S は係数である。

ただし、Fig. 4.8を参考にすると点 E は点 A と点 D の中間的な座屈波形であり、点 F は点 B と点 C の中間的な座屈波形であるから、式 (4.26) は具体的には式 (4.27) あるいは式 (4.28) となる。

$$w_{12}(x, y) = W_{C1} E_{C1}(x, y) + W_{S2} E_{S2}(x, y). \quad (4.27)$$

$$w_{21}(x, y) = W_{C2} E_{C2}(x, y) + W_{S1} E_{S1}(x, y). \quad (4.28)$$

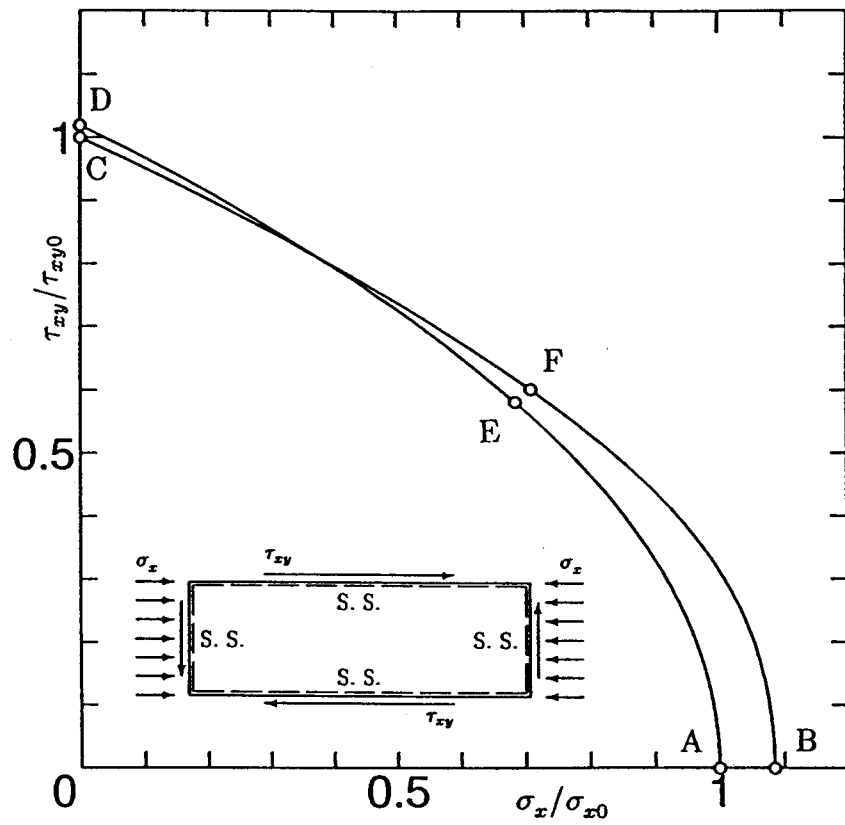


Fig. 4.8 The lowest and second lowest buckling mode correlation curves of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

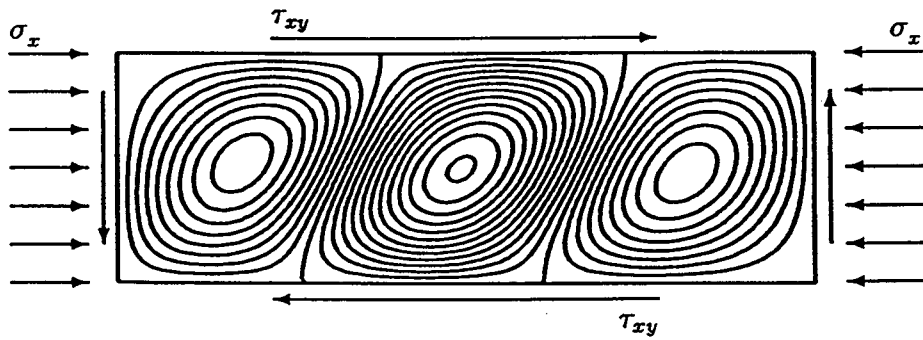


Fig. 4.9 The lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

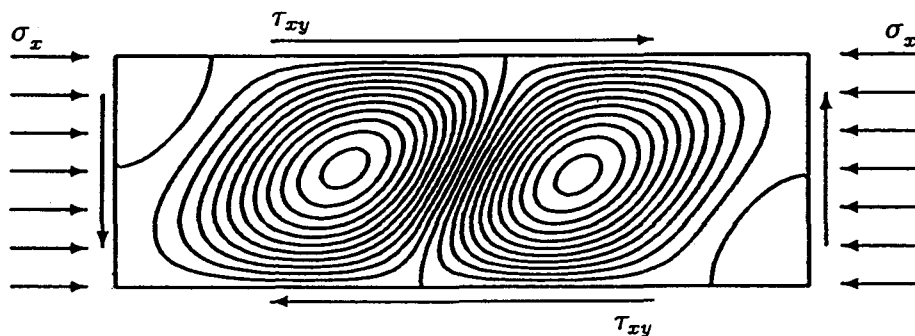


Fig. 4.10 Second lowest buckling mode of a rectangular plate subjected to compression and shear ($a/b = 3$, all edges are simply supported)

式 (4.26) より式 (4.25) は式 (4.29) のように書きかえることができる。

$$([A'] + \Lambda[B']) \begin{Bmatrix} W_C \\ W_S \end{Bmatrix} = 0. \quad (4.29)$$

ここで, $[A']$, $[B']$ は式 (4.25) から式 (4.29) への計算で得られるマトリックスであり, その詳しい内容はここでは省略する。

座屈波形が式 (4.27) のときは式 (4.29) は式 (4.30) になる。

$$([A'_{12}] + \Lambda_{12}[B'_{12}]) \begin{Bmatrix} W_{C1} \\ W_{S2} \end{Bmatrix} = 0. \quad (4.30)$$

ここで, $[A'_{12}]$, $[B'_{12}]$ は W_{C1} と W_{S2} の相関を考えたときに得られるマトリックスである。式 (4.30) は縦横比に関係なく 2 元の固有値問題であり, 式 (4.25) を解く時間, つまり, $m \times n$ 元の固有値問題を解く時間に比べると格段に速い。

座屈波形が式 (4.28) のときも解法は同じである。式 (4.27) から得られる固有値 Λ と式 (4.28) から得られる固有値 Λ の値の小さいほうを座屈値とする。

ここでは, Fig. 4.8 を参考にしたので, 圧縮と剪断の相関する座屈波形を作成する際に式 (4.27) や式 (4.28) のように E_{C1} と E_{S2} の組合せと E_{C2} と E_{S1} の組合せの 2 種類のみの組合せを考えればよかった。しかし, 一般的な座屈値の計算においては圧縮のみで座屈したときの各モードの座屈波形と剪断のみで座屈したときの各モードの座屈波形の組合せは一義的に決定できない。そこで, 実際の計

算では E_{C1} と E_{S1} の組合せ, E_{C1} と E_{S2} の組合せ, E_{C1} と E_{S3} の組合せ, $\dots$, E_{C2} と E_{S1} の組合せ, E_{C2} と E_{S2} の組合せ, E_{C2} と E_{S3} の組合せ, $\dots$ というふうに, すべての場合の組合せを調べた上で最も低い固有値 Λ を選択し, その値を持って座屈値とすることになる.

この解析手法は, 境界条件は周辺単純支持であっても, 固定辺を含んでいても解析できる. また, 3 つ以上の組合せ荷重により座屈する場合や, 問題が複雑で 2 つの固有関数で座屈相関曲線を表しきれない場合には式 (4.26) の右辺の項数をそれにあわせて増やせばよい. すなわち, 固有関数の数を 3 個以上にすればよい.

以上が, 選択的固有関数による座屈強度解析法の概要である.

4.3 重調和級数を用いた場合の解析精度

いくつかの計算例により重調和級数を用いた方法の有用性を示す. はじめに, 4.3.1 節で本研究の撓み関数の収束性のよさを説明する. 次に 4.3.2 節で重調和級数を用いた解析法で短時間に精度よく矩形板の座屈値を求められることを述べる.

4.3.1 重調和級数とベキ級数の座屈値の精度の比較

吉識等 [111] は境界条件を満足するベキ級数を撓み級数として座屈値を求めた. 本研究では三角関数と双曲線関数により構成される重調和級数 (式 (4.7)) を撓み級数として座屈値を求めた. そこで, x 方向の圧縮力と y 方向の圧縮力が等しい, 2 軸圧縮を受ける一辺 a , 板厚 t の正方形板の座屈を考え, 両者の精度を比較する. 境界条件は Fig. 4.11 に示す 4 ケースを考える. 撓みは撓み級数を最低次の 1 項だけとった場合と 6 項までとった場合をベキ級数と重調和級数の両者について考えた. 撓み級数を 6 項までとる場合, 対称性があるものは反対称成分を除いて低次の項から 6 項とった. Fig. 4.11 の境界条件に対応して, 撓み級数を 6 項とった撓みはベキ級数も重調和級数も式 (4.31) の形式をとる.

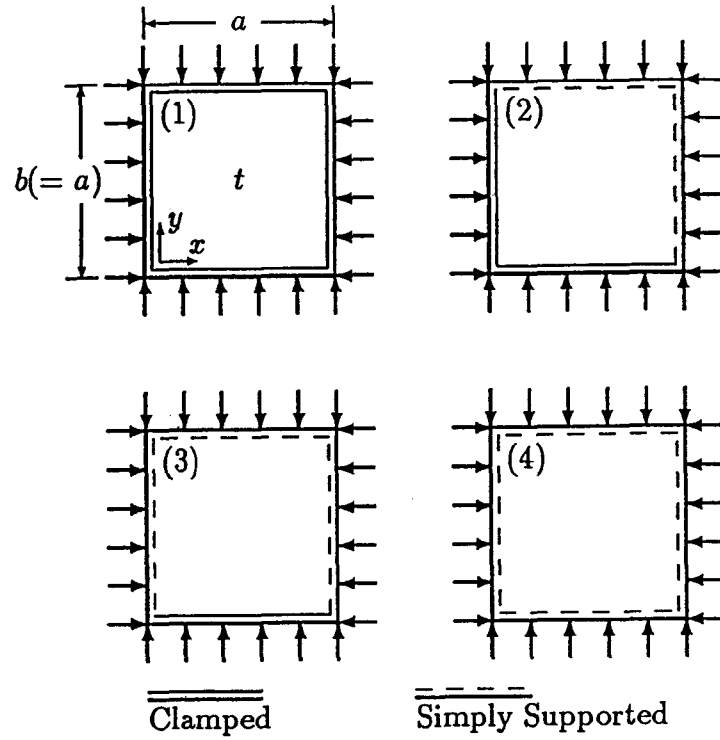


Fig. 4.11 Loading and boundary conditions of square plates

(1) と (4) の場合,

$$\begin{aligned}\bar{w} = & \bar{w}_{11}X_1(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{31}X_3(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{13}X_1(\bar{x})Y_3(\bar{y}) \\ & + \bar{w}_{51}X_5(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{33}X_3(\bar{x})Y_3(\bar{y}) + \bar{w}_{15}X_1(\bar{x})Y_5(\bar{y}),\end{aligned}$$

(2) の場合,

$$\begin{aligned}\bar{w} = & \bar{w}_{11}X_1(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{21}X_2(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{12}X_1(\bar{x})Y_2(\bar{y}) \\ & + \bar{w}_{31}X_3(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{22}X_2(\bar{x})Y_2(\bar{y}) + \bar{w}_{13}X_1(\bar{x})Y_3(\bar{y}),\end{aligned}$$

(3) の場合,

$$\begin{aligned}\bar{w} = & \bar{w}_{11}X_1(\bar{x})Y_1(\bar{y}) + \bar{w}_{12}X_1(\bar{x})Y_2(\bar{y}) + \bar{w}_{31}X_3(\bar{x})Y_1(\bar{y}) \\ & + \bar{w}_{13}X_1(\bar{x})Y_3(\bar{y}) + \bar{w}_{32}X_3(\bar{x})Y_2(\bar{y}) + \bar{w}_{14}X_1(\bar{x})Y_4(\bar{y}).\end{aligned}\quad (4.31)$$

ここで、ベキ級数に対しても重調和級数に対しても $X_1(\bar{x})$ は $\bar{x}$ 方向に対する最低次の波形を表し、 $X_2(\bar{x})$, $X_3(\bar{x})$, $\dots$ は 2 次, 3 次, $\dots$ の波形を表す. $Y_1(\bar{y})$,

Table 4.4 Compressive buckling strength of a square plate calculated by biharmonic series and power series for different boundary conditions ($K = \sigma_b/\sigma_e$)

Boundary condition	K				
	Power series		Biharmonic series		
	1 term	6 terms	1 term	6 terms	20 × 20 terms
(1)	5.4713 (3.16%)	5.4024 (1.86%)	5.3690 (1.23%)	5.3080 (0.08%)	5.3036
(2)	4.4581 (37.27%)	3.2603 (0.39%)	3.2586 (0.34%)	3.2496 (0.06%)	3.2476
(3)	3.4618 (30.01%)	2.6631 (0.02%)	2.6649 (0.08%)	2.6627 (0.00%)	2.6627
(4)	2.2291 (11.46%)	2.0000 (0.00%)	2.0000 (0.00%)	2.0000 (0.00%)	2.0000

$Y_2(\bar{y})$, $Y_3(\bar{y})$, $\dots$ についても $X_i(\bar{x})$ と同様である. 座屈係数 K の比較結果を Table 4.4 に示す.

ここで, 座屈係数 K は式 (4.32) で定義する.

$$K = \sigma_b/\sigma_e. \quad (4.32)$$

ここで,

$$\sigma_b : \text{座屈応力}, \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2.$$

ベキ級数と本研究の座屈値の精度を比較するために, 重調和級数で x 方向に 20 項, y 方向に 20 項 ($m \times n = 20 \times 20$) とし誤差を評価する基準とし, その誤差を Table 4.4 において括弧の中の数値として表す. 重調和級数の場合は少ない項数で高い精度を得ることがわかる.

Table 4.5 Relations between accuracy of buckling strength and C.P.U. time for a simply supported rectangular plate under pure shear (aspect ratio is 4, $K = \sigma_b/\sigma_e$)

$m \times n$	K	error (%)	time (sec.)
2×2	12.5346	122.8	0.0013
3×2	7.4617	32.7	0.0043
4×2	6.2981	12.0	0.0087
5×2	5.9706	6.1	0.0151
3×3	7.2503	28.9	0.0110
4×3	6.0527	7.6	0.0239
5×3	5.6842	1.1	0.0538
6×3	5.6670	0.8	0.0822
16×4	5.6354	0.2	3.04
20×5	5.6276	0.1	15.5
40×10	5.6247	—	998

4.3.2 重調和級数の項数と座屈値の精度

以上では重調和級数がベキ級数よりも座屈値の精度がよいことを示した。この節では本研究で示した重調和級数の項数と座屈値の精度・計算時間の関係を検討する。

撓み級数の項数と誤差、計算時間の関係

4.3.1節で示したように正方形板の場合は撓み級数を1項の場合も6項の場合も、よい精度の座屈値を得たが、矩形板の座屈解析をするときは正方形板よりも撓み級数の項数を多く必要とする。ここでは、アスペクト比が4の全辺単純支持の矩形板の剪断座屈問題を例に考える。撓み級数の項数による座屈値 K (式(4.32)) を Table 4.5 に示す。精度をわかりやすくするために、重調和級数で x 方向に40項、 y 方向に10項 ($m \times n = 40 \times 10$) とったときの座屈値を基準に誤差を示す。また SONY NEWS NWS-3865 で計算したときの実行時間も示す。

1% 程度の誤差で座屈値を得るためには $m \times n = 5 \times 3$ くらいが適当であることがわかる.

一成分の荷重が作用するときの撓み級数の最適の項数

Table 4.5 からわかるように座屈値の精度を重視すると非常に計算時間がかかるし、計算時間を少なくするために撓み級数の項数を少なくしすぎると座屈値の精度が悪くなる. よって、本解析法を船体構造解析時の座屈応力解析へ実用化するためには計算時間が少なくても、よい座屈値の精度を得る撓み級数の最適の項数を調べることが重要である. 種々のアスペクト比, 境界条件の矩形板に軸圧縮, 剪断, 面内曲げのうち一成分のみ作用させ, 最適の項数を調べた. その結果, 5% の精度を得るための撓み級数の最小の項数は式 (4.33) で表すことができる.

$$m \times n = \text{raise}(\alpha + 2) \times 3, \quad \alpha \geq 1 \text{ のとき,}$$

$$m \times n = 3 \times \text{raise}(1/\alpha + 2), \quad \alpha < 1 \text{ のとき.} \quad (4.33)$$

ここで, m は x 方向の撓み級数の項数, n は y 方向の撓み級数の項数, α はアスペクト比 ($= a/b$) である. $\text{raise}(x)$ は x の小数部を切り上げることを意味する.

式 (4.33) はあらゆる境界条件に対して 5 % の精度を得る撓み級数の項数であるが, 境界条件を全辺が単純支持の場合に限定すれば他の境界条件に比べて座屈値の精度がよく式 (4.33) で 1% の精度を得ることができる.

式 (4.33) で, ほとんどの場合の座屈値を精度よく解析することができるが, 座屈半波が x 方向に $\alpha + 2$ をこえる場合は座屈値の精度が低下する. 例えば, Fig. 4.12 はアスペクト比が 4 の全辺固定の矩形板に x 方向に面内曲げが作用して座屈した場合の座屈波形で, 本解法で $m \times n = 20 \times 5$ で計算し描いた図であるが, 波形は少なくとも x 方向に 8 半波はある. 一方, 式 (4.33) によるとアスペクト比が 4 の矩形板の撓み級数の最適の項数は $m \times n = 6 \times 3$ になる. このように, 座屈波形を表すことのできない撓み級数の項数の場合, 座屈値の精度は悪くなり, この場合の誤差は 11.9 % である. この問題のように座屈半波が x

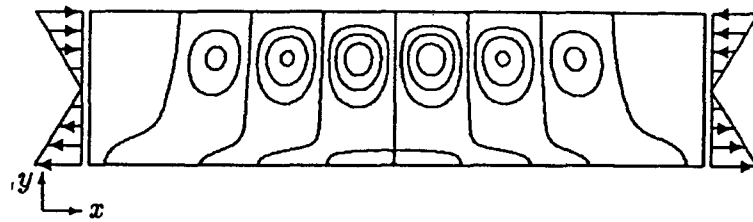


Fig. 4.12 Buckling shape of a rectangular plate which is clamped along all edges and subjected to inplane bending (aspect ratio is 4.0).

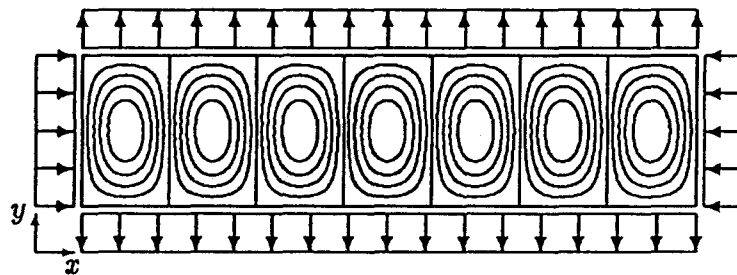


Fig. 4.13 Buckling shape of a rectangular plate which is simply supported along all edges and subjected to compression along the left and right edges and tension along the bottom and top edges (aspect ratio is 4.0).

方向に $\alpha + 2$ をこえることが予想される場合は撓み級数の項数を式 (4.33) よりも少し増やすことにより精度のよい座屈値を得ることができる。

複合荷重が作用するときの撓み級数の最適の項数

以上では、軸力、剪断力、面内曲げのうち 1 成分のみが作用する場合の座屈値の精度について考えた。これらの力が複合している場合も座屈値の精度を調べた結果、やはり式 (4.33) で精度のよい解析ができることがわかった。

しかし、Fig. 4.12 の例と同様、座屈半波が $\alpha + 2$ をこえる場合は精度が悪くなる。例えば、Fig. 4.13 は全辺単純支持のアスペクト比が 4 の矩形板に x 方向に圧縮力、 y 方向に引張力が作用し座屈したときの座屈波形である。 x 方向の圧縮応力と y 方向の引張応力の絶対値は等しい。この場合、座屈波形は x 方向に 7 半波ある。この問題を式 (4.33) で解析すると、撓み波形を表すことができないので、やはり座屈値の精度が悪くなり、誤差は 5.6 % であった。このような

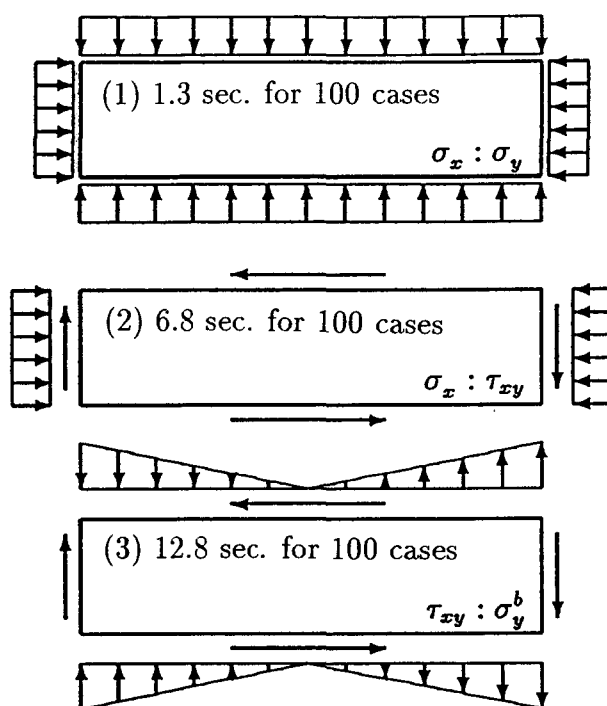


Fig. 4.14 Rectangular plates used for comparison of C.P.U. time for 100 cases (simply supported along all edges and aspect ratio is 4.0).

場合でも、撓み級数の項数を式 (4.33) よりも少し増やすことにより精度のよい座屈値を得ることができる。

最適の項数を採用した場合の座屈値の計算時間

以上述べたように、長辺が固定である矩形板に x 方向の面内曲げが作用する場合と、極端に大きな引張荷重が存在する座屈相関問題においては座屈半波が x 方向に $\alpha + 2$ 半波を越える場合があるために、座屈値の精度が悪くなることがあるが、一般にこのような荷重で実構造物のパネルが座屈することはあまりなく、式 (4.33) を座屈応力解析に適用しても問題はない。

最後に、提案した式 (4.33) をもとに座屈問題を解くときの計算時間について調べる。アスペクト比が 4 で全辺単純支持の矩形板の座屈相関問題を Fig. 4.14 の 3 ケースについて計算時間を調べる。(1) は 2 軸圧縮 (σ_x と σ_y) の相関問題、(2) は軸圧縮 (σ_x) と剪断 (τ_{xy}) の相関問題、(3) は剪断 (τ_{xy}) と面内曲げ (σ_y^b) の相関問題である。

なお、本解法で計算時間の要するところは、固有値を求めるときであり、本研究ではヤコビ法で解いた。Fig. 4.14 の問題では $m \times n = 6 \times 3$ であるから、18 元の固有値問題を解くことになる。ヤコビ法の解法は文献 [112] に従った。

各ケースにおいて 2 つの応力成分を式 (4.34) に示す比で 100 ケース解いた。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x : \sigma_y \\ \sigma_x : \tau_{xy} \\ \tau_{xy} : \sigma_y^b \end{array} \right\} = \cos \theta : \sin \theta, (\theta = \pi/200, 2\pi/200, \dots, \pi/2). \quad (4.34)$$

計算時間は Fig. 4.14 に示すとおり (1) 1.3 秒, (2) 6.8 秒, (3) 12.8 秒であった。Table 4.5 のときと同様、計算時間は SONY NEWS NWS-3865 で計算したときの実行時間である。

以上により、構造解析時の矩形板の座屈応力解析に、船級協会等の示す簡易計算式のかわりに本手法を用いても十分実用的であることがわかる。

4.4 選択的固有関数を用いた解法の解析例

次に、この節では、具体的な解析例をもとに選択的固有関数による解法の精度を検討する。

選択的固有関数による解法で計算する際、単独荷重が作用して座屈するときの座屈波形をあらかじめ求める必要がある。この座屈波形は式 (4.26) を例にすれば $E_C(x, y)$, $E_S(x, y)$ であるが、この座屈波形の計算時に採用した撓み級数の項数は、最適の項数である式 (4.33) を使った。

解析は種々の荷重条件、境界条件に対して検討を行なったが、解析例としては選択的固有関数を用いた方法の特徴を説明する上で都合のよいもののみを紹介する。

4.4.1 単独荷重における座屈強度

はじめに、圧縮、曲げ、剪断等の単独荷重が作用した場合の座屈荷重の基本的精度について述べる。固有関数による解法を行なう場合、固有関数は式 (4.33) で

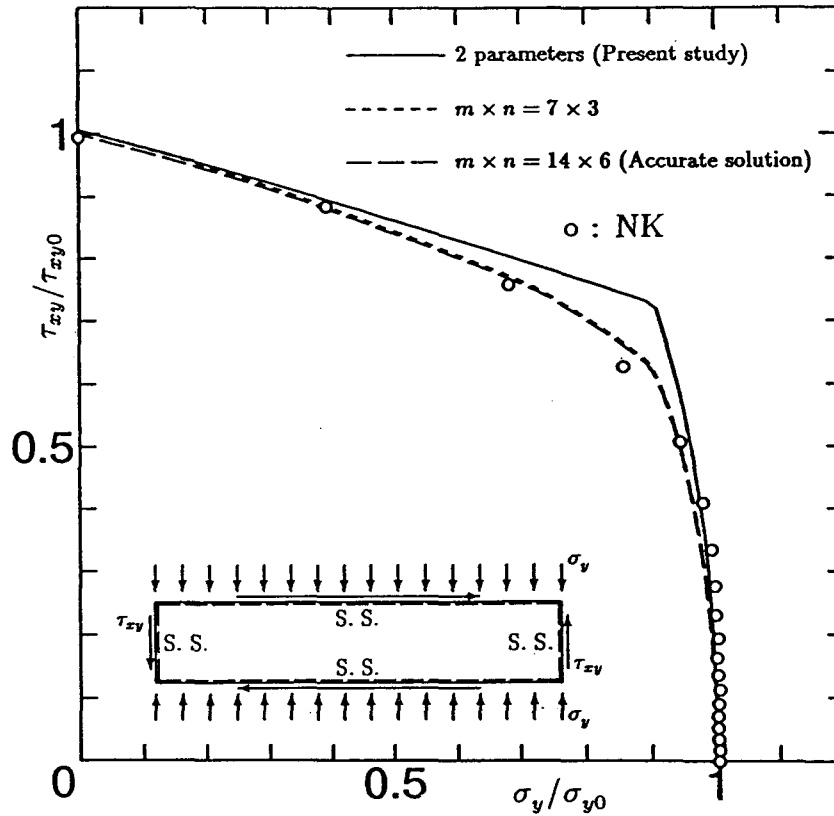


Fig. 4.15 Buckling correlation curves ($a/b = 5$, all edges are simply supported, subjected to compressive stress σ_y and shear stress τ_{xy})

示す項数を使って求めた。よって、すでに述べたように単独荷重が作用する場合の誤差は5%以内、全辺単純支持を仮定すれば1%以内である。

4.4.2 周辺単純支持の矩形板パネルに圧縮と剪断が作用して座屈したときの座屈相関曲線

Fig. 4.15は縦横比5で周辺単純支持の矩形板パネルに y 軸方向の圧縮と剪断が作用して座屈したときの座屈相関曲線である。図の横軸は圧縮力を純圧縮座屈荷重で無次元化したものである。縦軸は剪断力を純剪断座屈荷重で無次元化したものである。図の破線は式(4.3)の撓み級数を $m \times n = 14 \times 6$ まで採用したときの解であり正解値と考えることができる。点線は式(4.33)として提案した最適の項数 $m \times n = 7 \times 3$ により解析したときの座屈相関曲線である。ま

