The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究
Author(s)	青木, 伸一
Citation	大阪大学, 1991, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3054419
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究

平成２年１１月

青木伸一

港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究

平成２年１１月

青木伸一

目次

第１章　序論・・・

２・３　近似解法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・41
（１）ソグレア（SOGREAH）法
（２）高山の方法
（３）Wave Ray法
第３節　有限要素法による港内波浪の予測とその適用性・・・・・・・・・・47
３・１　計算法の概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・47
３・２　実験装置および方法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・48
（１）　模型港湾および実験ケース
（２）　低反射岸壁の水理特性
３・３　実験結果と計算結果の比較・・・・・・・・・・・・・・・・・・52
（１）　港内境界がすべて鉛直壁の場合
（２）　低反射岸壁を設置した場合
第４節　Wave Ray法による港内波浪の予測とその適用性・・・・・・・・・・60
４・１　計算法の概要と問題点・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・60
４・２　計算法の適用性・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・62
第５節　波群に伴う長周期波と湾水振動・・・・・・・・・・・・・・・・・64
５・１　研究の背景・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・64
５・２　長方形湾の振動特性・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・65
（１）　実験装置および方法
（２）　応答特性
５・３　群波の造波に伴って水路内に発生する長周期波の特性・・・・・68
（１）　群波の造波によって生じる長周期自由波
（２）　造波水路内での長周期波の形態
５・４　群波による長方形湾の長周期振動・・・・・・・・・・・・・・・76
（１）　実験条件および湾内波浪の特性
（２）　成分波の振幅増幅率
（３）　長周期波の振幅増幅率
第６節　結語・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・87
＜参考文献＞・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・88

第４章　船体に及ぼす波による流体力・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・92
第１節　概説・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・92
第２節　２次元矩形断面浮体に及ぼす流体力・・・・・・・・・・・・・・・・93
２・１　領域分割法を用いた流体力の算定法・・・・・・・・・・・・・・・93
（１）計算法の概要
（２）線型波力の計算法
（３）定常漂流力の計算法
２・２　波強制力と造波抵抗力の特性・・・・・・・・・・・・・・・・・ 102
（１）計算条件
（２）波強制力
（３）造波抵抗力
（４）遅延関数
２・３　漂流力の特性・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 117
（１）丸尾の方法と圧力積分法との比較
（２）定常漂流力に及ぼす鉛直岸壁および浮体の拘束状態の影響
第３節　３次元任意形状浮体に及ぼす流体力・・・・・・・・・・・・・・ 121
３・１　境界積分方程式法の概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 121
（１）Green関数
（２）Greenの公式と積分方程式の導出
（３）積分方程式の離散化
３・２　港湾境界を考慮した解析法・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 126
（１）鏡像法
（２）任意形状港湾内での解析
３・３　港湾境界が存在する場合の流体力間の相互関係・・・・・・・・ 146
（１）Greenの公式
（２）付加質量および造波減衰における相反関係
（３）発散波のエネルギー逸散と造波減衰の関係
（４）波強制力と発散波の関係
３・４　流体力に及ぼす港湾境界の影響・・・・・・・・・・・・・・・・ 154
（１）隅角部での流体力の変化
（２）スリップ内での流体力の変化
（３）低反射岸壁の影響

第４節　不規則波による長周期漂流力・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 162
４・１　２次元矩形断面浮体に対する水理実験・・・・・・・・・・・・ 162
（１）実験装置
（２）波群特性の異なる不規則波の造波
４・２　波群特性の異なる不規則波中での運動特性・・・・・・・・・・ 165
４・３　残差力としての非線型長周期流体力の特性・・・・・・・・・・ 168
（１）残差力としての非線型流体力
（２）長周期漂流力に対するPinksterの提案式
（３）粘性減衰力
（４）非線型流体力の比較
４・４　数値計算による長周期運動の予測・・・・・・・・・・・・・・ 175
第５節　結語・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 177
＜参考文献＞・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 178

第５章　港内係留船の動揺特性とその予測・・・・・・・・・・・・・・・ 181
第１節　概説・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 181
第２節　港外での船体運動・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 183
２・１　実験装置および方法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 183
２・２　計算結果と実験結果の比較・・・・・・・・・・・・・・・・・ 184
第３節　小規模港湾内での船体運動・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 189
３・１　実験装置および方法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 189
３・２　港内係留船の動揺特性とその予測・・・・・・・・・・・・・・ 190
（１）運動の応答関数
（２）計算結果と実験結果の比較
第４節　大規模港湾内での船体運動・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 212
４・１　船体運動の現地観測・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 212
（１）現地観測の概要
（２）実測結果
４・２　計算法の概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 218
４・３　実測結果との比較・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 219
第５節　結語・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 221
＜参考文献＞・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 221

第６章　港内係留船の動揺低減化に関する一考察・・・・・・・・・・・・・・ 222
第１節　動揺低減化の考え方・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 222
１・１　運動応答と波力応答・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 222
１・２　応答関数の低減化と港側の対策・・・・・・・・・・・・・・・・ 224
（１）運動応答の低減化
（２）波力応答の低減化
第２節　数値実験による諸対策の効果の検討・・・・・・・・・・・・・・ 227
２・１　数値実験ケース・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 227
２・２　実験結果に対する考察・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 228
（１）港口幅の違いによる影響
（２）低反射岸壁の設置による影響
（３）港内波除堤の設置による影響
（４）離岸距離の違いによる影響
第３節　結語・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 242
＜参考文献＞・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 242

第７章　結論・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 243

あとがきおよび謝辞・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 248

記号一覧（付録）・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 251

第1章　序論

第１節　概説

港湾の果たすべき最も重要な機能は，船舶の入出港，停泊，および貨物の積み下ろしといった一連の活動に対して，安全かつ円滑な活動の場を提供することにある。土木技術者として，港湾の施設を設計するという立場から考えれば，この機能は，「港内に静穏な水域を確保する」という一語に集約されよう。従来”港の静穏度”という言葉がよく用いられているが，この静穏度を測る”物差し”には確立されたものはなく，最も狭義には港内の波高が用いられ，やや広い意味では，風や潮流などを含めた自然条件一般が静穏度の指標とされる場合が多い。しかしながら，港湾が利用施設である以上，港湾の良否すなわち静穏度は，本来利用者側が評価すべきものであり，利用者の立場に立った適切な評価指標が選択されるべきである。

近年，船舶の大型化および貨物のコンテナ化が進むにつれて，より円滑な荷役機能が要求されている。さらには，港湾活動の安全性に対する要求の高まりや，大規模埋立などによる避泊水面の減少に伴って荒天時の港内避泊が緊急の課題となっていることなどにより，以前にも増して荷役や避泊のための静穏水域の確保が重要視されるようになってきた。このような背景から，最近我が国でも，利用者側からみたより直接的な静穏度の評価指標として，港内係留船舶の動揺を取り上げようとする機運が高まっている[1),2)]。最近改訂された「港湾の施設の技術上の基準・同解説」[3)]においても，港湾の施設の設計に際して，船舶の動揺を考慮すべきであることが強く唱われている。しかしながら，港の静穏度については，船型別に基準値が与えられてはいるものの，依然として波高で規定されており，船舶はあくまでも港湾の施設への外力要因として捉えられている感が否めない。これは，港内の船舶の動揺予測技術が，現段階では静穏度評価に用いるだけの精度を有していないこと，さらには船体動揺の限界値[1),4),5)]など，評価基準が明確でないことが最も大きな原因であろう。

ここで，船舶の動揺量を港の静穏度指標として用いる場合の静穏度の評価法について考えてみる。港内における船舶の挙動は，図1-1に示すような，５つのPhaseに分類することができよう。これらの活動がすべて安全に，しかも円滑に行われてはじめて静穏な港であると言える。つまり港の静穏度は，これら５つのPhaseを総合的に評価することにより論じなければならない。いま，図1-1の５つのPhaseには，

① 入港 →② 接岸 →③ 係留 →④ 荷役 →⑤ 出港

図１－１　港内における船舶の挙動の５つのｐｈａｓｅ

それぞれ入港限界，接岸限界，係留限界，荷役限界，出港限界といった船体動揺量の限界値が，個々の船舶毎に設定されているものとする。荒天時に船舶がどのような挙動をとるかは，港内の条件がどのPhaseの限界条件に最初に到達するかによって決まるであろう。例えば，入港限界が最初に現れる場合には，港内では係留・荷役が可能であるにも関わらず，沖待ちを強いられるであろうし，また係留限界に最初に到達した場合には，船舶は荷役を中止して港外へ退避しなければならない。いずれにしても，５つのPhaseのうち，どのPhaseの限界条件に達しても，対象とする船舶に対する港湾の機能は停止してしまうことになる。すなわち港の静穏度は，５つのPhaseに対してそれぞれ与えられた限界値を１つでも越えるような船体動揺の出現確率として，対象船舶毎に設定されるべきものであることがわかる。

次に，船舶の動揺量を静穏度の評価指標とした場合の，静穏度の向上策について考えてみよう。上で定義した静穏度を向上させること，すなわち”船体動揺の限界値の出現確率”を低下させるためには，次の２通りの方法がある。すなわち，１つは最も早く限界値に達するPhaseの動揺量を低減させるよう外力条件を緩和するか，動揺特性を改善する方法であり，他の１つは何等かの方法によりそのPhaseの限界動揺量そのものを引き上げる方法である。これらの対処法は，さらに防波堤の建設，低反射岸壁の設置などの港側の対策と，係留施設や荷役機械の改善，低動揺船舶の開発など，いわば船側（利用者側）の対策とに分けられよう。以上のことから明らかなように，従来使われてきた狭義の意味での静穏度を向上させること，すなわち港内の波高を小さくすることは，船体動揺量で評価した静穏度を向上させるための唯一の方法ではなく，さらには港内波高の低減のために講じられる対策によって，逆に静穏度を低下させる場合もありうることがわかる。例えば，荷役機械の改善によって，船の動揺が大きい場合でも荷役が可能になることも考えられるし，また港口部を極端に狭くして波の侵入を防ぎ，港内の波高を著しく小さくすることができたとしても，それによって入出港時の危険性が増大（入出港に対する限界値が低下）し，結果として静穏度が低下することも考えられる。

図1-2は，静穏度向上策の手順を示したものである。すなわち，まず最初に対象とする港の現況を知り，対象とする船舶に対して，入港から出港までのどのPhase

において最初に限界状態が現れているかを明確にしなければならない。次にそのPhaseでの現象を解明し，問題となる動揺の主たる要因を見つけ出す。ただしこの要因としては，波浪，流れ，風などの自然条件だけでなく，係留施設や荷役施設などの不備も含めて考えなければならない。主要因を明らかにした後，対策工法を選択するが，その際各種工法の比較検討を，各Phaseにおける限界動揺量の出現確率の低減効果に着目して行わなければならない。これに用いる評価モデルとしては，汎用性を考えれば，水理模型実験よりも数値シミュレーションの方が望ましいが，現段階ではまだ総合的な評価を行えるような数値モデルは確立されていない。

以上，船舶の動揺量を指標とする新しい静穏度評価の概念と，それを用いた静穏度向上策について一般論を述べたが，この考えを実現するためには，前述したように，港内船舶の動揺の予測精度を向上させること，および各Phaseの限界動揺量を明らかにして評価基準を確立することが必要である。

港湾はその果たすべき機能は同じでも，港の規模，自然条件，立地条件など港のもつ性格はさまざまである。それらの特性をふまえつつ，全国的な港湾整備を推し進めて行くためには，利用者の立場に立った，よりきめの細かな静穏度の評価法とその港湾施設整備への応用が望まれる。

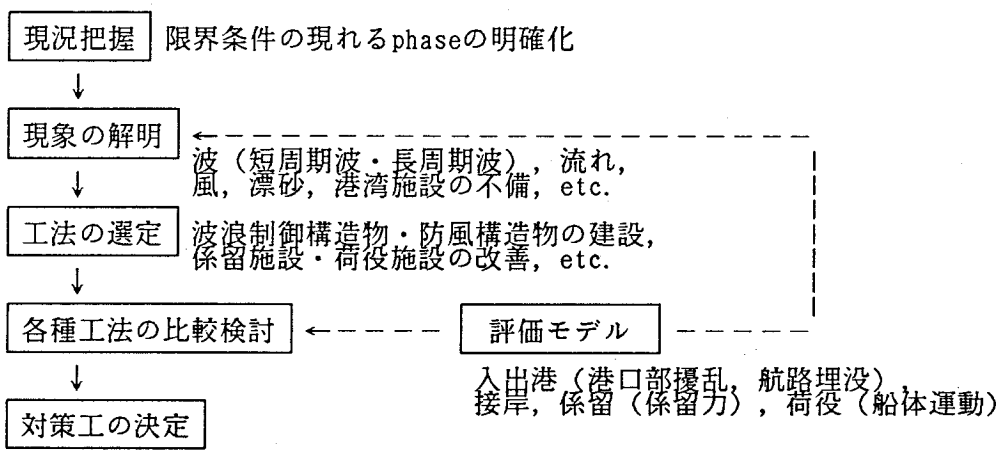


図１－２　港内静穏度向上策の手順

第２節　研究の目的と概要

前節では，港内静穏度を船舶の動揺量で評価するためには，図1-1に示した各Phaseにおいて精度の良い動揺予測モデルを開発すること，および各Phaseでの船体動揺の限界値を明確にすることが必要であることを述べた。本研究は，前者を達成するための基礎的な研究として，港内係留船の波浪動揺に着目し，船体に作用する波による流体力や動揺の予測モデルの開発とその適用性，および係留船の動揺低減化への予測モデルの応用法について論じたものである。

第２章では，第３章以降の研究内容の位置づけを明確にするために，船体運動を記述する運動方程式と船体に作用する外力について総括的に述べている。特に，船体が正弦的に振動する場合（定常運動）と，非定常な運動をする場合に対して，波による線型流体力が速度ポテンシャルを用いてどのように表現されるかを示し，フルードクリロフ力，回折波力，付加質量，造波減衰などの意味を明確にしている。さらに，周波数領域および時間領域で記述された運動方程式の意味とその解法を示している。

第３章では，まず港内係留船の動揺予測という観点から，港内の波変形予測の位置づけを行い，これまでに提案されている波変形計算法をとりまとめて，それらの問題点を指摘している。また有限要素法およびWave Ray法については，模型実験の結果と比較することにより，その適用性を論じている。さらに，荒天時に小規模港湾でみられる港内水面の長周期振動について，入射波の波群性に着目して実験的に検討している。

第４章では，２次元矩形断面浮体および３次元任意形状浮体に対する波による流体力の計算法とその特性について論じている。２次元浮体については，領域分割法を用いた線型流体力および非線形流体力の算定法を示すとともに，特に鉛直岸壁の有無による流体力の違いに着目してそれらの特性を述べている。また３次元浮体については，グリーン関数を用いた境界積分方程式法により，浮体周辺に境界が存在する場合の流体力の計算法を提案するとともに，各種流体力に及ぼす周辺境界の影響について明らかにしている。さらに２次元矩形断面浮体に対して，波群特性の異なる不規則波中での動揺実験を行い，長周期船体運動に及ぼす波群の影響を調べることにより，非線型流体力の特性を明確にしている。

第５章では，模型実験および現地観測の結果をもとに，港内係留船の動揺特性について論じるとともに，第３章で示した波変形予測法および第４章で示した流体力の算定法を用いて船体運動を計算し，実験および実測結果との比較を行ってその適

用性を検討している。

第６章では，港内係留船の動揺低減化の考え方と種々の低減化対策の評価法について示した後，本研究で提案した動揺予測モデルの応用例として，港側で考えられる種々の動揺低減化対策の効果を数値実験により検討している。

最後に第７章では，本研究で得られた主要な知見をとりまとめるとともに，今後に残された問題点を指摘して結びとしている。

なお，本研究の一部は，既に論文集あるいは講演概要集などに発表したものである[6)-18)]。

＜参考文献＞

1）久保雅義：荷役限界からみた港内静穏度に関する研究，大阪大学学位論文，241pp.,1981.

2）上田　茂：係岸船舶の動揺解析手法とその応用に関する研究，港湾技研資料，No.504,372pp.,1984.

3）(社)日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，1989.

4）Brunn, P.: Breakwater or Mooring System ?, The Dock and Harbour Authority, pp.126-129, 1981.

5）Ueda, S. and S. Shiraishi: The Allowable Ship Motions for Cargo Handling at Wharves, Report of the Port and Harbour Research Inst., vol.27, No.4, pp.3-61, 1988.

6）椹木　亨・青木伸一・山本明雄：有限要素法による港内波浪の予測とその適用性，海洋開発論文集，土木学会，vol.4,pp.153-158,1988.

7）椹木　亨・青木伸一・辻上修士：造波水路内に発生する長周期波について，昭和62年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp.Ⅱ-80-1～2,1987.

8）椹木　亨・青木伸一：港内波浪予測へのWave Ray法の適用，平成２年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp.Ⅱ-86-1～2,1990.

9）椹木　亨・青木伸一：浮体に及ぼす波による流体力について，第10回海洋開発シンポジウム論文集，土木学会，pp.111-116,1985.

10）椹木　亨・青木伸一：不規則波中での運動予測手法に関する一考察－流体力特性からみた検討－，第32回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.667-671,1985.

11) 椹木　亨・青木伸一・濱本　敏：港湾形状を考慮した港内船舶の回折・造波問題の解析，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.692-696,1988.

12) Sawaragi,T., S.Aoki and S.Hamamoto: Analyses of Hydrodynamic Forces due to Waves Acting on a Ship in a Harbor of Arbitrary Geometry,Proc. of 8th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol.II ,pp.117-123,1989.

13) 椹木　亨・青木伸一・高田昌行：波群特性の異なる不規則波中での係留浮体の運動及び非線形流体力の特性について，第33回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.561-565,1986.

14) 椹木　亨・青木伸一：不規則波中の係留浮体の動揺予測法の適用性に関する検討，海洋開発論文集，土木学会，vol.2,pp.145-150,1986.

15) Sawaragi,T., S.Aoki and M.Takada: Effect of Wave Grouping on the Low-frequency Motion of a Moored Rectangular Vessel and the Characteristics of Non-linear Hydrodynamic Forces, Coastal Engineering in Japan, vol.31, No.1, pp.167-182,1988.

16) 椹木　亨・青木伸一・馬場英通：港内係留船の波浪動揺特性とその予測，海岸工学論文集，土木学会，vol.37,pp.711-715,1990.

17) 青木伸一・椹木　亨：うねりが侵入する港湾内での船体運動の実測，第43回土木学会年次学術講演会概要集，pp.708-709,1988.

18) 青木伸一・椹木　亨：大規模港湾内での係留船の波浪動揺予測，第45回土木学会年次学術講演会概要集，pp.602-603,1990.

第2章　船体運動の記述と解法

船体運動に限らず3次元の剛体運動は，ニュートンの第2法則に基づく，6自由度の運動方程式で統一的に記述されることは言うまでもない。しかしながら船体運動に関しては，前進速度の有無，造波抵抗力や粘性減衰力の表現法の違い，周波数領域での記述か時間領域での記述か等により，みかけ上異なった形で表現されることが多い。

本章ではまず，係留船舶の波浪動揺を記述する際に基礎となる運動方程式と外力について一般的に述べた後，微小運動，微小振幅波を仮定した線型ポテンシャル理論による流体力の表現とその分類について概説する。さらに，周波数領域および時間領域での運動方程式の誘導とそれらの解法について述べる。

第1節　係留船体の運動方程式と外力

図2-1に示すように，船体の運動を，船体の静止位置（平均位置）での重心$\overline{G_S}$に原点をもつ直交座標系$\overline{G_S}$ XYZを用いて記述する。ただしX軸は船首方向を，Z軸は鉛直上方を正の向きにとる。いま船体の運動を，重心の並進運動と重心回りの相対的な回転運動に分けて取り扱うことにし，X，Y，Z軸方向への並進運動をそれぞれξ_1 (Surge)，ξ_2 (Sway)，ξ_3 (Heave)，重心回りの回転のうち回転軸がX, Y, Z軸と平行なものをそれぞれξ_4 (Roll)，ξ_5 (Pitch)，ξ_6 (Yaw)と定義する。

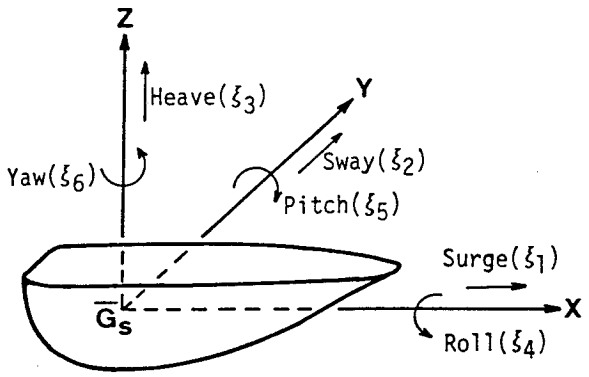


図2－1　座標系と運動モード

このとき，船体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\mathfrak{m}\frac{d^2}{dt^2}\vec{\xi}(t)=\vec{F}(t) \qquad (2-1)$$

ここに$\mathfrak{m}$ は船体の慣性を表すマトリックス，$\vec{\xi}$ および$\vec{F}$ はそれぞれ運動変位（回転）および外力を表すベクトルであり，次式で与えられる。

$$\mathfrak{m}=\left(\begin{array}{ccc|ccc} m & 0 & 0 & & & \\ 0 & m & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & m & & & \\ \hline & & & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ & 0 & & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ & & & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{array}\right), \quad \vec{\xi}=\left(\begin{array}{c} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \hline \xi_4 \\ \xi_5 \\ \xi_6 \end{array}\right), \quad \vec{F}=\left(\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \hline F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{array}\right) \qquad (2-2)$$

ここにm は船体の質量，I_{ij} は重心回りの慣性テンソルである。船体の質量分布がXY, YZ, ZX平面のうちいずれか2平面に対して対称ならば，慣性乗積I_{ij} $(i \neq j)$はゼロとなり，X, Y, Z軸は慣性の主軸となるが，通常の船体ではXZ平面についてのみ対称なので，I_{46}, I_{64} は残る。ただしその影響は小さく，無視されることが多い。また外力ベクトルの成分のうち，F_1 ～F_3 は力，F_4 ～F_6 はモーメントである。

次に外力$\vec{F}$ について考える。いま波浪動揺のみを考えると，$\vec{F}$ は次式のように表される。

$$\vec{F}=\vec{R}_H+\vec{R}_M+\vec{W} \qquad (2-3)$$

$\vec{R}_H$ ：静水力学的復元力

$\vec{R}_M$ ：係留系からの反力

$\vec{W}$ ：流体から受ける力（波力）

復元力$\vec{R}_H$ はさらに，運動変位に比例する力$\vec{R}_H^{(1)}$ と変位に対して非線型な力$\vec{R}_H'$ に分けて，次式のように表すことができる。

$$\vec{R}_H=\vec{R}_H^{(1)}+\vec{R}_H' \qquad (2-4)$$

ここに$\vec{R}_H^{(1)}$ は次式で与えられる。

$$\vec{R}_H^{(1)}=\begin{pmatrix}R_{H1}\\R_{H2}\\R_{H3}\\R_{H4}\\R_{H5}\\R_{H6}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}0&0&&0&&0\\0&0&&0&&0\\&&C_{33}&C_{34}&C_{35}&\\&0&C_{43}&C_{44}&C_{45}&0\\&&C_{53}&C_{54}&C_{55}&\\0&0&&0&&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1\\\xi_2\\\xi_3\\\xi_4\\\xi_5\\\xi_6\end{pmatrix}=-\mathbb{C}\vec{\xi} \qquad (2-5)$$

上式中のC_{ij} は，船型と喫水が決まれば決定される復元力係数であり，次式から求められる。

$$C_{33}=\rho g A_w\ ,\ C_{34}=C_{43}=\rho g J_Y\ ,\ C_{35}=C_{53}=-\rho g J_X\ ,$$

$$C_{44}=mg\overline{GM_R}\ ,\ C_{45}=C_{54}=-\rho g J_{XY}\ ,\ C_{55}=mg\overline{GM_P} \qquad (2-6)$$

ここにρは水の密度，gは重力加速度，A_w は水線面の面積，J_X, J_Yは水線面の1次モーメント，J_{XY}は水線面の相乗モーメント，$\overline{GM_R}$ ，$\overline{GM_P}$ はRollおよびPitchに関するメタセンター高さである。ただし，水線面の形状がXZ面およびYZ面に対して対称であれば，$J_X=J_Y=J_{XY}=0$となるので，非対角要素C_{ij} (i≠j)=0となる。また式(2-4)の非線型項$\vec{R}_H'$ は，水面近傍で船殻の形状が急変している場合や，船体が大振幅の運動を行う場合を除いて，無視されるのが普通である。

係留反力$\vec{R}_M$ についても復元力と同様に，運動変位に比例する力$\vec{R}_M^{(1)}$ と非線型な力$\vec{R}_M'$ に分けて取り扱うことにする。すなわち，

$$\vec{R}_M=\vec{R}_M^{(1)}+\vec{R}_M' \qquad (2-7)$$

ここに，

$$\vec{R}_M^{(1)}=\begin{pmatrix}R_{M1}\\R_{M2}\\R_{M3}\\R_{M4}\\R_{M5}\\R_{M6}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}K_{11}&K_{12}&\cdots&K_{16}\\K_{21}&K_{22}&\cdots&\cdot\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\K_{61}&\cdot&\cdots&K_{66}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1\\\xi_2\\\xi_3\\\xi_4\\\xi_5\\\xi_6\end{pmatrix}=-\mathbb{K}\vec{\xi} \qquad (2-8)$$

上式中のK_{ij}は係留状態によって定まる反力係数で，係留施設の配置，材料特性などによって決まる。ただし，係留系に初期の拘束力（係留索の初期張力など）が存在する場合には，船体の動揺によって拘束力の方向が変化することによる影響を含めて考えなければならない。また非線型項$\vec{R}_M'$は無視できない場合も多い。

流体から受ける力$\vec{W}$については，次式のように4つの成分に分類する。

$$\vec{W}=\vec{W}^F+\vec{W}^D+\vec{W}^R+\vec{W}' \qquad (2-9)$$

$\vec{W}^F$ ：フルードクリロフ力（Froude-Krylov Force）

$\vec{W}^D$ ：回折波力（Diffraction Force）

$\vec{W}^R$ ：造波抵抗力（Radiation Force）

$\vec{W}'$ ：非線型流体力（Non-linear Hydrodynamic Force）

$\vec{W}^F$，$\vec{W}^D$，$\vec{W}^R$については次節で詳細に述べるが，いずれも水位変動や船体の運動に対して線型な力であり，線型ポテンシャル理論を用いて算定することができる。一方$\vec{W}'$は，線型理論では表現できない種々の非線型性に起因する流体力であり，不規則波中での変動漂流力や粘性に起因する減衰力など，対象とする現象によっては重要となる力である。

以上の表現を用いて，運動方程式(2-1)を書き直すと次式を得る。ただし，復元力の非線型項$\vec{R}_H'$は無視している。

$$\mathbb{m}\frac{d^2\vec{\xi}}{dt^2}+(\mathbb{C}+\mathbb{K})\vec{\xi}=\vec{W}^F+\vec{W}^D+\vec{W}^R+\vec{R}_M'+\vec{W}' \qquad (2-10)$$

第２節　速度ポテンシャルによる波浪荷重の表現

本節では，式(2-9)の線型波力項$\vec{W}^F$，$\vec{W}^D$，$\vec{W}^R$を速度ポテンシャルを用いて表現し，各波力のもつ意味を明らかにする。表現式の誘導は，正弦波によって生じる正弦的な運動（定常運動）についてまず行い，これを不規則外力下での非定常運動に拡張する。

２・１　定常運動に対する表現

ここでは簡単のために，図2-2に示すように，一定水深の海域にある単一の船体に，一方向から角周波数ωの平面波が作用する場合について考える。さらに，この波によって船体は正弦的な運動をするものとする。すなわち，船体の運動方程式は線型であり，式(2-10)の非線型項$\vec{L}'$，$\vec{W}'$は無視できるものとする。ただし座標系としては，船体運動を記述するための座標系$\overline{G_S}\ XYZ$と，流体運動を記述するための座標系$Oxyz$の２つを用いる。

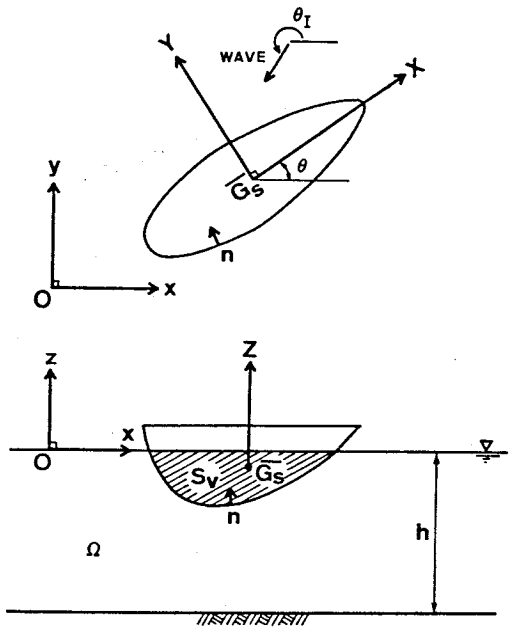


図２－２　一定水深上の単一船体に対する座標系

（１）速度ポテンシャルの分類

上記のような定常問題では，速度ポテンシャル$\Phi(x,y,z,t)$および船体運動$\vec{\xi}(t)$を，次式のように時間項を分離して取り扱うことができる。

$$\Phi(x,y,z,t)=Re[\phi(x,y,z)\,e^{-i\omega t}]\ ,\qquad \vec{\xi}=Re[\vec{\xi}_0 e^{-i\omega t}] \tag{2-11}$$

ただし，Re[ ]は[ ]内の実数部分をとることを意味している。また，$\vec{\xi}_0$は複素数ベクトルである。

いまϕを次の３つの成分に分類する。

$$\phi=\phi^{I}+\phi^{S}+\phi^{R} \qquad (2-12)$$

ϕ^{I} ：入射波（Incident Wave）のポテンシャル

ϕ^{S} ：回折散乱波（Scattered Wave）のポテンシャル

ϕ^{R} ：船の運動による発散波（Radiated Wave）のポテンシャル

さらにϕ^{R} は，図2-1の６種類の運動に起因するポテンシャルであるので，各運動モードの速度振幅で正規化できる。すなわち，

$$\phi^{R}=\sum_{j=1}^{6}\phi^{R}{}_{j}\,(-i\omega\xi_{j0})=-i\omega\vec{\phi}^{R^{T}}\vec{\xi}_{0} \qquad (2-13)$$

ここに$-i\omega\phi^{R}{}_{j}\xi_{j0}$ は，ｊモードの運動によって生じる発散波の速度ポテンシャルであり，$\vec{\phi}^{R}=(\phi^{R}{}_{1},\phi^{R}{}_{2},\cdot\cdot\cdot,\phi^{R}{}_{6})^{T}$ である。ただし^{T} は転置を表す。式(2-13)の表現を用いると，式(2-12)は次のようになる。

$$\phi=\phi^{I}+\phi^{S}-i\omega\vec{\phi}^{R^{T}}\vec{\xi}_{0} \qquad (2-14)$$

（２）基礎方程式と境界条件

ϕに関する基礎方程式と，線型化された境界条件は以下の通りである。

$$\nabla^{2}\phi=\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}\phi}{\partial y^{2}}+\frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}=0 \quad ; \quad \text{in } \Omega \qquad (2-15)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z}-\frac{\omega^{2}}{g}\phi=0 \quad ; \quad \text{at } z=0 \qquad (2-16)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z}=0 \quad ; \quad \text{at } z=-h \qquad (2-17)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}=v_{n0} \qquad ; \quad \text{on } S_V \qquad (2-18)$$

$$\phi \rightarrow \phi^I \qquad ; \quad \text{when } R \rightarrow \infty \qquad (2-19)$$

上式で，n は船の浸水表面 S_V 上に立てた法線方向を，v_{n0} はその方向の運動速度の複素振幅を表す。また R は原点 O からの水平距離である。式(2-15)～(2-19)において，ϕ^I は既知であるが v_{n0} は未知であるので，これらから ϕ を決定することはできない。v_{n0} は船体運動が決定されなければ求められず，逆に船体運動は ϕ から計算される波力を与えなければ求められないので，問題を完結するためには，船体の運動方程式を力学的境界条件として式(2-15)～(2-19)に付加しなければならない。ただし以下に述べるように，通常は運動方程式を境界条件として用いることはせず，式(2-14)の表現を用いて，運動の大きさに依存しないポテンシャル ϕ^S と $\vec{\phi}^R$ を先に求め，それらから決まる波力および流体力係数を，運動方程式に代入して運動を決定するという手順をとることが多い。このような方法を用いる利点としては，実用的には，運動方程式が非線型の場合でも ϕ に関しては線型問題として取り扱えること，係留系が変化する度に ϕ を計算する必要がないことなどが挙げられる。また，複合した波の場を，性質の異なるいくつかの波動場に分類することにより，波力の特性や連成影響などが捉えやすくなるといった利点もある。以下では，ϕ^I , ϕ^S , $\vec{\phi}^R$ に対する表現式，あるいは解くべき基礎方程式と境界条件を示す。

(a)入射波ポテンシャル（ϕ^I）： θ_I 方向に進行する角周波数 ω の波の水位変動 η_I は次式で表される。

$$\eta_I=\zeta_I \cos\left(kx\cos\theta_I+ky\sin\theta_I-\omega t+\varepsilon\right) \qquad (2-20)$$

ここに ζ_I は波振幅，k は波数，ε は位相差を表す。この水位変動に対応する速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\phi^I=\frac{g\zeta_I}{i\omega}\exp\left[i\left(kx\cos\theta_I+ky\sin\theta_I+\varepsilon\right)\right]\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$\cdots (2-21)$$

(b)回折散乱波ポテンシャルϕ^S に対する基礎方程式と境界条件：

$$\nabla^2\phi^S=0 \qquad ; \quad \text{in } \Omega \qquad (2-22)$$

$$\frac{\partial\phi^S}{\partial z}-\frac{\omega^2}{g}\phi^S=0 \qquad ; \quad \text{at } z=0 \qquad (2-23)$$

$$\frac{\partial\phi^S}{\partial z}=0 \qquad ; \quad \text{at } z-h \qquad (2-24)$$

$$\frac{\partial\phi^S}{\partial n}=-\frac{\partial\phi^I}{\partial n} \qquad ; \quad \text{on } S_V \qquad (2-25)$$

$$\sqrt{R}\left(\frac{\partial\phi^S}{\partial R}-ik\phi^S\right)=0 \qquad ; \quad \text{when } R\to\infty \qquad (2-26)$$

式(2-26)はSommerfeldの放射条件と呼ばれ，無限遠方では外向きに進行する波のみが存在するという条件を表している。S_V上での$\frac{\partial\phi^I}{\partial n}$の値は式(2-21)から得られるので，$\phi^S$ は式(2-22)～(2-26)を解くことによって求めることができる。また式(2-25)から明らかなように，S_V上では $\frac{\partial(\phi^I+\phi^S)}{\partial n}=0$ が成り立っていることから，$\phi^I+\phi^S$ は固定した（運動を拘束した）船体によって変形された波動場を表すポテンシャルであることがわかる。

（c）発散波ポテンシャル$\vec{\phi}^R$ に対する基礎方程式と境界条件： 式(2-18)のv_{n0} は，各運動モードの速度を用いて次式のように表すことができる。

$$v_{n0}=-i\omega\vec{\xi}_0^T\vec{n} \qquad (2-27)$$

ただし$\vec{n}$ は次式で与えられる。

$$\vec{n}=\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \\ n_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} n_X \\ n_Y \\ n_Z \\ Y n_Z - Z n_Y \\ Z n_X - X n_Z \\ X n_Y - Y n_X \end{pmatrix} \qquad (2-28)$$

ここに（X, Y, Z）および（n_X, n_Y, n_Z）は，$\overline{G_S}$ XYZ座標系で定義されたS_V上の点の座標および単位法線ベクトルの成分である。式(2-27)を用いると，$\vec{\phi}^R$ に関する基礎方程式および境界条件は次のようになる。

$$\nabla^2 \vec{\phi}^R = \vec{0} \quad ; \quad \text{in } \Omega \qquad (2-29)$$

$$\frac{\partial \vec{\phi}^R}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\vec{\phi}^R = \vec{0} \quad ; \quad \text{at } z=0 \qquad (2-30)$$

$$\frac{\partial \vec{\phi}^R}{\partial z} = \vec{0} \quad ; \quad \text{at } z=-h \qquad (2-31)$$

$$\frac{\partial \vec{\phi}^R}{\partial n} = \vec{n} \quad ; \quad \text{on } S_V \qquad (2-32)$$

$$\sqrt{R}\left(\frac{\partial \vec{\phi}^R}{\partial R} - i k \vec{\phi}^R\right) = \vec{0} \quad ; \quad \text{when } R \to \infty \qquad (2-33)$$

式(2-29)～(2-33)を用いて，各々の運動モードに対応する速度ポテンシャル$\phi^R{}_j$ (j=1, 2, ・・・, 6)を求めることができる。

（３）各速度ポテンシャルによる波力

（ａ）入射波による波力$\vec{W}^F$ (Froude Krylov Force) ： 入射波ポテンシャルϕ^I による波力$\vec{W}^F$ は，式(2-21)のϕ^I から求められる圧力p をS_V上で積分することによって得られる。図2-2に示すように，$\vec{n}$ は船体に対して内向きに定義しているので，$\vec{W}^F$ は次式で表される。

$$\vec{W}^F=\int_{S_V} p\,\vec{n}\,dS=Re\left[\,i\,\omega\,\rho\int_{S_V}\phi^I\,\vec{n}\,dS\cdot e^{-i\omega t}\right] \qquad (2-34)$$

（b）回折散乱波による波力$\vec{W}^D$（Diffraction Force）：　ϕ^S による力$\vec{W}^D$についても$\vec{W}^F$と同様に次式で与えられる。

$$\vec{W}^D=Re\left[\,i\,\omega\,\rho\int_{S_V}\phi^S\,\vec{n}\,dS\cdot e^{-i\omega t}\right] \qquad (2-35)$$

（c）発散波による波力$\vec{W}^R$（Radiation Force）：　ϕ^R による力$\vec{W}^R$については，定常運動の場合に限って次のように変形できる。

$$\vec{W}^R=Re\left[\,i\,\omega\,\rho\int_{S_V}\phi^R\,\vec{n}\,dS\cdot e^{-i\omega t}\right]$$

$$=Re\left[\,\omega^2\rho\int_{S_V}(\vec{\phi}^{R^T}\vec{\xi}_0)\,\vec{n}\,dS\cdot e^{-i\omega t}\right]$$

$$=Re\left[-\rho\int_{S_V}\{Re\,(\vec{\phi}^{R^T})\;(-\omega^2\vec{\xi}_0)\right.$$

$$\left.+\omega\,Im\,(\vec{\phi}^{R^T})\;(-i\,\omega\,\vec{\xi}_0)\}\,\vec{n}\,dS\cdot e^{-i\omega t}\right]$$

$$=-\rho\int_{S_V}\{Re\,(\vec{\phi}^{R^T})\,\frac{d^2\vec{\xi}}{dt^2}+\omega\,Im\,(\vec{\phi}^{R^T})\,\frac{d\vec{\xi}}{dt}\}\,\vec{n}\,dS$$

$$=-\rho\int_{S_V}\left[\,\{Re\,(\vec{\phi}^R)\,\vec{n}^T\}^T\frac{d^2\vec{\xi}}{dt^2}+\omega\,\{Im\,(\vec{\phi}^R)\,\vec{n}^T\}^T\frac{d\vec{\xi}}{dt}\right]dS$$

$$=-\mathbb{M}\frac{d^2\vec{\xi}}{dt^2}-\mathbb{N}\frac{d\vec{\xi}}{dt} \qquad (2-36)$$

ここに，

$$\mathbb{M}=\rho\int_{S_V}\{Re(\vec{\phi}^R)\ \vec{n}^T\}^T dS$$

$$\mathbb{N}=\rho\omega\int_{S_V}\{Im(\vec{\phi}^R)\ \vec{n}^T\}^T dS \qquad (2-37)$$

である。ただし，Im[ ]は，[ ]内の虚数部分をとることを意味する。
式(2-36),(2-37)から明らかなように，定常運動の場合には，発散波による波力 $\vec{W}^R$ は運動の加速度に比例する成分と，速度に比例する成分とに分けて表現することが可能であり，その比例定数は6×6の実数要素をもつマトリックス $\mathbb{M}$ および $\mathbb{N}$ で与えられることがわかる。

次に，式(2-36)を用いて運動方程式(2-10)を書き直す。$\vec{R}_M'$ ，$\vec{W}'$ は無視できるとしているので，次式を得る。

$$(\mathbb{m}+\mathbb{M})\frac{d^2\vec{\xi}}{dt^2}+\mathbb{N}\frac{d\vec{\xi}}{dt}+(\mathbb{C}+\mathbb{K})\vec{\xi}=\vec{W}^F+\vec{W}^D \qquad (2-38)$$

上式から明らかなように，$\mathbb{M}$ はみかけの質量（慣性）増加すなわち付加質量（慣性）を表し，$\mathbb{N}$ は造波に伴う減衰を表す。また $\vec{W}^F$ ，$\vec{W}^D$ は，船体運動の大きさに無関係で，入射波振幅に比例する波力であり，両者を合わせて波強制力（Wave Exciting Force）と呼ぶ。式(2-34),(2-35)より，波強制力 $\vec{W}^E$ は次式で与えられる。

$$\vec{W}^E=\vec{W}^F+\vec{W}^D=Re\left[i\omega\rho\int_{S_V}(\phi^I+\phi^S)\ \vec{n}dS\cdot e^{-i\omega t}\right] \qquad (2-39)$$

2・2　非定常運動に対する表現

前項では，線型な運動系に規則波が作用する場合の定常運動に対して，波強制力および造波抵抗力（付加質量と造波減衰）を，速度ポテンシャルを用いて表現した。ここでは，より一般的な場合として，不規則波の作用の下に，非線型係留された船体が不規則動揺する場合について考える。ただしここでも，流体力としては線型項のみを考える。

（1）波強制力について

上述したように，流体運動に関しては線型問題として取り扱うので，船体運動に無関係に決まる波強制力$\vec{W}^E(t)$ は，図2-3に示すように，入射波$\eta_I(t)$ の線型系への入力に対する出力としてとらえることができる。したがって，波強制力のインパルス応答関数$\vec{h}^E(t)$ を用いて，$\vec{W}^E(t)$ を次式のように表すことができる。

$$\vec{W}^E(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\vec{h}^E(\tau)\,\eta_I(t-\tau)\,d\tau \qquad (2-40)$$

上式のFourier変換は次のようになる。

$$\vec{W}^{E*}(\omega)=2\pi\,\vec{h}^{E*}(\omega)\,\eta_I^*(\omega) \qquad (2-41)$$

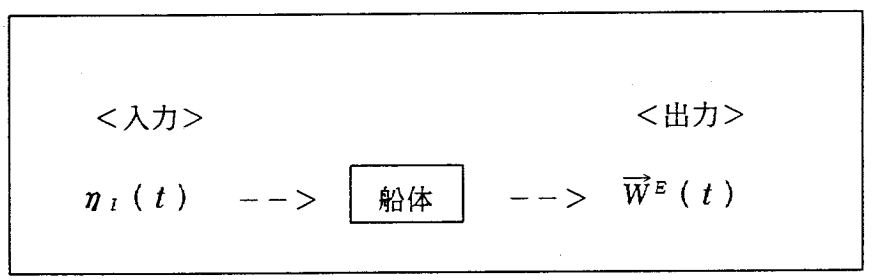


図2－3　線型系への入力と出力

ただし，次式でFourier変換を定義する。

$$\vec{W}^{E*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{W}^{E}(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-42)$$

$$\vec{h}^{E*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{h}^{E}(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-43)$$

$$\eta_{I}^{*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{I}(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-44)$$

いま，$\eta_{I}(t)=\eta_{I0}(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$ なる正弦波の入力に対する出力として $\vec{W}^{E}(t)=\vec{W}_{0}^{E}(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$ を考える。このとき，式(2-44),(2-42)より，次式を得る。

$$\eta_{I}^{*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{I0}(\tilde{\omega})\,e^{i(\omega-\tilde{\omega})t}dt$$

$$=\eta_{I0}(\tilde{\omega})\,\delta(\omega-\tilde{\omega}) \qquad (2-45)$$

$$\vec{W}^{E*}(\omega)=\vec{W}_{0}^{E}(\tilde{\omega})\,\delta(\omega-\tilde{\omega}) \qquad (2-46)$$

ただしδはディラックのデルタ関数である。式(2-45),(2-46)を式(2-41)に代入すると，次式を得る。

$$\vec{W}_{0}^{E}(\tilde{\omega})=2\pi\,\vec{h}^{E*}(\tilde{\omega})\,\eta_{I0}(\tilde{\omega}) \qquad (2-47)$$

いま波強制力の周波数応答関数$\vec{H}^{E}(\tilde{\omega})$ を次式で定義する。

$$\vec{H}^{E}(\widetilde{\omega}) = 2\pi \vec{h}^{E*}(\widetilde{\omega}) = \frac{\vec{W}_{0}^{E}(\widetilde{\omega})}{\eta_{I0}(\widetilde{\omega})} \qquad (2-48)$$

上式中の$\vec{W}_{0}^{E}$は，２・１で述べたように，定常問題の解として求めることができるので，$\vec{H}^{E}(\widetilde{\omega})$ も決定できる。したがって，式(2-42)の逆変換に式(2-41)および式(2-48)を適用することにより，$\vec{W}^{E}(t)$ は次式で求められる。

$$\vec{W}^{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{W}^{E*}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}^{E}(\omega)\, \eta_{I}^{*}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \qquad (2-49)$$

$\eta_{I}^{*}(\omega)$ は，$\eta_{I}(t)$ がわかれば式(2-44)を用いて求めることができるので，上式を用いて波強制力の時間変動が計算できる。

また，式(2-43),(2-48)より，次式を得る。

$$\vec{H}^{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{h}^{E}(t)\, e^{i\omega t} dt \qquad (2-50)$$

逆変換により，

$$\vec{h}^{E}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}^{E}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \qquad (2-51)$$

上式よりインパルス応答関数$\vec{h}^{E}(t)$ を求め，式(2-40)に代入して$\vec{W}^{E}(t)$ を計算することもできる。ただし，実用的には式(2-49)の表現の方が便利である。

（2）造波抵抗力について

造波抵抗力についても，波強制力と同様に，インパルス応答の考え方を導入する。すなわち，図2-3の水位変動$\eta_I(t)$の代わりに運動速度$\frac{d\vec{\xi}}{dt}=\dot{\vec{\xi}}$を，波強制力$\vec{W}^E(t)$の代わりに造波抵抗力$\vec{W}^R(t)$を考えると，インパルス応答関係は次式で与えられる。

$$\vec{W}^R(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{h}^{R*}(\tau)\,\dot{\vec{\xi}}(t-\tau)\,d\tau \qquad (2-52)$$

ここに，$\mathbb{h}^{R*}(t)$は各運動モード間のインパルス応答からなる，6×6のマトリックスである。上式のFourier変換により，次式を得る。

$$\vec{W}^{R*}(\omega)=2\pi\,\mathbb{h}^{R*}(\omega)\,\dot{\vec{\xi}}^{*}(\omega) \qquad (2-53)$$

ただし，

$$\vec{W}^{R*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{W}^R(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-54)$$

$$\mathbb{h}^{R*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{h}^{R}(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-55)$$

$$\dot{\vec{\xi}}^{*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{\vec{\xi}}(t)\,e^{i\omega t}dt \qquad (2-56)$$

いま，波強制力の場合と同様に，

$\dot{\vec{\xi}}(t)=\frac{d}{dt}\{\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}\}=-i\tilde{\omega}\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$なる正弦運動の入

力に対して，$\vec{W}^R(t)=\vec{W}^R{}_0(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$ なる出力を考える。式(2-56),(2-54)より次式を得る。

$$\begin{aligned}\dot{\vec{\xi}}^*(\omega)&=-i\tilde{\omega}\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\,\delta(\omega-\tilde{\omega})\\ \vec{W}^{R*}(\omega)&=\vec{W}^R{}_0(\tilde{\omega})\,\delta(\omega-\tilde{\omega})\end{aligned}\qquad(2-57)$$

上式を式(2-53)に代入すると，次のように書ける。

$$\begin{aligned}\vec{W}_0^R(\tilde{\omega})&=2\pi\,h^{R*}(\tilde{\omega})\cdot-i\tilde{\omega}\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\\ &=2\pi Re\left[h^{R*}(\tilde{\omega})\right]\left[-i\tilde{\omega}\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\right]\\ &\quad-\frac{2\pi}{\tilde{\omega}}Im\left[h^{R*}(\tilde{\omega})\right]\left[-\tilde{\omega}^2\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\right]\end{aligned}\qquad(2-58)$$

上式の右辺第１項は運動速度と同位相の成分を，第２項は運動の加速度と同位相の成分を表しているので，式(2-36)の付加質量M および造波減衰N は次式で表される。

$$\begin{aligned}M(\tilde{\omega})&=\frac{2\pi}{\tilde{\omega}}Im\left[h^{R*}(\tilde{\omega})\right]\\ N(\tilde{\omega})&=-2\pi Re\left[h^{R*}(\tilde{\omega})\right]\end{aligned}\qquad(2-59)$$

上式より，$h^{R*}(\omega)$ は次のように表現できることがわかる。

$$h^{R*}(\omega)=-\frac{1}{2\pi}\left[N(\omega)-i\omega M(\omega)\right]\qquad(2-60)$$

したがって，式(2-55)の逆変換として，$h^R(t)$ が次式で与えられる。

$$h^R(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h^{R*}(\omega)\,e^{-i\omega t}d\omega$$

$$=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[N(\omega)-i\omega M(\omega)\right]e^{-i\omega t}d\omega \qquad (2-61)$$

一般に，$N(\infty)=N(-\infty)=0$ であるが，$M(\infty)=M(-\infty)\neq 0$ なので，上式の積分は収束しない。そこで次のような変形を行う。

$$h^{R}(t)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[N(\omega)-i\omega\{M(\omega)-M(\infty)\}\right]e^{-i\omega t}d\omega$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}i\omega M(\infty)\,e^{-i\omega t}d\omega$$

上式の第1項を $-R(t)$ とおき，さらに $\dot{\delta}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}-i\omega e^{-i\omega t}d\omega$ なる関係を利用すると，$h^{R}(t)$ は次のように表される。

$$h^{R}(t)=-R(t)-M(\infty)\,\dot{\delta}(t) \qquad (2-62)$$

ここに，

$$R(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[N(\omega)-i\omega\{M(\omega)-M(\infty)\}\right]e^{-i\omega t}d\omega \qquad (2-63)$$

式(2-62)を式(2-52)に代入すれば，非定常運動に対する造波抵抗力の表現式として次式を得る。

$$\vec{W}^{R}(t)=-\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)\,\dot{\vec{\xi}}(t-\tau)\,d\tau-M(\infty)\int_{-\infty}^{\infty}\dot{\delta}(\tau)\,\dot{\vec{\xi}}(t-\tau)\,d\tau$$

右辺第２項の積分は，デルタ関数の微分に関する定義により次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\delta(\tau)}{d\tau}\vec{\xi}(t-\tau)\,d\tau=-\frac{d\dot{\vec{\xi}}(t-\tau)}{d\tau}\Big|_{\tau=0}=\ddot{\vec{\xi}}(t)$$

したがって，$\vec{W}^{R}(t)$ は次のように書ける。

$$\vec{W}^{R}(t)=-\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{R}(\tau)\,\dot{\vec{\xi}}(t-\tau)\,d\tau-\mathbb{M}(\infty)\,\ddot{\vec{\xi}}(t) \qquad (2-64)$$

ここで，式(2-63)の $\mathbb{R}(t)$ について考える。$\mathbb{M}(\omega)$，$\mathbb{N}(\omega)$ は，ω の正負に依存しないから，ともに ω に対して偶関数である。このことから，式(2-63)の右辺の虚数部分は消えて次式を得る。

$$\mathbb{R}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Big[\mathbb{N}(\omega)\cos\omega t-\omega\{\mathbb{M}(\omega)-\mathbb{M}(\infty)\}\sin\omega t\Big]d\omega \qquad \cdots(2-65)$$

さらに $\mathbb{R}(t)$ は $t<0$ でゼロである（因果関数）ことより，$t>0$ に対して次式が成立する。

$$\mathbb{R}(-t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Big[\mathbb{N}(\omega)\cos\omega t+\omega\{\mathbb{M}(\omega)-\mathbb{M}(\infty)\}\sin\omega t\Big]d\omega=\mathbb{O} \qquad \cdots(2-66)$$

上式を式(2-65)に加えると，$t>0$ に対して次式を得る。

$$\mathbb{R}(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{N}(\omega)\cos\omega t\,d\omega$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\mathbb{N}(\omega)\cos\omega t\,d\omega \qquad (t>0) \qquad (2-67)$$

また式(2-66)を式(2-65)から差し引くと次式が得られる。

$$\mathbb{R}(t)=-\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\omega\{\mathbb{M}(\omega)-\mathbb{M}(\infty)\}\sin\omega t\,d\omega \qquad (t>0) \qquad (2-68)$$

上式のFourier sine 逆変換により，$\mathbb{M}(\infty)$ が次式のよう求められる。

$$\mathbb{M}(\infty)=\mathbb{M}(\omega)+\frac{1}{\omega}\int_{0}^{\infty}\mathbb{R}(t)\sin\omega t\,dt \qquad (2-69)$$

$t<0$ で $\mathbb{R}(t)=\mathbb{0}$，$\dot{\vec{\xi}}(t)=\vec{0}$ であることを用い，さらに積分変数を変更すると，式 (2-64)は次のように書き換えられる。

$$\vec{W}^{R}(t)=-\int_{0}^{t}\mathbb{R}(t-\tau)\,\dot{\vec{\xi}}(\tau)\,d\tau-\mathbb{M}(\infty)\,\ddot{\vec{\xi}}(t) \qquad (2-70)$$

ここに $\mathbb{R}(t)$ は，遅延関数 (Retardation Function) あるいはメモリー影響関数 (Memory Effect Function) と呼ばれ，$t=0$ での単位インパルスの運動による流体場の攪乱が，t 時間後の波力にどのように影響するかを表す関数である。これは，Cummins[1] によって導入され，高木ら[2] によって詳細に検討されている。

実際の計算では，定常問題として求めた $\mathbb{N}(\omega)$ を用いて，式(2-67)から

$\mathbb{R}(t)$ を求め，さらに式(2-69)から $\mathbb{M}(\infty)$ を決定した後，式(2-70)に代入して $\vec{W}^R(t)$ を計算すればよい。ただし，$\mathbb{N}(\omega)$ を高周波数領域まで計算することは難しく，何等かの高周波数近似を行うことが多い。

第３節　周波数領域および時間領域での運動方程式とその解法

前節で示したように，波強制力および造波抵抗力は，それぞれ周波数応答関数（付加質量および造波減衰を含む）およびインパルス応答関数（遅延関数を含む）を用いて表わせることがわかった。以下では，これらの力を周波数応答関数で表現したときの運動方程式を周波数領域での運動方程式，インパルス応答関数で表現したときの運動方程式を時間領域の運動方程式と呼び，それらの解法について述べる。

３・１　周波数領域での運動方程式

周波数領域での運動方程式とは，２・１で示した定常運動に対する運動方程式(2-38)を指す。ここに再掲する。

$$(\mathbb{m}+\mathbb{M}(\omega))\ddot{\vec{\xi}}+\mathbb{N}(\omega)\dot{\vec{\xi}}+(\mathbb{C}+\mathbb{K})\vec{\xi}=\vec{W}^{E}(t) \qquad (2-71)$$

上式から明らかなように，付加質量$\mathbb{M}$ および造波減衰$\mathbb{N}$ は運動の角周波数ωの関数である。したがってこの運動方程式は，正弦的な外力の下に正弦的な運動を行う場合のみ意味をもつ。すなわち，$\vec{\xi}$，$\vec{W}^{E}$ は次式のように表される。

$$\vec{\xi}(t)=\vec{\xi}_{0}e^{-i\omega t}\ ,\quad \vec{W}^{E}(t)=\vec{W}_{0}^{E}e^{-i\omega t} \qquad (2-72)$$

上式を式(2-71)に代入すると次式を得る。

$$\left[-\omega^{2}(\mathbb{m}+\mathbb{M}(\omega))-i\omega\mathbb{N}(\omega)+\mathbb{C}+\mathbb{K}\right]\vec{\xi}_{0}=\vec{W}_{0}^{E} \qquad (2-73)$$

ここで，

$$\mathbb{H}^{S}(\omega)=\left[-\omega^{2}(\mathbb{m}+\mathbb{M}(\omega))-i\omega\mathbb{N}(\omega)+\mathbb{C}+\mathbb{K}\right]^{-1} \qquad (2-74)$$

とおくと，$\vec{\xi}_{0}$ が次式で与えられる。

$$\vec{\xi}_{0}=\mathbb{H}^{S}(\omega)\vec{W}_{0}^{E} \qquad (2-75)$$

ここに$\mathbb{H}^{S}(\omega)$ は単位波強制力に対する運動の周波数応答関数である。規則波に

よる定常運動の解は，上式を用いて容易に求めることができる。

次に，線型な運動系に不規則波が作用する場合について考える。この場合の運動応答$\vec{\xi}(t)$は，前節で取り扱ったのと同様に，線型系への$\vec{W}^E(t)$の入力に対する出力として次式のように表される。

$$\vec{\xi}(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h^S(\tau)\,\vec{W}^E(t-\tau)\,d\tau \qquad (2-76)$$

ここに$h^S(t)$は単位インパルスの波強制力に対する運動の応答関数である。上式のFourier変換により次式を得る。

$$\vec{\xi}^*(\omega)=2\pi\, h^{S*}(\omega)\,\vec{W}^{E*}(\omega) \qquad (2-77)$$

ここに，$\vec{\xi}^*(\omega)$，$h^{S*}(\omega)$，$\vec{W}^{E*}(\omega)$は，それぞれ$\vec{\xi}(t)$，$h^S(t)$，$\vec{W}^E(t)$のFourier変換である。前節で行ったのと同様に，$\vec{W}^E(t)=\vec{W}^E_0(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$なる正弦波の入力に対する出力$\vec{\xi}(t)=\vec{\xi}_0(\tilde{\omega})\,e^{-i\tilde{\omega}t}$を考えると，式(2-77)より次式を得る。

$$\vec{\xi}_0(\omega)=2\pi\, h^{S*}(\omega)\,\vec{W}^E_0(\omega) \qquad (2-78)$$

上式を式(2-75)と比較すると，$h^{S*}(\omega)$が次式で与えられることがわかる。

$$h^{S*}(\omega)=\frac{1}{2\pi}H^S(\omega) \qquad (2-79)$$

上式の逆変換として，インパルス応答関数が与えられる。

$$h^S(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H^S(\omega)\,e^{-i\omega t}d\omega \qquad (2-80)$$

したがって，式(2-40),(2-76)より，運動応答が次式で与えられる。

$$\vec{\xi}(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{h}^{S}(\tau)\,\vec{h}^{E}(\tau')\,\eta_{I}(t-\tau-\tau')\,d\tau' d\tau \qquad (2-81)$$

また，式(2-77)を周波数応答関数を用いて表した後，逆変換をとると次式を得る。

$$\vec{\xi}(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathbb{H}^{S}(\omega)\,\vec{H}^{E}(\omega)\,\eta_{I}^{*}(\omega)\,e^{-i\omega t}d\omega \qquad (2-82)$$

上式は，式(2-81)のFourier変換をとり，$\mathbb{H}^{S}(\omega)=2\pi\,\mathbb{h}^{S*}(\omega)$，$\vec{H}^{E}(\omega)=2\pi\,\vec{h}^{E*}(\omega)$ なる関係を用いた後，逆変換を行うことによっても得られる。また式(2-82)より，入射波のスペクトル$S_{\eta}(\omega)$ と運動のスペクトル $\mathbb{S}_{\xi}(\omega)$ の間には次式の関係があることがわかる[3)]。

$$\mathbb{S}_{\xi}(\omega)=\left[\overline{\mathbb{H}^{S}(\omega)\,\vec{H}^{E}(\omega)}\right]\left[\mathbb{H}^{S}(\omega)\,\vec{H}^{E}(\omega)\right]^{T}S_{\eta}(\omega) \qquad (2-83)$$

ここに$\mathbb{S}_{\xi}(\omega)$ は6×6のマトリックスで，運動間のクロススペクトルも含んでいる。また$\overline{}$ は複素共役を表す。

以上のように，線型な運動系に対しては，規則波による応答のみならず不規則波による応答についても，周波数領域での運動方程式から求められるインパルス応答関数 $\mathbb{h}^{S}(t)$ あるいは周波数応答関数$\mathbb{H}^{S}(\omega)$ を用いて，式(2-81)あるいは式(2-82)から算定できることがわかる。

3・2　時間領域での運動方程式

時間領域での運動方程式は，式(2-70)を式(2-10)に代入して，次のように得られる。

$$(\mathbb{m}+\mathbb{M}(\infty))\ddot{\vec{\xi}}+\int_0^t \mathbb{R}(t-\tau)\dot{\vec{\xi}}(\tau)d\tau+(\mathbb{C}+\mathbb{K})\vec{\xi}$$

$$=\vec{W}^E(t)+\vec{R}_M{}'+\vec{W}' \qquad (2-84)$$

上式は，前節で示したように，非定常な運動による造波抵抗力を正確に表現した式である。しかしながら，上述のように，運動変位に非線型な項$\vec{R}_M{}'$，$\vec{W}'$が無視できる場合には，不規則波に対しても周波数応答関数を用いて処理できるので，わざわざ式(2-84)を解く必要はない。つまり，式(2-84)の時間領域での運動方程式は，$\vec{R}_M{}'$，$\vec{W}'$が無視できない場合，すなわち線型系としての取り扱いができない場合にのみ有効となることがわかる。

式(2-84)の解は，適当な初期条件の下に，ルンゲクッタ法やニューマークβ法等を用いて時間発展的に数値積分して求めることができる。その際，$t=0$での急激な外力の作用による過渡応答を低減するために，$\vec{W}^E(t)$を指数関数的に漸増させるような工夫がなされることが多い。時間領域の運動方程式を用いて運動を時間ステップ毎に追っていく方法は，理解し易い反面，各ステップ毎に式(2-84)中のたたみ込み積分を実行しなければならないため，計算時間が長くなる欠点がある。また，得られた運動の時系列をどのように統計的に処理すればよいかについても問題が残されている。

＜参考文献＞

1）Cummins, W.E. : The Impulse Response Function and Ship Motions, Shiffstechnik, Bd.9, Heft 47, pp.101-109, 1962.

2）高木又男・斉藤公男ほか：非周期的造波問題の周波数領域での取扱い，第１報～第７報，関西造船協会誌，第182号～第192号，1981～1984.

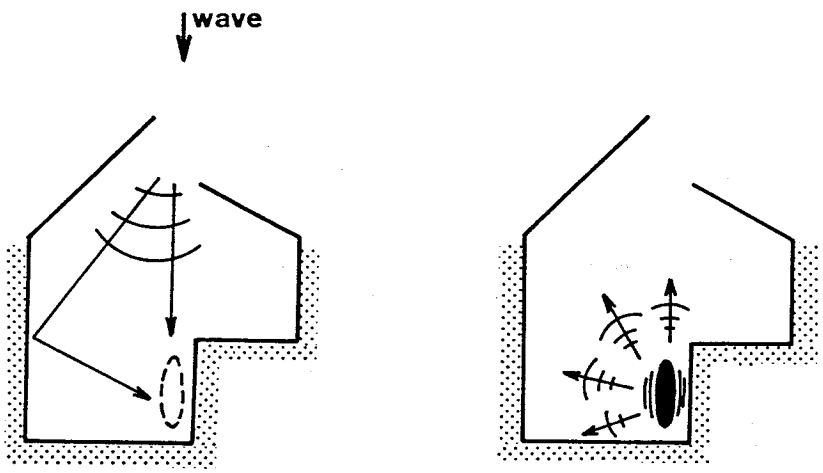
3）W.G.プライス・R.E.D.ビショップ：確率過程工学＜基礎と応用＞，共立出版，p.175, 1980.

第3章　港内における波変形とその予測

第１節　概説

第２章第２節では，一定水深上の単一の船体について，線型ポテンシャル理論を用いて波力の分類を行った。それによると，船体に及ぼす波力は，入射波による圧力を船体の仮想没水表面上で積分して求められるフルードクリロフ力$\vec{W}^F$，入射波が船体によって散乱されることによる影響を表す回折波力$\vec{W}^D$，および船体が動揺することによって造波した波から受ける反作用力（造波抵抗力）$\vec{W}^R$の３種類に分類されることがわかった。そこでここでは，本研究で対象とするような港湾内にある船体に対して，これら３種類の波力を求める上での問題点について考えてみよう。

フルードクリロフ力は，船が存在しない波の場のポテンシャルϕ^Iから計算される仮想的な力であるとみなすことができる。一定水深上の単一正弦波の場合には，式(2-21)で示されるようにϕ^Iは既知であるが，水深が変化している場合や船体以外にも構造物が存在するような場合には，それらによる波の変形を考慮したϕ^Iを求める必要がある。すなわち，図3-1(a)に示すように，港内の船体に及ぼすフルードクリロフ力を求めるためには，港内での波変形計算を行って，バース位置でのϕ^Iを決定しなければならない。また回折波力についても，式(2-25)から明らかな



（ａ）フルードクリロフ力　　（ｂ）回折波力・造波抵抗力

図３－１　港内での各波力に対する波のパターン

ように，散乱波ポテンシャルϕ^S を求めるためには船の没水表面上での$\dfrac{\partial \phi^I}{\partial n}$を与えなければならないので，フルードクリロフ力の場合と同様，港内での波変形計算を必要とする。一方造波抵抗力は，式(2-29)～式(2-33)より明らかなように，ϕ^I とは独立に決まるポテンシャル$\vec{\phi}^R$ から求められるので，入射波の変形計算は必要でない。

第２章第２節で示したように，ϕ^S および$\vec{\phi}^R$ については船体没水表面上のみで非同次条件が与えられるため，ϕ^S ，$\vec{\phi}^R$ によって表される波のパターンは，図3-1(b)に示すように，船体表面を波源として船から放射状に広がっていく波となる。港内ではこの波は岸壁などの港湾境界で反射され，その反射波が再び外力として船体に作用する。したがって，船体による波の散乱および造波の問題についても，港湾境界の存在を無視するわけにはいかない。すなわち，付加質量や造波減衰などの流体力係数についても，船体に固有の値として与えられるのではなく，港と船との全体系において決定されるものであることがわかる。ただし，図3-1(b)のような放射状の波に対しては，波源すなわち船体から十分離れた位置にある港湾境界の影響は小さいことが予想される。

以上述べたように，港内の船体に及ぼすフルードクリロフ力および回折波力を求めるためには，まず港へ侵入する波の変形計算を行う必要があることがわかった。ただしϕ^S を計算するためには船体没水表面上の$\dfrac{\partial \phi^I}{\partial n}$を知る必要があり，単に波高を求めるだけの波変形計算では十分でない。$\dfrac{\partial \phi^I}{\partial n}$は波向に大きく依存するので，$\dfrac{\partial \phi^I}{\partial n}$が直接求められない場合には，波高と同時に波向の情報が得られるような計算法が望まれる。一方，上述のようにϕ^I が未知の場合には，ϕ^I とϕ^S を分離せず，$\phi^E=\phi^I+\phi^S$ としてϕ^E を求め，ϕ^E から直接波強制力$\vec{W}^E$ を求めることもできる。これについては第４章第３節で述べる。

本章ではこれまで述べたような観点から，既存の港内波の変形計算法を見直し，その適用性を調べることを目的としている。まず第２章では種々提案されている予測モデルを総括的にとりまとめるとともに，それらの問題点を指摘する。また第３節および第４節では，波変形計算の厳密解法として有限要素法を，近似解法として

Wave Ray法を取り上げ，それらの適用性を模型実験の結果と比較することにより検討する。最後に第5節では，不規則波が港内に侵入する際に励起される長周期の水位変動に着目し，その特性と発生原因について実験的に調べる。

第２節　既往の予測モデルと問題点

２・１　基礎方程式および境界条件

第２章で述べたように，波動場を線型問題として取り扱う限りにおいては，規則波に対する解析結果を容易に不規則波に拡張できる。したがって，ここで取り扱う問題はすべて線型ポテンシャルの定常問題とし，不規則波に対しては定常問題（規則波）の解を重ね合わせることにより表現できるものとする。

（１）基礎方程式

いま図3-2に示すような，半無限領域に接続した任意形状港湾を考える。座標系としては港口部に原点 Oをとり，x, y, R, θ を図のように定め，z 軸を鉛直上方にとる。海底勾配は水深波長比に比べて十分緩やかであり，速度ポテンシャルを式(3-1)のように表すと，$\tilde{\phi}(x, y)$ は式(3-2)の緩勾配方程式を満足する[1]。

$$\Phi(x, y, z, t) = \tilde{\phi}(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \qquad (3-1)$$

$$\nabla(cc_g \nabla \tilde{\phi}) + k^2 cc_g \tilde{\phi} = 0 \qquad (3-2)$$

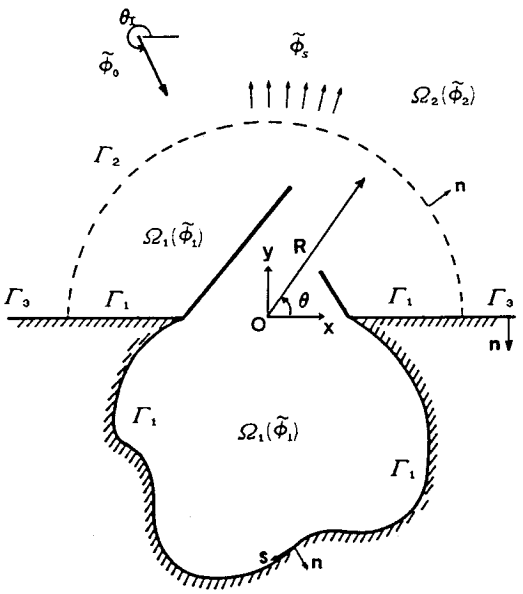


図３－２　計算領域と座標系

特に，対象とする領域の水深がすべて一定と仮定できる場合には，式(3-2)は，次のヘルムホルツ方程式に書き換えられる。

$$\nabla^2\tilde{\phi}+k^2\tilde{\phi}=0 \qquad (3-3)$$

式(3-2),(3-3)は，いずれも楕円型の偏微分方程式であるので，解を決定するためには，対象とする領域（いまの場合は半無限領域）のすべての境界上で，境界条件が与えられなければならない。境界条件としては，港湾境界Γ_1 および海岸線Γ_3 上では固定境界条件（部分吸収条件）が，無限遠方では散乱波に対して放射条件が与えられる。

（2）固定境界条件（部分吸収条件）

図3-3に示すように，反射率K_R の直線境界に角度θ_p をなして入射する波の部分反射を考える。部分重複波の速度ポテンシャルを$\tilde{\phi}(s,n)$ とすると，境界上で次式が成立する[2),3)]。ただしK_R は入射波と反射波の位相差ε を含めた反射率で，$K_R=|K_R|e^{i\varepsilon}$ のように表されるものとする。

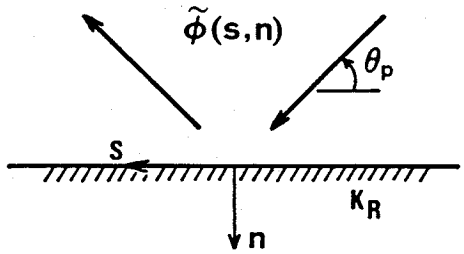


図３－３　低反射岸壁による反射

$$\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial n}=ik\frac{1-K_R}{1+K_R}\sin\theta_p\cdot\tilde{\phi} \quad ; \quad \text{at} \quad n=0 \qquad (3-4)$$

このままでは，入射角θ_p を求めなければ境界条件として用いることができないし，また港内のように，港湾境界に多方向から波が入射するような場合には，θ_p が1つに決められない。そこで近似的な方法ではあるが，入射方向毎に独立に成立するような線型な境界条件が求められている[4),5)]。

まずθ_p が大きいものと仮定し，$k_{np}=k\sin\theta_p$ ，$k_{sp}=k\cos\theta_p$ とおくと，

$$k_{np}=k\sqrt{1-\left(\frac{k_{sp}}{k}\right)^2}=k\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{k_{sp}}{k}\right)^2-\frac{1}{8}\left(\frac{k_{sp}}{k}\right)^4-\cdots\right\} \qquad (3-5)$$

$\left(\frac{k_{sp}}{k}\right)^4=\cos^4\theta_p$ 以上の項を無視すると $\sin\theta_p=\frac{k_{np}}{k}$ ， $\frac{\partial^2\tilde{\phi}}{\partial s^2}=-k_{sp}^2\tilde{\phi}$

より，式(3-4)は式(3-5)を用いて，次式で表される２次の部分吸収条件に書き換えられる。

$$ik\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial n}+\alpha k^2\tilde{\phi}+\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2\tilde{\phi}}{\partial s^2}=0 \qquad (3-6)$$

ここに α は吸収率と呼ばれ，次式で与えられる。

$$\alpha=\frac{1-K_R}{1+K_R} \qquad (3-7)$$

したがって K_R が実数の場合には，反射に伴うエネルギーの逸散率 $K_L{}^2=1-K_R{}^2$ を α で表すと，$K_L{}^2=\alpha\ (1+K_R)^2$ となる。式(3-6)の第２項までとると，すなわち $k_{np}\fallingdotseq k$ と近似すれば，通常よく用いられる吸収条件式(3-8)が得られる。

$$\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial n}=ik\alpha\tilde{\phi} \qquad (3-8)$$

式(3-4)を式(3-6)あるいは式(3-8)で近似することによる誤差は，見かけ上（数値計算上）反射率の変化として現れる。図3-4[5]は $\alpha=1$ ($K_R=0$) すなわち完全吸収の場合の見かけの反射率 K_{R1}（式(3-8)を用いた場合）と K_{R2} （式(3-6)を用いた場合）を示したものである。ただし $K_R<0$ となっているのは，入・反射波の位相が π だけずれていることを意味している。図より入射角 θ_p が大きくなるほど反射率の絶対値が大きくなっており，$|K_R|<0.1$ を満たすために

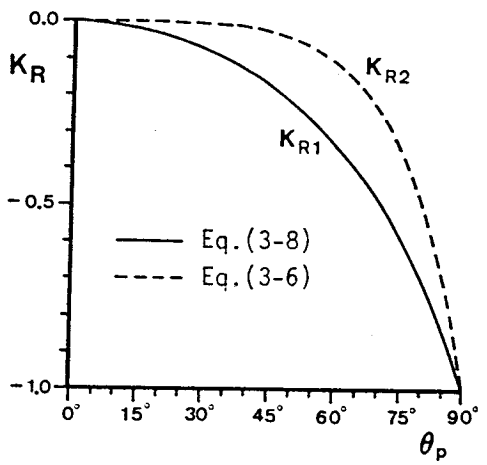


図３－４　波向の変化に伴うみかけの反射率（完全吸収の場合）[5]

は，式(3-8)の場合θ_p >55°，式(3-6)の場合θ_p >30° でなければならないことがわかる。

（3）放射条件

港外領域Ω_2での速度ポテンシャル$\tilde{\phi}_2$を，次式のように2つの成分に分けて表す。

$$\tilde{\phi}_2=\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s \qquad (3-9)$$

ここに$\tilde{\phi}_0$は入射波とその海岸線での反射波を表すポテンシャルで，$\tilde{\phi}_s$は港からの散乱波を表すポテンシャルである。$\tilde{\phi}_s$に対して，無限遠方では原点から遠ざかる波しか存在しないという条件，すなわちSommerfeldの放射条件が与えられる。

$$\lim_{R\to\infty}\sqrt{R}\left(\frac{\partial\tilde{\phi}_s}{\partial R}-ik\tilde{\phi}_s\right)=0 \qquad (3-10)$$

ここにRは原点Oからの距離である。

2・2　厳密解法

ここで言う厳密解法とは，基礎方程式(3-2)あるいは(3-3)に対して，離散化以外の近似を用いずに解く数値計算法のことである。このような解法には有限差分法(Finite Difference Method)，有限要素法(Finite Element Method)，および境界積分方程式法(Boundary Integral Equation Method)などがあり，さらにはこれらを併用するハイブリッド法と呼ばれるものがある。以下では任意形状港湾への適用性に優れている有限要素法および境界積分方程式法を取り上げて説明する。

（1）有限要素法

有限要素法は，対象領域全体を有限要素に離散化して解く方法である。しかし，いま対象としている図3-2のような半無限領域では，領域全体を離散化することはできず，したがって何等かの開境界処理を行う必要がある。図3-2で開境界Γ_2の外では水深が一定（あるいは十分深い）とすると，次のような開境界の処理法が提案されている[6]。

①Γ_2上で式(3-10)の放射条件が近似的に成立すると仮定する方法

②Γ_2上の外部の$\tilde{\phi}_s$を，式(3-10)を満足する級数解で表現しておき，Γ_2上で

内部解と接続してその係数を決定する方法[7]

③外部領域をΓ_2上におかれたわき出し，あるいは2重わき出しの分布で表しておき，Γ_2上で内部解と接続して，その強さを決定する方法[8]

④形状関数が指数関数となる無限要素を用いる方法[9]

いま，②の方法を採用し，Γ_3が直線上にあってかつその上で完全反射（$\alpha=0$）とすると，式(3-9)の$\tilde{\phi}_s$は次式で表現できる。

$$\tilde{\phi}_s=\sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(kr)\cdot\beta_n\cos(n\theta) \qquad (3-11)$$

ここにβ_nは未知の複素定数であり，$H_n^{(1)}$は第1種n次のハンケル関数である。変分原理によれば，式(3-2)を満足し，Γ_1上で式(3-6)が成立し，かつΓ_2上で$\tilde{\phi}_1=\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s$，$\dfrac{\partial\tilde{\phi}_1}{\partial n}=\dfrac{\partial}{\partial n}(\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s)$ となるような解は，次式で与えられる汎関数$\mathfrak{F}(\tilde{\phi}_1,\tilde{\phi}_s)$を停留化する問題と等価である[5]。

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}(\tilde{\phi}_1,\tilde{\phi}_s)=&\iint_{\Omega_1}\frac{1}{2}\left[cc_g(\nabla\tilde{\phi}_1)^2-\frac{c_g\omega^2}{c}\tilde{\phi}_1^2\right]dS\\&+\int_{\Gamma_2}cc_g\left[\frac{1}{2}\tilde{\phi}_s-(\tilde{\phi}_1-\tilde{\phi}_0)\frac{\partial(\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s)}{\partial n}\right]ds\\&-\int_{\Gamma_2}\frac{1}{2}cc_g\tilde{\phi}_s\frac{\partial\tilde{\phi}_0}{\partial n}ds\\&-\int_{\Gamma_1}\left[\frac{1}{2}i\alpha\omega c_g\tilde{\phi}_1^2+\frac{i\alpha}{4k}cc_g\left(\frac{\partial\tilde{\phi}_1}{\partial s}\right)^2\right]ds \qquad (3-12)\end{aligned}$$

Behrendt[5], Kostensら[10]は，上述の方法を用いて計算精度や吸収率の影響などに

ついて詳しく調べている。

有限要素法は要素形状に任意性があるので，複雑な形状の港に対しても容易に適用できるだけでなく，境界条件の取り扱いになんら工夫を要さないという点において，差分法よりも優れている。ただし差分法と同様に，対象とする領域が大きい場合，あるいは波長の短い波を取り扱う場合には計算の容量が大きくなり，計算コストがかさむだけでなく入力データの準備にかなりの時間を費やさなければならない。

（2）境界積分方程式法

ここでは基礎方程式として式(3-3)を，境界条件として式(3-8)および式(3-10)を用いる。式(3-10)を満足する式(3-3)の主要解として，第1種0次のハンケル関数 $H_0^{(1)}(kr)$ を選べば，$\lim_{kr\to 0} H_0^{(1)}(kr)=\frac{2i}{\pi} ln(kr)$ より，グリーンの公式を領域 Ω_1 に適用して次式を得る。

$$\tilde{\phi}_1(x,y)=\lambda\int_{\Gamma_1+\Gamma_2}\left[\tilde{\phi}_1(\mu,\nu)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}\tilde{\phi}_1(\mu,\nu)\right]ds(\mu,\nu) \qquad (3-13)$$

ここに $r=\sqrt{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}$ であり，λ は x,y が境界の内部にある場合は $-\frac{i}{4}$，境界上にある場合は $-\frac{i}{2}$ となる。さらに領域 Ω_2 内の $\tilde{\phi}_s$ についてもグリーンの公式を適用すると，次式を得る。

$$\tilde{\phi}_s(x,y)=\lambda\left(\int_{\Gamma_3+\Gamma_\infty}ds-\int_{\Gamma_2}ds\right)\left[\tilde{\phi}_s(\mu,\nu)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}\tilde{\phi}_s(\mu,\nu)\right] \qquad (3-14)$$

式(3-13),(3-14)は，式(3-8),(3-10)を適用することにより，次式のように書き直すことができる。

$$\tilde{\phi}_1(x,y)=\lambda\int_{\Gamma_1}\left[\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-ik\alpha H_0^{(1)}(kr)\right]\tilde{\phi}_1(\mu,\nu)\,ds$$

$$+\lambda\int_{\Gamma_2}\left[\tilde{\phi}_1(\mu,\nu)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}\tilde{\phi}_1(\mu,\nu)\right]ds$$

$$;\quad (x,y)\subseteq\Omega_1 \qquad (3-15)$$

$$\tilde{\phi}_s(x,y)=\lambda\int_{\Gamma_3}\left[\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-ik\alpha H_0^{(1)}(kr)\right]\tilde{\phi}_s(\mu,\nu)\,ds$$

$$-\lambda\int_{\Gamma_2}\left[\tilde{\phi}_s(\mu,\nu)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}\tilde{\phi}_s(\mu,\nu)\right]ds$$

$$;\quad (x,y)\subseteq\Omega_2 \qquad (3-16)$$

式(3-15),(3-16)で，(x,y) をΓ_1, Γ_2およびΓ_3上にとり，Γ_2上では $\tilde{\phi}_1=\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s$，$\frac{\partial\tilde{\phi}_1}{\partial n}=\frac{\partial}{\partial n}(\tilde{\phi}_0+\tilde{\phi}_s)$ という条件式を用いると，$\tilde{\phi}_0$ は既知であるから，結局式(3-15),(3-16)は，Γ_1上での$\tilde{\phi}_1$，Γ_2上での$\tilde{\phi}_s$，$\frac{\partial\tilde{\phi}_s}{\partial n}$ およびΓ_3上での$\tilde{\phi}_s$ に関する積分方程式を与える。したがってΓ_1，Γ_2および，Γ_3上を離散化し，式(3-15),(3-16)を連立1次方程式に書き直すことにより，境界上の速度ポテンシャルを求めることができる。境界上の速度ポテンシャルが求まれば，港内および港外の速度ポテンシャルは式(3-15),(3-16)を用いて容易に求めることができる。

Lee[11]は海岸線を直線としてΓ_2を港口部にとり，Γ_1, Γ_3上で$\alpha=0$とした場合についての解を求めている。このとき，港内の速度ポテンシャルを求めるだけであれば，Γ_3上を離散化する必要はなくなる。井島ら[12]は，Γ_1の一部あるいはΓ_3が完全吸収($\alpha=1$)の場合を取り扱っているが，吸収条件の与え方が式(3-8)とは異なる。

また日下ら[2]は式(3-16)の代わりに，$\tilde{\phi}_s$ を式(3-11)で表現する方法を用いて，任意のαに対しての計算法を示している。

ところで，$kr \to 0$のとき$H_0^{(1)}(kr)$ は２次元わき出しを，$\dfrac{\partial}{\partial n}H_0^{(1)}(kr)$ は n 方向に軸をもつ２重わき出しを表すポテンシャルに一致する。したがって式(3-15)あるいは式(3-16)は，境界内のポテンシャルが，境界上に分布したわき出しおよび２重わき出しによって表現されていることを意味している。したがってわき出し分布法によれば，領域Ω_1, Ω_2内での速度ポテンシャルは境界Γ_1, Γ_3上に分布したわき出しのみで，次式のように表現できることがわかっている[13]。

$$\tilde{\phi}(x,y)=\tilde{\phi}_0(x,y)+\int_{\Gamma_1+\Gamma_3} f_D(\mu,\nu)\,H_0^{(1)}(kr)ds \qquad (3-17)$$

ここに$f_D(\mu,\nu)$ はわき出し強さを表す。Wang and Tuck[14]は上式をΓ_1, Γ_3上の境界条件に適用することにより解を求めている。

グリーンの公式を用いて基礎方程式を境界積分方程式に書き換える方法は，未知数が境界上のみに限定されるため，有限要素法に比べて未知数の数が少なくてすむという長所がある。反面基礎方程式を式(3-3)としたように，港内の水深が変化しているような場合には適用することが難しい。ただし，井島ら[15]，日下ら[2]は，領域を分割することによりこれを処理している。またMattioli[16]は長波に対してではあるが，水深の変化を考慮したグリーン関数を数値的に求めるという興味深い方法を用いている。

以上述べた有限要素法や境界積分方程式法以外にも，有効な方法として，差分法を用いた非定常解析法がいくつか提案されている[17),18),19]。しかしながら，差分法は沖側の境界条件等，境界条件の設定に工夫を要するだけでなく，港内のような多重反射領域では，定常状態を判断することが難しいなどの問題点がある。

２・３　近似解法

２・２で述べた厳密解法は，基礎方程式及び境界条件を厳密に解くという意味では有効な方法である。しかしながら，対象とする波の波長が短く港のスケールが大きい場合には，計算容量が膨大になり実用的でない。まして方向スペクトルを有す

る不規則波を取り扱うには，決して適した方法とは言い難い。さらには，次節で示すように，厳密解法によって求めた解も，実験値と一致させるためには何らかのエネルギー逸散を考慮する必要がある。このような理由から，実用的でかつ比較的精度のよい近似解法がいくつか開発されている。以下ではそれらのうちソグレア法，高山の方法，およびWave Ray法をとりあげて説明する。これらの近似解法は，その適用範囲が明確でないなど厳密性には欠けるものの，実際設計に用いる方法としては有効な方法であろう。

（1）ソグレア（SOGREAH）法

SOGREAH研究所のBiesel and Ranson[20]は，光学におけるキルヒホッフの回折理論を拡張して，実用的な港内波高の算定法を提案している。ここで取り扱う基礎方程式は(3-3)とし，港湾境界は任意反射率K_Rを有するものとする。図3-5に示すような港湾を考え，港内の境界をΓ_1，港口部をΓ_2とする。いま，港内の任意点での速度ポテンシャル$\tilde{\phi}(x,y)$を次式で表すことを考える。

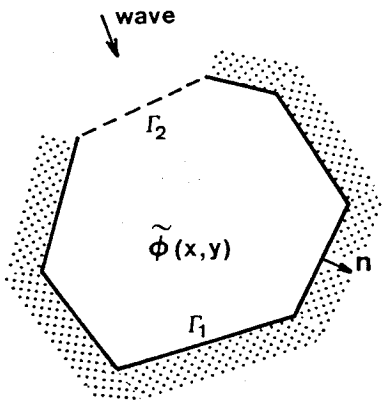


図3－5　港湾と境界

$$\tilde{\phi}(x,y)=\lambda\int_{\Gamma_1+\Gamma_2}\tilde{G}(x,y;\mu,\nu)\ \frac{\partial}{\partial n}\tilde{\phi}(\mu,\nu)\,ds \qquad (3-18)$$

関数$\tilde{G}$が境界Γ_1，Γ_2上で$\dfrac{\partial\tilde{G}}{\partial n}=0$を満たすような関数であれば，グリーンの公式から直ちに上式を導くことができるが，一般の港湾形状に対してそのような関数を求めることは難しい。ただし特別な場合として，対象とする領域が図3-6に示すような直線境界Cで分割される半無限平面の場合には，

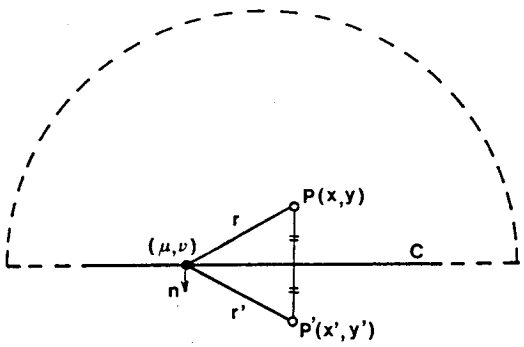


図3－6　半平面領域でのGreen関数の構成

C上の(μ, ν)に対して$\frac{\partial \widetilde{G}}{\partial n}=0$となるようなグリーン関数を次式で定義できる。

$$\widetilde{G}(x, y; \mu, \nu) = H_0^{(1)}(kr) + H_0^{(1)}(kr') \qquad (3-19)$$

ここに，$r'=\sqrt{(x'-\mu)^2+(y'-\nu)^2}$ で表され，P点のCに対する鏡像点 $P'(x', y')$ との距離を表す。したがって，無限遠方の放射条件を満足するような，半平面領域の$\widetilde{\phi}(x, y)$ に対して次式が成立する。

$$\widetilde{\phi}(x, y) = \lambda \int_C 2H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \widetilde{\phi}(\mu, \nu)\, ds \qquad (3-20)$$

上式は半平面内の波動場が，境界上での法線方向流速に比例した強さをもつ円筒波の重ね合わせで表現されることを意味しており，光学におけるホイヘンスの原理と類似している。

図3-5のような凸型港湾では，港口部を波源とする円筒波は直接Γ_1上に到達し，それはΓ_2を図3-6のCの一部とみなすことにより，式(3-20)から求めることができる。さらに，Γ_1上に到達した波は，反射して再び港内に広がって行くが，これもΓ_1を折れ線近似して，各線分を半平面境界上の波源とみなすことにより式(3-20)を用いて計算することができる。すなわちソグレア法では，半平面に対するグリーン関数(3-19)を用いて，港内のポテンシャルを，周辺境界から港内に広がっていく波の重ね合わせとして，次式のように表していることになる。

$$\widetilde{\phi}(x, y) = \lambda \int_{\Gamma_1+\Gamma_2} 2H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \widetilde{\phi}(\mu, \nu)\, ds \qquad (3-21)$$

したがって，上式の$\frac{\partial}{\partial n}\widetilde{\phi}(\mu, \nu)$ は式(3-18)と異なり，港内に向かう成分の波のみに対応するものである。

実際の計算では，まず初期条件として次式を仮定する。

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}=0 \qquad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \qquad (3-22)$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}=\frac{\partial \tilde{\phi}_0}{\partial n} \qquad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \qquad (3-23)$$

式(3-21)をn 方向に微分した式に上式を代入することにより，Γ_1上での$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}$ を求める。これを$\left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}\right)^*$ とし，境界から発生する反射波成分を次式で与える。

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}=-K_R\left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}\right)^* \qquad (3-24)$$

次のステップとして，式(3-22)の代りに式(3-24)を用いることにより，式(3-21)からΓ_1上での新たな$\tilde{\phi}$ ，$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}$ が求められる。以上の過程を，港内での反復反射が定常に達するまで，すなわち$\tilde{\phi}$ および$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}$ が一定値に収束するまで繰り返せばよい。なお，凸型でない港に対しては，港内をいくつかの凸型領域に分割して計算を行う。

以上のように，ソグレア法は，港湾境界を半平面境界上におかれた波源とみなすことにより港内の波動場を計算しようとするもので，”折り返し図法を数値化した方法”[24]と解釈することもできる。この方法は，先の境界積分法に比べると，計算容量をかなり小さくすることができ，比較的大きな港湾への適用が可能である。反面，式(3-21)の成立限界があいまいであること，および反復計算を用いているため，計算時間が長くなる場合があるなどの問題がある。

Barailler and Gaillard[21]は，ソグレア法を水深変化がある場合に拡張しており，またGaillard[22]，近藤ら[23]は港内での方向スペクトルの計算に利用している。計算法の妥当性については，山本ら[24]，椹木ら[25]によっても検討されている。

（２）高山の方法

高山[26]は，任意形状港湾に方向スペクトルを有する不規則波が入射する場合についても簡便に計算できる方法を提案している。この方法は，港内での波の変形を，防波堤開口部と岸壁端部での回折，および岸壁での反射（図3-7）の２つに大別し，前者については開口防波堤あるいは半無限防波堤による回折係数を，後者については岸壁を島堤とみなした場合の反射波の理論解を用いて計算し，それらをエネルギー的に重ね合わせる方法である。その際，港内での方向スペクトルの主方向および波向範囲θを図のように定めている。この計算法は現在我が国で広く使われている方法であり，その適用性については数多くの模型実験や実測結果と比較され，計算誤差は約30%程度と言われている。

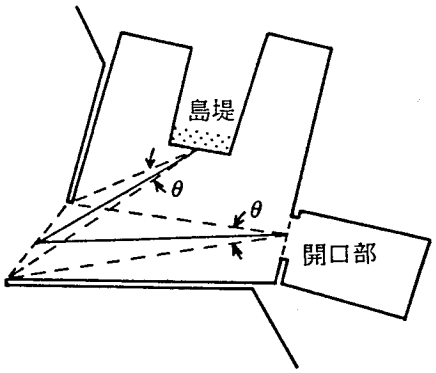


図３－７　港内での回折と反射

高山の方法に関連した方法として，桑島[27]，丸山[28]等がある。また久保[29]は，港内係留船の運動に対して波向が重要なパラメーターになることより，高山の方法を拡張して，港内での方向スペクトルを求める方法を示している。

（３）Wave Ray法

Larsen[30]は一定水深の場合について，Wave Rayをトレースする方法を用いて港内波の計算を行っている。考え方としては，高山の方法と同様に，港内での波変形を回折と反射に分類し，図3-8に示すように，港内の着目点Ｐに到達するRayとして，幾何光学的な成分（入射波η_Iとその反射波η_{Ri}）に加えて，防波堤の先端や港内の隅角部から発生する回折散乱波をDiffracted Rayとして取り扱い，

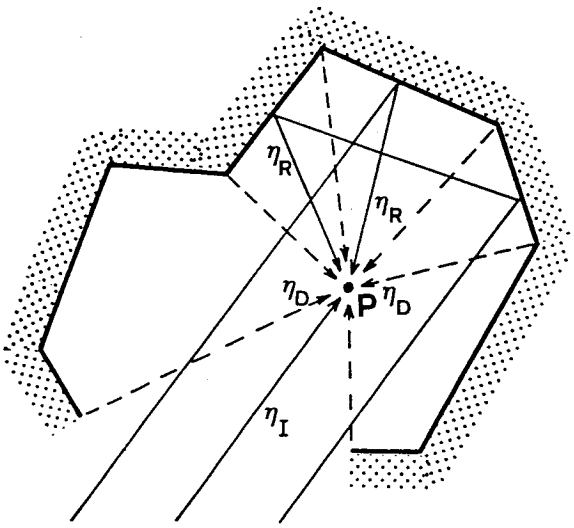


図３－８　Ｐ点に到達する Wave Ray

それらの寄与η_{Di} を幾何光学成分に加えて近似解を構成する。すなわち，P点での波浪場は次式で表される。

$$\eta(P)=\eta_I(P)+\sum_i \eta_{Ri}(P)+\sum_i \eta_{Di}(P) \qquad (3-25)$$

Larsenは隅角部での回折（Wedge Diffraction）の解として，Kouyoumjian and Pathak[31]のものを用いている。

Wave Ray法は規則波を対象とした方法ではあるが，不規則波に対しても容易に拡張でき，また波向が明確に現れるため，港内での方向スペクトルの算定にも適している。

以上近似解法として，ソグレア法，高山の方法，およびWave Ray法について述べたが，いずれも光学における取り扱いに類似した方法である。したがって，一般にこれらの方法は，港のスケールに比べて波長が十分短い場合に精度のよい方法である。厳密解法は，波長が短い場合には適用しにくい方法であったことを考えると，両者の谷間を埋めるような計算法の開発が望まれるが，今のところ適宜使い分けるか，組み合わせて用いるなどして対応する以外にないようである。

第３節　有限要素法による港内波浪の予測とその適用性

３・１　計算法の概要

前節で述べたように，開境界の処理法として，$\widetilde{\phi}_s$ の表現に解析解の級数和（式(3-11)）を用いる方法を採用した場合には，港内の速度ポテンシャルを求める問題は，式(3-12)の汎関数を停留化する問題に帰着される。有限要素法は，対象とする領域内を多数の要素に分割し，各要素の節点上の未知量を用いて汎関数を近似的に表現しておき，汎関数の停留化条件を用いて未知量を決定する方法である。式(3-12)の離散化表現法についてはBehrendt[5]に詳しいので，以下ではその概要のみ示す。

まず図3-2の領域Ω_1をＮ個の三角形要素に分割し，各要素の節点上の$\widetilde{\phi}_1$を$\widetilde{\phi}_{1i}$ (i=1,2,・・・,N)とする。式(3-12)の第１項の面積分は，線型な形状関数を用いることにより，$\widetilde{\phi}_{1i}$ を用いて近似的に表現することができる。また第２項以下の線積分についても，Γ_1, Γ_2上の$\widetilde{\phi}_{1i}$ および式(3-11)の$\widetilde{\phi}_s$ に対する表現式を用いて表すことができる。ただし式(3-11)中のβ_nの項数は，n=0,1,2,・・,n_{max}までとるものとする。したがって，式(3-12)の汎関数$\mathfrak{F}$ は，$\widetilde{\phi}_{1i}$ およびβ_nを用いて，次式のように近似的に表現される。

$$\mathfrak{F}(\widetilde{\phi}_1, \widetilde{\phi}_s) \fallingdotseq \mathfrak{F}_*(\widetilde{\phi}_{1i}, \beta_n)$$
$$(i=1,2,\cdot\cdot,N;\ n=0,1,\cdot\cdot,n_{max}) \qquad (3-26)$$

$\mathfrak{F}$ の停留化問題を，近似的に$\mathfrak{F}_*$ の停留化問題とみなすと，$\mathfrak{F}_*$ の第１変分がゼロとなる条件として次式が成立する。

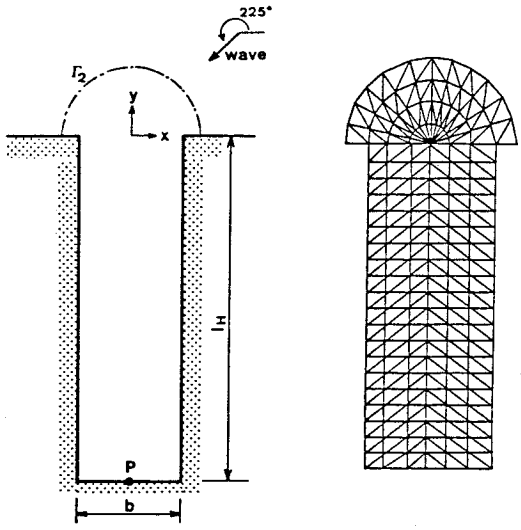
$$\frac{\partial \mathfrak{F}_*(\widetilde{\phi}_{1i}, \beta_n)}{\partial(\widetilde{\phi}_{1i}, \beta_n)}=0 \quad (i=1,2,\cdot\cdot,N,\ n=0,1,\cdot\cdot,n_{max}) \qquad (3-27)$$

上式をマトリックスで表現すると次式のようになる。

$$\widetilde{\mathbb{K}}\,\vec{\phi}=\vec{q} \qquad (3-28)$$

ここに $\widetilde{K}$ は剛性マトリックスで，$(N+n_{max}+1)$ の次元をもつ複素対称マトリックスである。また $\vec{\phi}$ は $\widetilde{\phi}_{1i}, \beta_n$ からなる未知量ベクトル，$\vec{q}$ は既知量のみで構成される自由項ベクトルである。節点上の速度ポテンシャル $\widetilde{\phi}_{1i}$ および未知係数 β_n は，式(3-28)の複素連立一次方程式を解くことによって求めることができる。Behrendt[5]は，要素の大きさ，仮想境界面 Γ_2 の位置，β_n の項数などについて詳細に検討しているが，以下に述べる計算条件などで検討した結果，三角形要素の大きさは，その最大辺長を波長の1/20以下程度にすればよく，また β_n の項数については Γ_2 の位置とも関連しているが，通常の計算では $n_{max}=10$ 程度にすればよいことがわかった。

計算法の妥当性を確認するために，図3-9(a)に示すような一定水深の長方形湾に対して，図3-9(b)に示す要素分割で計算を行った。図3-10は，湾奥中央部P点での振幅増幅率（港内波高／入射波高の2倍）の kl_H（k は波数）に対する応答を，第2節で述べたLee[10]の方法と比較して示したものであるが，両者はよく一致していることがわかる。



（a）$b/l_H=0.3$　（b）要素324，節点193

図3－9　長方形湾およびその要素分割

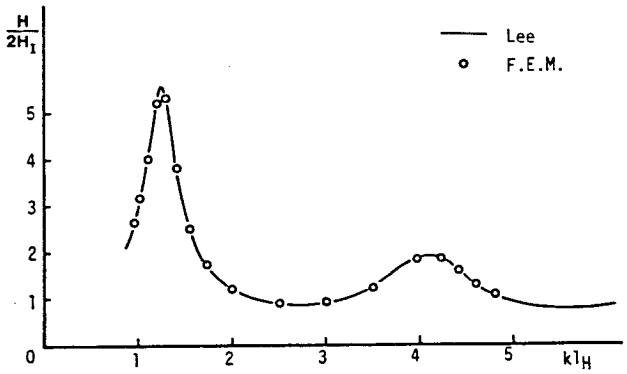


図3－10　湾奥部での振幅増幅率

3・2　実験装置および方法

（1）模型港湾および実験ケース

水理模型実験は，図3-11に示すような，その端部に波峰線と30度の角度をなす1/10勾配斜面を有する3次

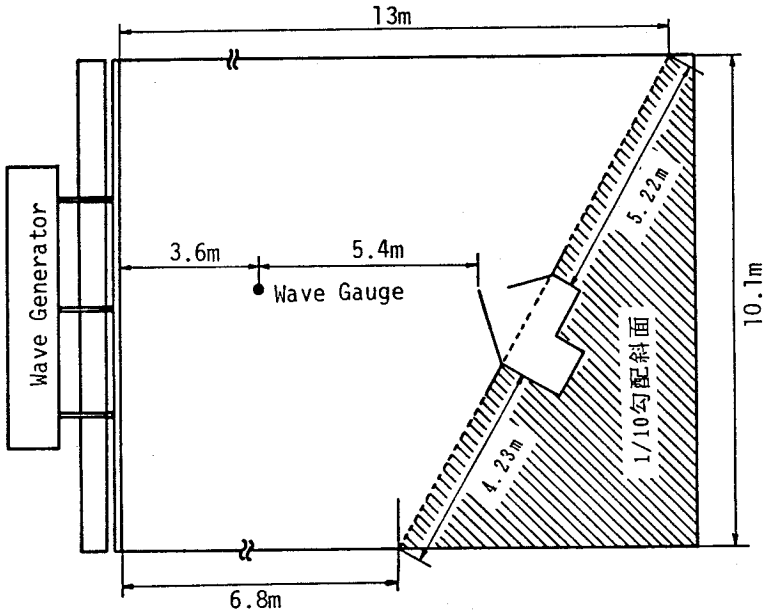


図３－１１　実験水槽

元造波水槽で行った。模型港湾は主防波堤と副防波堤を有するタイプのもので，入射波が主防波堤で遮られて直接港内に入ってこないように設置した。港内水深は，港外と同じく図の破線部から1/10勾配で浅くなっており，水深は破線から造波板側で30cm，港内左奥（最奥部）で16.7cm，右奥で23.4cmである。モデル港湾の詳細を図3-12に示す。

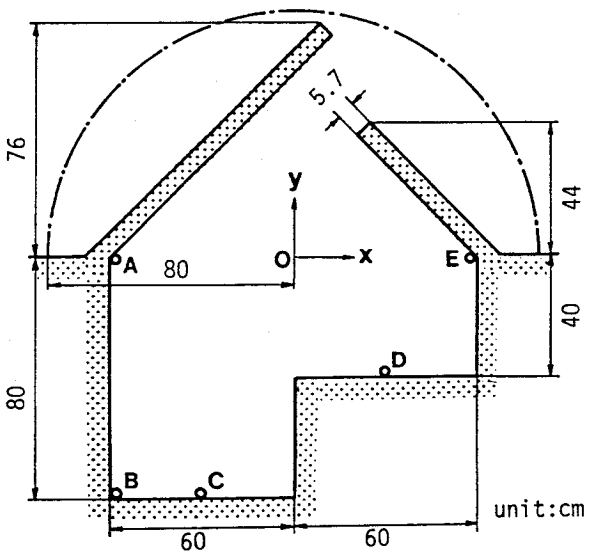


図３－１２　模型港湾

また港外の海岸線（1/10勾配斜面の始まるライン）には港の端部から1mの長さで鉛直壁を設置した。実験は港内の境界をすべて鉛直壁としたケースに加えて，港内左奥あるいは右奥の岸壁に，遊水部を有する多孔壁式低反射岸壁を設置したケースに

ついても行ったが，その際港内水面の形状を変化させないよう岸壁に埋め込むような形で設置した。

実験ケースとしては，周期0.8秒および1.6秒の２種類の波については港内に一辺約10cmの正方形メッシュで設けた294点で水位変動を測定し，さらに周期0.8秒から0.1秒毎に2.0秒までの13種類の波については，図3-12に示したＡ～Ｅの５点で同時記録をとった。また入射波高については、どの周期についても3cm程度となるように調整し，港内波高については水位変動波形をもとに，港湾からの反射波が港内に再び入ってくるまでの間の定常状態の波高を読み取った。

（２）低反射岸壁の水理特性

本実験で用いた低反射岸壁は，図3-13に示すように，前面に厚さ6cmの板に直径1.4cmの孔を空けた多孔壁（空隙率0.192）を有するものである。この様な低反射岸壁の水理特性および数値計算への導入法はこれまでにも研究されており[32]，反射率に影響を及ぼす要因としては，遊水部幅，空隙率，波高，波長，設置水深などが考えられる。今回は数値計算に取り込む（反射率を与える）ための実験であるので，設置水深（16.7cmおよび23.4cm）毎に，反射率及び入反射波の位相差が波高に関係なく与えられることが望ましい。そこで２次元造波水路で，２種類の設置水深に対して周期および波高を種々変えて反射率を測定した。その結果，周期が一定の場合，岸壁への入射波の波高が2cm以下では反射率および位相差は波高によってほとんど変化しないが，2cm以上になると波高の増大にともなって反射率が減少する傾向を示すことがわっかった。平面実験では港への入射波高が3cm程度なので，港内岸壁への入射波高は2cm以下であると考えられる。従って今回の実験においては反射率に及ぼす波高の影響はないものと思われる。図3-14(a),(b)は入射波高2cm以下の実験値を用いて，波数と水深の積kh に対する反射率及び部分重複波のnodeの位置

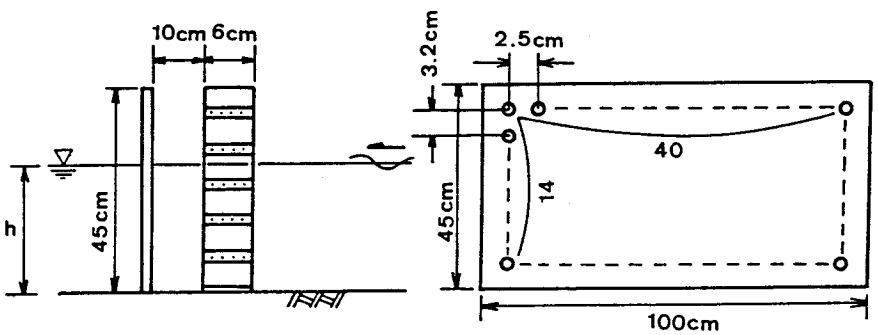
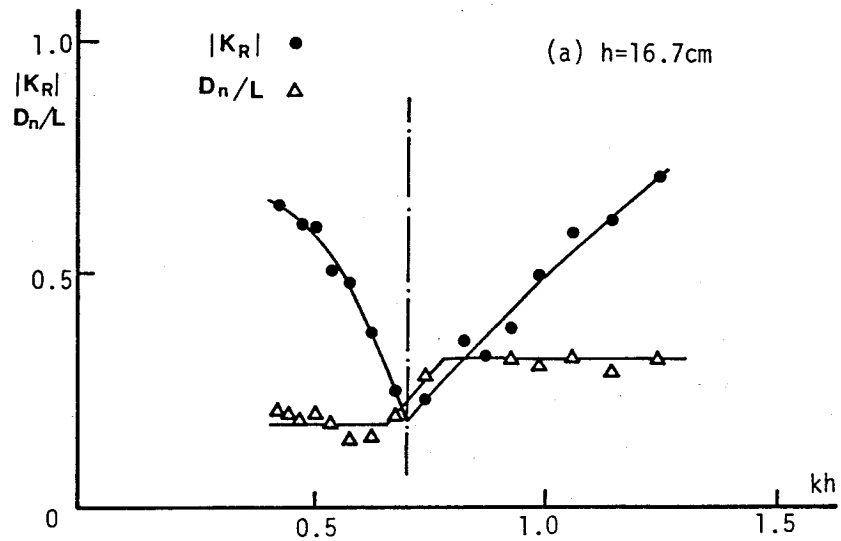


図３－１３　遊水部を有する多孔壁式低反射岸壁



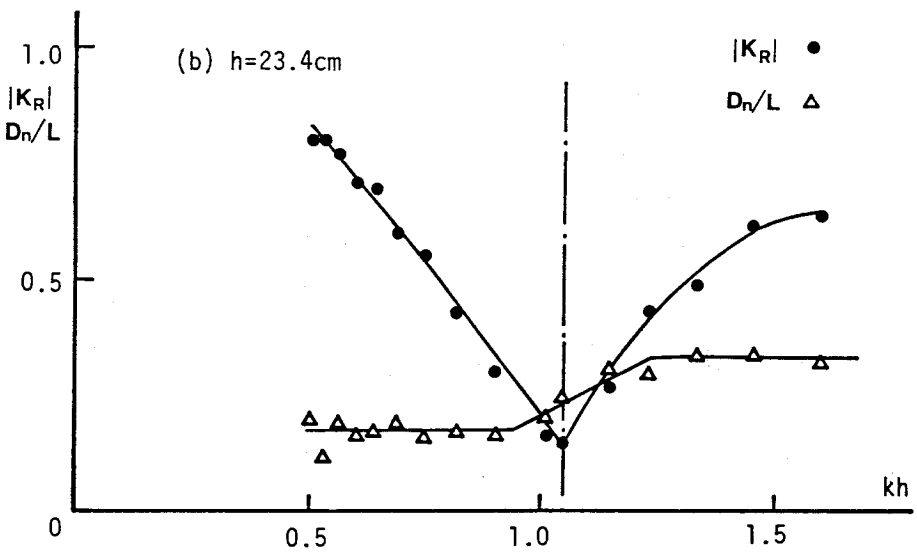


図３－１４　低反射岸壁の反射特性

（図中D_n は多孔壁前面からnodeの位置までの距離を表している）の変化を示したものである。これより，水深16.7cmの場合にはkh =0.7付近で，水深23.4cmの場合にはkh =1.05付近で反射率が最小となり，nodeの位置（入反射波の位相差に対応している）もこの点を境に急変していることがわかる。

以上の結果より低反射岸壁の反射率及び位相差は，各水深毎に周期のみの関数として求められることがわかった。そこでこの実験結果を数値計算に取り込むために，図3-14中の実線のような変化曲線を仮定し，図から読み取った反射率及びnode位置から，複素数としての（位相情報を含んだ）反射率K_Rを算定し，式(3-7)に代入して複素吸収率αを求めた。なおこの場合，位相差を計算する位置は数値計算に合わせるために多孔壁前面としている。

３・３　実験結果と計算結果の比較

ここでは①港内の境界をすべて鉛直不透過壁とした場合，および②港の左奥および右奥の岸壁に前述した多孔壁式の低反射岸壁を設けた場合についてそれぞれ模型港湾に対する計算結果と実験結果を比較し，計算手法の適用性について検討を加える。ただし計算の際の要素分割は図3-15に示すように，総節点数は1133個，総要素数は2076個，節点間隔は縦横ともに約7cmである。

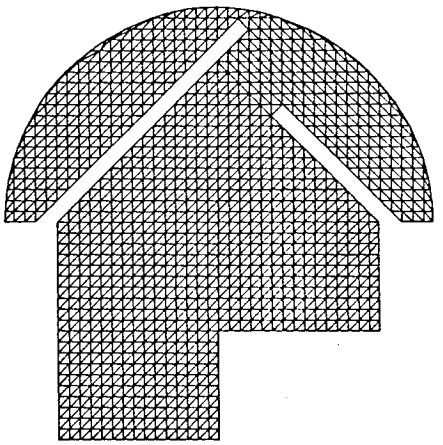


図３－１５　有限要素分割

（１）港内境界がすべて鉛直壁の場合

図3-16(a)(b)および図3-17(a)(b)は，周期0.8秒および1.6秒の場合の波高分布の計算結果（不透過壁ではK_R=1としている）と実験結果を対比して示したものである。図中の数字は港内の波高を入射波高で無次元化した波高比である。これより，分布形状については両図とも計算結果はほぼ実験結果を説明しているが，T=0.8秒の場合の波高比の値は左隅港奥部付近で実験値よりも大きくなっている。図3-18(a)～(c)は図3-12に示したＡ点，Ｃ点およびＤ点での波高比の周波数応答を示したものである。ただし横軸のl_H は港口から港奥までの長さ（2.53m）である。図中白丸は実験結果を，実線は港内岸壁をすべて完全反射（K_R=1.0, α=0.0）とした場合の計算結果である。これより全体的な傾向は似かよってはいるものの，計算値は

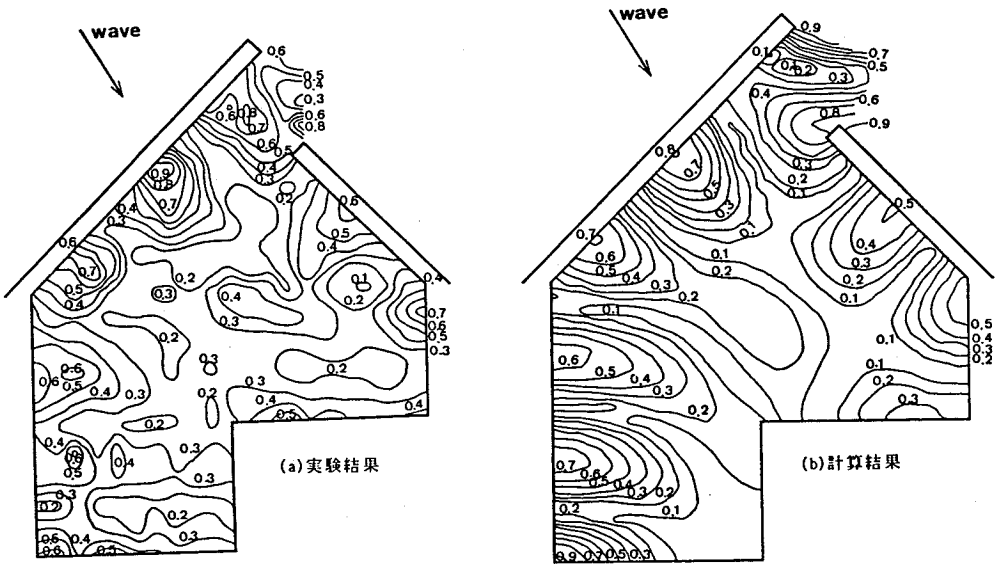


図３－１６　波高分布（鉛直不透過壁，Ｔ＝０．８sec）

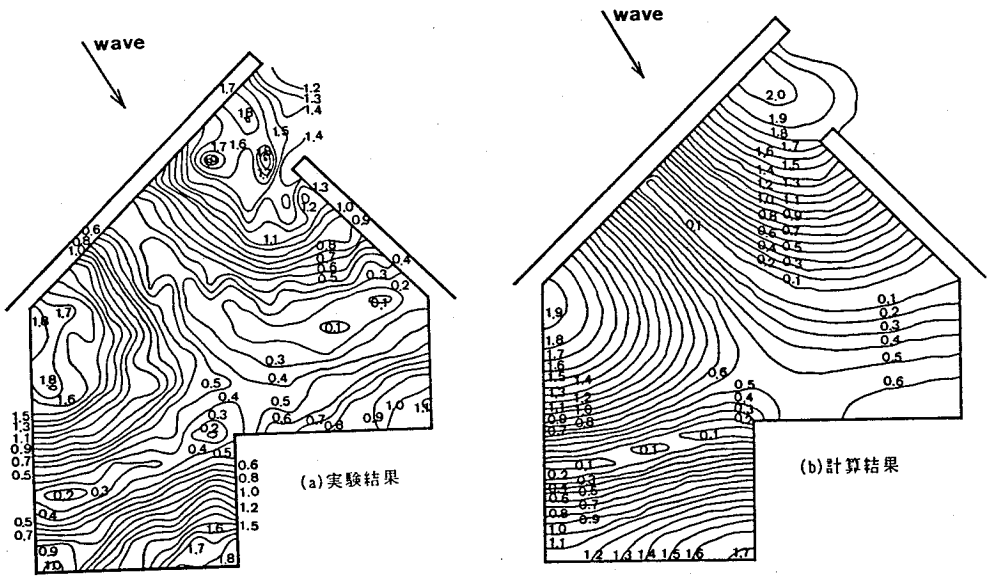


図３－１７　波高分布（鉛直不透過壁，Ｔ＝１．６sec）

実験値よりもかなり大きな値を示し，多くの鋭いピークが出現している。これはエネルギー逸散の考慮されていない本計算手法においては，多重反射した波の重なりが実験よりも過大に評価されるためであると考えられる。エネルギー逸散の原因としては，港口部での急縮に伴うエネルギー損失，水底および岸壁での摩擦損失，波の非線型性による高周波数成分へのエネルギーの移行など種々のものが考えられるが，ここではこれらのエネルギー損失を岸壁の反射率に集約し，反射率をわずかに小さくして計算を試みた。図3-18中の破線は反射率K_R=0.94（吸収率α=0.03）の場合の計算結果であり，この場合には鋭いピークは現れておらず，定量的にも実験値に近づいている。このときの波高分布図は省略するが，コンターの形状は図3-16に示した完全反射の場合とほとんど変わらず，波高比の値が全体的に小さくなるのみである。

（２）低反射岸壁を設置した場合

図3-19(a)(b)は，港内左奥に低反射岸壁を設置した場合（このときの反射率は約0.75）の実験および計算で得られた波高分布を示したものである。実験結果は，図3-16の鉛直不透過壁の場合と比べて波高比の分布形状に目立った変化はないが，港内は全体的に静穏になっていることがわかる。それに対して計算結果は図3-16と比べると分布形状が大きく異なっており，右奥の岸壁前面では設置前よりも波高比が大きくなっている。一方図3-20(a)(b)は右奥の岸壁に低反射岸壁を設置した場合（このときの反射率は約0.6）の結果であるが，この場合には実験，計算とも図3-16と比べると低反射岸壁前面の波高のみが低下しており，両者の分布形状は似通っている。左奥に低反射岸壁を設置した場合の計算結果が実験結果と一致しないのは，左奥岸壁前面はそれをはさむ左右の鉛直不透過壁の影響で複雑な斜め多重反射領域となっており，２次元実験から得られた反射率を簡略化した境界条件に適用して計算する方法には無理があったためではないかと思われる。これに対して右奥の岸壁への入射波は岸壁に対して直角方向の成分が卓越していると思われ，また図3-16からもわかるように低反射岸壁を設置しなくとも前面波高が比較的小さかったために計算結果は実験結果と大きく変わらなかったものと思われる。

図3-21(a)～(c)には，左奥に低反射岸壁を設置した場合のＡ点，Ｃ点およびＤ点での波高比の周波数応答を示す。図中の破線は，低反射岸壁以外の岸壁の吸収率を0.03とした場合の計算結果である。応答曲線には鉛直不透過壁の場合のような鋭いピークはみられず，また鉛直壁にわずかな吸収率を与えても応答曲線は大きくは変化しないことがわかる。また計算値はkl_Hの小さい領域で実験値を説明できてい

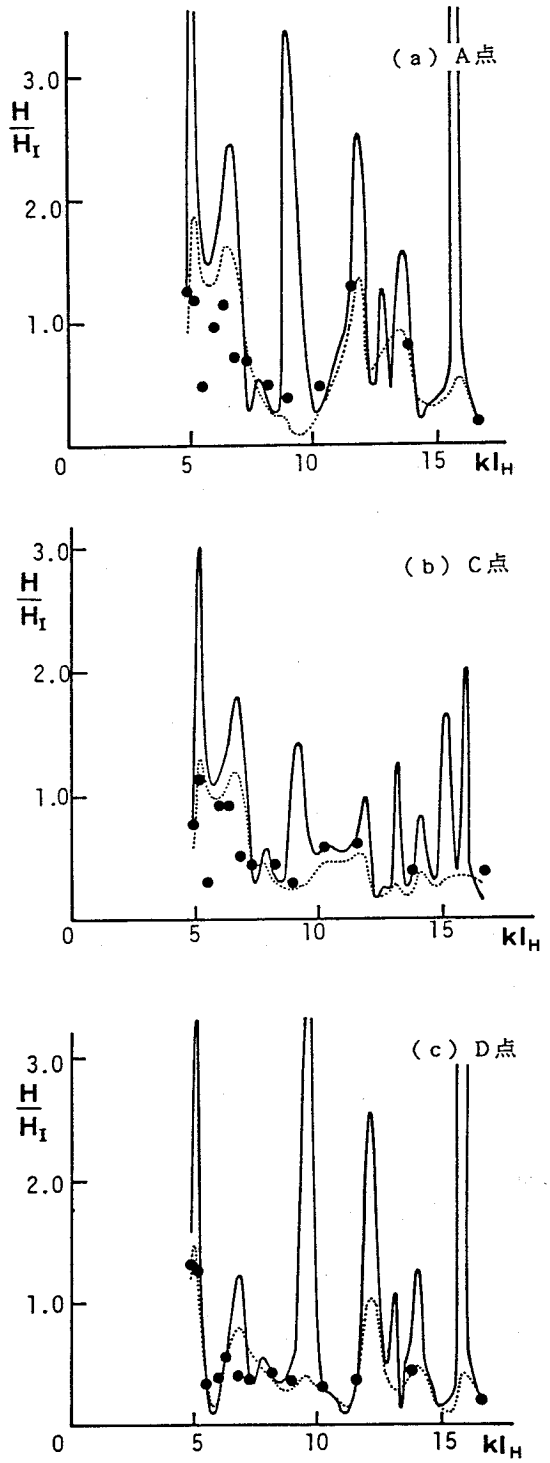


図３－１８　波高比の周波数応答（鉛直不透過壁）

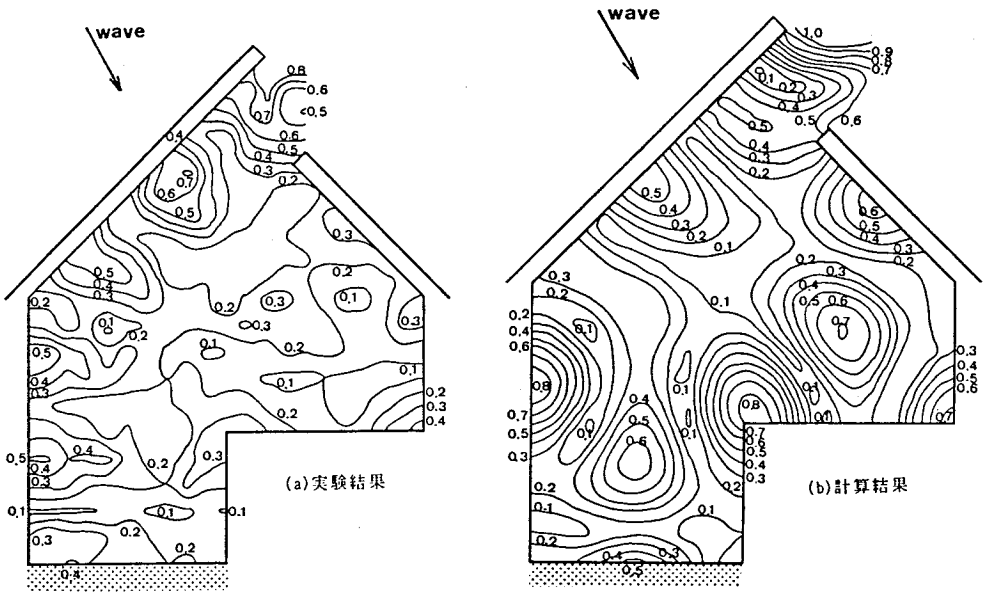


図３－１９　波高分布（左低反射，Ｔ＝０．８sec）

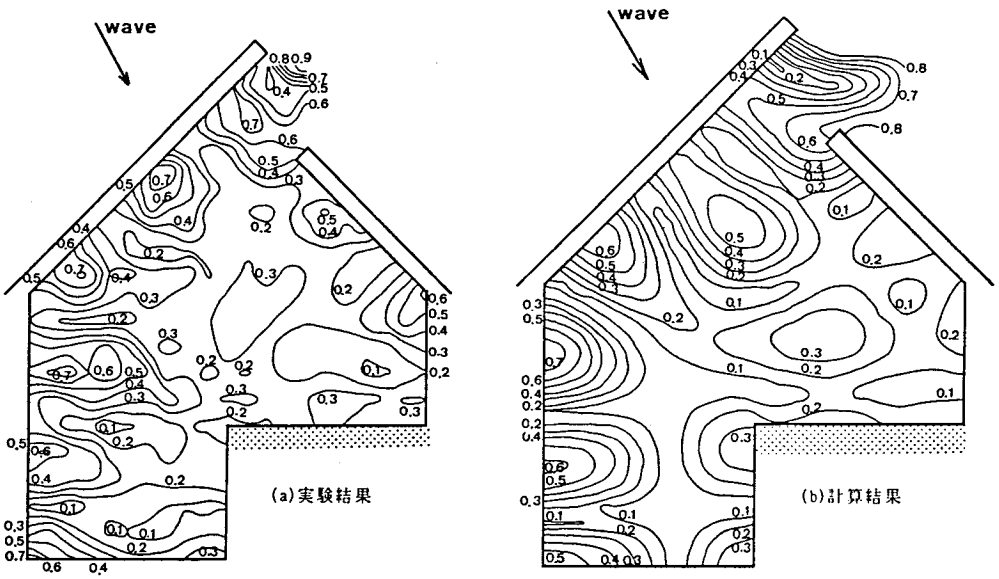


図３－２０　波高分布（右低反射，Ｔ＝０．８sec）

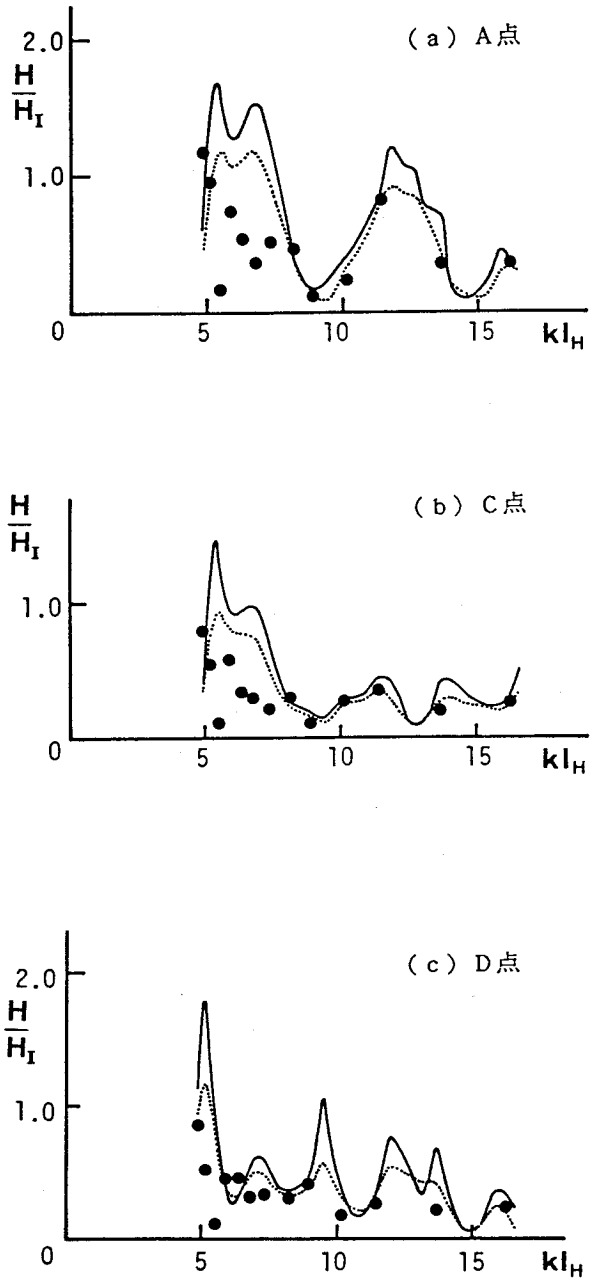


図３－２１　波高比の周波数応答（左低反射）

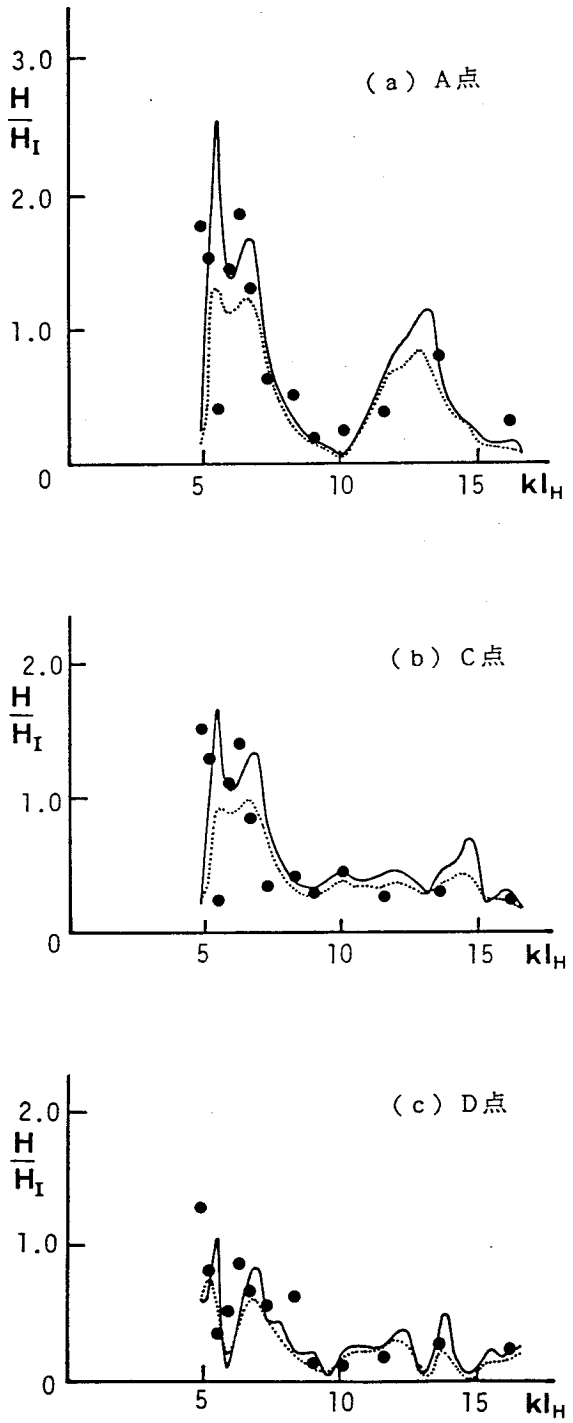


図３－２２　波高比の周波数応答（右低反射）

ない。一方図3-22(a)～(c)は，右奥に低反射岸壁を設置した場合の周波数応答であるが，計算値と実験値の一致は良好である。ただし図3-16と比較しても，低反射岸壁の効果はあまり現れておらず，むしろkl_Hの小さな領域で波高比が大きくなっていることがわかる。

本節では，緩勾配方程式を用いた有限要素法による港内波浪の計算が，一般的な形状でかつ港内に低反射岸壁を有するような港に対して，どの程度の適用性を有するかを水理模型実験により調べた。主要な知見は次の通りである。(i)港内がすべて鉛直不透過壁で囲まれる場合でも，港内境界の反射率をすべて1.0とする，いかなるエネルギー損失をも考慮しない解析法では，波高比の分布，周波数応答とも定性的には一致するものの計算値は過大となり，周波数応答曲線には数多くのピークが発生する。ただしこの場合でも，種々のエネルギー損失を代表させる意味で，岸壁にわずかの吸収率を与えることにより，定量的な予測がある程度可能である。(ii)港内に低反射岸壁を設置した場合，岸壁前面が斜め多重反射領域となるような場合には，２次元実験から得られる反射率と位相差を境界条件に取り込む今回の方法では港内の波高分布形状を正しく予測することができない。

第4節 Wave Ray法による港内波浪の予測とその適用性

4・1　計算法の概要と問題点

第2節2・3で述べたように，Wave Ray法は，港内での波変形を，入射波の反復反射および港内隅角部からの回折散乱波の発生とその反射に分け，それらをWave Rayとして追跡することによって波の場を求めようとする計算法である。この方法は，三井ら[33]が海岸構造物不連続部周辺の波高分布の計算に適用した方法と基本的な考え方は同じである。すなわち，図3-23に示すような構造物まわりの波高分布を求める場合，図中に入射波領域（Ⅰ），入射波と反射波が重合した領域（Ⅰ＋Ｒ）で示す幾何光学的な成分に加えて，構造物の隅角部①および②から放射状に発生する回折散乱波を重ね合わせる方法である。この方法では，隅角部での回折現象を各々独立として取り扱っているため，①の隅角部からの散乱波は境界Ｃ上での反射条件を満足しておらず，また②の隅角部からの散乱波は境界Ａ上での反射条件を満足していない。したがって，隅角部①および②が近接している場合（実際には波長との比で規定される）には，計算の誤差が大きくなる。すなわち Wave Ray法は，回折散乱波の発生点（防波堤先端や港内隅角部）が波長に比べて十分離れていることを前提とした方法であることがわかる。

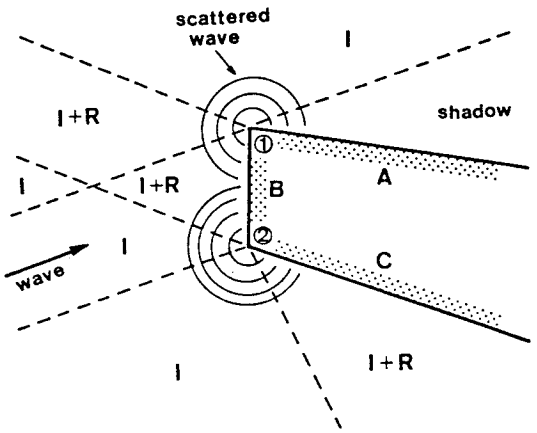


図３－２３　隅角部周辺の波動場

高山[34]は，図3-24に示すような開口防波堤に対する厳密解と，２つの半無限防波堤に対する解を重ね合わせた近似解とを比較している。それによれば，近似解の精度は波の入射角が直角に近いほど，また開口幅と波長の比Ｂ／Ｌが大きいほどよく，直角入射の場合にはＢ／Ｌ=0.5程度までは厳密解とよく一致することが示されている。高山も指摘しているように，斜め入射およびＢ／Ｌが小さい場

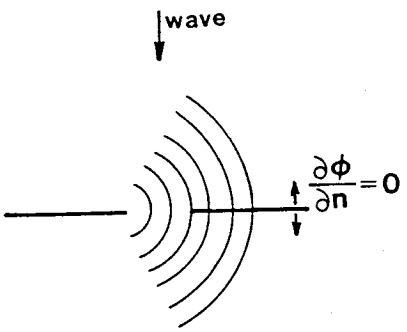


図３－２４　開口防波堤先端からの回折散乱波

合に解の精度が悪くなるのは，一方の防波堤から発生する回折散乱波が他方の防波堤上での反射条件を満足しにくくなるためであると考えられる。すなわち，直角入射に近い場合には，防波堤先端から発生する回折散乱波は円筒状に極めて近く，他方の防波堤上での完全反射の条件$\frac{\partial \phi}{\partial n}=0$を近似的に満足しているため，B／Lが小さい場合にも厳密解との一致度がよいものと思われる。

以上のことより，隅角部からの回折散乱波の等位相線図を調べることは，隅角部相互の干渉の程度の１つの目安になるものと考えられる。そこでWave Ray法の適用性について検討する前に，各種隅角部に対する回折散乱波の様子を調べておく。図3-25～図3-27は，45°，90°，225°の隅角部から発生する回折散乱波の等位相線図である。ただし図中の破線は幾何光学的に不連続となる境界線を表している。これより，45°および90°の隅角部の場合には，回折散乱波は円筒波とは著しく異なる部分があることがわかる。このことはまた，Diffracted Rayが隅角部から放射状に出ているとして回折散乱波の波向を求めることにも問題があることを示唆している。

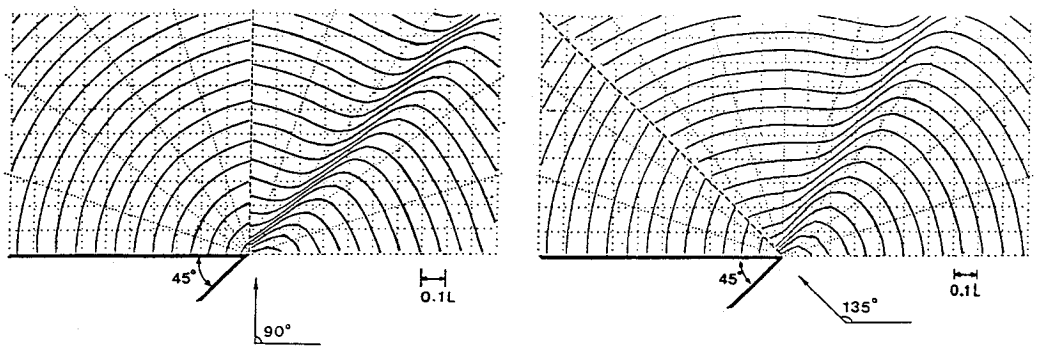


図３－２５　回折散乱波の等位相線図（４５°）

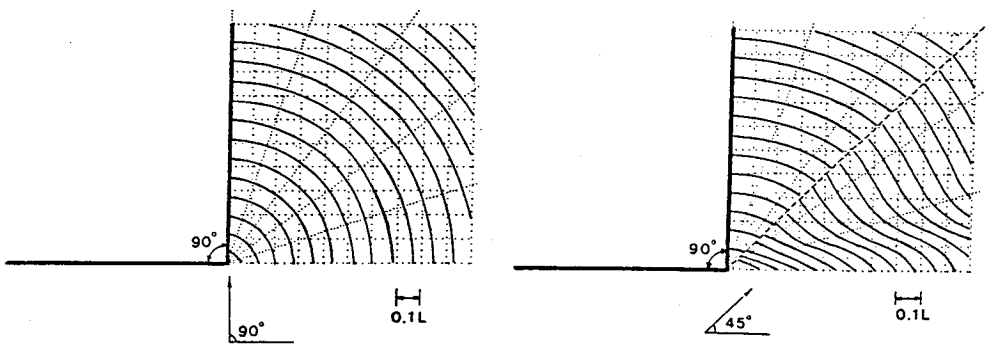


図３－２６　回折散乱波の等位相線図（９０°）

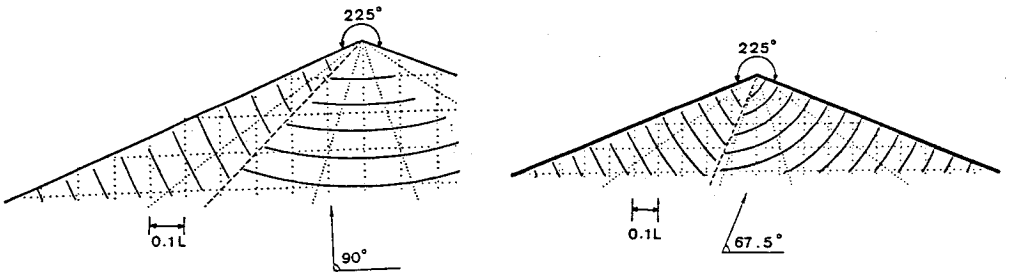


図３－２７　回折散乱波の等位相線図（２２５°）

４・２　計算法の適用性

図3-28および図3-29は，図3-29中に示すようなＬ字型港湾（水深は一定で21cm）内の，Ａ点およびＣ点における波高比の周波数応答を示したものである。横軸の l_H には港の代表長4mをとっているが，kl_H=30程度までを対象にしており，第３節で取り扱った港よりも大きなスケールの港を想定している。図中実線はWave Ray法による計算値であるが，反射回数＋回折回数＝４となった時点で計算を打ち切っている。また一点鎖線および破線は，第２節２・２で述べた境界積分方程式法のうち，Leeの方法[11]による計算値であるが，前者は港湾境界をすべて完全反射とした場合，後者は反射率K_R=0.94とした場合に対応している。これより，港湾境界をすべて完全反射とした場合のLeeの方法では，周波数による応答値の変動が激し

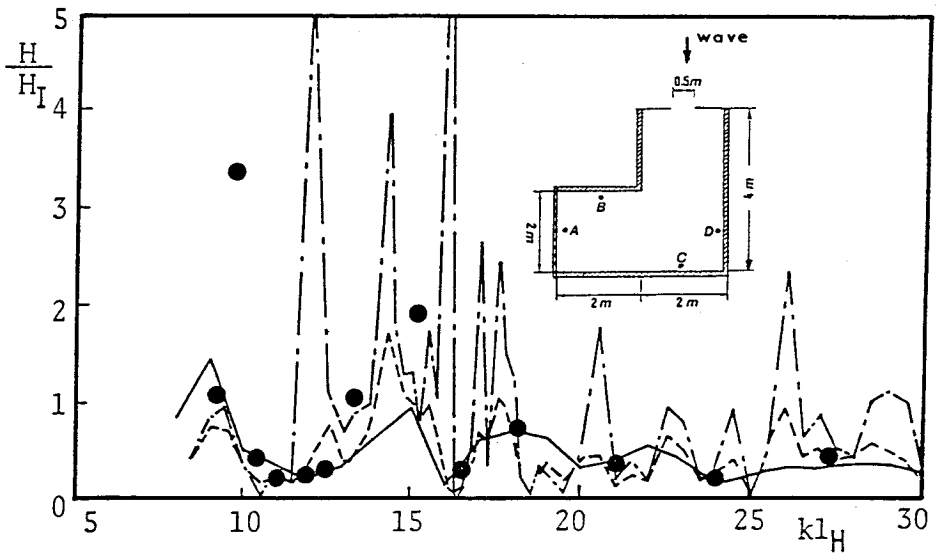


図３－２８　波高比の周波数応答（Ａ点）

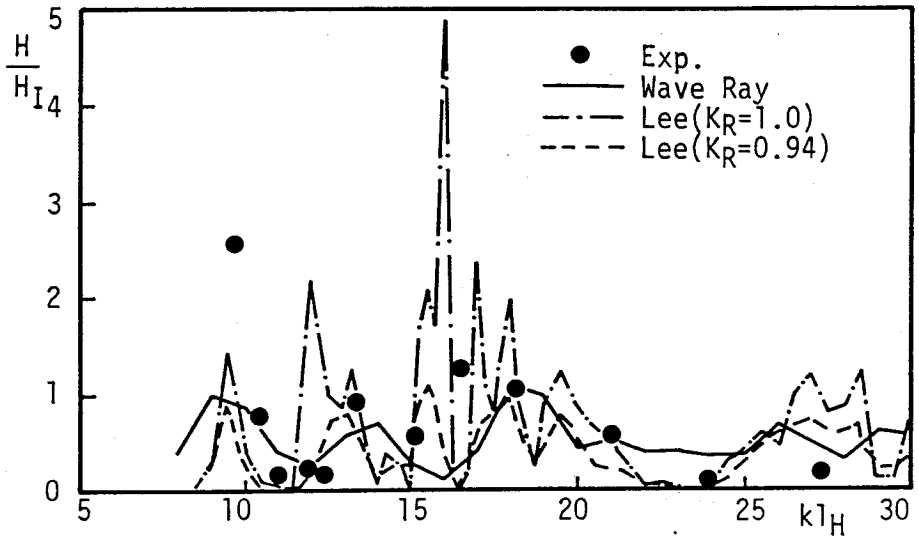


図３－２９　波高比の周波数応答（Ｃ点）

く，過大なピーク値が出現しているのに対し，反射率を0.94としたケースでは，応答値が著しく小さくなって実験値（●）に近い値を示している。このことは第２節の結果と一致している。またWave Ray法による計算値も，Leeの方法で反射率を0.94とした場合と同程度には実験値を説明しており，今回対象としたようなkl_Hの大きな領域では必ずしも厳密解の方が優れているとは言い難い結果を示している。また図3-30はＣ点での波高比と位相差を，波向毎の線スペクトルとして表示したもので，港内任意点での波の場が詳細に求められることがわかる。

以上より，明確な限界値を示すことはできないが，港の代表長が波長に比べて大きいような場合には，計算の容易さ，個々のRayの波向や位相差が簡単に求められる点などを考慮すると，Wave Ray法は船体動揺予測と結びつける上でも十分実用的な方法であると言えよう。

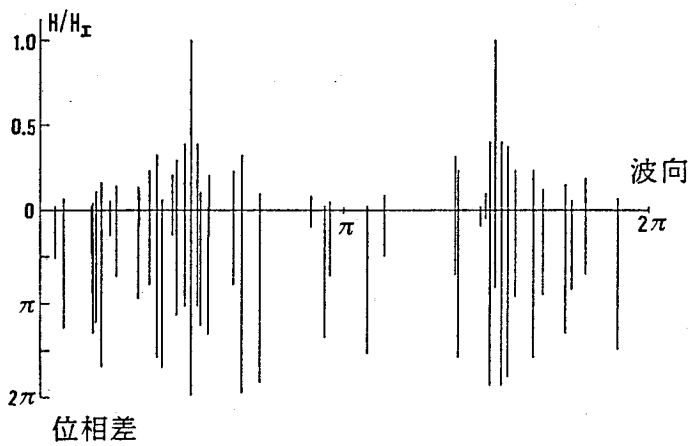


図３－３０　波高と位相差のスペクトル（$kl_H=8\pi$）

第５節　波群に伴う長周期波と湾水振動

５・１　研究の背景

前節までは，港のスケールに大小はあるものの，通常の風波の卓越周波数領域での港の応答特性について論じた。しかしながら，セイシュとして古くから知られる港内水面の振動現象[35]は，港内係留船の被害要因のうちでも最も重要なものの１つであり，その発生原因がいまだに十分解明されていないことから，効果的な対策法がないのが実状である。特に外洋に面した漁港においては，台風や冬季風浪による高波浪時には，数分周期の長周期振動が数多く観測され，荷役作業に支障をきたすだけでなく，避泊中の漁船の係留索が切断されるなどの被害が数多く報告されている[36)-40)]。

菅原・神瀬[36]は，漁港におけるこの様な長周期振動現象は，港外で砕波するような高波が来襲するときに発生することが多いことから，港内での振動現象を，砕波による港内水位の上昇と，波の不規則性によって港の内外で生じたエネルギー差に起因するHelmholtz mode(Pumping mode)の振動としてとらえ，港内での Wave Set-up および港の減衰自由振動の特性について実験的に調べている。ただし規則波実験であるため，不規則波による強制振動に対する検討が必要である。山本ら[37),38)]は，銚子漁港の”あびき”に対する現地観測を行い，周期１分～２分の長周期の水面変動が港内で増幅されており，これは港の固有周期に対応することを示している。またこの長周期変動の大きさは波浪の波高との相関が高いことから，波浪によって励起された長周期波成分が原因ではないかと述べている。また広瀬・橋本[40]は，田子の浦港における長期間の長周期波の観測結果に基づいて統計解析を行っており，田子の浦港の長周期波は周期90秒前後の波が卓越すること，長周期波の波高の頻度分布は通常の沿岸波浪のものと同様であるが，周期については異なること，および長周期波のスペクトル形は通常の波浪のスペクトル形と強い相似性があることなどが示されている。これらのことから彼らは，田子の浦における長周期波は，来襲するうねりがなんらかの原因により周波数変調を受けた結果ではないかと述べている。

以上のような研究結果から，漁港などの小規模港湾においては，荒天時に数分周期の長周期振動が顕著であり，この現象は通常波浪の波高の変動周期および港の固有周期がともに数分程度であることとなんらかの関係があることが容易に予想される。また港内係留船のSwayやSurge等の固有周期も数分程度であることが多く，数

分程度の変動周期をもつ現象が，港の静穏度低下や係留船舶の被害などに強く関連していると思われる。そこで本節では，波群性の最も顕著な波として群波（２成分波）をとりあげ，群波の変動周期に着目して，長方形湾の振動特性を実験的に調べることを目的としている。以下ではまず長方形湾の長周期波による強制振動実験を行って，実験水路内での応答特性を把握する。さらに群波の造波に伴って生じる造波水路内特有の長周期波について検討した後，群波による振動実験を行って，群波の変動周期付近の応答特性を調べる。

５・２　長方形湾の振動特性

（１）実験装置および方法

実験は図3-31に示すように，長さ26m，幅1.5m，深さ1.9mの２次元造波水路を２枚の仕切り板で３つの水路に分け，中央の水路に幅0.2mの長方形湾を設置して行った。小水路に分割した理由は，群波を用いた実験の際に湾からの反射波を極力小さくするためであるが，これによって，造波水路内での湾の応答はより複雑なものになると考えられる。湾の長さは，湾奥の壁を移動させることにより，1.1m～4.0mまで15種類変化させ，それぞれ湾奥，湾中央，湾口および湾口横の側水路内の計４点で水位変動を測定した。ただし，水深は湾口部で25cmと一定である。

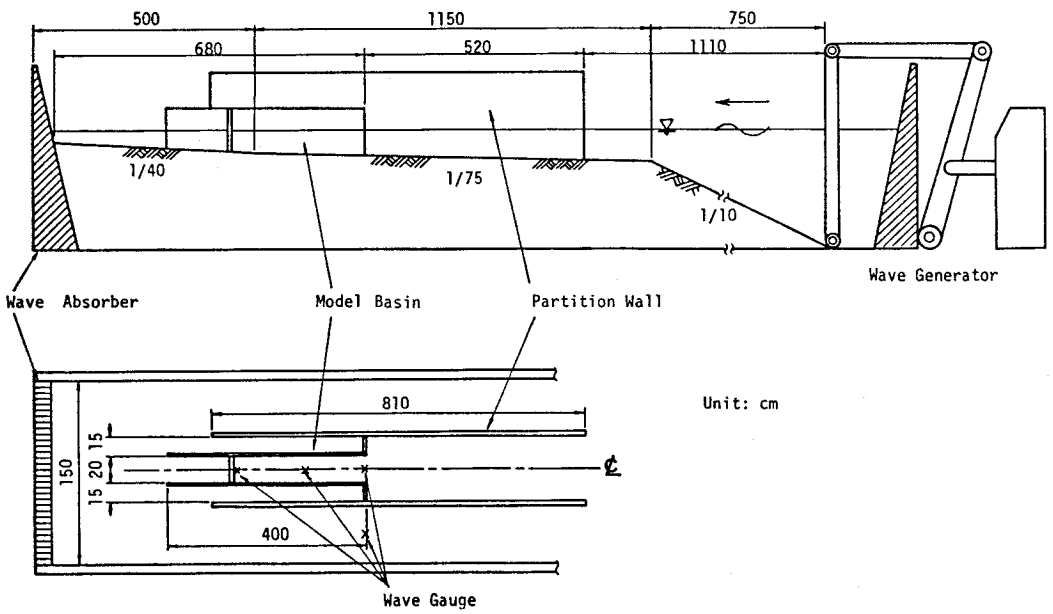


図３－３１　造波水路および長方形湾の設置状況

また図3-32に示すように，造波板の上端に板バネとコイルバネを組み合わせた変位計を２台取り付け，造波板の動きを計測できるようにした。発生波の周期は7.86秒および10.4秒の２種類とし，造波板の運動は，静水面上での水平移動振幅が常に26cmとなるように設定した。