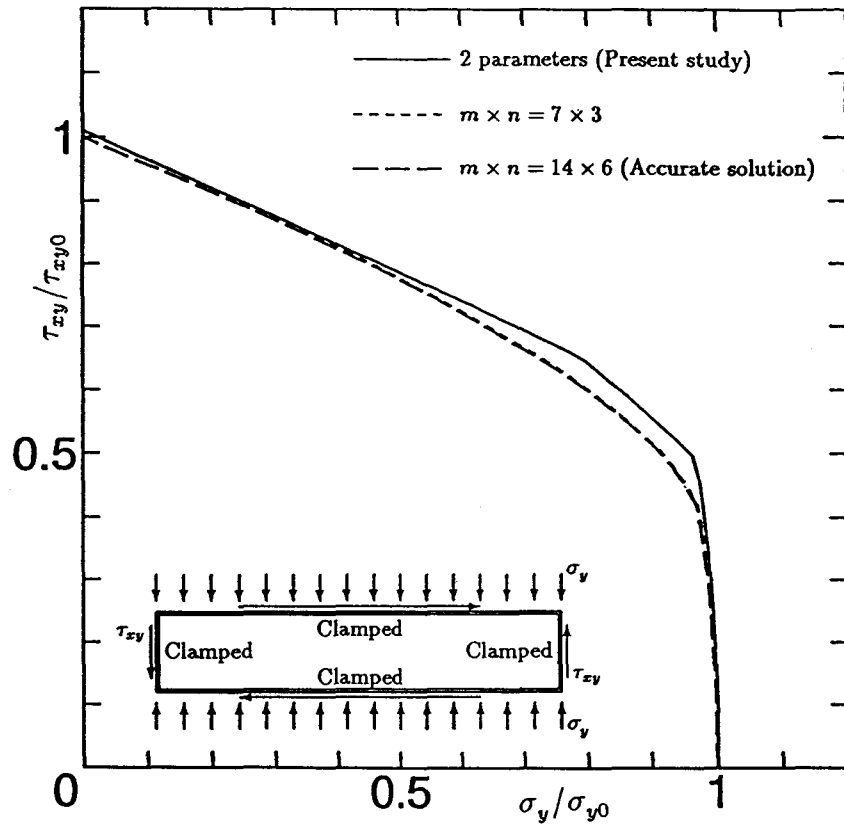


Fig. 4.16 Buckling correlation curves ($a/b = 5$, all edges are clamped, subjected to compressive stress σ_y and shear stress τ_{xy})

た、○印はNKの検査要領から得られる結果である。実線は2つの固有関数をパラメータとして解析した結果である。選択的固有関数による解法は、おおむねよい精度を示すことがわかる。

ここでは、圧縮力が長辺にそって作用している場合をとりあげたが、圧縮力が短辺にそって作用する場合も矩形板の縦横比にかかわらず同様のよい精度を示す。

4.4.3 周辺固定の矩形板パネルに圧縮と剪断が作用して座屈したときの座屈相関曲線

Fig. 4.16はFig. 4.15と同じ寸法、同じ荷重であるが、境界条件が異なり、全辺固定の場合の座屈相関曲線である。

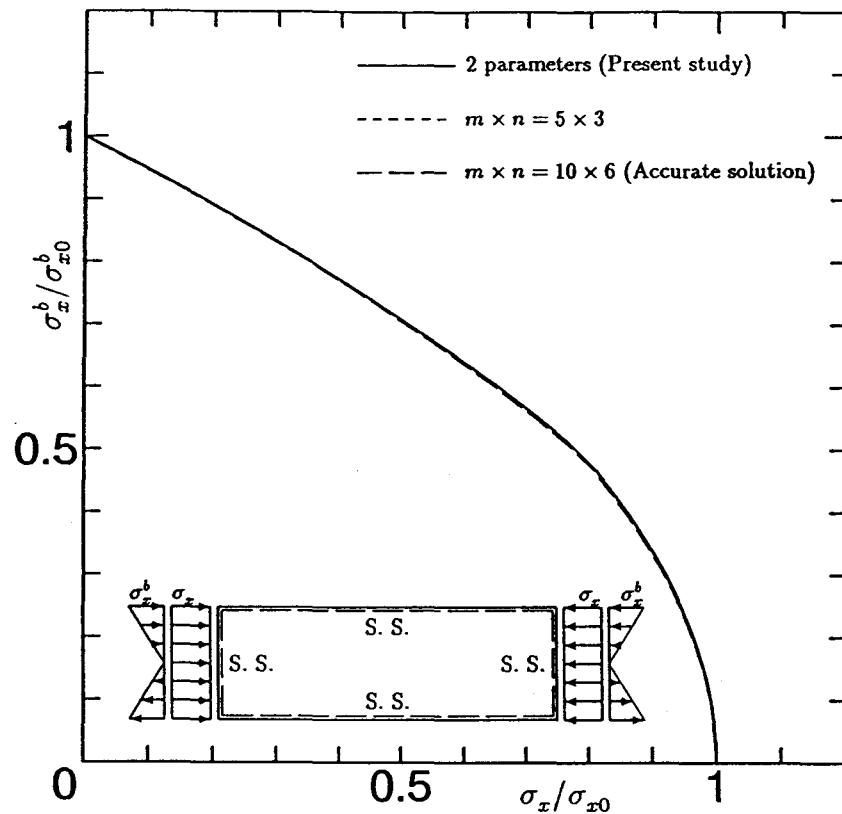


Fig. 4.17 Buckling correlation curves ($a/b = 3$, all edges are simply supported, subjected to compressive stress σ_x and in-plane bending stress σ_x^b)

Fig. 4.16の曲線からわかるとおり、選択的固有関数による解法はそれなりの精度を保持できているといえる。

Fig. 4.15と Fig. 4.16を比較すると、選択的固有関数による解析は全辺固定の場合も全辺単純支持の場合と同様の精度を得ることがわかる。ここでは示さないが他の解析例も含めて、選択的固有関数による解析の精度は境界条件 (固定または単純支持) にはそれほど依存しない。

4.4.4 面内曲げが作用して座屈したときの座屈相関曲線

Fig. 4.17は周辺単純支持の矩形板パネルに圧縮と面内曲げが作用して座屈したときの座屈相関曲線である。選択的固有関数による解法は非常に精度がよいことがわかる。精度がよい理由は、圧縮と面内曲げが同時に作用した場合の座屈

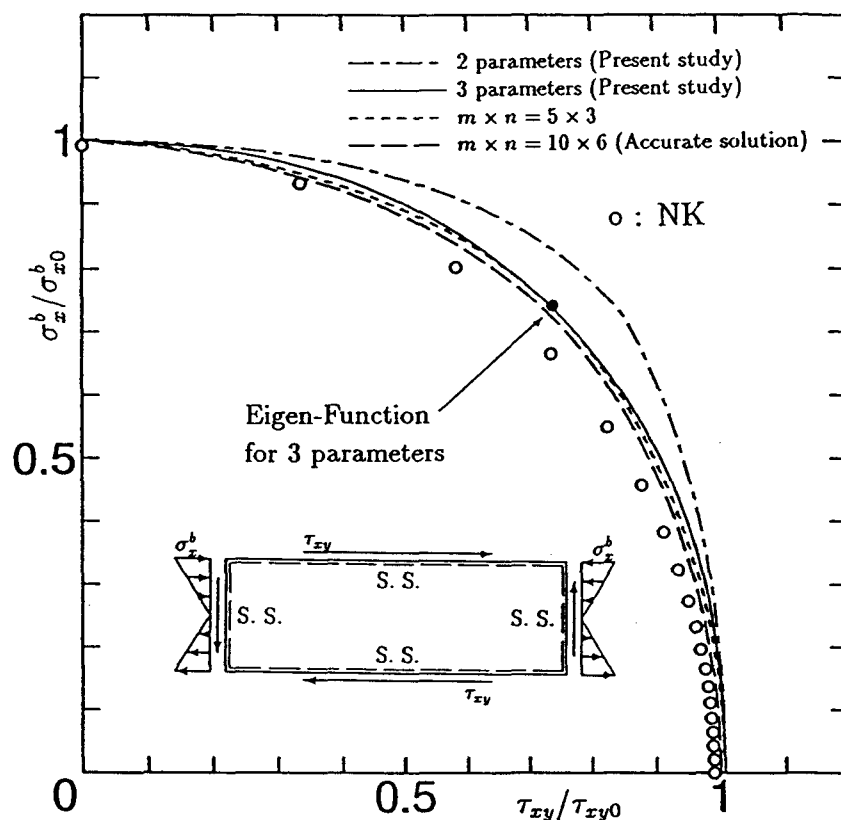


Fig. 4.18 Buckling correlation curves ($a/b = 3$, all edges are simply supported, subjected to shear stress τ_{xy} and in-plane bending stress σ_x^b)

波形を、圧縮のみが作用するときの座屈波形と、面内曲げのみが作用するときの座屈波形で、簡単に表すことができるからである。

ここでは、例として示していないが、2方向からの圧縮をうけて座屈するような問題においても、2圧縮力が同時に作用したときの座屈波形を1方向からの圧縮力が作用したときの座屈波形で簡単に表すことができるので、Fig. 4.17と同様、あらゆる縦横比に対して精度がよい。

一方、Fig. 4.18は剪断と面内曲げが作用して座屈したときの座屈相関曲線である。一点鎖線は、2つの固有関数で解いたものであるが、精度が悪い。この2つの固有関数による解法の精度が悪い理由は、剪断と面内曲げが同時に作用した場合の複雑な座屈波形を、剪断のみが作用するときの座屈波形と、面内曲げのみが作用するときの座屈波形で、簡単には表せないからである。実線は3つの固有関数で解いたものである。このときの3つのパラメータは純剪断が作用する

とき (Fig. 4.18の横軸上), 純面内曲げが作用するとき (Fig. 4.18の縦軸上), 剪断と面内曲げが同時に作用するとき (Fig. 4.18の●印) の3つの座屈波形を固有関数としている. このように, 剪断と面内曲げが作用する場合は3つのパラメータを使うことにより非常に精度よく座屈相関曲線を得ることがわかる.

4.5 結言

以上の理論と計算例より次の結論を得た.

1. 撓み関数に三角関数と双曲線関数から構成される重調和級数を使い, その級数を正規化し数式的に積分を行うことにより, 撓み級数が少ない項数でも精度のよい座屈値を得ることができた.
2. 本理論は撓み級数が統一されているためにプログラムはFORTRANで数百行にしかないが, 矩形板の座屈問題を短時間で精度よく解くことができる. したがって, 全体構造解析システムに組み込み, 座屈応力解析に適用しても十分実用的である.
3. 選択的固有関数による座屈強度解析法は2つの荷重が同時に作用するほとんどの荷重条件の場合には境界条件 (固定または単純支持) に関係なく, かなりの精度を保持できることがわかった. 一方で, 剪断と面内曲げが複合するときの問題に対しては2パラメータでは座屈相関曲線は精度を落とし, 3つの固有関数を使うことにより精度を保持できることがわかった.
4. 多くの荷重条件, 境界条件について検討することにより船体構造の多くの矩形板パネルに対して, 本解法が適用可能であることがわかった.

本方法は, 座屈条件を求めるためだけでも有効であるが, 第5章で述べる選択的固有関数を使った矩形板の弾塑性座屈解析法の基礎理論ともなる.

第 5 章

効率的最終強度解析法

5.1 緒言

船舶や海洋構造物の上部構造のような薄板構造物は防撓材で囲まれた多くの板パネルから構成されている。これらの構造物の最終強度解析を有限要素法よりもはるかに効率のよい方法で行なうために、理想化構造要素法 (ISUM) が提案された [39], [41], [113]。理想化構造要素の中でも複雑な挙動を示す板パネルの大撓み弾塑性解析を精度よく解析するために、本研究では、大撓みに選択的固有関数 [114] を用い、塑性に関しては数値積分点での断面降伏条件を適用する新しい解析法を提案し、これをもとにした新しい矩形板要素を開発した。

この要素を用いると初期撓みや溶接残留応力のような初期不整を有する板の最終強度解析も効率的に精度よく解析することができる。

さらに、本解析法を実構造物に適用し、有限要素法では解析が困難な問題にも本解析法が適用できることを示す。

5.2 解析理論

解析対象は、Fig. 5.1に示すような周辺単純支持の矩形板で一様な軸力と剪断力をうける。本研究では、解析理論の枠組はこれまでの有限要素法と同じであるが、1 矩形板を 1 要素で解析する。したがって、各角点は矩形要素の節点であり

1, 2, 3, 4 : Nodal Point Numbers
All edges are simply supported

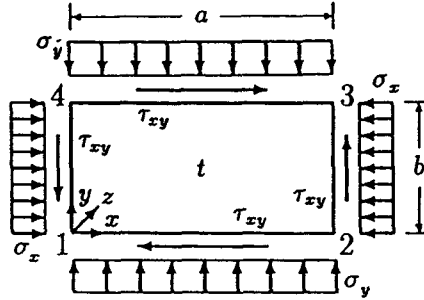


Fig. 5.1 Rectangular plate subjected to compression and shear

変位関数も1要素の全領域に適用できるような選択的固有関数を選ぶ。積分は数値積分による。塑性の判定は数値積分点における断面降伏条件式による。最終的に導出される平衡方程式は増分形であるが、各荷重増分毎に節点における内外力を釣り合うように収束計算を行なう。

5.2.1 変位関数

矩形板の撓みおよび初期撓みとして式(5.1)を考える。

$$w = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ij} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b},$$

$$w_0 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{0ij} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b}. \quad (5.1)$$

ここで、 W_{ij} は撓みのフーリエ級数の係数であり W_{0ij} は初期撓みのフーリエ級数の係数である。

ここで、大撓み理論を考慮し矩形板の x 方向、 y 方向、 z 方向に対して平衡方程式を導出する。 x 方向と y 方向の2つの面内平衡方程式に式(5.1)を代入し、 x 、 y 方向の面内変位である u と v を求めると、節点変位 $U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, V_4$ とフーリエ級数の係数 W_{ij} と W_{0ij} で表現することができる [115]。

$$u = \left(1 - \frac{x}{a}\right)\left(1 - \frac{y}{b}\right)U_1 + \frac{x}{a}\left(1 - \frac{y}{b}\right)U_2 + \frac{xy}{ab}U_3 + \left(1 - \frac{x}{a}\right)\frac{y}{b}U_4$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\{ A_1 \sin \frac{2i\pi x}{a} + A_2 \sin \frac{2i\pi x}{a} \sin \frac{2j\pi y}{b} \right\},$$

$$v = (1 - \frac{x}{a})(1 - \frac{y}{b})V_1 + \frac{x}{a}(1 - \frac{y}{b})V_2 + \frac{x}{a}\frac{y}{b}V_3 + (1 - \frac{x}{a})\frac{y}{b}V_4 \\ + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{B_1 \sin \frac{2j\pi y}{b} + B_2 \sin \frac{2j\pi y}{b} \sin \frac{2i\pi x}{a}\}. \quad (5.2)$$

ここで,

$$A_1 = \frac{a\pi}{16i}(\frac{j^2\nu}{b^2} - \frac{i^2}{a^2})(W_{ij}^2 - W_{0ij}^2),$$

$$A_2 = \frac{i\pi}{16a}(W_{ij}^2 - W_{0ij}^2),$$

$$B_1 = \frac{b\pi}{16j}(\frac{i^2\nu}{a^2} - \frac{j^2}{b^2})(W_{ij}^2 - W_{0ij}^2),$$

$$B_2 = \frac{j\pi}{16b}(W_{ij}^2 - W_{0ij}^2).$$

$U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, V_4$ は節点変位でありその添字は節点番号を意味する.

5.2.2 選択的固有関数の適用法

説明を明瞭にするために圧縮と剪断をうける縦横比 (a/b) が 3 の矩形板を例にとる.

圧縮および剪断による座屈後の撓み波形は純圧縮座屈時の座屈波形と純剪断座屈時の座屈波形の線形結合和で表現できると仮定する.

$$w(x, y) = W_{C3}E_{C3}(x, y) + W_{S3}E_{S3}(x, y). \quad (5.3)$$

ここで, E_{C3} は圧縮力のみで座屈したときの座屈波形であり E_{S3} は剪断力のみで座屈したときの座屈波形である. W_{C3} と W_{S3} は各座屈波形成分の大きさを表す係数である. 上式の E_{C3} および E_{S3} は選択的固有関数で, すでに前章で必要な項数を示している.

$$E_{C3} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ijC3} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b},$$

$$E_{S3} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ijS3} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b}.$$

上式の W_{ijC3} と W_{ijS3} は座屈波形をフーリエ級数で表す場合の係数で, 有限個で精度よく表せる係数比を縦横比が 1 と 3 の場合について Table 5.1に示しており

Table 5.1 Buckling deflection coefficient ratios of rectangular plates subjected to compression or shear

a/b	1		3	
(i, j)	W_{ijC1}	W_{ijS1}	W_{ijC3}	W_{ijS3}
(1, 1)	1	0.954	0	-0.474
(1, 2)	0	0	0	0
(1, 3)	0	-0.069	0	0.013
(2, 1)	0	0	0	0
(2, 2)	0	0.281	0	-0.292
(2, 3)	0	0	0	0
(3, 1)	0	-0.069	1	0.791
(3, 2)	0	0	0	0
(3, 3)	0	0.038	0	-0.057
(4, 1)			0	0
(4, 2)			0	0.222
(4, 3)			0	0
(5, 1)			0	-0.108
(5, 2)			0	0
(5, 3)			0	0.020

その波形は Fig. 5.2 のようになる. Fig. 5.2 には正方形板の場合の圧縮による座屈波形 E_{C1} と剪断による座屈波形 E_{S1} , および縦横比 $a/b = 3$ の矩形板の場合の圧縮による座屈波形 E_{C3} と剪断による座屈波形 E_{S3} を示す. 一般の座屈波形は固有値問題を解くことにより求められる [116].

撓みに選択的固有関数を適用することにより, 式 (5.1) の係数 W_{ij} にも, この固有関数の係数比が導入されることになり, 自由度は W_{C3} と W_{S3} の 2 つになる. 両者の関係は式 (5.4) のようになる.

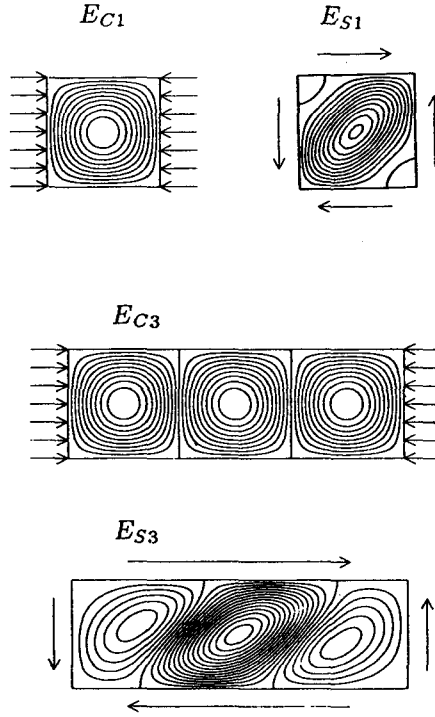


Fig. 5.2 The shapes of eigen functions

$$\{W_{ij}\} = [T_W] \begin{Bmatrix} W_{C3} \\ W_{S3} \end{Bmatrix}. \quad (5.4)$$

ここで,

$$\{W_{ij}\} = \begin{Bmatrix} W_{11} & \cdots & W_{mn} \end{Bmatrix}^T,$$

$[T_W]$ は Table 5.1 から得られる係数マトリックスである.

式 (5.4) を用いると式 (5.2) の変位 u, v は節点変位と W_{C3} と W_{S3} で表現することができる. すなわち,

$$u = u(U_1, U_2, U_3, U_4, W_{C3}, W_{S3}),$$

$$v = v(V_1, V_2, V_3, V_4, W_{C3}, W_{S3}). \quad (5.5)$$

5.2.3 歪

歪と変位の関係は大撓みを考慮すると式 (5.6) である.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}, \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2(w - w_0)}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2(w - w_0)}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2(w - w_0)}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\quad (5.6)$$

式 (5.3) と式 (5.5) を式 (5.6) に代入することにより歪を節点変位 $U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, V_4$ と固有関数の係数 W_{C3}, W_{S3} で表現することができる.

5.2.4 塑性の取り扱い

各数値積分点における断面降伏条件は式 (5.7) で表すことができ [117], $\Gamma_Y < 0$ のときは弾性であり, $\Gamma_Y = 0$ のときは塑性である.

$$\Gamma_Y = Q_n + 0.5Q_m + \sqrt{0.25Q_m^2 + Q_{nm}^2} - 1. \quad (5.7)$$

ここで,

$$Q_n = \bar{N}_x^2 - \bar{N}_x \bar{N}_y + \bar{N}_y^2 + 3\bar{N}_{xy}^2, \quad Q_m = \bar{M}_x^2 - \bar{M}_x \bar{M}_y + \bar{M}_y^2 + 3\bar{M}_{xy}^2,$$

$$Q_{nm} = \bar{N}_x \bar{M}_x - 0.5(\bar{N}_x \bar{M}_y + \bar{N}_y \bar{M}_x) + \bar{N}_y \bar{M}_y + 3\bar{N}_{xy} \bar{M}_{xy}.$$

$\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy}, \bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_{xy}$ は無次元量である.

$$\bar{N}_x = N_x/N_Y, \quad \bar{N}_y = N_y/N_Y, \quad \bar{N}_{xy} = N_{xy}/N_Y,$$

$$\bar{M}_x = M_x/M_Y, \quad \bar{M}_y = M_y/M_Y, \quad \bar{M}_{xy} = M_{xy}/M_Y.$$

N_x, N_y, N_{xy} は断面力である. M_x, M_y, M_{xy} は断面モーメントである. $N_Y (= \sigma_Y t)$ は全断面塑性力であり, $M_Y (= \sigma_Y t^2/4)$ は全断面塑性モーメントである. t は板厚である.

5.2.5 増分形の平衡方程式

$[B]$ マトリックスおよび $[G]$ マトリックス

式 (5.6) の増分関係を求めることにより歪増分と節点変位増分の関係である式 (5.8) が求まる.

$$\{\Delta\varepsilon\} = [B]\{\Delta U\}. \quad (5.8)$$

ここで, $\{\varepsilon\}$ は歪ベクトルであり Δ はその増分を表す.

$$\{\varepsilon\} = \left\{ \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \kappa_x \quad \kappa_y \quad \kappa_{xy} \right\}^T.$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ は歪であり $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ は曲率である.

$\{U\}$ は節点変位ベクトルであり Δ はその増分を表す.

$$\{U\} = \left\{ U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad W_{C3} \quad W_{S3} \right\}^T.$$

また, 変形勾配マトリックス $[G]$ を下記のように定義する.

$$\left\{ \begin{array}{c} \partial\Delta w/\partial x \\ \partial\Delta w/\partial y \end{array} \right\} = [G]\{\Delta U\}$$

$[D]$ マトリックス

断面力と歪の関係は式 (5.9) で表すことができる.

$$\{\Delta N\} = [D]\{\Delta\varepsilon\}. \quad (5.9)$$

ここで, $\{N\}$ は断面力ベクトルである.

$$\{N\} = \left\{ N_x \quad N_y \quad N_{xy} \quad M_x \quad M_y \quad M_{xy} \right\}^T.$$

弾性のとき $[D] = [D^e]$ であり, 塑性のとき $[D^p]$ である. すなわち,

$$[D^e] = \begin{bmatrix} C & C\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C\nu & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C(1-\nu)/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D & D\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D\nu & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D(1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

$C(= Et/(1-\nu^2))$ は板の面内剛性であり $D(= Et^3/12(1-\nu^2))$ は板の曲げ剛性である. E はヤング率であり, ν はポアソン比である.

$[D^p]$ は塑性流れ則から導かれ次式で表すことができる [118].

$$[D^p] = [D^e] - [D^e]\{\Phi\}\{\Phi\}^T[D^e]/(\{\Phi\}^T[D^e]\{\Phi\}).$$

$\{\Phi\}$ は式 (5.7) から次のように得られる.

$$\{\Phi\} = \left\{ \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial N_x} \quad \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial N_y} \quad \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial N_{xy}} \quad \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial M_x} \quad \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial M_y} \quad \frac{\partial \Gamma_Y}{\partial M_{xy}} \right\}^T$$

平衡方程式の解法

解析も増分形で進め, 第 n 段階まで達した状態で, 節点における内力 $\{f\}$ と節点力 $\{X\}$ との平衡を考える. 要素節点における不平衡量 $\{\Psi\}$ は式 (5.10) で表すことができる.

$$\{\Psi\} = \{f\} - \{X\} \rightarrow \{0\}. \quad (5.10)$$

ここで,

$$\{f\} = \int_0^a \int_0^b [B]^T \{N\} dy dx,$$

$$\{X\} = \left\{ X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4 \quad Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3 \quad Y_4 \quad Z_{C3} \quad Z_{S3} \right\}^T.$$

$X_1 \sim Y_4$ は節点力であり, Z_{C3}, Z_{S3} は W_{C3} と W_{S3} に対応する力である.

非線形方程式である式 (5.10) を Newton-Raphson 法により解き, 荷重増分後の平衡を求める [118]. 解法の手順は通常の有限要素法と同じである.

ある増分において不平衡量 $\{\Psi\}$ を 0 にするために非線形方程式を反復的に解かなければいけない。そのために、式 (5.10) の増分形を考える。節点に作用する外力を不変とし節点変位 $\{U\}$ を未知量とするならば、

$$\begin{aligned}\{\Delta\Psi\} &= \int_0^a \int_0^b [B]^T \{\Delta N\} dy dx + \int_0^a \int_0^b [\Delta B]^T \{N\} dy dx \\ &= ([K_L] + [K_G])\{\Delta U\}.\end{aligned}\quad (5.11)$$

ここで、 $[K_L]$ は初期変位マトリックスである。

$$[K_L] = \int_0^a \int_0^b [B]^T [D] [B] dy dx.$$

また、 $[K_G]$ は初期応力マトリックスである。

$$[K_G] = \int_0^a \int_0^b [G]^T [S] [G] dy dx.$$

$[S]$ は応力マトリックスで、次のように定義している。

$$[S] = \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix}.$$

5.3 矩形板の最終強度解析精度

以上の定式化をもとに解析を行い、本解析法の適用性を示す。

解析対象とする矩形板は Fig. 5.1 に示すとおりで、材料は造船用鋼で完全弾塑性としヤング率 $E = 200\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、降伏応力 $\sigma_Y = 300\text{MPa}$ を仮定している。比較する有限要素法による解析は、要素分割および荷重増分を細かくして行い高精度な結果が得られていると考えている。ここで、提案している解析法では主たる計算時間は数値積分に要する時間であり有限要素法と比べて極めて短く約 $1/100$ である。

5.3.1 積分の方法と積分点の数による精度

本解析法では、剛性行列を数値積分で求めるので、まず、この数値積分の積分点の数と解の精度の関係についての検討をした。積分は台形積分で積分点の数は Fig. 5.3 に示すように $p \times q = 3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, 10 \times 10$ の 4 ケースについて調べた。

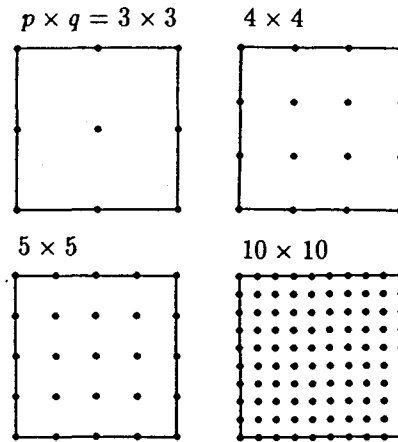


Fig. 5.3 The locations of integration points

圧縮をうける正方形板の場合

まず、純圧縮をうける正方形板を解析した。

解析は板厚 $t = 15[\text{mm}]$, $20[\text{mm}]$, $25[\text{mm}]$ の3ケースについて行なった。 $t = 20[\text{mm}]$ の板では、ほぼ降伏応力と座屈応力が等しくなる場合である。板厚が $15[\text{mm}]$ のときは薄板であり、まず弾性座屈をおこし、それから最終強度になる。板厚が $25[\text{mm}]$ のときは厚板であり塑性座屈をおこす。

固有関数としては E_{C1} を考え、その撓み成分 W_{C1} だけを考えている。すなわち、

$$w = W_{C1} E_{C1},$$

$$E_{C1} = \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}.$$

初期撓み量は $W_{0C1}/t=0.01$ とした。荷重としては x 方向の強制変位を与え y 方向は自由とした。

解析結果を Fig. 5.4 と Fig. 5.5 に示す。図中、破線は有限要素法による高精度な解であり、実線は本解析である。また、 3×3 等は積分点の数を示す。

Fig. 5.4 は荷重-変位曲線である。縦軸は平均応力を降伏応力で無次元化している。横軸は変位量 U_C を塑性変位量 $\delta_Y (= \sigma_Y b / E)$ で無次元化したものである。

Fig. 5.5 は荷重-撓み曲線である。横軸は撓み量 W_{C1} を板厚 t で無次元化している。

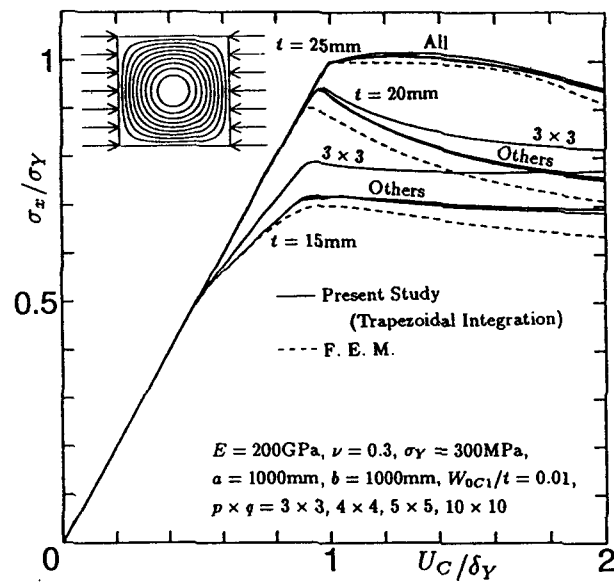


Fig. 5.4 Load-displacement curves of square plates subjected to compression

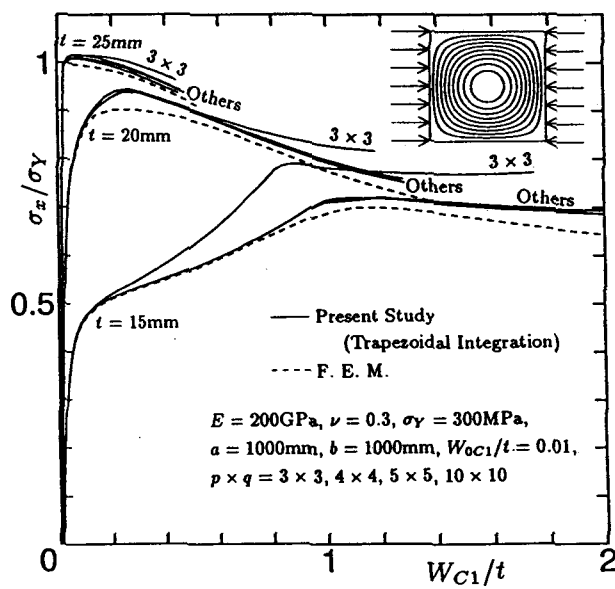


Fig. 5.5 Load-deflection curves of square plates subjected to compression

積分点の数が 3×3 の場合は高めの値を示す場合もあるが、積分点の数を 4×4 以上とった場合は有限要素法解に近い値を示すことがわかる。

初期不整を有する正方形板の剪断強度

次に、純剪断をうける正方形板の場合を同様に解析した。

板厚 $t = 7[\text{mm}]$, $10[\text{mm}]$, $14[\text{mm}]$ の3枚の矩形板を解析した。 $t = 10[\text{mm}]$ のとき、ほぼ降伏応力と座屈応力が等しくなる場合である。

固有関数としては E_{S1} の1つだけ考え、その成分はTable 5.1に示す。フーリエ級数の項数は $m \times n = 3 \times 3$ まで取るが、実際の項数は5項であり撓みの固有関数の自由度は1つである。すなわち、

$$w = W_{S1} E_{S1},$$

$$\begin{aligned} E_{S1} = & 0.954 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} - 0.069 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + 0.281 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} \\ & - 0.069 \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + 0.038 \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a}. \end{aligned}$$

初期撓み量は $W_{0S1}/t=0.01$ を考えた。

結果をFig. 5.6とFig. 5.7に示す。

Fig. 5.6は荷重-変位曲線である。縦軸は剪断荷重である。横軸は剪断変位量 U_S である。剪断剛性は積分点を 4×4 もとれば十分な精度で弾塑性挙動を追跡できることがわかる。

Fig. 5.7は荷重-撓み曲線である。横軸は撓み量 W_{S1} である。薄板($t = 7\text{mm}$)においても、積分点を 5×5 以上とればよい精度で解析できることがわかる。また、積分点の数が 3×3 の場合は積分点が少なすぎて撓みが全く増加しなかった。

以上、圧縮と剪断の解析結果から、正方形板に対しては積分点の数は $p \times q = 5 \times 5$ とれば十分精度よく解析できることが解った。

ガウスルジャンドル積分に対しても同様に精度を調べたが、積分点の数による解析結果の精度は台形則の場合とほとんど同じであった。

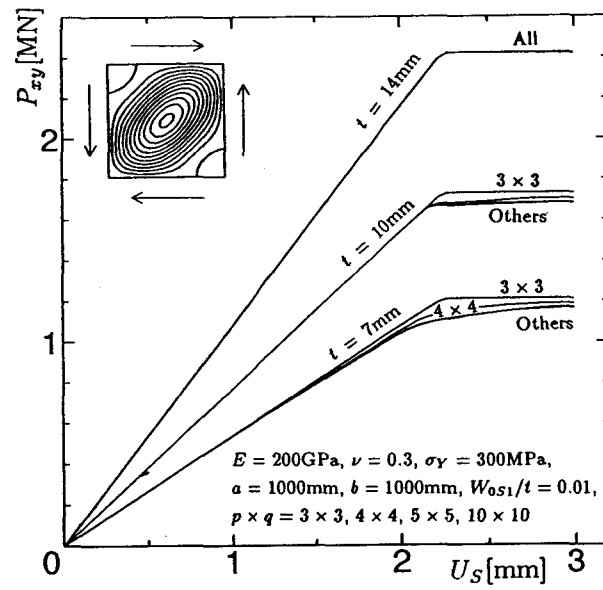


Fig. 5.6 Load-displacement curves of square plate subjected to shear

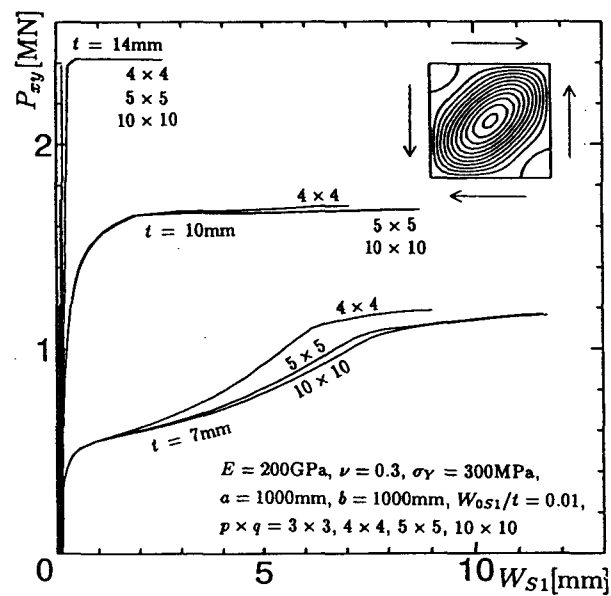


Fig. 5.7 Load-deflection curves of square plate subjected to shear

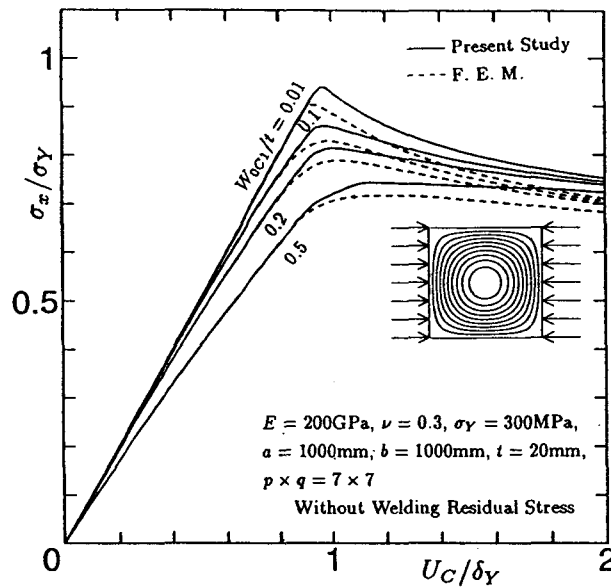


Fig. 5.8 Load-displacement curves of square plates with initial deflection subjected to compression

5.3.2 初期不整量を有する正方形板の圧縮強度

次に初期撓みの大きさが $W_{0C1}/t = 0.01, 0.1, 0.2, 0.5$ の正方形板の圧縮強度について、本解析法の精度を調べた。

板要素の積分は x 方向, y 方向ともに台形積分を使った。一枚の板の積分点の数は 7×7 で 49 点である。

固有関数としては E_{C1} の 1 つの撓み成分だけを考えている。

Fig. 5.8 と Fig. 5.9 は、それぞれ荷重-変位曲線と荷重-撓み曲線である。

本方法による解析は初期撓みの大小にかかわらず、弾塑性領域においても有限要素法による解よりも少し高いだけであり、十分実用的であると考えられる。

次に、初期撓みと溶接残留応力の初期不整を有する正方形板の圧縮挙動を解析した。残留応力は長さ方向に一樣で数値積分したときに引張と圧縮とで平衡が保たれるようにして計算に導入している。

Fig. 5.10 で $\circ$ と $\bullet$ で示す点は積分点である。図に $\circ$ 印で示す板上下の辺上においては溶接残留応力は引張の降伏応力: $+\sigma_Y$ になっており、 $\bullet$ 印で示す板の中央部においては溶接残留応力は圧縮応力: $-\sigma_Y/5$ になっている。

結果を Fig. 5.11 と Fig. 5.12 に示す。溶接残留応力のない場合である Fig. 5.8,

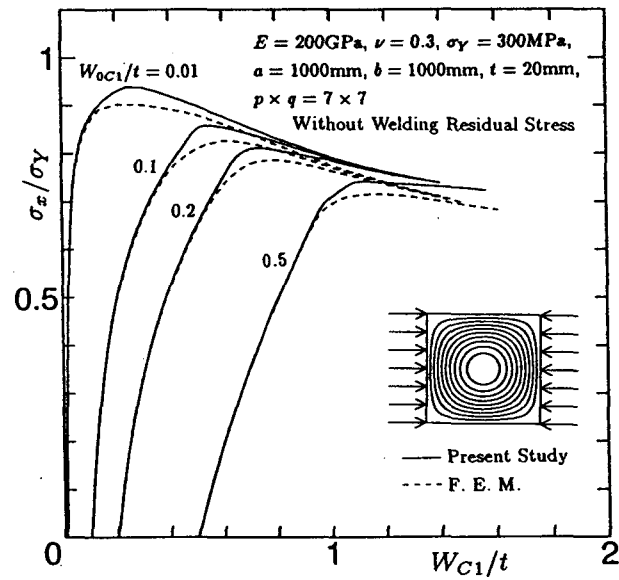


Fig. 5.9 Load-deflection curves of square plates with initial deflection subjected to compression

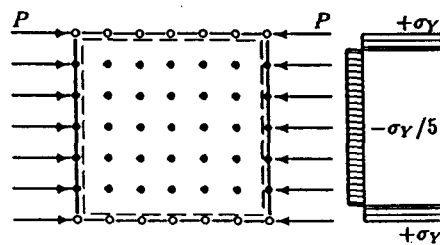


Fig. 5.10 A model considered on welding residual stress

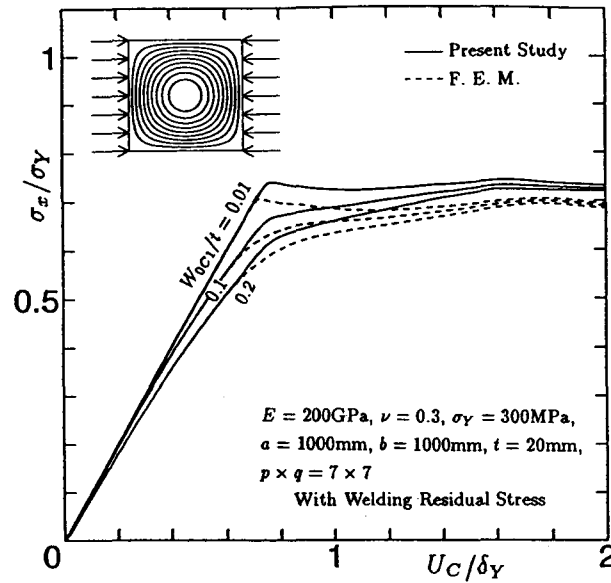


Fig. 5.11 Load-displacement curves of square plate with initial deflection and welding residual stress subjected to compression

Fig. 5.9と比較すると溶接残留応力の影響が出ていることがわかる。すなわち、最高荷重は低下するが、撓みが板厚程度を越えると板の耐荷力は溶接残留応力の有無にかかわらずほぼ等しい。

この方法で初期撓みおよび溶接残留応力等の初期不整の影響を考慮して最終強度および最終強度後の剛性などが求められることがわかる。

5.3.3 初期不整を有する正方形板の剪断強度

初期撓みをもつ正方形板の剪断のもとでの弾塑性座屈挙動を解析した。固有関数としては W_{C1} と W_{S1} の2つの撓み成分を考えると、板の撓みは次式で与えられる。

$$w = W_{C1}E_{C1} + W_{S1}E_{S1}$$

初期撓みは W_{0C1} のみを考え剪断座屈成分の初期撓み W_{0S1} は考えない。荷重としては剪断変位を与えた。解析結果を Fig. 5.13に示す。横軸は変位量 U_S を $\delta_Y (= \sigma_Y b / E)$ で無次元化したものである。縦軸には各平均応力成分を降伏応力

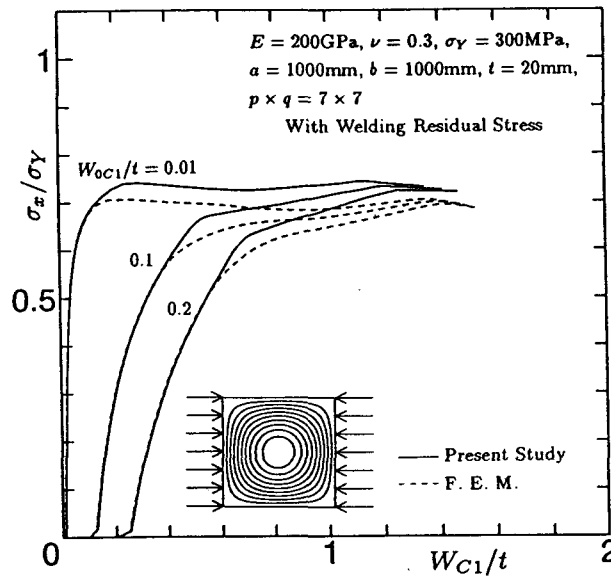


Fig. 5.12 Load-deflection curves of square plate with initial deflection and welding residual stress subjected to compression

で無次元化したものと板中央における撓み W を板厚 t で無次元化したものを表す。

破線が有限要素法解で実線が本解析である。有限要素法は正方形板を 8×8 要素分割している。本解析の積分方法は台形則であり、積分点は $p \times q = 5 \times 5$ である。

平均剪断応力は有限要素法とよく一致している。剪断座屈後、板周辺は内に入ろうとするが本解析ではそれを止めているので、剪断座屈後に引張応力が 2 軸方向に作用するがそれもうまく解析できていることがわかる。面内剛性の評価は精度が高く、板中央における撓み (W/t) もかなりの精度で計算できている。

5.3.4 圧縮と剪断の組み合わせ荷重をうける矩形板の弾塑性強度

縦横比が 3 の矩形板の挙動を圧縮と種々の組み合わせ荷重のもとで解析した。どの荷重の場合も選択した固有関数は E_{C3} と E_{S3} であり、板の撓みは次式で与えられる。

$$w = W_{C3}E_{C3} + W_{S3}E_{S3}$$

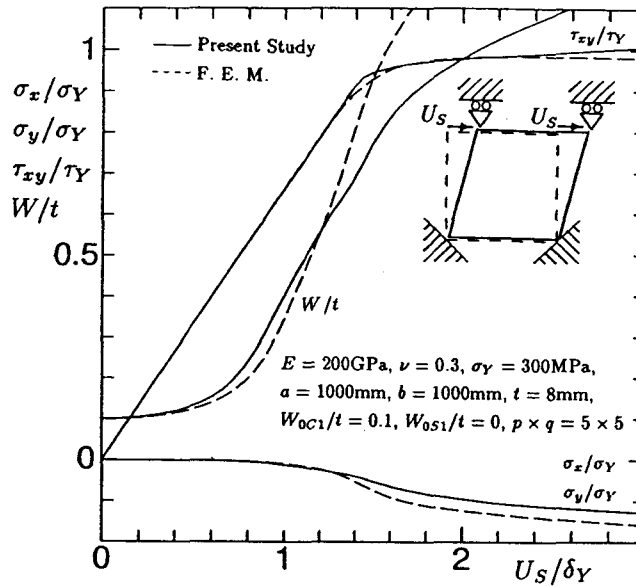


Fig. 5.13 Square plate subjected to shear

上式の E_{C3} を構成する各項の係数は Table 5.1に示されている。 E_{S3} も同様である。初期撓みの大きさは $W_{0C3}/t = 0.2$, $W_{0S3}/t = 0$ である。

Fig. 5.14は圧縮変位のみを与えたときの結果である。 y 方向に拘束してあるので、 x 方向に圧縮変位を加えると y 方向にも圧縮力が生じるがそのような現象も本解析においてはうまく表現できていることがわかる。図中、変位量は $\delta_Y (= \sigma_Y b/E)$ で無次元化している。

Fig. 5.15は剪断変位のみを与えたときの結果である。結果は有限要素法解に一致している。

Fig. 5.16は圧縮変位と剪断変位を加えた場合である。このように圧縮と剪断が同時に作用した場合でも本解析法では1要素で現象をうまく表現することができる。

Fig. 5.17はまず圧縮変位を加えた後、圧縮変位を止め次に剪断変位を加えた場合である。剪断変位を加えることにより、平均応力 σ_x が減り、その分平均剪断応力 τ_{xy} が増えていることがわかる。同様に、剪断変位を加えはじめると、圧縮に関する撓みの固有関数 W_{C3} が減り、剪断に関する撓みの固有関数 W_{S3} が増えていることがわかる。

このように、本解析法は面内軸力と剪断の種々の組合せ荷重をうける矩形板

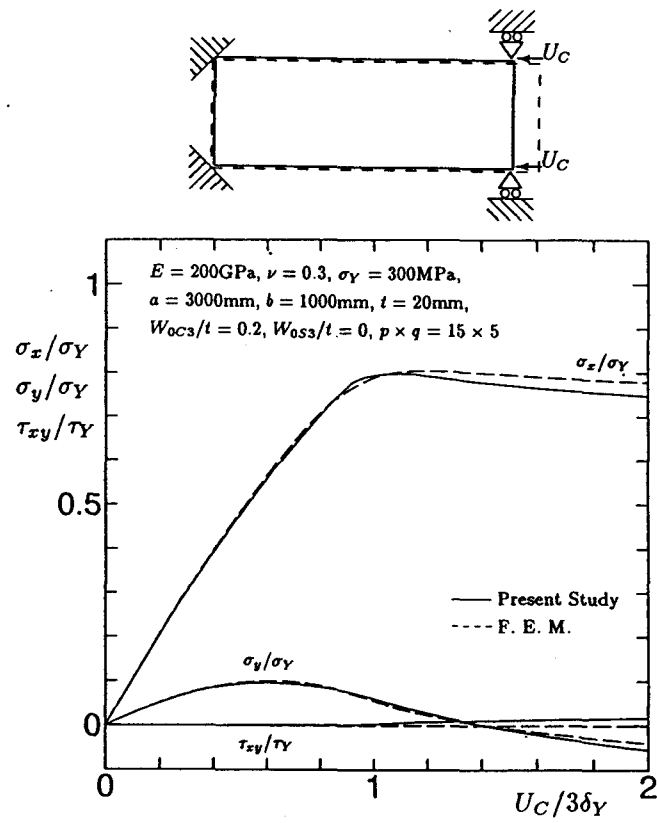


Fig. 5.14 Rectangular plate subjected to compression ($a/b = 3$)

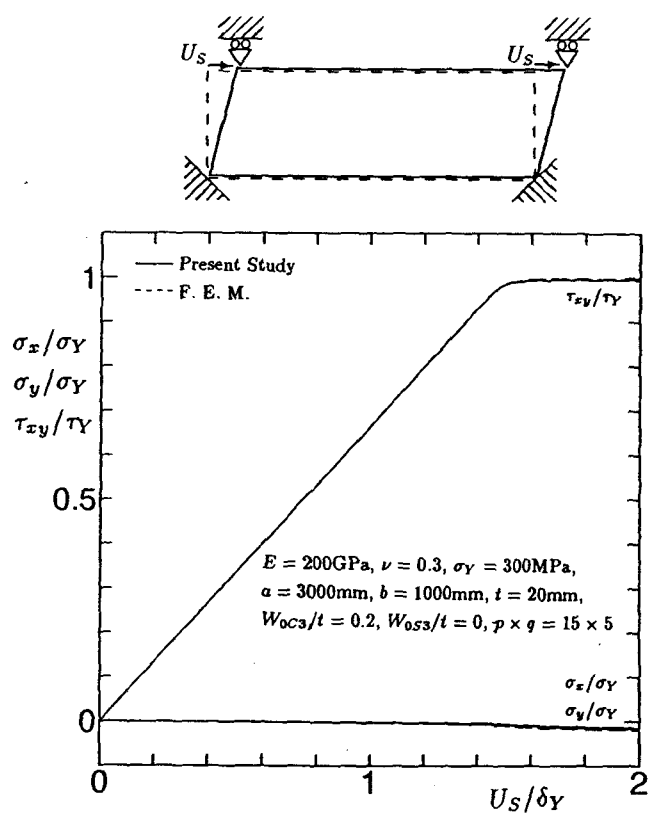


Fig. 5.15 Rectangular plate subjected to shear ($a/b = 3$)

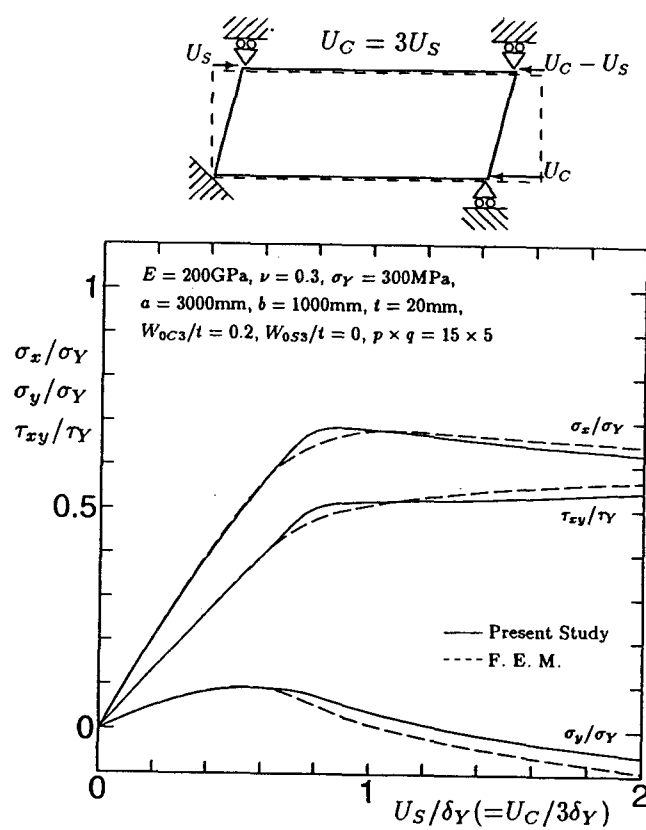


Fig. 5.16 Rectangular plate subjected to compression and shear proportionally ($a/b = 3$)

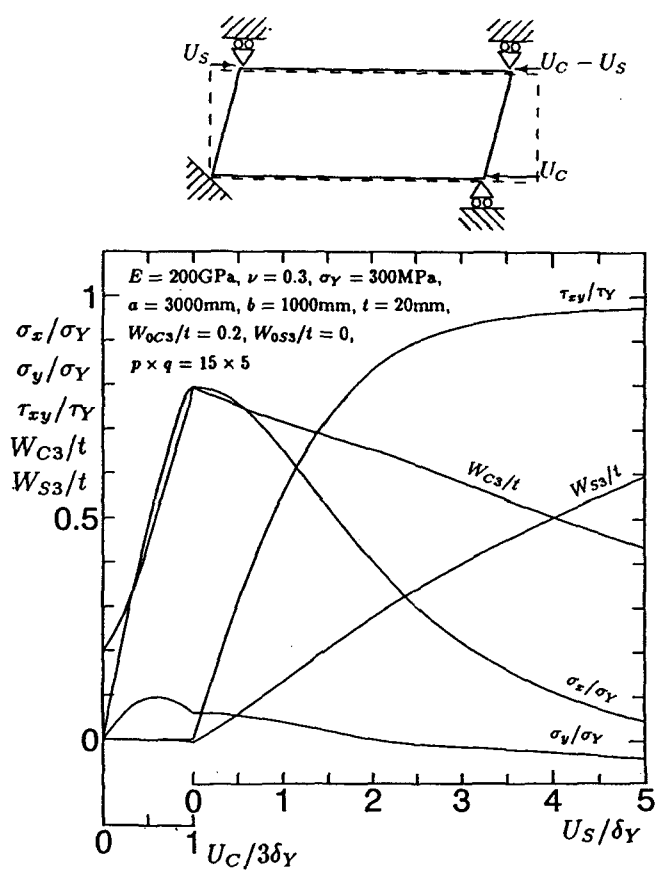


Fig. 5.17 Rectangular plate subjected to compression at the first stage and shear at the second stage ($a/b = 3$)

の大撓み弾塑性挙動を効率的にかつ高精度で解析が可能である。

5.4 船体構造体モデルの最終強度解析への適用例

船体構造のような薄板構造物は防撓材で囲まれた多くの板パネルから構成されている。これら板パネルの大撓み弾塑性解析を精度よく解析するときは、通常、有限要素法を用いて行う。しかし、有限要素法は現状の高性能の計算機を使っても一枚の板の大撓み弾塑性解析を行なうのにかなりの計算時間を要してしまう。

船体の縦最終強度を解析する方法として有限要素法に変わる方法がいくつか提案されている [44], [45], [49], [50]。

本研究では船体の最終強度を効率よく解析するために、大型薄板構造物の最終強度挙動を解析時に大撓みに関しては固有関数 [114], [119] を使い、塑性に関しては積分点の断面降伏条件 [117], [120] を用いた板要素を開発した。

この要素を使って初期撓みや溶接残留応力のような初期不整を有する板の最終強度解析をも精度よく解析することができることも示した [121]。

本研究では、開発した要素をもとに実際に構造体の最終強度を求めた。構造体として、西原 [30] が実験で用いたモデルを参考に解析を行なった。

さらにスラミング時の縦強度を想定し [79], 曲げモーメントと剪断力を作用させた解析を行なった。本解析法に信頼性解析を適用し [95], [122], 最終強度の信頼性について調べた。

5.4.1 解析方法

解析モデル

Fig. 5.19に示す西原の実験 [30] を参考に解析を行なった。解析モデルはMST-3モデル, MST-4モデル, MDTモデル, MSBモデル, MSCモデルの5ケースある。MST-3モデルとMST-4モデルは単殻のタンカーをモデル化したものである。MDTモデルは船底が二重殻のタンカーをモデル化したものである。MSBはバルクキャリアーをモデル化したものであり、MSCはコンテナ船をモデル化したものである。Fig. 5.18はMST-3モデルを3次元的に書いた図である。MST-

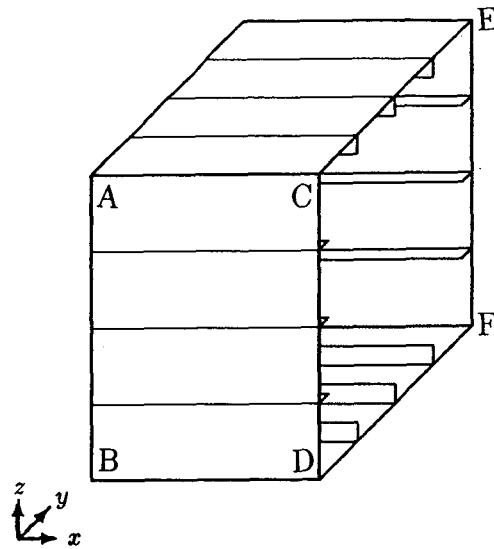


Fig. 5.18 Model MST

Table 5.2 Material properties of the steels

$t[\text{mm}]$	$\sigma_Y[\text{kgf/mm}^2]$	$E[\text{kgf/mm}^2]$	ν
3.05	29.3	21100	0.277
4.35	26.9	21200	0.281
5.60	32.1	21100	0.289