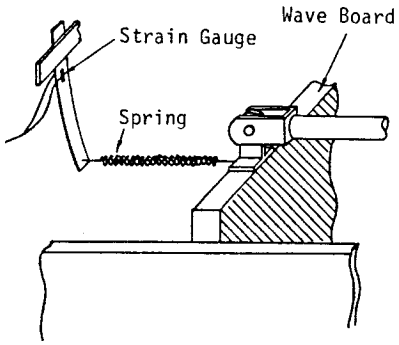


図３－３２　造波板の変位の測定

（２）応答特性

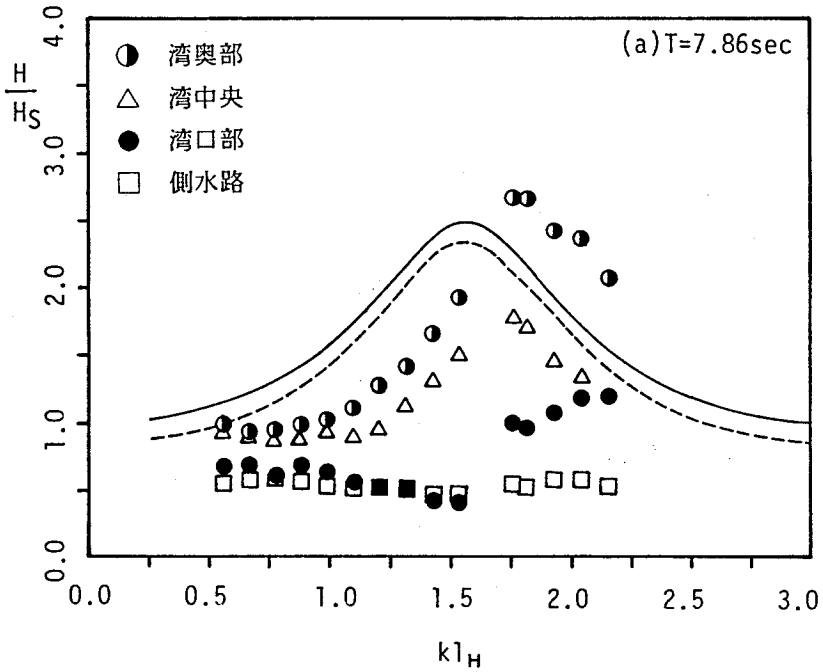
図3-33は波数k と湾長l_H の積に対する各点での応答の変化を示したものである。ただしk は湾内の平均水深に対するものである。今回用いたような長周期波では，水槽端部でエネルギーが消散しないため，造波水路内で重複波を形成していると考えられる。この様な場合に湾への入射波成分のみを抽出することは難しいので，図中縦軸の応答値H/H_sは，湾の長さが最も短い1.1mのケースの湾奥部の波高H_sとの比として表している。したがって，図3-33は，入射波に対する真の振幅増幅率ではなく，相対的な応答の大きさを表しているにすぎない。

有限長さの造波水路内で，長周期波を発生させて湾の応答を調べる場合，実験で得られた応答特性が，湾に特有のものか，それとも造波水路全体の応答特性の影響を強く受けたものであるかに十分注意する必要がある。今の場合，波の周期は一定として，湾長のみ変化させているので，造波水路の影響は小さいと考えられ，事実周期7.86秒のケースでは，$k\,l_H$ の変化に対して側水路内での波高はほとんど変化していない。ただし，周期10.4秒の場合には$k\,l_H$ の増大にともなって側水路内の波高も増大しており，造波水路の影響を若干受けていることがわかる。

図中の実線は，Bowers[41]による水路内での長方形湾の一次元振動に対する，湾奥での振幅増幅率$H/2H_I$（H_Iは入射波高）を示したものであり，これは次式で与えられる。

$$\frac{H}{2H_I}=\frac{1}{\sqrt{\cos^2 k\,l_H+b^2W^{-2}\sin^2 k\,l_H}} \qquad (3-29)$$

ここにbは長方形湾の幅，Wは水路の幅である。また図中の破線は，l_H =1.1mの場合の上式の値を１として表した相対的な応答曲線で，実験値に対応するものである。図より，周期7.86秒の場合には，ピークの発生位置や大きさに若干のずれはあ



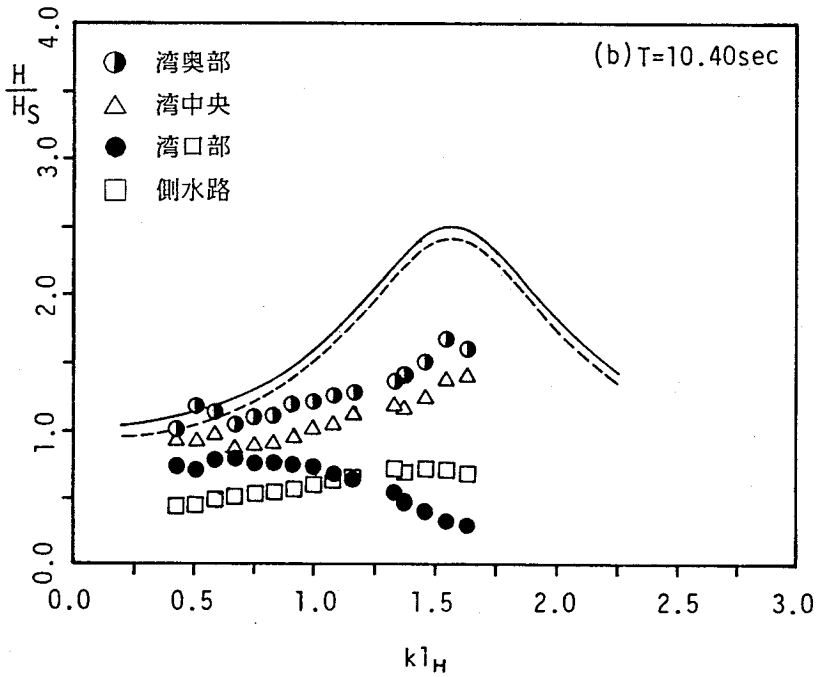


図３－３３　長周期波に対する長方形湾の応答特性

るものの，理論値とも比較的近い値をとっており，長方形湾特有の応答特性が明確に現れていると考えられる。一方，周期10.4秒の場合には，応答の傾向は現れているものの，周期7.86秒の場合に比べると，造波水路の振動の影響を強く受けているようである。

5・3　群波の造波に伴って水路内に発生する長周期波の特性

今回の実験のように，群波の非線型干渉によって生じる高次のオーダーの長周期波を対象とした模型実験を行う場合，次に挙げる造波水路特有の長周期波の発生は避けられない問題である。

①造波板上での境界条件を満足するために生じる長周期自由波とその造波板での再反射波

②群波の変形過程で生じる長周期自由波の造波板による再反射波

①および②の波はいずれも造波板に起因する波で，現実の海では存在しないものである。したがって，群波による湾の振動実験に先立って，造波水路内でのそれらの波の大きさおよび存在形態を把握しておく必要がある。

以下では，まず①の波に対して非線型造波理論による検討を行い，次に②の波に対しては群波の浅水変形実験に基づいてその実態を把握する。

（1）群波の造波によって生じる長周期自由波

Barthelら[42]およびFlick and Guza[43]らは，図3-34に示すようなフラップ型の造波板による非線形造波問題を取り扱っている。それによれば，2nd orderの速度ポテンシャル$\Phi^{(2)}$に対する基礎方程式および境界条件は次式で与えられる。

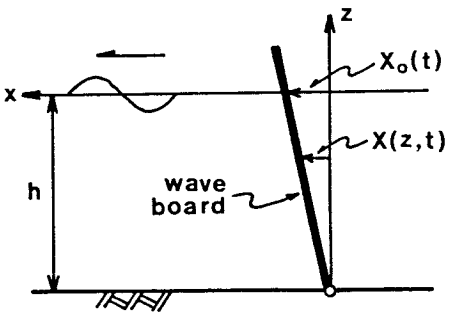


図３－３４　フラップ型造波板

$$\nabla^2\Phi^{(2)}=0 \qquad (3-30)$$

$$\frac{\partial^2\Phi^{(2)}}{\partial t^2}+g\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial z}=-\eta^{(1)}\left\{\frac{\partial^3\Phi^{(1)}}{\partial^2 t\,\partial z}+g\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial z^2}\right\}$$
$$-\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial t}\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial t\,\partial z}+\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x}\left\{g\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial t}-\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x\,\partial t}\right\}$$
$$-\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial z\,\partial t} \qquad ;\ \text{at}\quad z=0 \qquad (3-31)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z}=0 \qquad ;\ \text{at}\quad z=-h \qquad (3-32)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial x}=-X_0\left\{\frac{h+z}{h}\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial x^2}-\frac{1}{h}\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z}\right\} \quad ;\ \text{at}\quad x=0 \qquad (3-33)$$

ただし，$\Phi^{(1)}$および$\eta^{(1)}$は 1st orderの速度ポテンシャルおよび水位変動であり，X_0は図3-24に示すように，静水面上での造波板の変位を表している。式(3-31)および(3-33)は非同次の境界条件となっているので，$\Phi^{(2)}$を$\Phi^{(2)}=\Phi^{(21)}+\Phi^{(22)}$のように２つの成分に分け，それぞれ次式のような境界条件を与える。

<u>$\Phi^{(21)}$に対して</u>：

$$\frac{\partial^2\Phi^{(21)}}{\partial t^2}+g\frac{\partial \Phi^{(21)}}{\partial z}=B^{(1)} \qquad ;\ \text{at}\quad z=0 \qquad (3-34)$$

$$\text{no condition} \qquad ;\ \text{at}\quad x=0$$

<u>$\Phi^{(22)}$に対して</u>：

$$\frac{\partial^2\Phi^{(22)}}{\partial t^2}+g\frac{\partial \Phi^{(22)}}{\partial z}=0 \qquad ;\ \text{at}\quad z=0 \qquad (3-35)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(22)}}{\partial x}=-X_0\left\{\frac{h+z}{h}\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial x^2}-\frac{1}{h}\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z}\right\}-\frac{\partial \Phi^{(21)}}{\partial x}$$

$$;\ \text{at}\quad x=0 \qquad (3-36)$$

ここに$B^{(1)}$は式(3-31)の右辺を代表している。上式より明らかなように，$\Phi^{(21)}$は自由表面上で非同次条件が与えられており，1st orderの波の２次干渉として与えられる拘束波を表している。一方$\Phi^{(22)}$は，式(3-35)から明らかなように，線型の分散関係式を満足する自由波を表している。

$\Phi^{(21)}$の拘束波については，Ottesen Hansen[44]および浜田[45]らによってその解が求められており，$\eta^{(1)}$が次式で与えられるとき，

$$\eta^{(1)}=\sum_{j=1}^{2} a_j \cos\left(k_j x-\omega_j t\right) \qquad (3-37)$$

水位変動の長周期成分$\eta_L^{(21)}$は次式で与えられる。

$$\eta_L^{(21)}=a_1 a_2 G_{12} \cos\left(\Delta k x-\Delta\omega t\right) \qquad (3-38)$$

ここに，G_{12}は拘束波の伝達関数で，次式で与えられる。

$$G_{12}=\frac{1}{\Delta k \Delta\omega^2 h \coth\left(\Delta k h\right)-g h \Delta k^2}\left[\frac{g}{2}\Delta\omega\Delta k^2 h\left(\frac{k_1}{\omega_1}+\frac{k_2}{\omega_2}\right)\right.$$

$$\left.\cdot \coth\left(\Delta k h\right)-\frac{1}{2}\Delta k^2\Delta\omega^2 h+\frac{\omega_1\omega_2\Delta k^2 h \cosh\left(\Delta k h\right)}{\cosh\left(\sigma k h\right)-\cosh\left(\Delta k h\right)}\right]$$

$$\cdots (3-39)$$

ただし，$\Delta\omega=\omega_1-\omega_2$，$\Delta k=k_1-k_2$，$\sigma k=k_1+k_2$である。

一方自由波成分$\Phi^{(22)}$による長周期水位変動$\eta_L^{(22)}$については，Barthelら[42]によって次式のような解が与えられている。

$$\eta_L^{(22)}=a_1 a_2 Q \cos\left(\Delta k_F x-\Delta\omega t\right) \qquad (3-40)$$

ここにΔk_Fは$\Delta\omega^2=g\Delta k_F \tanh\left(\Delta k_F h\right)$を満足する固有値である。また$Q$は成分波の諸量から決まる定数であるが，煩雑な式となるので，Barthelらを参照されたい。

式(3-38)および(3-40)を用いることにより，造波された群波を構成する2つの成分波の振幅a_1, a_2を与えて，拘束波$\eta_L^{(21)}$および自由波$\eta_L^{(22)}$の水位変動を求めることができる。前述したように，$\eta_L^{(22)}$は造波板の存在によって発生する造波水路特有の波であるため，これが大きい場合には現実とはかなり異なったものになる。そこで今回対象とする群波の成分波の振幅を式(3-40)から計算してみたところ，造波板前面での$\eta_L^{(22)}$の振幅は10^{-2}cmのオーダーであり，以下に述べる実験で得られ

た長周期波の振幅と比べると１オーダー小さい値であった。この自由波は成分波の変形の影響を受けないため，水路内で重複波を形成したとしても，十分無視できる程度であると考えられる。

（２）造波水路内での長周期波の形態

図3-31に示した造波水路において，水路隔壁および模型港湾を取り除き，表3-1に示す４種類の群波を発生させた。ただし表中のT_gは群波の周期，T_1およびT_2は成分波の周期である。波高については，砕波せずに消波工まで到達するケース，および造波板から10m前後離れた地点で高波高部のみが砕波するケースの２種類とした。水位変動の測定は，造波板前面2.5mから18mまでの間を50cmおきに計33点で行った。

表３－１　浅水変形実験に用いた群波

Case	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
周期 (sec)	T_g=10.24 T_1=1.6 T_2=1.896	T_g=10.24 T_1=1.4 T_2=1.622	T_g=7.88 T_1=1.6 T_2=2.008	T_g=7.88 T_1=1.4 T_2=1.702
波高	造波板の振幅で制御（静水面での最大振幅は7cmと10cmの２種類）			

図3-35は，T_g=10.24secで非砕波の場合の群波の時系列を示したもので，図中

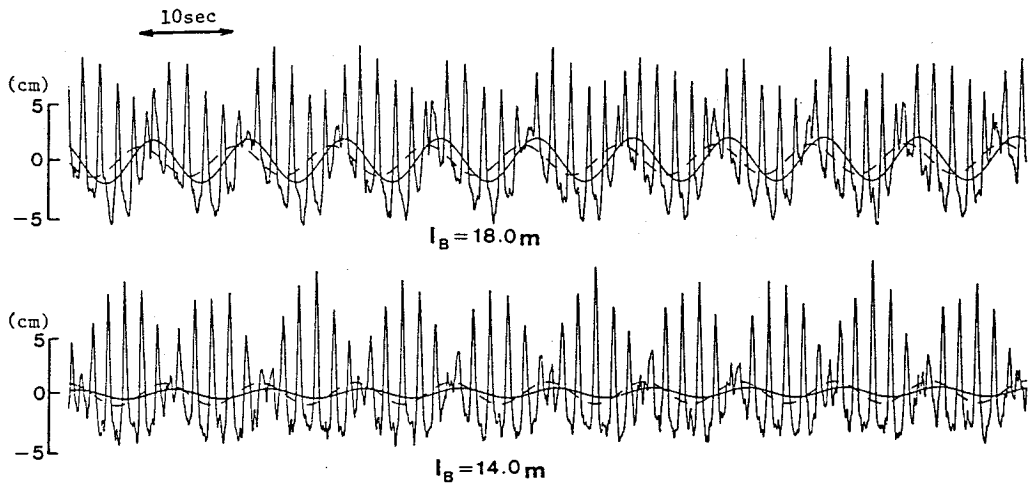


図３－３５　伝播に伴う群波の時系列の変化（その１）

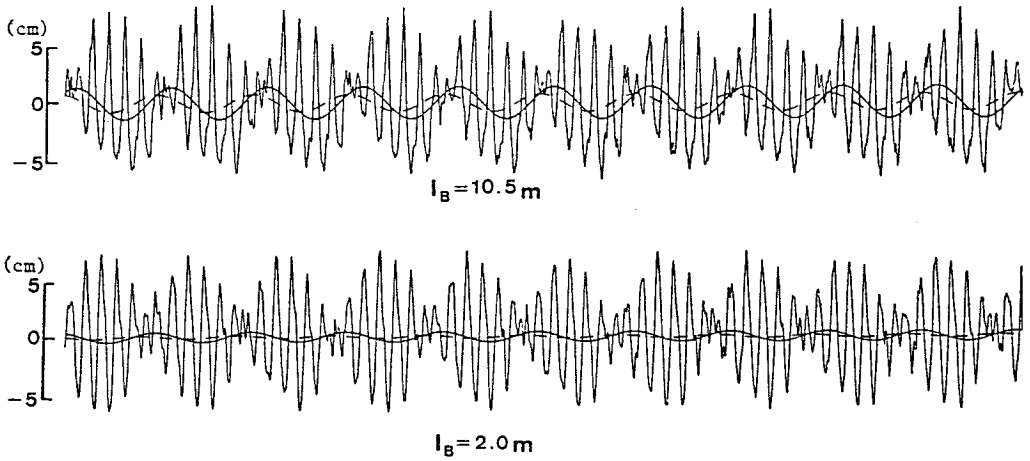


図３－３５　伝播に伴う群波の時系列の変化（その２）

l_B は造波板前面からの距離を示す。また図3-36は，それらの時系列に対する振幅スペクトルの変化を示したものである。図3-36からわかるように，造波板近傍のス

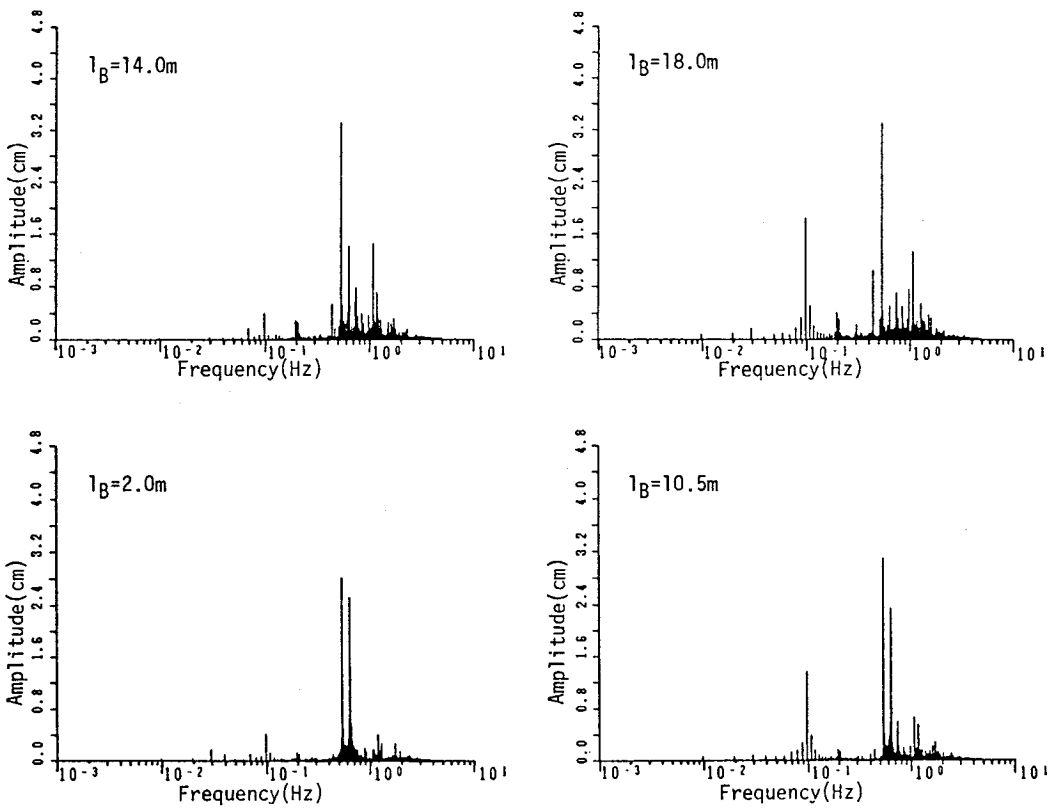


図３－３６　伝播に伴う群波の振幅スペクトルの変化

ペクトルは，群波が２成分波であることをはっきり示しているが，伝播距離が大きくなるにつれ，非線型干渉により高周波数側（T_1）の波の振幅が減少していることがわかる。一方群波の周期に対応する長周期波のスペクトルは，l_B =14.0mで一旦小さくなった後，再び増大している。図3-35中に実線で示した長周期変動は，図3-36の線スペクトルのうちT_gに対応する成分のみの時系列を抽出したものである。

図3-37～図3-39は，T_1，T_2およびT_gに対する振幅の，造波水路内での変動の様子を示したものである。ただしT_1，T_2については，それぞれの周波数に対応する線スペクトルの前後２つ，計５つの周波数の振幅をエネルギー的に合成し，それを代表振幅として表している。また縦軸の振幅比は，l_B =2mの地点のT_2の波の振幅の比として表してある。これらの図より，群波の周期や波高の大小（砕波か非砕波か）が違っても，成分波の振幅の変動特性は変化しておらず，いずれの場合にもT_1の波の振幅がl_B =10m付近を境に急激に減少していることがわかる。図中の実線および破線は，それぞれT_1およびT_2の波の浅水変形を微小振幅波理論により求めたものであるが，線型理論とは全く異なった様相を呈しており，強い非線型干渉が起こっていることがわかる。

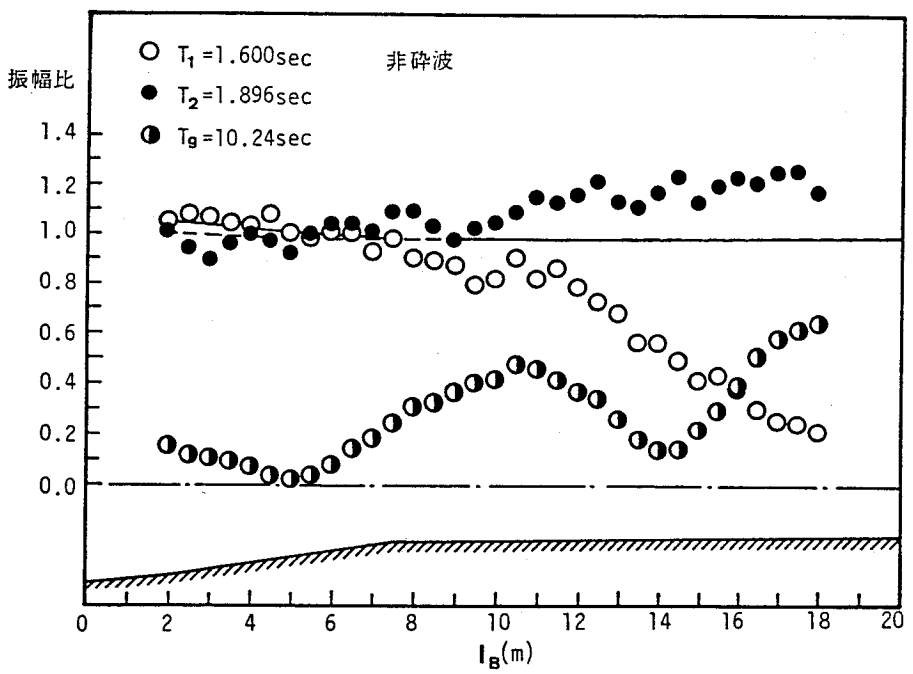


図３－３７　成分波および長周期波の振幅の空間的な変動
（T_g=10.24，T_1=1.6，T_2=1.896，非砕波）

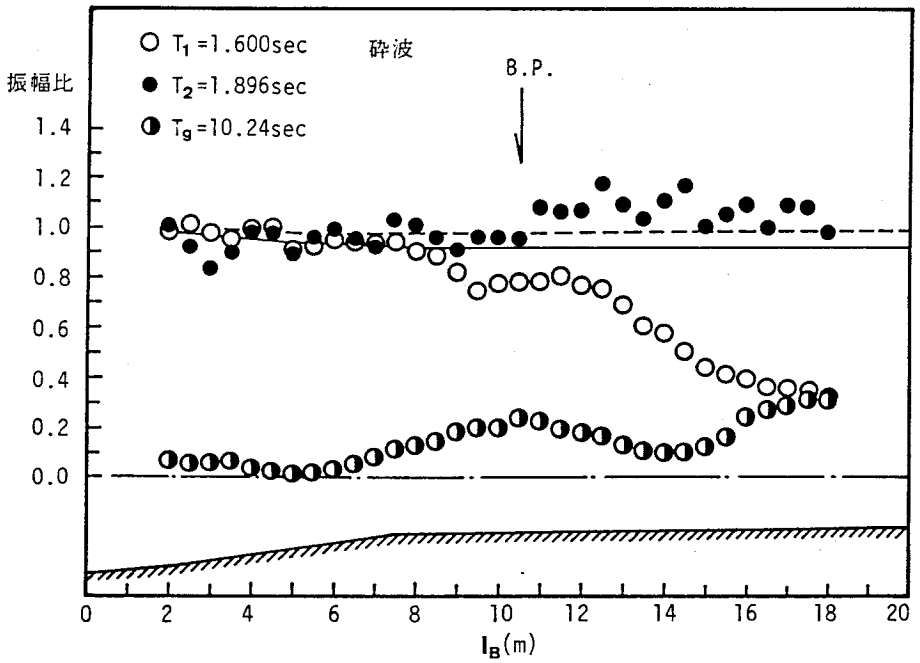


図３－３８　成分波および長周期波の振幅の空間的な変動

（T_g=10.24，T_1=1.6，T_2=1.896，砕波）

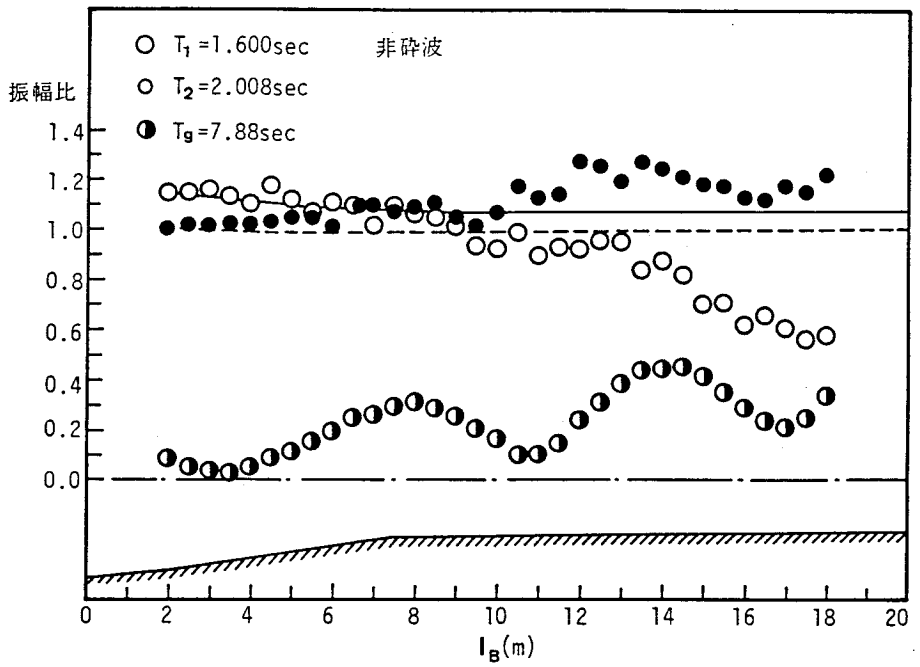


図３－３９　成分波および長周期波の振幅の空間的な変動

（T_g=7.88，T_1=1.6，T_2=2.008，非砕波）

一方，長周期波成分の振幅の変動を見ると，砕波，非砕波にかかわらず，水路内で規則的に変動しながら増大する傾向を示しており，変動の波長は群波の周期によって異なっている。また砕波する場合にも，砕波点を境に分布形状が変化するようなことはなく，さらには砕波が発生するような波高の大きいケースよりも，むしろ波高の小さな非砕波のケースの方が，成分波に対する長周期波成分の割合は大きくなっている。この原因についてははっきりしないが，砕波によるエネルギー逸散を伴わない方が，長周期波成分を発生させるような干渉効果が強く現れ，短周期側から長周期側へのエネルギー移行が大きくなるためではないかと推察される。

このような長周期波成分について調べるために，まず式(3-38)で与えられる拘束波との比較を行ってみる。群波は伝播の過程で数多くの成分波に分散しているため，まず水位変動波形をFourier級数に展開し，その中から周波数差$\Delta\omega$ が$2\pi/T_g$と等しい関係となっている２つの成分波の組をすべて取り出す。これらの波を次式のように表現すると，

$$\left.\begin{aligned}\eta_{1j}^{(1)}&=a_{1j}\cos\omega_{1j}t+b_{1j}\sin\omega_{1j}t\\ \eta_{2j}^{(1)}&=a_{2j}\cos\omega_{2j}t+b_{2j}\sin\omega_{2j}t\end{aligned}\right\}\quad j=1,2,\cdot\cdot,N \qquad (3-41)$$

拘束波成分$\eta_L^{(21)}$ は次式で与えられる。

$$\eta_L^{(21)}=\sum_{j=1}^{N}[G_{12j}\{(a_{1j}a_{2j}+b_{1j}b_{2j})\cos\Delta\omega t - (-a_{1j}b_{2j}+a_{2j}b_{1j})\sin\Delta\omega t\}] \qquad (3-42)$$

上式から求めた拘束波の時系列を，図3-35中に破線で示してあるが，両者の大きさはほぼ等しいものの，位相関係にはずれがみられる。図3-40に拘束波の振幅（●）の空間的な変動を実験値（○）とともに示すが，拘束波成分波浅くなるにつれてほぼ単調に増大する傾向を示しており，実験値のように振動していない。そこで，位相を考慮して，実験値から拘束波成分を差し引いた成分の振幅を図中に（◑）で示すが，この変動パターンからみて，自由波が水路内で反射定常波を形成しているものと考えられる。前述したように，造波板から発生する自由波成分は小さく，図3-40に示すケースでは約0.04cm程度であると予想されるので，実験で計測された自

由波は，群波の浅水変形過程で生じたものと考えられ，その大きさは拘束波成分と同程度である。

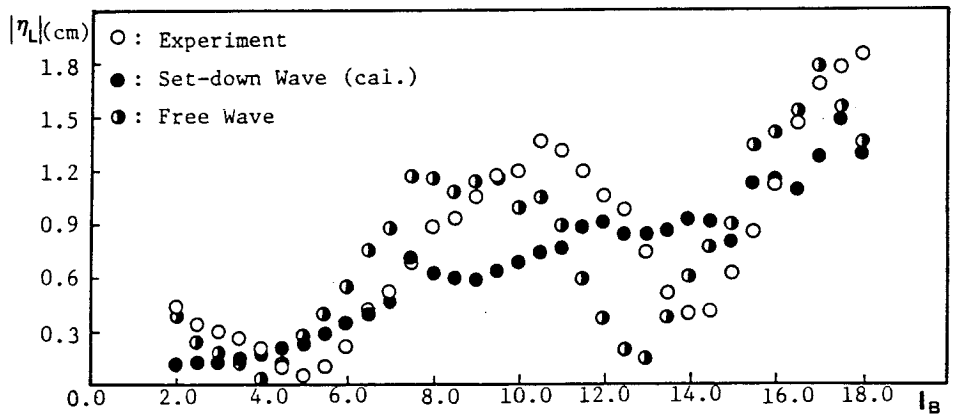


図３－４０　成分波および長周期波の振幅の空間的な変動

５・４　群波による長方形湾の長周期振動

（１）実験条件および湾内波浪の特性

実験に用いた群波は，表3-2に示すように，T_gの異なる２種類の波である。また波高（造波板の振幅）は，この２つの群波に対してそれぞれ３種類変えたが，最も波高の小さなケースは砕波が起こらないのに対し，中間の波高のケースでは湾口前面で高波高部のみが砕波し，波高のもっとも大きなケースでは湾口部前面で半数以上の波が砕波した。以後これらを非砕波，弱砕波，強砕波のケースと呼ぶことにする。なお入射波は造波板前面2mの地点で，湾内の水位変動は，湾口，湾中央，および湾奥の３ヶ所で測定した。

表３－２　実験に用いた群波

波	周期 (sec)	T_g=10.24 T_1=1.896 T_2=1.6	T_g=7.88 T_1=2.007 T_2=1.6
	波高	造波板の振幅で制御（静水面での最大振幅は 7cm, 9cm, 10cmの３種類）	
水深		湾口部で25cm，造波板前面で112cm	
湾の形状		幅20cm，長さ110cm～380cm	

図3-41および図3-42は，T_g=7.88secの場合の非砕波および砕波のケースに対する振幅スペクトルを示したものである。図中，左上に示した小さな図は，周波数1/T_g付近の低周波数部分のみを拡大したものである。また図中A_{rms}は，振幅スペクトルからエネルギー平均値として求めた代表振幅（波形の標準偏差η_{rms}に等しい）である。これより，湾内では測定値点によって高周波数側，低周波数側とも振幅スペクトルの大きさ，形とも大きく異なっており，特に強砕波のケースでは，高周波数側のみならず低周波数側でもかなりのエネルギーの分散がみられる。

図3-43は，湾長が図3-41,3-42とは若干異なるケースではあるが，湾奥部での水面変動および0.2Hz以下の長周期変動を示したものである。これより，強砕波のケースでは，湾奥では波群をほとんど形成しておらず，長周期変動も非砕波の場合のように規則的ではないことがわかる。

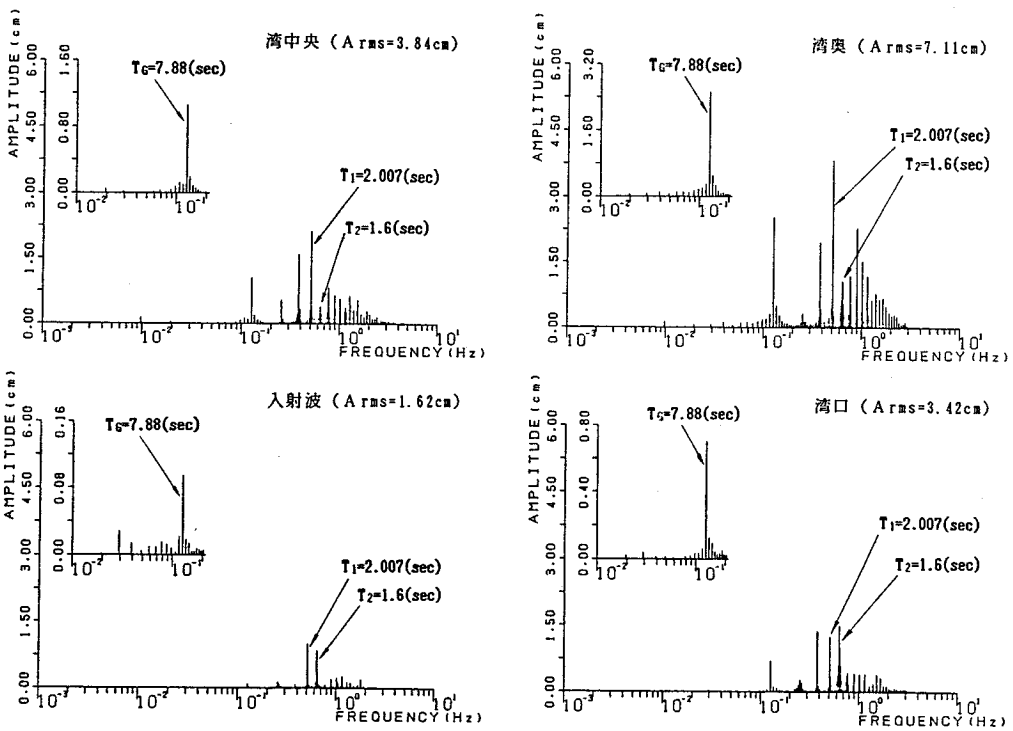


図３－４１　入射波および港内波の振幅スペクトル
（l_H =3.6m，T_g=7.88sec，非砕波）

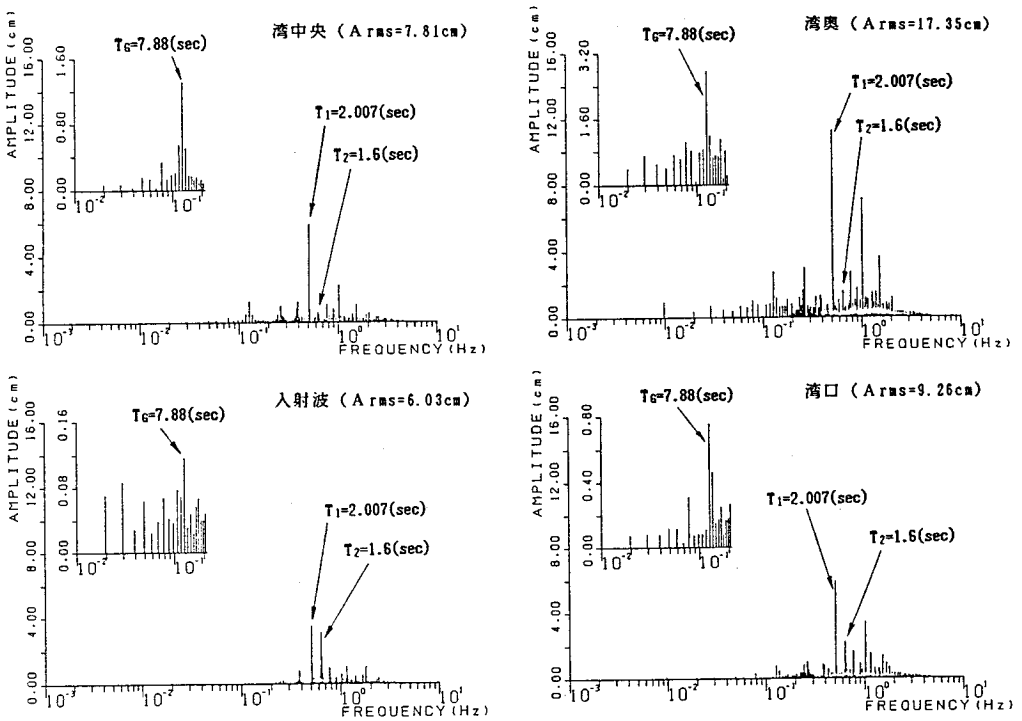


図３－４２　入射波および港内波の振幅スペクトル

（l_H =3.6m，T_g=7.88sec，強砕波）

（a）　非砕波

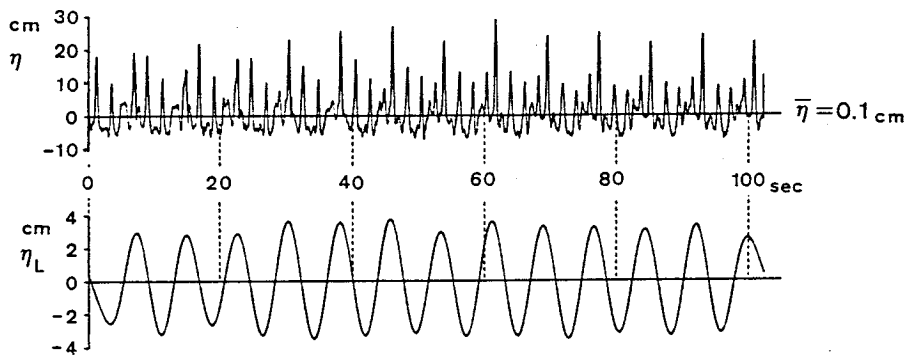


図３－４３　湾奥部での水面変動と長周期変動（その１）

（l_H =3.4m，T_g=7.88sec）

（b） 強砕波

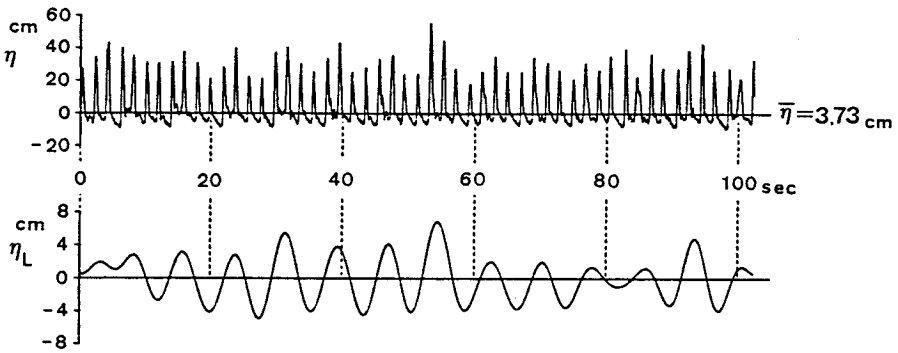
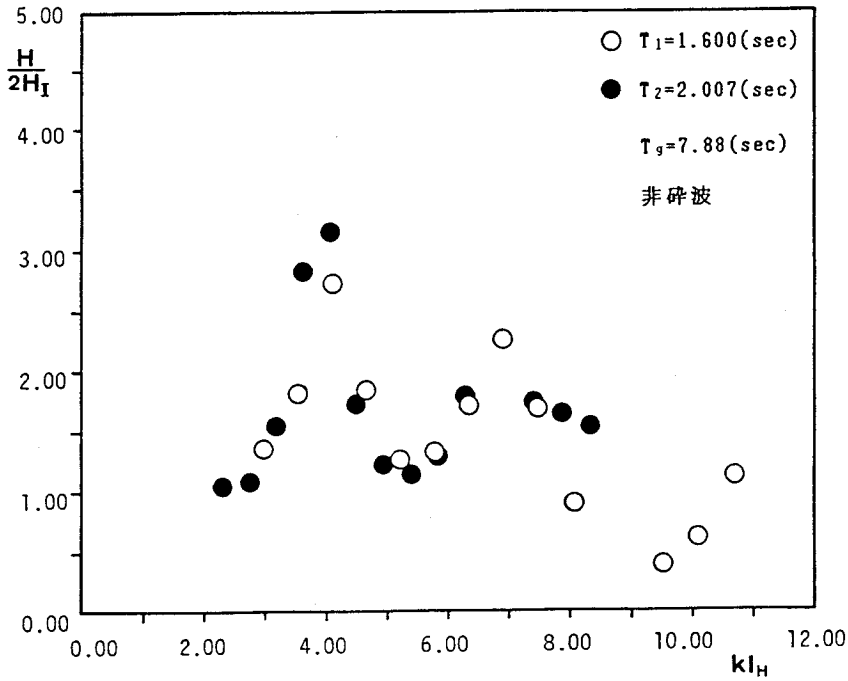


図３－４３　湾奥部での水面変動と長周期変動（その２）
（l_H =3.4m，T_I=7.88sec）

（２）成分波の振幅増幅率

長周期波成分の応答について調べる前に，群波を構成する成分波が湾内でどの程度増幅されるかを調べておく必要がある。図3-44～図3-46は，それぞれ非砕波，弱砕波，および強砕波の場合について，湾奥での成分波の振幅増幅率($H/2H_I$)を示したものである。ただし各々の成分波に対する入射波高は，造波板前面2mの点での測定値から別々に求めたが，この場合も，対応する周波数の前後の２つづつの成分波をエネルギー的に合成して求めた。また横軸の波数としては，各成分波に対する波数を用いている。これらの図より，振幅増幅率のkl_H に対する応答は２つのピークを有しているようであるが，その応答値は成分波の違いによってかなり異なっているケースもある。これは前項で示したように，伝播に伴う非線型干渉によって，特に周期の短い成分波の振幅が減少するためであると思われる。また，砕波の発生によっても，応答のピーク位置には変化はみられないが，kl_H による変化の度合は小さくなる傾向を示しており，湾内での波高減衰の影響が現れている。



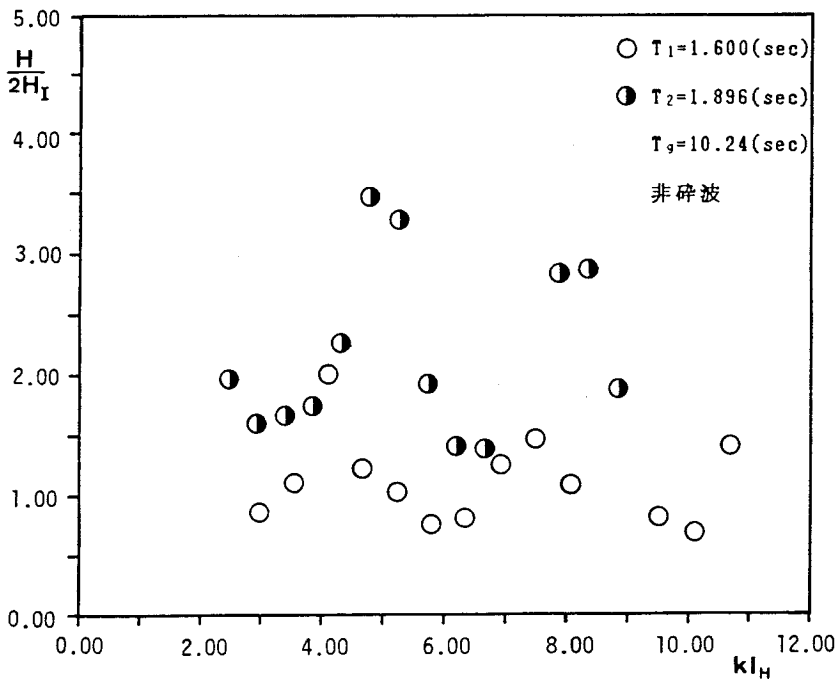
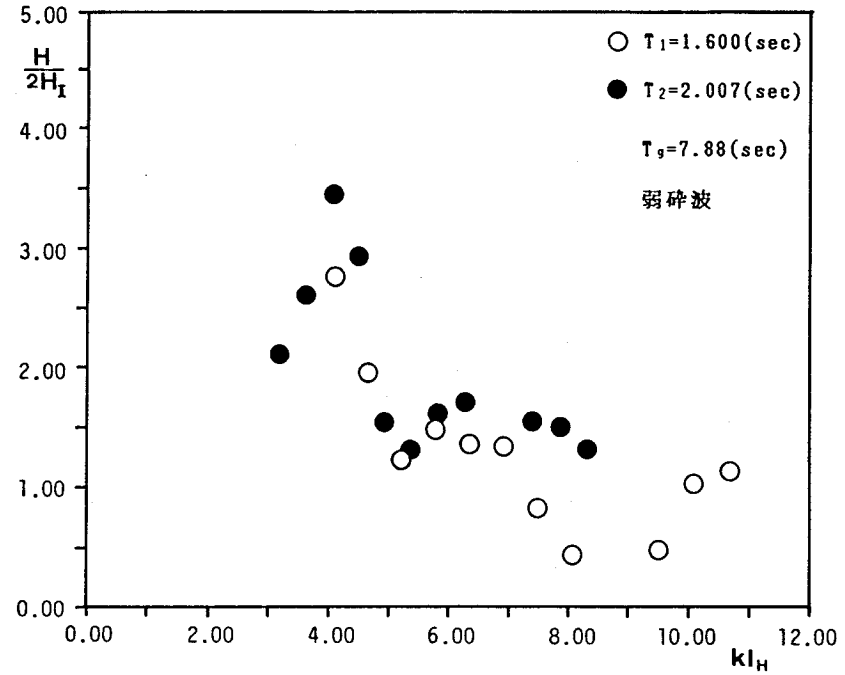


図３－４４　成分波の振幅増幅率（非砕波）



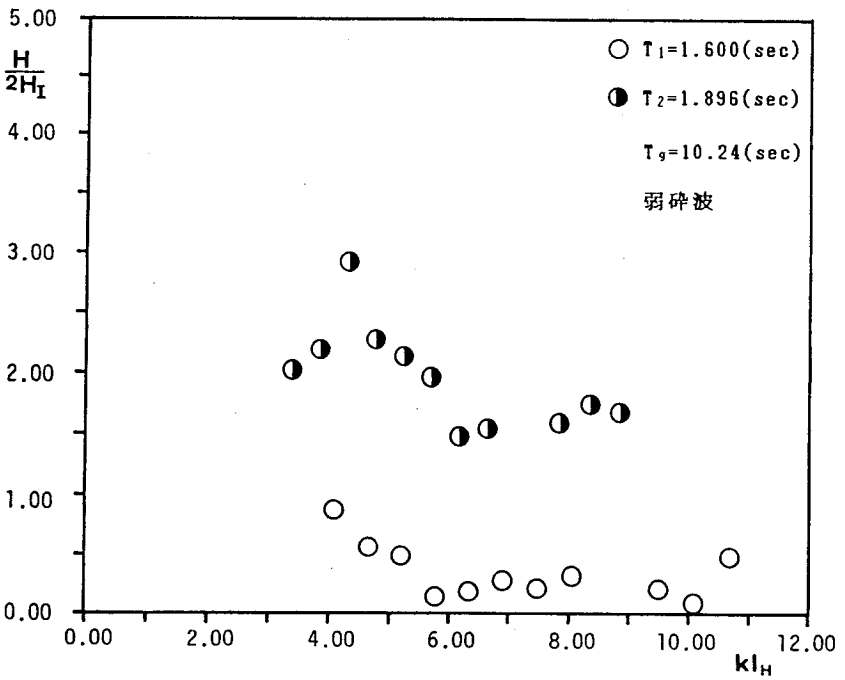
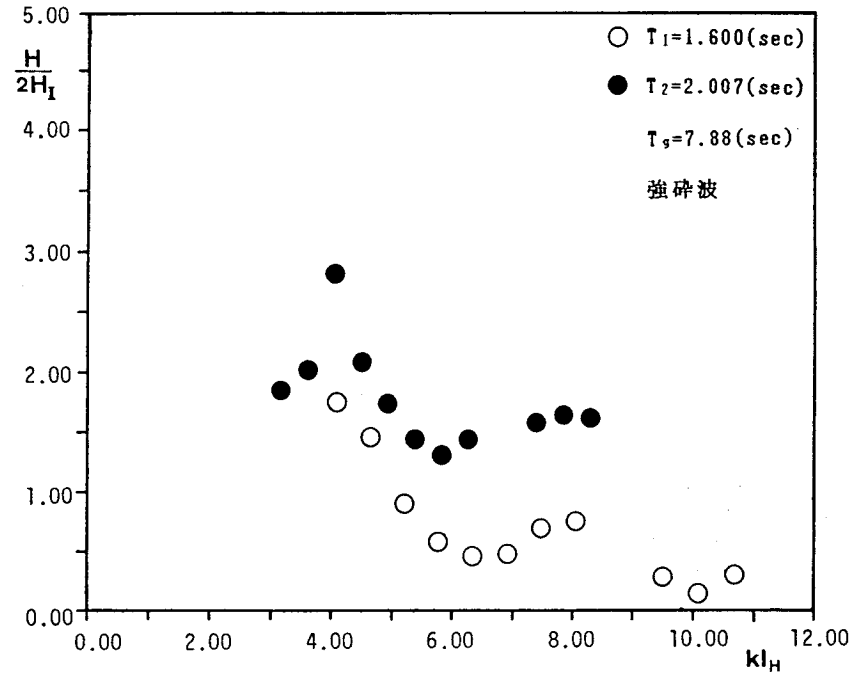


図３－４５　成分波の振幅増幅率（弱砕波）



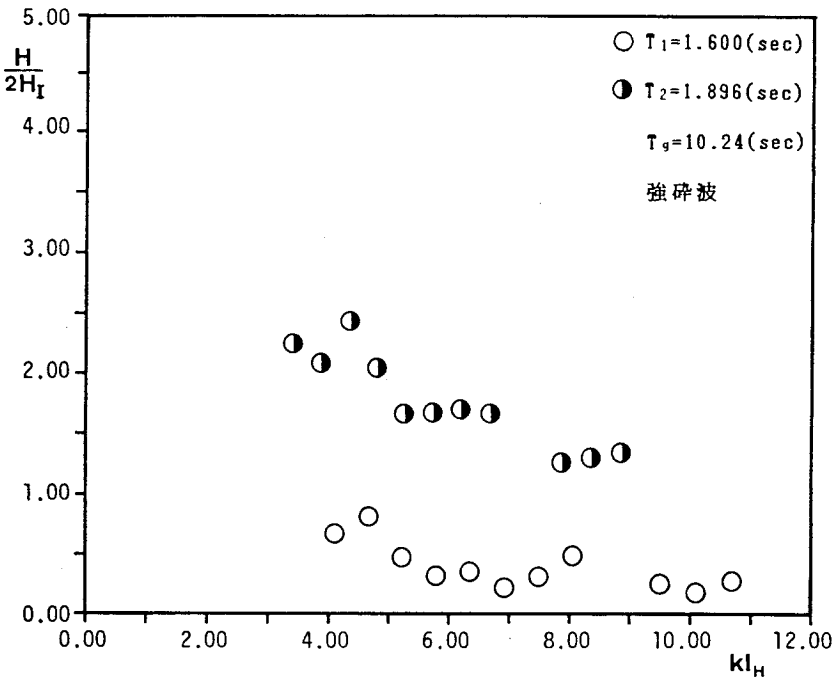
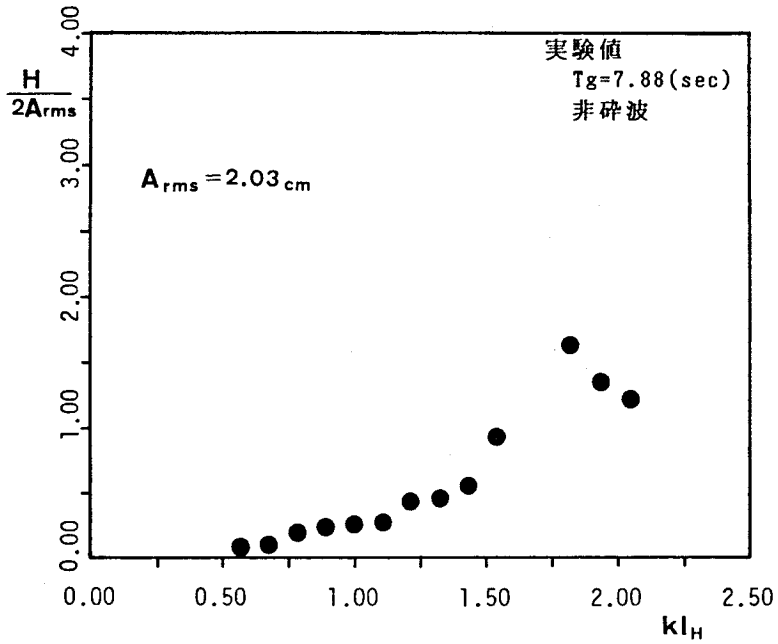


図３－４６　成分波の振幅増幅率（強砕波）

（３）長周期波の振幅増幅率

図3-47～図3-49は，長周期波の湾奥での振幅増幅率を示したものである。ただし図3-43に示したように，湾内の長周期変動は群波の周期の変動のみとは限らないので，今回は0.2Hz以下の周波数成分のみによる102.4秒間の時系列を作成し，Crest to Crest 法で定義した個々の長周期波のうち，波高の大きい５波について平均値をとって求めた。また振幅増幅率は，造波板前面2mの地点で得られた波のエネルギー平均振幅A_{rms}の平均値の２倍と湾内波高Ｈとの比で定義し，横軸のk は長周期自由波の波数をとっている。これらの図より，湾内での長周期波の応答値はかなり大きく，特に図3-47(a)の最大値では沖側のエネルギー平均波高の1.5倍にも達していることがわかる。また砕波の有無，大小による違いを見ると，砕波によって特に応答が増幅されるという現象はみられず，T_g=7.88secの場合にはむしろ砕波によって増幅率は低下する傾向を示している。一方kl_H に対する増幅率の変化特性は，T_g=10.24secの場合には明確には現れていないが，T_g=7.88secの場合には砕波の有無によって応答特性は大きく変化しており，非砕波の場合には図3-33の，長周期波による強制振動の応答特性と非常に似かよっている。これは，前項で示したように，非砕波のケースでは，群波の浅水変形過程で生じた自由波成分が大きく，それが強制力となって湾内で長周期の振動を増幅させているためであると推察される。

一定水深上での群波による非線型振動については，Bowers[41]，喜岡ら[42]が理論的に取り扱っている。今回，Bowersの理論を用いて湾内の長周期波の振幅を計算したが，実験値と計算値はオーダー的には近いものの，図3-47のような傾向はみられなかった。今回実験水路で発生した自由波による長周期振動とみられる現象が，現地の港湾でも発生し得るかどうかについては疑問もあり，今後は浅水変形過程で生じる自由波に対する研究[47]や，砕波までを含む波に対する非線型長周期波の解明などが必要であろう。



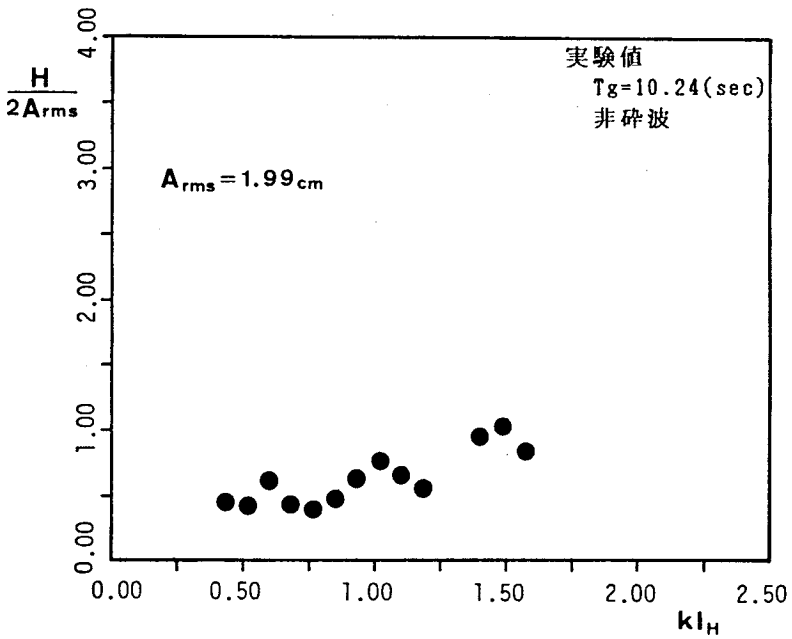
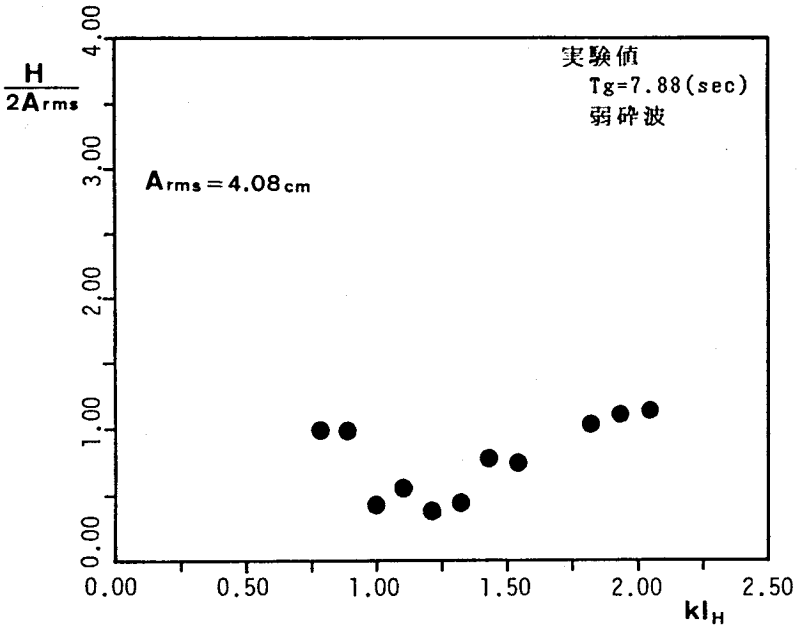


図３－４７　長周期波の振幅増幅率（非砕波）



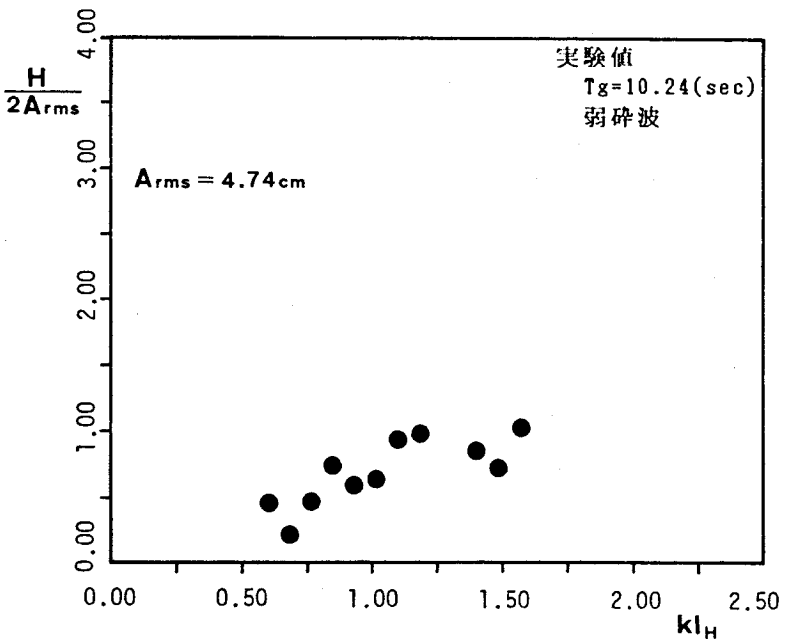
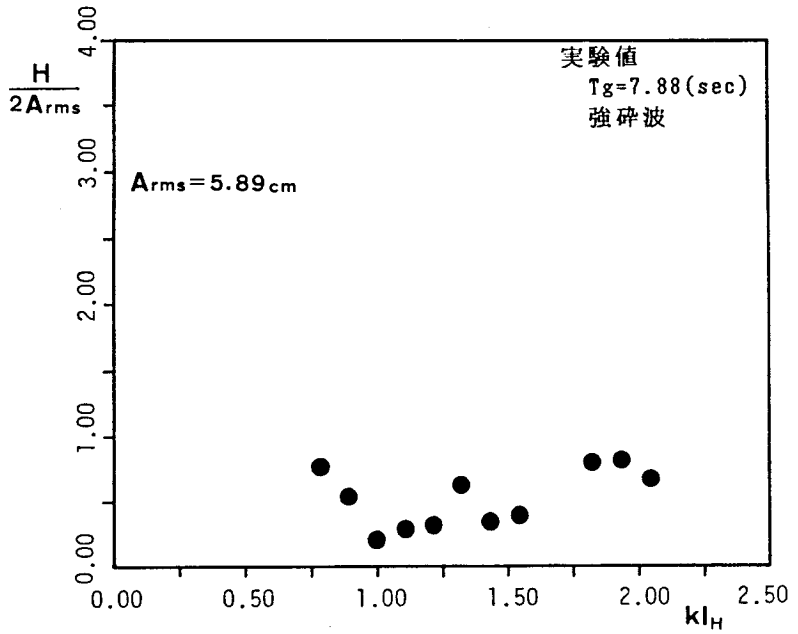


図３－４８　長周期波の振幅増幅率（弱砕波）



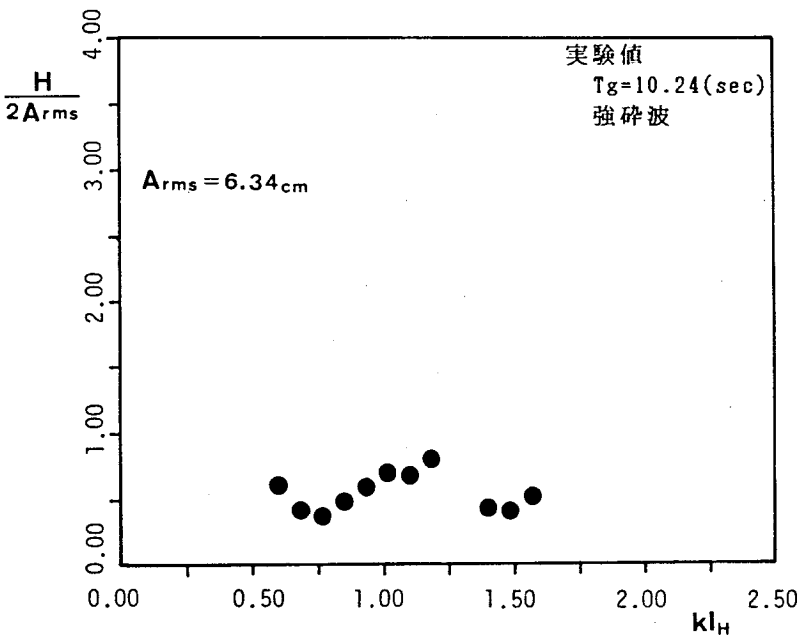


図３－４９　長周期波の振幅増幅率（強砕波）

第6節　結語

本章では，まず港内係留船の波浪動揺予測という立場から，港内の波変形計算法の位置づけを行い，次にこれまでに提案された種々の計算法をとりまとめるとともに，それらの問題点を指摘した。さらに第3節および第4節では，具体的に，有限要素法とWave Ray法をとりあげ，水理模型実験の結果と比較することにより計算法の適用性を論じた。その結果，厳密解法の一種である有限要素法は，与えられた方程式を厳密に解くという意味では優れた方法であるが，水理模型実験の結果と整合させるためには，何等かのエネルギー逸散を考慮する必要があり，本研究では，港内の岸壁にわずかな吸収率を与えることによって，港内波の定量的な予測が可能になることがわかった。一方，近似解法の一種であるWave Ray法は，厳密性には問題があるものの，スケールの大きな港に対しては，船体運動予測と結びつけられる可能性のある実用的な方法であると思われる。

最後に第5節では，外洋に面した漁港などの小規模港湾で荒天時にみられる，数分周期の振動現象に着目し，これを入射波の波群性に関連する現象と考え，群波による長方形湾の長周期振動について実験的に検討した。その結果，群波が湾口部で砕波しない場合には，長方形湾の振動は長周期波による強制振動の応答特性と類似しており，これは群波の浅水変形過程で発生した長周期自由波によるものと考えられる。また湾口部で砕波する場合にも湾内では大きな長周期変動が生じるが，特に砕波によって振動が増幅されることはなかった。

今後の課題としては，非線型干渉効果をも含めて，より広い周波数範囲を対象とした予測モデルの開発が望まれるが，長周期振動の問題については，第5節でも指摘したように，水理模型実験には限界があるため，現地観測による実態把握を積み重ねて原因を究明することが必要であろう。

<参考文献>

1) Berkhoff, J.C.W.: Computation of Combined Refraction-diffraction, Proc. of 13th I.C.C.E., vol.1, ASCE, pp.471-490, 1972.

2) 日下理・辰本政弘・岩崎晃：任意反射率境界と水深変化を考慮した港内波高分布の解析，第30回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.128-132, 1983.

3) 磯部雅彦・佐藤典之・杉浦亨・泉宮尊司：港内波高分布の数値計算における境界条件に関する研究，第34回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.86-90, 1987.

4) Engquist, B. and A.Majda: Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves, Mathematics of Computation, vol.31, No.139, pp.629-651, 1977.

5) Behrendt L.: A Finite Element Model for Water Wave Diffraction Including Boundary Absorption and Bottom Friction, Paper 37, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical Univ. of Denmark, 1985.

6) Zienkiewicz, O.C., P.Bettes and D.W.Kelly: The Finite Element Method for determining Fluid Loadings on Rigid Structures Two- and Three-Dimensional Formulations, Numerical Methods in Offshore Engineering, pp.141-193, John Wiley & Sons, 1978.

7) Mei, C.C.: The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, pp.168-182, John Wiley & Sons, 1983.

8) Zienkiewicz, O.C., D.W.Kelly and P.Bettes: The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures, Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, vol.11, No,2, pp.355-375, 1977.

9) Bettes, P. and O.C.Zienkiewicz: Diffraction and Refraction of Surface Waves Using Finite and Infinite Elements, Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, vol.11, pp.1271-1290, 1977.

10) Kostens, J.K., K.L.Meijer, M.W. Dingemans, A.E. Mynett and P. van den Bosch: Wave Energy Dissipation in Arbitrary Shaped Harbours of Variable Depth, Proc. of 20th I.C.C.E., pp.2003-2016, 1986.

11) Lee, J.J.: Wave-induced Oscillations in Harbors of Arbitrary geometry,

J.F.M., vol.45, No.2, pp.375-394, 1971

12) 井島武士・周宗仁：任意形状の港湾における波の振動問題－第1報，等水深の場合（理論），九州大学工学集報，第48巻，第5号，pp.587-593, 1975.

13) Mei, C.C.: Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation, Ann. Rev. Fluid Mech. pp.393-416, 1978.

14) Hwang, L.S. and E.O.Tuck: On the Oscillations of Harbours of Arbitrary Shape, J.F.M., vol.42, part3, pp.447-464, 1970

15) 井島武士・周宗仁：任意形状の港湾における波の振動問題－第2報，不等水深の場合（理論），九州大学工学集報，第48巻，第5号，pp.595-602, 1975.

16) Mattioli F.: Wave-Induced Oscillations in Harbours of Variable Depth, Computers and Fluids, vol.6, pp.161-172, 1978.

17) 谷本勝利・小舟浩治：数値波動解析法による港内波高分布の計算，第22回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.249-253, 1975

18) 清川哲志・大山巧・小林浩：波動方程式の直接差分による港内波高分布解析法，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.90-94, 1982.

19) Warren, R., J.Larsen and P.A.Madsen: Application of Short Wave Numerical Methods to Harbour Design and Future Development of the model, Proc. of int. Conf. on numerical and Hydraulic Modelling of Ports and Harbours, pp.303-308, 1985.

20) Biesel, F. and B.Ranson: Calcul de la Diffraction de la Houle, A.I.R.H., Dubrovnik, pp.688-699, 1961.

21) Barailler, L. and P.Gaillard: Evolution Recente des Modeles Mathematiques d'Agitation due a la Houle, Calcul de la Diffraction en Profondeur non Uniforme, La Houille Blanche, no.8, pp.861-869, 1967.

22) Gaillard, P.: Combined Refraction-Diffraction Calculations with Directional Wave Spectra, Proc. of I.C.C.E., pp.1040-1056, 1984.

23) 近藤浩右・清水琢三・山田耕一：グリーン関数を用いた港内波方向スペクトルの計算法，第34回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.106-110, 1987.

24) 山本隆一・横田基紀・滑川伸孝：数値波高シミュレーションの実用化について，第22回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.259-263, 1975.

25) 椹木　亨・広畑彰一：港内波高の数値シミュレーション手法の検証について，第26回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.109-113, 1979.

26) 高山知司・菊地治：港内波高分布の計算，第25回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.103-107，1978.

27) 桑島進：港内侵入波の計算について，日本航海学会論文集，第54号，pp.83-91，1976.

28) 丸山康樹・榊山勉・鹿島遼一・原隆幸：港内波高計算手法の提案－各成分波の位相折り返しを考慮した多重反射域の波高計算法－，電力中央研究所報告，No.381035，1982.

29) 久保雅義：港内波の方向スペクトルによる係留船の船体運動に関する基礎的研究，神戸商船大学船貨輸送研究施設研究報告，第3号，pp.29-42,1987.

30) Larsen,J.: A Harbour Theory for Wind-generated Waves Based on Ray Methods, J.F.M., vol.87, part1, pp.143-158, 1978.

31) Kouyoumjan,R.G. and P.H.Pathak: A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface, Proc. of IEEE, vol.62, No.11, 1974.

32) 井島武士・吉田明徳・奥薗英明・北山斉：消波護岸を有する港内水面振動の数値解析，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.183-187，1982.

33) 三井宏ほか：海岸構造物不連続部の波高分布について（第１報～第６報），第13回～第22回海岸工学講演会論文集，土木学会，1966～1975.

34) 高山知司：波の回折と波高分布に関する研究，京都大学学位論文，pp.27-31，1981.

35) 宇野木早苗：港湾のセイシュと長周期波について，第6回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.1-11，1959.

36) 菅原輝男・神瀬哲：砕波による港内水位の上昇および港内水位の振動特性に関する研究，農業土木試験場報告，第14号，pp.145-182，1976.

37) 山本正昭・菅原輝男：銚子漁港長周期波の現地観測，第26回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.134-138，1979.

38) 山本正昭：銚子漁港内外の長周期波の通年観測，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.198-202，1982.

39) 椹木　亨・久保雅義・青木伸一：外洋に面した漁港における荒天時避泊状況と種々の問題点，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.516-519，1982.

40) 広瀬宗一・橋本典明：田子の浦港における長周期波の特性，第30回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.163-167，1983.

41) Bowers, E. C. : Harbour Resonance due to Set-down beneath wave Groupes, J. F. M., vol. 79, part1, pp. 71-92, 1977.

42) Barthel, V., E. P. D. Mansard, S. E. Sand and F. C. Vis: Group Bounded Long Waves in Physical Models, Ocean Eng., vol. 10, No. 4, pp. 261-294, 1983.

43) Flick, R. E. and R. T. Guza: Paddle Generated Waves in laboratory Channels, Jour. of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, Proc. of ASCE, vol. 106, No. WW1, Feb., pp. 79-97, 1980.

44) Ottesen Hansen, N. E. : Long Period Waves in Natural Wave Trains, Prog. Rep. 46, Hydrodynamic and Hydraulic Engineering, Technical Univ. of Denmark, pp. 13-24, 1978.

45) 浜田徳一：表面波の２次干渉，第11回海岸工学講演会講演集，土木学会，pp. 13-24, 1978.

46) 喜岡渉・飯田耕三・石田昭：非線型長周期波の湾水振動，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp. 242-246, 1988.

47) Molin, B. : On the Generation of long-period Second-order Free-waves due to Changes in the Bottom Profile., 船舶技術研究所欧文報告，No. 68, pp. 1-28, 1982.