3 と MDT と MSB はすべて板厚 $t = 3.05[\text{mm}]$ である。MST-4 モデルの板厚は $t = 4.35[\text{mm}]$ である。MSC モデルは左右の上部正方形断面の部分が板厚 $t = 5.60[\text{mm}]$ であり、残りの部分は板厚 $t = 3.05[\text{mm}]$ である。 $t = 3.05[\text{mm}]$ と $t = 4.35[\text{mm}]$ と $t = 5.60[\text{mm}]$ の3種類の板厚の鋼板が使われているが、その板厚の降伏応力 σ_Y 、ヤング率 E 、ポアソン比 ν を Table 5.2 に示す。断面はどのモデルも $720[\text{mm}] \times 720[\text{mm}]$ であり、試験体の奥行き (トランススペース) は $540[\text{mm}]$ である。

実験では純曲げの場合の最終強度が求められている。

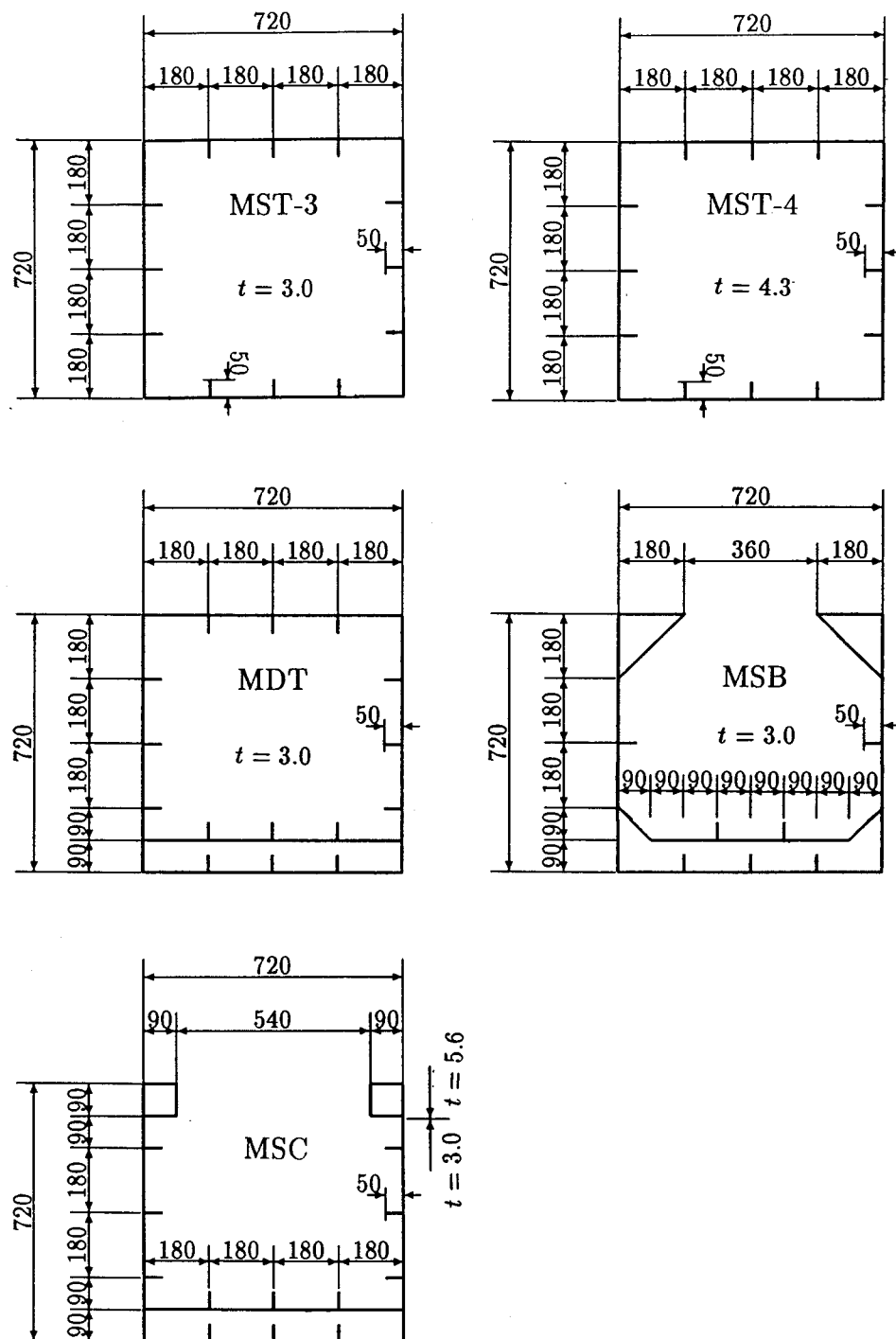


Fig. 5.19 Calculated models

解析条件

実験に対応させて縦強度解析を行なうために1トランスリングを解析対象とした。

断面 CDEF は変形後も平面を保つと仮定して解析した。同様、AB を含む断面も平面を保つと仮定した。よって、この仮定にあうような x 方向の変位 u は拘束をうける。すなわち、Fig. 5.20は (a) はモーメントのみが作用したときの変形図である。断面が上下非対象の場合は、中性軸の位置は上あるいは下に移動する。(b) は剪断のみが作用したときの変形図である。Fig. 5.20の A, B, C, D は Fig. 5.18の A, B, C, D に対応する。断面は変形後も平面を保つように制御しながら荷重をかけている。モーメントと剪断が同時に作用する場合は (a) と (b) を組合せたような変形図になる。

解析にあたって、1パネルの積分点の数は 15×5 、パネルの溶接残留応力は圧縮側が $0.2\sigma_Y$ で引張側は σ_Y とした。固有関数は側板に関しては3波の圧縮座屈波形 E_{C3} 、3波の剪断座屈波形 E_{S3} の2パラメータを用いた。上下板に関しては3波の圧縮座屈波形 E_{C3} の1パラメータを考えている。初期撓み量は3波の圧縮座屈波形に対しては $W_{0C3} = 0.2t$ 、3波の剪断座屈波形に対しては $W_{0S3} = 0$ としている。また、ロンジにはここで開発した矩形板要素を用い、初期不整は零とした。

Fig. 5.21に横断面図を示す。●印は節点を示す。今回開発した要素は節点力は隣接要素に伝達することができるが、節点モーメントは隣接要素に伝達することができない。従って、部材の自由回転をさけるため、ある程度の拘束を与える必要がある。今回は Fig. 5.21に示すように横方向の拘束を与えた。Fig. 5.21に示す拘束により数値解析上特異になり解けなくなることはない。また、横方向の過剰拘束が生じないように拘束をしている。

解析手法

解析モデルの端面における変位成分、すなわち U を縦方向の伸び、 V を剪断変形、 θ を曲げによる回転角とすると各要素の x 方向の変位 $\{U\}$ と U, V, θ は変

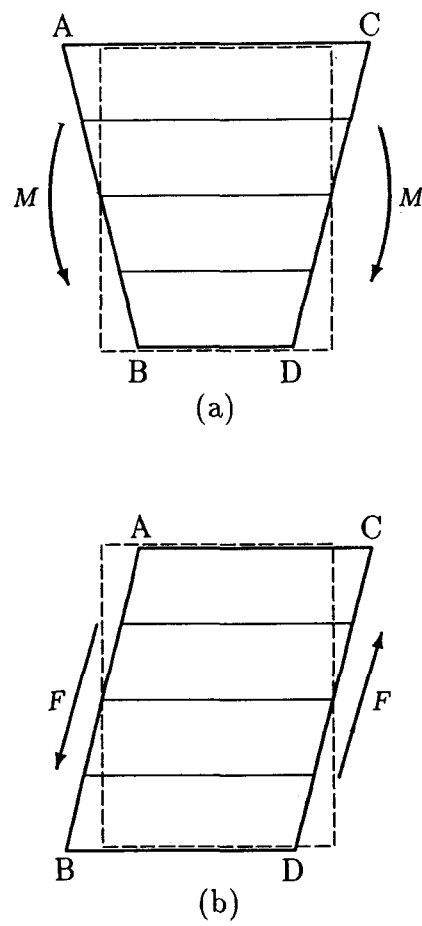


Fig. 5.20 Displacements of hull girder subjected to bending moment and shear

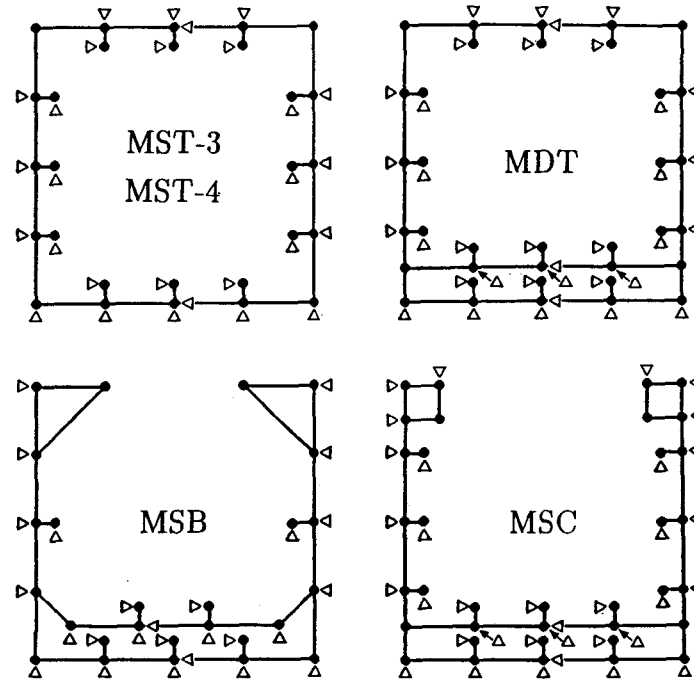


Fig. 5.21 Restraint conditions of calculated models

換マトリックスによってその関係を表現することができる。

$$\{U\} = [T_x] \begin{Bmatrix} U \\ V \\ \theta \end{Bmatrix}$$

節点力に対しても同様の関係を表すことができる。

$$\{X\} = [T_x] \begin{Bmatrix} N \\ F \\ M \end{Bmatrix}$$

ここで、 N は軸力、 F は剪断力、 M は曲げモーメントである。

x 方向以外、つまり y 方向と z 方向の節点力と節点変位を力学的境界条件を持つ自由度と幾何学的境界条件を持つ自由度に分解する。すなわち、 $\{\Delta P_A \Delta P_B\}$ と $\{\Delta \delta_A \Delta \delta_B\}$ である。ここで、 $\{\Delta P_A\}$ は力学的境界条件の節点力であり、 $\{\Delta P_B\}$ は幾何学的境界条件の節点力である。また、 $\{\Delta \delta_A\}$ は力学的境界条件の変位であり、 $\{\Delta \delta_B\}$ は幾何学的境界条件の変位である。

以上より, 剛性行列は式 (5.12) のように書くことができる.

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta F \\ \Delta M \\ \{\Delta P_A\} \\ \{\Delta P_B\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta \theta \\ \{\Delta \delta_A\} \\ \{\Delta \delta_B\} \end{Bmatrix}. \quad (5.12)$$

本解析では, $\Delta N = 0$, $\Delta F = \alpha \Delta M$, $\{\Delta P_A\} = 0$, $\{\Delta \delta_B\} = 0$ であり, $\Delta \theta$ を変位制御して増分的に解を求めている.

未知変数を左辺へ既知変数を右辺へ移行し, 0 ベクトルを消去すると式 (5.12) は式 (5.13) になる.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & -\alpha & K_{24} & 0 \\ K_{31} & K_{32} & -1 & K_{34} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & 0 & K_{44} & 0 \\ K_{51} & K_{52} & 0 & K_{54} & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta M \\ \{\Delta \delta_A\} \\ \{\Delta P_B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -K_{13} \\ -K_{23} \\ -K_{33} \\ -K_{43} \\ -K_{53} \end{Bmatrix} \Delta \theta. \quad (5.13)$$

式 (5.13) を解くことにより, $\Delta N = 0$ と $\Delta F = \alpha \Delta M$ を満たしながら, $\Delta \theta$ により変位制御をしながら構造の最終強度および最終強度後の挙動を解析した.

本解析法は増分法で解かれ, 1 増分間においては収束計算を行なうが収束計算においても同様の計算方法をとった.

また, 解析を行なうにあたっては剪断剛性に関して次数低減積分 (要素中心積分) をおこなうことにより剪断によるロッキングを防いだ.

5.4.2 純曲げをうける場合

Fig. 5.19に示したモデルを本解析法で解析した. Fig. 5.22と Fig. 5.23と Fig. 5.24と Fig. 5.25に各モデルの曲率と曲げモーメントの関係を示す. 図の横軸は曲率 ϕ で, 縦軸は曲げモーメント M である. 一点鎖線は西原によって行われた実験結果である. MST-3 モデルは2回実験がなされている.

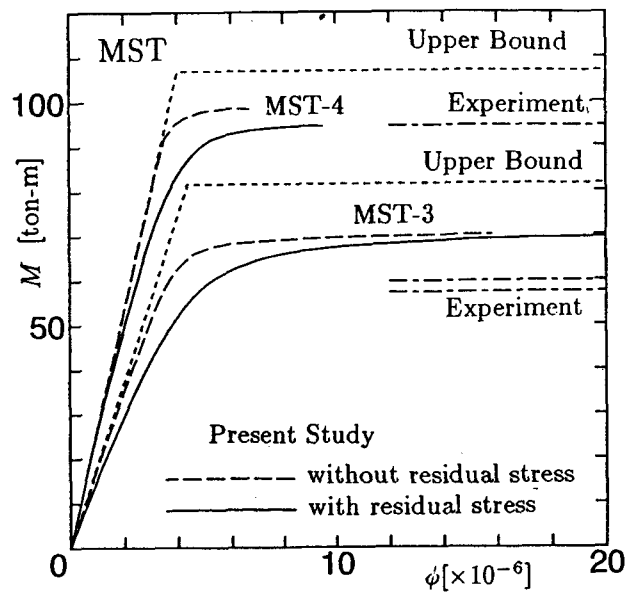


Fig. 5.22 Relation between curvatures and bending moments of MST model

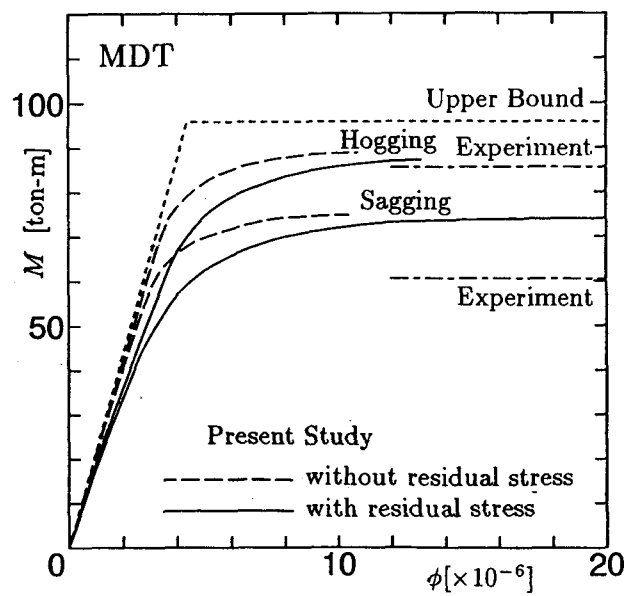


Fig. 5.23 Relation between curvatures and bending moments of MDT model

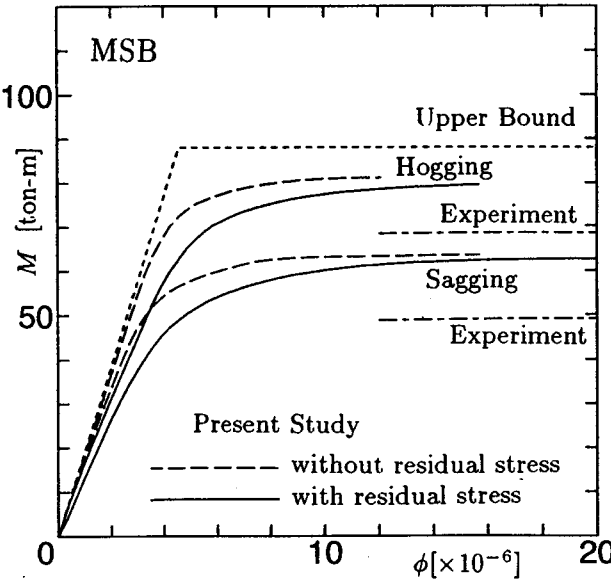


Fig. 5.24 Relation between curvatures and bending moments of MSB model

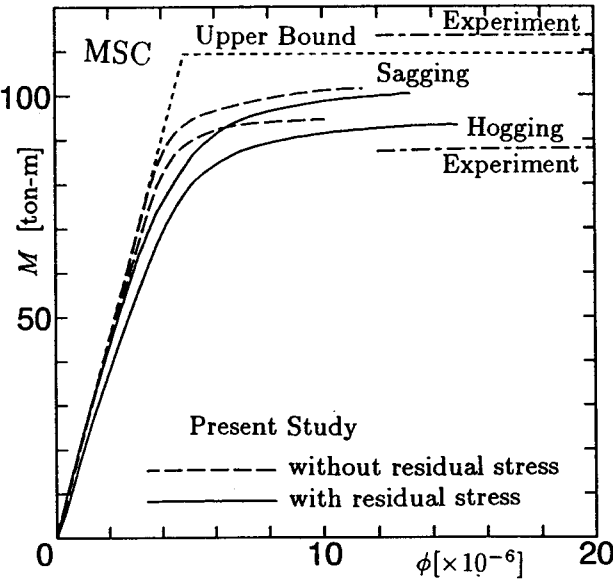


Fig. 5.25 Relation between curvatures and bending moments of MSC model

Table 5.3 Stiffness and strength of each model

Model		EI [ton-m]	M_Y [ton-m]	M_U [ton-m] (Exp.)
MST-4		2.665×10^7	107.0	94.5
MST-3		1.860×10^7	81.7	57.5 60.0
MDT	Sagging	2.178×10^7	95.8	60.5
	Hogging			85.5
MSB	Sagging	1.921×10^7	88.0	49.1
	Hogging			68.5
MSC	Sagging	2.253×10^7	109.4	113.5
	Hogging			88.0

図中の点線は完全弾性挙動と全断面塑性曲げモーメントを示す。また破線と実線は本解析法による解であり、破線が残留応力を考えなかった場合、実線は残留応力を考えた場合の結果である。MST-3 モデルと MST-4 モデルは上下対象であるので、サギングの場合とホギングの場合の挙動は同じであるが、他のモデルである、MDT, MSB, MSC モデルにおいてはサギングとホギングで最終強度に違いがでる。これは、圧縮側での座屈の影響があらわれるためである。

本解析結果は西原の実験に比べて高い値を示す例が多いが、これは、本解析では最終強度時におけるロンジの横倒れを考慮していないことに原因があると考えられる。

実験および簡易解析のモデルである、ハルガーダーの曲げ剛性 (EI) と全断面塑性モーメント (M_Y) を Table 5.3にのせる。

5.4.3 曲げと剪断をうける場合

MST-4 モデルを対象に曲げと剪断をうける場合の全断面塑性縦強度と座屈を考慮した最終強度解析を行なった。

曲げモーメントと剪断力が作用するときの全断面塑性状態の解析解を2つの

方法によって求め、本解析法での結果と比較する基準とする。

純剪断を受けるときの最終強度は垂直の部材にのみ剪断応力が作用するとして計算した。すなわち、側板と上下のロンジ材が剪断降伏応力をうけもつとして計算した。

解析的解法 I による全断面塑性

剪断応力が縦方向の部材に一樣に作用すると仮定して解く。各部材が塑性条件を満足する場合の直応力は式 (5.14) になる。

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\sigma_Y^2 - 3\tau_{xy}^2}. \quad (5.14)$$

これより、全断面塑性の相関を求めると MST-4 のモデルの場合は式 (5.15) になる。

$$M/M_Y = 0.6065 + 0.3935\sqrt{1 - (F/F_Y)^2} \quad (5.15)$$

ここで、MST-4 モデルの場合 $M_Y = 107.0[\text{ton-m}]$, $F_Y = 117.6[\text{ton}]$ である。

解析的解法 II による全断面塑性

解法 I で述べた剪断応力は垂直部材に一樣であるとするのは一つの仮定であるが、Hodge[123] は塑性流れ則に従い断面の各点での降伏応力を満足するように直応力と剪断応力を決定した。曲げモーメント M と剪断力 F を求めると式 (5.16) になる [79]。

$$\begin{aligned} M &= s\sigma_Y \int_A \frac{z^2}{\sqrt{1 + s^2 z^2}} dA. \\ F &= \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}} \int_{A_w} \frac{1}{\sqrt{1 + s^2 z^2}} dA_w. \end{aligned} \quad (5.16)$$

ここで、 A は全断面を、また、 A_w は垂直部材のみの断面を意味する。したがって、 A_w に関しては側板のように垂直部材の剪断応力はそのまま算入され、上下板のように水平の場合は剪断力 F には算入されないことを意味する。 s は M と F の相関を関連づける媒介変数である。

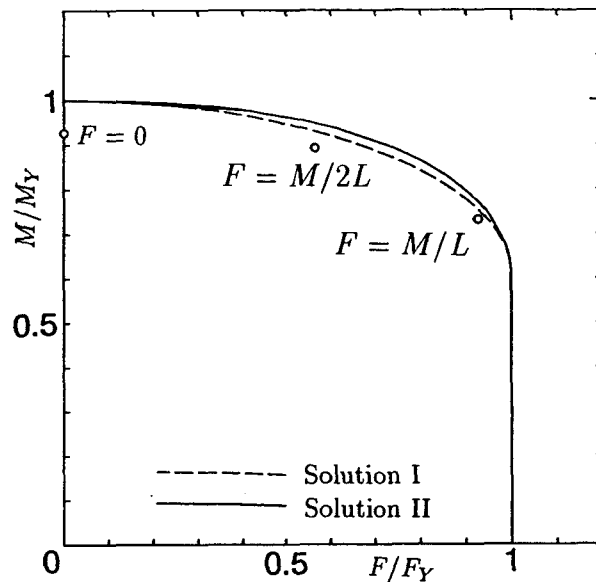


Fig. 5.26 Relationship between shear forces and bending moments at ultimate strength ($L=720[\text{mm}]$)

本解析法による解析

以上の各理論をもとに次の3ケースについて、全断面塑性強度と最終強度の計算を行なった。

(1) $F = 0[\text{ton}]$, (2) $F = M/2L[\text{ton}]$, (3) $F = M/L[\text{ton}]$. ($L=720\text{mm}$)

計算結果をまとめて Fig. 5.26に示す。また、そのときの各値を Table 5.4にのせる。Fig. 5.26は最終強度時における曲げモーメントと剪断力の相関曲線である。図の横軸は剪断力を無次元化したものである。一方、縦軸は曲げモーメントを無次元化したものである。なお、 M_Y は全断面塑性モーメントであり、 M_U は最終強度時の曲げモーメント、 F_U は最終強度時の剪断力である。 M の単位は $[\text{ton}\cdot\text{m}]$ であり、 F の単位は $[\text{ton}]$ である。

図中の破線は解法 I であり、実線は解法 II である。簡易的に解法 I で計算してもそれほど解に違いがないことがわかる。

また、○印は本解析法で計算した結果である。実線は全断面塑性のときの解析結果であるが、座屈等の影響により、純曲げ強度に低下があることがわかる。しかし、剪断の強いところでは、全断面塑性と比べてそれほど大きな強度の低下はない。

Table 5.4 Ultimate strength when the structure is subjected to bending moment and shear force

	M_Y [ton-m]	M_U [ton-m]	F_U [ton]
$F = 0$ [ton]	107.0	99.2	0
$F = M/2L$ [ton]	99.05	95.6	66.4
$F = M/L$ [ton]	79.45	78.4	108.9

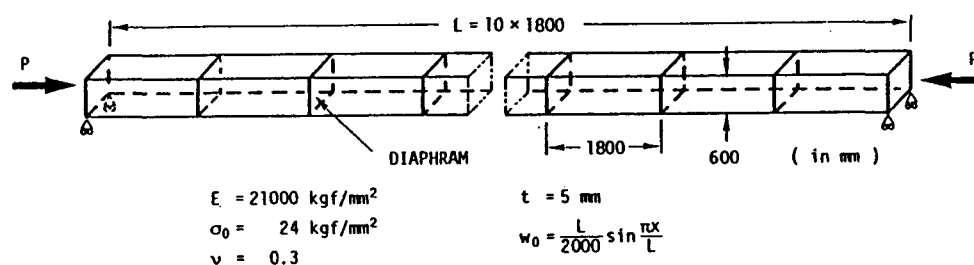


Fig. 5.27 Example box-column and applied load

5.5 構造全体の大たわみを考慮した最終強度解析法

これまでに、矩形板の弾塑性大たわみの解析理論を展開し、効率的な矩形板要素を開発した。その要素で構成される構造全体が、大変形を伴って崩壊することもある。この場合には、開発した矩形板要素の支持辺が大撓みによって移動することになり、平衡方程式は、この移動を考慮したものでなければならない。

このような場合、構造全体の大たわみを考慮した最終強度解析をする必要がある。本節では局所的な非線形性と構造全体の非線形性を同時に考慮した解析例としてボックスガーダーの解析について示す。

Fig. 5.27に示すような両端支持の正方形断面の Box-column に一軸圧縮を作用させた場合には局部座屈と全体座屈が生じる可能性がある。ここで、示した理論を適用して解析した結果をもとに荷重と軸変形の曲線を Fig. 5.28に、そして荷重-たわみ曲線を Fig. 5.29に示す。

解析は非常に小さい初期撓みを与えて行なった。図中の点線は Box-column を構成する板要素の局部座屈を考慮せず、直ちに全体座屈した場合の結果であ

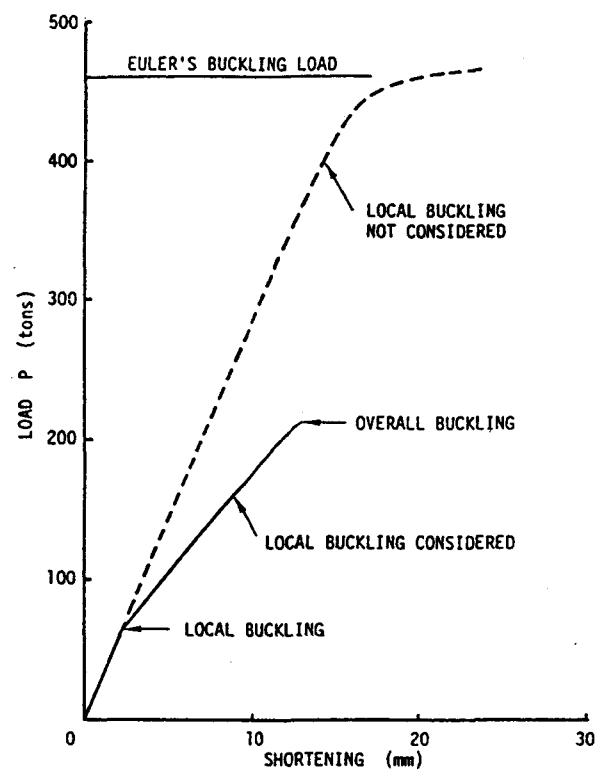


Fig. 5.28 Load-shortening curves of example box-column subjected to axial compression

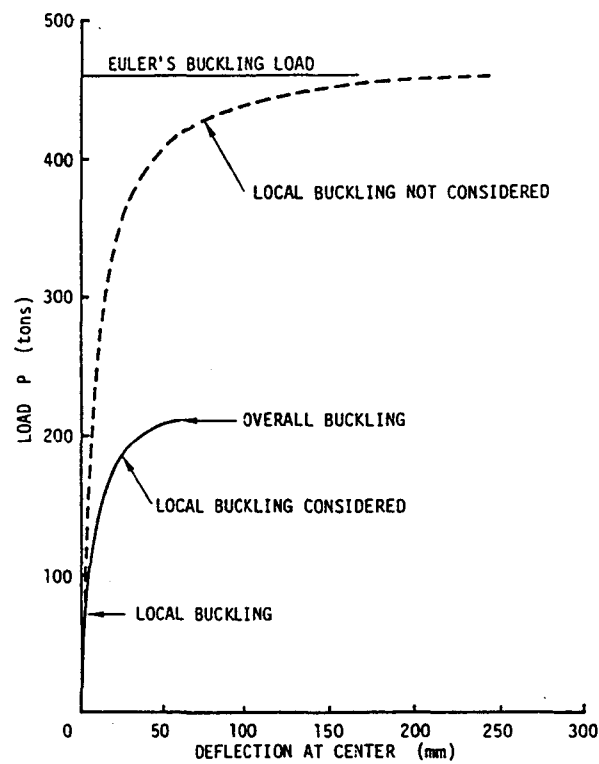


Fig. 5.29 Load-deflection curves of example box-column subjected to axial compression

り、梁-柱としての Euler 座屈値とほとんど一致する。一方、実際の構造物では軸力の増加とともに、板要素が局部座屈し、その結果、面内剛性は急激に低下する。また、これに伴い、全体座屈強度も実線で示すようにかなり減少する。本解析例のような寸法と荷重状態では、Fig. 5.29に示すように局部座屈後の全体座屈値はちょうど $1/2$ に減少する。以上では、弾性状態のみ考えたが、塑性化も考慮すると、板要素が局部座屈した後は Flange としての上下部材の有効幅は急激に低下しており、この状態で塑性化がはじまると、引き続いて塑性崩壊する。

5.6 結言

本章では効率的最終強度解析法を提案し、それを用いていくつかの解析を行い、次のような結論が得られた。

1. 矩形板に対して適切な選択的固有関数を変位関数に選び、塑性挙動に対して断面降伏条件を用い、数値積分する効率的解析法は、圧縮や剪断の複合荷重をうける矩形板要素の大撓み弾塑性座屈挙動を精度よく解析することができる。
2. 要素の数値積分には台形積分を用い積分点の数については正方形板一枚に対して 5×5 以上とればよい精度で解析できる。
3. 初期撓みや溶接残留応力のような初期不整も容易に考慮できる。
4. この方法で、板要素の大撓み弾塑性挙動の解析に要する時間は非常に短く有限要素法の $1/100$ 以下である。
5. さらに、この要素を船体構造の単純化モデルに適用し、純曲げおよび曲げと剪断を受ける場合の最終強度解析を行なって既存の実験値と比較することにより本要素、および本解析法の有用性を示した。特に、スラミングを想定した曲げと剪断が同時に作用する場合の最終強度解析では荷重の増加とともに船側部の軸力が減少し、剪断力が増加する様子が明確にとらえられた。

6. ボックスガーダーの解析を行なったが, この例のような大型板構造物の局部的非線形挙動と構造全体の幾何学的非線形挙動を同時に考慮した解析を行なうことができる.

第 6 章

船体上甲板および縦曲げ最終強度の信頼性評価

6.1 緒言

近年, 船体, 海洋構造システムの構造信頼性に関する研究が活発に行われ, 日本においても, いくつかのプロジェクト研究が実施されている [124]. 例えば, 日本造船研究協会第 210 研究部会においては船体構造の信頼性設計に関する研究が行われ, また第 207 研究部会等においては船体構造の応答, 強度に関する randomness と uncertainties の定量化についての研究が行われている [125]. さらに, 日本造船学会海洋工学委員会構造部会においては, 海洋構造物の信頼性設計指針に関する研究が行われている [126]. このように構造物の信頼性を検討することは重要である.

本論文においても第 2 章では波浪荷重の統計的性質, そして第 3 章では甲板初期撓みの統計的性質について調べた.

また, 第 4 章, 第 5 章では船体の局部座屈最終強度を解析する効率的な方法を展開した.

本章ではそれらを総合しさらに信頼性工学を導入することにより船体の最終強度の信頼性解析を行なう.

まず最初に甲板パネルを想定した矩形板の最終強度の信頼性解析を行なう.

一般に溶接によって建造された船体構造の各部で溶接初期変形が生じており、その変形形状と大きさは統計量である。このような初期撓みを有するパネルの圧壊強度を求め、その統計的性質を調べる。統計的性質にきくパラメータを分析し、そのパラメータを用いて最終強度の統計的性質を定式化する。

最後に第5章で解析した単純な船体主構造モデルの最終強度の信頼性評価を行なう。通常、構造物は最終強度にいたるまでに損傷モードが複雑に変化する。そのような複雑な変化に対応した最終強度解析を行なうためには数値解析が必要である。しかし、最終強度の信頼性解析を行なうためには最終強度解析を何度も行なう必要があり、数値解析法の一つである有限要素法による板構造物の最終強度解析は信頼性解析においては効率的な手法とはいえない。本解析法では簡潔に最終強度を解析することができるので信頼性評価にも簡単に問題を適用することができる。

6.2 甲板パネルの圧壊強度に関する統計的性質と信頼性評価

実船の甲板パネルを対象にその実測初期撓み、その他材料の降伏応力のばらつきを考慮して最終強度を解析し、圧壊強度の統計的特性を調べる。

パネルの圧壊強度は大撓み弾塑性挙動であり、荷重、境界条件が単純な場合でさえ一般に解析的に解くことはできない。よって、実験か数値解法に頼らざるをえない。数値解法としては有限要素法による解法がある。正方形板の圧壊強度に関する研究は多い。しかし、甲板パネルにおいては正方形板よりも縦方向すなわち荷重方向に長いパネルが多用される。縦方向に長い矩形板の圧壊強度については上田らの研究 [4], [5], [6], [42] がある。

初期不整がない周縁支持のパネルの座屈応力 σ_b は次式で与えられる。境界条件は周縁支持とする。

$$\sigma_b = \frac{K\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (6.1)$$

ここで、短辺に圧縮力が作用する場合は $K \approx 4$ である。

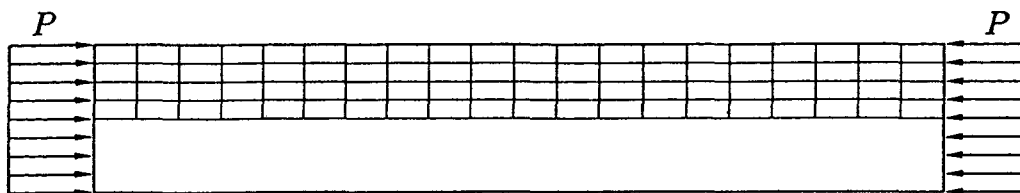


Fig. 6.1 Finite element model (1)

座屈応力 σ_b と降伏応力 σ_Y が等しいとき、細長比 λ_p は次の値となる。

$$\lambda_p = \frac{\pi}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \approx 1.9 \quad (6.2)$$

λ_p が1.9よりも小さいときは厚板となり塑性化により圧壊強度に達する。逆に λ_p が1.9よりも大きいときは薄板となり弾性座屈後、塑性化が進展し圧壊強度に達する。よって、 $\lambda_p = 1.9$ は現象の遷移点である。

ここで、圧壊応力を式(6.3)のように、その無次元量を式(6.4)のように定義する。

$$\sigma_u = P_u / (bt) \quad (6.3)$$

$$\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_Y \quad (6.4)$$

残留応力を無視すると、圧壊応力 $\bar{\sigma}_u$ は初期撓み $\bar{w}_0(x, y)$ 、縦横比 $\alpha (\equiv a/b)$ 、細長比 λ_p の関数である。すなわち、

$$\bar{\sigma}_u = \bar{\sigma}_u(\bar{w}_0(x, y), \alpha, \lambda_p) \quad (6.5)$$

なお本研究では圧壊強度の計算で残留応力の影響は無視している。

6.2.1 計測したパネルの圧壊強度

本研究ではタンカーのパネル78枚の初期変形を計測し、すべてのパネルの圧縮強度を弾塑性大撓み有限要素法により計算した。モデルはFig. 6.1に示す通りである。パネルはパネル内に溶接線が通っていない限り短辺方向には対称性

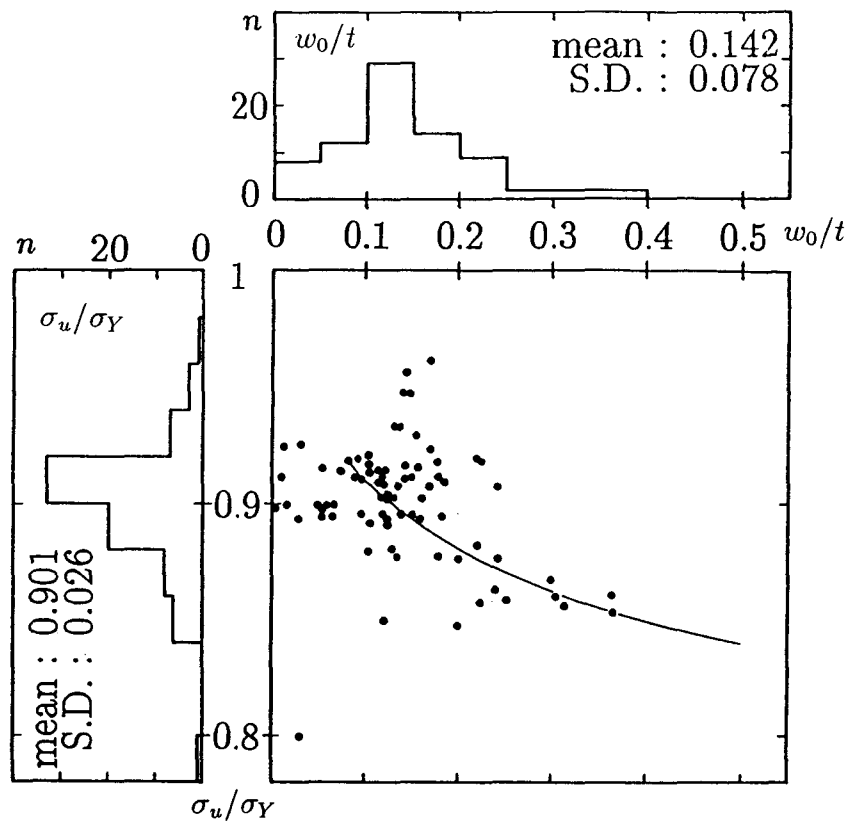


Fig. 6.2 Ultimate strength of measured panel

がある。よって $1/2$ 対称モデルとした。要素は 4 節点双 1 次要素で大撓みを考慮し、降伏関数にはミーゼスの降伏関数を使い歪硬化は考慮していない。境界条件は周縁支持とし、荷重負荷後も辺は直線を保つものとする。初期撓み形状としては計測で得られたものを使う。計算結果を Fig. 6.2 に示す。このとき初期撓みの大きさは次のように定義する。計測した初期撓みを標準的な初期撓み形状 (式 (3.3)) に最小 2 乗近似する。そのときの $\bar{w}_{0s}$ をもって Fig. 6.2 での $\bar{w}_0$ とする。さらに初期撓みと圧壊応力の分布をヒストグラムでのせる。

このように圧壊応力が初期撓みでばらつくと定性的な性質を述べることはできない。そこで標準的な初期撓み形状で $\bar{w}_{0s}$ を変化させ同様に圧壊強度を計算した結果を Fig. 6.2 に示すと曲線となり、圧壊挙動の計算値の分布の中心的な位置を通ることがわかり、 $\bar{w}_0$ の平均と $\bar{\sigma}_u$ の平均の関係は曲線に近いところにくると考えられる。

Fig. 6.2 を Fig. 6.3 に書き直し統計的性質を調べる。まず初期撓みを平均値

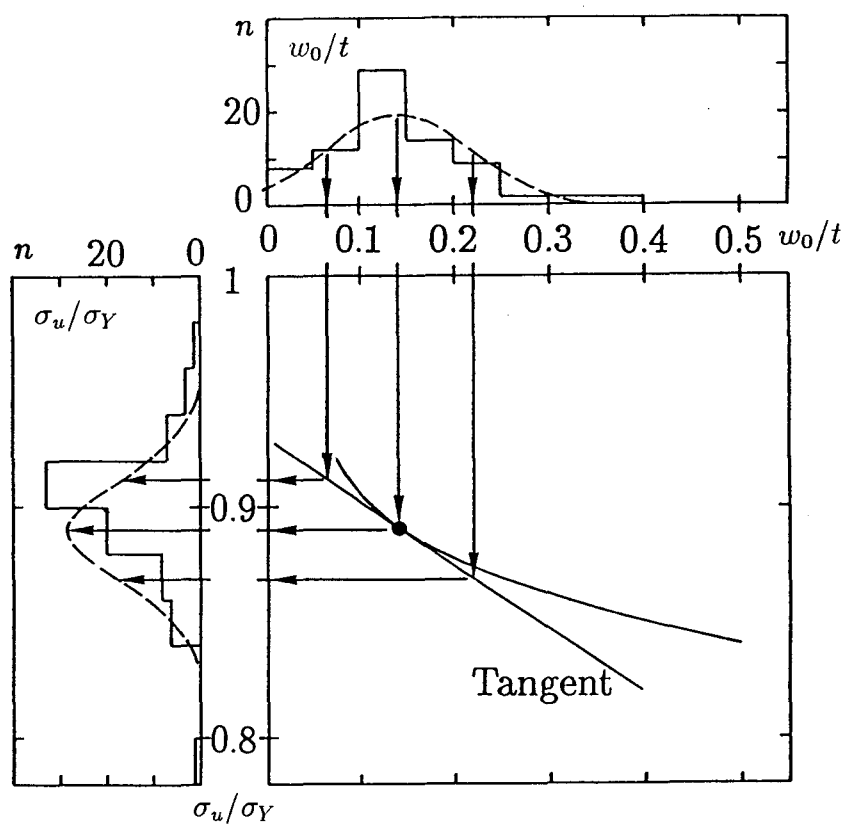


Fig. 6.3 Estimation of ultimate strength from initial deflection

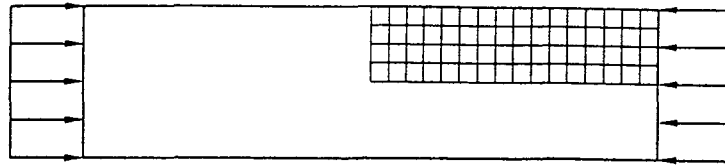


Fig. 6.4 Finite element model (2)

0.142, 標準偏差 0.078 をもとに正規分布で表す. 結果を Fig. 6.3 上部の w_0/t 領域に破線で示す. 次に $\bar{w}_0 = 0.142$ のときの $\bar{w}_0 - \bar{\sigma}_u$ 曲線の接線をとる. この接線を改めて, $\bar{w}_0 - \bar{\sigma}_u$ 関係であると仮定し, $\bar{\sigma}_u$ の分布を求める. 結果は Fig. 6.3 の左側の σ_u/σ_Y の領域に破線で示す. この領域のヒストグラムは実際に F.E.M. で計算した圧壊強度の分布であるが, この分布と破線の分布はよく一致しているといえる. よって標準的な初期撓み形状で計算された圧壊強度を以後の解析では使う. また圧壊強度の統計的性質を取り扱う際にも標準的な初期撓み形状から線形化された $\bar{w}_0 - \bar{\sigma}_u$ 関係を使って圧壊強度のばらつきを調べることにする.

6.2.2 圧壊強度に対するアスペクト比の影響

前節で述べた標準的な初期撓み波形を用い, 圧壊強度のシリーズ計算を行なった. アスペクト比 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$, 細長比 $\lambda_p = 1.14, 1.52, 1.90, 2.28, 2.66$, ($b/t \approx 30, 40, 50, 60, 70$). 初期撓み $\bar{w}_0 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ の計 $5 \times 5 \times 5 = 125$ ケースの計算を行なった. 計算方法は前節と同じで 1/4 対称モデルで計算した. 要素分割は 1/4 に対して, $\alpha = 1$ のとき 4×4 , $\alpha = 2$ のとき 8×4 , $\alpha = 3$ のとき 12×4 , $\alpha = 4$ のとき 16×4 , $\alpha = 5$ のとき 20×4 である. $\alpha = 4$ のときの要素分割を Fig. 6.4 に示す. 表には圧壊応力の無次元量 (式 (6.4)) の形で計算結果をのせる. 計算した結果を Table 6.1~Table 6.5 に示す. 表から判断すると甲板パネルでよく使われる $\alpha = 3 \sim 5$ においては圧壊強度はほぼ同一の値を示す. よって, $\alpha = 3, 4, 5$ の平均をとり Table 6.6 に示す. 船体甲板パネル

の場合, アスペクト比が 3 以上あれば Table 6.6 を用いて, σ_u/σ_Y を推定できるので, アスペクト比は考慮しなくてよいことになる. 以上の考察より, 甲板パネルの圧壊強度 $\bar{\sigma}_u$ は $\bar{w}_{0s}$ と λ_p のみの関数となる. 以後 $\bar{w}_{0s}$ を $\bar{w}_0$ と書く.

Table 6.1 Ultimate strengths of square plates ($\alpha = 1$)

λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.986	0.946	0.899	0.859	0.824
1.52	0.941	0.879	0.834	0.800	0.772
1.90	0.837	0.795	0.764	0.740	0.721
2.28	0.742	0.721	0.704	0.689	0.676
2.66	0.678	0.667	0.657	0.649	0.641

Table 6.2 Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 2$)

λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.995	0.983	0.961	0.938	0.916
1.52	0.979	0.946	0.917	0.892	0.870
1.90	0.908	0.872	0.848	0.829	0.813
2.28	0.770	0.764	0.764	0.760	0.753
2.66	0.651	0.645	0.641	0.677	0.692

Table 6.3 Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 3$)

λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.996	0.986	0.963	0.939	0.918
1.52	0.979	0.944	0.915	0.892	0.873
1.90	0.889	0.863	0.846	0.832	0.819
2.28	0.763	0.753	0.744	0.736	0.765
2.66	0.690	0.685	0.678	0.672	0.666

Table 6.4 Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 4$)

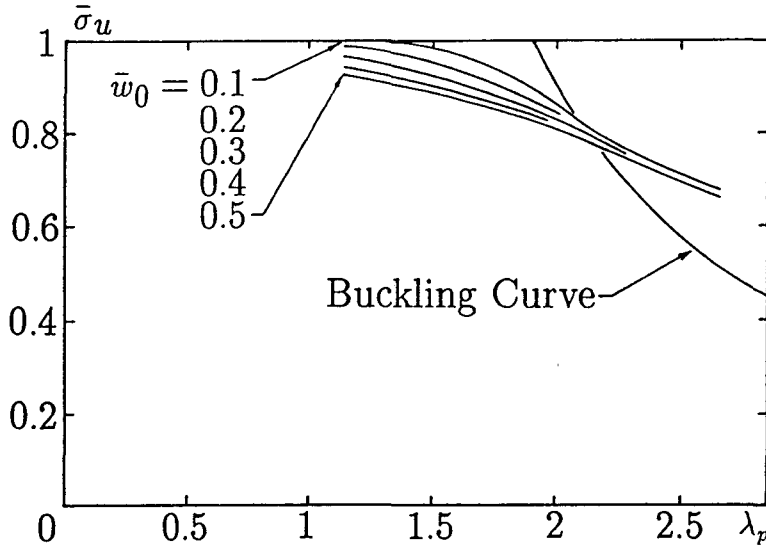
λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.997	0.990	0.966	0.942	0.922
1.52	0.983	0.948	0.920	0.897	0.879
1.90	0.906	0.875	0.856	0.840	0.827
2.28	0.750	0.747	0.754	0.764	0.767
2.66	0.657	0.653	0.648	0.644	0.640

Table 6.5 Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 5$)

λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.997	0.992	0.972	0.949	0.930
1.52	0.987	0.955	0.927	0.907	0.890
1.90	0.907	0.881	0.865	0.851	0.840
2.28	0.767	0.757	0.751	0.767	0.779
2.66	0.690	0.685	0.680	0.674	0.668

Table 6.6 Ultimate strengths of rectangular plates ($\alpha = 3 \sim 5$)

λ_p	$\bar{w}_0$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1.14	0.997	0.989	0.967	0.943	0.923
1.52	0.983	0.949	0.921	0.899	0.881
1.90	0.901	0.873	0.856	0.841	0.829
2.28	0.760	0.752	0.750	0.756	0.770
2.66	0.679	0.674	0.669	0.663	0.658

Fig. 6.5 Ultimate strength against slenderness ratio λ_p

$$\bar{\sigma}_u = \bar{\sigma}_u(\lambda_p, \bar{w}_0) \quad (6.6)$$

$\lambda_p, \bar{w}_0$ はスカラー値であり, 式(6.5)と比較して式(6.6)は $\bar{\sigma}_u$ を求めるために簡潔な表現となっている. 式(6.6)の関係を Fig. 6.5と Fig. 6.6に示す.

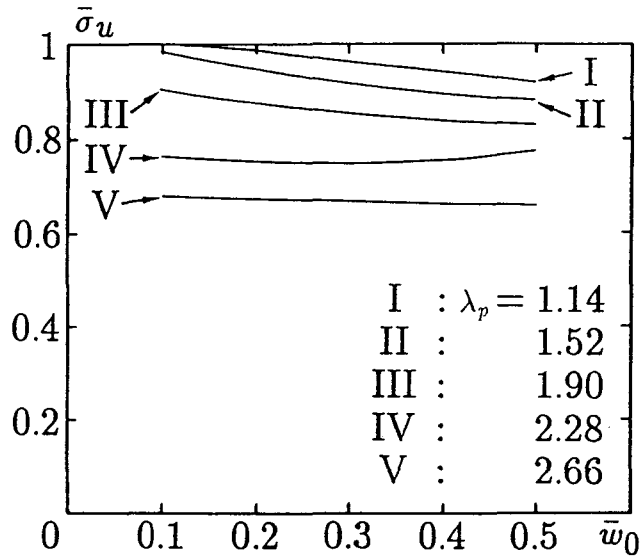
6.2.3 圧壊強度に対する溶接線の影響

この節では, パネルに通る溶接線が圧壊強度におよぼす影響について述べる. 溶接線の通っているパネルは, その溶接の位置, 方法によって初期撓みが違うことを第3章で述べた. ここでは横縁の入った3Eタイプ (Fig. 3.4) のパネルについてのみ調べる.

初期撓みのモデルとして溶接線の入っていないパネルは式(3.3)(Fig. 3.8)に従う. 溶接線の入っているパネルは, 溶接線の入っている位置が $x = x_0$ のとき, 式(3.3)の $|x - x_0| \leq b/2$ の部分を変式にかえる.

$$w_0 = w_{0max} \sin \frac{\pi|x - x_0|}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (6.7)$$

今回の解析では $x_0 = a/2$, つまり板の中央に溶接線が通っている場合を考えた.

Fig. 6.6 Ultimate strength against initial deflection w_0/t

初期撓みの大きさは Fig. 3.11 を参考にして $w_{0max} = 0.2t$ とする。アスペクト比 $\alpha = 3, 4$ の 2 ケースについて計算した。ここでも残留応力は考えていない。 $\alpha = 3$ の場合を Fig. 6.7~Fig. 6.9 に示す。ケース A が溶接線のない場合、ケース B が溶接線のある場合である。ケース B の方が初期降伏がはやく、最高荷重も低いことがわかる。Fig. 6.8 と Fig. 6.9 は最高荷重時の塑性状態と、無負荷時の撓み (初期撓み)・最高荷重時の撓みを示している。塑性の状態を観察すると、ケース A では四隅で塑性化して崩壊している (Fig. 6.8) のに対し、ケース B では中央上下、つまり溶接線付近が塑性化して崩壊している (Fig. 6.9) ことがわかる。

$\alpha = 4$ の場合を $\alpha = 3$ の場合と同様に Fig. 6.10~Fig. 6.12 に示す。一般的な性質は $\alpha = 3$ の場合とほとんど変わらないが、最高荷重をみると C から D への低下量は A から B への低下量に比べて小さい。その理由は次の通りである。 $\alpha = 3$ の場合 A では 3 半波で崩壊している。B の溶接線の影響をうける初期撓みは 3 半波での崩壊を助長するため、荷重は低下すると考えられる。それに対して、 $\alpha = 4$ の場合 C では 5 半波で崩壊している。D の溶接線の影響をうける初期撓みが 5 半波での崩壊を阻害するため、荷重はあまり低下しないと考えられる。

一般には溶接線はこのモデルのように中央にはない。よって、問題はさらに

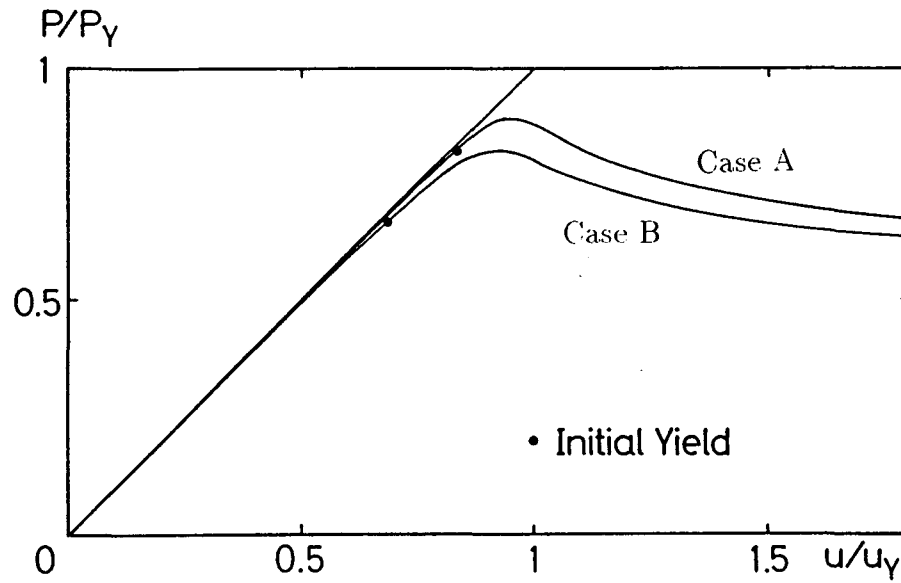


Fig. 6.7 In-plane displacement-load relation ($\alpha = 3$, $\lambda_p = 1.9$, $w_{0\max} = 0.2t$)

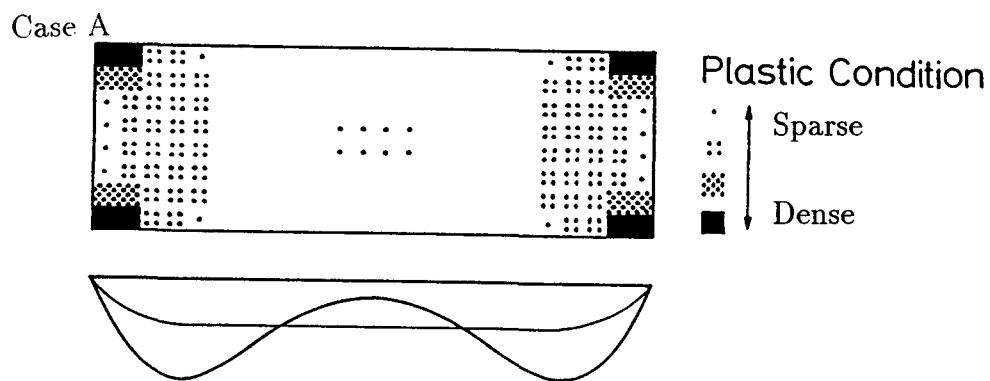


Fig. 6.8 Plastic condition and deflection at ultimate strength (Case A : without welded line, $\alpha = 3$)

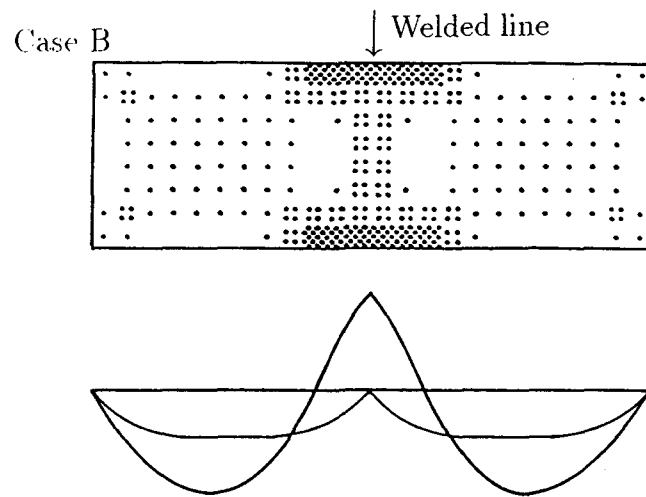


Fig. 6.9 Plastic condition and deflection at ultimate strength
(Case B : with welded line, $\alpha = 3$)

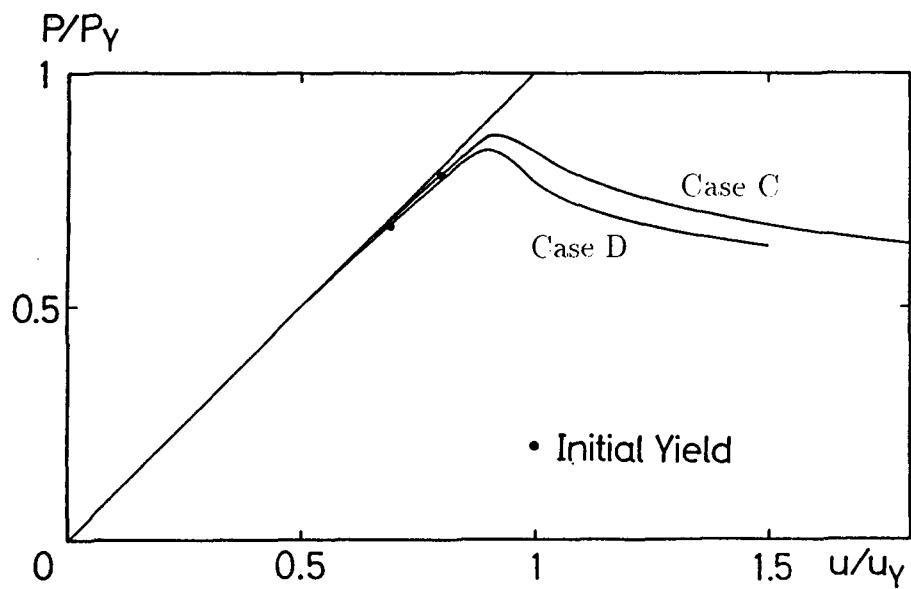


Fig. 6.10 In-plane displacement-load relation ($\alpha = 4$,
 $\lambda_p = 1.9$, $w_{0\max} = 0.2t$)