第4章　船体に及ぼす波による流体力

第1節　概説

第2章では，船体運動を計算するためには，線型波力として波強制力（フルードクリロフ力＋回折波力）および造波抵抗力（付加質量と造波減衰）を求める必要があることを示した。このような波力の計算法としては，既に，多重極展開法や領域分割法などの解析的な方法や，境界積分方程式法や有限要素法などの数値的な方法が種々提案されており[1]，近年の計算機の発達により，3次元の任意形状浮体についても比較的容易に計算できるようになってきた。しかしながら，第3章第1節で述べたように，本研究で対象とするような，港湾内にある船体に対しては，波力の計算に港内岸壁など周辺境界の影響を考慮する必要があるため，従来の計算法をそのまま適用するわけにはいかない。

波力や船体運動に及ぼす周辺境界の影響を3次元問題として取り扱った研究としては，無限に続く直線岸壁についての，Oortmerssen[2]，椹木ら[3]，清川ら[4]の研究および長方形Slip内の長方形浮体についての著者ら[5]の研究がある。またストリップ法を適用したものとして上田[6]，久保ら[7]の研究がある。しかしながら，これらの方法では，取り扱える境界の形状が限られており，また周辺境界が流体力に対してどの程度影響を及ぼすのかについて明確にされているとは言い難い。

本章では，まず最初に，波力に対する港湾境界の影響という点に着目し，港湾境界を考慮した流体力の算定法とその特性について論じる。

第2節では，最も簡単な場合として，2次元矩形断面浮体を取り上げ，領域分割法を用いた，波強制力，付加質量，造波減衰，遅延関数，および定常漂流力の算定法を示すとともに，それらの特性を，特に鉛直岸壁の有無に着目して論じる。

第3節では，3次元任意形状浮体に作用する線型流体力を，グリーン関数法を用いて求める方法を示す。ここでは，港内の隅角部および任意形状水域内の船体に対する流体力の計算法を示し，流体力に及ぼす港湾境界の平面形状および反射率の影響について論じる。

最後に第4節では，不規則波中で生じる長周期運動に着目し，2次元矩形断面浮体に対する水理模型実験を行ってその特性を論じる。特にここでは不規則波の波群特性に着目し，波群を特徴づける種々のパラメーターの，長周期運動に対する影響を調べる。さらに，長周期運動を引き起こす非線型流体力を，線型流体力の残差力としてとらえ，長周期漂流力および粘性減衰力の算定式の妥当性について検討する。

第２節　２次元矩形断面浮体に及ぼす流体力

２・１　領域分割法を用いた流体力の算定法

（１）計算法の概要

領域分割法については井島[8]に詳しいが，この手法を用いた各種流体力の算定法を説明するに先立って，まず計算法の概略を示しておく。以下では鉛直岸壁が存在する場合について述べるが，岸壁がない場合についても同様である。

今，不透過な鉛直岸壁前面の矩形断面浮体について，図4-1に示すような座標系を用いて考える。浮体重心の平均位置を$\overline{G}_s(0, z_G)$ とし，浮体の質量を$m=2\rho qhl$ （qh は浮体の喫水，l は浮体の半幅）とする。浮体は規則波の作用のもとに微小振幅の正弦的な運動を行い，x 方向に$\xi_2=\xi_{20}e^{-i\omega t}$ (Sway)，z 方向に$\xi_3=\xi_{30}e^{-i\omega t}$ (Heave)，また回転運動として，反時計回りに$\xi_4=\xi_{40}e^{-i\omega t}$ (Roll)の運動をするものとする。速度ポテンシャルΦ も$\Phi(x,z,t)=\phi(x,z)e^{-i\omega t}$ の形に表され，図4-1の各領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲにおいて，水底，自由表面，浮体底面あるいは鉛直岸壁前面の境界条件を満足する$\phi(x,z)$ として，次式のような直交関数の級数形で表される。

$$\phi_1(x,z)=\{\widetilde{A}e^{-ik(x-l)}+\widetilde{B}e^{ik(x-l)}\}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{C}_n e^{-k_n(x-l)}\frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \qquad (4-1)$$

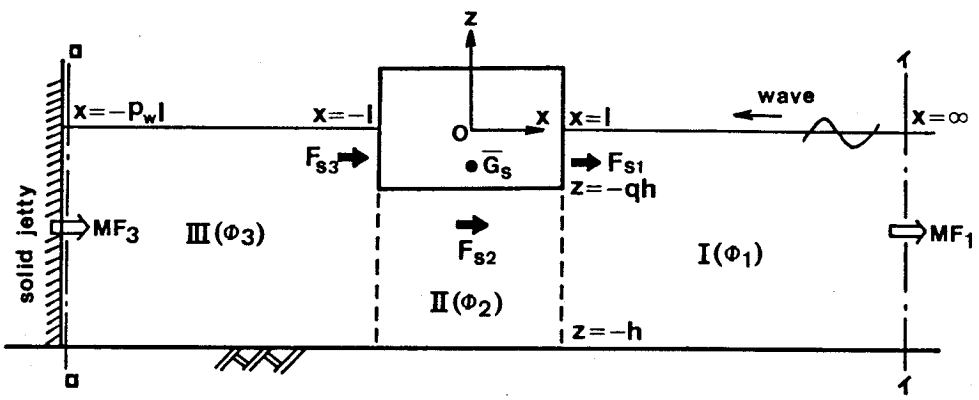


図４－１　鉛直岸壁前面の矩形断面浮体と座標系

$$\phi_2(x,z)=\sum_{r=0}^{\infty}\left(\widetilde{H}_r\frac{\cosh Rx}{\cosh Rl}+\widetilde{I}_r\frac{\sinh Rx}{\sinh Rl}\right)\cos R(z+qh)$$

$$-2i\frac{h}{l}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{(\mu_s h)^2}\frac{\cosh\mu_s(z+h)}{\sinh(1-q)\mu_s h}$$

$$\cdot\left\{\xi_{30}\omega h\cos\mu_s x+\left(\frac{h}{l}\right)^2\xi_{40}\omega l^2\frac{\sin\mu_s h}{\mu_s h}\right\}\quad(4-2)$$

$$\phi_3(x,z)=\widetilde{J}\frac{\cos k(x+p_w l)}{\cos(1-p_w)kl}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{L}_n\frac{\cosh k_n(x+p_w l)}{\cosh(1-p_w)k_n l}\frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h}\quad(4-3)$$

ここに$\widetilde{A},\widetilde{B},\widetilde{C}_n,\widetilde{H}_r,\widetilde{I}_r,\widetilde{J},\widetilde{L}_n$ は未知係数，$\mu_s=\dfrac{(2s+1)\pi}{2l}$，

$R=\dfrac{r\pi}{(1-q)h}$ であり，k,k_nは次式より定まる固有値である。

$$\frac{\omega^2 h}{g}=kh\tanh kh=-k_n h\tan k_n h\qquad(n=1,2\cdot\cdot)\quad(4-4)$$

各領域の速度ポテンシャルの未知係数は，各領域間の仮想境界面上および浮体の運動に対する運動学的，力学的境界条件を用いて決定できる。

（2）線型波力の計算法

波強制力は，第2章で述べたように，浮体を固定した場合の波力であるから，$\xi_{20}=\xi_{30}=\xi_{40}=0$ とおいて未知係数を決定した後，浮体の没水表面にわたって圧力を積分することにより求められる。

一方造波抵抗力は，浮体の運動によって発生した波による波力であるから，まず式(4-1)で入射波を表す係数$\widetilde{A}=0$ とおき，1つの運動モード（jモード）に単位振幅の振動（$\xi_{j0}=1$）を与えて速度ポテンシャルを決定する。このポテンシャルより3種類の運動に対する造波抵抗力$W^R{}_i$（$i=1,2,3$）を計算することができるので，第2章式(2-36)より，jモードの運動によってiモードに生じる付加質量M_{ij} および造波減衰N_{ij} を次式で決定することができる。

$$M_{ij}=\frac{1}{\omega^2}Re[W^R_{ij}] \quad , \quad N_{ij}=\frac{1}{\omega}Im[W^R_{ij}] \qquad (4-5)$$

ただし，流体力係数に関する相反性より，$M_{ij}=M_{ji}$ ，$N_{ij}=N_{ji}$ の関係がある。また鉛直岸壁がない場合には，HeaveとSway，およびHeaveとRollの間には連成がなく，$M_{23}, M_{32}, M_{34}, M_{43}, N_{23}, N_{32}, N_{34}, N_{43}$ はすべてゼロになる。

また遅延関数$R_{ij}(t)$ については，第２章式(2-67)よりN_{ij} を用いて求めることができる。その際，ここで示した２次元の領域分割法ではかなり高周波数側まで計算が可能であり，特別な高周波数近似は必要としない。

（３）定常漂流力の計算法

定常漂流力は，一般には２次のオーダーの波力のうちの定常成分を指すが，これについては，以下に示すように線型問題の解のみを用いて算定することができる。定常漂流力の算定法には，丸尾[9]によって提案された運動量保存則を利用する方法，およびPinkster and Oortmersen[10]などによる浮体周辺の圧力を積分する方法の２通りがある。前者は，浮体から離れた遠方場の速度ポテンシャルを用いるため，比較的簡単な表現式が得られるという利点がある。また後者は，表現式は複雑であるが，漂流力が２次のオーダーの波力として位置づけられることが明確に示され，さらに変動漂流力や高次の波力の算定へと発展させるためには有効な方法である。以下ではこれら２つの方法による定常漂流力の算定式を誘導する。

（ａ）運動量保存則を用いる方法（丸尾の方法）：久保[11]は，野尻・村山[12]が有限水深域の２次元浮体に対して適用した方法を，鉛直岸壁前面の矩形断面浮体に適用して漂流力の算定式を誘導しており，さらに実験結果との比較を行ってその妥当性を確認している。以下に誘導の概略を示す。

図4-1に示すように，$x=\infty$ および鉛直岸壁前面にそれぞれ検査断面イ-イおよびロ-ロを設ける。断面イ-イを通過してx の正方向に輸送されるx 方向の運動量fluxの一周期平均値$\overline{MF}_1$ は次式で与えられる。

$$\overline{MF}_1=\overline{\int_{-h}^{\eta_\infty}(p_\infty+\rho u_\infty^2)\,dz}=\frac{1}{2}\rho g h^2+\frac{1}{2}\rho\int_{-h}^{0}\left\{\overline{\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}\right)_\infty^2}-\overline{\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}\right)_\infty^2}\right\}dz$$

$$+\frac{1}{2}\rho g\overline{\eta_\infty^2} \qquad (4-6)$$

ここに，η は水位変動，p は圧力，u は水平流速であり，添字∞ は$x=\infty$での諸量を表す。同様に鉛直岸壁前面の検査断面□-□を通過してx の正方向に輸送されるx 方向の運動量fluxの一周期平均値$\overline{MF}_3$ は，岸壁前面では$u=0$ であることより次式で与えられる。

$$\overline{MF}_3=\frac{1}{2}\rho g h^2-\frac{1}{2}\rho\int_{-h}^{0}\overline{\left(\frac{\partial\Phi_3}{\partial z}\right)_w^2}dz+\frac{1}{2}\rho g\overline{\eta_w^2} \qquad (4-7)$$

ただし，添字w は鉛直岸壁前面での諸量を表す。浮体に働くx 方向の力の一周期平均値を$\overline{F}_S$ とし，断面イ-イ，□-□，自由表面，水底，および浮体の没水表面で囲まれる流体部分に運動量保存則を適用すると，領域内部の運動量変化の一周期平均値はゼロであることより，次式が成立する。

$$\overline{F}_S=\overline{MF}_3-\overline{MF}_1=\frac{1}{2}\rho g\left(\overline{\eta_w^2}-\overline{\eta_\infty^2}\right)$$
$$-\frac{1}{2}\rho\int_{-h}^{0}\left\{\overline{\left(\frac{\partial\Phi_3}{\partial z}\right)_w^2}+\overline{\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}\right)_\infty^2}-\overline{\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}\right)_\infty^2}\right\}dz \qquad (4-8)$$

上式に式(4-1)および式(4-3)を代入して積分を実行すると，漂流力係数 $C_{dS}=\overline{F}_S/\frac{1}{2}\rho g\zeta_I^2$ （ζ_Iは入射波振幅）として次式を得る。

$$C_{dS}=-\frac{1}{2}\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)\left(1+\left|\frac{\widetilde{B}}{\widetilde{A}}\right|^2\right)$$
$$+\frac{1}{4}\frac{1}{\cos^2(1-p_w)kl}\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)\left|\frac{\widetilde{J}}{\widetilde{A}}\right|^2$$
$$+\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\cosh^2(1-p_w)k_nl}\left(1+\frac{2k_nh}{\sin 2k_nh}\right)\left|\frac{\widetilde{L}_n}{\widetilde{A}}\right|^2 \qquad (4-9)$$

ただし今の場合，鉛直岸壁は不透過とし，エネルギー逸散は考えていないため，$|\widetilde{B}/\widetilde{A}|=1$ となる。

一方，鉛直岸壁がない場合には，上と同様の方法により，次式のような定常漂流力の算定式が得られる。

$$C_{dS}=-\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)\left|\frac{\widetilde{B}}{\widetilde{A}}\right|^2 \qquad (4-10)$$

（b）圧力積分による方法：　いま，速度ポテンシャルΦ，圧力p，水位変動η，浮体の運動ξ_2, ξ_3, ξ_4が，次式のように微小パラメータεによって展開されているとする。

$$\Phi=\varepsilon\Phi^{(1)}+\varepsilon^2\Phi^{(2)}+\cdots,\quad p=p^{(0)}+\varepsilon p^{(1)}+\varepsilon^2 p^{(2)}+\cdots$$
$$\eta=\varepsilon\eta^{(1)}+\varepsilon^2\eta^{(2)}+\cdots,\quad \xi_2=\varepsilon\xi_2^{(1)}+\varepsilon^2\xi_2^{(2)}+\cdots \qquad (4-11)$$
$$\xi_3=\varepsilon\xi_3^{(1)}+\varepsilon^2\xi_3^{(2)}+\cdots,\quad \xi_4=\varepsilon\xi_4^{(1)}+\varepsilon^2\xi_4^{(2)}+\cdots$$

またBernoulliの式より，圧力pは次式で表される。

$$p(x,z,t)=-\rho g z-\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\frac{1}{2}|\nabla\Phi|^2 \qquad (4-12)$$

ここで新しい座標系として，運動する浮体に固定された座標系OXZを考える。ただしこの座標軸は，運動の平均位置ではOxz軸に一致するものとする。またOXZ系で定義される流体内部の圧力を$P(X,Z,t)$と表すことにすると，Pについても次式のように展開できる。

$$P(X,Z,t)=P^{(0)}+\varepsilon P^{(1)}+\varepsilon^2 P^{(2)}+\cdots \qquad (4-13)$$

OXZ系で定義された浮体表面上の点(X_0, Z_0)をOxz系で表すと，$(X_0+\beta,\ Z_0+\gamma)$となる。ここにβおよびγは浮体の運動に基づく浮体表面上の点の変位量であり，次式のように展開できるものとする。

$$\beta=\varepsilon\beta^{(1)}+\varepsilon^2\beta^{(2)}+\cdots,\quad \gamma=\varepsilon\gamma^{(1)}+\varepsilon^2\gamma^{(2)}+\cdots \qquad (4-14)$$

Taylor展開を用いると，浮体表面上の圧力$P(X_0, Z_0, t)$ は，Oxz 系で定義された圧力p を用いて次式のように表現できる。

$$P(X_0, Z_0, t)=p(X_0+\beta, Z_0+\gamma, t)=p(X_0, Z_0, t)$$
$$+\beta\frac{\partial}{\partial x}p(X_0, Z_0, t)+\gamma\frac{\partial}{\partial z}p(X_0, Z_0, t)+\cdots \qquad (4-15)$$

上式に式(4-11)～式(4-14)を代入し，ε の同次の項を等しいとおけば，浮体表面上の圧力は次式で与えられる。

$$P^{(0)}(X_0, Z_0, t)=-\rho g Z_0,$$
$$P^{(1)}(X_0, Z_0, t)=-\rho g\gamma^{(1)}-\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi^{(1)}(X_0, Z_0)$$
$$P^{(2)}(X_0, Z_0, t)=-\rho g\gamma^{(2)} \qquad (4-16)$$
$$-\rho\left\{\beta^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial t\partial x}\Phi^{(1)}(X_0, Z_0)+\gamma^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial t\partial z}\Phi^{(1)}(X_0, Z_0)\right\}$$
$$-\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi^{(2)}(X_0, Z_0)-\frac{1}{2}\rho|\nabla\Phi^{(1)}(X_0, Z_0)|^2$$

この圧力を時々刻々変化する浸水表面にわたって積分することにより，高次のオーダーの波力を求めることができる。以下ではSwayの波力についてのみ議論を進める。図4-1中に示すように，Sway方向の波力を各領域毎にF_{S1}, F_{S2}, F_{S3} とし，これらについても次式のように展開されるものとする。

$$F_{Si}=F_{Si}^{(0)}+\varepsilon F_{Si}^{(1)}+\varepsilon^2F_{Si}^{(2)}+\cdots \qquad (i=1,2,3) \qquad (4-17)$$

F_{S1} について考えると，F_{S1} は次式で与えられる。

$$F_{S1}=\int_{-qh}^{\zeta} P\,(l,Z,t)\,n_x dZ \qquad (4-18)$$

ここにζはOXZ系からみた水表面の高さ，n_x は浮体表面に立てた，流体からみて外向きの法線ベクトルのx 方向成分であり，これらについても次式のように展開されているものとする。

$$\begin{aligned}\zeta&=\varepsilon\zeta^{(1)}+\varepsilon^2\zeta^{(2)}+\cdots,\\ n_x&=n_x^{(0)}+\varepsilon n_x^{(1)}+\varepsilon^2 n_x^{(2)}+\cdots\end{aligned} \qquad (4-19)$$

式(4-18)の積分範囲を-qh～0と0～ζの部分に分け，0～ζの部分については静水圧分布を仮定する（静水圧からのずれは，積分すると3次以上のオーダーとなる）と次式を得る。

$$F_{S1}=\int_{-qh}^{0} P\,(l,Z,t)\,n_x dZ+\frac{1}{2}\rho g\zeta^2 n_x \qquad (4-20)$$

上式に式(4-16)および(4-19)を代入し，OXZ系で定義された浮体表面の座標は，Oxz系で定義された運動の平均位置の座標と等しいことを考慮すると，2次のオーダーまでの波力が次式で与えられる。

$$\begin{aligned}F_{S1}^{(0)}&=\frac{1}{2}\rho g\,(qh)^2 n_x^{(0)}\\ F_{S1}^{(1)}&=\int_{-qh}^{0}\left\{-\rho g\gamma^{(1)}-\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi^{(1)}(l,z)\right\}n_x^{(0)}dz\\ &\quad+\frac{1}{2}\rho g\,(qh)^2 n_x^{(1)} \qquad (4-21)\\ F_{S1}^{(2)}&=\int_{-qh}^{0}\{-\rho g\gamma^{(2)}-\rho\beta^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial t\partial x}\Phi^{(1)}(l,z)\end{aligned}$$

$$-\rho\gamma^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial t\partial z}\Phi^{(1)}(l,z)-\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi^{(2)}(l,z)$$

$$-\frac{1}{2}|\nabla\Phi^{(1)}(l,z)|^2\}\,n_x^{(0)}dz$$

$$+\int_{-qh}^{0}\left\{-\rho g\gamma^{(1)}-\rho\frac{\partial}{\partial t}\Phi^{(1)}(l,z)\right\}n_x^{(1)}dz$$

$$+\frac{1}{2}\rho g(qh)^2n_x^{(2)}+\frac{1}{2}\rho g\zeta^{(1)2}n_x^{(0)}$$

ここで,

$$\Phi=\Phi_1,\ \beta^{(1)}=\xi_2^{(1)}+(z_G-z)\,\xi_4^{(1)},$$

$$\beta^{(2)}=\xi_2^{(2)}+(z_G-z)\,\xi_4^{(2)}-\frac{1}{2}l\,\xi_4^{(1)2},\ \gamma^{(1)}=\xi_3^{(1)}+l\,\xi_4^{(1)}$$

$$\gamma^{(2)}=\xi_3^{(2)}+l\,\xi_4^{(2)}+\frac{1}{2}(z_G-z)\,\xi_4^{(1)2},$$

$$\zeta^{(1)}=\eta_{x=l}^{(1)}-\xi_3^{(1)}-l\,\xi_4^{(1)}$$

$$n_x^{(0)}=-1,\ n_x^{(1)}=0,\ n_x^{(2)}=\frac{1}{2}\xi_4^{(1)2}$$

を式(4-21)に代入して整理すると次式を得る。

$$F_{S1}^{(0)}=-\frac{1}{2}\rho g(qh)^2,$$

$$F_{S1}^{(1)}=\rho gqh(\xi_3^{(1)}+l\,\xi_4^{(1)})+\rho\int_{-qh}^{0}\frac{\partial}{\partial t}\Phi_1^{(1)}(l,z)\,dz$$

$$F_{S1}^{(2)}=\rho gqh(\xi_3^{(2)}+l\,\xi_4^{(2)})+\frac{1}{2}\rho gqh\left(z_G+\frac{1}{2}qh\right)\xi_4^{(1)2}\quad(4-22)$$

$$+\frac{1}{4}\rho g(qh)^2\xi_4^{(1)2}-\frac{1}{2}\rho g(\eta_{x=l}^{(1)}-\xi_3^{(1)}-l\,\xi_4^{(1)})^2$$

$$+\rho\int_{-qh}^{0}[\{\xi_2^{(1)}+(z_G-z)\,\xi_4^{(1)}\}\frac{\partial}{\partial t}\Phi_1^{(1)}(l,z)$$

$$+(\xi_3^{(1)}+l\,\xi_4^{(1)})\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\Phi_1^{(1)}(l,z)+\frac{\partial}{\partial t}\Phi_1^{(2)}(l,z)$$

$$+\frac{1}{2}|\nabla\Phi_1^{(1)}(l,z)|^2]\,dz$$

同様の手順によって，F_{S2}, F_{S3} を決定することができ，これらの和としてSway方向の波力が求められる。以下に$F_S^{(2)}$ を示す。

$$F_S^{(2)}=\frac{1}{2}\rho g\{(\eta_{x=-l}^{(1)}-\xi_3^{(1)}+l\,\xi_4^{(1)})^2-(\eta_{x=l}^{(1)}-\xi_3^{(1)}-l\,\xi_4^{(1)})^2\} \quad ①$$

$$+\rho\int_{-qh}^{0}\frac{1}{2}\{|\nabla\Phi_1^{(1)}(l,z)|^2-|\nabla\Phi_3^{(1)}(-l,z)|^2\}dz \quad ②$$

$$+\rho\int_{-qh}^{0}[\{\xi_2+(z_G-z)\,\xi_4\}\{\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial x}\Phi_1(l,z)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial x}\Phi_3^{(1)}(-l,z)\}+\xi_3^{(1)}\{\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\Phi_1^{(1)}(l,z)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\Phi_3^{(1)}(-l,z)\}+l\,\xi_4^{(1)}\{\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\Phi_1^{(1)}(l,z)$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\Phi_3^{(1)}(-l,z)\}]\,dz \quad ③$$

$$+2\rho g\,l\,\xi_3^{(1)}\xi_4^{(1)}+\rho\,\xi_4^{(1)}\int_{-l}^{l}\frac{\partial}{\partial t}\Phi_2^{(1)}(x,-qh)\,dx \quad ④$$

$$+\rho\int_{-qh}^{0}\{\frac{\partial}{\partial t}\Phi_1^{(2)}(l,z)-\frac{\partial}{\partial t}\Phi_3^{(2)}(-l,z)\}\,dz \quad ⑤$$

・・・（4－23）

Heave，Rollについても同様の表現を得るが，ここでは省略する。Pinksterらの表現に従えば，第①項は1次の相対波高による寄与分，第②項は1次の流速による圧力低下，第③項は1次の圧力の変動分，第④項は浮体全体に作用する1次の波力の方向が動揺によって変化することによる影響，第⑤項は2次の速度ポテンシャルの

寄与分をそれぞれ表している。Swayの定常漂流力は，式(4-23)を一周期平均することによって得られるが，このとき第⑤項は消えて，結局１次の諸量のみを用いて定常漂流力が決定されることになる。

２・２　波強制力と造波抵抗力の特性

（１）計算条件

計算対象とした２次元矩形断面浮体の諸元は，図4-1で，$q=0.5$，$l/h=0.5$，$z_G/h=-0.75q$，質量$m=2\rho qhl$，Rollの慣性モーメント$I_{44}=2/3ml^2$とした。計算は鉛直岸壁のないケース（以下Openと呼ぶ），および岸壁がある場合（以下Solidと呼ぶ）で離岸距離を変えた４ケース（$p_w=$ 1.1, 1.5, 3.0, 5.0）について行った。図4-2に，この浮体の非係留状態での運動の周波数応答を示すが，応答特性は，岸壁の有無，離岸距離の大小によって大きく異なっていることがわかる。

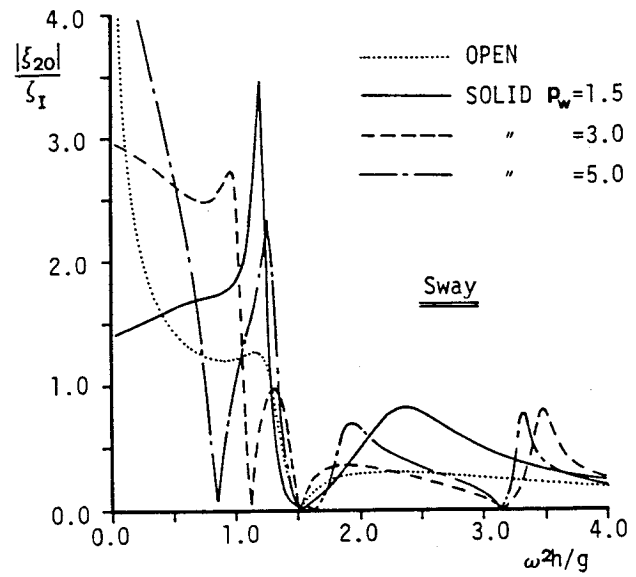
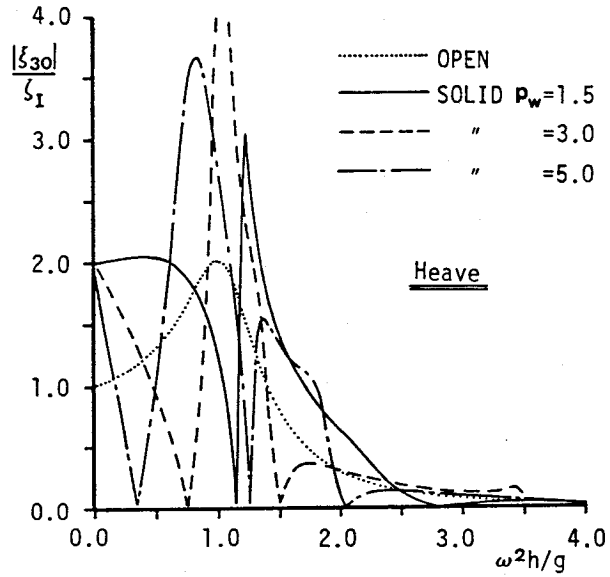


図４－２　計算対象浮体の運動振幅の周波数応答（その１）



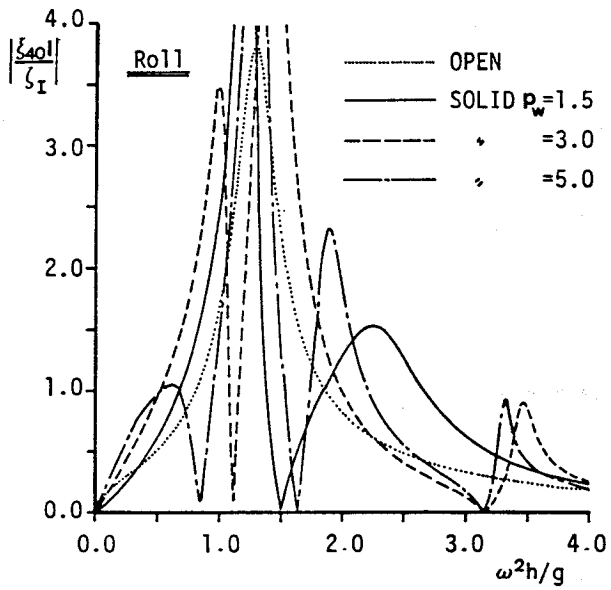


図４－２　計算対象浮体の運動振幅の周波数応答（その２）

（２）波強制力

図4-3に波強制力の周波数応答を示す。これより，Solidの場合にはOpenに比べて周波数による変動が激しく，最大値も大きくなっており，また離岸距離が小さいものほど波強制力は全体的に大きくなる傾向を示していることがわかる。さらに，SwayとRollの波強制力の応答曲線は，Solid，Openとも極めて類似している。またSolidで離岸距離が大きいp_w =3.0および5.0の場合には，どの運動モードに対しても$\omega^2 h/g=$ 1.5および3.2付近で波力が急変している。図4-4は，$\omega^2 h/g=$ 1.0の場合について，横軸に離岸距離と波長の比 $(1-p_w)\ l/L$ をとってSwayの波強制力の変化を示したものであるが，離岸距離が半波長の整数倍の点で急激な変化が現れている。すなわち，波力の急変は，浮体と岸壁との間で波が共振する条件で発生することがわかる。

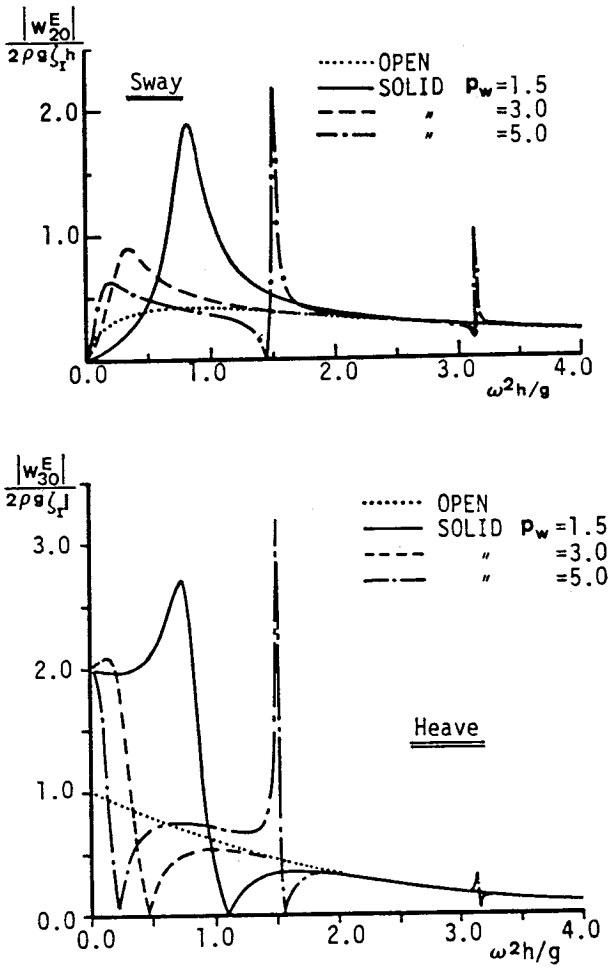


図４－３　波強制力の周波数応答（その１）

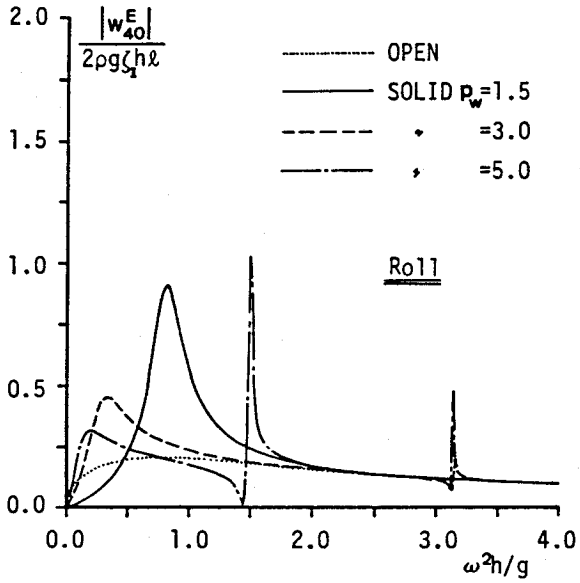


図４－３　波強制力の周波数応答（その２）

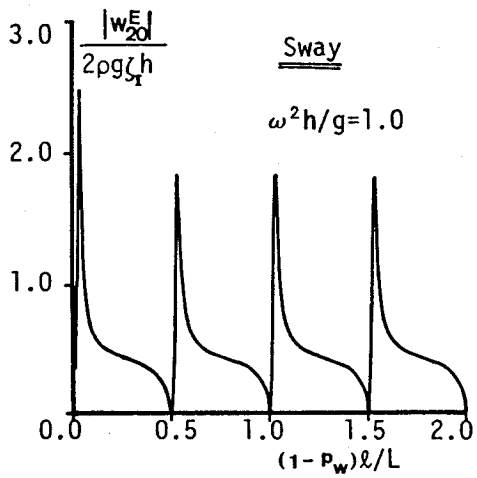


図４－４　離岸距離の変化に伴う波強制力の変化

（３）造波抵抗力

図4-5および図4-6は，付加質量および造波減衰の周波数応答を示したものである。波強制力の場合と同様，これらの流体力係数についても，Openでは周波数による変動が小さいのに対してSolidでは大きく，また離岸距離が大きい場合には共振の影響が顕著に現れている。さらにSolidの場合に特徴的なこととして，負の付加質量

が現れていることが挙げられ，また付加質量の符号が急変するところで造波減衰はピークを示している。Vinje[13]はこの理由として浮体と岸壁との間の共振現象を挙げているが，先に指摘した，離岸距離が大きい場合の共振周波数で確かに付加質量の符号が急変しており，その考えの妥当性が確認される。

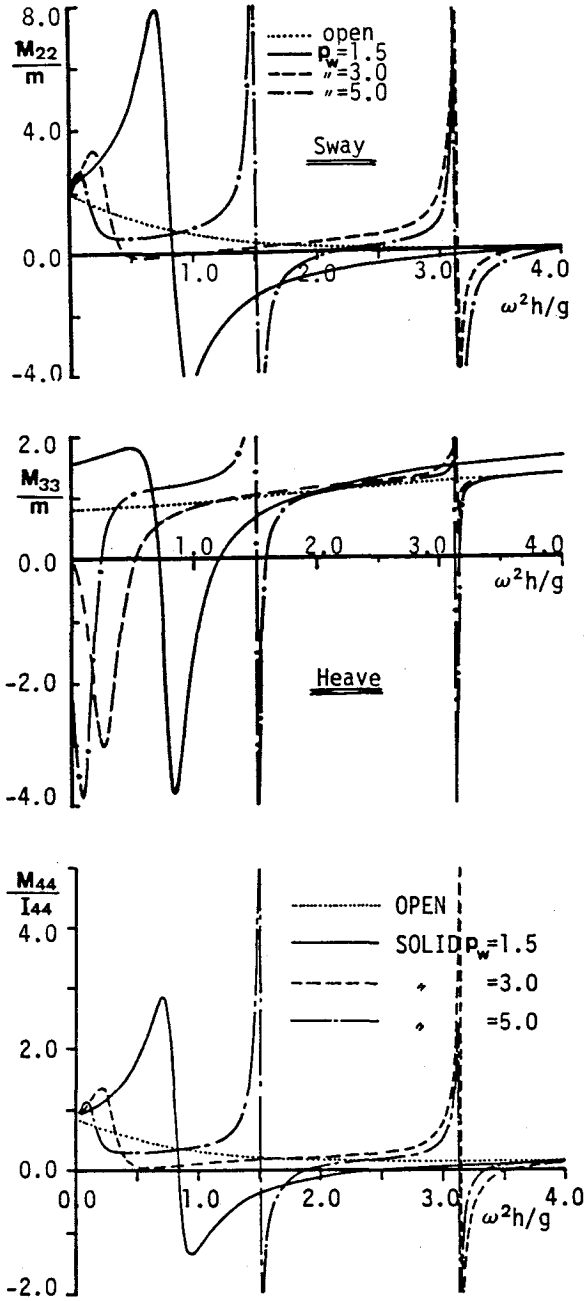


図４－５　付加質量の周波数応答（その１）

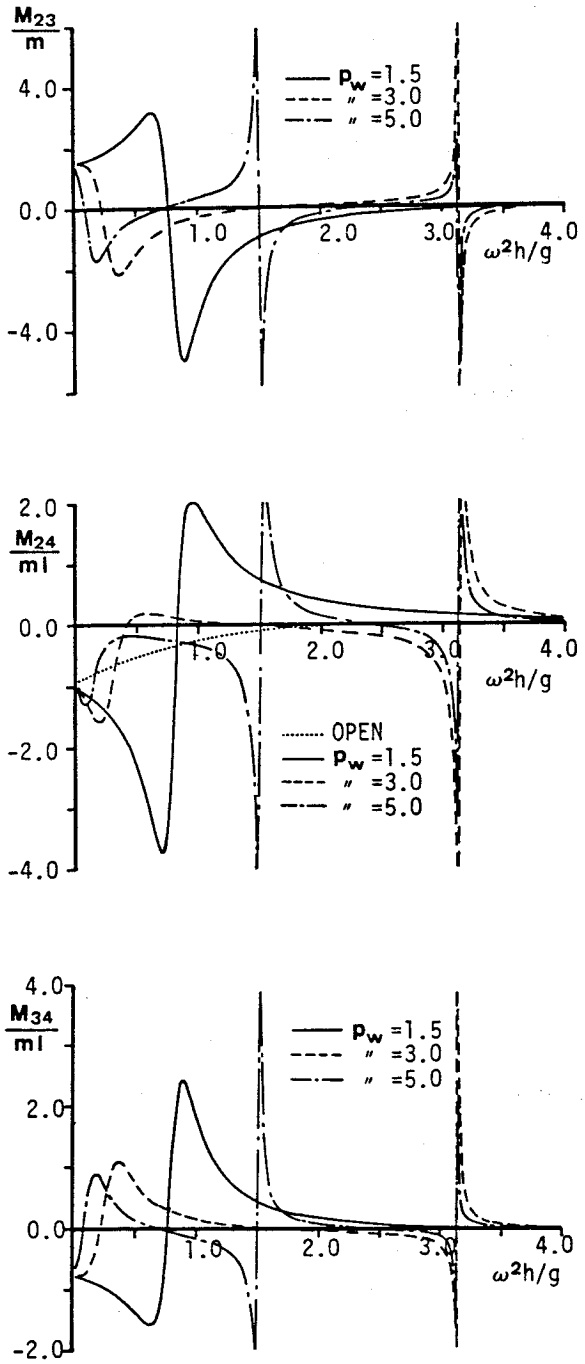


図４－５　付加質量の周波数応答（その２）

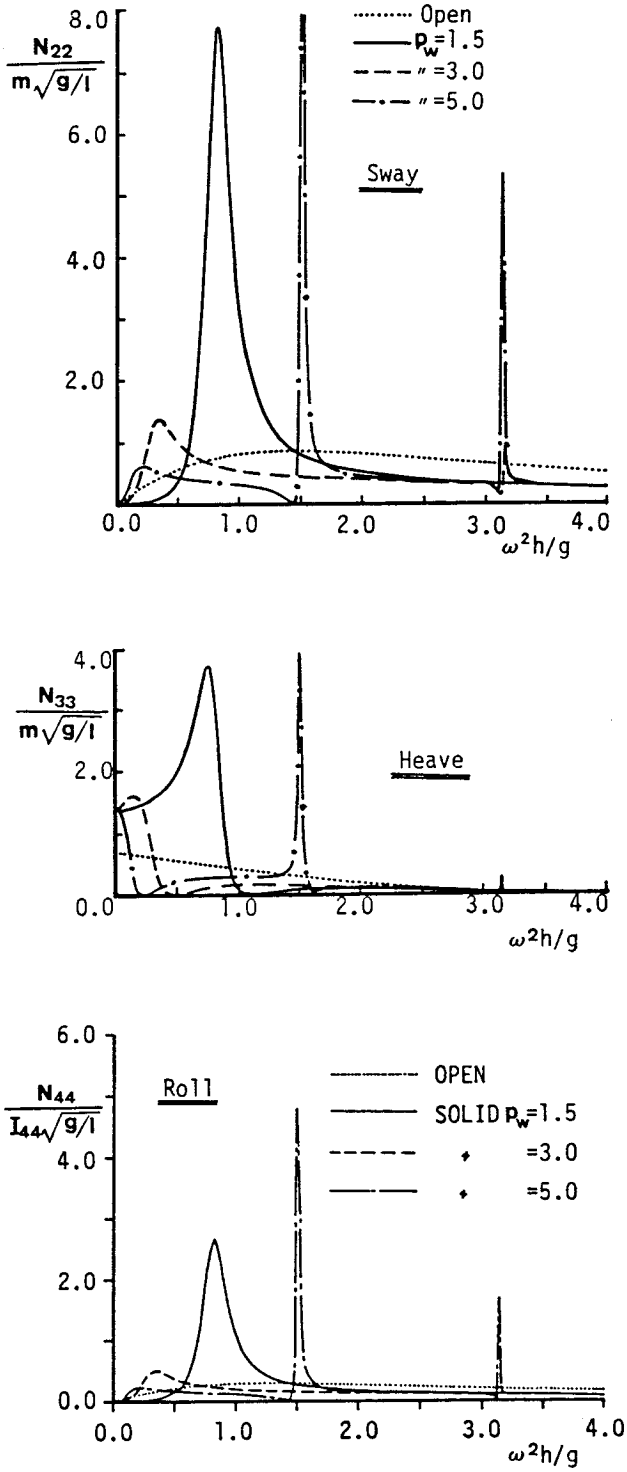


図４－６　造波減衰の周波数応答（その１）

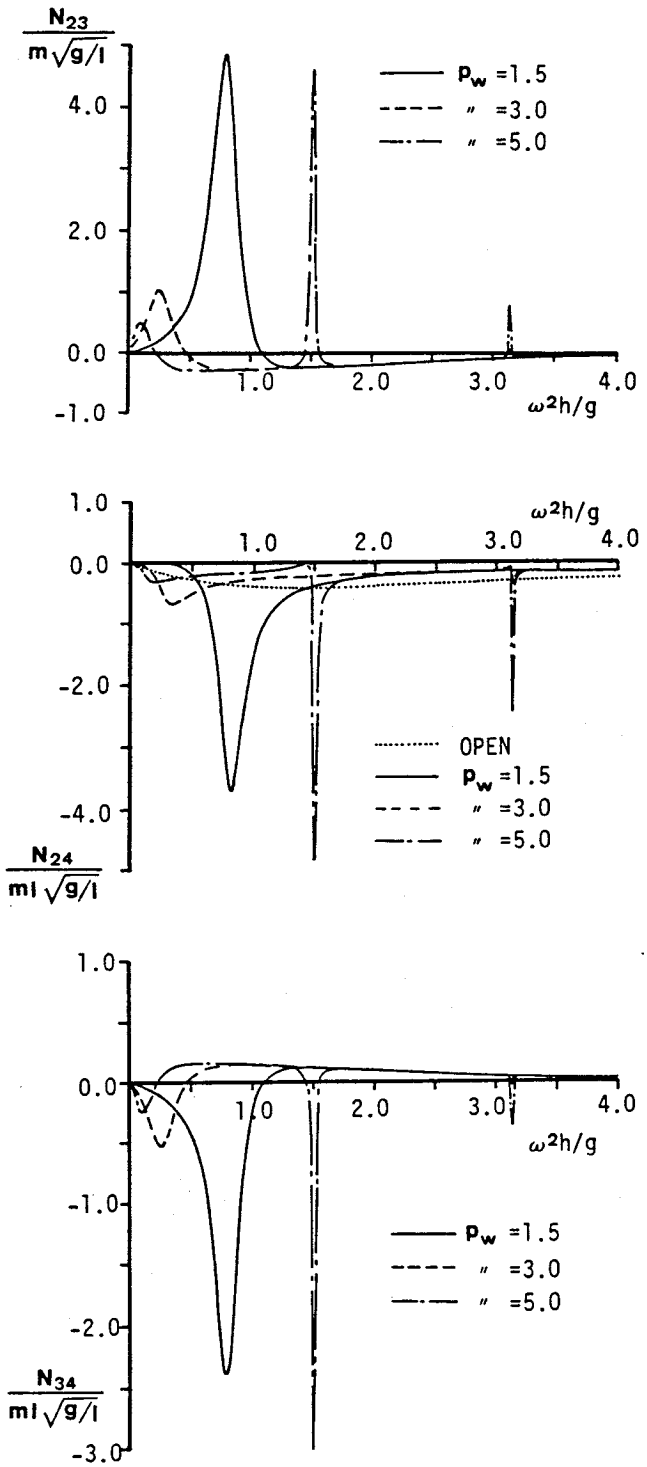


図４－６　造波減衰の周波数応答（その２）

以上，付加質量と造波減衰の特性をみたが，図4-5や図4-6からはこれらの係数がどの程度運動に影響を及ぼしているのかはわかりにくいし，連成の影響についても，例えばM_{22} とM_{24} では次元が異なるため，単純にその大きさだけで比較することはできない。そこでここでは，第２章で示したように，付加質量や造波減衰はあくまでも造波抵抗力の１つの表現法にすぎないことに着目し，付加質量力 $-M_{ij}\ddot{\xi}_j$ および$-N_{ij}\dot{\xi}_j$ と波強制力$W^E{}_i$ の比

$$a_{ij}=\frac{|-M_{ij}\ddot{\xi}_j|}{|W^E{}_i|} \quad , \quad b_{ij}=\frac{|-N_{ij}\dot{\xi}_j|}{|W^E{}_i|} \qquad (4-24)$$

によって両者の影響度を評価することを考える。図4-7および図4-8は，a_{ij}, b_{ij} を示したものであるが，全体的にみて，造波抵抗力は波強制力と同程度のオーダーであり，連成項についても無視し得ないことがわかる。また図4-2と比較すると，当然のことながら，ｊモードの運動が大きくなる周波数でa_{ij}, b_{ij} ともに大きくなっており，動揺が大きくなる周波数では，流体力係数の見積り誤差が動揺計算に大きく影響することが予想される。

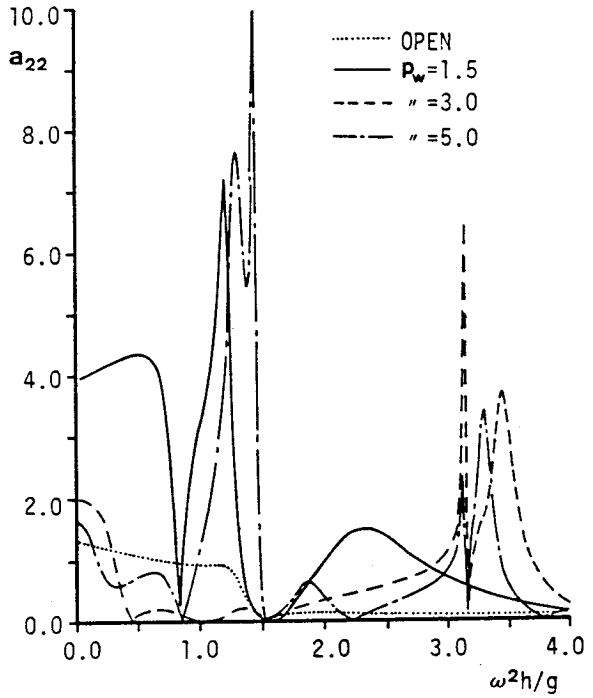
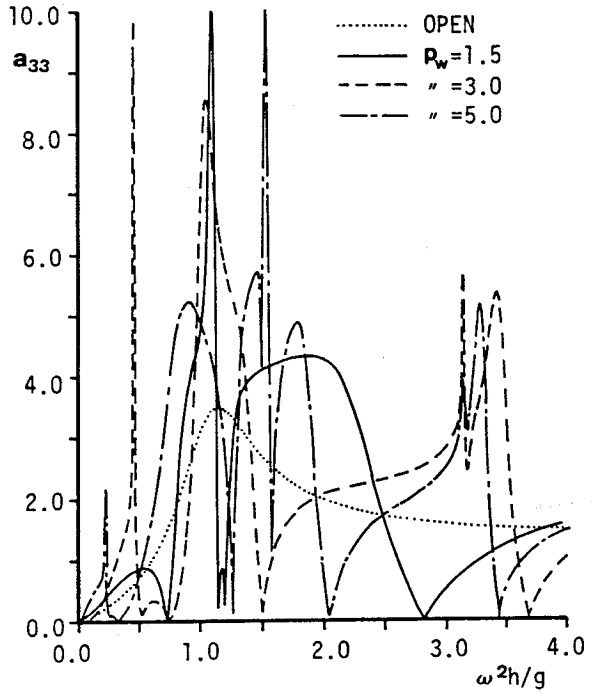


図４－７　付加質量と波強制力の比（その１）



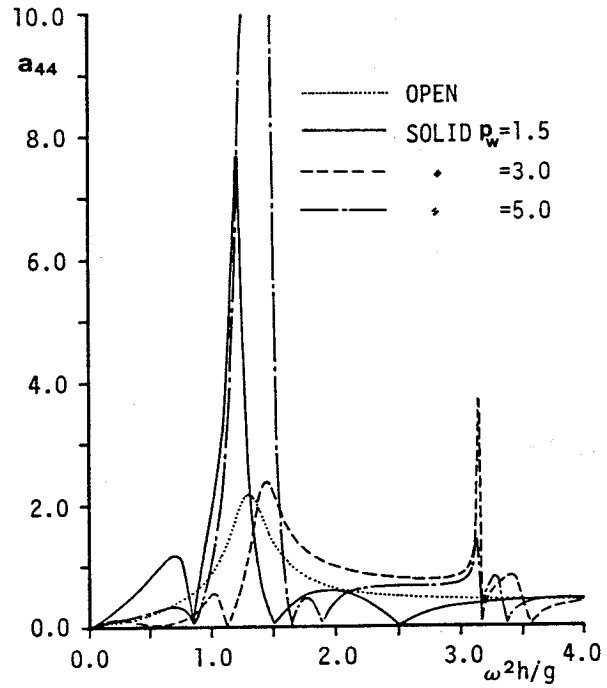
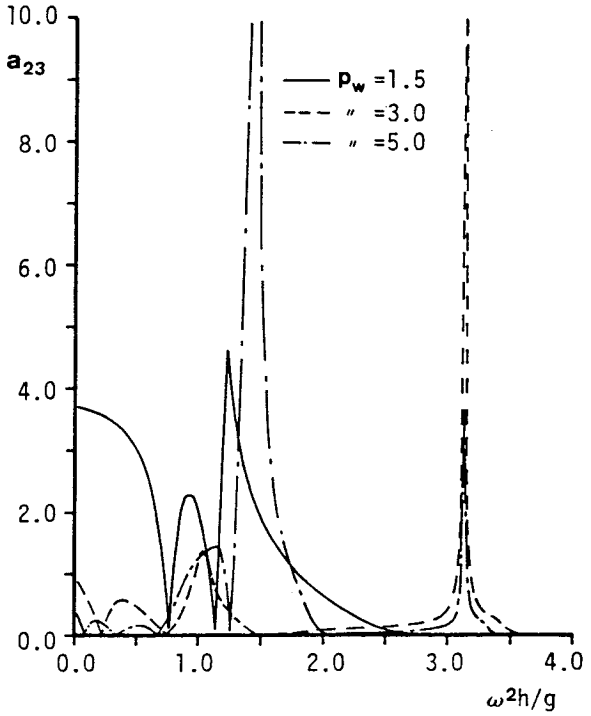


図４－７　付加質量と波強制力の比（その２）



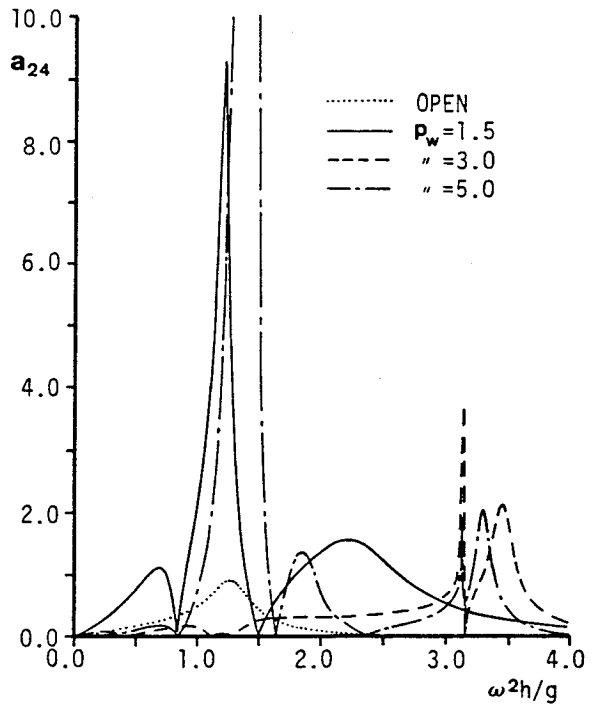


図４－７　付加質量と波強制力の比（その３）

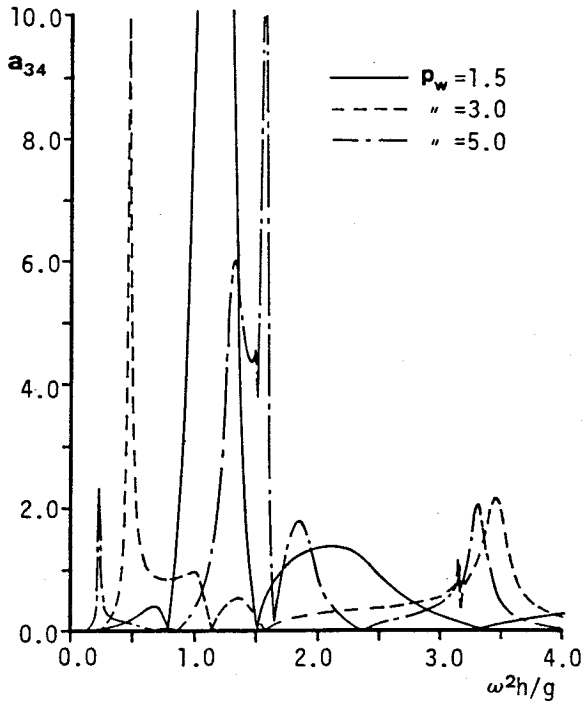


図４－７　付加質量と波強制力の比（その４）

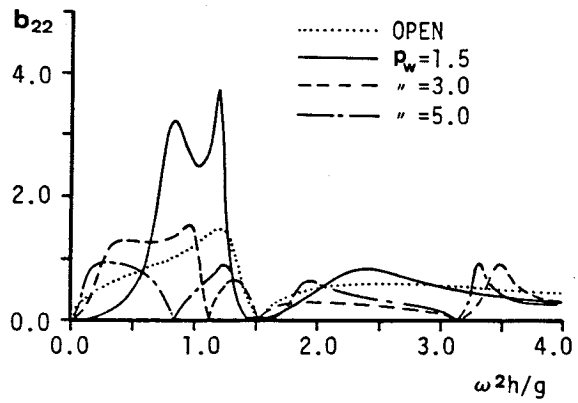
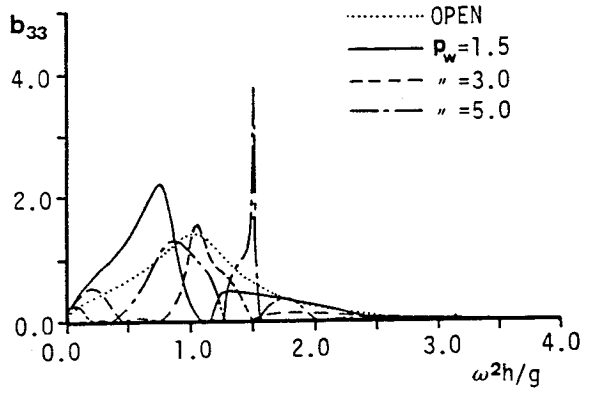
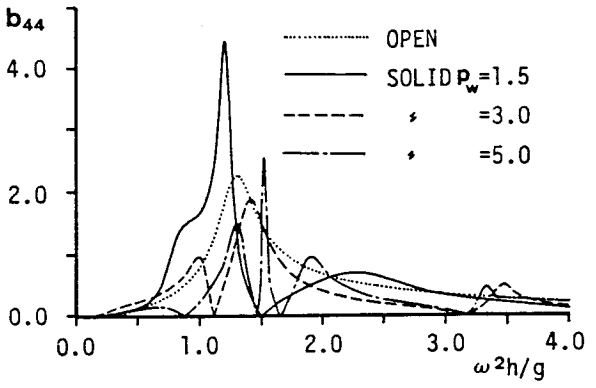


図４－８　造波減衰力と波強制力の比（その１）





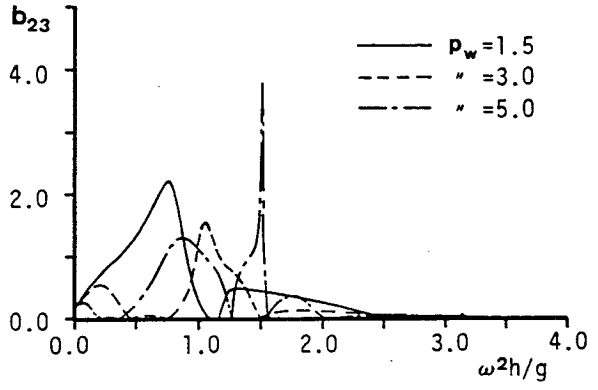


図４－８　造波減衰力と波強制力の比（その２）

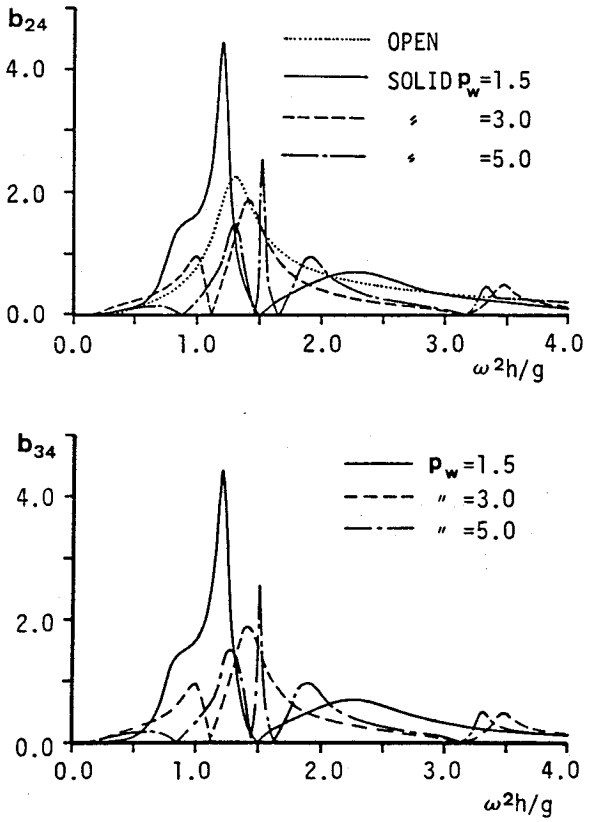


図４－８　造波減衰力と波強制力の比（その３）

ところで図4-8から明らかなように，Solidについては，$b_{23}=b_{33}$，$b_{24}=b_{34}=b_{44}$となっていることがわかる。これは造波減衰と波強制力の間に次式が成立するためである。

$$\frac{N_{2j}}{|W^E{}_2|}=\frac{N_{3j}}{|W^E{}_3|}=\frac{N_{4j}}{|W^E{}_4|}\quad (j=2,3,4) \qquad (4-25)$$

上式は，波強制力と造波減衰の関係（Haskind-Newmanの関係[14),15)]）が成立するとき満足されるもので，浮体以外に鉛直岸壁が存在する場合でもこの関係が成立することを表している。これについては次節で検討する。

（4）遅延関数

図4-9は，OpenおよびSolidでp_w= 1.1,1.5,3.0の場合についての，Swayの遅延関数$R_{22}(t)$を示したものである。第2章でも述べたように，遅延関数はt=0における単位インパルスの運動によって発生した波による力の時間変化を表していると考えてよい。Openの場合には造波された波が浮体の両側に発散して行くため影響の継続時間が短いのに対し，Solidの場合には岸壁と浮体との間の反復反射によって，その影響が長く続くことがわかる。また離岸距離の影響としては，離岸距離が大きくなるにつれて振動の周期が長くなるとともに，振動の減衰も大きくなっていることがわかる。

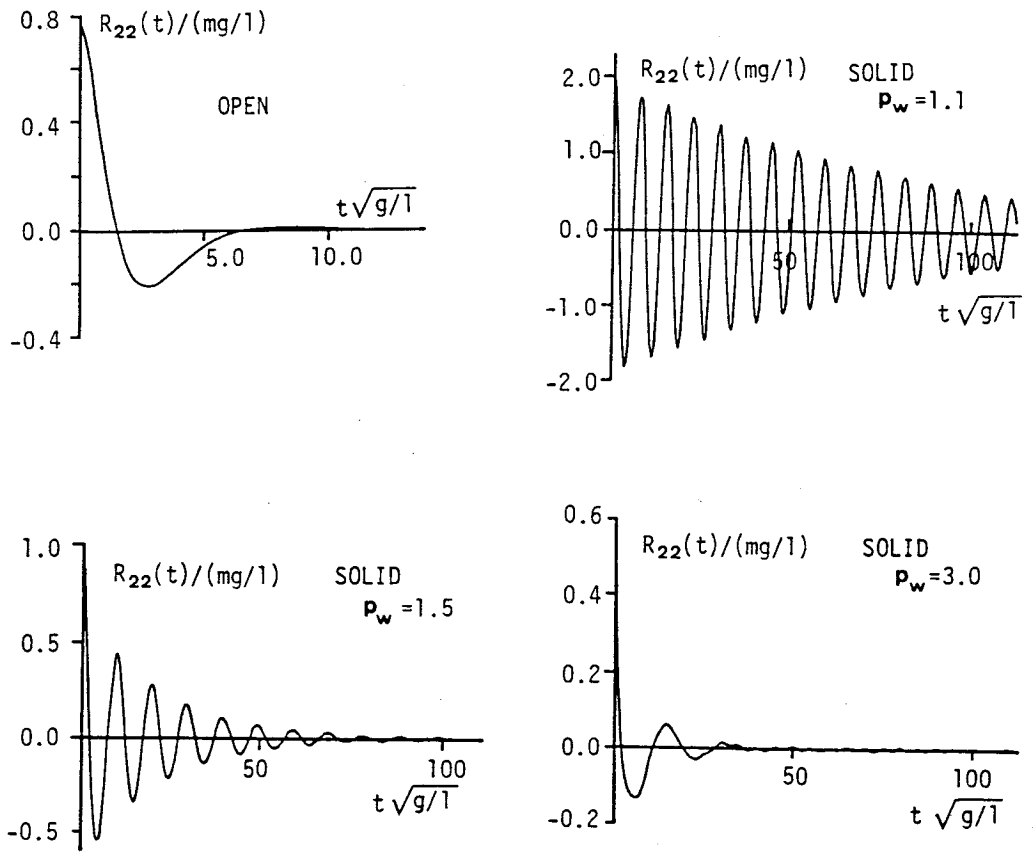


図４－９　Ｓｗａｙの遅延関数

２・３　定常漂流力の特性

（１）丸尾の方法と圧力積分法との比較

２・１において，定常漂流力の算定法には運動量保存則を用いた丸尾の方法と浮体周辺の圧力を直接積分する圧力積分法の２通りがあることを示した。ここではまず両者の比較を行う。

図4-10は，Openで$\omega^2 h/g$ =1.2の場合について，丸尾の方法による定常漂流力を，式(4-1)～式(4-3)の速度ポテンシャルの無限級数項（減衰定常波を表す項）の項数N_Fを変えて計算した結果を示したものである。これより丸尾の方法では10項程度とれば十分であることがわかる。図4-11は，Openの場合について，丸尾の方法によって算定した定常漂流力を実線で，圧力積分法によって求めたものをシンボルで示している。ただし丸尾の方法ではN_F=10，圧力積分法ではN_F=10とN_F=50の両方の場合の計算結果を示している。これより，浮体の運動が大きくなる$\omega^2 h/g$ =0.8～1.6の付近では両者の方法による値は大きく異なっており，圧力積分法では

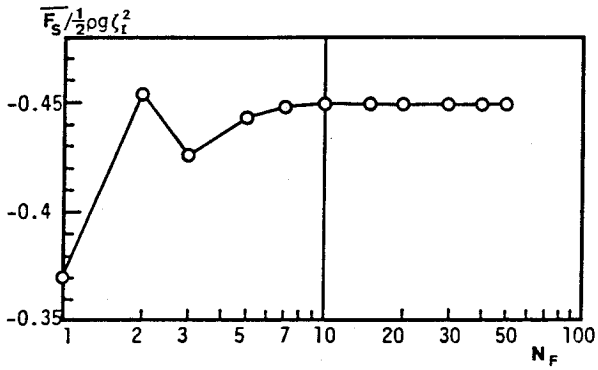


図４－１０　減衰定常波の項数による定常漂流力の違い（丸尾の方法による）

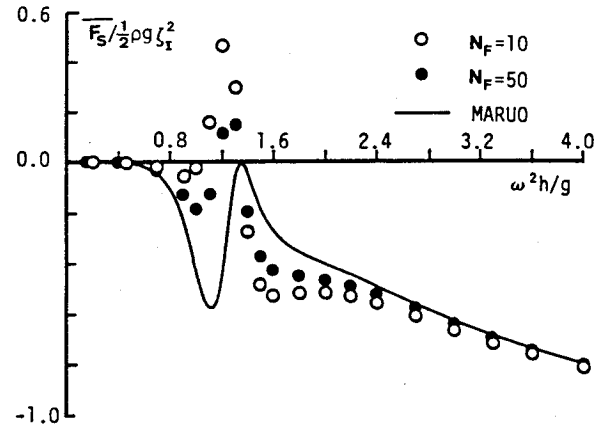


図４－１１　丸尾の方法と圧力積分法による定常漂流力の比較

正の値を示す点も現れている。これは，Openの場合には，運動量保存則から考えてあり得ないことである。ただし圧力積分法においても，N_F=50とした場合にはN_F=10の場合よりも丸尾の方法による計算値に近づいている。そこで式(4-23)中の①～④の各項について，$\omega^2 h/g$ =1.2でのN_Fに対する収束状況を調べた結果を図4-12に示す。これより，①,③,④項についてはN_F=50以上になれば収束しているのに対し，第②項は項数を増しても単調に減少しており，収束しそうにない。これは運動が大きいところでは流速の収束性が悪くなり，流速の２乗項として与えられる第②項の収束性も悪くなるためであろう。したがって，以下では丸尾の方法により求めた定常漂流力を用いて議論を進める。

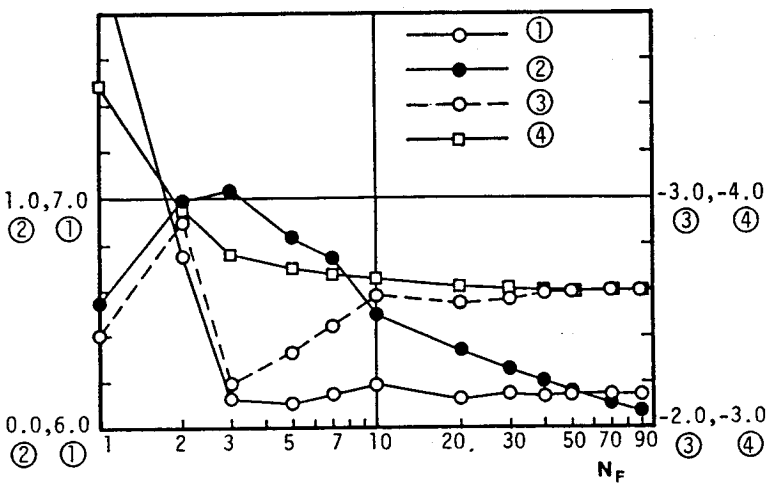


図４－１２　各項の収束状況

（２）定常漂流力に及ぼす鉛直岸壁および浮体の拘束状態の影響

図4-13～図4-15は，それぞれOpenおよびSolidでp_w= 1.5,5.0の場合の定常漂流力を示したものである。ただし漂流力は浮体の運動によって異なるため，浮体を固定した場合（fixed），非係留の自由浮体とした場合（free floating），および$\omega^2 h/g$=0.2付近にSwayの固有周波数が存在するようにSwayの運動変位に比例する反力を与えた場合（moored）の３種類について示している。これより，SolidではOpenよりも漂流力の最大値は大きく，浮体を岸壁から遠ざける方向（波の進行方向とは逆方向）に力が働く周波数域が存在することがわかる。また浮体の拘束条件によって漂流力の周波数応答特性は大きく変化し，係留した場合にはSwayの固有周波数付近で大きな値をとる。

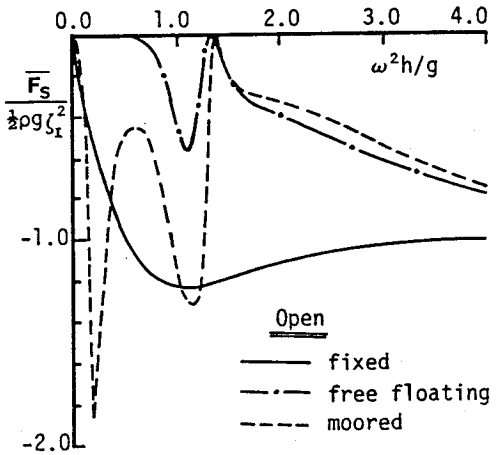


図４－１３　Ｏｐｅｎの定常漂流力

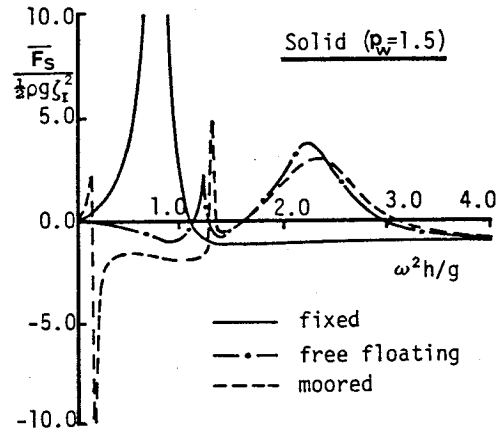


図４－１４　Ｓｏｌｉｄの定常漂流力（ｐ$_w$＝１．５）

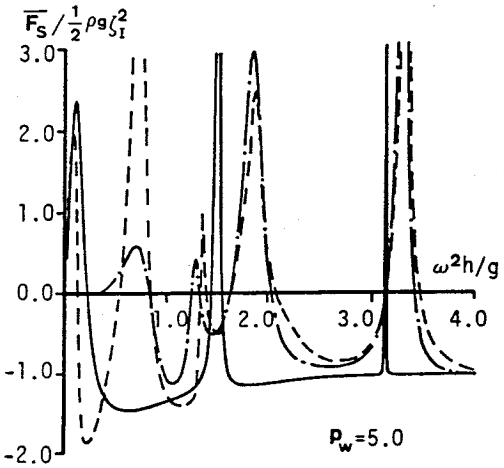


図４－１５　Ｓｏｌｉｄの定常漂流力（ｐ$_w$＝５．０）

図4-16は，Openで係留した場合について，定常漂流力と波強制力の振幅との比を示したものである。ただし波強制力は波振幅に比例するのに対し，漂流力は波振幅の２乗に比例するため，波形勾配Ｈ／Ｌをパラメーターにして示してある。これより，波形勾配を0.1と大きくとっても，Swayの固有周波数付近を除いては，定常漂流力は波強制力に比べてはるかに小さいことがわかる。

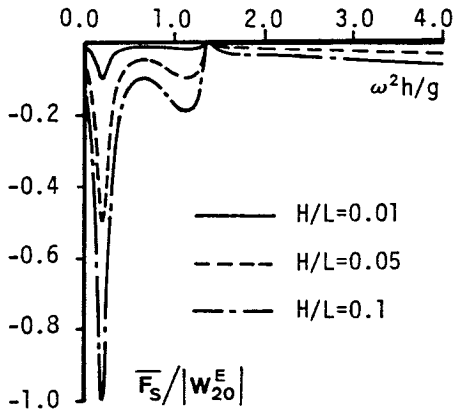


図４－１６　定常漂流力と波強制力の比

第３節　３次元任意形状浮体に及ぼす流体力

以下では，本節で用いる解析法の基礎となる境界積分方程式法の概略を，単一の浮体のみが存在する場合について示した後，港内の船体を想定して，船体周辺に港湾境界が存在する場合へ発展させる方法について述べる。さらに，従来言われているような流体力間の相互関係が，境界が存在する場合にどの様になるかについて検討を加える。最後に，ここで提案した解析法による計算結果をもとに，流体力に及ぼす港湾境界の影響について論じる。ただし，以下に述べる解析では，定常問題のみを取り扱い，また水深はすべて一定としている。

３・１　境界積分方程式法の概要

一定水深上の単一浮体に対する回折散乱波ポテンシャルϕ^S および発散波ポテンシャル$\vec{\phi}^R$ に関する基礎方程式および境界条件については，既に，第２章第２節式(2-22)～式(2-26)および式(2-29)～式(2-33)に示した。ここではJohnのGreen関数とGreenの公式を用いてこれらの諸式を積分方程式に書き直した後，数値的に解く方法について示す[17]。

（１）Green関数

以下の方程式を満足する関数$G(x,y,z;\mu,\nu,\kappa)$ を定義する。

$$\nabla^2 G=-4\pi\delta(x-\mu,y-\nu,z-\kappa) \qquad (4-26)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z}-\frac{\omega^2}{g}G=0 \qquad ;\ \text{at}\quad z=0 \qquad (4-27)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z}=0 \qquad ;\ \text{at}\quad z=-h \qquad (4-28)$$

$$\sqrt{R}\left(\frac{\partial G}{\partial R}-ikG\right)=0 \qquad ;\ \text{when}\quad R\to\infty \qquad (4-29)$$

上式から明らかなように，G がϕ^S ，$\vec{\phi}^R$ と異なる点は，点(μ,ν,κ) で特異性を有すること，および船体没水表面上での条件が課されないことの２つである。

John[15]によれば，このような関数（Green関数）は次式で与えられる。

＜積分型＞

$$G=\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}+2P.V.\int_0^\infty \frac{(\tau+\sigma)\,e^{-\tau h}\cosh\tau\,(z+h)}{\tau\sinh\tau h-\sigma\cosh\tau h}$$

$$\cdot\cosh\tau\,(\kappa+h)\,J_0(\tau R')\,d\tau+i\,\frac{2\pi\,(k^2-\sigma^2)}{h\,(k^2-\sigma^2)+\sigma}$$

$$\cdot\cosh k\,(z+h)\,\cosh k\,(\kappa+h)\,J_0(kR') \qquad (4-30)$$

ここに，$r=\sqrt{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2+(z-\kappa)^2}$，

$r'=\sqrt{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2+(z+2h+\kappa)^2}$，

$R'=\sqrt{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}$，

J_0 ：第１種０次のBessel関数，$\sigma=\omega^2/g$ である。

＜級数型＞

$$G=i\,\frac{2\pi\,(k^2-\sigma^2)}{h\,(k^2-\sigma^2)+\sigma}\cosh k\,(z+h)\,\cosh k\,(\kappa+h)\,H_0^{(1)}(kR')$$

$$+4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_n^2+\sigma^2}{h\,(k_n^2+\sigma^2)-\sigma}\cos k_n\,(z+h)$$

$$\cdot\cos k_n\,(\kappa+h)\,K_0(k_nR') \qquad (4-31)$$

ここに，$H_0^{(1)}$ は第１種０次のHankel関数，K_0 は第２種０次の変形Bessel関数，k_n は，$k_nh\tan k_nh=-\omega^2h/g$ の解として得られる固有値である。

式(4-30)から明らかなように，$(x,y,z)\rightarrow(\mu,\nu,\kappa)$ のとき$G\rightarrow 1/r$ となるので，点(μ,ν,κ) の近傍では，G は強さ-4πのわき出し(Source)を表すポテンシャルに一致する。また積分型と級数型については適宜使い分けるとよい[18]。

（２）Greenの公式と積分方程式の導出

任意の関数ϕ ，ψ に対して次式のGreenの公式が成立する。

$$\iiint_{\Omega}(\phi\nabla^2\phi-\phi\nabla^2\phi)d\Omega=\iint_{S}\left(\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)dS \qquad (4-32)$$

ただし，$\partial/\partial n$ は，領域Ωを囲む境界面Sに立てた外向き法線方向の微分を表す。いま，上式のϕとしてGを，ϕ としてϕ^S あるいは$\vec{\phi}^R$ を代入する。図4-17に示すように，境界面S は船体表面S_V ，自由表面S_F ，水底面S_B ，無限遠方S_∞ に分けられるから，ϕ^S について示すと，式(4-32)は次のように書き換えられる。

$$\iiint_{\Omega}(\phi^S\nabla^2G-G\nabla^2\phi^S)d\Omega$$

$$=\iint_{S_V}\left(\phi^S\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\phi^S}{\partial n}\right)dS+\iint_{S_F}\left(\phi^S\frac{\partial G}{\partial z}-G\frac{\partial\phi^S}{\partial z}\right)dS$$

$$-\iint_{S_B}\left(\phi^S\frac{\partial G}{\partial z}-G\frac{\partial\phi^S}{\partial z}\right)dS+\lim_{R\to\infty}\iint_{S_\infty}\left(\phi^S\frac{\partial G}{\partial R}-G\frac{\partial\phi^S}{\partial R}\right)dS \qquad (4-33)$$

ϕ^S およびG に関する基礎方程式および境界条件から明らかなように，上式中の$(x,y,z)=(\mu,\nu,\kappa)$ 以外での体積積分および境界S_F ，S_B ，S_∞ 上での面積分は消える。したがって，点(μ,ν,κ) を中心とする微小な球面をくり抜い