Case C

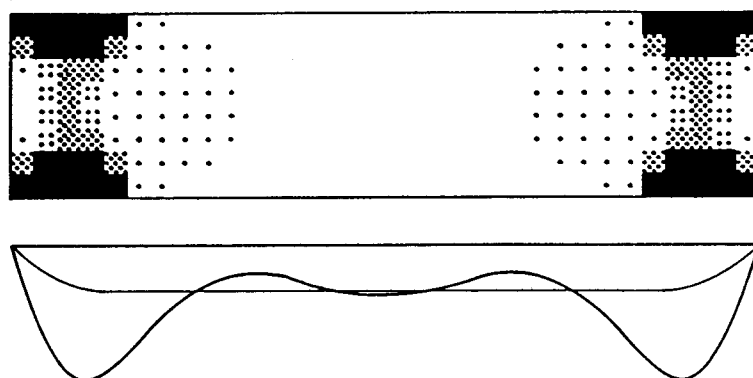


Fig. 6.11 Plastic condition and deflection at ultimate strength
(Case C : without welded line, $\alpha = 4$)

Case D

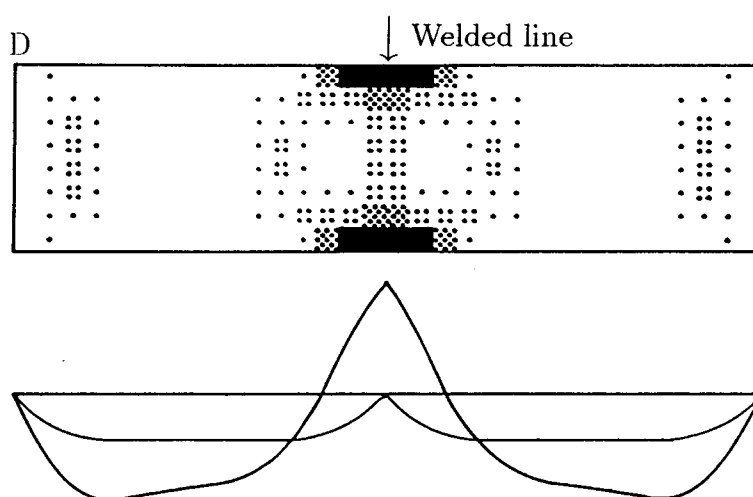


Fig. 6.12 Plastic condition and deflection at ultimate strength
(Case D : with welded line, $\alpha = 4$)

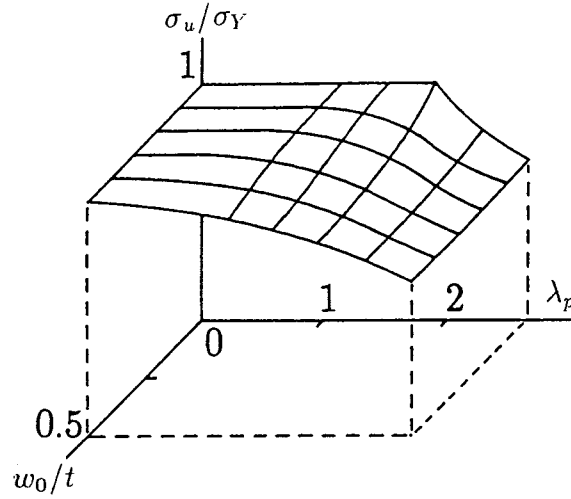


Fig. 6.13 Ultimate strength surface expressed by slenderness ratio λ_p and initial deflection w_0/t

複雑になる。また、溶接部が軟化していたり溶接線付近に残留応力があるため、さらに剛性および強度は低下すると思われる。

6.2.4 甲板パネルの圧壊強度に関する統計的性質

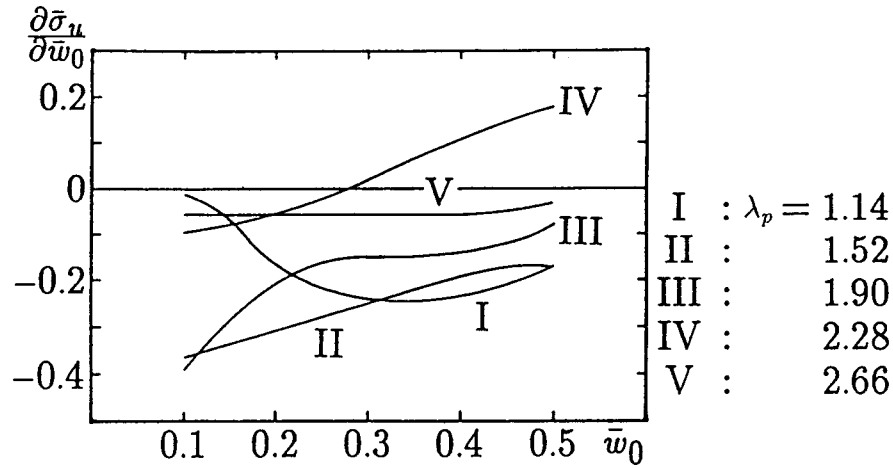
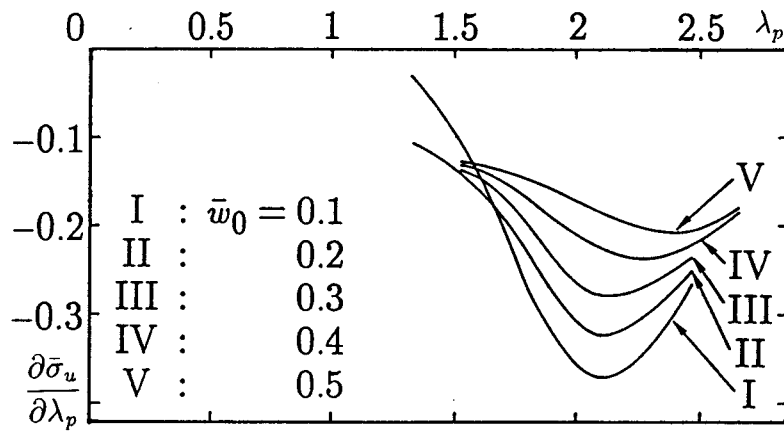
式(6.6)で $\bar{\sigma}_u$ は λ_p と $\bar{w}_0$ の関数であることをのべた。図で示すと Fig. 6.13の曲面になる。ここで、これらの平均値としてあらためて λ_p , $\bar{w}_0$ と書く。統計的にはこの点からある程度ばらつくはずであり、そのときそれらの値を λ_p^* , $\bar{w}_0^*$ であるとする。近似として平均値 λ_p , $\bar{w}_0$ の付近で Fig. 6.13の曲面は平面近似できるとする。 $\bar{\sigma}_u$ の $\bar{w}_0$ に対する関係は直線近似が可能であることは6.2.1節で述べた。また λ_p は統計的にそれほどばらつく値ではないので直線近似しても問題ない。 λ_p^* , $\bar{w}_0^*$ にばらつきによる $\bar{\sigma}_u^*$ のばらつき $d\bar{\sigma}_u$ は次式で与えられる。

$$d\bar{\sigma}_u = \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \bar{w}_0} d\bar{w}_0 + \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} d\lambda_p \quad (6.8)$$

$$\bar{\sigma}_u^* = \bar{\sigma}_u + d\bar{\sigma}_u$$

$$\lambda_p^* = \lambda_p + d\lambda_p$$

$$w_0^* = w_0 + dw_0$$

Fig. 6.14 Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$ in terms of $\bar{w}_0$ Fig. 6.15 Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$ in terms of λ_p

ここで、 $\partial \bar{\sigma}_u / \partial \bar{w}_0$, $\partial \bar{\sigma}_u / \partial \lambda_p$ については Fig. 6.14, Fig. 6.15から読みとる。これらの図は Fig. 6.5, Fig. 6.6から得た。

b, t, E, σ_Y, w_0 が期待値(平均値)まわりに正規分布であるとする。そのときの各標準偏差を $b_{S.D.}$, $t_{S.D.}$, $E_{S.D.}$, $\sigma_{Y S.D.}$, $w_{0 S.D.}$ とすると、圧壊強度の期待値と標準偏差は次式で与えられる。

$$P_u = \bar{\sigma}_u \sigma_Y t b,$$

$$P_{u S.D.}^2 = \left(\frac{\partial P_u}{\partial w_0} w_{0 S.D.} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_u}{\partial b} b_{S.D.} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_u}{\partial t} t_{S.D.} \right)^2$$

$$+ \left(\frac{\partial P_u}{\partial E} E_{\text{S.D.}} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_u}{\partial \sigma_Y} \sigma_{Y \text{ S.D.}} \right)^2 \quad (6.9)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_u}{\partial w_0} &= \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \bar{w}_0} \sigma_Y b, \\ \frac{\partial P_u}{\partial b} &= \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \lambda_p + \bar{\sigma}_u \right) \sigma_Y t, \\ \frac{\partial P_u}{\partial t} &= - \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \bar{w}_0} \bar{w}_0 + \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \lambda_p \right) \sigma_Y b \approx - \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \lambda_p \sigma_Y b, \\ \frac{\partial P_u}{\partial E} &= - \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \left(\frac{\sigma_Y}{E} \right)^{1.5} b^2, \\ \frac{\partial P_u}{\partial \sigma_Y} &= \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \lambda_p + \bar{\sigma}_u \right) b t. \end{aligned}$$

$\bar{\sigma}_u$ は Fig. 6.5あるいは Fig. 6.6から求める. $\partial \bar{\sigma}_u / \partial \bar{w}_0, \partial \bar{\sigma}_u / \partial \lambda_p$ は Fig. 6.14, Fig. 6.15から求める.

計測したタンカーのパネルを例に統計量を求める.

$$\begin{aligned} b &= 767[\text{mm}] & t &= 16[\text{mm}] \\ E &= 21000[\text{kgf/mm}^2] & \sigma_Y &= 33[\text{kgf/mm}^2] \end{aligned}$$

Fig. 6.2より,

$$\bar{w}_0 = 0.142$$

今回は初期撓みの計測結果があるから初期撓みとして上の値を使うが, 初期撓みを計測していない場合は式 (3.6) を使う.

各パラメータの標準偏差は [127] を参考にした.

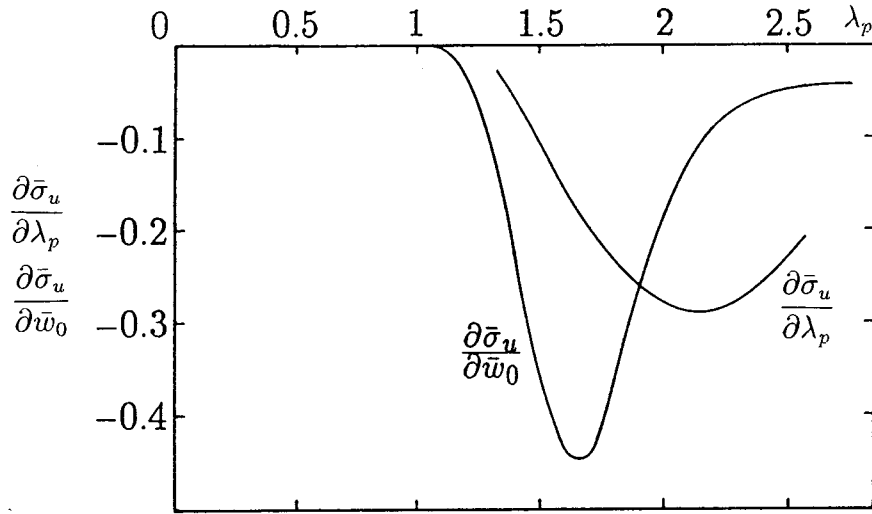
$$\begin{aligned} b_{\text{S.D.}} &= 5[\text{mm}] & t_{\text{S.D.}} &= 0.1[\text{mm}] \\ E_{\text{S.D.}} &= 210[\text{kgf/mm}^2] & \sigma_{Y \text{ S.D.}} &= 2[\text{kgf/mm}^2] \end{aligned}$$

Fig. 3.7より,

$$w_{0 \text{ S.D.}} = 1.25[\text{mm}]$$

初期撓みの値同様, 初期撓みの計測結果がない場合は式 (3.6), 式 (3.7) を使う.

式 (6.9) の各統計値は次のようになる.

Fig. 6.16 Partial derivative of $\bar{\sigma}_u$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_u}{\partial w_0} w_{0\text{S.D.}} &= -8540[\text{kgf}] & \frac{\partial P_u}{\partial b} b_{\text{S.D.}} &= 845[\text{kgf}] \\
 \frac{\partial P_u}{\partial t} t_{\text{S.D.}} &= 1440[\text{kgf}] & \frac{\partial P_u}{\partial E} E_{\text{S.D.}} &= 3580[\text{kgf}] \\
 \frac{\partial P_u}{\partial \sigma_Y} \sigma_{Y\text{S.D.}} &= 14800[\text{kgf}] \\
 P_u &= 360000[\text{kgf}] & P_{u\text{S.D.}} &= 17500[\text{kgf}]
 \end{aligned}$$

圧壊強度の変動係数はこのパネルの場合約 4.9%である。また、圧壊強度の統計的性質に大きく寄与する成分は降伏応力と初期撓みであることがわかる。他の寸法のパネルにおいても降伏応力と初期撓みが圧壊強度のばらつきに大きな影響を与えるパラメータであることを確認した。そこで、降伏応力、初期撓み以外のパラメータを無視して定式化する。

$$\left(\frac{P_{u\text{S.D.}}}{P_Y} \right)^2 = \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \bar{w}_0} \bar{w}_{0\text{S.D.}} \right)^2 + \left\{ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} + \bar{\sigma}_u \right) \frac{\sigma_{Y\text{S.D.}}}{\sigma_Y} \right\}^2 \quad (6.10)$$

式(3.6)より、初期撓みと細長比には関係がある。

$$\bar{w}_0 = 1.68 \frac{\lambda_p^2}{\sigma_Y}, \quad \bar{w}_{0\text{S.D.}} = 0.84 \frac{\lambda_p^2}{\sigma_Y} \quad (6.11)$$

式(6.11)を Fig. 6.14, Fig. 6.15に適用すると Fig. 6.16になる。さらに整理すると圧壊応力の標準偏差 $\sigma_{u\text{S.D.}}$ は次式となる。

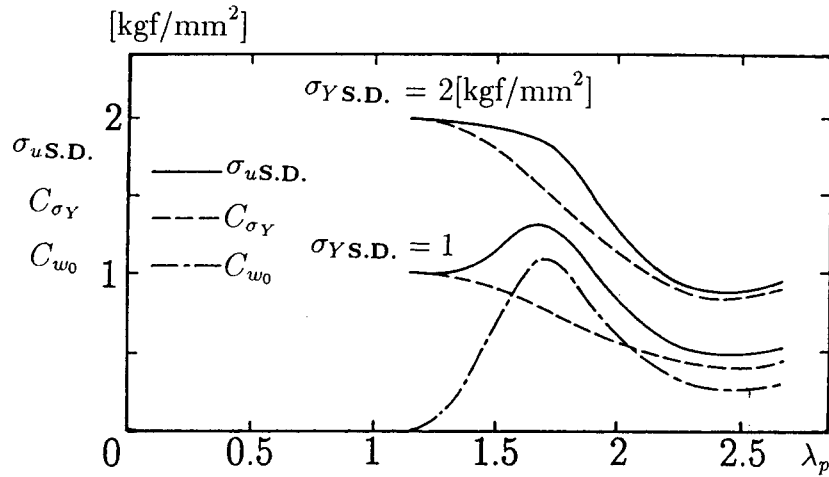


Fig. 6.17 Standard deviation of ultimate strength

$$\sigma_{uS.D.} = \sqrt{C_{w_0}^2 + C_{\sigma_Y}^2} \quad (6.12)$$

ここで、 C_{w_0} は初期撓みのばらつきによる項で C_{σ_Y} は降伏応力のばらつきによる項である。

$$C_{w_0} = 0.84 \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial w_0}$$

$$C_{\sigma_Y} = \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}_u}{\partial \lambda_p} \lambda_p + \bar{\sigma}_u \right) \sigma_{YS.D.}$$

λ_p と $\sigma_{uS.D.}$ の関係を Fig. 6.17に示す。 $\sigma_{YS.D.} = 2[\text{kgf/mm}^2]$ のときは C_{σ_Y} つまり降伏応力が圧壊強度のばらつきによくきく。 $\sigma_{YS.D.} = 1[\text{kgf/mm}^2]$ のときは $\lambda_p = 1.7$ 付近で降伏応力よりもむしろ初期撓みのほうが圧壊強度のばらつきに影響をおよぼすことがわかる。降伏応力 $30[\text{kgf/mm}^2]$ のときの圧壊強度の統計量を Fig. 6.18に示す。現状の鋼材、工作基準、溶接方法では初期撓みは圧壊強度を減少させる要因ではあるが、圧壊強度のばらつきを論ずる際はむしろ初期撓みよりも降伏応力の方が大きな要因であることが多い。

ここで述べた統計量はあくまでも溶接線のないパネルである。溶接線がとおっているパネルは撓みが複雑で大きい。よって圧壊強度とそのばらつきに初期撓みがおよぼす影響は大きいと考えられる。

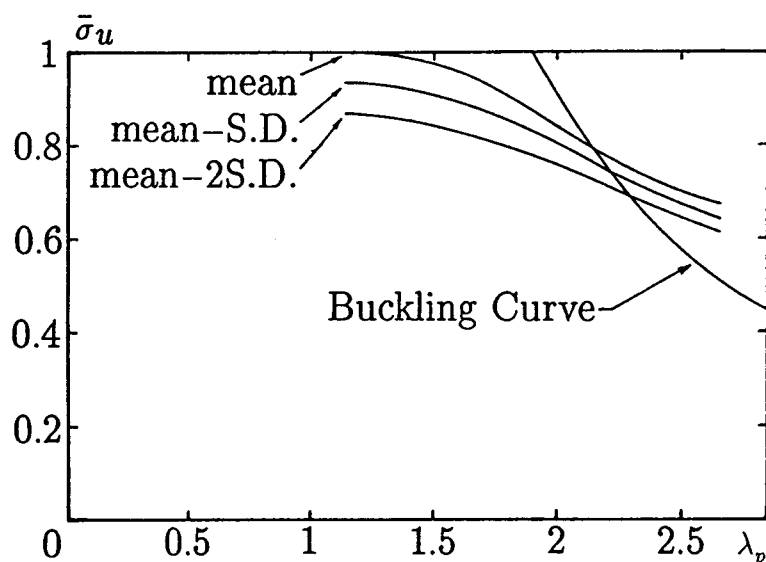


Fig. 6.18 Statistical ultimate strength

6.3 構造最終強度の信頼性評価

次に、第5章で確定論的解析の対象として実験モデルの中から MST-4 モデルに限定して船体最終強度の信頼性解析を行なう。

このモデルがうける荷重としては、ハルガーダーが曲げモーメントのみをうける場合と曲げモーメントと剪断力をうける場合を考えた。

6.3.1 確率分布

はじめに本報告で取り扱う確率分布および確率密度関数の概念を記し、記号の定義をする。

正規分布

x を変数として正規分布 $P_N(x)$ は式 (6.13) で表される。

$$P_N(x) = \frac{1}{x_{S.D.} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_{\text{mean}}}{x_{S.D.}}\right)^2\right] \quad (6.13)$$

正規分布の確率分布関数 $Q_N(x)$ は式 (6.13) を積分したもので式 (6.14) で表される。

$$Q_N(x) = \int_{\infty}^x P_N(t) dt \quad (6.14)$$

ここで, x_{mean} は平均値であり, $x_{\text{S.D.}}$ は標準偏差である.

ワイブル分布

ワイブル分布 $P_W(x)$ は式 (6.15) で表される.

$$P_W(x) = \frac{h}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{h-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^h\right\} \quad (6.15)$$

ここで, λ は尺度パラメータであり, h は形状パラメータである.

ワイブル分布の確率分布関数は式 (6.15) を積分したもので式 (6.16) で表される.

$$Q_W(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^h\right\} \quad (6.16)$$

ワイブル分布の平均値と標準偏差は次式である.

$$x_{\text{mean}} = \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{h}\right)$$

$$x_{\text{S.D.}} = \lambda \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{h}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{h}\right)}$$

ここで, $\Gamma(a)$ はガンマ関数であり, 次式で表される.

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} \exp(-x) dx$$

二重指数分布

二重指数分布は式 (6.16) で与えられるワイブル確率分布関数が n 回に繰り返されるときに x を越えない確率の漸近分布である. すなわち, 確率密度関数は式 (6.17) であり分布形は式 (6.18) である.

$$Q_D(x) = (Q_W(x))^n \approx \exp\left[-\exp\left\{-\alpha\left(\frac{x}{\lambda} - u\right)\right\}\right] \quad (6.17)$$

$$P_D(x) = \frac{dQ_D(x)}{dx} = -\frac{\alpha}{\lambda} \exp\left\{-\alpha\left(\frac{x}{\lambda} - u\right)\right\} \exp\left[-\exp\left\{-\alpha\left(\frac{x}{\lambda} - u\right)\right\}\right] \quad (6.18)$$

ここで,

$$\alpha = h(\ln n)^{1-1/h}, \quad u = (\ln n)^{1/h}$$

二重指数分布の平均と標準偏差は次式である.

$$x_{\text{mean}} = u + \frac{\gamma}{\alpha}, \quad x_{\text{S.D.}} = \frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha}$$

ここで, γ はオイラー定数 (0.577216...) である.

6.3.2 構造の統計量

構造強度の影響因子として降伏応力と矩形板の初期撓みを考えた. それらを統計量として取り扱い, それらの分布形は2パラメータのワイブル分布 (式 (6.15), 式 (6.16)) を考えた. これを図示したのが Fig. 6.19と Fig. 6.20である. 通常は, 構造の各場所によって降伏応力や初期撓みは異なる. しかし, そのように考えると構造体の確率変数が非常に増大し, 計算が複雑になるので, 本解析では簡単のためにどの場所でも降伏応力と初期撓みは同じ値で完全に相関関係をもってばらつくと仮定した. この仮定により構造全体の確率変数は降伏応力と初期撓みの2つだけになる. また, 溶接残留応力は確定的な値とし, 圧縮側が $0.2\sigma_Y$ で引張側は σ_Y とした.

6.3.3 外力の統計量

外荷重としては $n = 10^8$ 回に一回かかる甲板の応力も統計量であるが, その平均値を 175MPa としてこれを生じさせる縦曲げモーメントを算出した.

第2章で示したように波浪外力の長期分布は二重指数分布 (式 (6.17), 式 (6.18)) を仮定し, $h = 1$ として計算を行なった. $n = 10^8$ のとき, 変動係数 $\text{COV}=0.0675$ である [128], [129].

以上より, 外荷重としての平均値は $M_{\text{mean}} = 62.35[\text{ton-m}]$ であり, その標準偏差は $M_{\text{S.D.}} = 4.37[\text{ton-m}]$ である.

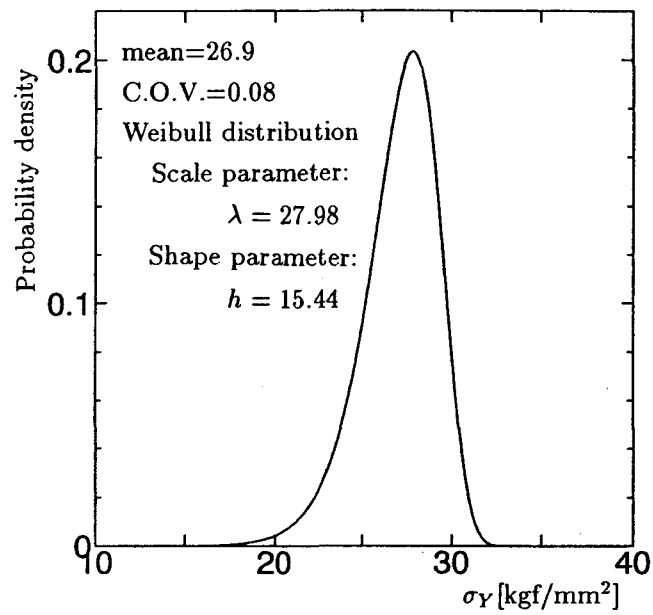


Fig. 6.19 Assumed probability distribution of yield stress σ_Y (Weibull distribution)

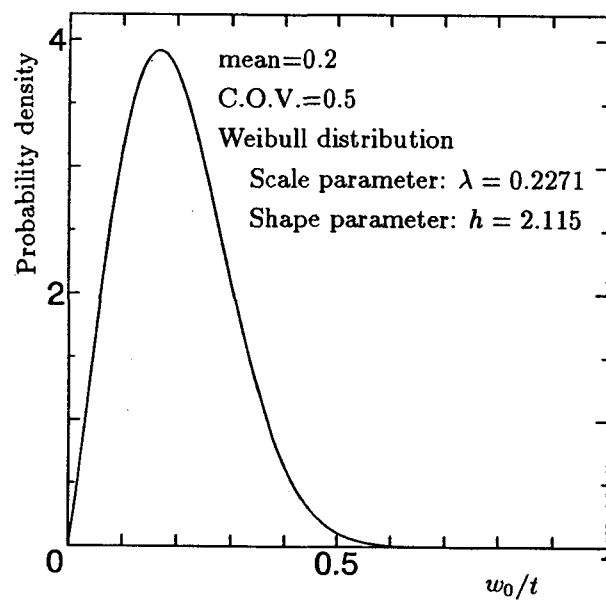


Fig. 6.20 Assumed probability distribution of initial deflection w_0/t (Weibull distribution)

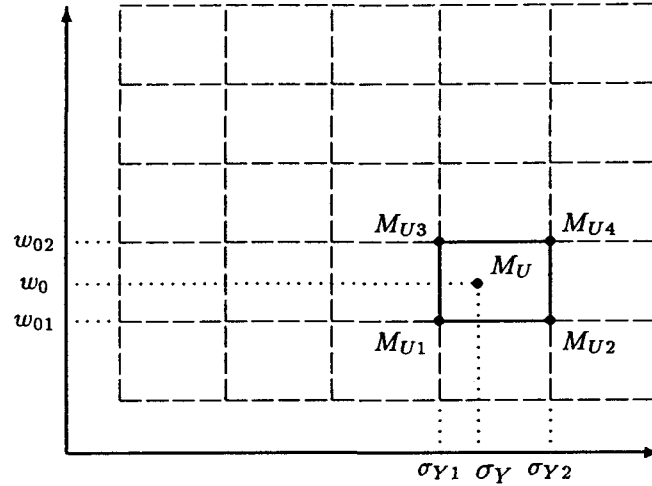


Fig. 6.21 Bilinear interpolation of ultimate strength M_U under yield stress σ_Y and initial deflection w_0

また、剪断力は曲げモーメントに完全に相関していると仮定する。

6.3.4 最終強度の統計量

構造の最終強度を求めるにあたって、ランダム変数は降伏応力と初期撓みである。これらの変化に伴う最終強度を2つの変数による関数表示は不可能であるので、ここでは下記のような計算方法をとった。まず降伏応力と初期撓みの変化領域を Fig. 6.21のように設定し、ある間隔での両者の組み合わせ、すなわち、Fig. 6.21の交点について最終強度を計算する。

純曲げおよび曲げと剪断の組み合わせに対して、最終強度解析を行い、その計算結果をまとめたものが Table 6.7, Table 6.8, Table 6.9 および、Fig. 6.22, Fig. 6.23である。

ここで、交点間の σ_Y と w_0 の組み合わせに対する最終強度 M_U は、次式のように補間式を考え最終強度を求める。

$$M_U = a_1 + a_2\sigma_Y + a_3w_0 + a_4\sigma_Yw_0. \quad (6.19)$$

$$M_U(w_{01}, \sigma_{Y1}) = M_{U1},$$

$$M_U(w_{01}, \sigma_{Y2}) = M_{U2},$$

Table 6.7 Ultimate pure bending moments ($F = 0$)

M_U [ton-m]		w_{031}/t				
		0.001	0.1	0.2	0.3	0.4
σ_Y [kgf/mm ²]	22.6	89.41	86.68	85.39	84.49	83.77
	24.7	97.71	93.91	92.32	91.30	90.53
	26.9	106.2	101.0	99.22	98.20	97.40
	29.1	114.6	107.5	105.9	104.9	104.2
	31.2	121.7	113.5	112.1	111.2	110.5

Table 6.8 Ultimate bending moments under the combined action of bending moment and shearing force ($F = M/2L$, $L = 720$ [mm])

M_U [ton-m]		w_{031}/t				
		0.001	0.1	0.2	0.3	0.4
σ_Y [kgf/mm ²]	22.6	84.65	83.53	82.25	81.35	80.65
	24.7	92.51	90.48	88.93	87.97	87.22
	26.9	100.7	97.32	95.62	94.67	93.96
	29.1	108.9	103.6	102.1	101.2	100.4
	31.2	116.6	109.6	108.2	107.3	106.7

Table 6.9 Ultimate bending moments under the combined action of bending moment and shearing force ($F = M/L$, $L = 720[\text{mm}]$)

M_U [ton-m]		w_{031}/t				
		0.001	0.1	0.2	0.3	0.4
σ_Y [kgf/mm ²]	22.6	66.62	66.82	66.39	66.07	65.81
	24.7	72.80	72.86	72.30	71.95	71.63
	26.9	79.28	78.97	78.41	77.96	77.59
	29.1	86.27	85.06	84.31	83.83	83.47
	31.2	92.49	90.56	89.84	89.38	88.92

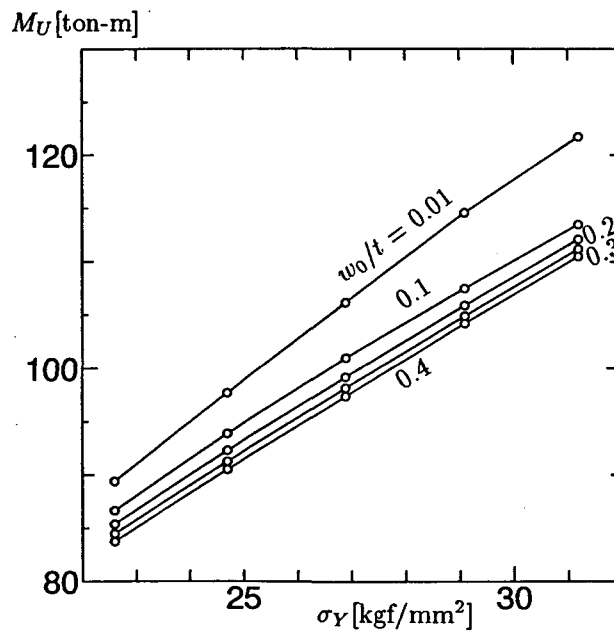


Fig. 6.22 Ultimate strength subjected to pure bending moment against yield stress σ_Y

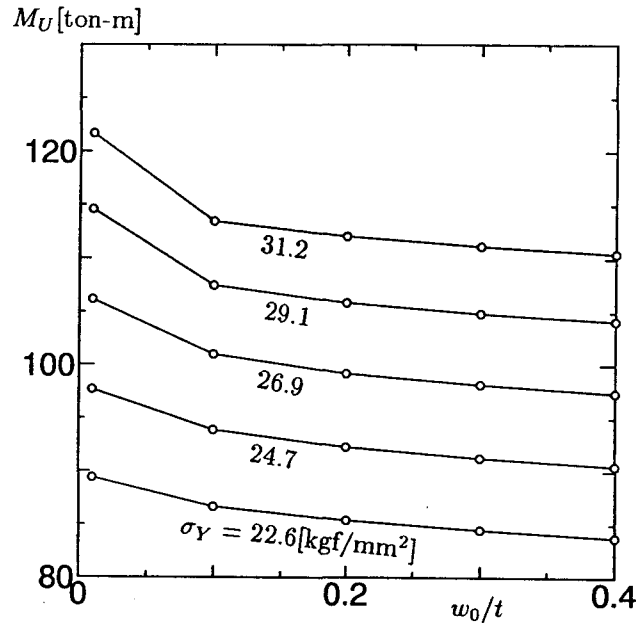


Fig. 6.23 Ultimate strength subjected to pure bending moment against initial deflection w_0/t

$$M_U(w_{02}, \sigma_{Y1}) = M_{U3},$$

$$M_U(w_{02}, \sigma_{Y2}) = M_{U4}. \quad (6.20)$$

式(6.20)の4交点での M_U を式(6.19)に代入することにより a_1, a_2, a_3, a_4 を求める。以上の補間法を用いて最終強度を求め、その統計量について検討した。

初期撓み w_0/t は0から0.7, 降伏応力 σ_Y は $16.14[\text{kgf/mm}^2]$ から $35[\text{kgf/mm}^2]$ までの分布を考え、さらに確率変数である初期撓みと降伏応力の積分点での確率密度を考慮しながら数値計算により最終強度のヒストグラムとその積分値を求めた。この結果は、通常確率密度分布と確率密度関数に対応している。

Fig. 6.24は純曲げを受けるときの最終強度である。Fig. 6.25は曲げモーメントと剪断力の組み合わせ荷重 ($F = M/2L[\text{ton}]$) を受けるときの最終強度である。Fig. 6.26は曲げモーメントと剪断力のもう一つの組み合わせ荷重 ($F = M/L[\text{ton}]$) を受けるときの最終強度である。図の実線は数値的に計算し、度数分布を求めた結果である。数値的な結果から平均値と分散を求め、その値を使って正規分布とワイブル分布を求めた。図中の点線が正規分布であり、破線がワイブル分布である。

確率密度分布と確率密度関数から判断すると剪断力の有無にかかわらず最終強度の確率分布はワイブル分布よりも正規分布に近いことがわかる。

6.3.5 信頼性解析

構造の安全余裕 Z は式 (6.21) で与えられる。

$$Z = M_U(\sigma_Y, w_0) - M \quad (6.21)$$

この式をもとに信頼性指標等のパラメータを線形化2次モーメント法 (First-order and second-moment method : FOSM 法) と拡張線形化2次モーメント法 (Advanced first-order and second-moment method : AFOSM 法) を用いて求める [130]。

許容モーメント M の統計値は 6.3.3 節で示したようにその平均値を $M_{\text{mean}} = 62.35[\text{ton-m}]$, 標準偏差を $M_{\text{S.D.}} = 4.37[\text{ton-m}]$ とした。

解析をするにあたって、いくつかのパラメータを定義する。まず、ランダム変数 σ_Y, w_0, M を正規化しそれぞれ, z_1, z_2, z_3 と定義する。

$$z_1 = \frac{\sigma_Y - \sigma_{Y \text{ mean}}}{\sigma_{Y \text{ S.D.}}}$$

$$z_2 = \frac{w_0 - w_{0 \text{ mean}}}{w_{0 \text{ S.D.}}}$$

$$z_3 = \frac{M - M_{\text{mean}}}{M_{\text{S.D.}}}$$

次に、各ランダム変数の信頼性感度 α_i は式 (6.22) で表すことができる。

$$\alpha_i = -\frac{\partial Z}{\partial z_i} / \sqrt{\sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial Z}{\partial z_k} \right)^2} \quad (6.22)$$

この信頼性感度は-1 から 1 の値をとりその絶対値が 1 に近いほど信頼性に対する影響度が大きいことを示す。

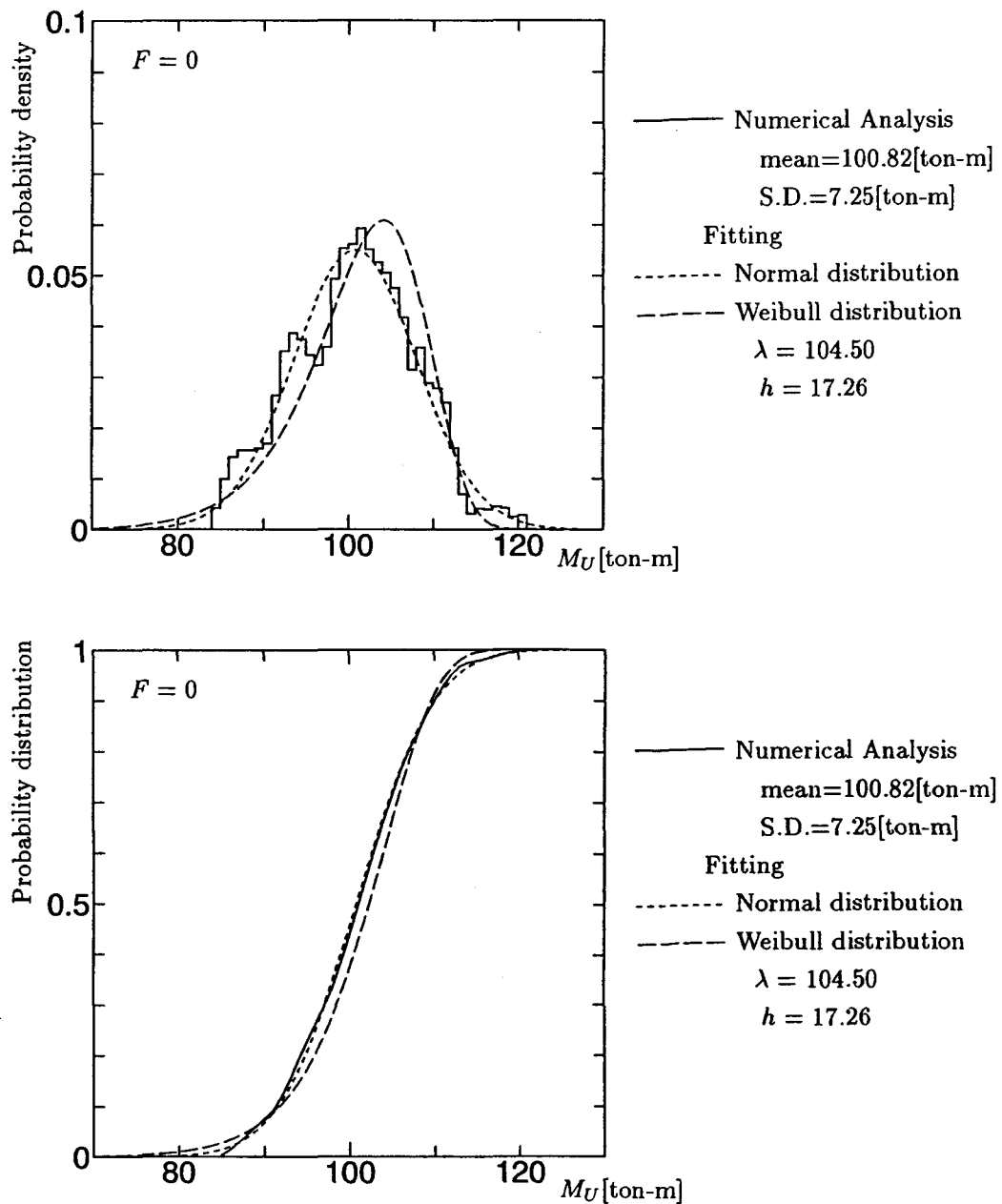


Fig. 6.24 Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under pure bending

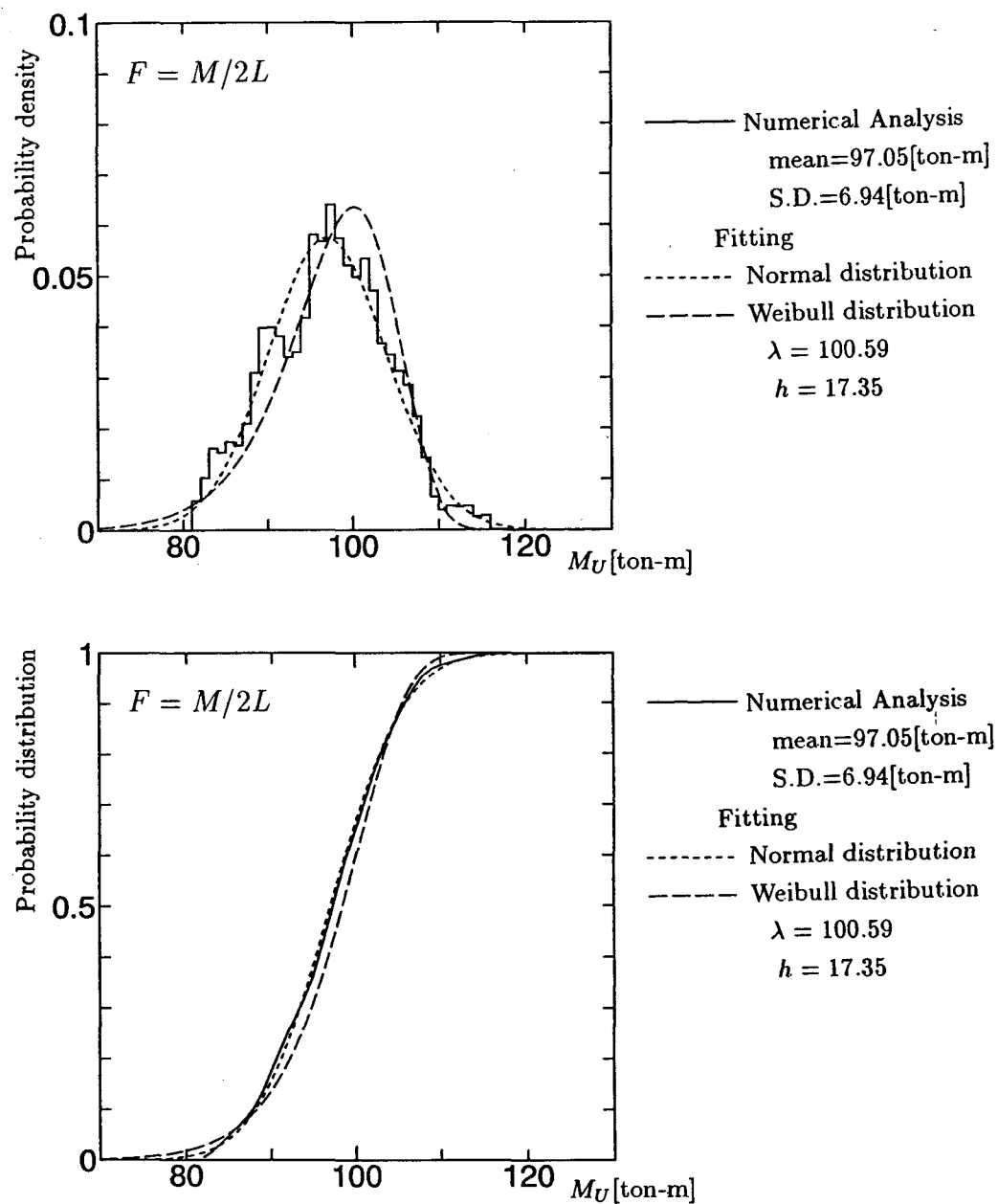


Fig. 6.25 Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under bending moment and shearing force ($F = M/2L$, $L = 720$ [mm])

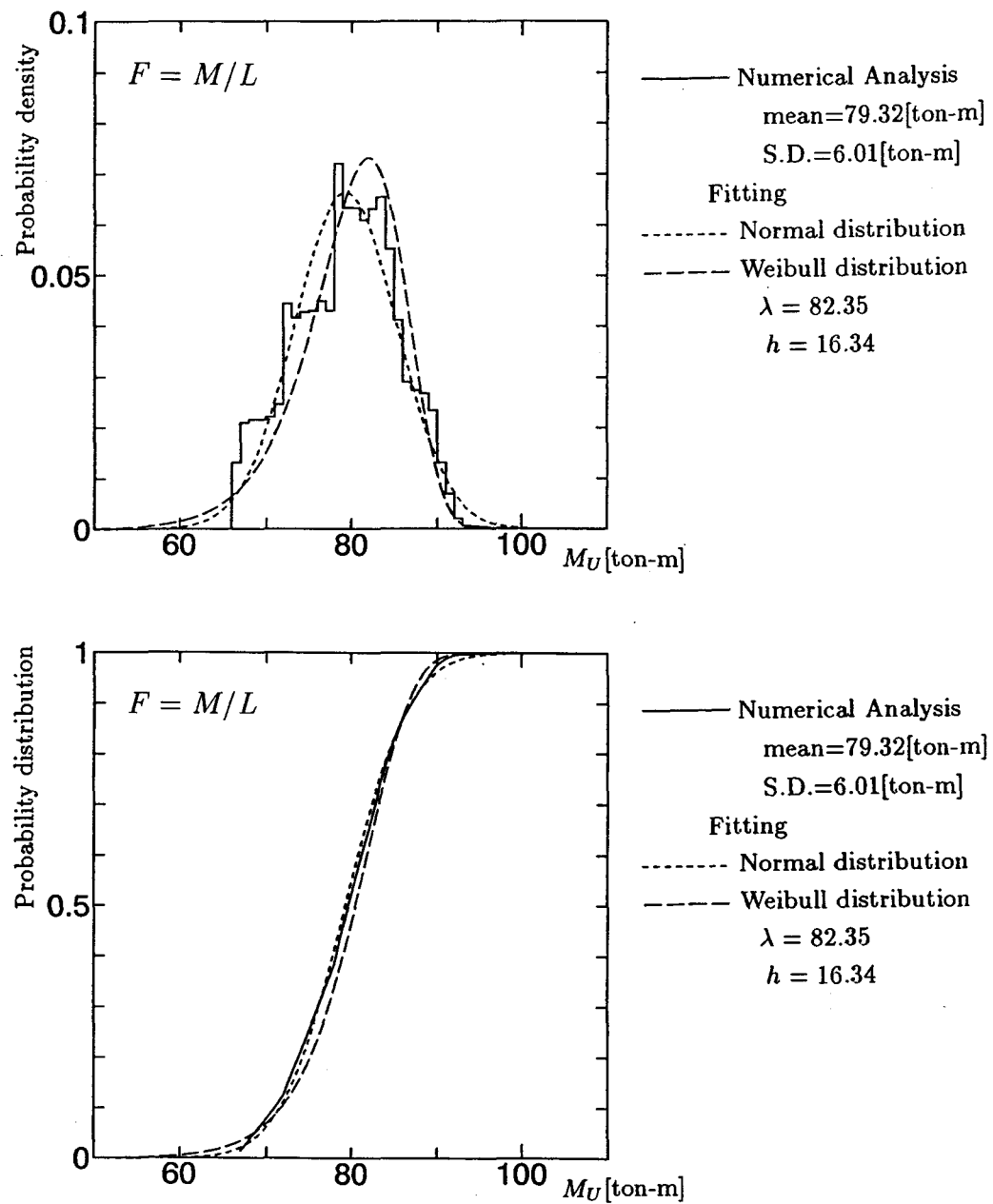


Fig. 6.26 Probability density and probability distribution function of ultimate strength of MST-4 under bending moment and shearing force ($F = M/L$, $L = 720$ [mm])

FOSM 法による解

平均値において線形化を行い信頼性指標 β を導出する.

$w_0 = w_{0\text{mean}}$ において $\sigma_Y = (\sigma_{Y\text{mean}} - \sigma_{Y\text{S.D.}}), \sigma_{Y\text{mean}}, (\sigma_{Y\text{mean}} + \sigma_{Y\text{S.D.}})$ の3点での M_U から2次曲線で補間をし, 平均点での傾き b_1 を計算した. 同様の方法で w_0 に関する M_U の傾きから b_2 も計算した.

$$M_U = M_{U\text{mean}} + b_1(\sigma_Y - \sigma_{Y\text{mean}}) + b_2(w_0 - w_{0\text{mean}})$$

標準偏差は式 (6.23) で表される.

$$M_{U\text{S.D.}}^2 = (b_1\sigma_{Y\text{S.D.}})^2 + (b_2w_{0\text{S.D.}})^2 \quad (6.23)$$

信頼性指標は式 (6.24) である.

$$\beta = \frac{M_{U\text{mean}} - M_{\text{mean}}}{\sqrt{(M_{U\text{S.D.}})^2 + (M_{\text{S.D.}})^2}} \quad (6.24)$$

また, 信頼性感度 (式 (6.22)) の計算においては平均値における安全余裕の微係数を使う. すなわち,

$$\frac{\partial Z}{\partial z_1} = b_1\sigma_{Y\text{S.D.}},$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_2} = b_2w_{0\text{S.D.}},$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_3} = -M_{\text{S.D.}}.$$

以上の式をもとに計算した結果が Table 6.10である.

AFOSM 法による解

FOSM 法よりも精度よく信頼性指標を求める方法として AFOSM 法がある. 破壊点まわりを参考に信頼性指標 β を導出する.

M_U は式 (6.19) と式 (6.20) で示した補間法を用いて任意の最終強度を求める.

$$M_U = a_1 + a_2\sigma_Y + a_3w_0 + a_4\sigma_Y w_0$$

Table 6.10 Reliability of ultimate longitudinal strength
(FOSM method, $L=720\text{mm}$)

Shear	$M_{U\text{mean}}$ [ton-m]	$M_{U\text{S.D.}}$ [ton-m]	β	α_1	α_2	α_3
$F = 0[\text{ton}]$	99.2	6.93	5.32	-0.829	0.171	0.533
$F = M/2L[\text{ton}]$	95.6	6.72	4.95	-0.822	0.165	0.545
$F = M/L[\text{ton}]$	78.4	6.03	2.67	-0.807	0.068	0.587

安全余裕の微係数は次式である.

$$\frac{\partial Z}{\partial z_1} = (a_2 + a_4 w_0) \sigma_Y \text{S.D.}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_2} = (a_3 + a_4 \sigma_Y) w_0 \text{S.D.}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z_3} = -M \text{S.D.}$$

信頼性感度は式(6.25)を満足するように十分収束計算を行なった後の式(6.22)で表すことができる. ここで, 式(6.22)の $\partial Z/\partial z_i$ は破壊点における微係数である.

$$z_1 = \beta \alpha_1, \quad z_2 = \beta \alpha_2, \quad z_3 = \beta \alpha_3,$$

$$Z(z_1, z_2, z_3) = 0 \quad (6.25)$$

十分収束したとき, 破壊点における各値 σ_Y^* , w_0^* , M^* は式(6.26)で計算できる.

$$\sigma_Y^* = (z_1 \sigma_Y \text{S.D.} + \sigma_Y \text{mean}),$$

$$w_0^* = (z_2 w_0 \text{S.D.} + w_0 \text{mean}),$$

$$M^* = (z_3 M \text{S.D.} + M \text{mean}). \quad (6.26)$$

計算した結果を Table 6.11に示す.

Table 6.11 Reliability of ultimate longitudinal strength
(AFOSM method, $L=720[\text{mm}]$)

Shear	σ_Y^* [kgf/mm ²]	w_0^*/t	M^* [ton-m]	β	α_1	α_2	α_3
$F = 0[\text{ton}]$	18.4	0.264	72.2	4.63	-0.851	0.138	0.508
$F = M/2L[\text{ton}]$	19.1	0.255	71.8	4.29	-0.841	0.127	0.525
$F = M/L[\text{ton}]$	23.0	0.212	67.8	2.23	-0.815	0.052	0.577

信頼性解析に対する考察

FOSM 法の結果と AFOSM 法の結果を総括して検討を加える。曲げモーメントに加えて剪断力が作用する $F = M/2L$ のときはそれほど最終強度の低下はみられず従って信頼性指標 β もそれほど低下していないが、 β の値が大きく落ちていることがわかる。これは、Fig. 5.26 の相関図に示すように、ある程度の剪断力では曲げの最終強度はそれほど低下しないが、Fig. 5.26 の $F = M/L$ で示すように剪断力が大きく作用すると曲げモーメントによる最終強度が著しく低下するためである。

解析結果の差は出るものの FOSM 法と AFOSM 法のどちらの解法においても降伏応力のばらつきが信頼性におよぼす影響が大きいことが解る。降伏応力の次に信頼性におよぼす影響が大きいパラメータは外荷重であり、本解析法で考えている初期撓みの平均値においては初期撓みのばらつきが最終強度の信頼性におよぼす影響は小さいことが解る。さらに、剪断座屈値は初期撓みの量にそれほど影響を受けないから剪断が大きく作用しているとき ($F = M/L$) は初期撓みに対する信頼性感度 (α_2) が低く信頼性にほとんど影響をおよぼさないことが解る。

以上、本方法を使い信頼性感度解析を行なうと、降伏応力や初期撓みのような構造のばらつきと外力のばらつきを総合して影響の大きいパラメータの分析を行うことができる。

6.4 結言

本章ではまず、第3章の甲板パネルの計測結果をもとにパネルの圧壊強度を推定した。そして、圧壊強度の統計的性質を導き信頼性解析を導入した検討を行った。その結果、圧壊強度の統計量に大きく寄与するのは降伏応力 σ_Y と初期撓み量 w_0 であることがわかった。また、溶接線のおとっているパネルの圧壊強度の圧壊強度を調べ、溶接線のおとっていないパネルよりも圧壊強度が低下することを示した。

さらに、第5章で述べた要素を使って構造体の最終強度に信頼性解析を適用することにより、構造の最終強度の信頼性に影響をおよぼすパラメータについての検討を行った。本解析法では簡潔に最終強度を解析することができるので信頼性評価にも簡単に問題を適用することができた。その結果、信頼性に影響をおよぼすパラメータとしては初期撓みのばらつきよりはむしろ降伏応力のばらつきの方が大きいことが解った。

第7章

結論

船体構造の設計は、基本的には各船級協会のルールなどにしたがって、弾性解析結果をもとに行われている。座屈、疲労など局部損傷、破損にも十分配慮して設計されているが、現実には、これらが生じることは避けがたい。このような局部損傷などが船体の安全性にどのような警告になっているかは、局部損傷に続いて引き起されることが予想される大規模損傷から、最終強度状態までの破損の過程を明らかにすることが不可欠である。船体に働く外力をはじめ、建造された船体の寸法的、材料的不整も統計量であり、このような不確定因子を包括して船体の最終強度を究明することは、船体の安全性から極めて重要な課題である。

本論文では不確定要因を考慮した船体最終強度の解析法とその信頼性について検討をおこなった。船体の最終強度を考える上で重要な不確定要因として外力としての波浪荷重、強度としての座屈圧壊強度を考えた。

波浪荷重に関しては実船計測された応力等を使用して船が一生に一度受けるような大きな波による波浪荷重を推定する方法について検討を行なった。

また、実船の甲板パネルの初期撓みを計測することにより、初期撓みがパネルの圧壊強度にどのように寄与するかを調べた。

船体構造の圧壊強度を正確にしかも精度よく求めるために本研究では新しい矩形板要素を開発し、その要素を使って構造物の最終強度解析を行なった。さらに本方法に信頼性解析を導入することにより、波浪荷重や部材の初期不整のばらつきを考慮した船体構造の最終強度の信頼性解析を行なった。

本論文の各章の研究で得られた成果をまとめると以下のようになる。

まず、第2章においては波浪応答の極値分布が二重指数分布に従う原因について、極値分布に影響すると思われる各要因について検討した。つぎに、計測資料の処理方法の極値分布に対する影響を検討した。最後に計測中の海象および航行条件の変化の影響についても検討を加えた。以上の検討の結果をもとに、自動車運搬船およびバルクキャリアの実船計測資料の応答の極値分布とコンテナ船および鉱石船の実船計測資料について調べ、応答の極値分布はレーレー分布の極値分布で近似できることを明らかにした。

第3章では、甲板パネルを実際に計測しその結果を整理し、パネルの初期撓みの大きさと形状について検討を行なった。そして、初期撓みの大きさについては簡易推定式を、形状に対しては標準的な初期撓み形状を提案した。また、溶接線のおおっているパネルは初期撓みの形状が複雑で初期撓み量が大きいことも示した。

第4章では効率的な座屈荷重の推定法を開発した。撓み関数に三角関数と双曲線関数から構成される重調和級数を使い、その級数を正規化し数式的に積分を行うことにより、撓み級数が少ない項数でも座屈値のよい精度を得ることができた。また、固有関数を選択し、その組合せによる座屈強度解析法を提案し、この解法が矩形板の座屈荷重を効率的に推定できることを示し、その精度を調べた。本手法を多くの荷重条件、境界条件について基礎式を展開することにより船体構造を構成する多くの矩形板パネルに対して、本解法が適用して座屈強度を容易に評価することが可能であることがわかった。

第5章では第4章の選択的固有関数を使った弾塑性大たわみ解析法を展開した。変位関数に適切な選択的固有関数を、そして塑性に対しては断面降伏条件を用い、数値積分することによって、圧縮や剪断の複合荷重をうける矩形板要素の大撓み弾塑性座屈挙動を精度よく解析することができた。また、初期撓みや溶接残留応力のような初期不整も容易に考慮できた。本要素を使って、実際に構造物の最終強度を解析した。また、全体構造の大たわみ非線形性をも含めた最終強度の解析例も示した。