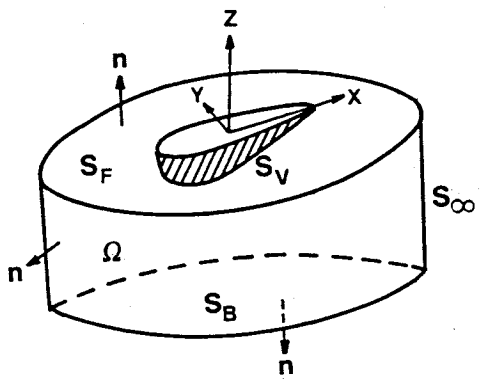


図4－17　Greenの公式を適用する流体領域と境界

て積分を実行すると，次式を得る。

$$\phi^S(P)=\lambda'\iint_{S_V}\left\{\phi^S(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n}-G(P,Q)\frac{\partial \phi^S(Q)}{\partial n}\right\}dS(Q) \qquad (4-34)$$

上式でPは特異点（μ,ν,κ）を，Qは点（x,y,z）を表す。またλ'は点Pが領域Ωの内部にあるとき$-1/4\pi$，S_V上にあるとき$-1/2\pi$の値をとる。式(4-34)にS_V上でのϕ^Sに関する境界条件式(2-25)を代入し，P点をS_V上にとると次式を得る。

$$\phi^S(P)=-\frac{1}{2\pi}\iint_{S_V}\left\{\phi^S(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n}+G(P,Q)\frac{\partial \phi^I(Q)}{\partial n}\right\}dS(Q) \qquad (4-35)$$

S_V上でのG，$\frac{\partial G}{\partial n}$および$\frac{\partial \phi^I}{\partial n}$は既知であるから，式(4-35)は$\phi^S$に関する第２種Fredholm型積分方程式となっている。

$\vec{\phi}^R=(\phi^R{}_1,\phi^R{}_2,\cdot\cdot,\phi^R{}_6)^T$についても同様にして次式が得られる。

$$\phi^R{}_l(P)=-\frac{1}{2\pi}\iint_{S_V}\left\{\phi^R{}_l(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n}-G(P,Q)\,n_l(Q)\right\}dS(Q)$$

$$(l=1,2,\cdot\cdot\cdot,6) \qquad (4-36)$$

（３）積分方程式の離散化

S_V上をN_s個の小要素に分割し，各要素内でポテンシャルの値を一定と仮定すると，積分方程式(4-35)は次のように書ける。

$$\phi^S(P_i)+\frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N_S}\phi^S(P_j)\frac{\partial}{\partial n}G(P_i,P_j)\Delta S_j$$

$$=-\frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N_S} G(P_i,P_j)\frac{\partial}{\partial n}\phi^I(P_j)\Delta S_j \quad (i=1,2,\cdot\cdot,N_S) \qquad (4-37)$$

ここにΔS_j はj番目の要素の面積，P_i ，P_j はそれぞれi番目，j番目の要素の中心座標である。式(4-37)をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\left(\mathbb{I}-\overline{\mathbb{G}}\right)\vec{\phi}^S=\mathbb{G}\vec{\phi}^I \qquad (4-38)$$

ここに$\mathbb{I}$ は単位行列，$\mathbb{G}$ ，$\overline{\mathbb{G}}$ は$N_s\times N_s$の係数マトリックスであり，各々の要素G_{ij} ，$\overline{G}_{ij}$ は次式で与えられる。

$$G_{ij}=-\frac{1}{2\pi}G(P_i,P_j)\Delta S_j$$
$$\overline{G}_{ij}=-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial G}{\partial n}(P_i,P_j)\Delta S_j \qquad (4-39)$$

ただし，$i=j$ の場合にGreen関数は特異となり，特別な計算が要求される[17),18)]。

式(4-38)を解いて，各要素上でのϕ^S が求まれば，式(2-35)を離散化した次式に代入することにより回折波力$\vec{W}^D$ を求めることができる。

$$\vec{W}^D=Re\left[i\omega\rho\sum_{j=1}^{N}\phi^S(P_j)\vec{n}(P_j)\Delta S_j\cdot e^{-i\omega t}\right] \qquad (4-40)$$

また$\vec{\phi}^R$ についても同様に離散的に求められ，式(2-37)を離散化した次式に代入することにより，付加質量$\mathbb{M}$ および造波減衰$\mathbb{N}$ を求めることができる。

$$\left.\begin{aligned} M &= \rho \sum_{j=1}^{N} \{ Re[\vec{\phi}^{R}(P_j)] \vec{n}^{T}(P_j) \}^{T} \Delta S_j \\ N &= \rho \omega \sum_{j=1}^{N} \{ Im[\vec{\phi}^{R}(P_j)] \vec{n}^{T}(P_j) \}^{T} \Delta S_j \end{aligned}\right\} \qquad (4-41)$$

以上述べた方法は，Greenの公式を直接適用して解く境界積分方程式法であり，直接法と呼ばれている。また式(4-34)からわかるように，ϕ^S は境界S_V 上に配された，強さ$-\dfrac{\partial \phi^S}{\partial n}$ のわき出し（G ）および強さϕ^S の二重わき出し（$\dfrac{\partial G}{\partial n}$ ）によって表現されているので，Source-Doublet法とも呼ばれている。一方式(4-34)は適当な変換により，わき出しのみの分布あるいは二重わき出しのみの分布に書き換えられることがわかっている[19]。ϕ^S を次式で表し，境界条件からわき出し強さf_D を決定する，いわゆるわき出し分布法（Source Distribution Method）は，浮体による波変形を計算するのには有効な方法である。

$$\phi^S(P) = \lambda' \iint_{S_V} f_D(Q)\, G(P,Q)\, dS(Q) \qquad (4-42)$$

3・2　港湾境界を考慮した解析法

第3章第1節で述べたように，港湾内の船舶が外洋の船舶と大きく異なる点は，港湾の境界（防波堤や岸壁）が存在することによって，入射波ϕ^I ，回折散乱波ϕ^S ，および発散波ϕ^R が変形を受けることである。したがって，この変形を考慮した速度ポテンシャルを求めることができれば，港内の場合にも外洋の場合と全く同様にして波による流体力を計算することができる。ここではまずはじめに，鏡像法を用いた簡単な境界の処理法を述べた後，任意形状港湾内の計算法について述べる。

（1）鏡像法

図4-18に示すような，隅角部を有する鉛直不透過壁前面の船体を考える場合，外洋での船体についての基礎式以外に，次式で表される岸壁上での不透過条件が加えられる。

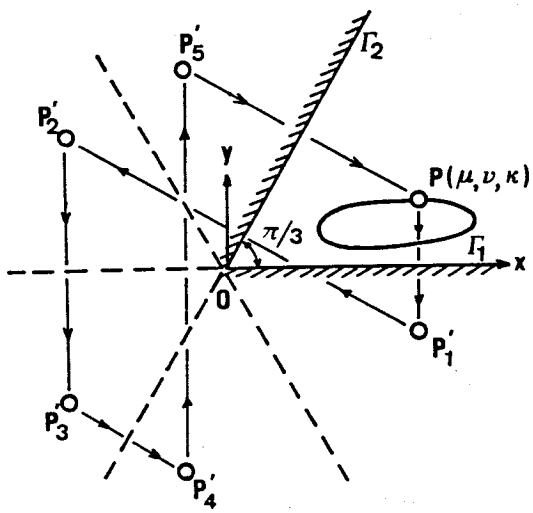


図４－１８　隅角部岸壁前面の船体に対する鏡像の配置

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial n}=0 \ , \quad \frac{\partial \vec{\phi}^R}{\partial n}=\vec{0} \quad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_1, \Gamma_2 \qquad (4-43)$$

したがって，Green関数Ｇについても，次式を満足するように決めておけば，式(4-33)に対応する式のうち，Γ_1, Γ_2上での積分が消えて，外洋の場合と全く同様に式(4-34)を用いて解くことができる。

$$\frac{\partial G}{\partial n}=0 \quad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_1, \Gamma_2 \qquad (4-44)$$

式(4-44)を満足させるためには，Ｐ点以外にＰ点の岸壁に対する鏡像点Ｐ’にも特異点を配置すればよいが，Γ_1, Γ_2 両方の岸壁に関する鏡像点が有限個で完結し，かつ流体内部に鏡像が現れない場合に限って，岸壁の不透過条件を満足するGreen関数が決定できる[20]。この条件を満足するのは，岸壁のなす角がπ/n（n=1,2,.....）の場合のみであり，例えば$\pi/3$のときには図に示すようにＰ$_1$’～Ｐ$_5$’の５個の鏡像点に特異点をおくことにより，次式で新たなGreen関数G^*を求めることができる。

$$G^*(P,Q)=G(P,Q)+G(P'_1,Q)+\cdots+G(P'_5,Q) \qquad (4-45)$$

以上のように，鏡像法は非常に簡便な方法ではあるが，取り扱える境界の形状が限られるという欠点がある。また岸壁の反射率を取り入れることはできない。

（２）任意形状港湾内での解析

ここではまず造波問題（$\vec{\phi}^R$ を求める問題）について述べた後，回折問題（ϕ^S を求める問題）への適用法を示す。図4-19に示すような任意形状港湾内の船体を考える。海岸線は直線で完全反射，港湾境界はすべて直立で任意の反射率をもつものとする。さらに港内の水深は一定とする。座標系は，港口部静水面上に原点をもつ$Oxyz$ 座標系および船体重心に原点をもつ$\overline{G_S}XYZ$ 座標系の２種類を用いる。任意形状港湾内の船体についても，あらかじめ周辺境界での境界条件を満足するようなGreen関数が求められれば，式(4-34)を用いて外洋の場合と同様にして解析することができるが，現在のところそのようなGreen関数の構成法は確立されていない。そこで流体場を次の３つの領域に分割する。すなわち，港外の半無限領域Ⅰ，船体近傍を除く港内領域Ⅱ，および船体近傍領域Ⅲである。領域Ⅰ－Ⅱおよび Ⅱ－Ⅲの間の仮想境界面をそれぞれB_1，B_2とし，各領域における法線方向を図に示すとおりに定める。ただし，B_1，B_2 はz 軸に平行にとる。

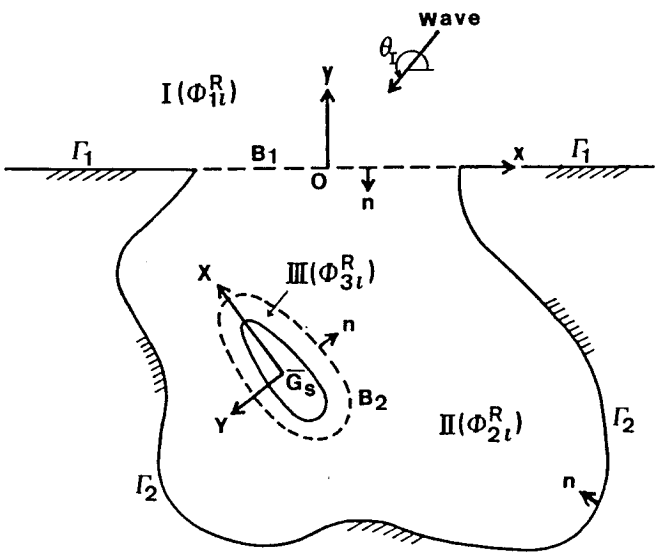


図４－１９　任意形状港湾内の船体に対する座標系と領域の分割

（a）基礎方程式と境界条件：　各領域における速度ポテンシャルを，$\Phi^R_{1l}, \Phi^R_{2l}, \Phi^R_{3l}$　（$l=1,2,\cdot\cdot,6$）とし，それぞれ次のように表す。

$$\Phi^R_{il} = \dot{\xi}_l \phi^R_{il}(x,y,z) = \dot{\xi}_l f^{(0)}_{il}(x,y) \frac{\cosh k\,(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\xi}_l f^{(n)}_{il}(x,y) \frac{\cos k_n (z+h)}{\cos k_n h} \qquad (i=1,2) \qquad (4-46)$$

$$\Phi^R_{3l} = \dot{\xi}_l \phi^R_{3l}(x,y,z) \qquad (4-47)$$

ここにk, k_nはそれぞれ次式で求められる。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \frac{\omega^2 h}{g} \qquad (4-48)$$

$f^{(0)}_{il}, f^{(n)}_{il}, \phi^R_{3l}$ はそれぞれ次の基礎方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 f^{(0)}_{il}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^{(0)}_{il}}{\partial y^2} + k^2 f^{(0)}_{il} = 0 \qquad (i=1,2) \qquad (4-49)$$

$$\frac{\partial^2 f^{(n)}_{il}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^{(n)}_{il}}{\partial y^2} - k_n^2 f^{(n)}_{il} = 0 \qquad (i=1,2) \qquad (4-50)$$

$$\frac{\partial^2 \phi^R_{3l}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^R_{3l}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^R_{3l}}{\partial z^2} = 0 \qquad (4-51)$$

境界条件としては，領域Ⅲで$\phi^R{}_{3l}$ に対して式(2-30)，(2-31)および(2-32)が，領域Ⅰ，Ⅱでは次式が課せられる。

$$\frac{\partial f^{(0)}_{1l}}{\partial n} = \frac{\partial f^{(n)}_{1l}}{\partial n} = 0 \qquad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \qquad (4-52)$$

$$\frac{\partial f_{2l}^{(0)}}{\partial n}=-ik\alpha f_{2l}^{(0)} \quad , \quad \frac{\partial f_{2l}^{(n)}}{\partial n}=0 \quad ; \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \qquad (4-53)$$

ここにαは第３章式(3-7)で与えられる港湾境界の吸収率であり，式(4-53)の第２式は部分吸収条件を表している。ただし領域Ⅱではn が内向き法線となっているので，符号が異なっている。また減衰定常波については，部分吸収条件の与え方が明らかでないので，第２式のように完全反射としている。

さらに，仮想境界面上での連続条件として，次式が成立しなければならない。

$$f_{1l}^{(0)}=f_{2l}^{(0)} \quad , \quad f_{1l}^{(n)}=f_{2l}^{(n)}$$

$$\frac{\partial f_{il}^{(0)}}{\partial n}=\frac{\partial f_{2l}^{(0)}}{\partial n} \quad , \quad \frac{\partial f_{1l}^{(n)}}{\partial n}=\frac{\partial f_{2l}^{(n)}}{\partial n} \quad ; \quad \text{on} \quad B_1 \qquad (4-54)$$

$$\phi_{2l}^{R}=\phi_{3l}^{R} \quad , \quad \frac{\partial \phi_{2l}^{R}}{\partial n}=\frac{\partial \phi_{3l}^{R}}{\partial n} \quad ; \quad \text{on} \quad B_2 \qquad (4-55)$$

（ｂ）積分方程式による表現と離散化：　式(4-49)および(4-50)に関するGreen関数として，それぞれ第１種０次のHankel関数$H_0^{(1)}(kr)$ および第２種０次の変形Bessel関数$K_0(k_n r)$ を選び，領域Ⅰ，ⅡにGreenの公式を適用すると，前述したように，各領域内のＰ点での$f_{il}^{(0)}, f_{il}^{(n)}$ が，周辺境界上での積分で表される。すなわち，

$$f_{1l}^{(0)}(P)=\lambda\int_{\Gamma_1+B_1+\Gamma_\infty}\left[f_{1l}^{(0)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(0)}(Q)\right]ds(Q) \qquad (4-56)$$

$$f_{1l}^{(n)}(P)=\lambda\int_{\Gamma_1+B_1+\Gamma_\infty}\left[f_{1l}^{(n)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{K_0(k_n r)\}\right.$$

$$-K_0(k_n r)\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(n)}(Q)\,]\,ds(Q) \qquad (4-57)$$

$$f_{2l}^{(0)}(P)=-\lambda\int_{\Gamma_2+B_1+B_2}[\,f_{2l}^{(0)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}$$

$$-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(0)}(Q)\,]\,ds(Q) \qquad (4-58)$$

$$f_{2l}^{(n)}(P)=-\lambda\int_{\Gamma_2+B_1+B_2}[\,f_{2l}^{(n)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{K_0(k_n r)\}$$

$$-K_0(k_n r)\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(n)}(Q)\,]\,ds(Q) \qquad (4-59)$$

ここに$r=\overline{PQ}$ であり，λ はPが領域の内部にあるときは$-i/4$，境界面上にあるときは$-i/2$の値をとる。領域Ⅲについてもgreenの公式を適用すると，ϕ_{3l}^{R} は次式で表される。

$$\phi_{3l}^{R}(P)=\lambda'\iint_{S_V+B_2}[\,\phi_{3l}^{R}(Q)\frac{\partial}{\partial n}G(P,Q)-G(P,Q)\frac{\partial}{\partial n}\phi_{3l}^{R}(Q)\,]\,dS(Q) \qquad (4-60)$$

ここにλ' は式(4-34)と同じである。ここで点Pを境界上にとり，さらに式(4-52)および式(4-53)の境界条件を代入する。式(4-56)および式(4-57)中のΓ_∞ 上の積分は，Γ_∞ 上では外向きの進行波のみが存在するという放射条件から消え，さらに海岸線が直線であることからΓ_1，B_1上で$\frac{\partial}{\partial n}H_0^{(1)}(kr)=\frac{\partial}{\partial n}K_0(k_n r)=0$ が成り立つことに注意すると，式(4-56)～式(4-60)は，境界上の点Pに対して，次式のように書き換えられる。

$$f_{1l}^{(0)}(P)=\frac{i}{2}\int_{B_1} H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(0)}(Q)ds(Q) \qquad (4-61)$$

$$f_{1l}^{(n)}(P)=\frac{i}{2}\int_{B_1} K_0(k_n r)\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(n)}(Q)ds(Q) \qquad (4-62)$$

$$f_{2l}^{(0)}(P)=\frac{i}{2}\int_{B_1+B_2}\left[f_{2l}^{(0)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}-H_0^{(1)}(kr)\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(0)}(Q)\right]ds(Q)$$

$$+\frac{i}{2}\int_{\Gamma_2}\left[\frac{\partial}{\partial n}\{H_0^{(1)}(kr)\}+ik\alpha H_0^{(1)}(kr)\right]f_{2l}^{(0)}(Q)ds(Q) \qquad (4-63)$$

$$f_{2l}^{(n)}(P)=\frac{i}{2}\int_{B_1+B_2}\left[f_{2l}^{(n)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{K_0(k_n r)\}-K_0(k_n r)\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(n)}(Q)\right]ds(Q)$$

$$+\frac{i}{2}\int_{\Gamma_2}f_{2l}^{(n)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\{K_0(k_n r)\}ds(Q) \qquad (4-64)$$

$$\phi_{3l}^{R}(P)=-\frac{1}{2\pi}\int_{S_V+B_2}\left[\phi_{3l}^{R}(Q)\frac{\partial}{\partial n}G(P,Q)-G(P,Q)\frac{\partial}{\partial n}\phi_{3l}^{R}(Q)\right]dS(Q) \qquad (4-65)$$

これらの積分方程式を解くために，境界B_1上をN_1個，Γ_2上をN_2個，B_2上をN_3個の線要素に分割し，さらに，境界面B_2を$N_c=N_3\times N_D$個，S_V上をN_s個のpanel要素に分割する。各要素内でのポテンシャル値を一定とすると，式(4-61)～式(4-65)に対応する式として次式を得る。

$$f_{1l}^{(0)}(P_i)=\sum_{j=1}^{N_1} A_{ij}\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(0)}(P_j) \qquad (4-66)$$

$$f_{1l}^{(n)}(P_i)=\sum_{j=1}^{N_1} B_{ij}^{(n)}\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(n)}(P_j) \qquad (4-67)$$

$$f_{2l}^{(0)}(P_i)=\sum_{j=1}^{N_1+N_3}\{\overline{A}_{ij}f_{2l}^{(0)}(P_j)-A_{ij}\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(0)}(P_j)\}$$
$$+\sum_{j=1}^{N_2}(\overline{A}_{ij}+ik\alpha A_{ij})\,f_{2l}^{(0)}(P_j) \qquad (4-68)$$

$$f_{2l}^{(n)}(P_i)=\sum_{j=1}^{N_1+N_3}\{\overline{B}_{ij}^{(n)}f_{2l}^{(n)}(P_j)-B_{ij}^{(n)}\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(n)}(P_j)\}$$
$$+\sum_{j=1}^{N_2}\overline{B}_{ij}^{(n)}f_{2l}^{(n)}(P_j) \qquad (4-69)$$

$$\phi_{3l}^{R}(P_i)=\sum_{j=1}^{N_S+N_C}\{\overline{G}_{ij}\phi_{3l}^{R}(P_j)-G_{ij}\frac{\partial}{\partial n}\phi_{3l}^{R}(P_j)\} \qquad (4-70)$$

ここに,

$$A_{ij}=\frac{i}{2}\int_{\Delta s_j}H_0^{(1)}(kr)ds=\frac{i}{2}H_0^{(1)}(kr_{ij})\Delta s_j \quad (i\neq j)$$
$$=\left\{\frac{i}{2}-\frac{1}{\pi}\left(\ln\frac{k\Delta s_i}{4}-0.42278\right)\right\}\Delta s_i \quad (i=j) \qquad (4-71)$$

$$\overline{A}_{ij}=\frac{i}{2}\int_{\Delta s_j}\frac{\partial}{\partial n}H_0^{(1)}(kr)ds=-\frac{i}{2}kH_1^{(1)}(kr_{ij})\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)_j\Delta s_j \quad (i\neq j)$$
$$=0 \quad (i=j) \qquad (4-72)$$

$$B_{ij}^{(n)}=\frac{i}{2}\int_{\Delta s_j}K_0(k_n r)ds=\frac{i}{2}K_0(k_n r_{ij})\Delta s_j \quad (i\neq j)$$

$$=\frac{i}{2}\left(0.42278-\ln\frac{k_n\Delta s_i}{4}\right)\Delta s_i \quad (i=j) \qquad (4-73)$$

$$\overline{B}_{ij}^{(n)}=\frac{i}{2}\int_{\Delta s_j}\frac{\partial}{\partial n}K_0(k_n r)ds=-\frac{i}{2}k_n K_1(k_n r_{ij})\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)_j\Delta s_j \quad (i\neq j)$$

$$=0 \quad (i=j) \qquad (4-74)$$

であり，G_{ij}, $\overline{G}_{ij}$ は式(4-39)と同様である。

式(4-66)～式(4-70)をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\vec{F}_1^{(0)}=\mathbb{A}_1\vec{\overline{F}}_1^{(0)} \quad , \quad \vec{F}_1^{(n)}=\mathbb{B}_1^{(n)}\vec{\overline{F}}_1^{(n)} \qquad (4-75)$$

$$\vec{F}_2^{(0)}=\mathbb{A}_2\vec{\overline{F}}_2^{(0)} \quad , \quad \vec{F}_2^{(n)}=\mathbb{B}_2^{(n)}\vec{\overline{F}}_2^{(n)} \qquad (4-76)$$

$$\vec{\phi}_3=\mathbb{C}_3\vec{\overline{\phi}}_3 \qquad (4-77)$$

ここに，

$$\vec{F}_1^{(0,n)}=\left[\overbrace{\{f_{1l}^{(0,n)}\}_{B_1}}^{1}\right]\Big)N_1 \ , \ \vec{\overline{F}}_1^{(0,n)}=\left[\overbrace{\left\{\frac{\partial}{\partial n}f_{1l}^{(0,n)}\right\}_{B_1}}^{1}\right]\Big)N_1 \qquad (4-78)$$

$$\vec{F}_2^{(0,n)}=\left[\overbrace{\begin{matrix}\{f_{2l}^{(0,n)}\}_{B_1}\\ \{f_{2l}^{(0,n)}\}_{\Gamma_2}\\ \{f_{2l}^{(0,n)}\}_{B_2}\end{matrix}}^{1}\right]\Bigg)N_1+N_2+N_3 \ , \ \vec{\overline{F}}_2^{(0,n)}=\left[\overbrace{\begin{matrix}\left\{\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(0,n)}\right\}_{B_1}\\ \left\{\frac{\partial}{\partial n}f_{2l}^{(0,n)}\right\}_{B_2}\end{matrix}}^{1}\right]\Bigg)N_1+N_3$$

$$\cdots (4-79)$$

$$\vec{\phi}_3=\overbrace{\begin{bmatrix}\{\phi^R_{3l}\}_{S_V}\\ \{\phi^R_{3l}\}_{B_2}\end{bmatrix}}^{1}\Big)N_S+N_C\ ,\quad \vec{\vec{\phi}}_3=\overbrace{\begin{bmatrix}\left\{\dfrac{\partial}{\partial n}\phi^R_{3l}\right\}_{S_V}\\ \left\{\dfrac{\partial}{\partial n}\phi^R_{3l}\right\}_{B_2}\end{bmatrix}}^{1}\Big)N_S+N_C \qquad (4-80)$$

$$\mathbb{A}_1=\overbrace{[A_{ij}]}^{N_1}\Big)N_1 \qquad (4-81) \qquad\qquad \mathbb{B}_1^{(n)}=\overbrace{[B_{ij}^{(n)}]}^{N_1}\Big)N_1 \qquad (4-82)$$

$$\mathbb{A}_2=\left\{\begin{bmatrix}\overbrace{\{\overline{A}_{ij}\}_{B_1,B_1}}^{N_1} & \overbrace{\{\overline{A}_{ij}+ik\alpha A_{ij}\}_{B_1,\Gamma_2}}^{N_2} & \overbrace{\{\overline{A}_{ij}\}_{B_1,B_2}}^{N_3}\\ \{\overline{A}_{ij}\}_{\Gamma_2,B_1} & \{\overline{A}_{ij}+ik\alpha A_{ij}\}_{\Gamma_2,\Gamma_2} & \{\overline{A}_{ij}\}_{\Gamma_2,B_2}\\ \{\overline{A}_{ij}\}_{B_2,B_1} & \{\overline{A}_{ij}+ik\alpha A_{ij}\}_{B_2,\Gamma_2} & \{\overline{A}_{ij}\}_{B_2,B_2}\end{bmatrix}-\overbrace{\begin{bmatrix}1 & & & 0\\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1\end{bmatrix}}^{N_1+N_2+N_3}\right\}^{-1}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}\overbrace{\{A_{ij}\}_{B_1,B_1}}^{N_1} & \overbrace{\{A_{ij}\}_{B_1,B_2}}^{N_3}\\ \{A_{ij}\}_{\Gamma_2,B_1} & \{A_{ij}\}_{\Gamma_2,B_2}\\ \{A_{ij}\}_{B_2,B_1} & \{A_{ij}\}_{B_2,B_2}\end{bmatrix}\begin{matrix}\Big)N_1\\ \Big)N_2\\ \Big)N_3\end{matrix}=\begin{bmatrix}\overbrace{\mathbb{a}_{11}}^{N_1} & \overbrace{\mathbb{a}_{12}}^{N_3}\\ \mathbb{a}_{11} & \mathbb{a}_{12}\\ \mathbb{a}_{11} & \mathbb{a}_{12}\end{bmatrix}\begin{matrix}\Big)N_1\\ \Big)N_2\\ \Big)N_3\end{matrix} \qquad (4-83)$$

$$\mathbb{B}_2^{(n)}=\left\{\begin{bmatrix}\overbrace{\{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_1,B_1}}^{N_1} & \overbrace{\{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_1,\Gamma_2}}^{N_2} & \overbrace{\{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_1,B_2}}^{N_3}\\ \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{\Gamma_2,B_1} & \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{\Gamma_2,\Gamma_2} & \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{\Gamma_2,B_2}\\ \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_2,B_1} & \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_2,\Gamma_2} & \{\overline{B}_{ij}^{(n)}\}_{B_2,B_2}\end{bmatrix}-\overbrace{\begin{bmatrix}1 & & & 0\\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1\end{bmatrix}}^{N_1+N_2+N_3}\right\}^{-1}$$

$$\cdot\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \overbrace{\qquad\qquad}^{N_1} & \overbrace{\qquad\qquad}^{N_3} \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c} \{B_{ij}\}_{B_1,B_1} & \{B_{ij}\}_{B_1,B_2} \\ \hdashline \{B_{ij}\}_{\Gamma_2,B_1} & \{B_{ij}\}_{\Gamma_2,B_2} \\ \hdashline \{B_{ij}\}_{B_2,B_1} & \{B_{ij}\}_{B_2,B_2} \end{array}\right] \begin{array}{l})N_1 \\ )N_2 \\ )N_3 \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \overbrace{\qquad\qquad}^{N_1} & \overbrace{\qquad\qquad}^{N_3} \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c} b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} \\ \hdashline b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} \\ \hdashline b_{11}^{(n)} & b_{12}^{(n)} \end{array}\right] \begin{array}{l})N_1 \\ )N_2 \\ )N_3 \end{array} \end{array} \qquad (4-84)$$

$$C_3=\left(\overline{G}-I\right)^{-1}G=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \overbrace{\qquad\qquad}^{N_S} & \overbrace{\qquad\qquad}^{N_C} \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c} c_{11} & c_{12} \\ \hdashline c_{21} & c_{22} \end{array}\right] \begin{array}{l})N_S \\ )N_C \end{array} \end{array} \qquad (4-85)$$

（c）Matching条件の適用：　次に仮想境界面B_1, B_2上での連続条件式(4-45)および(4-55)を適用する。これらをベクトルで表示すると次のようになる。

$$\vec{F}_1^{(0)}=\{\vec{F}_2^{(0)}\}_{B_1}\ ,\quad \vec{F}_1^{(n)}=\{\vec{F}_2^{(n)}\}_{B_1} \qquad (4-86)$$

$$\vec{\overline{F}}_1^{(0)}=\{\vec{\overline{F}}_2^{(0)}\}_{B_1}\ ,\quad \vec{\overline{F}}_1^{(n)}=\{\vec{\overline{F}}_2^{(n)}\}_{B_1} \qquad (4-87)$$

$$\{\vec{\phi}_2\}_{B_2}=\{\vec{\phi}_3\}_{B_2} \quad (4-88) \qquad \{\vec{\overline{\phi}}_2\}_{B_2}=\{\vec{\overline{\phi}}_3\}_{B_2} \quad (4-89)$$

式(4-86)および(4-87)を適用するために，まずB_1上の$\vec{F}_2^{(0)}$ および$\vec{F}_2^{(n)}$ を$\vec{\overline{F}}_2^{(0)}$ および$\vec{\overline{F}}_2^{(n)}$ を用いて表すと，式(4-76)および(4-83)より，次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\vec{F}_2^{(0)}\}_{B_1} &= a_{11}\{\vec{\overline{F}}_2^{(0)}\}_{B_1}+a_{12}\{\vec{\overline{F}}_2^{(0)}\}_{B_2} \\ \{\vec{F}_2^{(n)}\}_{B_1} &= b_{11}^{(n)}\{\vec{\overline{F}}_2^{(n)}\}_{B_1}+b_{12}^{(n)}\{\vec{\overline{F}}_2^{(n)}\}_{B_2} \end{aligned} \qquad (4-90)$$

式(4-75)および(4-90)を式(4-86)に代入した後，式(4-87)を用いると次式を得る。

$$\mathbb{A}_1\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(0)}\right\}_{B_1}=\mathbb{a}_{11}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(0)}\right\}_{B_1}+\mathbb{a}_{12}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(0)}\right\}_{B_2}$$
$$\mathbb{B}_1\left\{\overrightarrow{F}_2^{(n)}\right\}_{B_1}=\mathbb{b}_{11}^{(n)}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(n)}\right\}_{B_1}+\mathbb{b}_{12}^{(n)}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(n)}\right\}_{B_2} \qquad (4-91)$$

上式をまとめて表示すると次のようになる。

$$\mathbb{P}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\right\}_{B_1}+\mathbb{Q}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\right\}_{B_2}=\vec{0} \qquad (4-92)$$

ここに，減衰定常波成分の項数n をN$_F$までとるとすると，

$$\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\right\}_{B_1}=\overbrace{\begin{bmatrix}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(0)}\right\}_{B_1}\\ \left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(1)}\right\}_{B_1}\\ \vdots\\ \left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(N_F)}\right\}_{B_1}\end{bmatrix}}^{1}\Bigg\}N_1\times(N_F+1)\ ,\quad \left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\right\}_{B_2}=\overbrace{\begin{bmatrix}\left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(0)}\right\}_{B_2}\\ \left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(1)}\right\}_{B_2}\\ \vdots\\ \left\{\overrightarrow{\overline{F}}_2^{(N_F)}\right\}_{B_2}\end{bmatrix}}^{1}\Bigg\}N_1\times(N_F+1)$$

・・・（4－93）

$$\mathbb{P}=\overbrace{\begin{bmatrix}\mathbb{a}_{11}-\mathbb{A}_1 & & & & \\ & \mathbb{b}_{11}^{(1)}-\mathbb{B}_1^{(1)} & & \mathbb{0} & \\ & & \mathbb{b}_{11}^{(2)}-\mathbb{B}_1^{(2)} & & \\ & \mathbb{0} & & \ddots & \\ & & & & \mathbb{b}_{11}^{(N_F)}-\mathbb{B}_1^{(N_F)}\end{bmatrix}}^{N_1\times(N_F+1)}\Bigg\}N_1\times(N_F+1)$$

・・・（4－94）

$$
\mathbb{Q}=\overbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{a}_{12} & & & & \\ & \mathbb{b}_{12}^{(1)} & & \mathbb{0} & \\ & & \mathbb{b}_{12}^{(2)} & & \\ & \mathbb{0} & & \ddots & \\ & & & & \mathbb{b}_{12}^{(N_F)} \end{bmatrix}}^{N_1 \times (N_F+1)} \Bigg\} N_1 \times (N_F+1) \qquad (4-95)
$$

次にB$_2$上でのMatching条件式(4-88)および(4-89)を用いる。B$_2$上での$\vec{F}_2^{(0)}$，$\vec{F}_2^{(n)}$ は次式で表される。

$$
\begin{aligned}
\{\vec{F}_2^{(0)}\}_{B_2} &= \mathbb{a}_{31}\{\vec{\bar{F}}_2^{(0)}\}_{B_1} + \mathbb{a}_{32}\{\vec{\bar{F}}_2^{(0)}\}_{B_2} \\
\{\vec{F}_2^{(n)}\}_{B_2} &= \mathbb{b}_{31}^{(n)}\{\vec{\bar{F}}_2^{(n)}\}_{B_1} + \mathbb{b}_{32}^{(n)}\{\vec{\bar{F}}_2^{(n)}\}_{B_2}
\end{aligned} \qquad (4-96)
$$

一方，B$_2$上での$\vec{\phi}_3$ は次式で与えられる。

$$
\{\vec{\phi}_3\}_{B_2} = \mathbb{c}_{21}\{\vec{\bar{\phi}}_3\}_{S_V} + \mathbb{c}_{22}\{\vec{\bar{\phi}}_3\}_{B_2} \qquad (4-97)
$$

式(4-88)および(4-89)を適用するためには，B$_2$上の$\vec{\phi}_2$，$\vec{\bar{\phi}}_2$ を$\vec{F}_2^{(0)}$，$\vec{F}_2^{(n)}$ を用いて表現しておく必要がある。式(4-46)より，ϕ_{2l}^R は次式のように表される。

$$
\begin{aligned}
\phi_{2l}^R(x,y,z) &= f_{2l}^{(0)}(x,y)\frac{\cosh k\,(z+h)}{\cosh kh} \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2l}^{(n)}(x,y)\frac{\cos k_n\,(z+h)}{\cos k_n h}
\end{aligned} \qquad (4-98)
$$

したがって，B$_2$面上のϕ_{2l}^R をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\{\vec{\phi}_2\}_{B_2}=\mathbb{D}\{\vec{F}_2\}_{B_2} \quad , \quad \{\vec{\vec{\phi}}_2\}_{B_2}=\mathbb{D}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} \qquad (4-99)$$

ここに，

$$\mathbb{D}=\left.\overbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{d}_1^{(0)} & \mathbb{d}_1^{(1)} & \cdots & \mathbb{d}_1^{(N_F)} \\ \mathbb{d}_2^{(0)} & \mathbb{d}_2^{(1)} & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \mathbb{d}_{N_3}^{(0)} & \cdot & \cdots & \mathbb{d}_{N_3}^{(N_F)} \end{bmatrix}}^{N_3\times(1+N_F)}\right\}N_3\times N_D=N_C \qquad (4-100)$$

$$\mathbb{d}_m^{(n)}=\frac{1}{\cosh k_n h}\left.\begin{bmatrix} \overbrace{\mathbb{0}}^{m-1} & \begin{matrix} \cosh k_n(z_{1m}+h) \\ \cosh k_n(z_{2m}+h) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cosh k_n(z_{N_D m}+h) \end{matrix} & \overbrace{\mathbb{0}}^{N_3-m} \end{bmatrix}\right\}N_D$$

$$\mathbb{d}_m^{(n)}=\frac{1}{\cos k_n h}\left.\begin{bmatrix} \overbrace{\mathbb{0}}^{m-1} & \begin{matrix} \cos k_n(z_{1m}+h) \\ \cos k_n(z_{2m}+h) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cos k_n(z_{N_D m}+h) \end{matrix} & \overbrace{\mathbb{0}}^{N_3-m} \end{bmatrix}\right\}N_D \qquad (4-101)$$

$$(m=1,2,\cdots,N_3 \ ; \ n=1,2,\cdots,N_F)$$

式(4-88)，(4-89)および式(4-99)の関係を用いると，式(4-97)は次のようになる。

$$\mathbb{D}\{\vec{F}_2\}_{B_2}=\mathbb{c}_{21}\{\vec{\vec{\phi}}_3\}_{S_V}+\mathbb{c}_{22}\mathbb{D}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} \qquad (4-102)$$

一方，式(4-96)を１つの式にまとめると次のようになる。

$$\{\vec{F}_2\}_{B_2}=\mathbb{T}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_1}+\mathbb{S}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} \qquad (4-103)$$

ここに，

$$
\mathbb{T}=\overbrace{\begin{bmatrix} a_{31} & & & & \\ & b_{31}^{(1)} & & & \mathbb{0} \\ & & b_{31}^{(2)} & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbb{0} & & & & b_{31}^{(N_F)} \end{bmatrix}}^{N_1\times(1+N_F)} \Big\}N_3\times(1+N_F)
$$

$$
\mathbb{S}=\overbrace{\begin{bmatrix} a_{32} & & & & \\ & b_{32}^{(1)} & & & \mathbb{0} \\ & & b_{32}^{(2)} & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbb{0} & & & & b_{32}^{(N_F)} \end{bmatrix}}^{N_3\times(1+N_F)} \Big\}N_3\times(1+N_F) \qquad (4-104)
$$

式(4-103)を式(4-102)に代入して整理すると次式を得る。

$$
\mathbb{D}\,\mathbb{T}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_1}+(\mathbb{D}\,\mathbb{S}-\mathbb{c}_{22}\mathbb{D})\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2}=\mathbb{c}_{21}\{\vec{\vec{\phi}}_3\}_{S_V} \qquad (4-105)
$$

式(4-92)と式(4-105)をまとめて，最終的なマトリックス方程式を得る。

$$
\mathbb{U}\,\vec{\vec{F}}_2=\mathbb{V}\{\vec{\vec{\phi}}_3\}_{S_V} \qquad (4-106)
$$

ここに，

$$
\mathbb{U}=\begin{array}{c} \overbrace{}^{N_1\times(1+N_F)}\overbrace{}^{N_3\times(1+N_F)} \\ \left[\begin{array}{c|c} \mathbb{P} & \mathbb{Q} \\ \hline \mathbb{D}\,\mathbb{T} & \mathbb{D}\,\mathbb{S}-\mathbb{c}_{22}\mathbb{D} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ \}N_1\times(1+N_F) \\ \}N_C \end{array}
$$

$$\mathbb{V}=\begin{array}{c}\overbrace{\phantom{\mathbb{O}}}^{N_S}\\ \left[\begin{array}{c}\mathbb{O}\\ \hline \mathbb{C}_{21}\end{array}\right]\begin{array}{l}\}N_1\times(1+N_F)\\ \}N_C\end{array}\end{array} \qquad (4-107)$$

$$\overrightarrow{\overline{F}}_2=\begin{array}{c}\overbrace{\phantom{\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\}_{B_1}}}^{1}\\ \left[\begin{array}{c}\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\}_{B_1}\\ \hline \{\overrightarrow{\overline{F}}_2\}_{B_2}\end{array}\right]\begin{array}{l}\}N_1\times(1+N_F)\\ \}N_3\times(1+N_F)\end{array}\end{array}$$

$\{\overrightarrow{\overline{\phi}}_3\}_{S_V}$ すなわち S_V 上の $\frac{\partial}{\partial n}\phi^R_{3l}$ は与条件として与えられる（$\frac{\partial}{\partial n}\phi^R_{3l}=n_l$）から，式(4-106)を解いて $\overrightarrow{\overline{F}}_2$ すなわち B_1，B_2 上の $\frac{\partial}{\partial n}f^{(0)}_{2l}$，$\frac{\partial}{\partial n}f^{(n)}_{2l}$ が求められる。ただし上式から明らかなように，未知数と式の数を一致させるためには，$1+N_F=N_D$ すなわち水深方向の分割数を，（減衰定常波の項数）＋1としておく必要がある。

S_V 上の ϕ^R_{3l} は，式(4-77)および式(4-99)より次式で求められる。

$$\{\overrightarrow{\phi}_3\}_{S_V}=\mathbb{C}_{11}\{\overrightarrow{\overline{\phi}}_3\}_{S_V}+\mathbb{C}_{12}\mathbb{D}\{\overrightarrow{\overline{F}}_2\}_{B_2} \qquad (4-108)$$

S_V 上の ϕ^R_{3l} が求まれば，外洋の場合と同様に式(4-41)に代入することによって，付加質量および造波減衰を求めることができる。

（d）回折問題への適用：　ここでいう回折問題は，第3章第1節で述べたような，港内での波変形計算から S_V 上の $\frac{\partial\phi^I}{\partial n}$ をまず求め，これを境界条件として ϕ^S を求めるという通常の回折問題ではなく，港内での入射波の変形と船体による波の散乱を同時に求めるものである。したがって，この方法では，フルードクリロフ力と回折波力を分離できず，波強制力を直接求めることになる。

ここでいう回折問題が造波問題と異なる点は，領域Ⅰのポテンシャルに入射波と反射波の項が加えられること，および S_V 上で $\frac{\partial\phi_3}{\partial n}=0$ なる不透過条件が課せられ

ることのみである。いま，各領域の速度ポテンシャルΦ_1^D，Φ_2^D，Φ_3^Dを次式のように表す。

$$\Phi_1^D(x,y,z,t)=Re\left[\phi_1^D(x,y,z)\,e^{-i\omega t}\right]$$

$$=\frac{g\zeta_I}{i\omega}\left[\left\{2\cos\left(ky\sin\theta_I\right)e^{ikx\cos\theta_I}+f_1^{(0)}(x,y)\right\}\right.$$

$$\left.\cdot\frac{\cosh k\left(z+h\right)}{\cosh kh}+\sum_{n=1}^{\infty}f_1^{(n)}(x,y)\frac{\cos k_n\left(z+h\right)}{\cos k_n h}\right]$$

・・・（4－109）

$$\Phi_2^D(x,y,z,t)=Re\left[\phi_2^D(x,y,z)\,e^{-i\omega t}\right]$$

$$=\frac{g\zeta_I}{i\omega}\left[f_2^{(0)}(x,y)\frac{\cosh k\left(z+h\right)}{\cosh kh}\right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}f_2^{(n)}(x,y)\frac{\cos k_n\left(z+h\right)}{\cos k_n h}\right]\qquad(4-110)$$

$$\Phi_3^D(x,y,z)=Re\left[\frac{g\zeta_I}{i\omega}\phi_3^D(x,y,z)\,e^{-i\omega t}\right]\qquad(4-111)$$

また，B_1上でのMatching条件は$f^{(0)}$に対するもののみが変更になり，式(4-54)の第1式の代わりに次式が与えられる。

$$f_0+f_1^{(0)}=f_2^{(0)}\qquad(4-112)$$

ここに$f_0(x,y)=2\cos\left(ky\sin\theta_I\right)e^{ikx\cos\theta_I}$である。

式(4-112)を用いると，式(4-92)は次式のようになる。

$$\mathbb{P}\left\{\overline{\overline{F}}_2\right\}_{B_1}+\mathbb{Q}\left\{\overline{\overline{F}}_2\right\}_{B_2}=\overline{F}_0\qquad(4-113)$$

ここに，

$$\vec{F}_0 = [\overbrace{\{f_0\}_{B_1}}^{1}]\ )N_1 \qquad (4-114)$$

である。また，式(4-105)の右辺が消えるので，次式を得る。

$$\mathbb{D}\,\mathbb{T}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} + (\mathbb{D}\,\mathbb{S} - \mathbb{c}_{22}\mathbb{D})\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} = \vec{0} \qquad (4-115)$$

式(4-113)と式(4-115)をまとめて，次式を得る。

$$\mathbb{U}\,\vec{\vec{F}}_2 = \mathbb{V}'\vec{F}_0 \qquad (4-116)$$

ここに $\mathbb{U}$ は式(4-107)と同じであり，$\mathbb{V}'$ は次式で与えられる。

$$\mathbb{V} = \begin{array}{c} \overbrace{\qquad\qquad\qquad}^{N_1} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ \hline & & \mathbb{0} & \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\\ddots\\1\end{array}}\right)N_1 \\ \left.\vphantom{\mathbb{0}}\right)(N_1+N_3)\times(1+N_F)-N_1 \end{array} \qquad (4-117)$$

式(4-116)を解いて求めた $\vec{\vec{F}}_2$ を用いて，S_V上の $\boldsymbol{\phi}_3^D$ が次式で求められる。

$$\{\vec{\boldsymbol{\phi}}_3\}_{S_V} = \mathbb{c}_{12}\mathbb{D}\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2} \qquad (4-118)$$

これを用いて，波強制力 $\vec{W}^E$ が次式から求められる。

$$\vec{W}^{B}=Re\left[\, i\omega\rho \sum_{j=1}^{N_S} \phi^{D}(P_j)\,\vec{n}\,(P_j)\Delta S_j \cdot e^{-i\omega t}\right] \qquad (4-119)$$

（e）計算法の安定性：　本計算手法では，要素分割幅，減衰定常波の項数，仮想境界面B_2の位置および形状などをどのように選べば安定した計算結果が得られるかについて検討する必要がある。まず要素分割幅については，本計算手法についても，清川ら[4]が指摘しているように，要素長（パネルの場合は代表長）を波長の1/15程度にとれば十分に安定した結果が得られることがわかった。また仮想境界面B_2の形状については，長方形および８角形について計算したが，両者の間に有意な差異はみられなかった。減衰定常波の項数N_FとB_2の浮体からの距離D’については，計算精度の面から考えれば，N_Fをできるだけ大きくとり，B_2の位置は港湾境界に近づきすぎない程度に浮体から離す方が望ましいと思われる。しかしながらN_Fを増やすこともB_2を浮体から遠ざけることも要素数の増大を招き，計算コストが増大する。図4-20は，幅2m，長さ5mの長方形スリップ内の中央におかれた，長さ1m，幅0.4m，喫水0.2mの箱型浮体について，N_FとD’を種々変えて計算した場合のSurgeの減衰係数の変化の一例を示したものである。図中縦軸のN_{11}^*はN_F=3でD’を最も大きくした場合の減衰係数である。すべてのケースにおいてこのような変化を示すわけではないが，N_F=2程度にとればB_2の位置をかなり浮体に近づけてもよいことがわかる。

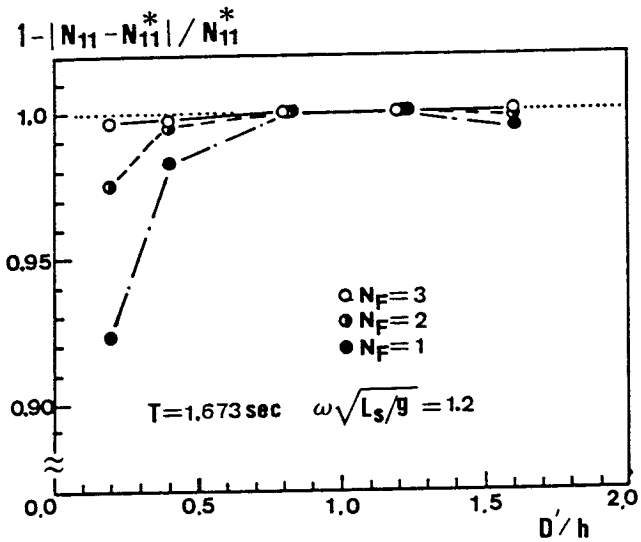


図４－２０　減衰定常波の項数と仮想境界面の位置の違いによる流体力の変化

（f）本計算手法の応用：　上述したように，この計算法ではB_2の水深方向の分割数N_Dを$1+N_F$に等しくとらなければならないという制約があった。これは特に不都合な制約ではないが，減衰定常波の項数などについて吟味する場合などには両者を独立に選べる方が望ましい。そのためには，井島ら[21]，清川ら[22]が2次元解析で行っているように，B_2上での$f_2^{(0)}$，$f_2^{(n)}$をあらかじめϕ_3で表現しておき，ϕ_3を未知数として解析する方法が考えられるが，次のようにすることもできる。　いま，水深方向の新しい分割数をN_D'とし，このパネル上でのポテンシャルを$\vec{\phi}'$とすると，式(4-99)と同様にして次式を得る。

$$\{\vec{\phi}_2'\}_{B_2}=\mathbb{D}'\{\vec{F}_2\}_{B_2}\quad,\quad\{\vec{\vec{\phi}}_2'\}_{B_2}=\mathbb{D}'\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2}\qquad(4-120)$$

ここに，$\mathbb{D}'$は式(4-100)の$\mathbb{D}$と同様であるが，$(N_3\times N_D')\times\{N_3\times(1+N_F)\}$の大きさのマトリックスである。一方，式(4-97)に対応する式として次式を得る。

$$\{\vec{\phi}_3\}_{B_2}=\mathbb{C}_{21}\{\vec{\vec{\phi}}_3\}_{S_V}+\mathbb{C}_{22}'\{\vec{\vec{\phi}}_3'\}_{B_2}$$

上式に，B_2上での連続条件を考慮して式(4-99)および式(4-120)を代入すると，式(4-102)に代わる式として次式を得る。

$$\mathbb{D}\{\vec{F}_2\}_{B_2}=\mathbb{C}_{21}\{\vec{\vec{\phi}}_3\}_{S_V}+\mathbb{C}_{22}'\mathbb{D}'\{\vec{\vec{F}}_2\}_{B_2}\qquad(4-121)$$

以後は式(4-92)と組み合わせて全体系マトリックスを構成すればよく，結局式(4-107)の$\mathbb{U}$中の$\mathbb{C}_{22}\mathbb{D}$を$\mathbb{C}_{22}'\mathbb{D}'$と置き換えればよいことになる。ただし以下の計算はすべて$N_D=N_D'=1+N_F$として行っている。

また，図4-21に示すように，船体が港湾境界に近接する場合には，領域Ⅲを近傍境界Γ_3を包含するようにとり，仮想境界面B_2を図のようにとればよい。また図のように，港湾境界の一部にのみ低反射岸壁が存在する場合にも，吸収率αを要素毎に変えることにより容易に考慮することができる。ただし，Γ_3上では$f^{(0)}$と$f^{(n)}$毎に境界条件を設定できず，ϕ_3に対して直接部分吸収条件を適用せざるを得ない。

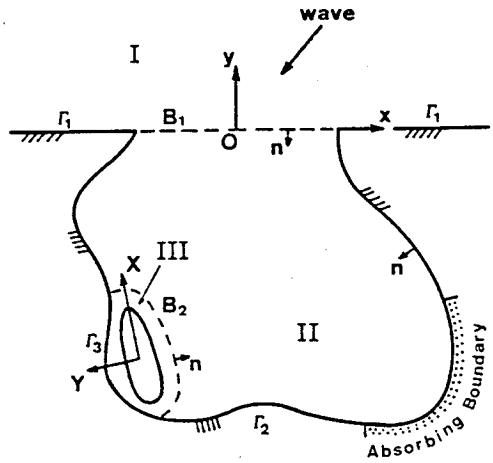


図４－２１　船体が港湾境界に近接する場合の領域および境界の設定

３・３　港湾境界が存在する場合の流体力間の相互関係

ここでは，図4-22に示すような港湾内の船体に対して，従来言われているような流体力間の相互関係がどのようになるかを，Mei[15]にならって検討する。

（１）Greenの公式

図4-22に示すように，船体の没水表面S_V，水底S_B，自由表面S_F，港湾境界S_H，および無限遠方境界S_∞で囲まれる領域Ωを考える。Ω内で定義された２種類の調和関数ϕ，ψに対してGreenの公式を適用すると，次式が成立する。

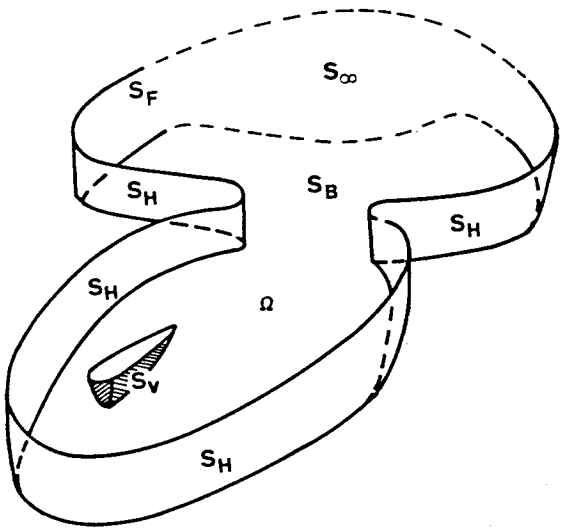


図４－２２　港湾内の船体と境界

$$\iint_{S_V+S_B+S_F+S_H+S_\infty}\left(\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)dS=0 \qquad (4-122)$$

ただし，$\partial/\partial n$ は外向き法線方向の微分を表す。ϕ およびϕ が，速度ポテンシャルに対する水底条件および線型の自由表面条件を満たす関数であるとき，式(4-122)は次のようになる。

$$\iint_{S_V+S_H+S_\infty}\left(\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)dS=0 \qquad (4-123)$$

またϕ の共役複素関数$\overline{\phi}$ についても水底条件と自由表面条件を満たすので，式(4-123)と同様に次式が成立する。

$$\iint_{S_V+S_H+S_\infty}\left(\phi\frac{\partial\overline{\phi}}{\partial n}-\overline{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)dS=0 \qquad (4-124)$$

（２）付加質量および造波減衰における相反関係

ϕ_i^R およびϕ_j^R を，それぞれｉおよびｊモードの運動による発散波ポテンシャルとし，式(4-123)において$\phi=\phi_i^R$，$\phi=\phi_j^R$とおくと，次式を得る。

$$\iint_{S_V+S_H+S_\infty}\left(\phi_i^R\frac{\partial\phi_j^R}{\partial n}-\phi_j^R\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}\right)dS=0 \qquad (4-125)$$

ここで，ϕ_i^R およびϕ_j^R はS_H 上で部分吸収条件を，S_∞ 上で放射条件を満足するものとする。すなわち，

$$\phi^R_{i(j)} = ika\frac{\partial \phi^R_{i(j)}}{\partial n} \quad ; \quad \text{on} \quad S_H \qquad (4-126)$$

$$\sqrt{R}\left(\frac{\partial \phi^R_{i(j)}}{\partial R} - ik\phi^R_{i(j)}\right) = 0 \quad ; \quad \text{on} \quad S_\infty \qquad (4-127)$$

上式を式(4-125)に代入すると，S_H ，S_∞ 上での積分が消える。さらにS$_V$上では $\frac{\partial \phi^R_i}{\partial n} = n_i$ ，$\frac{\partial \phi^R_j}{\partial n} = n_j$ が成り立つので，次式を得る。

$$\iint_{S_V} \phi^R_i n_j dS = \iint_{S_V} \phi^R_j n_i dS \qquad (4-128)$$

一方，付加質量および造波減衰は，第2章式(2-37)より次式で与えられる。

$$M_{ij} = \rho \int_{S_V} Re(\phi^R_j) n_i dS$$
$$N_{ij} = \rho\omega \int_{S_V} Im(\phi^R_j) n_i dS \qquad (4-129)$$

したがって，式(4-128)より明かに次式が成立する。

$$M_{ij} = M_{ji} \quad , \quad N_{ij} = N_{ji} \qquad (4-130)$$

これより，港湾境界が存在する場合でも流体力係数間の相反関係が成立することがわかる。

（3）発散波のエネルギー逸散と造波減衰の関係

船体動揺によって発生する波のポテンシャルをϕ^R とすると，運動によって単位時間当りに逸散するエネルギーの一周期平均値$\overline{E}$ は次式で与えられる[15]。

$$\overline{E}=\frac{\omega\rho}{4i}\iint_{S_V}\left(\phi^R\frac{\partial\overline{\phi}^R}{\partial n}-\overline{\phi}^R\frac{\partial\phi^R}{\partial n}\right)dS \qquad (4-131)$$

したがって式(4-124)より，次の関係が成り立つ。

$$\iint_{S_H+S_\infty}\left(\phi^R\frac{\partial\overline{\phi}^R}{\partial n}-\overline{\phi}^R\frac{\partial\phi^R}{\partial n}\right)dS=-\iint_{S_V}\left(\phi^R\frac{\partial\overline{\phi}^R}{\partial n}-\overline{\phi}^R\frac{\partial\phi^R}{\partial n}\right)dS$$

$$=-\frac{4i}{\omega\rho}\overline{E} \qquad (4-132)$$

これより，次式が成立する。

$$\overline{E}=\frac{i\omega\rho}{4}\iint_{S_H+S_\infty}\left(\phi^R\frac{\partial\overline{\phi}^R}{\partial n}-\overline{\phi}^R\frac{\partial\phi^R}{\partial n}\right)dS \qquad (4-133)$$

上式より，船体運動による単位時間当りのエネルギー逸散量は，S_H およびS_∞ 上の発散波と関連していることがわかる。

まずS_H 上でのエネルギー逸散量$\overline{E}_H$ について考える。$\overline{\phi}^R$ については，式(4-126)より次式が成立する。

$$\frac{\partial\overline{\phi}^R}{\partial n}=-ik\overline{\alpha}\,\overline{\phi}^R \qquad (4-134)$$

したがって$\overline{E}_H$ は次式で与えられる。

$$\overline{E}_H=\frac{i\omega\rho}{4}\iint_{S_H}-ik\left(\phi^R\overline{\alpha}\,\overline{\phi}^R+\overline{\phi}^R\alpha\phi^R\right)dS$$

$$=\frac{\omega\rho k}{2}\iint_{S_H} Re(\alpha)\,|\phi^R|^2 dS \qquad (4-135)$$

一方，S_∞ 上では，$\overline{\phi}^R$ に対する放射条件を考慮すると，S_∞ 上でのエネルギー逸散量$\overline{E}_\infty$ は次式で与えられる。

$$\overline{E}_\infty=\frac{\omega\rho k}{2}\iint_{S_\infty} |\phi^R|^2 dS \qquad (4-136)$$

次に，式(4-124)で，$\phi=\phi_i^R$，$\overline{\phi}=\overline{\phi}_j^R$ とおき，S_V上では$\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}=n_i$，$\frac{\partial\overline{\phi}_j^R}{\partial n}=\frac{\partial\phi_j^R}{\partial n}=n_j$ であることを考慮すると，次式が成立する。

$$\iint_{S_V}(\phi_i^R n_j-\overline{\phi}_j^R n_i)\,dS=-\iint_{S_H+S_\infty}\left(\phi_i^R\frac{\partial\overline{\phi}_j^R}{\partial n}-\overline{\phi}_j^R\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}\right)dS \qquad (4-137)$$

上式の左辺は，式(4-128)および式(4-129)の関係を用いると次のように変形できる。

$$\iint_{S_V}(\phi_i^R n_j-\overline{\phi}_j^R n_i)\,dS=\iint_{S_V}(\phi_i^R n_j-\overline{\phi}_i^R n_j)\,dS$$

$$=2i\iint_{S_V} Im(\phi_i^R)\,n_j dS=\frac{2i}{\rho\omega}N_{ij} \qquad (4-138)$$

したがってN_{ij} は次式で与えられる。

$$N_{ij}=-\frac{\rho\omega}{2i}\iint_{S_H+S_\infty}\left(\phi_i^R\frac{\partial\overline{\phi}_j^R}{\partial n}-\overline{\phi}_j^R\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}\right)dS \qquad (4-139)$$

ここで，$\phi_{i(j)}^R$ および $\overline{\phi}_{i(j)}^R$ に関する S_H および S_∞ 上での境界条件を用いると，次式が得られる。

$$N_{ij}=\rho\omega k\left[\iint_{S_H}Re(\alpha)\,\phi_i^R\overline{\phi}_j^R dS+\iint_{S_\infty}\phi_i^R\overline{\phi}_j^R dS\right] \qquad (4-140)$$

特に i = j の場合には次のようになる。

$$N_{ii}=\rho\omega k\left[\iint_{S_H}Re(\alpha)\,|\phi_i^R|^2 dS+\iint_{S_\infty}|\phi_i^R|^2 dS\right]>0 \qquad (4-141)$$

式(4-135)および(4-136)において，i モードの運動のみを考えると，運動による単位時間当りのエネルギー逸散量は次式で表される。

$$\overline{E}=\frac{\omega\rho k}{2}\left[\iint_{S_H}Re(\alpha)\,|-i\omega\xi_{i0}\phi_i^R|^2 dS+\iint_{S_\infty}|-i\omega\xi_{i0}\phi_i^R|^2 dS\right]$$

$$\cdots (4-142)$$

したがって式(4-141)と比較することにより次式を得る。

$$N_{ii}=\frac{2}{\omega^2}\frac{\overline{E}}{|\xi_{i0}|^2} \qquad (4-143)$$

上式は港湾境界の有無に関わらず成立する。

（4）波強制力と発散波の関係

iモード方向の波強制力W_i^E は次式で与えられる。

$$W_i^E = i\omega\rho\iint_{S_V}(\phi^I+\phi^S)\,n_i dS = i\omega\rho\iint_{S_V}(\phi^I+\phi^S)\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}dS \quad (4-144)$$

式(4-123)において，$\phi=\phi^S$，$\phi=\phi_i^R$とおき，S_H およびS_∞ 上でϕ^S ，ϕ_i^R に対する境界条件を考慮すると次式を得る。

$$\iint_{S_V}\phi^S\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}dS = \iint_{S_V}\phi_i^R\frac{\partial\phi^S}{\partial n}dS$$

上式を式(4-144)に代入し，S_V 上では$\dfrac{\partial\phi^S}{\partial n}=-\dfrac{\partial\phi^I}{\partial n}$ が成り立つことを考慮すると，W_i^E は次のようになる。

$$W_i^E = i\omega\rho\iint_{S_V}\left(\phi^I\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}-\phi_i^R\frac{\partial\phi^I}{\partial n}\right)dS$$

$$=-i\omega\rho\iint_{S_H+S_\infty}\left(\phi^I\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}-\phi_i^R\frac{\partial\phi^I}{\partial n}\right)dS \quad (4-145)$$

いま，ϕ^I は船がない場合の速度ポテンシャルであるが，港内での波変形は考慮されているとしているので，ϕ^I についてもS_H 上での部分吸収条件が成立している。したがって，式(4-145)中のS_H 上での積分が消えて，次のようになる。

$$W_i^E=-i\omega\rho\iint_{S_\infty}\left(\phi^I\frac{\partial\phi_i^R}{\partial n}-\phi_i^R\frac{\partial\phi^I}{\partial n}\right)dS \quad (4-146)$$

つまり，港内の船体についても，ϕ^I として変形後のポテンシャルを用いる限り，波強制力と発散波の関係は外洋の場合と同じ式で表される。

さらに，式(4-140)および式(4-146)の関係を用いて，造波減衰を波強制力とを関係づけることができる。いま簡単のために，図4-1に示すような2次元問題について考える。ただし鉛直岸壁は，より一般的に，吸収率α（反射率K_R）を有するものとする。岸壁は浮体から十分離れているとすると，岸壁近傍および$x \gg 0$ の領域での発散波ポテンシャルϕ^R_{i-} およびϕ^R_{i+} を次のように表すことができる。

$$\phi^R_{i-}=\frac{g\zeta^R_{i-}}{\omega^2}\{e^{-ik(x+p_w l)}+K_R e^{ik(x+p_w l)}\}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$
$$\phi^R_{i+}=\frac{g\zeta^R_{i+}}{\omega^2}e^{-ikx}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \qquad (4-147)$$

ここに，ζ^R_{i-} およびζ^R_{i+} は，iモードの単位速度の運動に対する発散波の振幅である。

式(4-140)に上式を代入し，$x=-p_w l$ および$x=+\infty$ での積分を実行すると，次式を得る。

$$N_{ij}=\frac{\rho g c_g}{\omega^2}\{(1-|K_R|^2)\zeta^R_{i-}\overline{\zeta}^R_{j-}+\zeta^R_{i+}\overline{\zeta}^R_{j+}\} \qquad (4-148)$$

ただし，c_g は群速度，$\overline{}$ は共役複素数を表す。特に，鉛直岸壁が完全反射（$|K_R|=1$）の場合には，$x>0$ 方向への発散波のみで次のように表される。

$$N_{ij}=\frac{\rho g c_g}{\omega^2}\zeta^R_{i+}\overline{\zeta}^R_{j+} \qquad (4-149)$$

一方，ϕ^I は入射波と反射波の重ね合わせとして次式で表される。

$$\phi^I=\frac{g\zeta_I}{i\omega}\{e^{-ik(x+p_w l)}+K_R e^{ik(x+p_w l)}\}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \qquad (4-150)$$

式(4-146)に，上式および式(4-147)の第２式を代入し，$x=+\infty$ での積分を実行すると，W_i^E が次式で与えられる。

$$W_i^E=-\frac{2\rho g c_g}{\omega}\zeta_{i+}^R\zeta_I \qquad (4-151)$$

式(4-149)および式(4-151)より，$K_R=1$ の場合のN_{ij} とW_i^E との関係式として次式を得る。

$$\frac{N_{ij}}{W_i^E}=-\frac{\overline{\zeta}_{j+}^R}{2\omega\zeta_I} \qquad (4-152)$$

上式は，N_{ij}/W_i^E はｊモードの運動による発散波のみの関数であることを意味しており，第２節で示した式(4-25)が成立することがわかる。また式(4-148)および式(4-151)においてｉ＝ｊとすると，$|\zeta_{i-}^R|=|\zeta_{i+}^R|$ が成立する場合には，$|W_i^E|$ が次式で与えられることがわかる。

$$|W_i^E|=\frac{2\sqrt{\rho g c_g}}{\sqrt{2-|K_R|^2}}\sqrt{N_{ii}}\,\zeta_I \qquad (4-153)$$

図4-3と図4-6を比較すると，$|W_{i0}^E|$ とN_{ii} のグラフは極めて類似しており，上式の妥当性が確認できる。

３・４　流体力に及ぼす港湾境界の影響

ここでは，３・２で示した解析法を用いて計算を行い，港湾境界が流体力に及ぼす影響について検討する。

（１）隅角部での流体力の変化

図4-23に示すような，一様直線岸壁および90°，60°，45°の隅角部を有する岸壁前面にある長方形船体に及ぼす流体力について調べる。図4-24および図4-25は，それぞれSurgeおよびHeaveの付加質量，造波減衰および波強制力の周波数応答を示したもので，比較のため，図中には岸壁がない場合（Open Sea）についても示してある。これらの図より，岸壁の存在・形状によって，付加質量や造波減衰などの流体力係数および波強制力とも大きく変化することがわかる。特に，付加質量，造波減

衰については低周波側の変動が大きく，また波強制力は隅角部の角度が小さいほど大きくなっている。

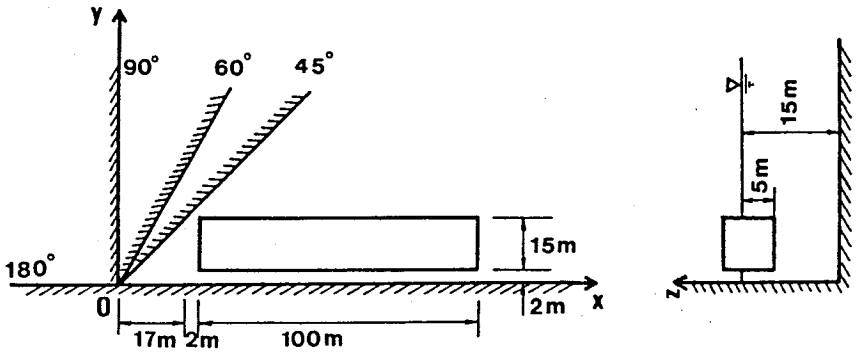


図４－２３　岸壁前面の船体の計算諸元

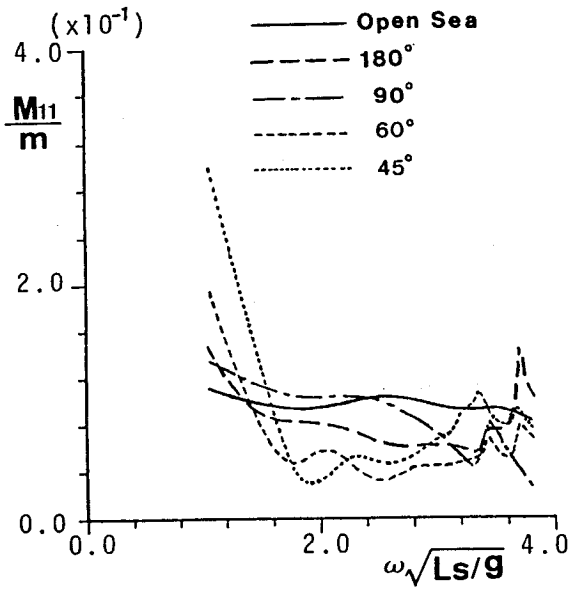


図４－２４　岸壁形状の変化に伴う流体力の変化（Ｓｕｒｇｅ，その１）

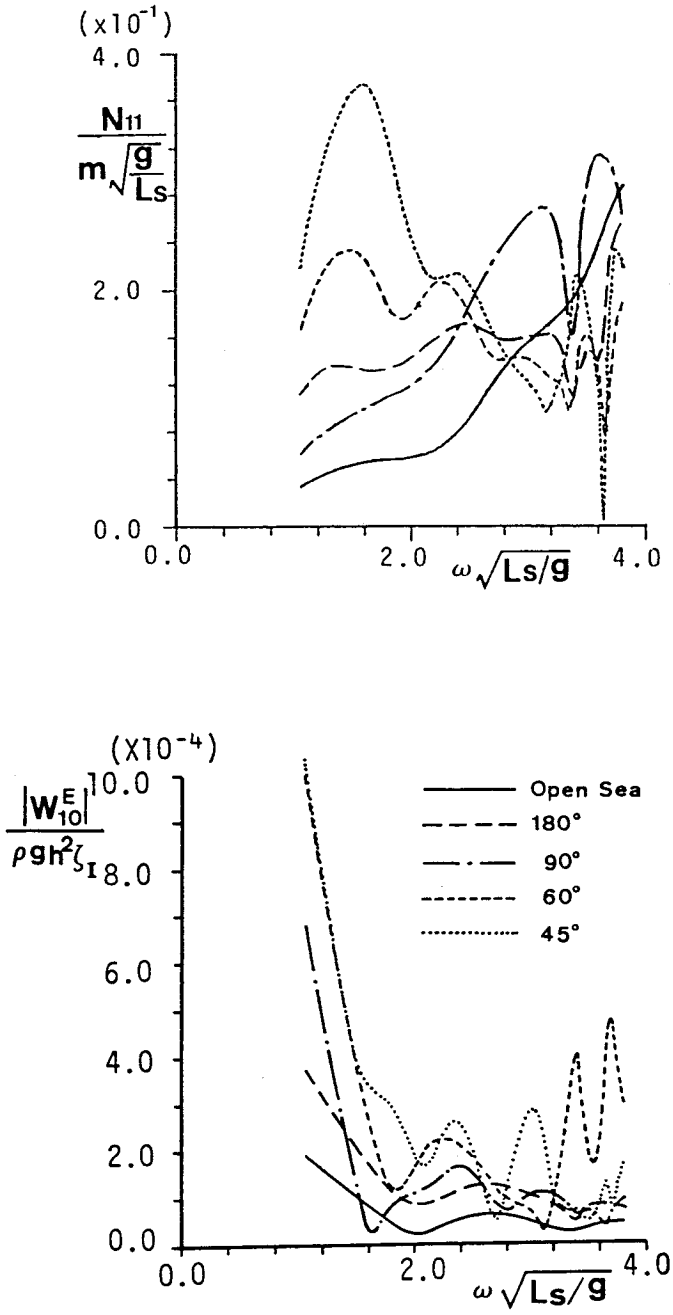
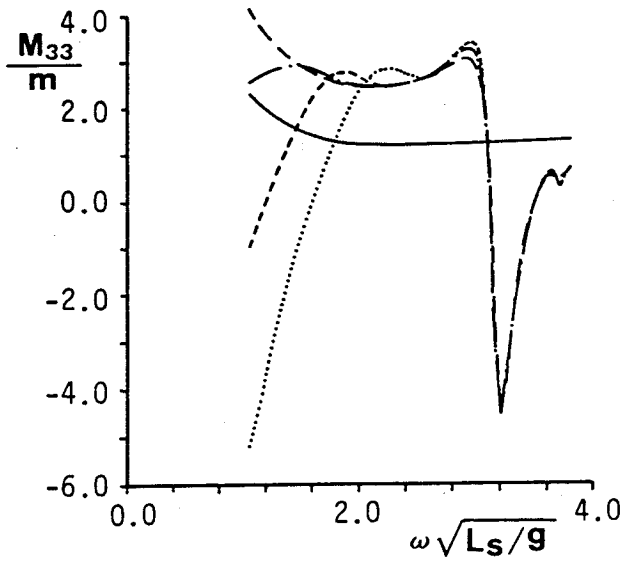


図４－２４　岸壁形状の変化に伴う流体力の変化（Ｓｕｒｇｅ，その２）



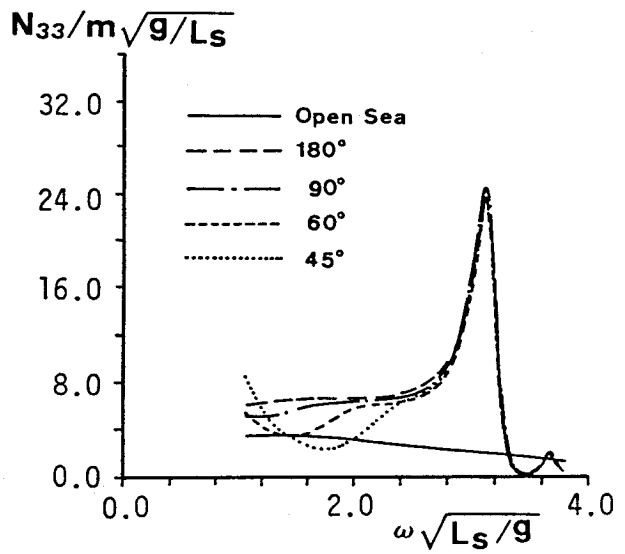


図４－２５　岸壁形状の変化に伴う流体力の変化（Ｈｅａｖｅ，その１）

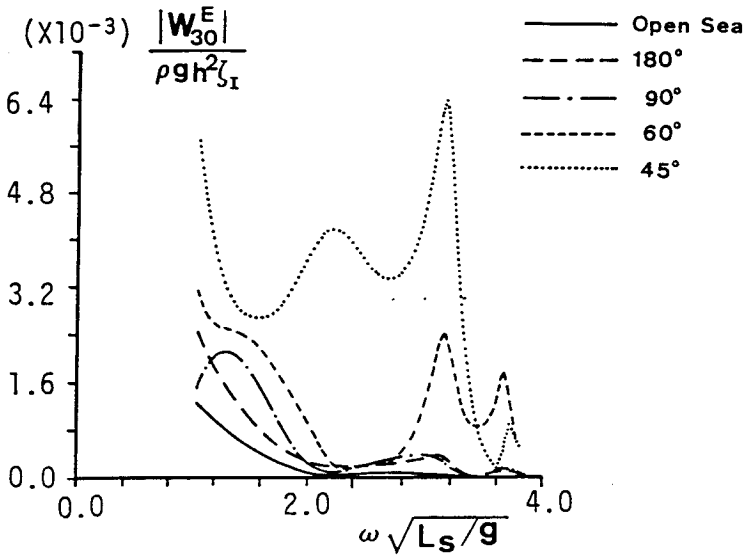


図４－２５　岸壁形状の変化に伴う流体力の変化（Ｈｅａｖｅ，その２）

図4-26は，図4-23の90° 岸壁の，ｙ軸上の岸壁と船体との距離Ｄを変化させた場合の，SurgeおよびSwayの付加質量（M_{11}^{90} ，M_{22}^{90} ）および造波減衰（N_{11}^{90} ，N_{22}^{90} ）の変化を示したものである。ただし縦軸は一様直線岸壁に対する計算値（$M_{ij}^{180}, N_{ij}^{180}$ ）との比で表している。これより，Ｄ／Ｌ＜１の範囲内では変動が大きく現れており，岸壁境界の影響は一波長程度離れたところまで及んでいることがわかる。図4-27は，図4-23の直線岸壁前面浮体に対する流体力を，Open Sea のそれとの比で示したものであるが，この場合にも離岸距離と波長の比Ｄ／Ｌが１以上になるとOpenの値に漸近していることがわかる。

（２）スリップ内での流体力の変化

図4-28は，図中に示したような，長方形スリップ内でのSwayの付加質量（○）および造波減衰（●）を，外洋（Open Sea）の場合（点線）と比較したものである。図中実線は著者ら[23]が提案したスリップ内での動揺解析法を用いて計算した結果であるが，本計算手法の妥当性が確認される。図より，スリップ内では，周波数による変動が激しく，特にスリップ内での横振動の共振周波数に対応する点（$\omega\sqrt{L_S/g}$ =0.7,1.6,・・ ）では，付加質量，造波減衰とも鋭いピークが現れている。

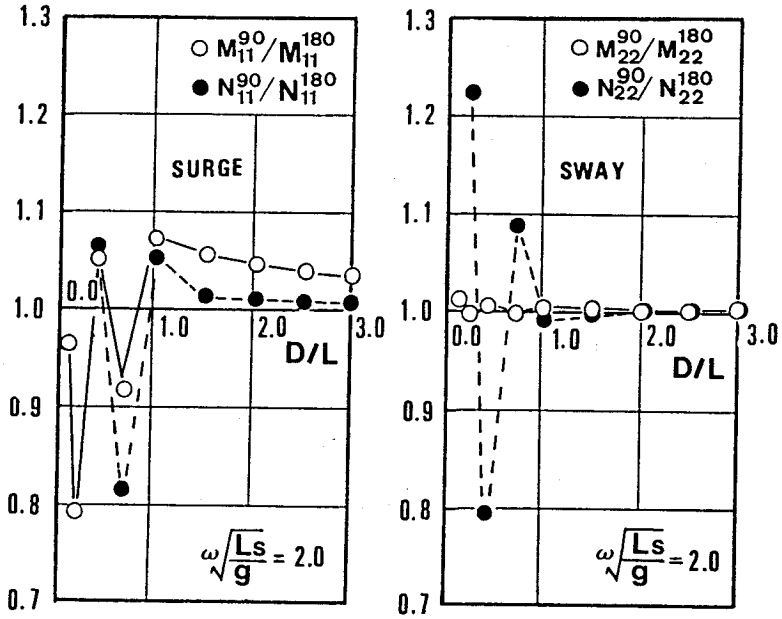


図４－２６　離岸距離の変化に伴う流体力係数の変化（９０°岸壁）

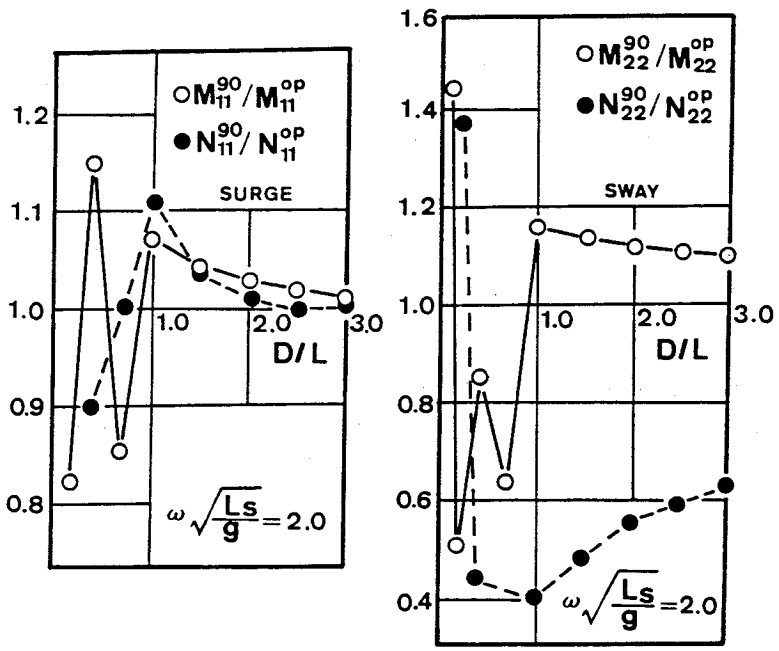


図４－２７　離岸距離の変化に伴う流体力係数の変化（直線岸壁）

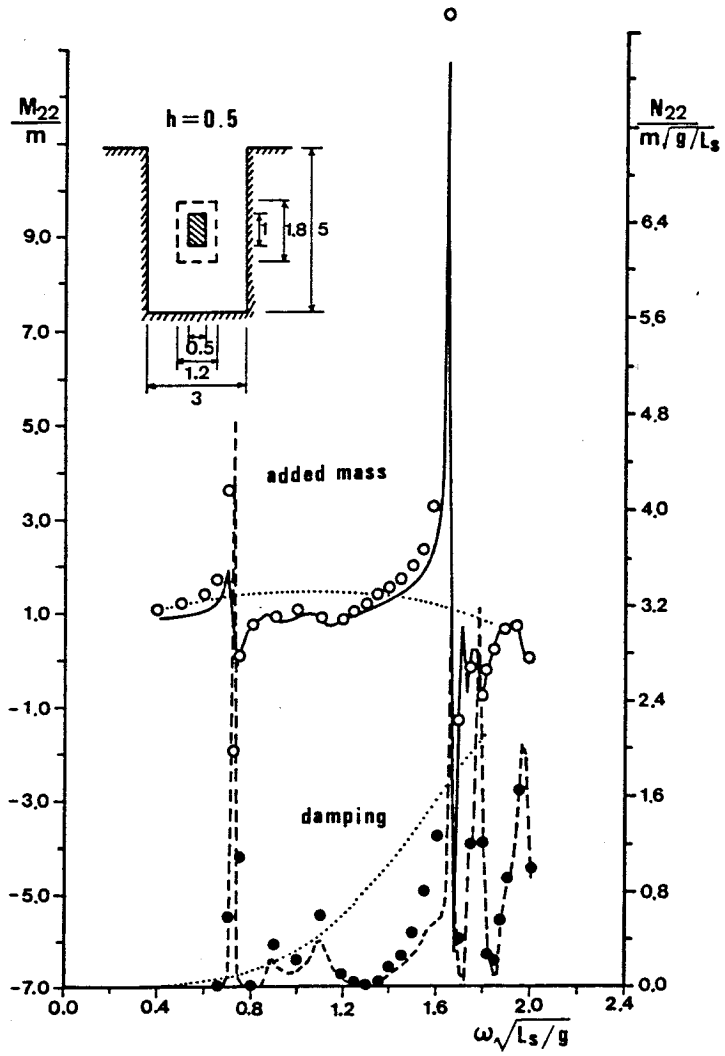


図４－２８　長方形スリップ内での流体力係数の周波数応答（Ｓｗａｙ）

（３）低反射岸壁の影響

図4-29は，図4-28で流体力係数が急変している$\omega(L_s/g)^{1/2}=0.7$の場合について，スリップ内のすべての岸壁の吸収率を一様に変化させたときのSwayの付加質量および造波減衰の変化を示したものである。これより，$0\leqq\alpha\leqq0.2$（$0.67\leqq K_R\leqq1$）の範囲ではαによる変動が大きいが，0.2以上では，図4-28に点線で示したOpen Seaの値に漸近していることがわかる。３・３式(4-141)からわかるように，一般には岸壁の吸収率を大きくすることによって造波減衰は増大することが予想されるが，造波減衰がその周波数応答においてピークを有するような，特別な周波数では，造波減衰がαの増大にともなって減少することもあることがわかる。

井上ら[24]は，わき出し分布法を用いて直線岸壁前面の浮体に及ぼす波力を計算しているが，吸収条件の取り扱いが上述の方法とは異なっている。また椹木ら[25]は，２次元問題としてではあるが，減衰定常波に対する吸収条件の不明確さを避けるために，ポテンシャル接続法を用いて低反射岸壁前面の動揺計算を行っており，低反射岸壁の設置は必ずしも船体運動を低減させないことを指摘している。

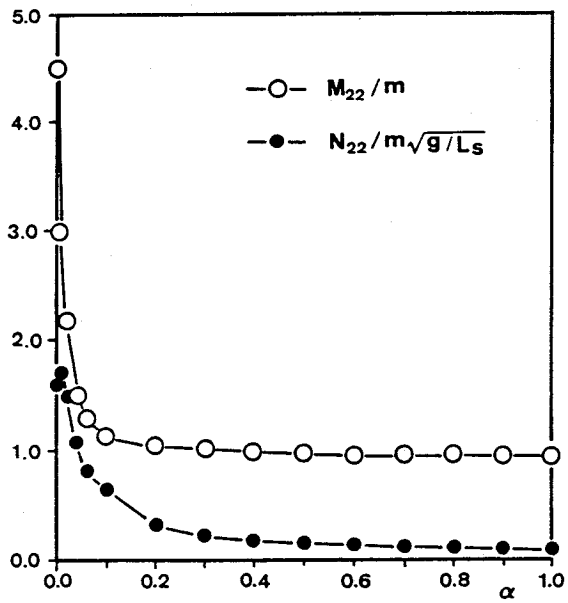


図４－２９　吸収率の変化に伴う流体力係数の変化

第４節　不規則波による長周期漂流力

海洋波浪の波群性（Grouping）が，係留船や浮体式海洋構造物など，長い固有周期をもつ係留浮体に大振幅の長周期動揺を発生させる原因となることは，以前から指摘されていたにもかかわらず，これに関する系統だった研究はあまり見られない[26]。本節では，スペクトル形は同じでも波群特性が異なる不規則波によって，係留浮体（線型係留された２次元矩形断面浮体）の長周期の左右揺れ（Sway）がどのように変化するかを調べるとともに，それを発生させる原因となる長周期漂流力および運動の大きさに関係する粘性減衰力といった非線型流体力の特性を明らかにすることを目的としている。

このような非線型流体力は，第２節で示したように，波と浮体運動の非線型相互干渉の項を含むため，本来は線型な波力のように，波のみによる外力として，あるいは浮体運動のみに依存する力として別々に取り扱うことはできない。そこでここでは，不規則波中の係留浮体の運動から，浮体に働く長周期の外力を残差力として実験的に求め，それとPinkster[27]による長周期漂流力の算定式および従来の粘性減衰力の表示式より求めた値とを比較するという立場をとった。さらにこれらの算定式を用いて，時間領域での運動方程式を解くことにより，波群特性の異なる不規則波中での長周期運動の予測の可能性を検討した。

４・１　２次元矩形断面浮体に対する水理実験

（１）実験装置

模型実験は，図4-30に示すように造波水路を３つの小水路に区切り，中央に矩形浮体を４本の線型バネで係留して行った。浮体は鉄製で，幅25.1cm，高さ25.9cm，喫水15.5cm，奥行き39.5cm，バネ定数は１本11.9gf/cm（単位奥行き当りのバネ定数は2.58gf/cm）である。水位変動の測定は，浮体横に設置した容量式波高計により，また運動変位の測定は図4-31に示すように，浮体重心に先端が触れるように取り付けたやわらかい板バネと，係留バネの端部に取り付けた剛な板バネのひずみ量よりSway，Rollの変位量を算出した。この装置の測定精度は，Heaveが大きくなるにつれて悪くなるが，Heaveの長周期運動は小さいため，Swayの長周期運動については比較的精度よく測定できるものと思われる。

（２）波群特性の異なる不規則波の造波

波群特性の異なる不規則波のシミュレーション手法としては，①スペクトルの尖

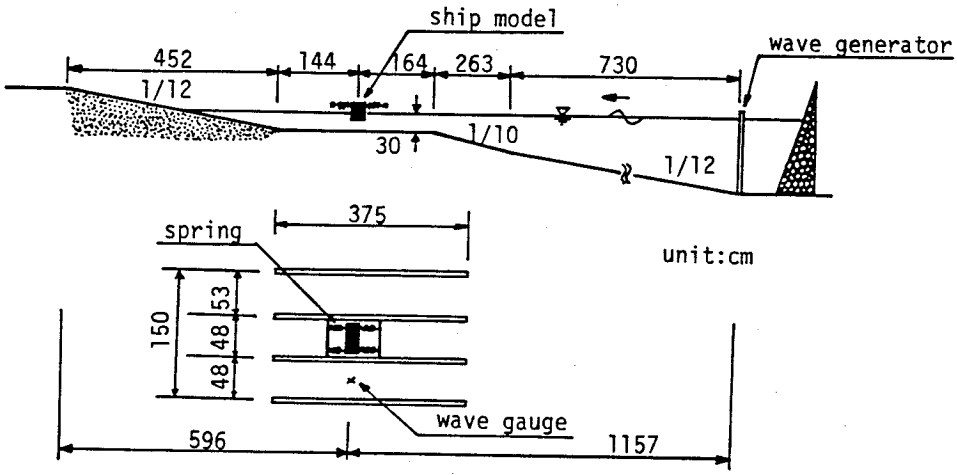


図４－３０　実験水槽

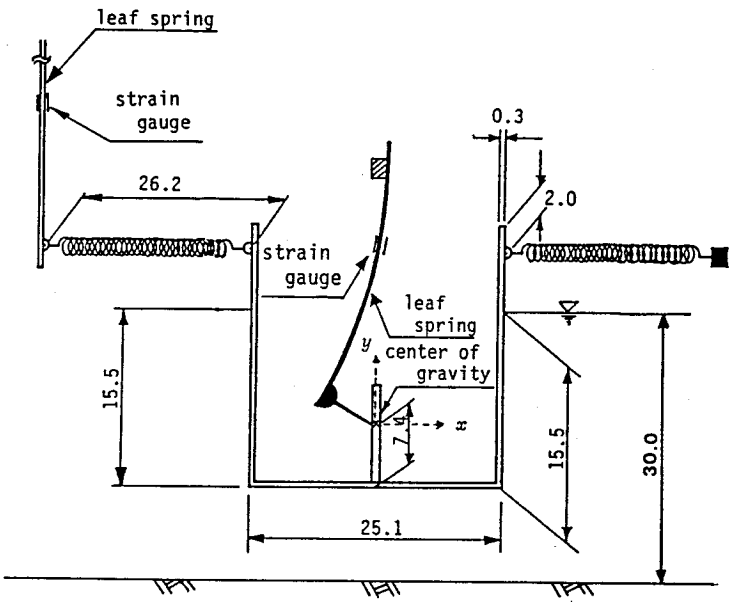


図４－３１　動揺測定装置

鋭度を変化させる方法，②成分波の重ね合わせで時系列を作成する際に，スペクトルの分割幅を変える方法[26]，③SIWEHを用いる方法[28),29)]などがある。今回の実験では，最も汎用性の高い③の手法を採用した。この方法は式(4-154)で定義される，平滑化された波エネルギーの時系列（Smoothed Instantaneous Wave Energy History）を用いて，不規則波を構成する成分波の位相スペクトルを決定する方法である。

$$SIWEH = E_\eta(t) = \frac{1}{T_p}\int_{-\infty}^{\infty} \eta^2(t+\tau)Q(\tau)d\tau \qquad (4-154)$$

ただし，

$$Q(\tau) = \begin{cases} 1-|\tau|/T_p & ; \quad -T_p \leqq \tau \leqq T_p \\ 0 & ; \quad |\tau| > T_p \end{cases}$$

ここに，$\eta(t)$は水位変動，T_p は波のスペクトルのピーク周期である。したがって，シミュレーションにおいては何等かの方法でSIWEHを与えてやる必要があるが，それについては今のところ確立された手法はない。そこで今回は，式(4-155)に示すようなSIWEHの平均値まわりの自己相関関数$C(\tau)$ を与えることにより決定した。

$$C(\tau) = C(0)\, e^{-\beta|\tau|} \cos\frac{2\pi}{T_g}\tau \qquad (4-155)$$

ここに，T_nはデータ長，

$$C(0) = GF^2 m_0^2,$$

$$GF = \sqrt{\frac{1}{T_n}\int_0^{T_n}\{E_\eta(t) - \overline{E_\eta(t)}\}^2 dt} \Big/ \overline{E_\eta(t)},$$

$$m_0 = \int_0^{\infty} S_w(\omega)d\omega$$

である。ただし$S_w(\omega)$ は波のエネルギースペクトルである。すなわち，SIWEHを決定するパラメーターは，T_g ，GF ，βの３つであり，T_g は波群の繰り返し周期を，GF は大きさを，またβは波群の出現の規則性をそれぞれ示すパラメーターである。

造波信号は，数値シミュレーションにより求めた不規則信号をD-A変換した後造波機に入力したが，その際浮体の係留位置で所定の波群特性が現れるように，各成分波の伝播に伴う位相のずれを前もって入力信号に与えた。図4-32中の破線は，実

線で示した自己相関関数をもとに作成した不規則信号を入力して造波した波の，浮体係留位置での水位記録より求めたSIWEHの自己相関関数の一例である。これより，今回用いた方法により，ほぼ期待する波群特性をもつ不規則波を，浮体の係留位置で発生させられることがわかる。なお入力信号のスペクトルはBretschneider-光易型を用い，$T_{1/3}$=1.0secとした。

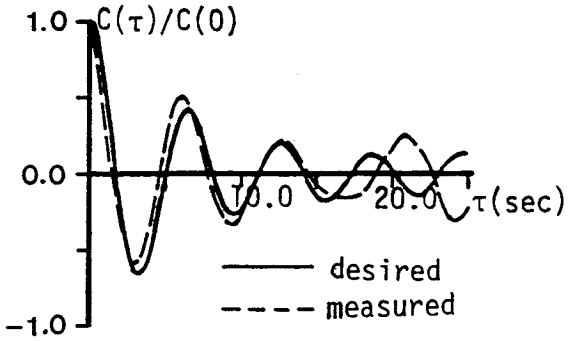


図４－３２　*SIWEH* の自己相関関数

４・２　波群特性の異なる不規則波中での運動特性

波群特性の影響を調べる前に，第２節で述べた領域分割法を用いて計算した，模型浮体の運動の周期応答を図4-33に示す。これより，各運動モードの固有周期は，およそSwayが6.75sec，Heaveが1.07sec，Rollが1.23secであることがわかる。またSwayの固有周期に対応する点で現れているRollのピークは，主として係留バネを通しての連成の影響であると考えられる。

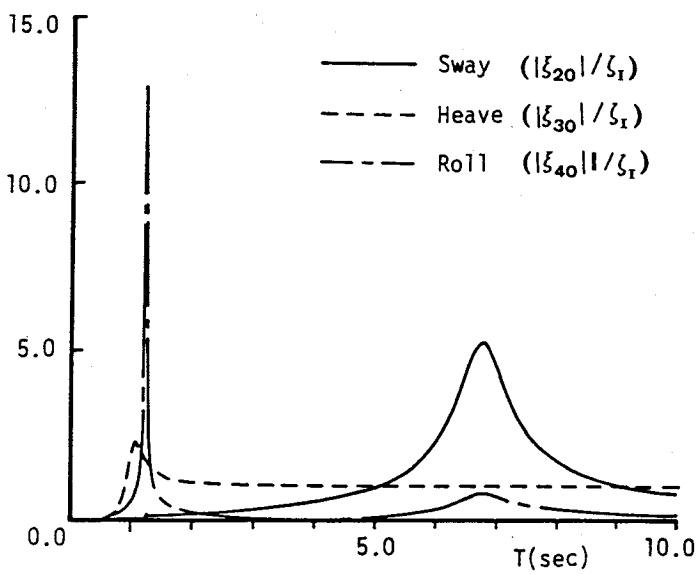


図４－３３　模型浮体の運動の周期応答

図4-34は，Grouping周期T_gがSwayの自由振動周期（T_{SW} =6.8sec）に近いケース（Group）とGroupingを考慮せずにランダムに位相を与えたケース（Random）の水位変動，SIWEH，SwayおよびRollのスペクトルを示したものである。ただし，各スペクトルはいずれも水位変動のスペクトル面積m_{0w}を用いて無次元化している。これより，両者の水位変動のスペクトル形はほとんど変わらないのに対し，Groupの場合のSIWEHのスペクトルには明確なピークが現れており，顕著な波群構造を有していることを示している。これに伴って，低周波数の運動が卓越するSwayのスペクトルにはかなりの違いがみられ，Groupの場合の方が長周期運動が大きくなっている。一方，Rollのスペクトルには顕著な差は現れていない。

次に，SIWEHを決定する各パラメーターの影響について考察する。実験はT_g，GF，βを種々変えたケースを何種類か行ったが，３つのパラメーターのうち２つを固定して１つの値のみを変えることは，シミュレーションでは可能でも，実際の実験では互いに影響されてうまくいかない。そこで以下では，すべての実験ケースの中から２つのパラメーターがほぼ等しいとみなせるケースを取り出して比較し，残りのパラメーターの影響を調べる。

図4-35は，T_gによる運動の変化を示したもので，横軸にはT_gとT_{SW}の比を，縦軸には運動のスペクトル面積m_{0S}およびm_{0R}をm_{0w}で除した値を示している。また図中破線および点線は，前述のRandomのケースのSwayおよびRollの値である。これより，RollについてはT_gによる変化はほとんどみられないが，Swayには波群の周期の影響がはっきり現れており，Swayの自由振動周期よりもやや長周期側でピーク値を示している。図4-36は，GFの違いによる運動の変化を示したものであるが，　Sway，Rollとも明確な違いはみられない。図4-37はβの影響をみたものである。ただし実験から求めた自己相関関数からβの値を決定することは難しいので，横軸には入力時の値をとって示している。（ただし自己相関関数には明確な差異が認められる。）これより，Swayについてはβが小さい方が，すなわち波群が規則的に出現する方が運動が大きくなっていることがわかる。また図4-38は，３つのパラメーターが同じで有義波高が異なる場合の実験値を示したものであるが，Swayについては波高が大きくなると運動の増幅率も若干大きくなる傾向にあるのに対し，Rollでは減少傾向を示していることがわかる。この原因は，波高の増大に伴ってSwayでは長周期の外力が大きくなるのに対し，Rollでは粘性減衰の寄与が大きくなるためと思われる。

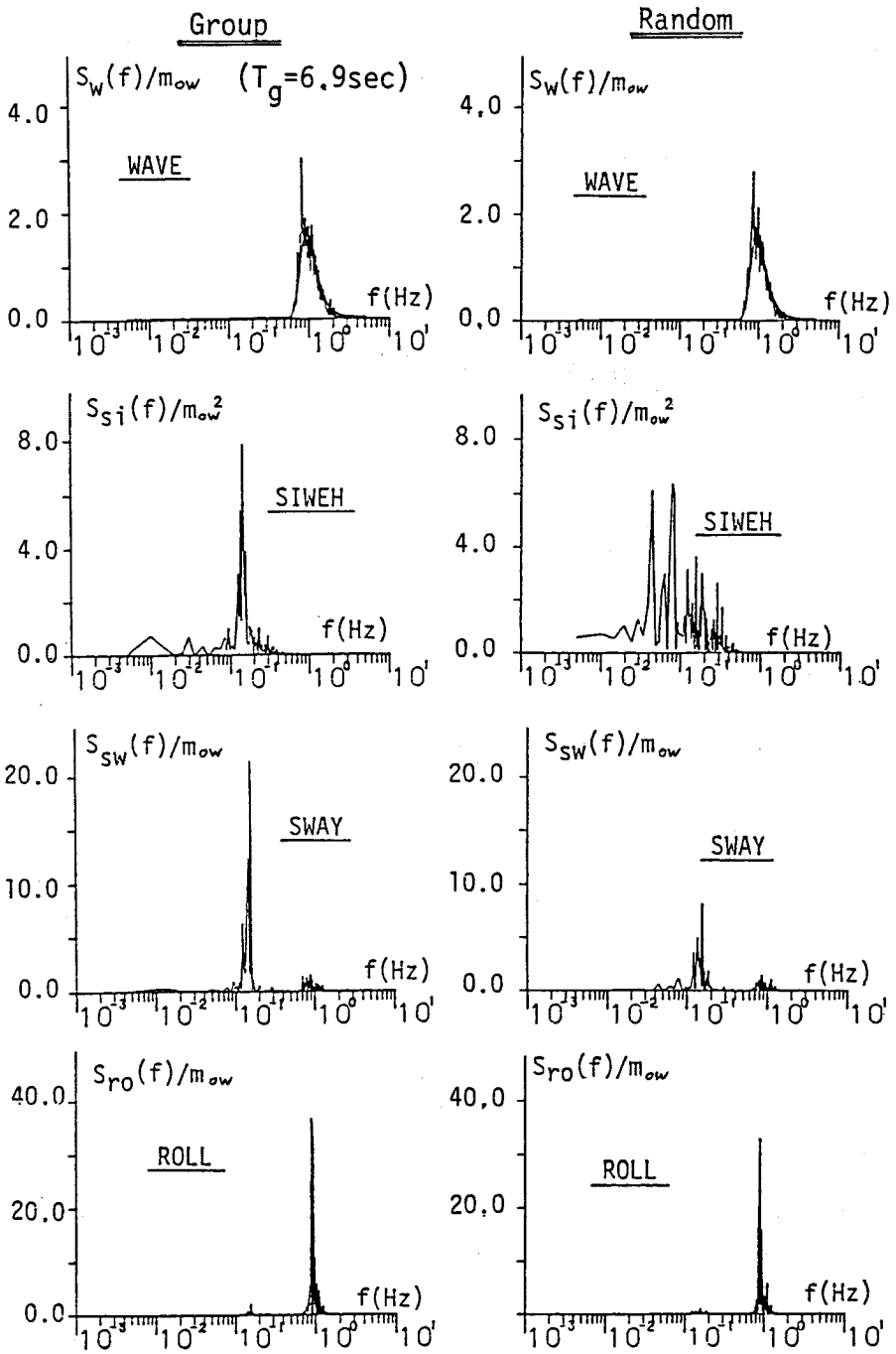


図４－３４　水位変動，*SIWEH* および運動のスペクトル

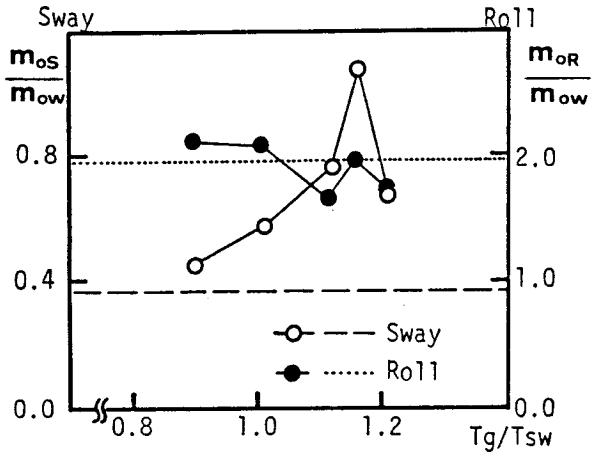


図４－３５　T_g の影響

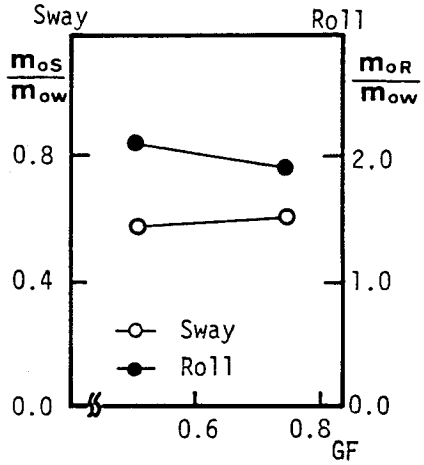


図４－３６　GF の影響

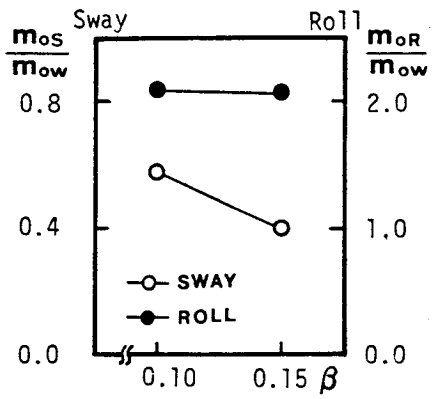


図４－３７　β の影響

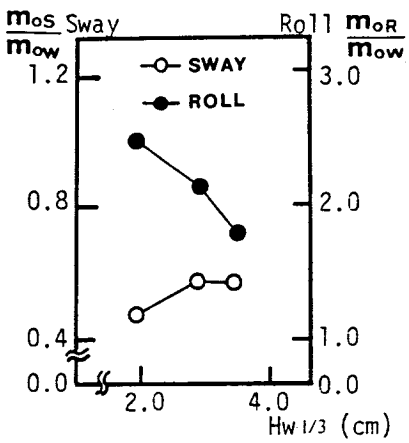


図４－３８　波高の影響

４・３　残差力としての非線型長周期流体力の特性

（１）残差力としての非線型流体力

不規則な外力を受ける２次元浮体の運動方程式は，運動変位に非線型な力をすべて右辺の外力に含めて考えると，各周波数成分（Ｎ個）の重ね合わせとして次式のように書き表すことができる。

$$\sum_{l=1}^{N}\left[-\omega_l^2 m_{kk}\xi_k^*(\omega_l)+\sum_{j=2}^{4}\{-\omega_l^2 M_{kj}(\omega_l)+i\,\omega_l N_{kj}(\omega_l)+C_{kj}\right.$$

$$\left.+K_{kj}\}\,\xi_j^*(\omega_l)\right]e^{i\omega_l t}=\sum_{l=1}^{N}F_k^*(\omega_l)\,e^{i\omega_l t}\quad(k=2,3,4)\qquad(4-156)$$

上式で$\xi_k^*(\omega_l)$は運動変位$\xi_k(t)$の複素Fourier係数であり，

$$\xi_k(t)=\sum_{l=1}^{N}\xi_k^*(\omega_l)\,e^{i\omega_l t}$$

と表されるものとする。また$M_{kj}(\omega_l)$，$N_{kj}(\omega_l)$，C_{kj} およびK_{kj} はそれぞれ付加質量，造波減衰，復元力係数および係留系からの反力係数であり，m_{kk} は $\mathbf{m}$ の対角要素である。右辺の外力項には，波振幅に比例するいわゆる波強制力以外に，非線型流体力がすべて含まれているので，これを次のように分離する。

$$\sum_{l=1}^{N}F_k^*(\omega_l)\,e^{i\omega_l t}=\sum_{l=1}^{N}W_k^{E*}(\omega_l)\,e^{i\omega_l t}+\sum_{l=1}^{N}F_k^{(2)*}(\omega_l)\,e^{i\omega_l t}\qquad(4-157)$$

ただし，W_k^{E*}，$F_k^{(2)*}$はそれぞれ波強制力および非線型流体力の複素Fourier係数である。いま，$\xi_k^*(\omega_l)$は実験により，$M_{kj}(\omega_l)$，$N_{kj}(\omega_l)$は数値計算によって求めることができ，C_{kj} およびK_{kj} については既知である。また，W_k^{E*} は入射波の水位変動記録から計算することができるので，非線型流体力$F_k^{(2)}$ は，実際に浮体に働いている力から線型流体力を差し引いた残差力として求めることができる。いま注目しているのは，Swayに対する長周期流体力のみであるから，これを$F_{low}^{(2)}(t)$と書き，考慮する周波数成分の数をn_l とすると，次のようになる。

$$F_{low}^{(2)}(t)=\sum_{l=1}^{n_l}\left[-\omega_l^2 m_{22}\xi_2^*(\omega_l)+\sum_{j=2}^{4}\{-\omega_l^2 M_{2j}(\omega_l)+i\,\omega N_{2j}(\omega_l)+C_{2j}\right.$$

$$\left.+K_{2j}\}\,\xi_2^*(\omega_l)-W_2^{E*}(\omega_l)\right]e^{i\omega_l t}\qquad(4-158)$$

ただし実際の計算では，Rollの長周期運動は小さいことから，Rollとの連成項は無視し，さらに水位変動の長周期成分は今回の実験では非常に小さく，しかも水路内

では重複波を形成していると考えられるので，波強制力についても無視した。
（Swayの波強制力は，節の部分を除いて，重複波の方が進行波よりも小さい。）

（２）長周期漂流力に対するPinksterの提案式

Pinkster[27]は，不規則波の水位変動η(t)が式(4-159)のように表され，そのスペクトルが十分狭帯域で定義されている場合には，長周期漂流力（$F_p(t)$と表すことにする）が近似的に式(4-160)で与えられることを示した。

$$\eta(t)=\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\cos(\omega_i t+\varepsilon_i) \qquad (4-159)$$

$$F_p(t)=\frac{1}{2}\rho g\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\zeta_i\zeta_j C_{dS}\left(\frac{\omega_i+\omega_j}{2}\right)\cos\{(\omega_i-\omega_j)t+\varepsilon_i-\varepsilon_j\} \qquad \cdots (4-160)$$

ここにζ_iは周波数ω_iの成分波の振幅，ε_iは位相差，$C_{dS}(\omega)$は周波数ωの規則波に対する定常漂流力係数であり，４・２の式(4-10)で与えられる。図4-39に模型船の定常漂流力係数の周期応答を示す。

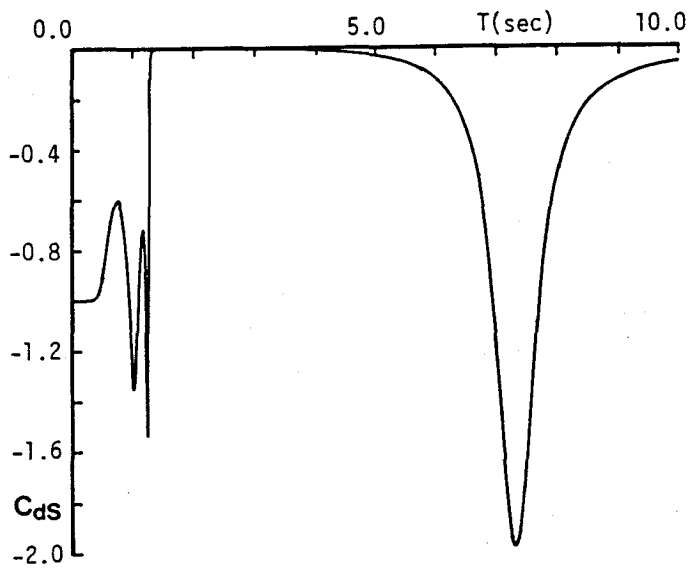


図４－３９　模型船に対する定常漂流力係数の周期応答

さらに，式(4-160)を水位変動のFourier係数η^*を用いて複素表示する。

$$F_p(t)=\frac{1}{2}\rho g \sum_{l=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} \eta^*(\omega_l)\overline{\eta^*(\omega_m)}C_{dS}\left(\frac{\omega_l+\omega_m}{2}\right)e^{i(\omega_l-\omega_m)t} \quad (4-161)$$

ここに$\overline{\quad}$は共役複素数を表している。式(4-160)を式(4-161)のように書き直し，周波数差の成分毎に複素振幅を求めて，逆FFTを利用することにより長周期漂流力の計算時間を著しく短縮することができる。図4-40には，水位変動η(t)と式(4-160)を用いて計算した$F_p(t)$を示している。（ただし計算ではかなり周波数の高い範囲までとっている。）また図中点線は，式(4-154)で与えられるSIWEH波形を，その平均値が$F_p(t)$の平均値と一致するように描いたものである。これより，$F_p(t)$はGroupingの大きいところで大きな値（波の進行方向に押される場合を負と定義している）を示しており，またこれはSIWEH波形と非常によく対応していることがわかる。$F_p(t)$の平均値は容易に求められるので，SIWEHを用いた長周期漂流力の計算も可能であろう。

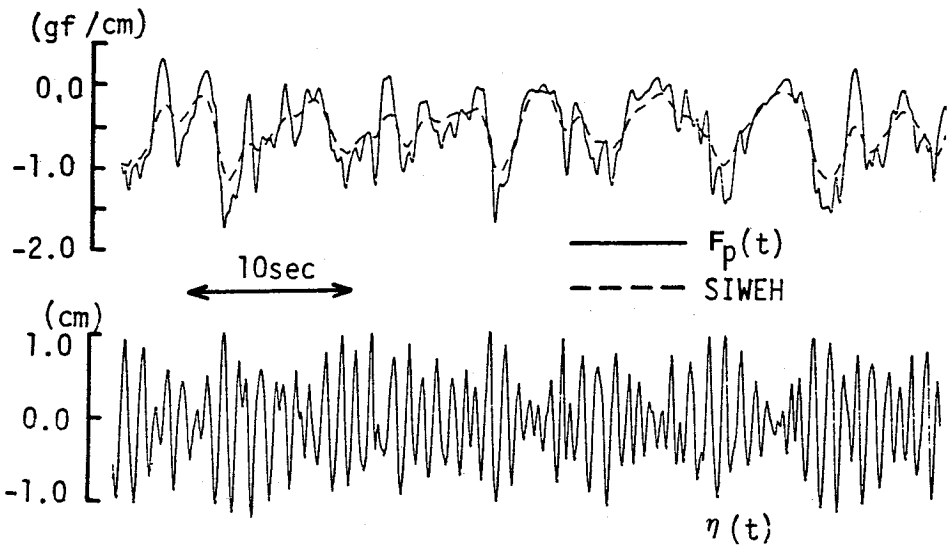


図４－４０　水位変動および長周期漂流力

（３）粘性減衰力

造波減衰の他に，水の粘性に起因する減衰を考える場合，減衰力は運動速度の２乗に比例するとして，$V_k|\dot{\xi}_k|\cdot\dot{\xi}_k$ のように表すのが一般的である。粘性減衰係数V_k は自由振動により決定することが多く，今回も自由振動実験における運動の減衰曲線と，浮体の運動方程式をといて得られた減衰曲線が一致するようにV_k を決定した。（ただしHeaveについては考慮していない。）図4-41に，時間領域の運動方程式を解いて得られた計算結果を，実験結果と比較して示している。図中破線はSwayの粘性減衰係数V_2 =0としたもの，点線はV_2 =70kgf・sec/cm³とした場合の計算結果である。これより，粘性減衰を考慮することによって，計算結果と実験結果の振幅をほぼ同程度にすることができる。ただし，振動周期については計算結果の方が大きく現れており，図4-33のSwayの応答のピークは図4-41の振動周期とほぼ一致していることからみて，これは時間領域の運動方程式を用いて解く上での問題点であると思われる。

また，粘性減衰力の長周期成分の計算は，まず実験で得られた運動波形から$V_k|\dot{\xi}_k|\cdot\dot{\xi}_k$ を計算し，これをFourier変換した後，長周期成分のみを用いて逆Fourier変換することによって求めた。

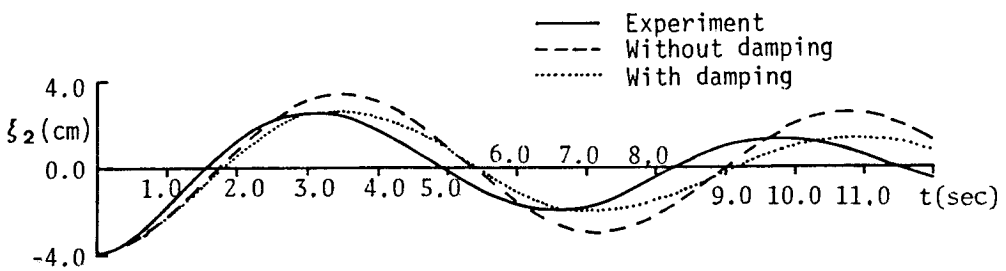


図４－４１　自由振動の減衰曲線（Ｓｗａｙ）

（４）非線型流体力の比較

ここでは，残差力として求めた非線型流体力$F^{(2)}_{low}(t)$ を，Pinksterの式による長周期漂流力$F_p(t)$ および粘性減衰力の長周期成分（$F_V(t)$ と表す）を比較する。ただし実験および計算結果の解析は，３分間のデータをサンプリングタイム1/40secで処理している。図4-42は，T_g =6.9sec（図4-35中のT_g/T_{SW}≒1.0 に対応）とT_g =7.9sec（図4-35中のT_g/T_{SW}≒1.16 に対応）の２つのケースについて３者の

比較を行ったもので，図中実線は$F_p(t)$を，破線は$F^{(2)}_{low}(t)$を示している。ただしここでは0.2Hz以下の周波数成分を長周期成分と定義している。また点線は$F^{(2)}_{low}(t)+F_V(t)$を描いたもので，これが$F_p(t)$と一致していれば，$F^{(2)}_{low}(t)=F_p(t)-F_V(t)$となって，残差力として抽出した非線型流体力は，Pinksterの提案式による長周期漂流力と，従来の粘性減衰表示による減衰力で説明可能と言える。図より，実線と点線は，一致しているとは言い難いが，その傾向や大きさは似通っている。またT_g=7.9secのケースの方がその一致度が幾分良いようである。図4-43は，それぞれのケースの非線型流体力のスペクトルを比較したものである。ただし縦軸はいずれもスペクトルを波強制力のスペクトル面積m_{0E}で除した値を示している。これより，T_g=7.9secのばあいは粘性減衰力が比較的小さく，残差力のスペクトルと長周期漂流力のスペクトルは似た形状を示しているのに対し，T_g=6.9secの場合は粘性減衰の寄与が大きく，残差として求めた流体力は，T_g=7.9secの場合に比べて小さくなっている。しかし，波群の繰り返し周期の違いによってこのような差異が生じる理由については，今のところはっきりしない。

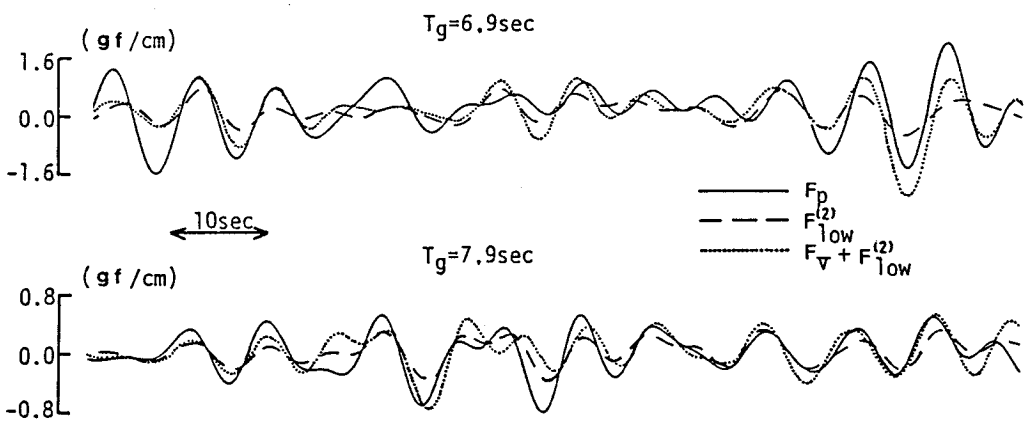


図４－４２　非線型流体力の比較

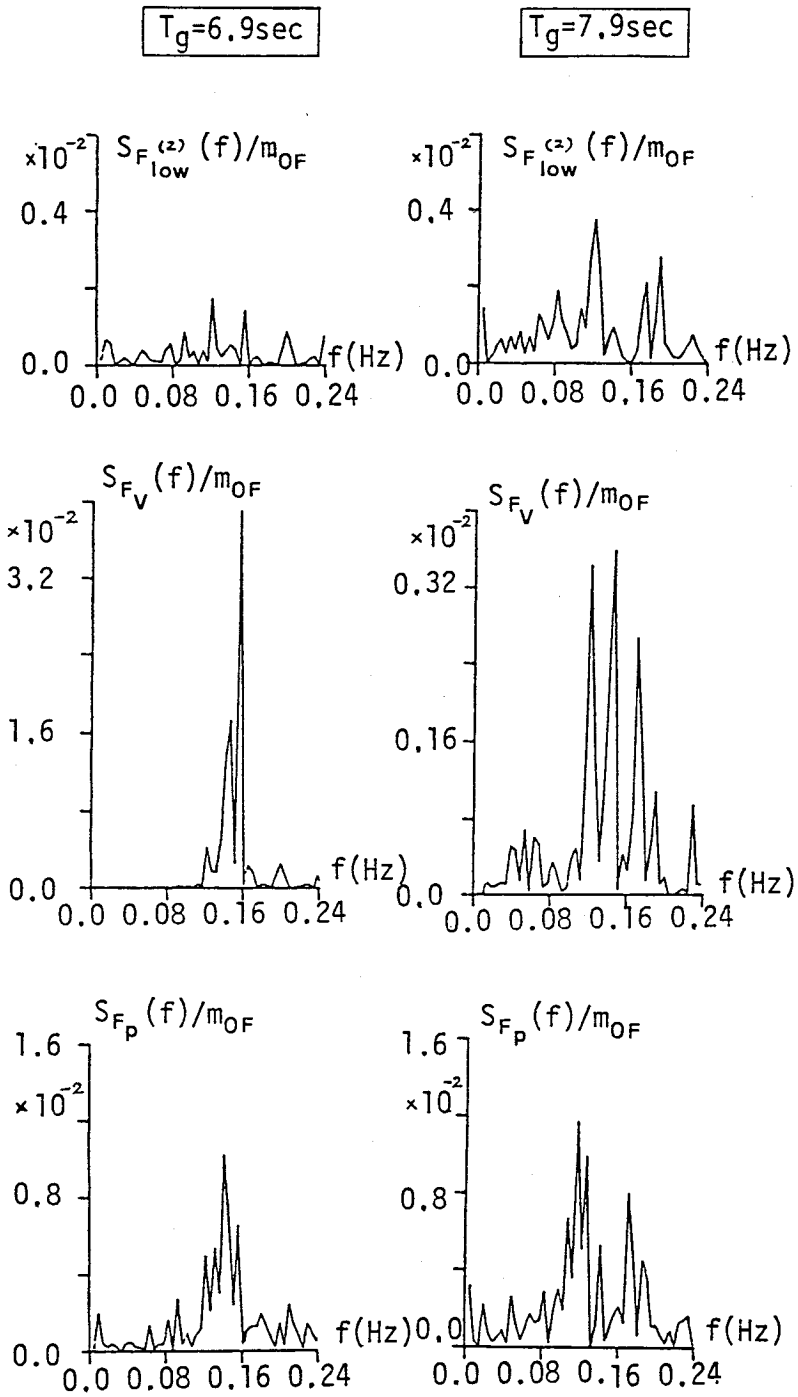


図４－４３　非線型流体力のスペクトル

4・4　数値計算による長周期運動の予測

図4-42に示したように，実験から残差力として求めた非線型流体力は，Pinksterの提案式による長周期漂流力と，自由振動実験から求めた減衰係数を用いた粘性減衰力によりほぼ説明できることがわっかた。そこで次にこれらを用いて数値計算を行い，実験で現れたSwayの長周期運動がどの程度再現されるかについて検討する。ただし，数値計算に用いた浮体の運動方程式は，第２章で示した時間領域のものである。図4-44に計算に用いたSwayの遅延関数$R_{22}(t)$を示す。

図4-45は，前述のT_g =6.9secおよびT_g =7.9secのケースについての，実験結果と計算結果を比較したものである。図中実線は実験値を，破線（without damp）は粘性減衰を考慮せずに，長周期漂流力$F_p(t)$のみ与えて計算した値を，また点線（with damp）は粘性減衰も考慮して計算した値を示している。これらより，粘性減衰を考慮した計算値は，若干の相違はあるものの，定性的にも定量的にも大略実験値を説明していると言えよう。

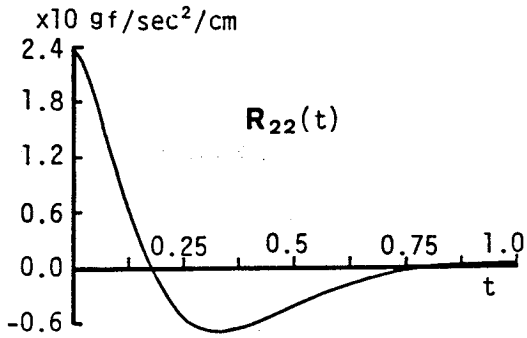


図４－４４　模型船の遅延関数（Ｓｗａｙ）

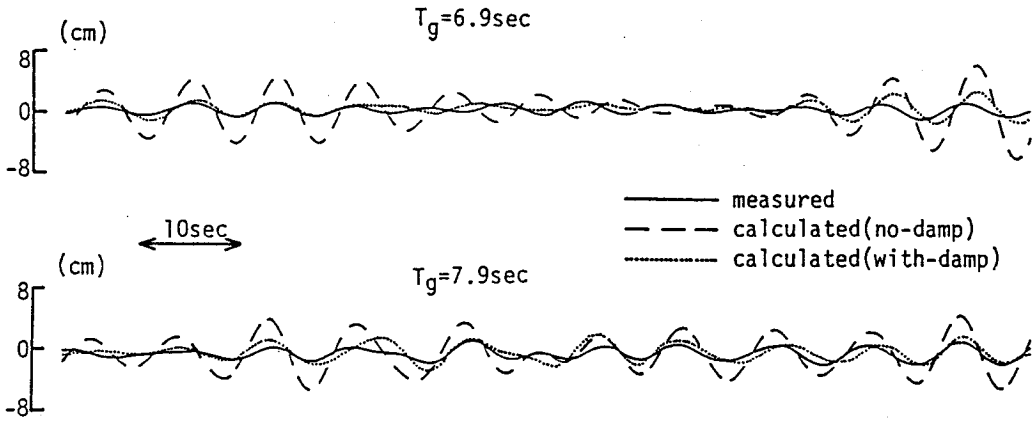


図４－４５　Ｓｗａｙの長周期運動の比較

また図4-46は長周期運動のスペクトルを比較したもので，図中cal.は粘性減衰を考慮した計算値である。これより，両方のケースとも計算値は実験値を上回っており，T_g =6.9secについてはスペクトルの形状にも違いがみられる。図4-47は，図4-35

に示したT_gの変化による運動の変化が数値計算によって再現されるかどうかを確かめたものである。ただしここではSwayのスペクトル面積の代わりに，Swayの長周期運動の全振幅の平均値H_sを波の有義波高　$H_{w1/3}$で無次元化した対を縦軸にとっている。また破線および点線はRandomに位相を与えたケースについての値である。これより，計算値はいずれも実験値よりも大きな値を示しているが，その傾向についてはよく一致している。

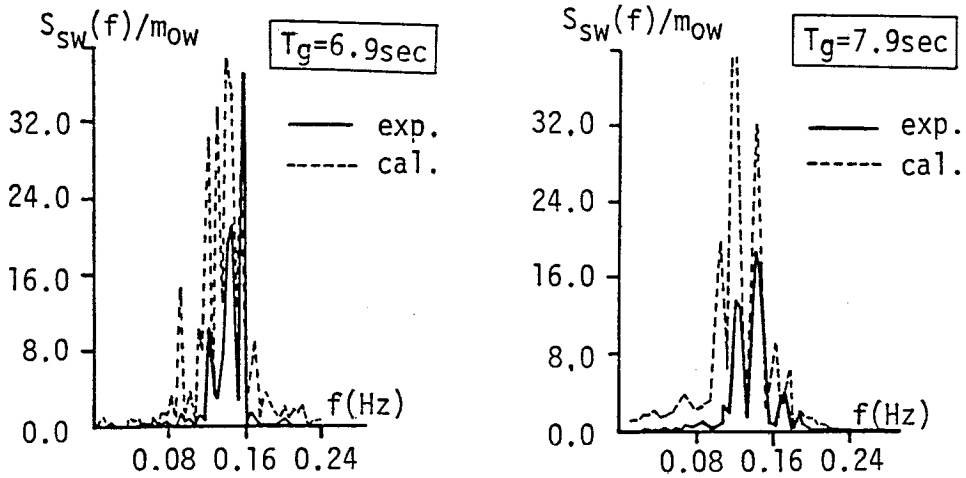


図４－４６　運動スペクトルの比較

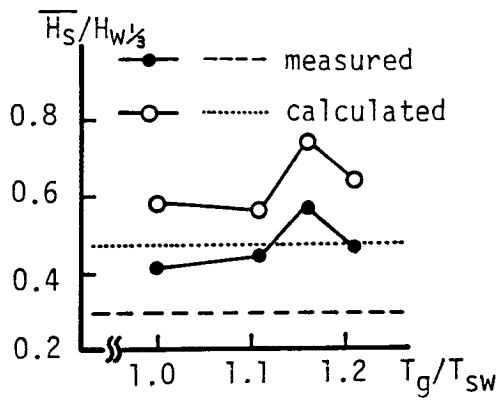


図４－４７　T_gによる運動振幅の変化

第5節　結語

本章では，船体に作用する線型および非線型の流体力の算定法ならびにその特性について論じた。第2節および第3節では，特に流体力に及ぼす港湾境界の影響に着目し，港湾境界を考慮した流体力の計算法と流体力の特性を示した。また第4節では，不規則波中での長周期運動の特性と，その原因となる非線型流体力について実験的に検討した。

第2節では，2次元矩形断面浮体に対して，領域分割法を用いた線型流体力および定常漂流力の計算法を示すとともに，それらに及ぼす不透過鉛直岸壁の影響を調べた。それによると，(i)波強制力，付加質量，造波減衰などで表される線型流体力は，岸壁の有無および岸壁と浮体との距離によってその周波数応答が大きく異なり，特に浮体と岸壁との間で波が共振する周波数付近では，流体力は急激な変化を示すこと，(ii)造波抵抗力は，浮体の運動が大きくなる場合にその運動に及ぼす影響が大きくなり，したがって浮体運動を精度よく予測するためには，付加質量および造波減衰を正確に算定する必要があること，(iii)定常漂流力についても，岸壁の有無，離岸距離によって周波数特性が大きく変化し，岸壁がある場合には入射波の進行方向と逆方向の力も生じること，および(iv)定常漂流力は浮体の拘束状態（固定浮体か自由浮体か係留浮体か）によっても大きく異なることなどが明らかになった。

第3節では，Green関数を用いた境界積分法を適用して，任意形状港湾内の3次元浮体に作用する流体力を計算する方法を示した。さらに，港湾境界が存在する場合の流体力間の相互関係について理論的な検討を加えるとともに，ここで提案した計算法を用いて流体力に及ぼす港湾境界の影響を調べた。その結果，(i)港湾境界から一波長以内の距離にある船体に対しては，境界の影響が強く及ぶこと，(ii)長方形スリップのように明確な共振モードを有する水域内では，流体力は水域の共振の影響を強く受けること，(iii)港内の船体に対しても，従来言われているような流体力係数間の相反関係，波強制力と発散波の関係が成立すること，(iv)造波減衰は港外への発散波エネルギーの逸散量と港湾境界上でのエネルギーの逸散量に比例して大きくなることなどがわかった。

第4節では，線型係留された2次元矩形断面浮体に対する不規則波実験を行い，長周期運動に及ぼす波群特性の影響および残差力として求めた非線型流体力の特性について調べた。その結果，(i)不規則波中で生じる長周期運動は，不規則波の波

群性，特に波群の繰り返し周期，出現の規則性といった周期性の影響を強く受けること，(ii)長周期運動の原因となる非線型流体力は，Pinksterの提案式による長周期漂流力と，従来の表示式による粘性減衰力によってその大部分が説明できること，および(iii)この長周期運動は，時間領域の運動方程式を用いた数値計算によってある程度予測可能であることなどがわかった。

＜参考文献＞

1）高木又男：海洋構造物に関する流体力学的問題の動向について，日本造船学会誌，第659号，pp.2-13，昭和59年5月.

2）Ootmerssen, G.van: The Motions of a Moored Ship in Waves, N.S.M.B. Publication, No.510, 1976.

3）椹木　亨・久保雅義：荷役限界からみた港内静穏度に関する研究，第27回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.307-311, 1980.

4）清川哲志・平山彰彦：岸壁前面の浮体動揺解析における３次元性の影響，第33回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.546-550, 1986.

5）椹木　亨・久保雅義・青木伸一：港湾Slip内における船体運動および定常漂流力について，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.511-515, 1982.

6）上田　茂：係岸船舶の動揺解析手法とその応用に関する研究，港湾技研資料，No.504, 1984.

7）久保雅義・斉藤勝彦・榊原繁樹：岸壁前面係留船の船体運動へのストリップ法の拡張，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.682-686, 1988.

8）井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面浮体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，pp.33-48, 1972.

9）Maruo, H.: The Drift of a Body Floating on Waves, Jour. of Ship Research, vol.4, No.3, 1960

10）Pinkster, J.A. and G. van Ootmerssen: Computation of the First and Second Order Wave Forces on Oscillating Bodies in Regular Waves, Proc. 2nd International Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, pp.136-156, 1977.

11) 久保雅義：荷役限界からみた港内静穏度に関する基礎的研究，大阪大学学位論文，pp.154-159,1981.

12) 野尻信弘・村山敬一：規則波中の２次元浮体に働く漂流力に関する研究，西部造船会会報，第51号，pp.131-152，1975.

13) Vinje,T.: On the Significance of Negative Added Mass, Proc. of the 8th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol Ⅱ, pp.53-61,1989.

14) 元良誠三他：船体と海洋構造物の運動学，pp.94-95，成山堂書店，1989.

15) Mei,C.C.: The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, Chap.7, John Wiley & Sons, pp.318-330,1983.

16) John,F.: On the Motion of Floating Bodies, Ⅱ. Simple Harmonic Motions, Communication on Pure and Applied Mathematics, vol.3, pp.45-101,1950.

17) 清川哲志・大山巧・小林浩：グリーン関数法による任意形状浮体の動揺解析，土木学会論文報告集，土木学会，第332号，pp.55-65，1983.

18) Garrison,C.J.: Hydrodynamic Loading of Large Offshore Structures: Three-Dimensional Source Distribution Methods, Numerical Methods in Offshore Engineering, Chapter 3, pp.87-140, John Wiley & Sons,1978.

19) Mei,C.C.: Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation, Ann. Rev. Fluid Mech. pp.393-416, 1978.

20) 増田秀行訳：物理数学（ゾンマーフェルト理論物理学講座６），講談社，1969.

21) 井島武士・吉田明徳・山本督夫：任意断面浮体の２次元係留運動と波の変形，土木学会論文報告集，土木学会，第272号，pp.53-63,1978.

22) 清川哲志・平山彰彦・高梨和光・小林浩：ハイブリッド型境界要素法による任意反射率防波堤前面の船体動揺解析，第30回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.450-454,1983.

23) 椹木　亨・久保雅義・青木伸一：港湾Slip内における船体運動および定常漂流力について，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.511-515,1982.

24) 井上義行・杉山祐樹：任意反射率岸壁付近に係留された浮体の運動と係留力の３次元解析，海岸工学論文集，土木学会，第36巻，pp.739-743,1989.

25) 椹木　亨・久保雅義・京谷光高：荷役限界からみた港内静穏度に関する研究

（第３報）－低反射岸壁前面での浮体の運動特性について－，第26回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.646-650,1979.

26) Spangenberg,B. and B.K.Jacobsen: The Effect of Wave Grouping on Slow Drift Oscillations of an Offshore Structure, Int. Symp. on Ocean Engineering Ship Handling, pp.8:1-8:14,1980.

27) Pinkster,J.A.: Low Frequency Phenomena Associated with Vessels Moored at Sea, Soc. of Petroleum Engineers of A.I.M.E., SPE Paper No.4837, pp.487-494,1975.

28) Funke,E.R.and E.D.P.Mansard: On the Synthesis of Realistic Sea States in a Laboratory Flume,Hydraulics Laboratory Report LTR=HY=66,National Research Council of Canada,1974.

29) 岩垣雄一・間瀬　肇・北　直紀：Wave Group を考慮した不規則波のシミュレーションとその特性，第29回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp.55-59, 1982.

第5章　港内係留船の動揺特性とその予測

第１節　概説

第２章で述べたように，港内係留船の波浪動揺を計算するためには，波による種々の流体力，すなわち線型流体力として波強制力（フルードクリロフ力＋回折波力）および造波抵抗力を，さらに長周期運動に対しては、非線型流体力である波漂流力を求める必要があった。第３章では，港内の船体に対するフルードクリロフ力（すなわち入射波の速度ポテンシャルϕ^I）を求める手法として，従来の港内波の計算法を再検討し，さらに第４章第３節では，任意形状港湾内の船体による回折・発散問題の解析法を示した。本章では，これらの計算法を用いて，実際に船体運動を計算し，模型実験および現地観測の結果との比較を行って，計算法の適用性を検討するとともに，港内係留船の動揺特性について考察する。

港内での船体運動の計算手順は，一般には図5-1のようになると考えられる。

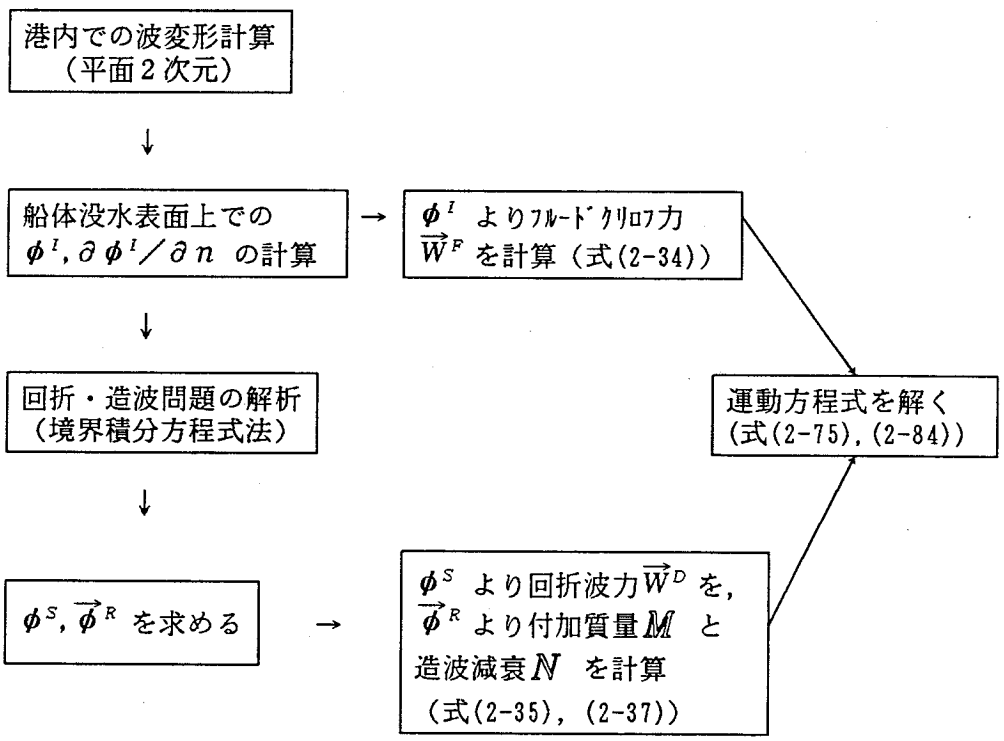


図５－１　港内での船体運動計算のフロー

すなわち，まず最初に港内での波浪場を計算し，船体没水表面上でのϕ^I および$\frac{\partial \phi^I}{\partial n}$を求める。これよりフルードクリロフ力$\vec{W}^F$が求められる。この際，基礎方程式として式(3-2)の緩勾配方程式を用いれば，港内の水深変化の影響を考慮することも可能である。次に第4章第3節で述べた手法などを用いて，港内の船体による回折・造波問題を解き，回折波および発散波に対するポテンシャルϕ^S および$\vec{\phi}^R$を求める。その際，$\frac{\partial \phi^I}{\partial n}$は$\phi^S$ を求める場合の境界値を与える。ϕ^S および$\vec{\phi}^R$を，第2章式(2-35)および(2-37)に代入することにより，回折波力$\vec{W}^D$，付加質量M および造波減衰N を計算する。これらを運動方程式(2-38)あるいは式(2-84)に代入して解くことにより，船体運動が求められる。ただし第2章で述べたように，運動方程式が線型な場合には周波数領域の解析法を，非線型な場合には時間領域の解析法を適用すればよい。

ただし，比較的小規模な港湾に対しては，第4章第3節で述べたような3次元計算法を用いて，港内における波変形と船体による回折を同時に解くことも可能である。この場合には，$\phi^I+\phi^S$が同時に求められるので，波変形計算を前もって行っておく必要はない。一方，大規模な港湾に対しては，回折・発散問題に対する3次元解析を港湾全体に適用するには，計算容量やコストの面からみて適当な方法ではない。第3章第1節でも述べたように，ϕ^S ，ϕ^R による波のパターンは，図3-1に示すように船体から放射状に広がる波であること，あるいは第3章第3節で示したように，船体から1波長程度以上離れた港湾境界の影響は小さいことなどを考え合わせれば，ϕ^S ，ϕ^R を求める上では，船体から1波長程度の範囲内にある近傍境界のみを考慮しても差し支えないものと思われる。また港内で水深が変化していても，船体近傍に限っては一定水深を仮定できる場合も多いであろう。

次節以下では，船体運動を①港外，②小規模港湾内，および③大規模港湾内の3つに分類し，それぞれの場合についての動揺特性および計算法の適用性を，模型実験あるいは現地観測結果と比較することにより検討する。大規模港湾内での計算には，第3章第4節で示した Wave-Ray 法と第4章第3節で示した境界積分方程式法を併用しているが，ここではWave-Ray 法は，ϕ^I ，$\frac{\partial \phi^I}{\partial n}$を求めるためではなく，船体近傍水域への入射波を決定するためにのみ用いられており，図5-1のフローとは若干異なっている。

第２節　港外での船体運動

２・１　実験装置および方法

実験に用いた模型船は，図5-2に示すような，長さL_s=60cm，幅B_s=15cm，型深D_s=15cm，喫水d_s=4.9cmのアクリル製の矩形浮体である。模型船の質量，重心回りの慣性モーメントなどの諸元は，表5-1に示す通りである。

模型船は，図5-3に示すように，長さ15m，幅5.5mの水槽の中央部に，波の入射方向が船首尾方向と45°をなすように線型バネを用いて係留した。係留状況は図5-2に示すとおりであり，１本のバネのバネ定数は0.935kgf/m，初期張力は0.103kgfであった。また水深は21cmとしている。

動揺量の測定は，船の上方および側方から，それぞれ２台のビデオカメラを用いて，船上に固定した標点（図5-2のＡ～Ｄ点）の運動を撮影し，２台のカメラの同時記録を，ビデオアナライザーを用いて解析することにより，６自由度の運動を分離・抽出した。また，実験に用いた入射波の周期は0.8～2.2sec，波高は1cm～3cmの範囲内におさまるようにした。

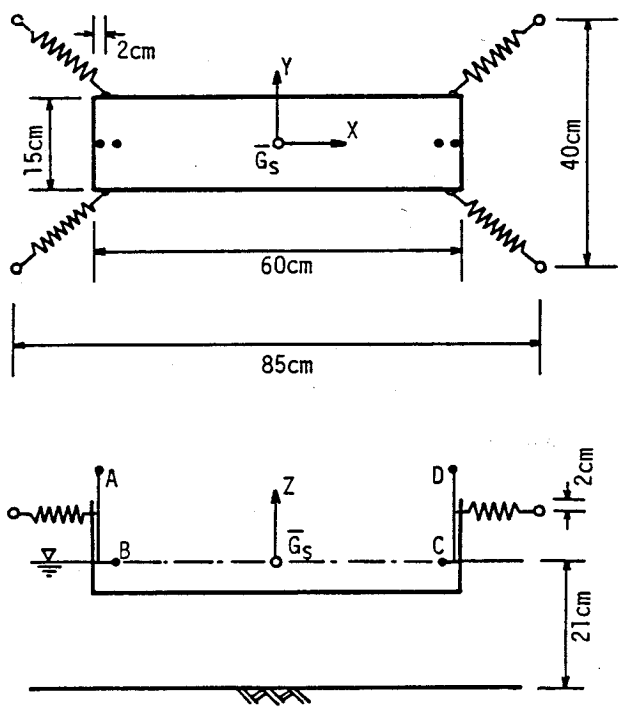


図５－２　模型船の係留状況

表５－１　模型船および係留系の諸元

ﾓｰﾄﾞ	慣性	固有周期（港外）	
Surge	4.4 kg	2.58 sec	船長(L_s)=60cm　船幅(B_s)=15cm 喫水(d_s)=4.9cm　型深(D_s)=15cm 重心位置：静水面下 0.08cm ﾒﾀｾﾝﾀｰ高：1.44cm(Roll), 59.0cm(Pitch)
Sway	4.4 kg	4.20 sec	
Heave	4.4 kg	0.60 sec	
Roll	0.023 kgm^2	0.93 sec	係留ﾊﾞﾈ定数(k_1)=0.935kgf/m 初期張力(T_0)=0.103kgf
Pitch	0.166 kgm^2	0.67 sec	
Yaw	0.170 kgm^2	1.70 sec	

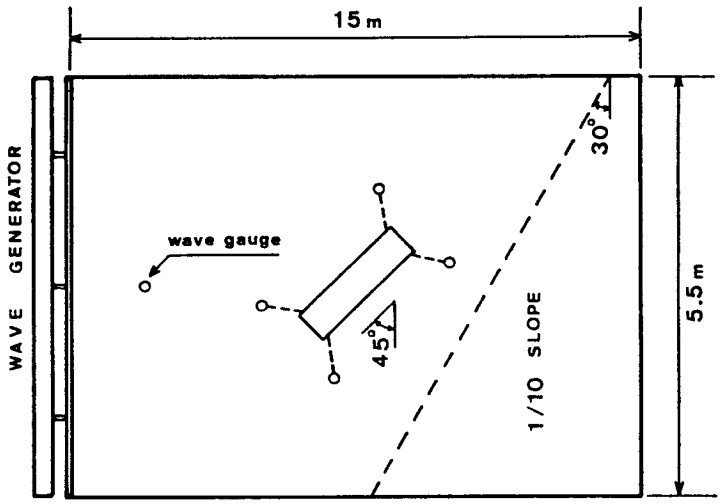


図５－３　実験水槽

２・２　計算結果と実験結果の比較

今回対象としている模型船は線型係留されているので，動揺計算はまず第４章３・１で述べた境界積分方程式法により，波強制力，付加質量および造波減衰を計算し，これを第２章第３節式(2-75)に代入することにより運動の複素振幅 $\vec{\xi}_0$ を求めることができる。ただし係留系からの反力を表すマトリックス $\mathbb{K}$ の要素 K_{ij} は，１本のバネのバネ定数 k_i および初期張力 T_0 を用いて次式で与えられる。（図5-4参照）

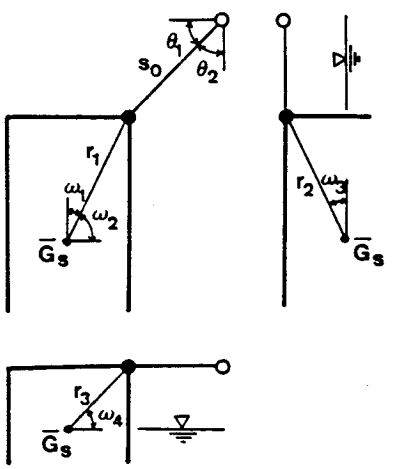


図５－４　係留系の記号

$$K_{11}=4\left(k_t\sin^2\theta_1+\frac{T_0}{s_0}\cos^2\theta_1\right)$$

$$K_{22}=4\left(k_t\sin^2\theta_2+\frac{T_0}{s_0}\cos^2\theta_2\right)$$

$$K_{33}=4\frac{T_0}{s_0}$$

$$K_{44}=4\left\{k_t r_3^2\sin^2\theta_2\sin^2\omega_4+T_0\frac{r_3}{s_0}\left(r_3\sin\theta_2+s_0\sin^2\theta_2\cos\omega_4\right.\right.$$
$$\left.\left.-r_3\sin^3\theta_2\sin^2\omega_4+r_3\cos^2\theta_2\sin^2\omega_4\right)\right\}$$

$$K_{55}=4\left\{k_t r_2^2\sin^2\theta_1\sin^2\omega_3+T_0\frac{r_2}{s_0}\left(r_2\sin\theta_1+s_0\sin^2\theta_1\cos\omega_3\right.\right.$$
$$\left.\left.-r_2\sin^3\theta_1\sin^2\omega_3+r_2\cos^2\theta_1\sin^2\omega_3\right)\right\}$$

$$K_{66}=4\left[k_t r_1^2\cos^2(\theta_2+\omega_2)+T_0\frac{r_1}{s_0}\sin(\theta_2+\omega_2)\right.$$
$$\left.\cdot\left\{r_1\sin(\theta_2+\omega_2)+s_0\right\}\right]$$

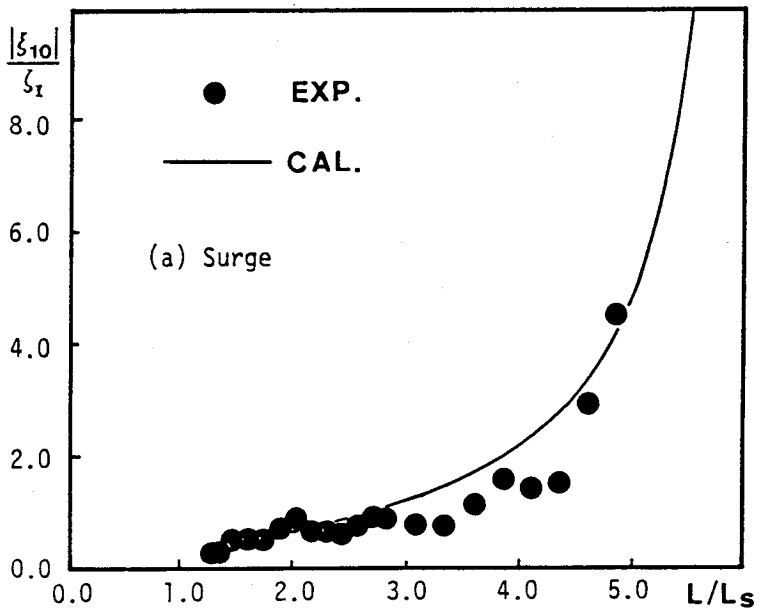
$$K_{15}=K_{51}=4\left(k_t r_2\sin^2\theta_1\sin\omega_3+T_0\frac{r_2}{s_0}\cos^2\theta_1\sin\omega_3\right)$$

$$K_{24}=K_{42}=4\left(k_t r_3\sin^2\theta_2\sin\omega_4+T_0\frac{r_3}{s_0}\cos^2\theta_2\sin\omega_4\right)$$

・・・（5－1）

図5-5(a)～(f) は，各モードの運動の入射波長に対する応答を，実験結果（●）と計算結果（実線）を比較して示したものである。ただし図(d)のξ_{04}' は，Rollの動揺角振幅に$B_s/2$を乗じた値を，図(e)および(f)のξ_{05}'，ξ_{06}' は，PitchおよびYawの動揺角振幅に$L_s/2$を乗じた値を示している。図より，計算値は実験値の傾向を大略説明してはいるが，Heave，PitchおよびYawにおいてはあまり一致しておらず，特にYawについてはピークの発生位置が異なっている。この理由としては，ビデオデータからの分離精度の問題や水槽側壁やSlope部からの反射波の影響なども考えられるが，はっきりした理由はわからない。

一方，図(d)中の点線は，Rollの自由振動実験から求めた減衰係数（動揺速度の1乗に比例する係数として求めたもの）をもとに，粘性減衰係数N_{44}' =0.013(kgm²/sec)を造波減衰に付加して計算した値であるが，付加減衰を考慮することにより，Rollの共振点でのピーク値を実験値に近づけることが可能であることがわかる。