第6章では第2章で得られた実船のパネルの初期変形の実測統計値をもとにパネルの圧壊強度を推定し、最後に圧壊強度の統計的性質を明らかにした。そ

の結果、パネルの最終強度に大きく寄与するパラメータは降伏応力のばらつきと初期撓みのばらつきであることがわかった。さらに、第5章で開発した矩形板要素を使って構造物の最終強度の信頼性解析を行なった。その結果、構造物の最終強度の信頼性に大きく影響をおよぼすパラメータは降伏応力のばらつきであることがわかった。

以上の研究成果は、船体の安全性を最終強度をもとにした信頼性解析を可能にする基礎研究であり、船舶・海洋構造の実構造物の信頼性設計支援システムの構築の可能性を明らかにした。

謝辞

本論文は、大阪大学で学生として研究した成果、防衛大学校、および大阪府立大学で研究した成果をまとめたものであり、その間、本研究に対して多くの方の御支援を得て完成したものである。

まずはじめに本研究は、大阪大学溶接工学研究所教授 上田幸雄博士の指導のもとで行われた。上田教授からは、研究の計画、実施および結果の検討など全般にわたり、終始たえない御指導、御鞭撻をたまわった。

本論文の作成にあたり、大阪大学教授 船木俊彦博士、富田康光博士から有益な御教示、御討論をたまわった。

大阪府立大学教授 岡田博雄博士には最終強度解析法を信頼性評価へ適用する方法について重点的に御指導と御討論を頂いた。

また、第2章、第3章の実船の波浪荷重および船体の初期撓みの統計的研究は防衛大学校名誉教授 眞能創博士、防衛大学校教授 河辺寛博士の御指導のもと行った。湯浅通史氏からは波浪統計の貴重な実船計測資料を提供をうけ、本研究を支援して頂いた。

また、第4章、第5章の理論を完成する際には日本 MSC(株) の S.M.H. Rashed 博士からは多くの御助言をいただき、釜山大学の白点基博士、川崎重工業の梅本勝弥氏からはこれらの研究に対して御支援を受けた。

また、第3章での甲板パネルの計測にあっては、住友重機械工業(株) 追浜造船所、防衛庁調達実施本部横浜支部の方々に便宜をはかって頂いた。

この論文を完成させるにあたって上記の方の他、多くの方々にお世話になった。ここに、深甚の感謝の意を表する次第である。

参考文献

- [1] 上田, 安川, 矢尾, 池上, 大南. 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究 (第 1 報) —初期たわみおよび溶接残留応力の影響について—. 日本造船学会論文集, Vol. 137, pp. 210–221, 1975.
- [2] 上田, 安川, 矢尾, 池上, 大南. 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究 (第 2 報) —初期不整の影響に対する総合的考察—. 日本造船学会論文集, Vol. 140, pp. 205–209, 1976.
- [3] 上田, 矢尾, 中村. 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度に関する研究 (第 1 報) —初期たわみ波形および初期たわみ量の影響—. 日本造船学会論文集, Vol. 148, pp. 222–231, 1980.
- [4] 上田, 矢尾. 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度に関する研究 (第 2 報) —初期たわみおよび溶接残留応力の影響—. 日本造船学会論文集, Vol. 149, pp. 306–313, 1981.
- [5] 上田, 矢尾, 中長, 田中, 半田. 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度に関する研究 (第 3 報) —複雑な初期たわみを有する矩形板の圧壊強度の推定法—. 日本造船学会論文集, Vol. 154, pp. 345–355, 1983.
- [6] 上田, 中長, 森山. 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度に関する研究 (第 4 報), —溶接初期不整、有効初期たわみ係数および圧壊強度の推定法—. 日本造船学会論文集, Vol. 159, pp. 282–294, 1986.
- [7] 藤田, 野本, 仁保. 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第 1 報) —圧縮

- と剪断を受ける正方形板—. 日本造船学会論文集, Vol. 145, pp. 194–202, 1979.
- [8] 藤田, 野本, 仁保, 吉江. 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第2報) —圧縮と水圧を受ける矩形板—. 日本造船学会論文集, Vol. 146, pp. 289–297, 1979.
- [9] 藤田, 野本, 吉江. 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第3報) —圧縮と剪断を受ける矩形板—. 日本造船学会論文集, Vol. 149, pp. 111–119, 1981.
- [10] 大坪, 吉田. 組合せ応力下での長方形板の最終強度 (その1) 二縮圧縮. 日本造船学会論文集, Vol. 156, pp. 323–329, 1984.
- [11] 大坪, 吉田. 組み合わせ応力下での長方形板の最終強度 (その2) —圧縮とせん断—. 日本造船学会論文集, Vol. 158, pp. 368–375, 1985.
- [12] 岡田, 福本. 船底外板の座屈強度に関する基礎的研究 (第1報). 関西造船協会誌, Vol. 167, pp. 55–64, 1977.
- [13] 岡田, 大嶋, 福本. 船底外板の座屈強度に関する基礎的研究 (第2報). 関西造船協会誌, Vol. 173, pp. 109–115, 1979.
- [14] 岡田, 大嶋, 福本. 水圧を受ける細長平板の圧縮強度. 日本造船学会論文集, Vol. 146, pp. 270–280, 1979.
- [15] 岡田, 大嶋, 福本. 水圧を受ける細長平板の圧縮強度 (第2報) —横方向面内拘束がある場合—. 日本造船学会論文集, Vol. 148, pp. 212–221, 1980.
- [16] 岡田, 大嶋, 福本. 水圧を受ける細長平板の圧縮強度 (第3報) —周辺固定の場合—. 日本造船学会論文集, Vol. 149, pp. 144–155, 1981.
- [17] T. Yao and P.I. Nikolov. Buckling/plastic collapse of plates under cyclic loading. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 168, pp. 449–462, 1990.

- [18] 大坪, 山本, 李. 幅広平板の圧壊強度の研究. 日本造船学会論文集, Vol. 142, pp. 279-289, 1977.
- [19] 山本, 大坪, 李. 船底横桁の座屈強度に関する研究. 日本造船学会論文集, Vol. 140, pp. 210-216, 1976.
- [20] 大坪, 山本, 李. 防撓板の圧壊強度の研究 (その 1). 日本造船学会論文集, Vol. 143, pp. 316-325, 1978.
- [21] 李, 大坪, 山本. 防撓板の圧壊強度の研究 (その 2). 日本造船学会論文集, Vol. 144, pp. 429-436, 1978.
- [22] 藤田, 野本, 仁保. 防撓板の圧縮強度について. 日本造船学会論文集, Vol. 141, pp. 190-197, 1977.
- [23] 藤田, 野本, 仁保. 防撓板の圧縮強度について (第 2 報) —溶接にともなう初期不整を有する防撓板—. 日本造船学会論文集, Vol. 144, pp. 437-445, 1978.
- [24] 上田, 矢尾, 菊本. 補強材の最小剛比について. 日本造船学会論文集, Vol. 140, pp. 199-204, 1976.
- [25] 上田, 矢尾, 片山, 中峰. 補強材の最小剛比について (第 2 報). 日本造船学会論文集, Vol. 143, pp. 308-315, 1978.
- [26] 上田, 矢尾, 中峰, 中村. 補強材の最小剛比について (第 3 報). 日本造船学会論文集, Vol. 145, pp. 176-185, 1979.
- [27] 西原, 福岡. 防撓矩形板の最終強度解析 (第 1 報). 日本造船学会論文集, Vol. 148, pp. 243-251, 1980.
- [28] 西原. 防撓矩形板の最終強度解析 (第 2 報) —面内圧縮と水圧を同時に受ける防撓板—. 日本造船学会論文集, Vol. 151, pp. 157-165, 1982.
- [29] 西原. 防撓矩形板の最終強度解析 (第 3 報) —船体外板の崩壊強度の推定—. 日本造船学会論文集, Vol. 152, pp. 297-306, 1982.

- [30] 西原. 防撓矩形板の最終強度解析 (第 4 報) — 船体崩壊曲げモーメントについて—. 日本造船学会論文集, Vol. 154, pp. 367–375, 1983.
- [31] 田中, 遠藤. 防撓材の局部座屈を伴う防撓板の圧縮強度. 日本造船学会論文集, Vol. 164, pp. 456–467, 1988.
- [32] 田中, 遠藤. 防撓材の局部座屈を伴う防撓板の圧縮強度 (その 2) — 防撓材の溶接初期不整の影響—. 日本造船学会論文集, Vol. 169, pp. 391–401, 1991.
- [33] 遠藤, 田中. 局部座屈する防撓板の弾塑性挙動解析 (その 1) — 圧縮を受ける矩形板の弾塑性挙動解析法—. 日本造船学会論文集, Vol. 172, pp. 427–435, 1992.
- [34] C.S. Smith. Compressive strength of welded steel ship grillages. *Trans. RINA*, Vol. 118, pp. 325–359, 1976.
- [35] C.S. Smith, P.C. Davidson, J.C. Chapman, and P.J. Dowling. Strength and stiffness of ships' plating under in-plane compression and tension. *Trans. RINA*, Vol. 130, pp. 277–296, 1988.
- [36] C.S. Smith, N. Anderson, J.C. Chapman, P.C. Davidson, and P.J. Dowling. Strength of stiffened plating under combined compression and lateral pressure. *Trans. RINA*, Vol. 134, pp. 131–147, 1992.
- [37] P.C. Davidson, J.C. Chapman, C.S. Smith, and P.J. Dowling. The design of plate panels subject to biaxial compression and lateral pressure. *Trans. RINA*, Vol. 134, pp. 149–160, 1992.
- [38] 上田, S.M.H. Rashed. 船体最終横強度解析に関する基礎的研究. 日本造船学会論文集, Vol. 136, pp. 309–324, 1974.
- [39] 上田, S.M.H. Rashed, 片山. 理想化構造要素法による二重底構造の最終強度解析. 日本造船学会論文集, Vol. 138, pp. 322–329, 1975.

- [40] 上田, S.M.H. Rashed, 白. 矩形板および防撓板の理想化構造要素の開発 (第1報) —一面内荷重を受ける場合—. 日本造船学会論文集, Vol. 156, pp. 366–377, 1984.
- [41] Y. Ueda, S.M.H. Rashed, and Y.A. Nasser. An improved ISUM rectangular plate element —taking account of post-ultimate strength behavior—. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 171, pp. 329–341, 1992.
- [42] 上田, 富田, 梅崎, 水野, 川本, 西村, 楠葉. 繰り返し軸圧縮荷重を受ける薄板防撓板の座屈許容設計 (その1). 日本造船学会論文集, Vol. 170, pp. 503–511, 1991.
- [43] Y. Ueda, S.M.H. Rashed, and Y.A. Nasser. On buckling accepted design of ship structures utilizing high tensile steels. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 171, pp. 343–354, 1992.
- [44] J.K. Paik and D.H. Lee. Ultimate longitudinal strength-based safety and reliability assessment of ship's hull girder. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 168, pp. 395–407, 1990.
- [45] J.K. Paik. Ultimate longitudinal strength-based safety and reliability assessment of ship's hull girder (2nd report) —stiffened hull structure—. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 169, pp. 403–414, 1991.
- [46] J.K. Paik, D.H. Kim, H.S. Bong, M.S. Kim, and S.K. Han. Deterministic and probabilistic safety evaluation for a new double-hull tanker with transverseless system. *Trans. SNAME*, Vol. 100, pp. 173–198, 1992.
- [47] J.K. Paik. Tensile behavior of local members on ship hull collapse. *Journal of Ship Research*, Vol. 38, No. 3, pp. 239–244, 1994.

- [48] J.K. Paik. Hull collapse of an aging bulk carrier under combined longitudinal bending and shearing force. *Trans. RINA*, Vol. 136, pp. 217–228, 1994.
- [49] T. Yao and P.I. Nikolov. Progressive collapse analysis of a ship's hull under longitudinal bending. *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 170, pp. 449–461, 1991.
- [50] T. Yao and P.I. Nikolov. Progressive collapse analysis of a ship's hull under longitudinal bending (2nd report). *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 172, pp. 437–446, 1992.
- [51] 矢尾, 永濱, 藤久保. ダブルハルタンカーの縦曲げ最終強度に関する研究. 西部造船会会報, Vol. 86, pp. 183–198, 1993.
- [52] Y. Bay, E. Bendiksen, and P.T. Pedersen. Collapse analysis of ship hulls. *Marine Structures*, Vol. 6, pp. 485–507, 1993.
- [53] Y. Chen, L.M. Kutt, C.M. Piaszczyk, and M.P. Bieniek. Ultimate strength of ship structures. *Trans. SNAME*, Vol. 91, pp. 149–168, 1983.
- [54] L.M. Kutt, C.M. Piaszczyk, Y.K. Chen, and D. Liu. Evaluation of the longitudinal ultimate strength of various ship hull configurations. *Trans. SNAME*, Vol. 93, pp. 33–53, 1985.
- [55] J.A. Faulkner, J.D. Clarke, C.S. Smith, and D. Faulkner. The loss of HMS COBRA—a reassessment. *Trans. RINA*, Vol. 127, pp. 125–151, 1985.
- [56] 真能. 海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について. 日本造船学会論文集, Vol. 135, pp. 317–329, 1974.
- [57] 真能. 海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について (続). 日本造船学会論文集, Vol. 139, pp. 103–110, 1976.

- [58] 真能, 河辺. 海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について (第 3 報). 日本造船学会論文集, Vol. 142, pp. 45-53, 1977.
- [59] 真能, 河辺. 海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について (第 4 報). 日本造船学会論文集, Vol. 147, pp. 104-110, 1980.
- [60] 真能, 河辺. 船体縦強度解析における荷重の確率変数としての特性 (第 1 報) —波浪荷重に与える重量分布の影響—. 日本造船学会論文集, Vol. 141, pp. 167-173, 1977.
- [61] 真能, 河辺, 岩川, 光宗. 船体縦強度解析における荷重の確率変数としての特性 (第 2 報) —静水曲げモーメント等の長期分布—. 日本造船学会論文集, Vol. 142, pp. 255-263, 1977.
- [62] 真能, 河辺. 船体縦強度解析における荷重の 確率変数としての特性 (第 3 報) —全荷重の長期分布—. 日本造船学会論文集, Vol. 144, pp. 240-248, 1978.
- [63] 河辺, 真能. 船体縦強度解析における荷重の確率変数としての特性 (第 4 報) 実船の遭遇海象から見た波浪荷重の特性. 日本造船学会論文集, Vol. 155, pp. 103-113, 1984.
- [64] 河辺, 真能, 阿波. 実船の遭遇海象について. 日本造船学会論文集, Vol. 152, pp. 256-267, 1982.
- [65] 河辺, 真能. 実船の遭遇海象について (続). 日本造船学会論文集, Vol. 154, pp. 241-252, 1983.
- [66] 河辺, 真能. 実船の遭遇海象について (第 3 報). 日本造船学会論文集, Vol. 158, pp. 181-190, 1985.
- [67] 真能, 河辺. 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について. 日本造船学会論文集, Vol. 159, pp. 203-216, 1986.

- [68] 真能, 河辺, 正岡. 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について (続). 日本造船学会論文集, Vol. 163, pp. 334-342, 1988.
- [69] 真能, 河辺, 森口, 正岡. 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について (第 3 報). 日本造船学会論文集, Vol. 171, pp. 195-204, 1992.
- [70] 福田, 新開, 森山. 波浪中船体応力長期予測 (その 1) —大型油送船縦強度部材の直応力—. 日本造船学会論文集, Vol. 144, pp. 230-239, 1978.
- [71] 福田, 新開, 田中. 波浪中船体応力長期予測 (その 2) —大型油送船縦強度部材の剪断応力—. 西部造船会会報, Vol. 57, pp. 69-81, 1979.
- [72] 福田, 新開, 田中. 波浪中船体応力長期予測 (その 3) —大型油送船に働く波浪荷重の相関係数—. 西部造船会会報, Vol. 58, pp. 61-68, 1979.
- [73] 河辺, 佐々木. 海上自衛隊における航法支援システムの活用. 日本造船学会誌, Vol. 778, pp. 276-279, 1994.
- [74] 菅井ほか. 船体強度モニタリングシステムについて. 日本造船学会誌, Vol. 705, pp. 153-176, 1988.
- [75] 湯浅, 鈴木, 多田羅. 実船の就航時の船体応答について (第 1 報 自動車運搬船の船体応答). 日本造船学会論文集, Vol. 159, pp. 217-228, 1986.
- [76] 湯浅, 河地, 鈴木, 多田羅. 実船の就航時の船体応答について (第 2 報 大型ばら積貨物船の船体応答). 日本造船学会論文集, Vol. 161, pp. 250-260, 1987.
- [77] 湯浅, 鈴木, 多田羅. 実船の就航時の船体応答について (第 3 報 船体応答の監視). 日本造船学会論文集, Vol. 163, pp. 314-321, 1988.
- [78] 山本, 飯田, 深沢, 村上, 荒井, 安東. 高速コンテナ船のスラミングによる船首部損傷解析. 日本造船学会論文集, Vol. 155, pp. 246-256, 1984.

- [79] 遠藤, 田中, 青木, 井上, 山本. スラミングを受ける船首部の縦強度. 日本造船学会論文集, Vol. 163, pp. 322–333, 1988.
- [80] 永元, 船岡, 松山, 末岡, 田口, 湯原. 油槽船の波浪中船体横強度解析について. 日本造船学会論文集, Vol. 140, pp. 182–188, 1976.
- [81] 秋田ほか. 船体縦強度解析に関するトータルシステム—タンカーの縦強度について—. 日本造船学会論文集, Vol. 135, , 1974.
- [82] 秋田ほか. NK における船体縦強度解析に関するトータルシステムについて. 日本造船学会誌, Vol. 527, , 1973.
- [83] 秋田, 山口, 田代, 新田, 日高, 筒井, 湯浅, 日笠. 船体横強度のトータルシステムについて. 日本造船学会論文集, Vol. 139, pp. 154–165, 1976.
- [84] 秋田, 山口, 新田, 荒井. 信頼性解析に基づく船体構造設計について. 日本造船学会論文集, Vol. 140, pp. 189–198, 1976.
- [85] 秋田. 船体強度の信頼性解析 (第 1 報) —損傷確率密度関数について—. 日本造船学会論文集, Vol. 155, pp. 207–214, 1984.
- [86] 秋田. 船体強度の信頼性解析 (第 2 報) —検査システムによる信頼性維持の統計理論—. 日本造船学会論文集, Vol. 156, pp. 264–272, 1984.
- [87] 秋田. 船体強度の信頼性解析 (第 3 報) —疲労モデルによる実船損傷統計解析—. 日本造船学会論文集, Vol. 157, pp. 275–284, 1985.
- [88] 秋田. 船体強度の信頼性解析 (第 4 報) —初期撓みのある甲板パネル群の逐次崩壊による最終縦強度—. 日本造船学会論文集, Vol. 158, pp. 301–309, 1985.
- [89] 秋田. 船体強度の信頼性解析 (第 5 報) —疲労における損傷確率と許容応力—. 日本造船学会論文集, Vol. 159, pp. 229–238, 1986.
- [90] 岸, 岡田, 室津, 田口. 主要構造要素を考慮した骨組構造の最適信頼性設計. 日本造船学会論文集, Vol. 155, pp. 198–206, 1984.

- [91] 岡田, 室津, 松崎, 桂. 曲げ、剪断及び軸力の複合効果を考慮した平面骨組構造の確率的塑性崩壊解析の一方法. 日本造船学会論文集, Vol. 158, pp. 310–318, 1985.
- [92] 岡田, 室津, 松崎, 桂. 船体骨組構造の確率的塑性崩壊解析に関する考察. 日本造船学会論文集, Vol. 159, pp. 239–247, 1986.
- [93] 室津, 岡田, 田中, 大石, 仁保, 西村. 半没水型双胴船の構造信頼性評価. 日本造船学会論文集, Vol. 167, pp. 205–213, 1990.
- [94] 岡田, 室津, 上山, 原田, 近藤. 立体薄板構造の最終崩壊モードの生成とそれに基づく信頼性評価の一方法. 日本造船学会論文集, Vol. 170, pp. 483–491, 1991.
- [95] 岡田, 日比, 黒田, 室津. 崩壊モード解析に基づく大型散積貨物船の構造信頼性評価に関する研究. 日本造船学会論文集, Vol. 174, pp. 501–508, 1993.
- [96] 福田. 船体応答の統計的予測, 1969. 日本造船学会「耐航性に関するシンポジウム」テキスト.
- [97] I.M. Yuille. Longitudinal strength of ship. *TRINA*, Vol. 105, No. 1, pp. 1–33, 1963.
- [98] 渡辺. 最大船体曲げ応力の統計的推定について. 日本造船学会誌, Vol. 411, pp. 452–455, 1963.
- [99] 渡辺. 再び船体の最大船体曲げ応力の統計的推定について. 日本造船学会誌, Vol. 429, pp. 135–139, 1965.
- [100] W.G Price and P.E.D. Bishop. 確率過程工学 基礎と応用, 田口, 藤原, 室津, 細田共訳. 共立出版株式会社, 1980.
- [101] A.C. Antoniou. On the maximum deflection of plating in newly built ships. *Journal of Ship Research*, Vol. 24, No. 1, pp. 31–39, 1980.

- [102] A.C. Antoniou, M. Lavidas, and G. Karvounis. On the shape of post-welding deformations of plate panels in newly built ships. *Journal of Ship Research*, Vol. 28, No. 1, pp. 1–10, 1984.
- [103] D. Faulkner. A review of effective plating for use in the analysis of stiffened plating in bending and compression. *Journal of Ship Research*, Vol. 19, No. 1, pp. 1–17, 1975.
- [104] 第 127 研究部会日本造船研究協会. 「船殻部材歪量の船体強度に及ぼす影響に関する研究」, 1975.
- [105] 日本鋼船工作法精度基準 (JSQS)1975 年版.
- [106] 上田, S.M.H. Rashed, 白. 矩形板の弾性座屈相関関係式. 日本造船学会論文集, Vol. 157, pp. 425–438, 1985.
- [107] Column Research Committee of Japan, editor. *Handbook of Structural Stability*. Corona Publishing Company, LTD., 1971.
- [108] 塑性設計資料集 (その四) 平板および補強板の座屈強度計算図表, 1971.
- [109] 吉識, 川井. 平板の曲げ, 振動および座屈問題に対するエネルギー法の一般的適用法について (I). 日本造船学会論文集, Vol. 117, pp. 153–163, 1965.
- [110] S. Timoshenko, 谷下, 渡辺訳. 工業振動学 第 3 版.
- [111] 吉識, 川井, 大坪. 平板の曲げ, 振動および座屈問題に対するエネルギー法の一般的適用法について (III). 日本造船学会論文集, Vol. 123, p. 181, 1968.
- [112] K.J. Bathe. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, p. 643. Prentice-Hall, 1982.
- [113] 上田, S.M.H. Rashed, 中長, 佐々木. 海洋構造物の最終強度解析法 — 理想化構造要素法の応用. 関西造船協会誌, Vol. 190, pp. 131–142, 1983.

- [114] 上田, 岡田, 正岡. 選択的固有関数による矩形板の座屈荷重推定法. 関西造船協会誌, Vol. 223, pp. 133–138, 1995.
- [115] 上田, 梅本, 正岡. 塑性節点法による梁柱, および矩形板の弾塑性大たわみ解析. 日本造船学会論文集, Vol. 171, pp. 353–362, 1992.
- [116] 正岡, S.M.H. Rashed, 上田. 効率的な矩形板座屈解析の一方法. 日本造船学会論文集, Vol. 172, pp. 409–416, 1992.
- [117] M. Robinson. A comparison of yield surfaces for thin shells. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 13, pp. 345–354, 1971.
- [118] Zienkiewicz and Taylor. *The Finite Element Method, 4th Edition*, Vol. 2. McGraw-Hill, 1989.
- [119] 上田, 正岡. 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法 第1報圧縮と剪断をうける矩形板要素. 日本造船学会論文集, Vol. 174, pp. 439–445, 1993.
- [120] 安川, 川上, 吉川. 初期不整を有する球殻の圧壊強度解析. 日本造船学会論文集, Vol. 151, pp. 197–207, 1982.
- [121] K. Masaoka and Y. Ueda. Idealized non-linear rectangular plate. *Proc., Plasticity '95*, pp. 895–898, 1995.
- [122] G. Sigurdsson, R. Skjong, B. Skallerud, and J. Amdahl. Probabilistic collapse analysis of jackets. *Structural Safety & Reliability, Schuëller, Shinozuka & Yao (eds)*, pp. 535–543, 1994.
- [123] P.G. Hodge. *Plastic Analysis of Structure*. McGraw-Hill, 1955.
- [124] S. Machida, et al. Recent Japanese research activities on structural reliability of ships and offshore structural reliability of ships and offshore structures, *Proc., BOSS '92*, London, UK, 1992.
- [125] 船殻構造の構造評価と管理目標の定量化に関する調査研究報告書, 1992, 1993.

- [126] 海洋構造物の信頼性設計指針, 1992.
- [127] 仁保. 試解析と設計での活用. 船体構造委員会シンポジウム, 1990..
- [128] O. Niho, S. Yanagibayashi, and T. Akashi. Structural design of double hull tankers. *Proceedings of the Fourth International Offshore and Polar Engineering Conference Osaka, Japan*, pp. 534–541, 1994.
- [129] X. Wang, T. Moan, and G. Jiao. Reliability analysis of production ships. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 302–311, 1994.
- [130] 室津義定監訳. 構造信頼性—理論と応用. シュプリンガー・フェアラーク, 東京, 1986.

本論文に関連した著者の発表論文

- [1] 上田, S.M.H. Rashed, 白, 正岡: 構造全体の非線形性を考慮した理想化構造要素法—理想化矩形板要素および防撓板要素—, 日本造船学会論文集, Vol.159, (1986), pp.271–281.
- [2] 眞能, 河辺, 正岡: 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について (続) 日本造船学会論文集, Vol. 163, (1988), pp.334–342.
- [3] H. Mano, H. Kawabe, K. Masaoka: Application of Statistics of Extremes to Predict the Extreme Values of a Response to Ocean Waves from Result of Full Scale Measurement, Proc. 4th Inter. Symp. 1989. 10 on Practical Design of Ship and Mobile Units (PRADS '89), pp.23–28.
- [4] 眞能, 河辺, 正岡: 甲板パネルの圧壊強度に関する統計的性質について, 関西造船協会誌, Vol.214, (1990), pp.145–156.
- [5] 河辺, 森口, 正岡: 波浪荷重の長期予測における想定海象の影響, 防衛大学校理工学研究報告, 1991. 3, 28-2, pp.187–199.
- [6] 眞能, 河辺, 森口, 正岡: 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について (第3報), 日本造船学会論文集, Vol. 171, (1992), pp.211–220.
- [7] 上田, 梅本, 正岡: 塑性節点法による梁柱, および矩形板の弾塑性大たわみ解析, 日本造船学会論文集, Vol.171, (1992), pp.319–328.
- [8] 正岡, S.M.H. Rashed, 上田: 効率的な矩形板座屈解析の一方法, 日本造船学会論文集, Vol.172, (1992), pp.409–416.

- [9] 上田, 正岡: 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法第1報 圧縮と剪断をうける矩形板要素, 日本造船学会論文集, Vol.174, (1993), pp.439-445.
- [10] H. Okada, K. Masaoka, S. Hibi and Y. Murotsu: Case Studies on Structural Reliability of Marine Structures Based on Collapse Mode Analysis, Proc., NewS-Tec., 1994. 11, pp.299-306.
- [11] 上田, 岡田, 正岡: 選択的固有関数による矩形板の座屈荷重推定法, 関西造船協会誌, Vol.223, (1995), pp.133-138.
- [12] H. Okada, K. Masaoka, S. Hibi, H. Yamamoto and Y. Murotsu: A Method for Plastic Collapse and Reliability Analysis of Thin Plate Structures Using Lumped Plasticity Models, Proc., Plasticity '95, 1995. 7.
- [13] K. Masaoka, Y. Ueda: Idealized Non-linear Rectangular Plate, Proc., Plasticity '95, 1995. 7
- [14] H. Okada, K. Masaoka, S. Hibi, H. Kuroda, W. Kiyokawa and Y. Murotsu: Comparative Studies on Structural Reliability of Ship's Hull Structures Based on Collapse Modes Analysis, Proc., PRADS '95, 1995. 9.
- [15] 上田, 正岡: 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法第2報 初期不整量を考慮した矩形板要素, 日本造船学会論文集, Vol.178, (1995), pp.463-471.
- [16] 上田, 正岡, 岡田: 固有関数を用いた薄板構造物の弾塑性解析法第3報 信頼性解析への適用, 日本造船学会論文集, Vol.179, (1996), 投稿中.
- [17] Y. Ueda, H. Okada, K. Masaoka: Estimating Method of Buckling Strength of Rectangular Plates Using Selected Eigen-functions, Proceedings of the 6th International Offshore and Polar Engineering Conference, (1996), to be submitted.