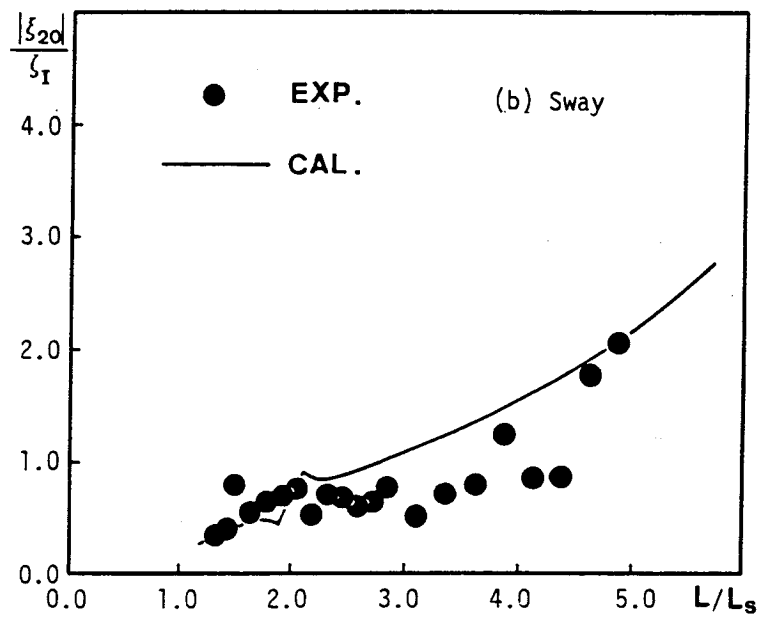
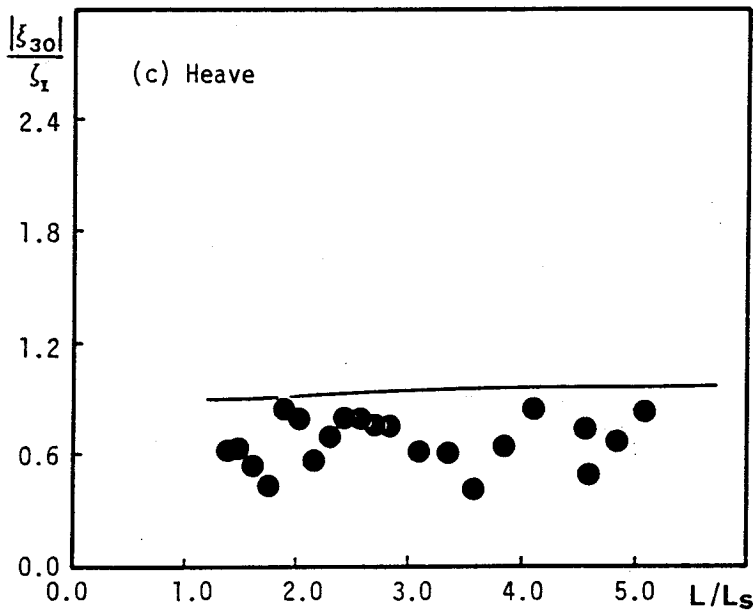


図５－５　港外での運動応答（その１）



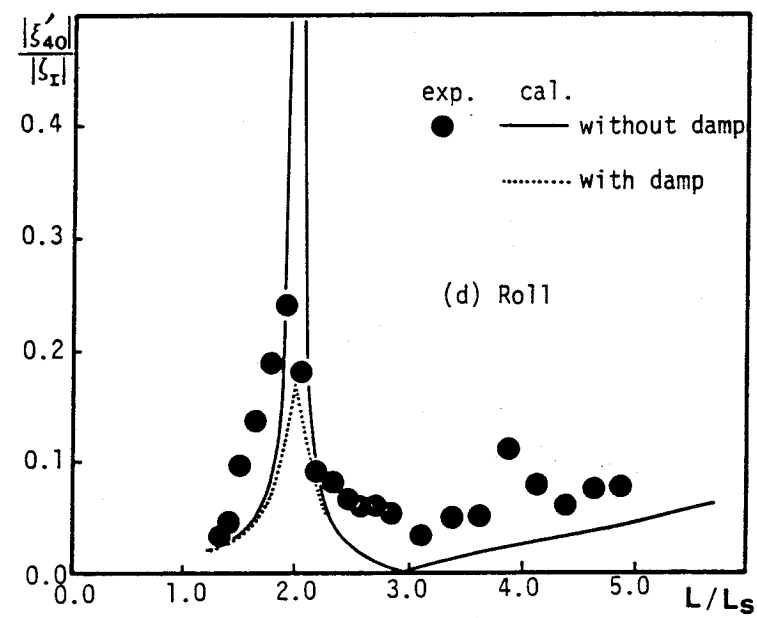
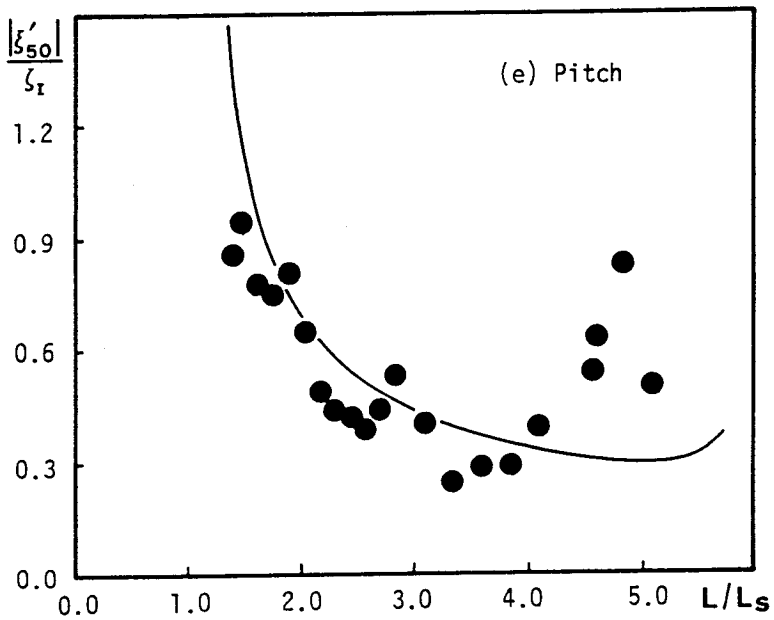


図５－５　港外での運動応答（その２）



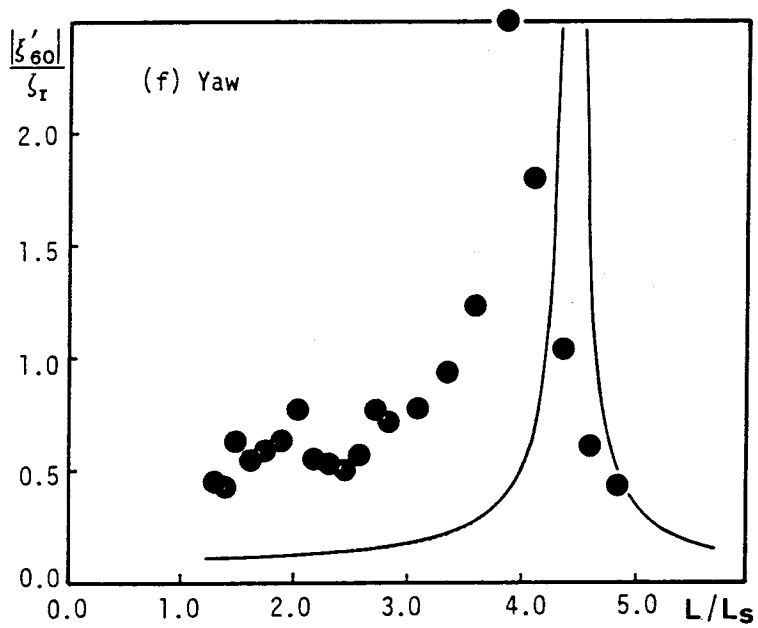


図５－５　港外での運動応答（その３）

第３節　小規模港湾内での船体運動

３・１　実験装置および方法

模型実験は，図5-3と同様のSlope部を有する，長さ13m，幅10mの平面水槽の左端部に，図5-6に示すようなＬ字型の模型港湾を設置し，図中Ａ～Ｄの位置に，図5-2と同様に模型船を係留して行った。模型船および係留バネの諸元，実験ケース等は前節と同じである。また，図5-6中に斜線で示した岸壁を，第３章図3-13と同一の低反射岸壁に置き換えて同様の実験を行った。図5-7は，図3-14の２つの図を，遊水部幅B_Pと入射波長Ｌの比を横軸にとって書き直したものであるが，反射率$|K_R|$および岸壁前面から重複波の節までの距離と波長の比B_P/Lによって統一的に表されることがわかる。そこで，この関係はh=21cmの場合にも適用できるものとして以下の計算を行った。

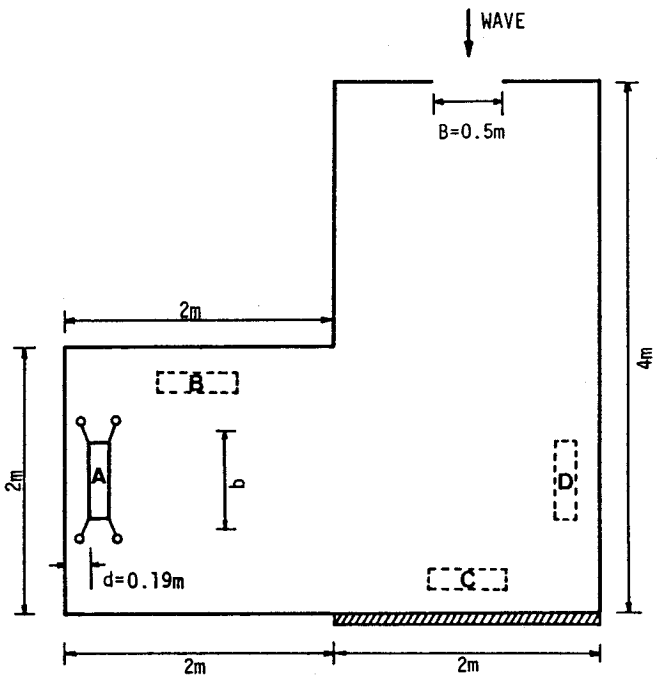


図５－６　模型港湾

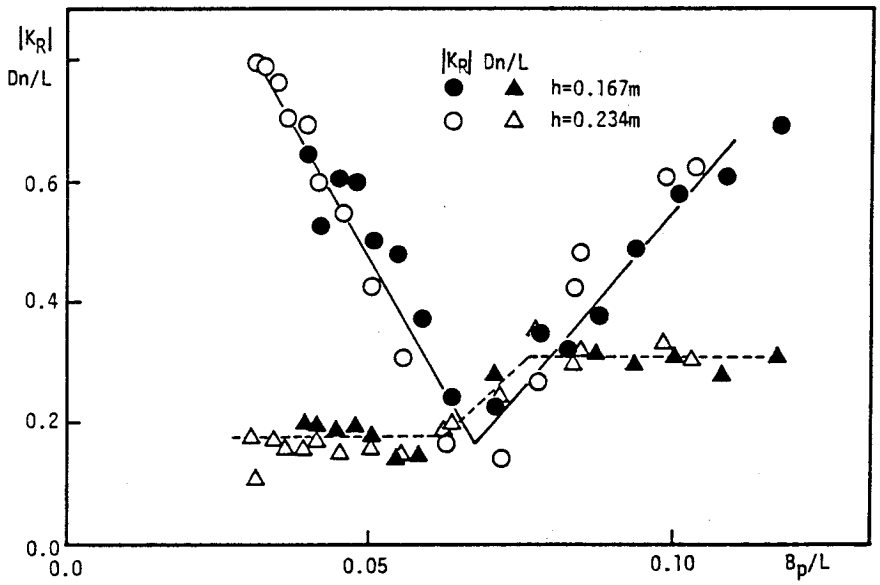


図５－７　低反射岸壁の特性

３・２　港内係留船の動揺特性とその予測

（１）運動の応答関数

第２章式(2-75)によれば，運動の複素振幅は次式で与えられる。

$$\vec{\xi}_0 = \mathbb{H}^S(\omega)\,\vec{W}_0^E \qquad (5-2)$$

ここに，$\vec{W}_0^E$ は波強制力の複素振幅であり，$\mathbb{H}^S(\omega)$ は次式で与えられる応答関数である。

$$\mathbb{H}^S(\omega) = \left[-\omega^2\{\mathbb{m}+\mathbb{M}(\omega)\} - i\omega\mathbb{N}(\omega) + \mathbb{C} + \mathbb{K}\right]^{-1} \qquad (5-3)$$

一方，港内係留船の場合，$\vec{W}_0^E$ は，港への入射波振幅 ζ_I および入射角 θ_I を用いて次のように表すことができる。

$$\vec{W}_0^E = \vec{H}^E(\omega, \theta_I)\,\zeta_I \qquad (5-4)$$

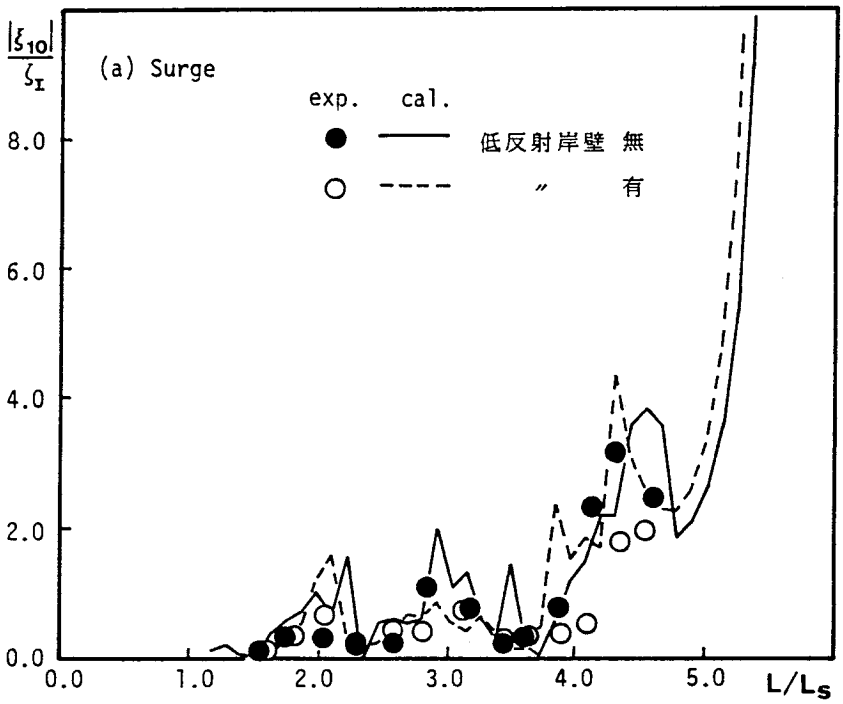
ここに，$\vec{H}^{E}(\omega, \theta_I)$ は，単位振幅の入射波に対する波強制力を表す6成分の応答関数からなるベクトルである。式(5-4)を式(5-2)に代入すると次式を得る。

$$\vec{\xi}_0 = \mathbb{H}^{S}(\omega)\,\vec{H}^{E}(\omega, \theta_I)\,\zeta_I \qquad (5-5)$$

上式は，港内係留船の運動の応答関数が，港への入射波に対する波強制力の応答関数 $\vec{H}^{E}$ と，波強制力に対する運動の応答関数 $\mathbb{H}^{S}$ の積として表されることを表している。言い換えれば，港内係留船の運動は，港および船という2種類の振動系を代表する応答関数 $\vec{H}^{E}$ および $\mathbb{H}^{S}$ によって表現されることがわかる。ただし，前述したように，$\mathbb{H}^{S}$ を決定する $\mathbb{M}$ および $\mathbb{N}$ は港湾境界の影響を受けるし，$\vec{H}^{E}$ も当然船体の形状によって異なるため，$\vec{H}^{E}$ およびお $\mathbb{H}^{S}$ は独立ではないが，両者の応答関数の性質はかなり異なったものであることが予想される。以下では，主としてこれらの応答関数に着目して考察を進めることにする。

（2）計算結果と実験結果の比較

図5-8～図5-11に，今回行ったすべての実験結果を計算結果とともに示す。これらの図はすべて低反射岸壁を設置した場合としない場合とを対比して示している。以下では，模型船の動揺特性について考察しながら，計算法の適用性について検討を加える。



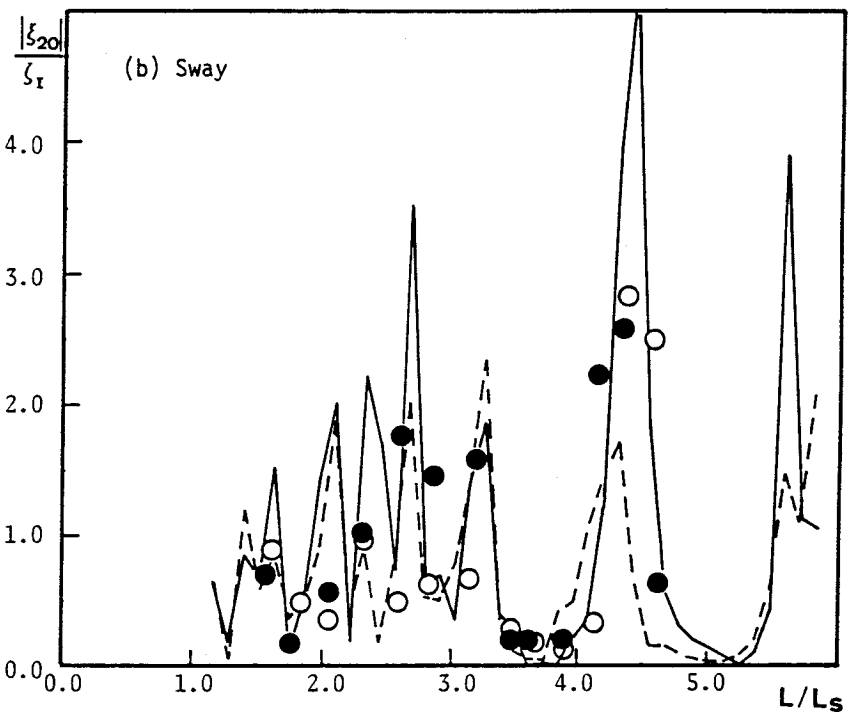
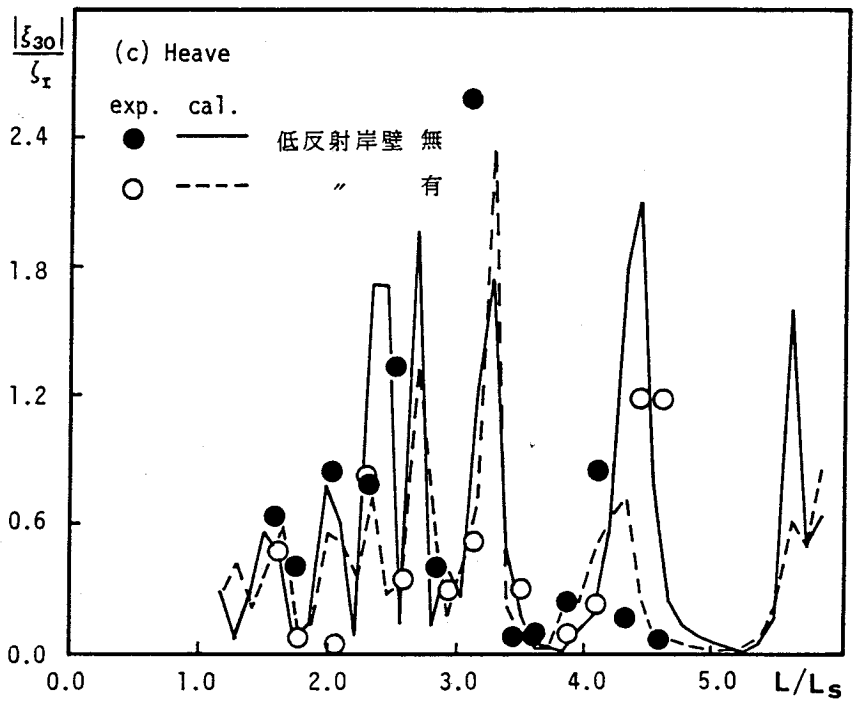


図５－８　港内での運動の応答（バースＡ）－その１－



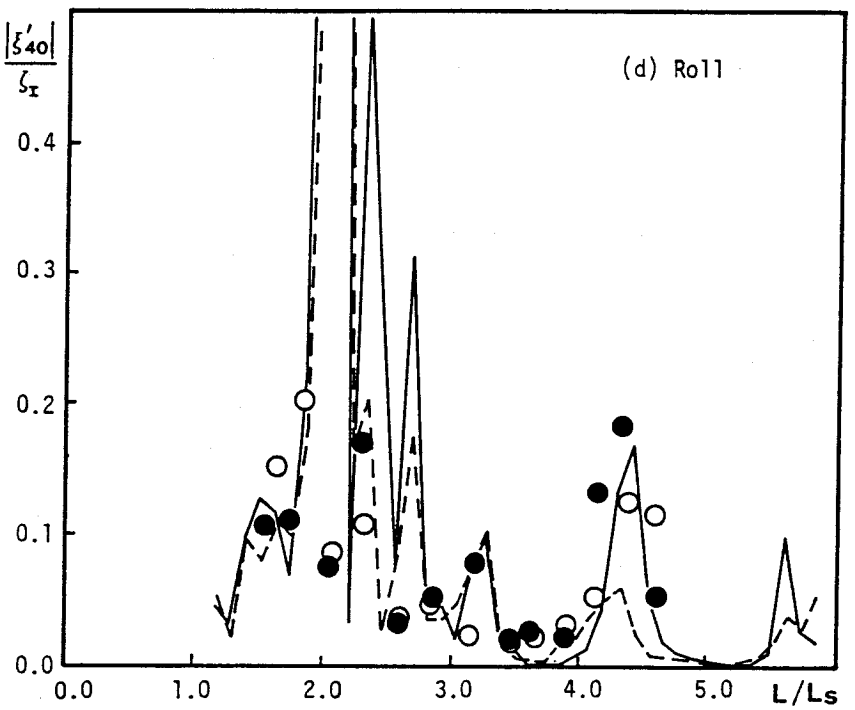
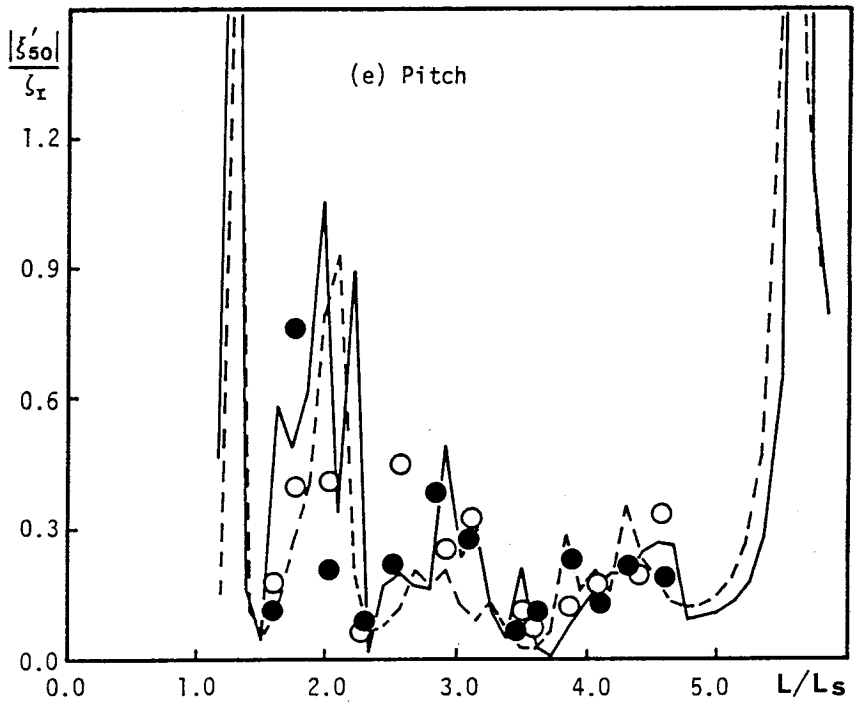


図５－８　港内での運動の応答（バースＡ）－その２－



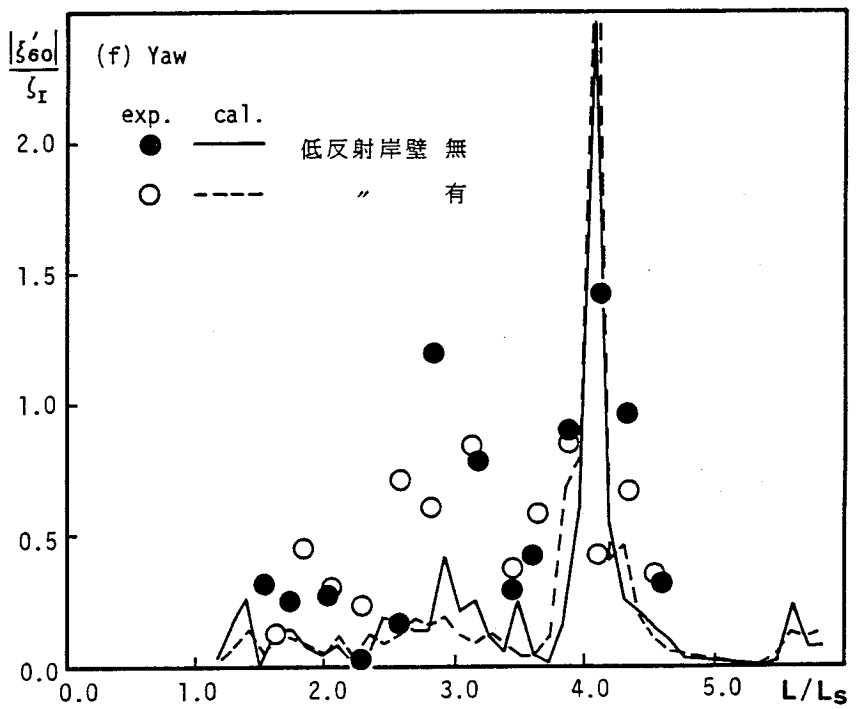
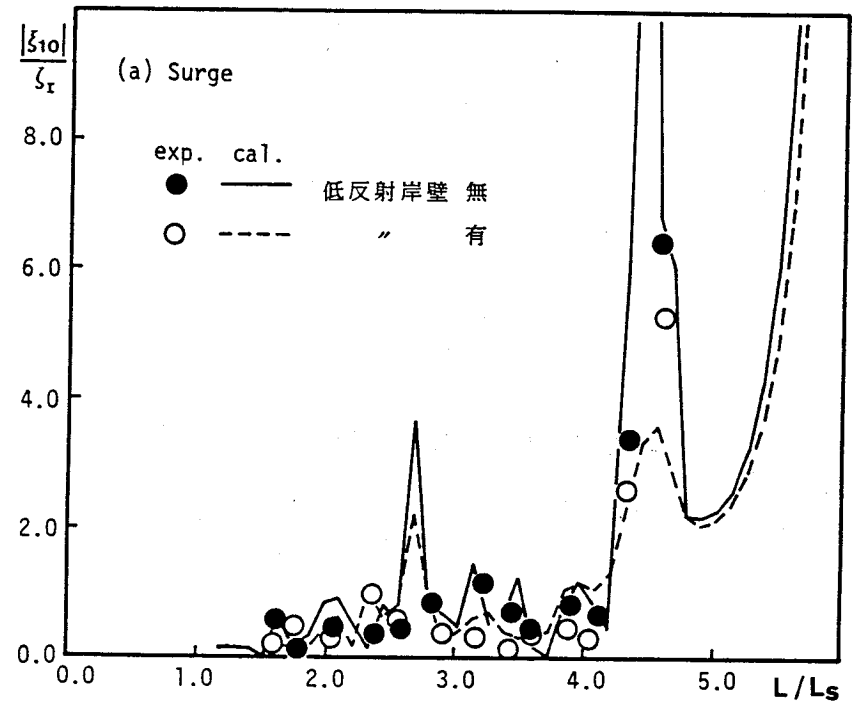


図５－８　港内での運動の応答（バースＡ）－その３－



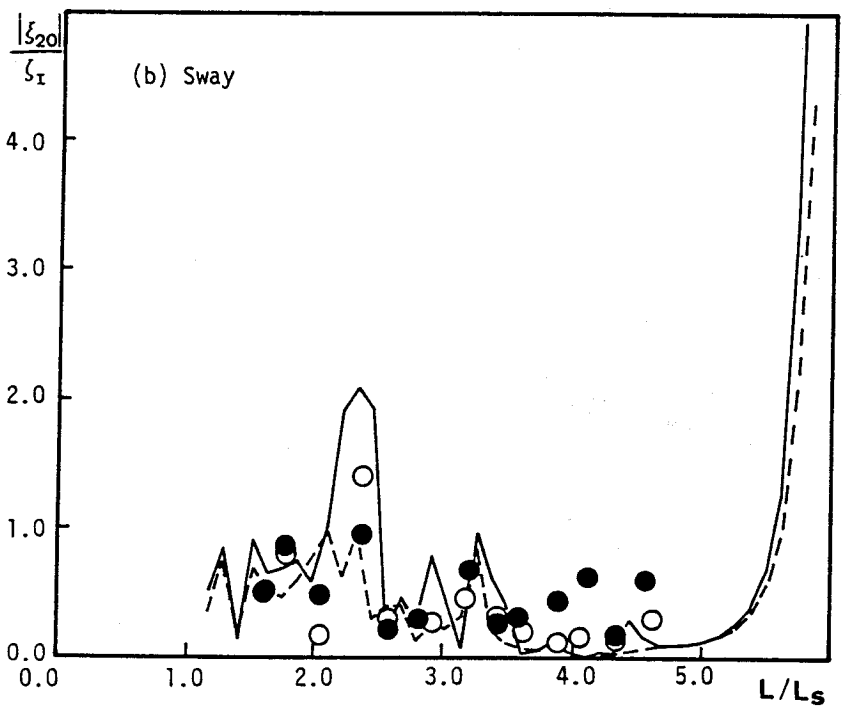
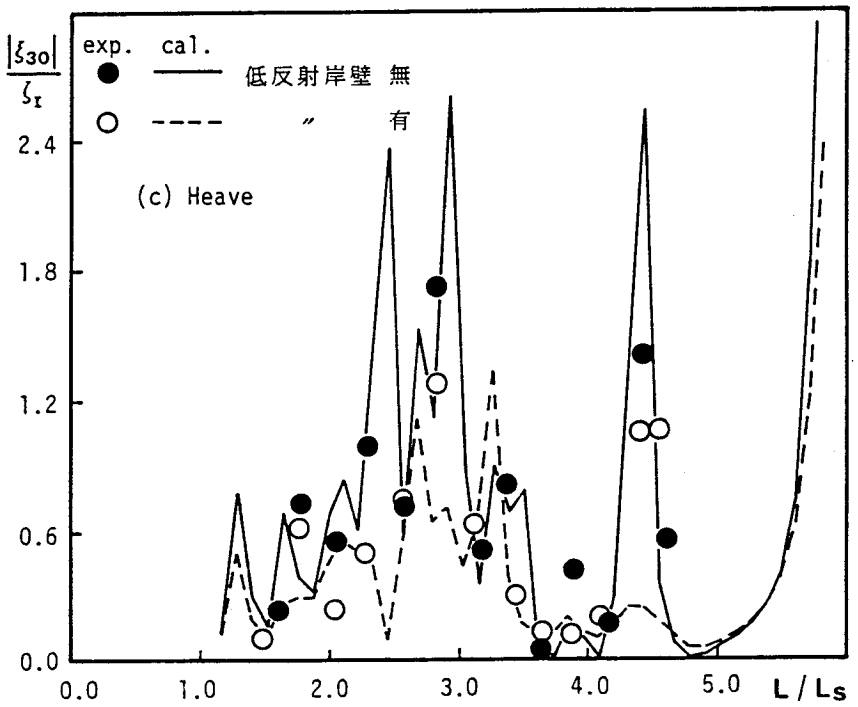


図５－９　港内での運動の応答（バースＢ）－その１－



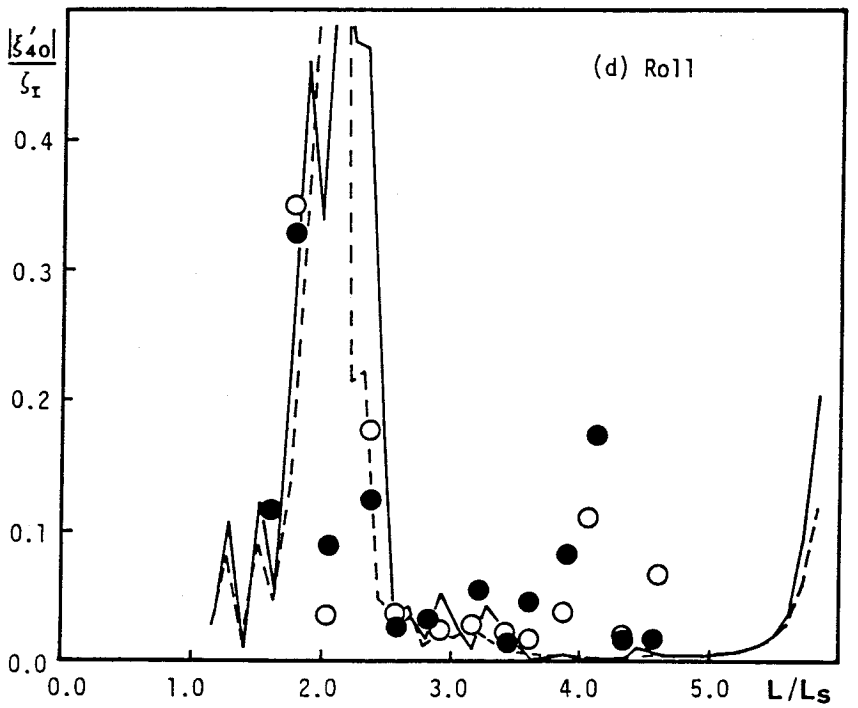
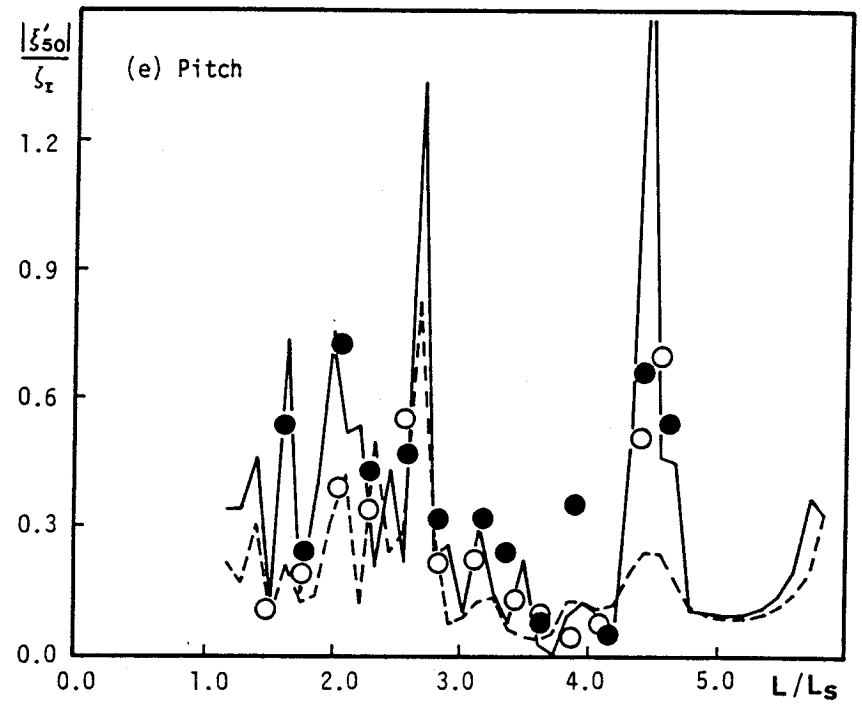


図５－９　港内での運動の応答（バースＢ）－その２－



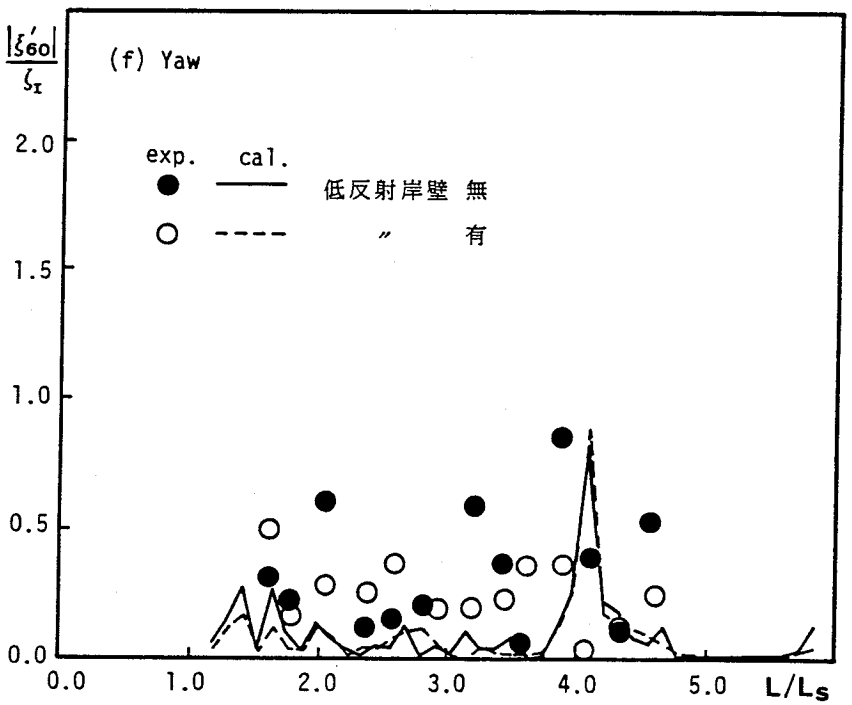
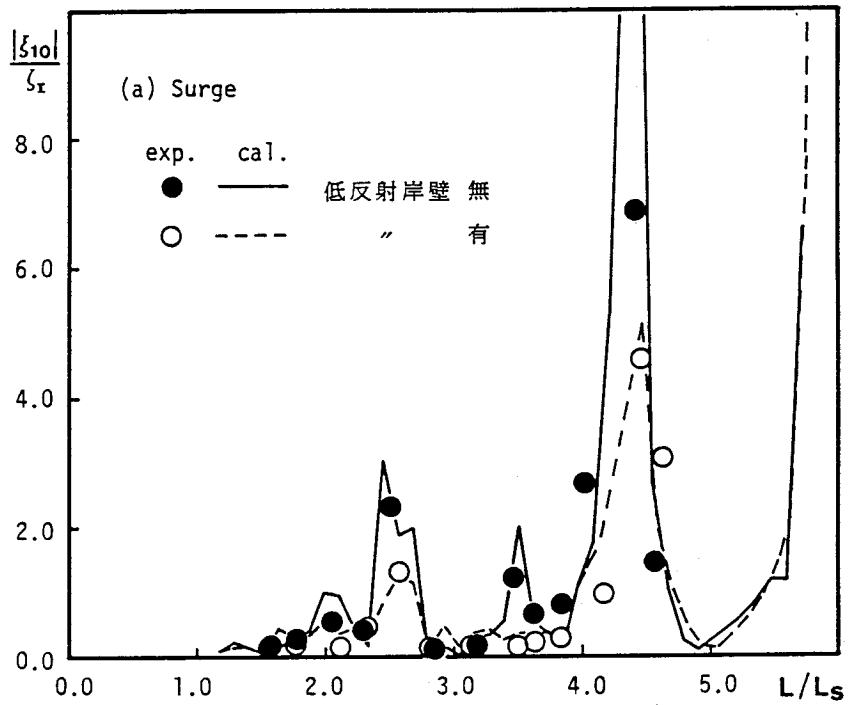


図５－９　港内での運動の応答（バースＢ）－その３－



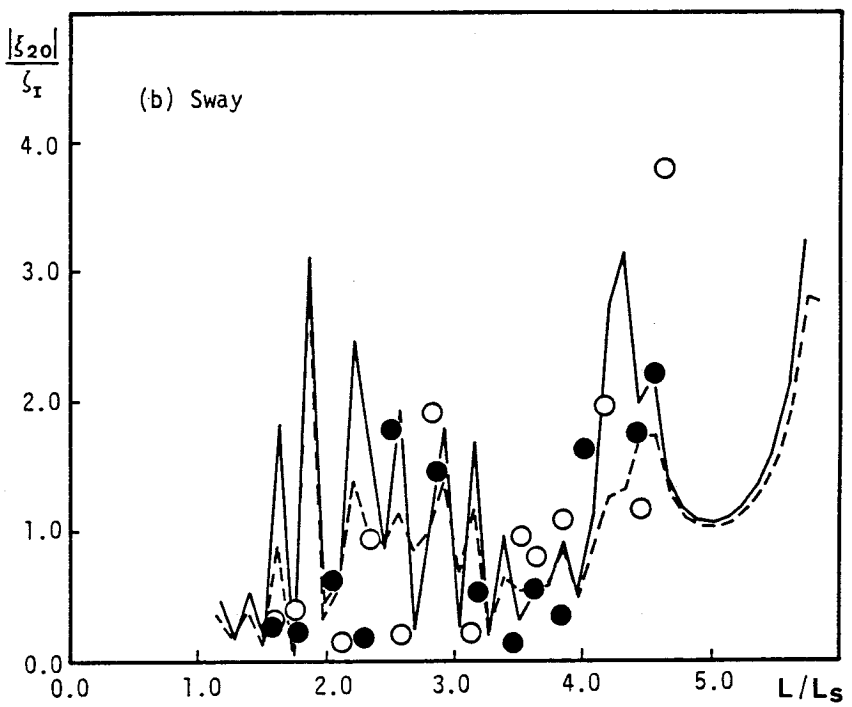
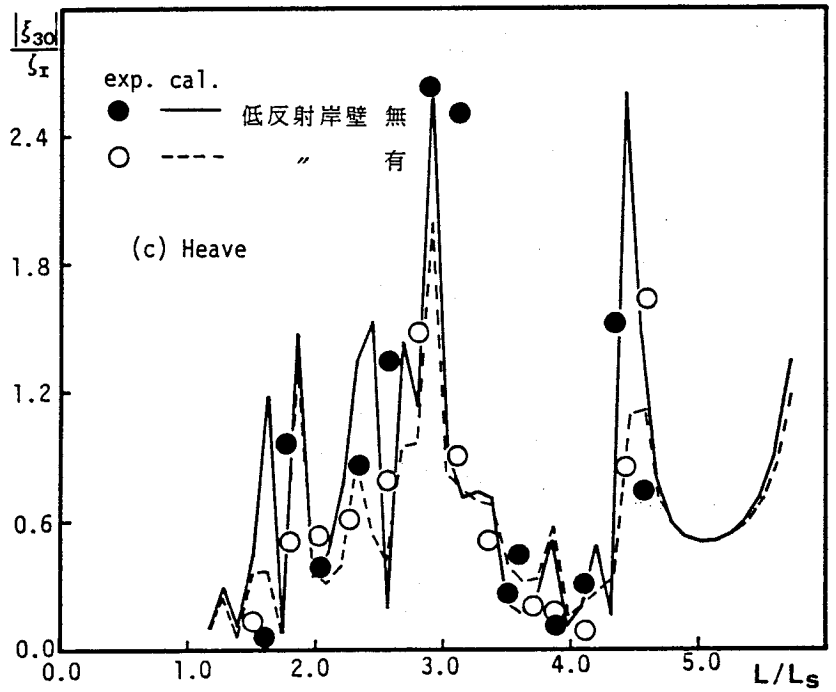


図５－１０　港内での運動の応答（バースＣ）－その１－



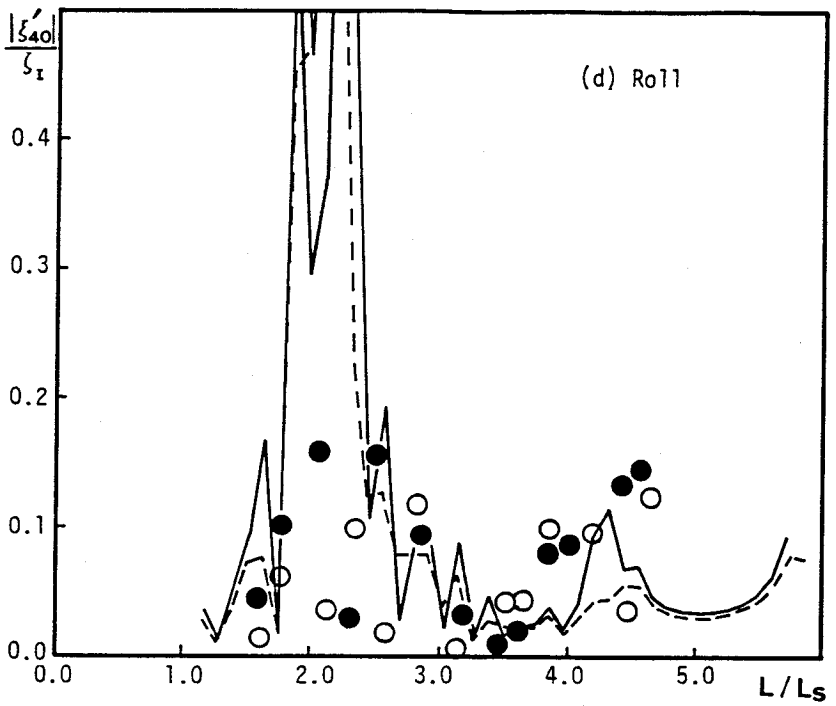
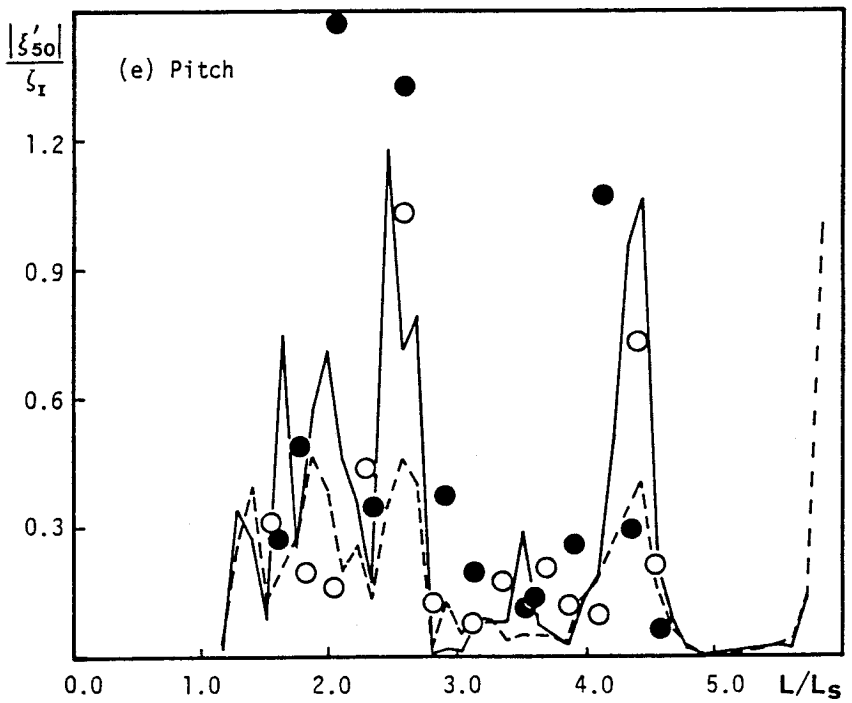


図５－１０　港内での運動の応答（バースＣ）－その２－



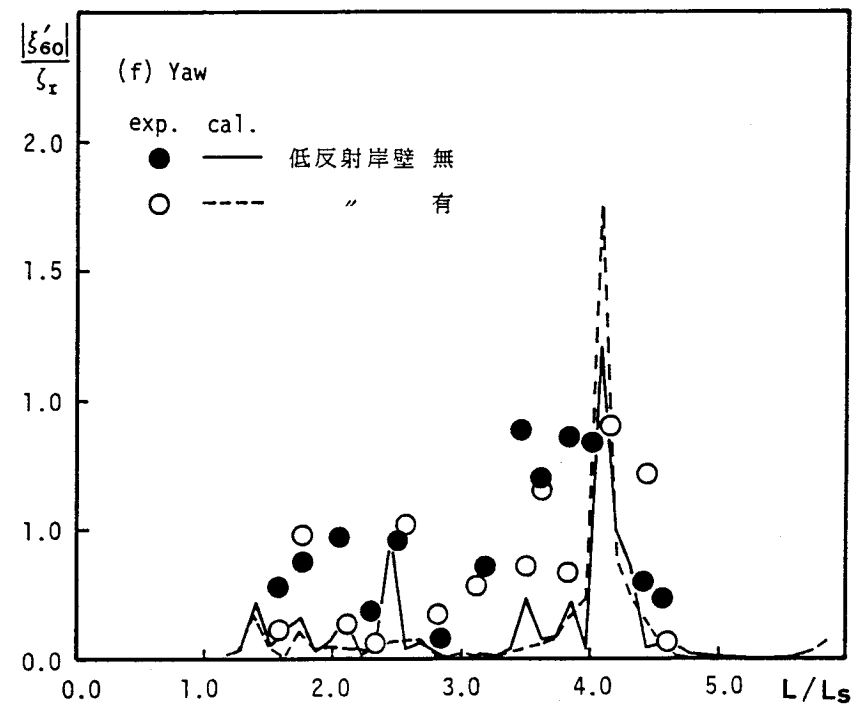


図５－１０　港内での運動の応答（バースＣ）－その３－

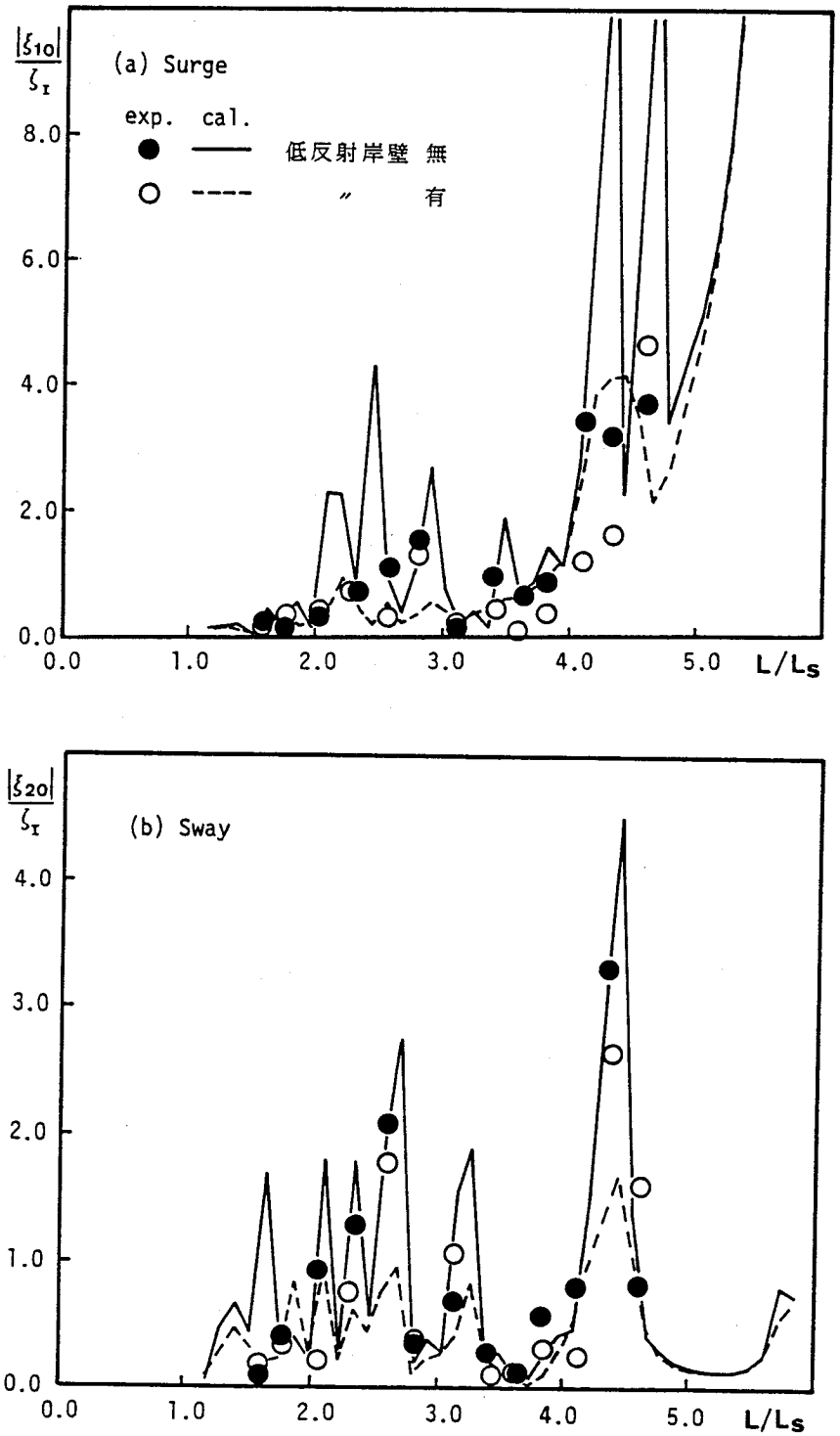
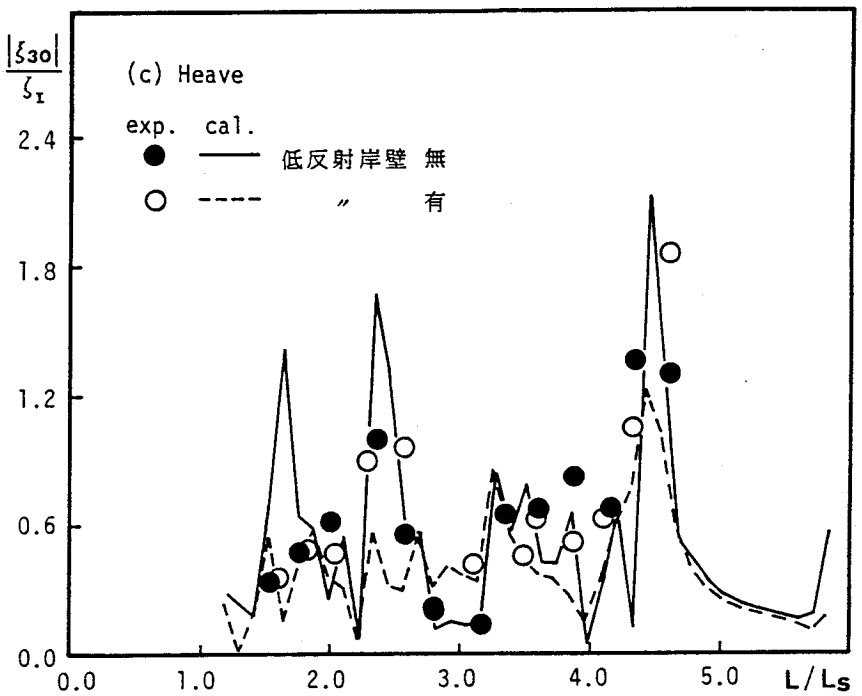


図５－１１　港内での運動の応答（バースＤ）－その１－



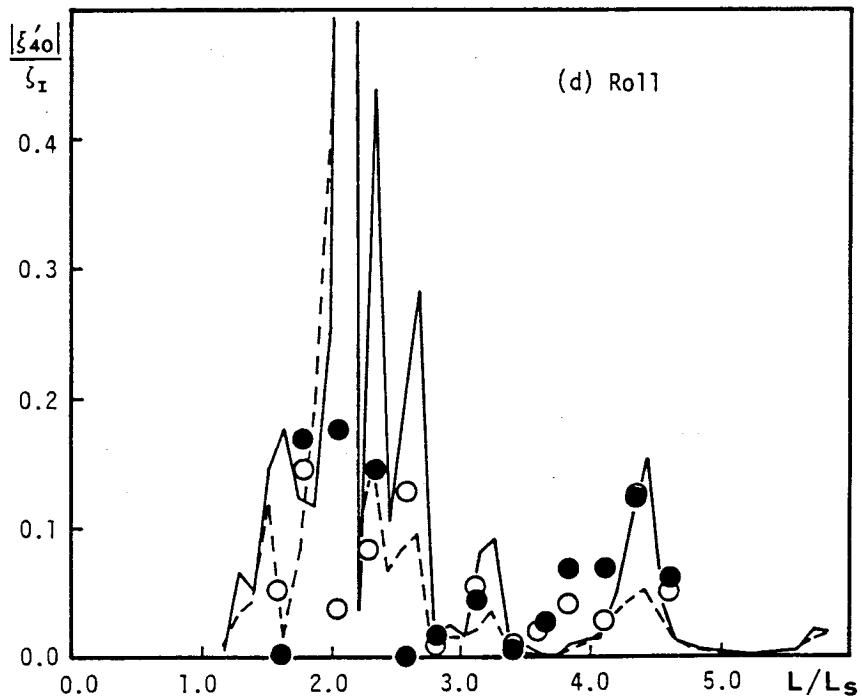
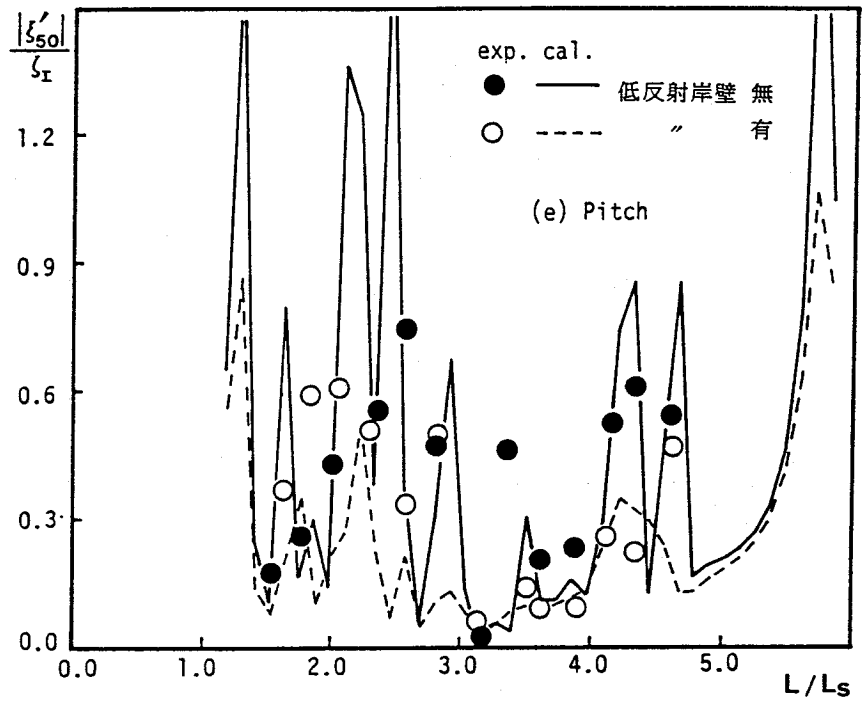


図５－１１　港内での運動の応答（バースＤ）－その２－



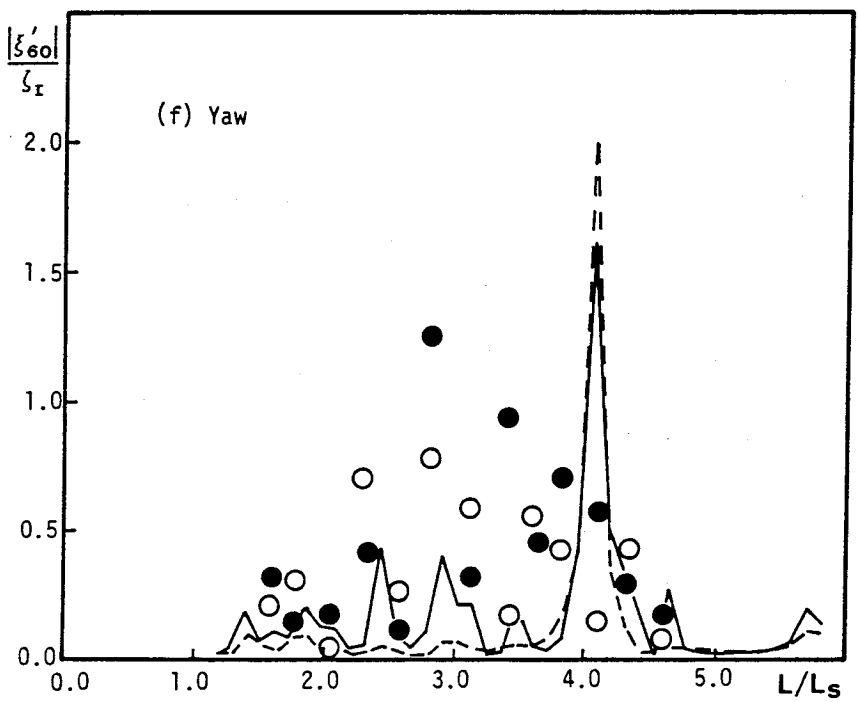
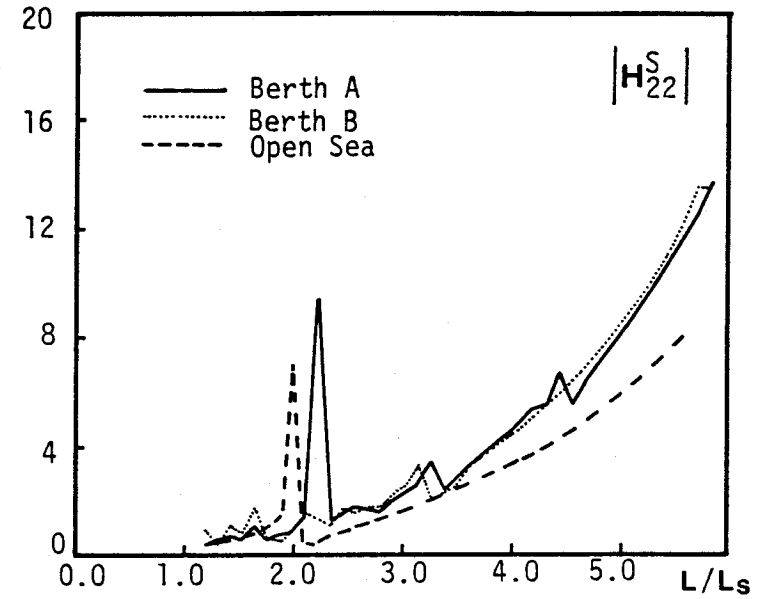


図５－１１　港内での運動の応答（バースＤ）－その３－

（a）バース位置の違いによる動揺特性の変化（図5-6参照）：　図5-8～図5-11中の低反射岸壁を設置していないケースについて実験値と計算値を比較すると，計算値はYawを除いて実験値の波長による変動傾向をよく表しているが，計算値の方が変動が大きく現れている。また，第２章に示した港外の運動と比較すると，ほとんどすべてのモードにおいて，波長のわずかな違いにより運動が大きく変化していることがわかる。バース位置による違いは予想したほどに大きくないが，SwayおよびPitchについては周波数特性がかなり異なっているバースも見られる。

図5-12および図5-13は，SwayおよびPitchの２種類の応答関数H^S_{22}，H^E_2 およびH^S_{55}，H^E_5 の絶対値を，港外（Open Sea），バースＡおよびＢについて比較したものである。ただし$|H^S_{22}|$ については$\rho g h^2$，$|H^S_{55}|$ については$\rho g h^3 L_S/2$ を乗じて，また$|H^E_2|$ については$\rho g h^2$，$|H^E_5|$ については$\rho g h^3$で除して，それぞれ無次元化している。これらの図より，Sway，PitchともH^S については港の内外およびバース位置の違いによってあまり変化していないが，H^E は大きく異なっており，波長による変動特性の違いは，波力の応答関数H^E の違いが原因で生じていることがわかる。

図5-14および図5-15は，SwayおよびPitchの付加質量および造波減衰を，港外，バースＡおよびＢで比較したものである。これらの図からは，付加質量，造波減衰とも，港外に比べて港内ではかなり異なった変動を示していることがわかるが，図5-12および図5-13に示したように，運動の応答H^S の変化としては顕著には現れていないことがわかる。これは，SwayおよびPitchの固有周期が今回の実験に用いた波の周期の範囲外にあることにもよるが，今回の実験では，付加質量や造波減衰は，模型船の運動応答にあまり大きな影響を及ぼしていないことがわかる。



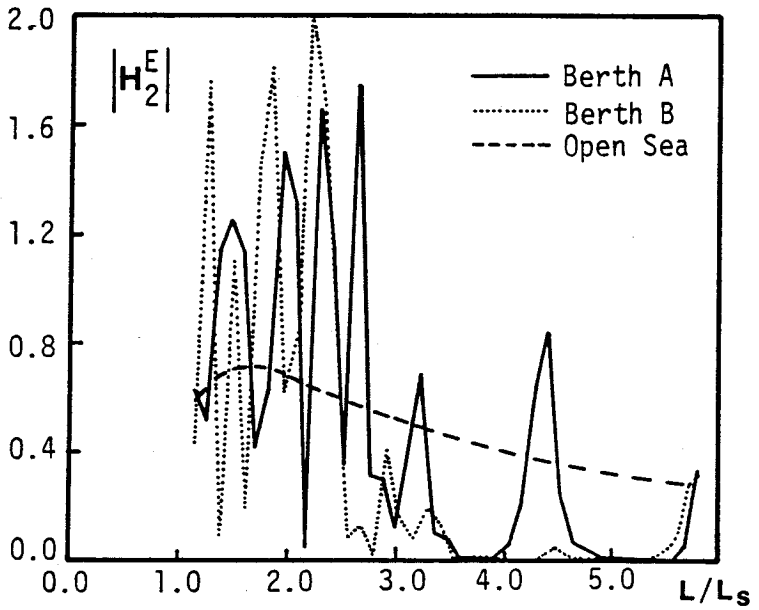
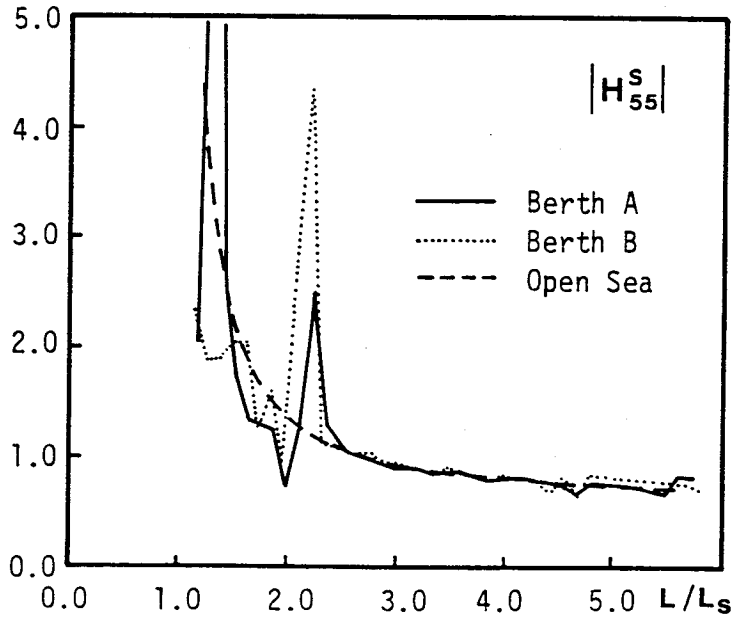


図５－１２　港外および港内の応答関数の比較（Ｓｗａｙ）



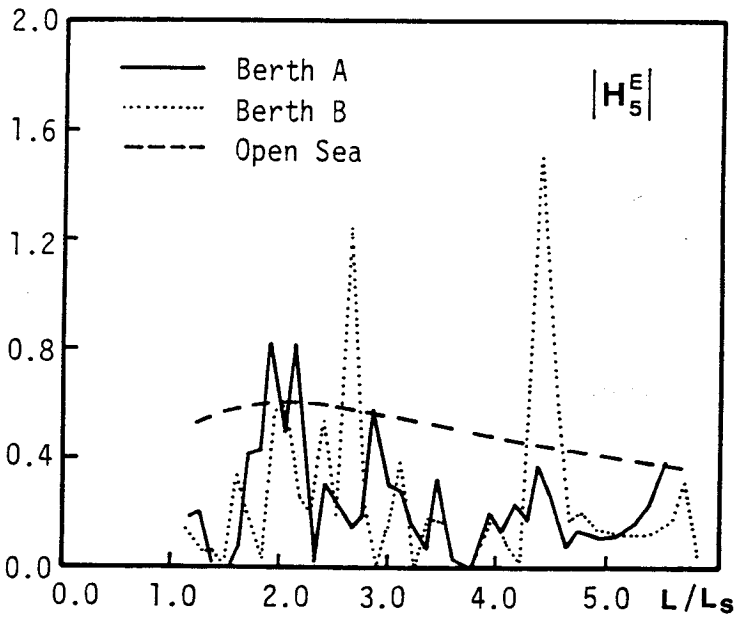
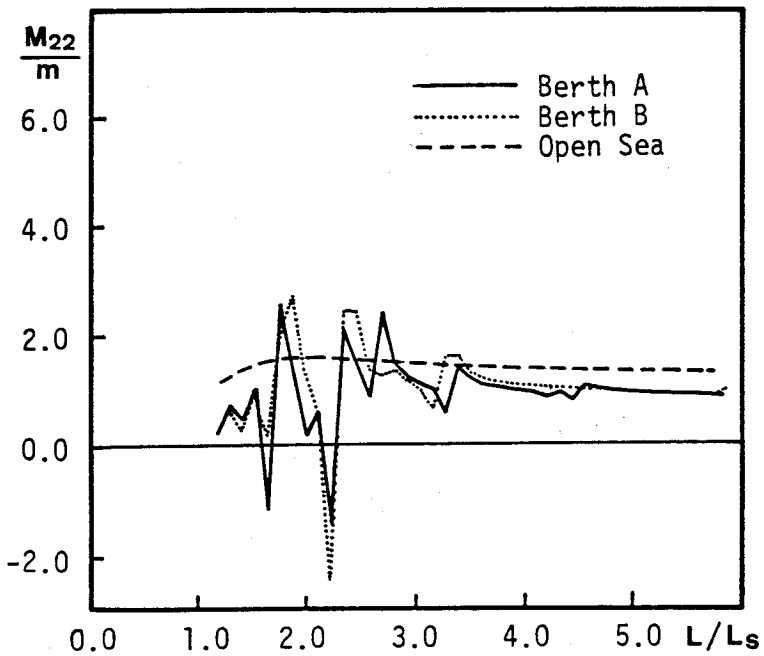


図５－１３　港外および港内の応答関数の比較（Ｐｉｔｃｈ）



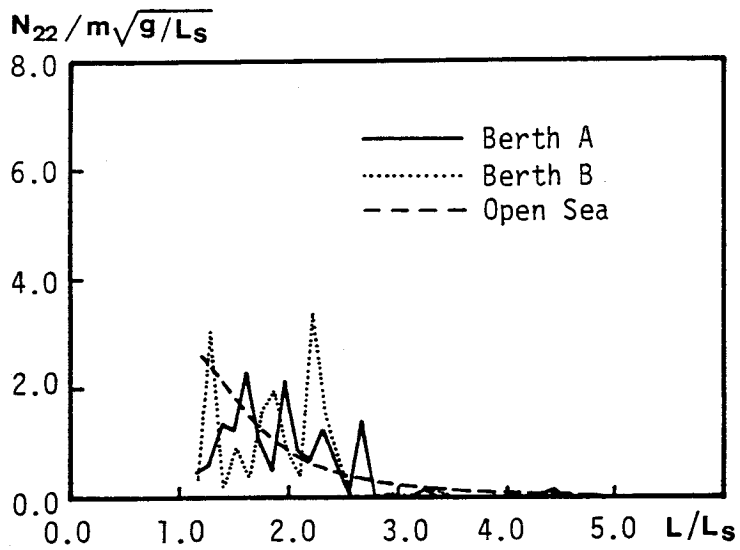
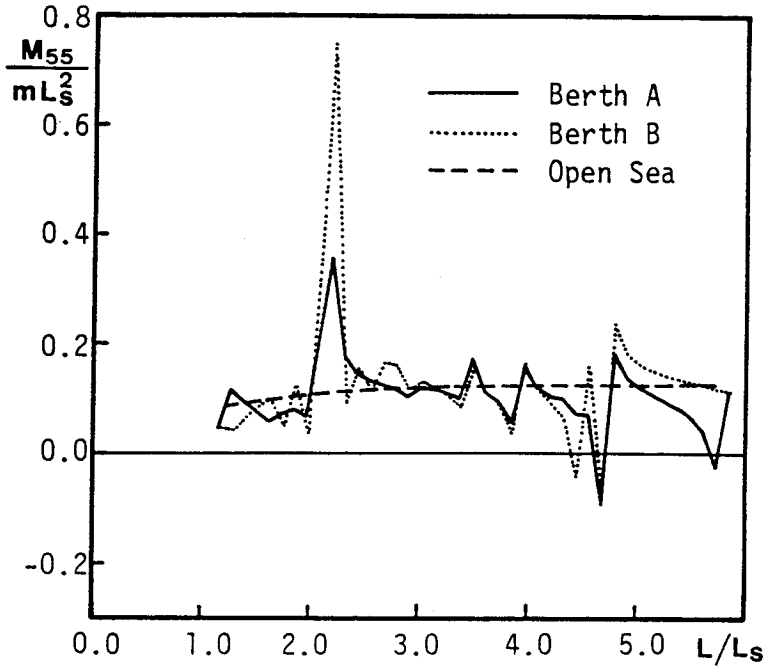


図５－１４　港外および港内での付加質量および造波減衰の比較（Ｓｗａｙ）



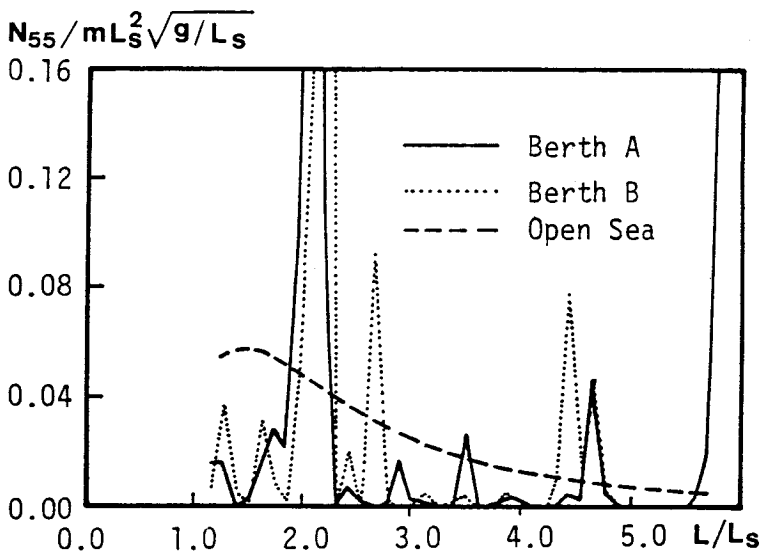


図５－１５　港外および港内での付加質量および造波減衰の比較（Ｐｉｔｃｈ）

（b）低反射岸壁の効果：　図5-8～図5-11から，低反射岸壁の設置に伴う運動の変化をみると，計算においてはいずれの場合にも全体的に運動が低減しているのに対して，実験では若干低減はしているものの，計算に現れているほどの低減効果はみられない。ただし，低反射岸壁から離れた位置にあるバースＡおよびＢについても低反射岸壁の効果が現れている点は興味深い。

図5-16および図5-17は，バースＣのHeaveおよびバースＤのPitchについて，低反射岸壁の有無による２種類の応答関数の違いをみたものであるが，この場合にも，運動の応答H^S はあまり変化せず，H^E の変化が顕著に現れている。すなわち，この場合低反射岸壁は，運動の応答を変化させるよりも，波力の低減をもたらす機能を強く有していることがわかる。

（c）Rollの減衰力について：　図5-8～図5-11のRollの計算値は，前節で述べた粘性減衰N_{44}' を付加して求めたものである。しかしながら，いずれの場合においても，図5-5(d)に示した港外の場合のようには実験値と一致していない。この理由としては，波力が過大に見積られていることが考えられるが，もう一つの理由として港内では各運動モード間の連成影響が大きいことも挙げられる。

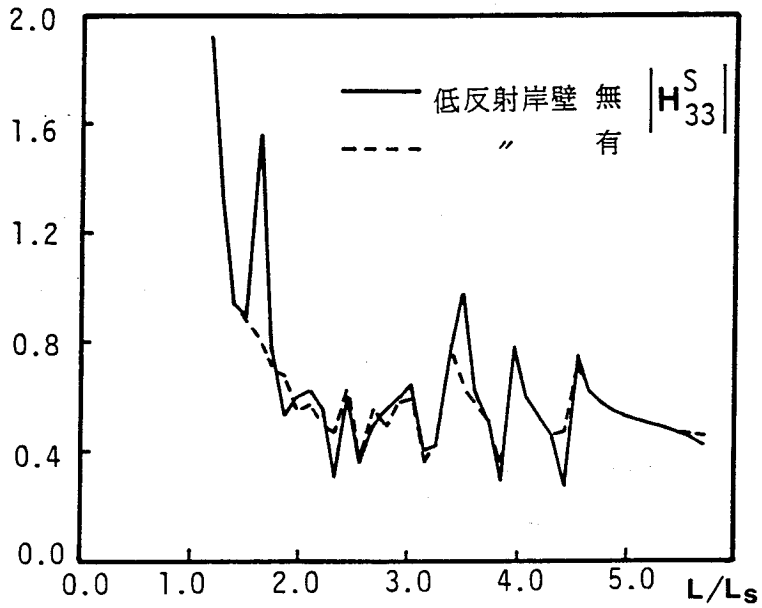
いま簡単のために，RollとSwayのみの２自由度の連成振動を考える。Swayの固有周波数が十分小さく，かつ係留系を通じての連成が小さいものとすると，Rollの固有周波数での振幅増幅率f_{a4} は次式で与えられる。

$$f_{a4}=\frac{|\xi_{04}|}{|\xi_{04}^{*}|}=\sqrt{\frac{1}{\delta_2^2\delta_4^2+4\,(1-\delta_2\gamma_4)^2\eta_4^2}} \qquad (5-6)$$

ここに，$\xi_{04}^{*}=\dfrac{F_{04}}{C_{44}+K_{44}}$ ，$\delta_2=\dfrac{M_{24}}{m_{22}+M_{22}}$ ，$\delta_4=\dfrac{M_{42}}{m_{44}+M_{44}}$ ，

$\gamma_4=\dfrac{N_{42}}{N_{44}+N_{44}'}$ ，$\eta_4=\dfrac{N_{44}+N_{44}'}{2\sqrt{(m_{44}+M_{44})\ (C_{44}+K_{44})}}$ である。ただし，

N_{44}'は　Rollの付加減衰を表す。上式より明らかなように，f_{a4} はRollの減衰比η_4のみならず，連成の影響を表すδ_2, δ_4, γ_4によっても変化することがわかる。以上は簡単な例であるが，港内ではすべてのモード間に連成があること，係留系を通じての連成も無視し得ないこと等を考えると，Rollの減衰は他のモードとの連成流体力係数や他のモードに及ぼす波力の影響を強く受けることが予想される。連成の強い振動系での付加減衰の与え方は今後の課題であろう。



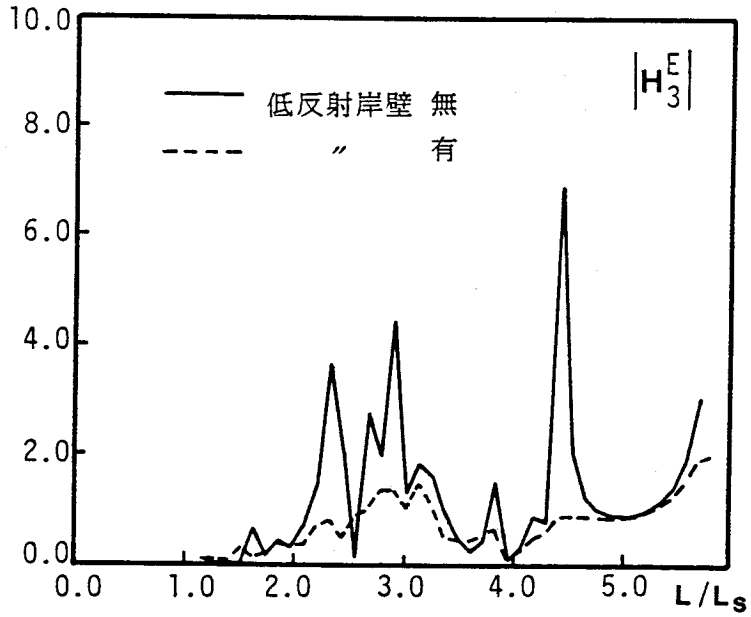
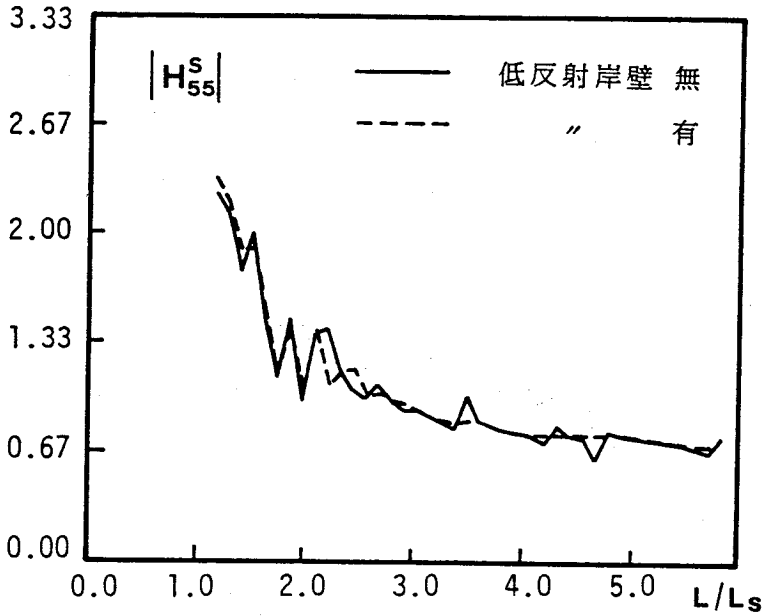


図５－１６　低反射岸壁の設置に伴う応答関数の変化（Ｈｅａｖｅ，バースＣ）



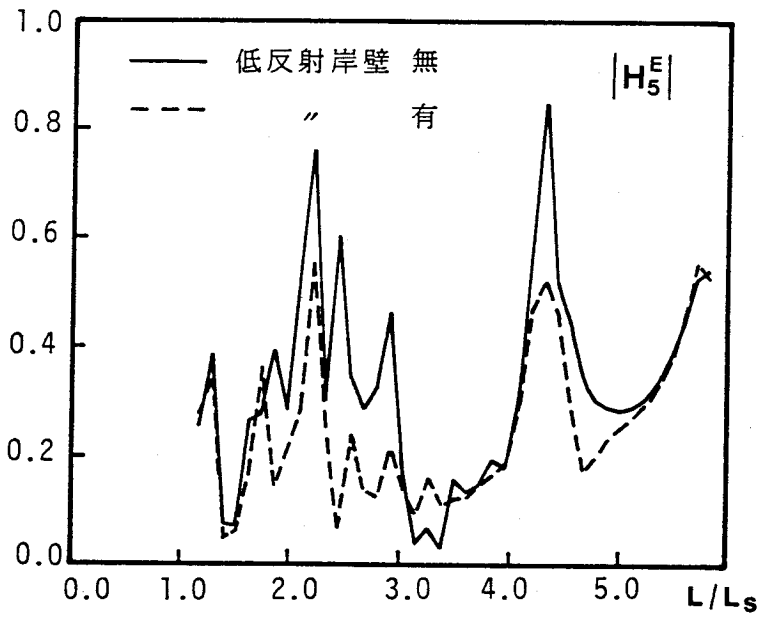


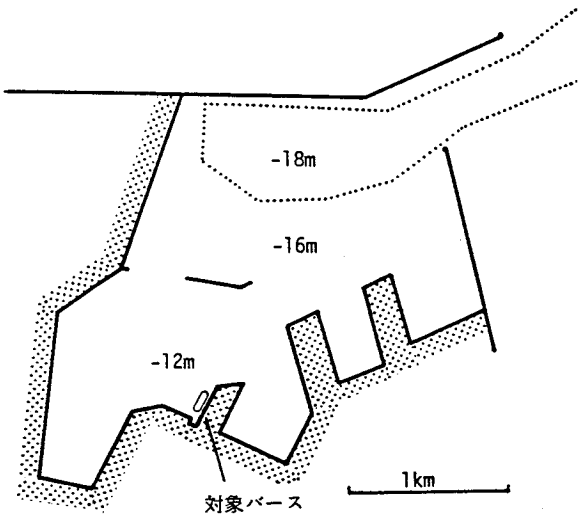
図５－１７　低反射岸壁の設置に伴う応答関数の変化（Ｐｉｔｃｈ，バースＤ）

第４節　大規模港湾内での船体運動

４・１船体運動の現地観測

（１）現地観測の概要

船体運動の実測は韓国の日本海側に位置するＰ港（図5-18）において，1987年9月1日18:00～19:00の間に行われた。実測前日には台風12号（960mb）が対馬海峡を通過しており，ほとんどの船舶は港外避泊していた。図5-19に示すように，実測時には台風は低気圧となって千島列島付近にまで達していたが，港内には依然としてうねりが侵入しており，帰港してきた船舶の運動を比較的好条件下で測定することができた。実測の対象とした船舶は図5-20に示す23,538DWTのBulk Carrierであり，測定時の喫水は9mであった。船体運動は，船上に設置した４本の標尺上のtarget point（図5-19中にNo.1～No.4の▲印で示してある）の運動を，２台のビデオカメ



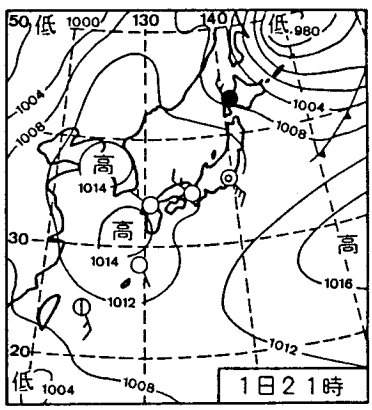


図５－１８ 現地観測を行ったＰ港　図５－１９ 実測当日の天気図（朝日新聞）

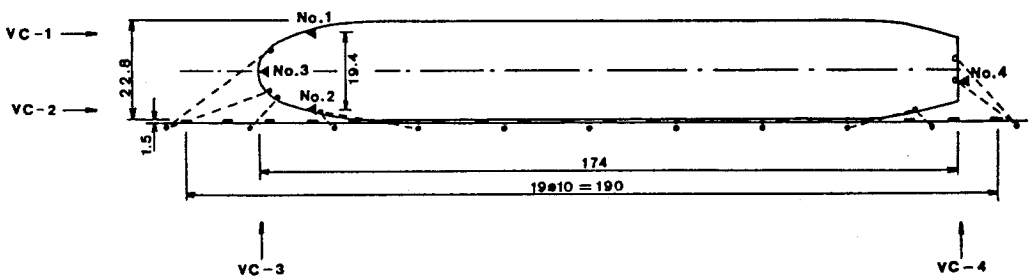
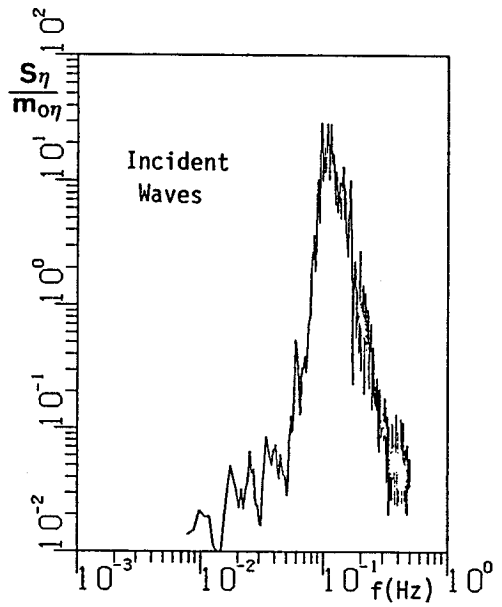


図５－２０　実測対象船舶および標点とビデオカメラの配置

ラで同時撮影することによって測定した。すなわち，No.1とNo.2についてはVC-1とVC-2の位置に，No.3とNo.4についてはVC-3とVC-4の位置にそれぞれビデオカメラを設置し，同時に撮影を開始して約20分間運動を記録した。各運動モード毎の船体運動量は，RollについてはNo.1とNo.2の同時記録を，Heave,Pitch,SurgeについてはNo.3とNo.4の同時記録をそれぞれビデオアナライザーで1/3秒毎にサンプリングしたデジタルデータを用いて分離・抽出した。ただし，今回の測定ではSwayおよびYawの運動については分離することができなっかた。また波浪の測定はブイ式波高計２台を用いて行ったが，１台は港口部より約１km離れた港外に，他の１台は実測対象船舶の近傍に設置した。ただしこの波高計の測定可能な範囲は周期にして1.8秒から25秒である。波浪観測は定時観測であり，20分毎に約17分間のデータが収録されており，必ずしも船体運動の測定時刻と一致してはいないが，船体運動測定中の波浪特性は，そのスペクトルおよび統計諸量においてほとんど変化していないことが波浪データの解析によりわかった。

（２）実測結果

（ａ）波浪特性：　図5-21に港外波浪のスペクトルと時系列の一例を示す。実測時間中に港に入射していた波は，周期10秒前後にスペクトルのピークを有し，有義波高で75cm～95cm程度の波であり，またうねり特有の波群性を有していたことがわかる。一方港内の測点での波浪は，スペクトルのピーク周



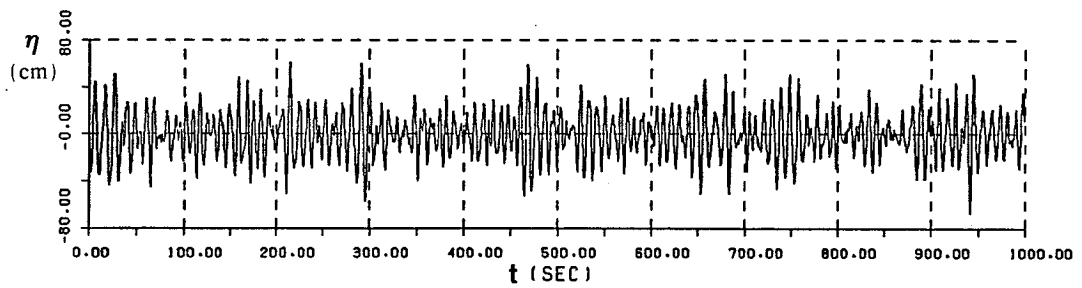


図５－２１　港外波浪のスペクトルと時系列

期については港外と変わらないが，波高は入射波の1/4程度にまで減衰しており，有義波高で20数cmであった。

（b）船体運動：　図5-22に各モード毎の船体運動の時系列およびスペクトル（実線）を示す。これらのうちSurge，Heave，Pitchについては同時記録である。図より，Heave，Roll，Pitchについては，波のピーク周期である10秒前後に運動のピークも現れており，短周期の運動が卓越している。ただし，Heave，Pitch特にHeave

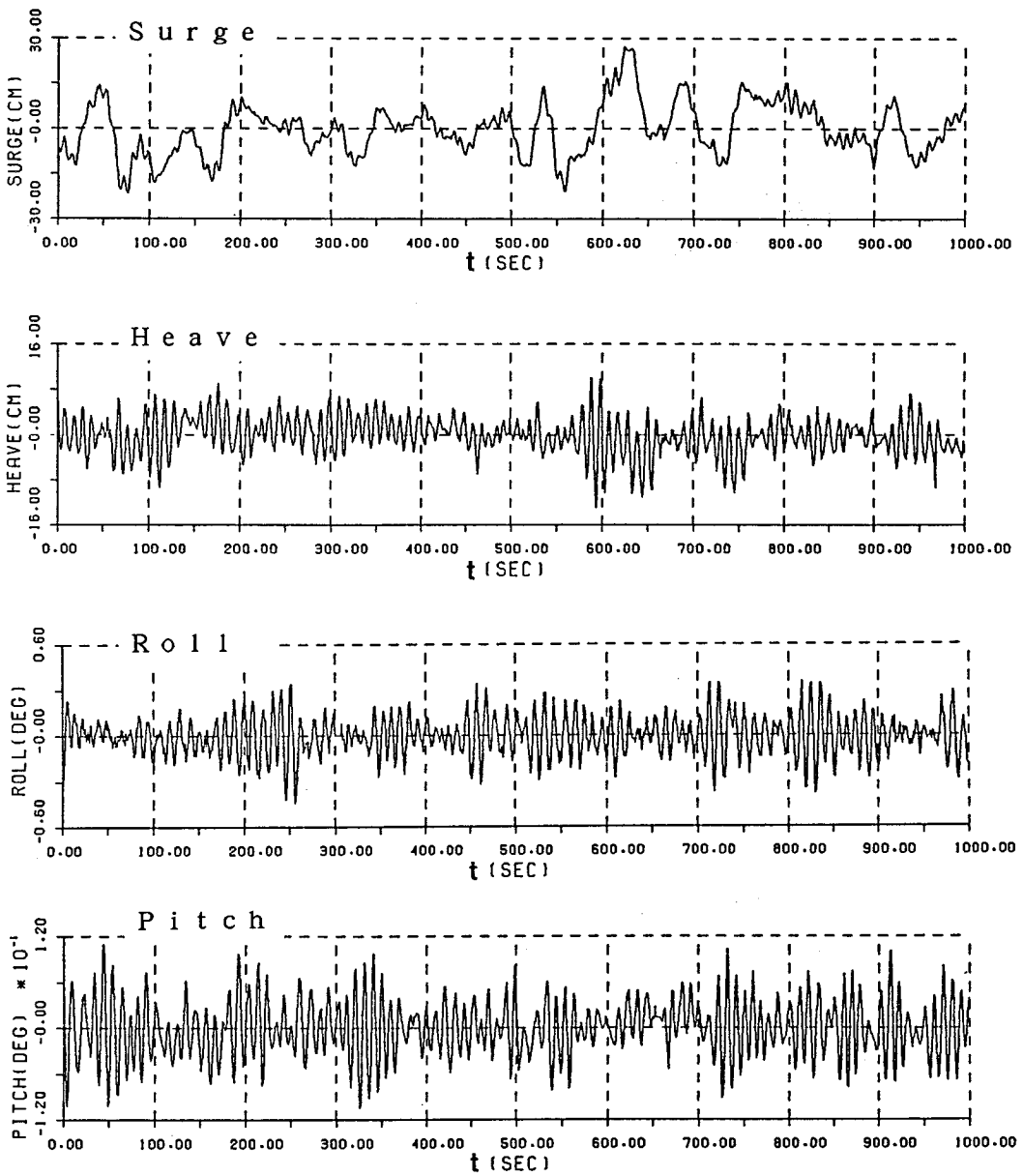


図５－２２　船体運動の時系列およびスペクトル（その１）－時系列－

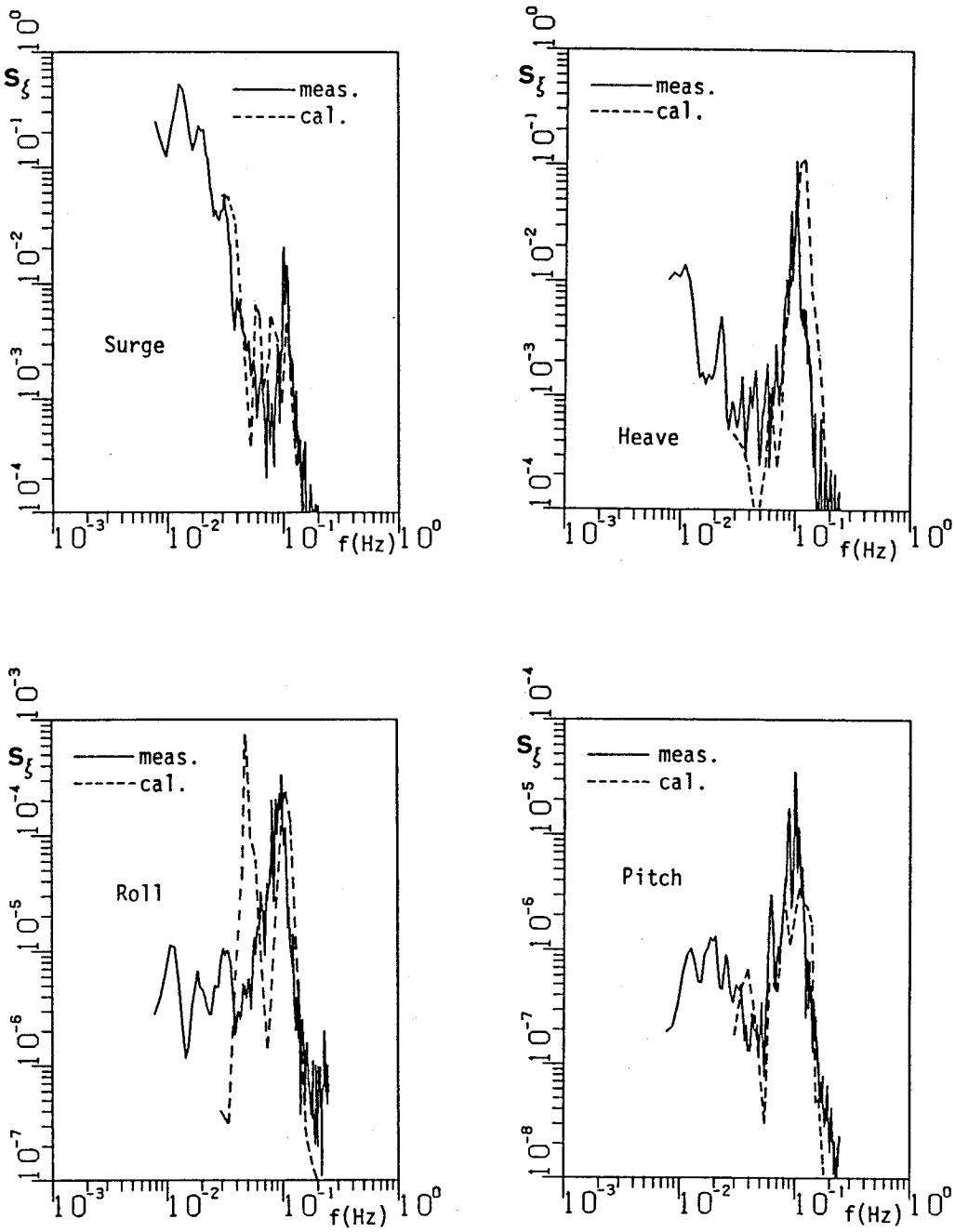


図５－２２　船体運動の時系列およびスペクトル（その２）－スペクトル－

については低周波数側でもスペクトルの値が大きくなっており，長周期運動も発生していることがわかるが，これは港全体の長周期振動と関連しているものと思われる。これに対してSurgeは明らかに長周期の運動を呈しており，運動スペクトルをみても１分以上の長周期運動が卓越している。また運動振幅については，有義振幅（全振幅）でHeaveが12cm，Rollが0.5度，Pitchが0.15度程度であり，Surgeについても，その時系列からみて20cm程度の運動が生じていることがわかる。

一方，図5-23は，港への入射波振幅と船体運動振幅（RollおよびPitchは回転角に船長および船幅を乗じて長さの次元にしたもの）との比を表す応答関数を示したものである。すなわち，この場合の応答関数は，式(5-5)の$\mathbb{H}^S$と$\vec{H}^E$を乗じたものに相当している。図より，実測結果（実線）は，いずれのモードにおいても低周波数の応答が大きくなっており，特徴的な応答のピークは現れていないことがわかる。

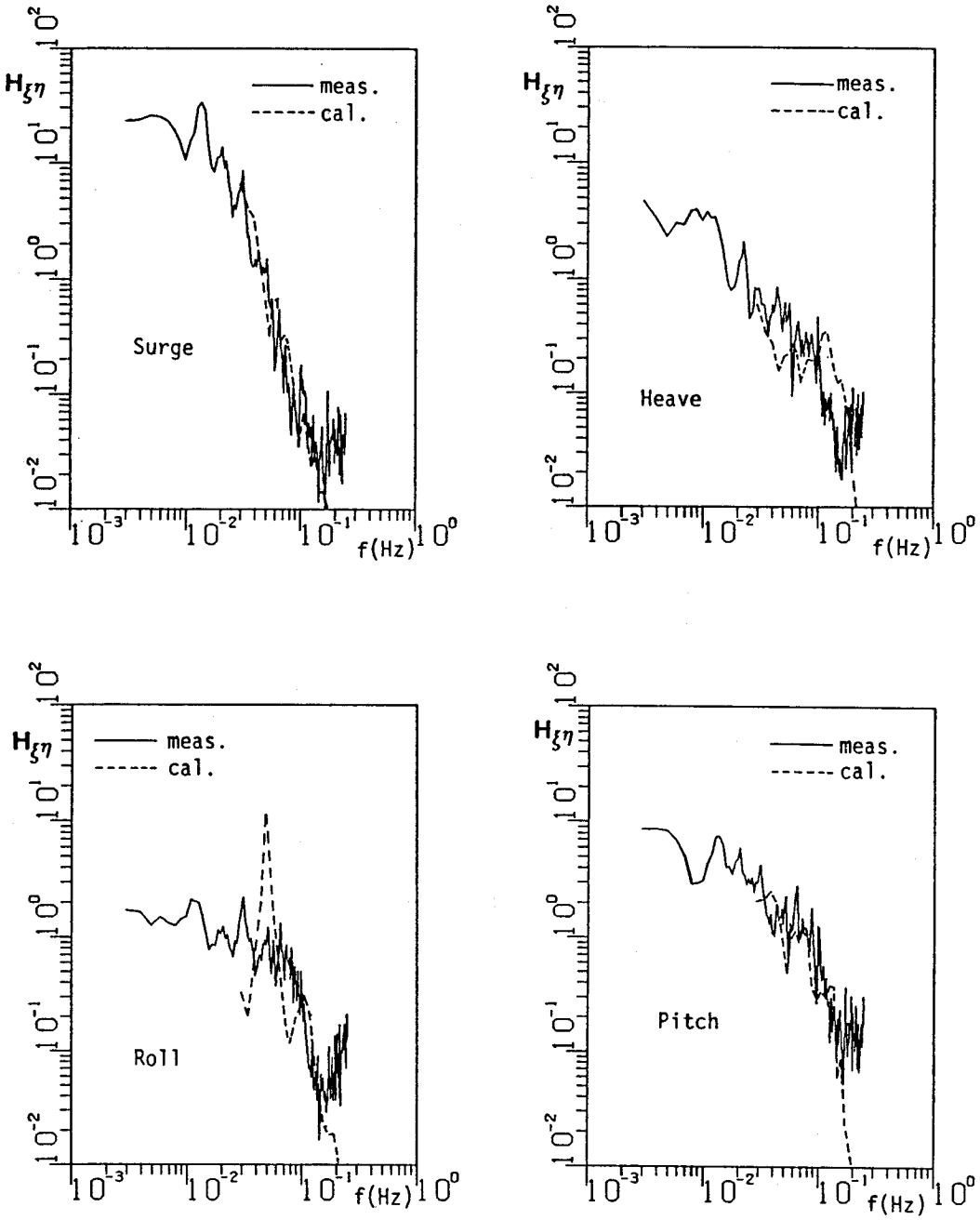


図５－２３　船体運動の応答関数

4・2　計算法の概要

計算は，①入射波の変形計算（WAVE RAY法），②船体に及ぼす波強制力・造波抵抗力の計算（境界積分方程式法），③船体運動応答の計算，の３段階に分けて行う。①では，②で取り扱う領域（図5-24の破線円で囲んだ領域）へ入射する波の，波向・波高・位相差の計算を行う。WAVE RAYの軌跡を図中に破線で示す。

②の波力計算では，前述したように，船体近傍の境界のみを考慮する。仮想境界面は図5-24中に破線で示してある。ただし船体形状，慣性モーメント，復元力係数，係留特性等は不明であるので，今回は簡単のために箱船に近似して計算を行った。

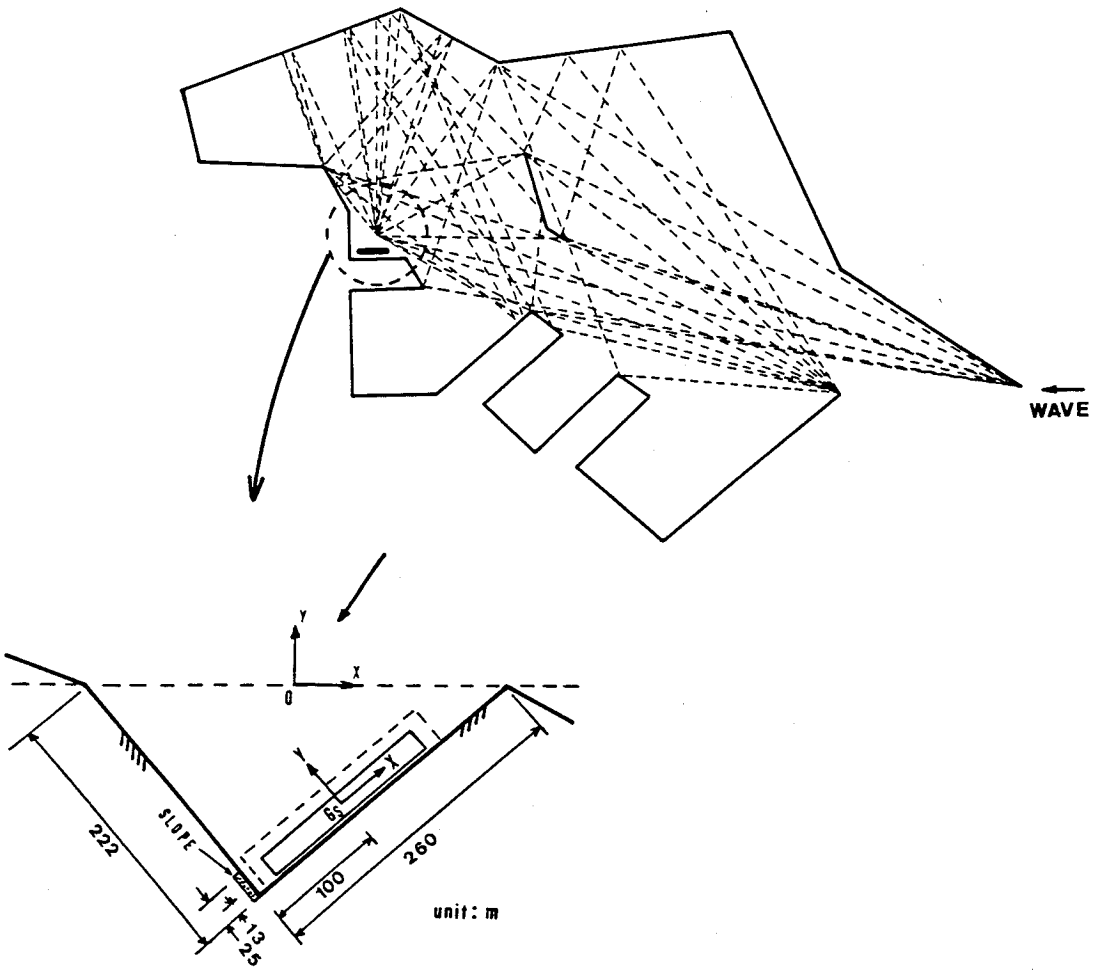


図５－２４　Ｗａｖｅ　Ｒａｙの軌跡と船体近傍境界

対象船舶の方形係数C_b=0.74とすると，箱船のスケールおよび質量が，表5-2に示すように決定される。重心は静水面上にあるものと仮定し，慣性モーメント，メタセンター高さは，Rollについては，回転半径（r_R）と船幅（B_s）の関係（r_R=0.4B_s）および浮心とメタセンターとの距離を与える関係式や種々の船舶のメタセンター高さを参考にし[1]，さらに，それらを用いた固有周期が妥当であるかどうかを検討して決定した。Pitchについては，メタセンター高さを決定した後，船長と固有周期の関係を用いて，$T_{pI}=0.63\sqrt{L_S}$ となるように慣性モーメントを決定した。またYawの慣性モーメントは，Pitchのそれと等しいものと仮定した。

表５－２　計算対象箱船の諸元

船長 Ls=157.38m, 船幅 Bs=20.62m,	
喫水 ds=8.14m, 重心位置: 静水面上	
質量 m=2.64×10^7(kg)	
慣性モーメント	I(ROLL) =2.20×10^9 (kgm^2)
	I(PITCH)=9.48×10^{10}(kgm^2)
	I(YAW) =9.48×10^{10}(kgm^2)
メタセンター高	$\overline{GM}$(ROLL) = 1.0(m)
	$\overline{GM}$(PITCH)=210.0(m)
外洋での固有周期の目安	T(HEAVE)= 8.1(sec)
	T(ROLL) =18.3(sec)
	T(PITCH)= 8.3(sec)

入射波の変形計算においては，港内の水深を一定(14m)，港湾境界はすべて完全反射とし，回折は２回，反射は３回まで考慮した。また波力計算の際，図5-24のSLOPE部については，反射率を0.2，他の境界は全て完全反射とした。実船は係留索とフェンダーにより岸壁係留されているが，短周期運動については，係留系の影響は小さいため，今回は無係留状態で計算を行っている。従って，船体運動は，時系列解析を行うことなく，周波数応答関数を用いて容易に求めることができる。

４・３　実測結果との比較

図5-22に，船体運動の計算結果のスペクトルを破線で示す。ただし，入射波の測定限界を考慮して，周期が34secから4.7secまでの22種類の周期に対してのみ計算を行っており，低周波数領域の運動は計算していない。図よりHeaveおよびPitchについては，スペクトル形はよく対応している。Rollでは入射波の卓越周波数以外に，固有周波数付近で運動がピークを示しているのに対し，実測ではその傾向が現れていない。またSurgeについては，運動が低周波数領域で卓越するモードであるため，今回の計算では十分予測できないことがわかる。また図5-23には，計算による応答

関数を破線で示しているが，Rollの固有周期付近のピークを除けば，計算値は実測値の傾向をよく説明していると言えよう。Rollについては，文献1),2)を参照して，付加減衰を与えたが，Rollの応答のピークはほとんど低減しなかった。これは前節の港内係留船の実験でもみられたもので，今後の課題である。表5-3は，各運動のスペクトル面積から求めた運動波形の標準偏差値ξ_{rms}を，実測と計算で比較したものである。これより，Surgeについては，長周期運動の影響で実測値がかなり大きく現れているが，短周期運動が卓越するHeave,Roll,Pitchについては，今回提案した近似的な方法でも，ある程度の予測が可能であることがわかる。

表５－３　運動波形の標準偏差の実測値と計算値の比較

運動モード		SURGE	SWAY	HEAVE	ROLL	PITCH	YAW
$\xi_{rms}=\sqrt{m_0}$	meas.	8.5cm	−	3.3cm	0.13°	0.038°	−
	cal.	3.1cm	2.8cm	5.4cm	0.18°	0.024°	0.008°

第5節　結語

本章では，模型実験および現地観測結果をもとに，港内に係留された船舶の動揺特性を明らかにした。また，前章までに示した波変形や流体力の計算法を用いて船体運動の計算を行い，実験・実測結果と比較することにより，その適用性を調べた。

第2節および第3節では，港外および小規模な港湾内に線型係留された船体について，模型実験および数値計算によりその特性を検討した。その結果，(i)港内では，港外に比べて，動揺振幅の入射波周期（波長）に対する依存性が強いこと，(ii)この強い周期依存性は，港内での波強制力が周期によって大きく変動するためであること，(iii)低反射岸壁の効果は，実験では計算ほど顕著には現れないが，低反射岸壁前面のバースのみならず，岸壁から離れたバースにおいても低減効果がみられること，(iv)低反射岸壁は，波力の低減には効果的であるが，運動の応答特性を変える効果は小さいこと，(v)全体的にみて，計算結果は実験結果の傾向を説明しているが，港内でのRollの付加減衰の与え方や，Yawの一致度がよくないことなど，定量的な予測には課題を残していることなどが明らかになった。

第4節では，うねりの侵入する大規模な港湾内における実測結果をもとに検討した。その結果，(i)Heave，RollおよびPitchについては短周期の運動が，Surgeについては長周期の運動が卓越していること，(ii)港への入射波に対する運動の応答関数には特徴的なピークはみられず，長周期波ほど応答値が大きくなること，(iii) Wave Ray 法と境界積分方程式法を併用した近似計算を用いれば，Heave，Pitchについては，定性的にも定量的にもある程度の予測は可能であるが，Rollの固有周期付近での応答の相違や，Surgeの長周期運動の予測などについてはさらに検討する必要があることなどが明らかになった。

＜参考文献＞

1）大串雅信：理論船舶工学（下巻），海文堂，1966.

2）元良誠三：船体と海洋構造物の運動学，成山堂書店，p.83,1982

第6章　港内係留船の動揺低減化に関する一考察

第1章において，港湾の静穏度の評価指標として船舶の動揺量を用いた場合の，静穏度向上策の考え方と手順について述べた。本章では，その具体例として，対象とする係留船舶の波浪動揺を，同一の外力条件（入射波条件）のもとに低減させるための港側の対策について考える。

以下では，まず動揺低減化対策の考え方について述べた後，第4章第3節で述べた計算法を評価モデルとして，第5章第3節で取り扱った模型港湾に対する数値実験を行い，諸対策の効果について検討を加える。

第1節　動揺低減化の考え方

1・1　運動応答と波力応答

第5章第3節式(5-5)に示したように，港内の船体運動の応答は，単位波強制力に対する運動の応答関数 $\mathbb{H}^S$ と，港への単位振幅の入射波に対する波強制力の応答関数 $\vec{H}^E$ の積で表される。ここにこれを再記する。

$$\vec{\xi}_0 = \mathbb{H}^S(\omega)\,\vec{H}^E(\omega, \theta_I)\,\zeta_I \qquad (6-1)$$

上式より，船体運動を小さくするためには，応答関数 $\mathbb{H}^S$ あるいは $\vec{H}^E$ を小さくすればよいことは明かであるが，そのためにはまず船体運動の周波数応答特性が，$\mathbb{H}^S$ および $\vec{H}^E$ とどのように関わっているかをはっきりさせておく必要がある。

いま，一例として，図6-1のような場合を考えてみよう。この図は，iモードの運動応答 ξ_i/ζ_I が，iモードの応答関数の積 $H^S_{ii} \times H^E_i$，およびjモードの波強制力とjモードからiモードへの連成応答を表す応答関数の積 $H^S_{ij} \times H^E_j$ によって表わされており，運動応答に現れているA，B，Cの3つのピークは，それぞれ次の要因で生じていることを意味している。

A：iモードの運動の応答関数 H^S_{ii} が大きい

B：jモードからiモードへの連成を表す運動の応答関数 H^S_{ij} が大きい

C：iモードの波力の応答関数H_i^E が大きい

いま，Aのピークに対する周波数の波が入射することによって港内で大きな船体運動が生じているとする。この場合に最も効果的に動揺を低減させるには，H_{ii}^S のピークを小さくすることであり，そのような対策を講じるべきである。一方，Bのピークが問題になっている場合には，iモードの応答H_{ii}^S やH_i^E のみに着目した対策は効果的な対策とはならないであろう。

以上のように，動揺低減化の第1段階としては，低減させようとする運動が，どの様な応答形態をとって現れているかを，図6-1のように分析することから始める必要がある。ただし，この分析は，数値計算に頼らざるを得ないであろう。

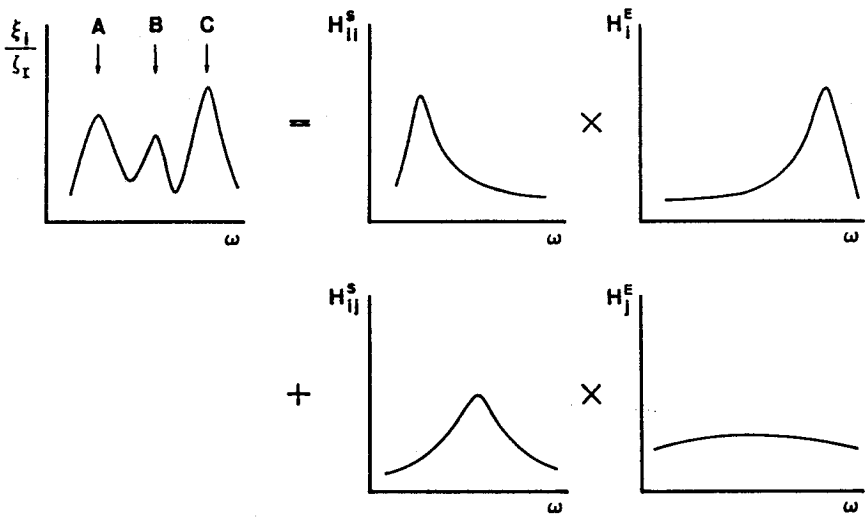


図6－1　船体運動の周波数応答と2種類の応答関数の関係

1・2　応答関数の低減化と港側の対策

ここでは$\mathbb{H}^S$ および$\vec{\mathbb{H}}^E$ の低減化法と，港側の対策との関係について考える。

（1）運動応答の低減化

第2章で示したように，$\mathbb{H}^S$ は次式で与えられる。

$$\mathbb{H}^S=\left[-\omega^2(\mathbb{m}+\mathbb{M})-i\omega\mathbb{N}+\mathbb{C}+\mathbb{K}\right]^{-1} \qquad (6-2)$$

上式より，船体を変えずに（慣性$\mathbb{m}$ および復元力係数$\mathbb{C}$ は一定として），港側の対策のみで$\mathbb{H}^S$ を変化させる方法としては，次の2つがあることがわかる。

①港湾境界を変化させることにより，付加質量$\mathbb{M}$ および造波減衰$\mathbb{N}$ を変化させる。

②係留系を変えることにより$\mathbb{K}$ を変化させる。

式(6-2)の形から，$\mathbb{M}$ および$\mathbb{K}$ を変化させることは，主として応答のピークをずらせて応答系を変える効果があり，$\mathbb{N}$ を大きくすることは，応答の大きさ，特にピーク値を低減させる効果があることは明らかである。応答の形を変える方法は，ある特定の周波数や運動モードのみを対象とする場合には有効であるが，船体運動を広い範囲で低減させるためには$\mathbb{N}$ を大きくすることを考えた方が効果的である。ただし，$\mathbb{M}$ と$\mathbb{N}$ はいずれも発散波問題の解として得られる係数で，両者の間はKramer-Kronigの関係[1]で結ばれているため，どちらか一方を固定して一方のみを変化させることはできないことに注意しなければならない。また，係留系についても，dash-potのような減衰系を付加することにより，$\mathbb{N}$ を増大させるのと同様の効果を期待することもできる[2),3)]。

いま，係留系の改善については考えないことにすれば，付加質量や造波減衰を変化させるための港側の対策としては次のようなものが考えられる。

(i)港湾の平面形状の変化

防波堤の建設，港内波除堤の建設，岸壁の法線形状の変化

(ii)エネルギー逸散を促す構造物の設置

低反射岸壁の設置，波消浜の設置

(iii)バース位置の変更

造波減衰$\mathbb{N}$，特にその対角要素N_{ii}について考えると，N_{ii}は第4章式(4-141)に示したように，港湾境界S_H上および無限遠方境界S_∞上でのエネルギー逸散量に比例していることがわかる。したがって，N_{ii}を大きくするためには，発散波の大きい箇所，すなわちなるべく船体近傍に低反射岸壁などのエネルギー逸散を促す構造物を設置するか，港外への発散波を大きくするよう港口を広げるなどの対策を施せばよいことになる。このことは，港内をすべて完全反射の岸壁で囲んでしまうことはもちろん，港口幅を極端に狭くすることによって船体運動が逆に大きくなる場合もありうることを示唆している。ただし，第4章第3節でも示したように，付加質量や造波減衰は船体からの発散波に起因しているため，一般的には船体近傍の境界の影響を受けやすいと考えてよいであろう。

（2）波力応答の低減化

$\vec{H}^E$の低減化対策としても，$\mathbb{H}^S$と同様に，上記(i)～(iii)の対策が考えられる。ただし$\mathbb{H}^S$と異なり，$\vec{H}^E$は入射波が港口部からバース位置まで到達する間の波変形の影響を受けるため，船体近傍境界のみならず，船体から離れた遠方境界を変えることによっても$\vec{H}^E$の特性を変化させることができる。例えば港口部を狭くして港への侵入波を小さくすることは，$\vec{H}^E$を低減するためにはもっとも直接的な方法である。ただし，上述したように，港口部を狭くすることは同時に港外へのエネルギーの発散量を小さくし，造波減衰効果を低減させることにもつながり，$\mathbb{H}^S$に対しては逆の効果として現れることも考えられる。これは，第4章第3節式(4-146)に示したように，波強制力は港外への発散波と関係づけられており，一般には港外への発散エネルギーが大きくなるほど，波強制力も大きくなるといった相反する関係にあるためである。

以上のように，船体運動に影響を及ぼす付加質量，造波減衰，および波強制力は，互いに関連しあっており，港側で何等かの対策を講じた場合，$\mathbb{H}^S$および$\vec{H}^E$ともに変化させることになる。したがって，上記(i)～(iii)の種々の対策が，$\mathbb{H}^S$や$\vec{H}^E$にどのように影響を及ぼすかを明らかにし，図6-2に示すような動揺低減化

のflowによって低減対策を講じる場合に，考えられる対策の中から最も効果的な対策を選択できるようにしておかなければならない。そこで次節では，港側の諸対策が$\mathbb{H}^S$，$\vec{H}^E$に及ぼす影響について，数値シミュレーションを用いて調べることにする。

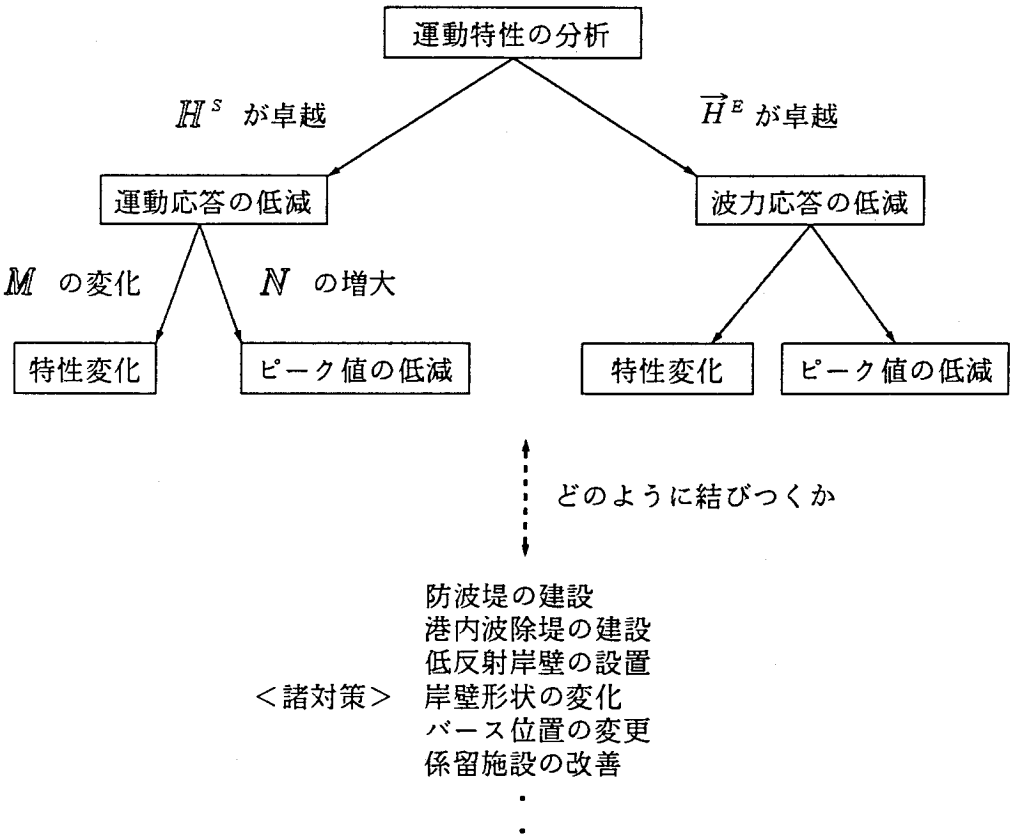


図６－２　船体運動低減化の考え方

第２節　数値実験による諸対策の効果の検討

２・１　数値実験ケース

数値実験に用いるモデル港湾は，図6-3に示すように，第５章第３節で模型実験に用いたＬ字型港湾と同一とし，船体がバースＡに係留されている場合を対象とする。船体および係留系の諸元その他についても，模型実験とすべて同一とする。

数値実験は，模型実験に用いた港湾の諸元を基本型とし，（１）港口幅Ｂを変えた場合，（２）港内の岸壁ＰおよびＱに低反射岸壁を設置した場合，（３）港内に波除堤（図中に点線で示す）を設置した場合，および（４）船体を岸壁に近づけた場合の計４種類に大別して行い，それぞれの対策によって２種類の応答関数 $\mathbb{H}^S$ および $\vec{H}^E$ がどの様に変化するかに着目して考察する。

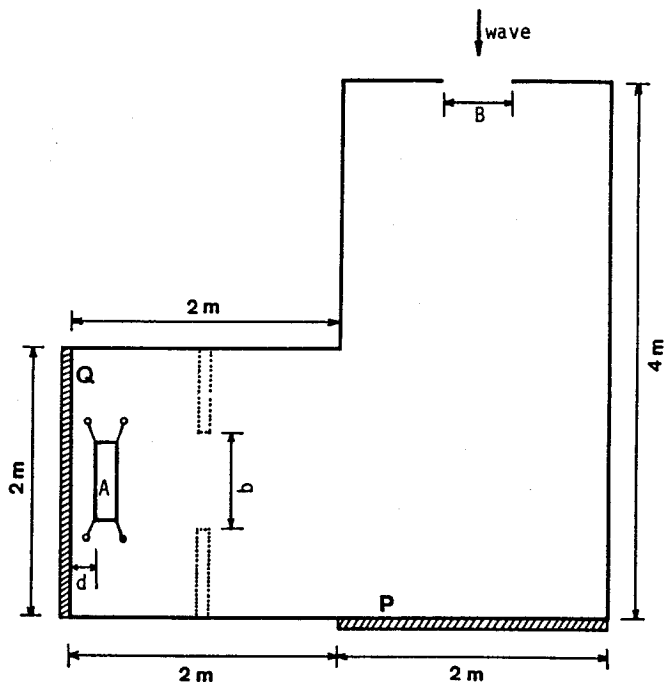


図６－３　数値実験の対象とした港湾およびバース

表6-1に数値実験のケースを示す。ただし図中の”－”は，基本型と同じであることを意味している。

表６－１　数値実験のケース

CASE		港口幅（B）	低反射岸壁の反射率(K_R) P岸壁	Q岸壁	波除堤の開口幅（b）	離岸距離（d）
基本型		50cm	設置せず	設置せず	設置せず	19cm
港口幅	Ⅰ-1	20cm	－	－	－	－
	Ⅰ-2	80cm	－	－	－	－
低反射岸壁	Ⅱ-1	－	0.4	－	－	－
	Ⅱ-2	－	0.7	－	－	－
	Ⅱ-3	－	－	0.4	－	－
	Ⅱ-4	－	－	0.7	－	－
波除堤	Ⅲ-1	－	－	－	70cm	－
離岸距離	Ⅳ-1	－	－	－	－	12cm
	Ⅳ-2	－	－	－	－	5cm

２・２　実験結果に対する考察

（１）港口幅の違いによる影響

図6-4は，Sway，Heave，およびPitchの応答関数について，港口幅が20cmと80cmの場合を比較したものである。これより，港口幅が変わっても，Pitchの固有周期付近でのピークを除いて，H^S はほとんど変化していないことがわかる。港口幅を狭くした場合に応答のピーク付近での増大がみられるのは，前述したように，港外へ発散する波のエネルギーが減少し，造波減衰が小さくなったためである。一方，$\vec{H}^E$ については，港口部を狭くすることによって全体的に低減しており，港口部防波堤の延長は $\vec{H}^E$ を低減するという意味では有効な方法であることがわかる。

$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ がこのような変化を示すのは，港口部が船体から離れた位置にあり，港口幅を変えることによって付加質量や造波減衰が変化する影響が，$\mathbb{H}^S$ を大きく変化させるほどには到らないのに対して，港口幅を狭くして港内への侵入波を小さくすることは，$\vec{H}^E$ を直接的に低減させることにつながることを示している。

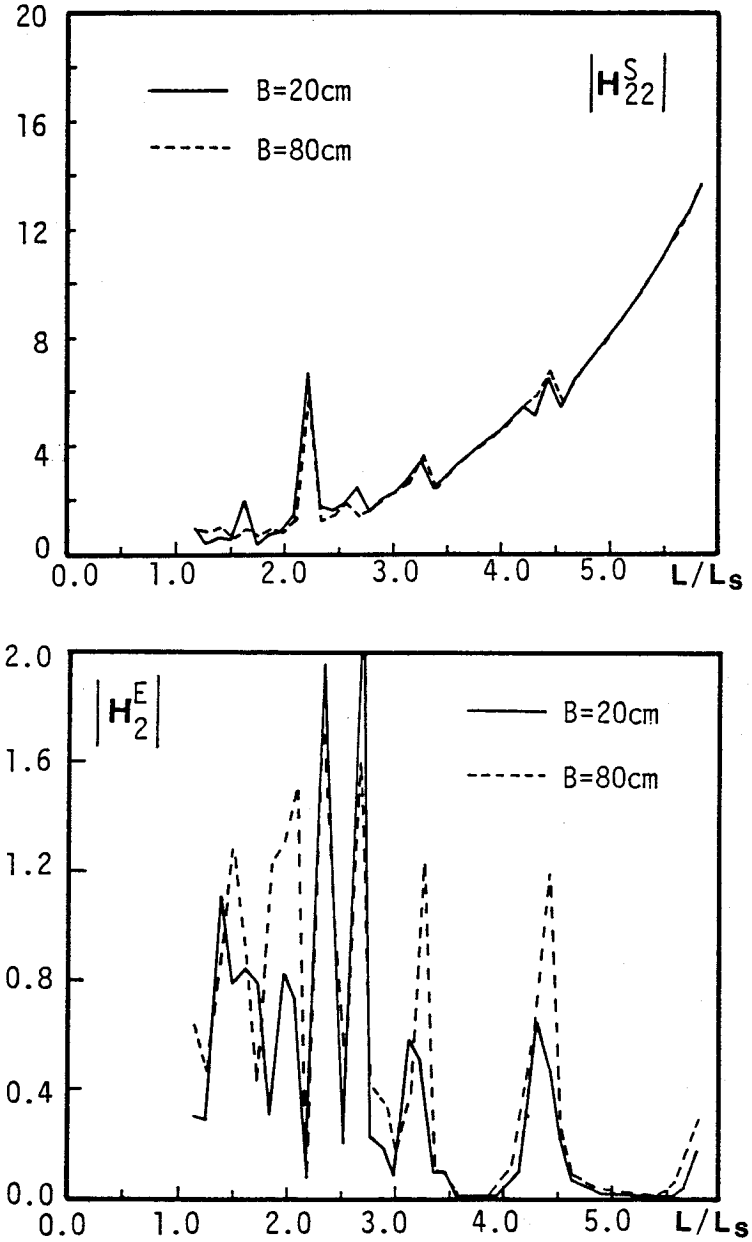
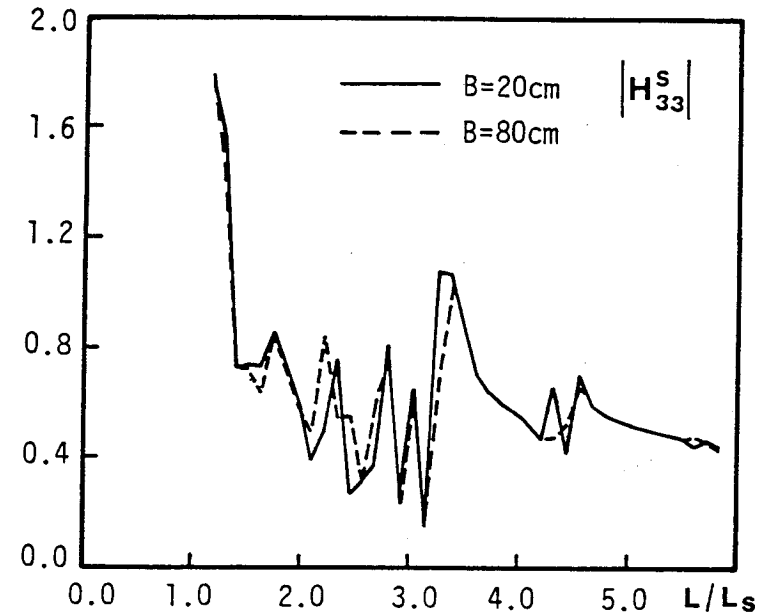


図６－４　港口幅の違いによる応答関数の相違（その１）－Ｓｗａｙ－



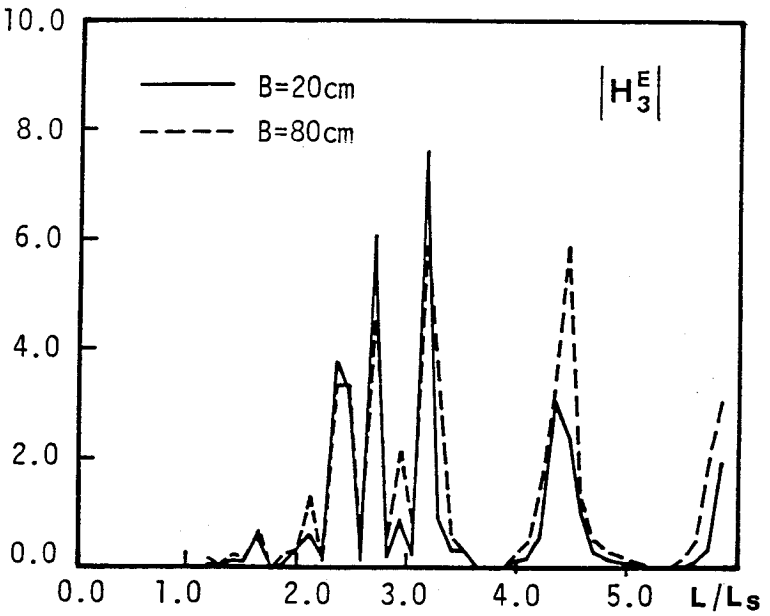
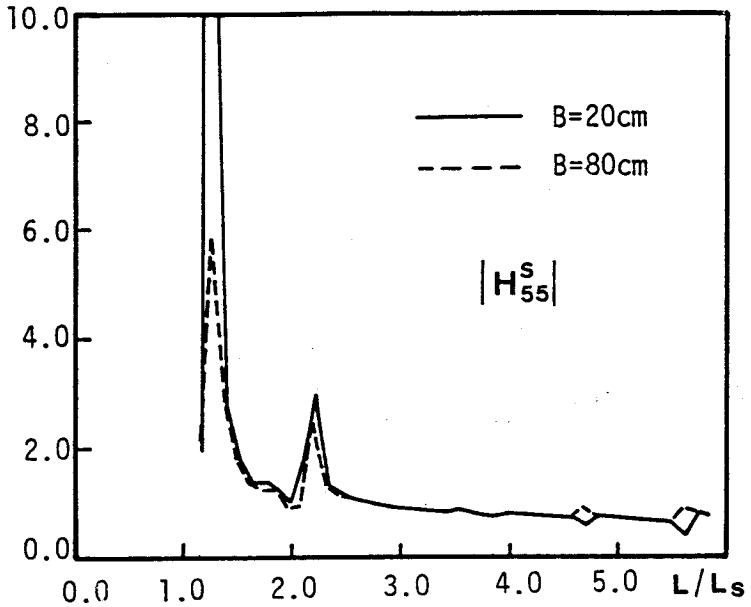


図６－４　港口幅の違いによる応答関数の相違（その２）－Ｈｅａｖｅ－



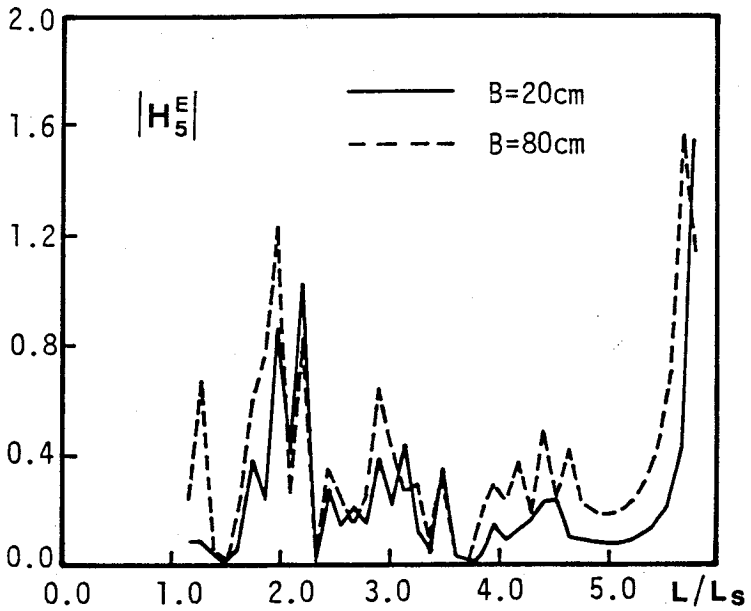


図６－４　港口幅の違いによる応答関数の相違（その３）－Ｐｉｔｃｈ－

（２）低反射岸壁の設置による影響

図6-5は，図6-3のＰおよびＱの岸壁に反射率0.4の低反射岸壁を設置した場合の，Sway，Heave，Pitchの応答関数を，低反射岸壁を設置していない基本型（K_R=1.0）と比較して示したものである。これより，$\mathbb{H}^S$ は，H_{33}^S を除いて低反射岸壁を設置することによって応答のピークは小さくなっているが，全体的にはあまり変化していない。H_{33}^S については逆に大きくなっているところもみられるが，船体近傍に低反射岸壁を設置した場合については，応答が平滑化されていることがわかる。一方，$\vec{H}^E$ についてみると，低反射岸壁の設置によって，応答値はピーク値のみならず全体的にかなり低減しており，特に低反射岸壁を船体の近傍に設置した方がその効果が大きく現れている。以上のことより，低反射岸壁についても，主として $\vec{H}^E$ の低減に有効であることが確認できる。

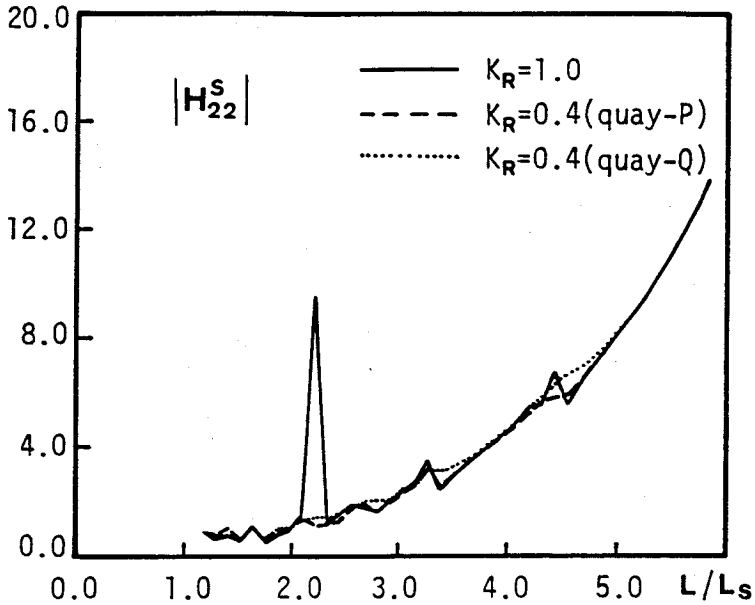
（３）港内波除堤の設置による影響

図6-6は，Sway，Heave，Pitchの応答関数について，波除堤を設置した場合としていない場合を比較したものである。これより，$\mathbb{H}^S$ の変化は，港口幅を変えた場合に比べると大きく現れるが，全体的な低減化にはつながっていない。一方，$\vec{H}^E$ については，H_3^E を除いて応答の形が大きく変化しており，これも全体的な低減効果としては現れていない。すなわち，（１）で述べた港口幅を狭くする場合とは異なり，波除堤のような構造物を船体近傍に設置する場合には，$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ の両方に対して影響が現れ，その効果はかなり複雑であることがわかる。このことは，港内波除堤を用いた低減化対策を考える場合には，波の不規則性や，運動モード間の影響などを慎重に考慮する必要があることを示している。

（４）離岸距離の違いによる影響

図6-7は，Sway，Heave，およびPitchの応答関数について，離岸距離が19cmの場合と5cmの場合を比較したものである。これより，離岸距離が異なっても，ピーク付近を除いて $\mathbb{H}^S$ の形は大きくは変化していないことがわかる。これに対して，$\vec{H}^E$ は，Swayについては岸壁に近づけた場合にかなりの低減がみられるが，Heave，Pitchについては応答形はあまり変わっていない。船体を岸壁に近づけた場合に H_2^E が小さくなるのは，岸壁前面の重複波の腹の位置に近づくためであると思われる。以上のことより，離岸距離を変化させることによっても船体運動を低減させる

ことは可能ではあるが，エネルギー逸散に期待する対策ではないため，波除堤の場合と同様に，対象とする運動モードや周期性を考慮した慎重な検討が必要であろう。



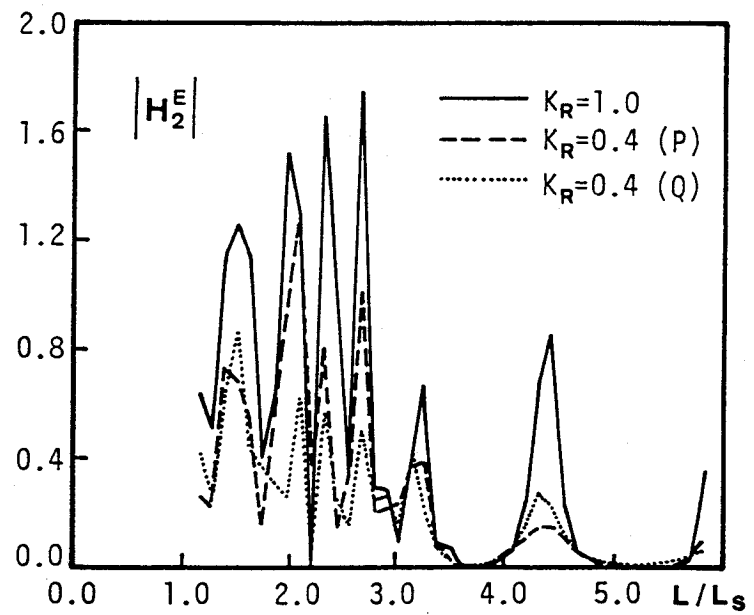
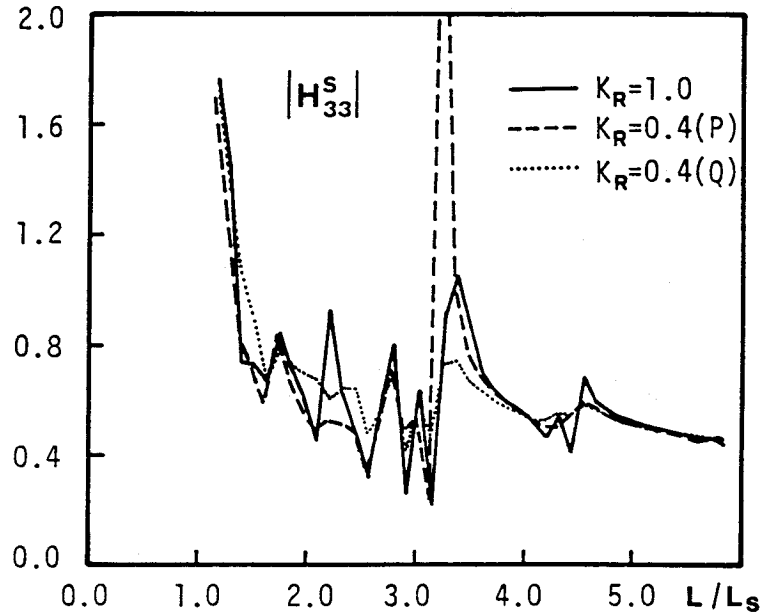


図６－５　低反射岸壁の設置に伴う応答関数の変化（その１）－Ｓｗａｙ－



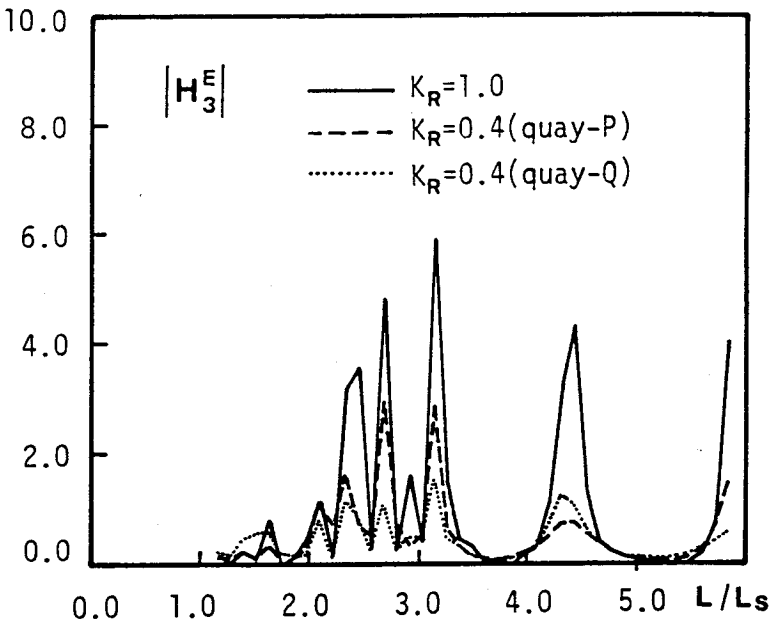
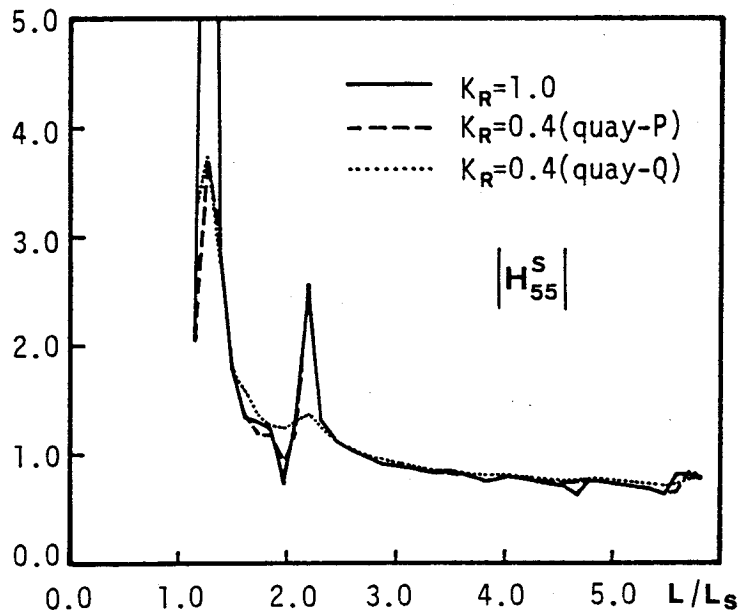


図６－５　低反射岸壁の設置に伴う応答関数の変化（その２）－Ｈｅａｖｅ－



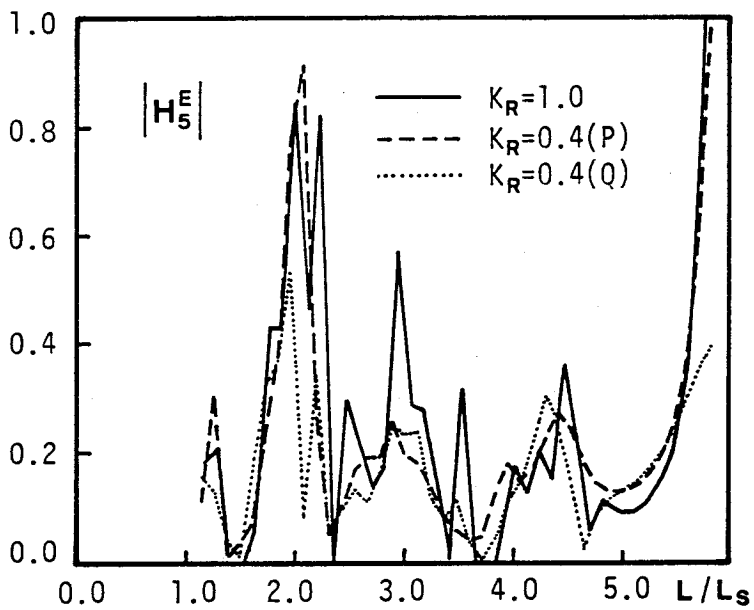
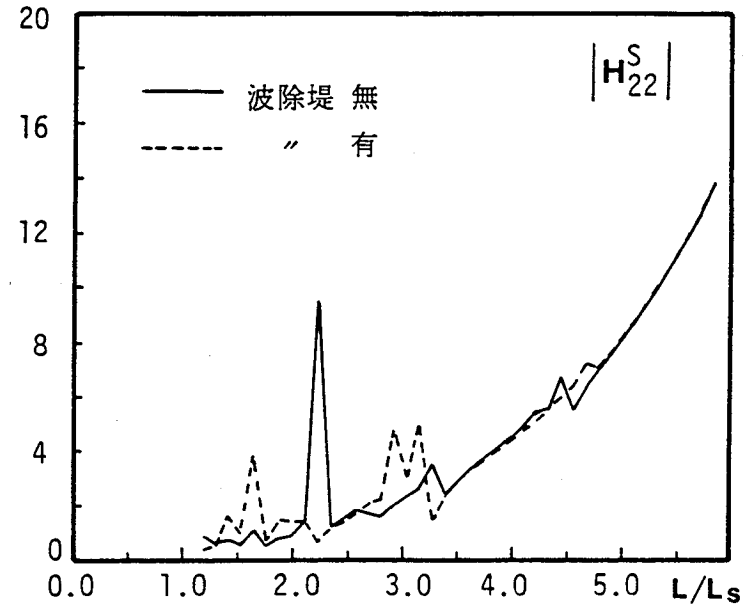


図６－５　低反射岸壁の設置に伴う応答関数の変化（その３）－Ｐｉｔｃｈ－



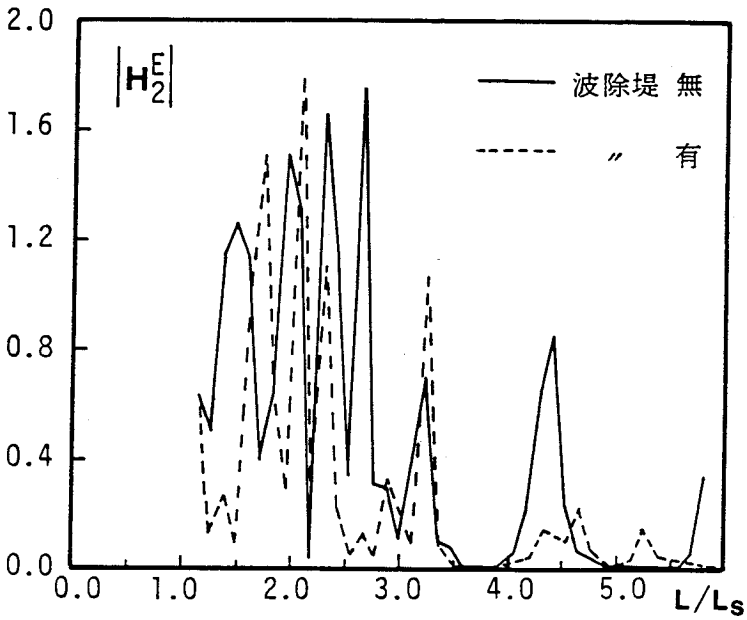
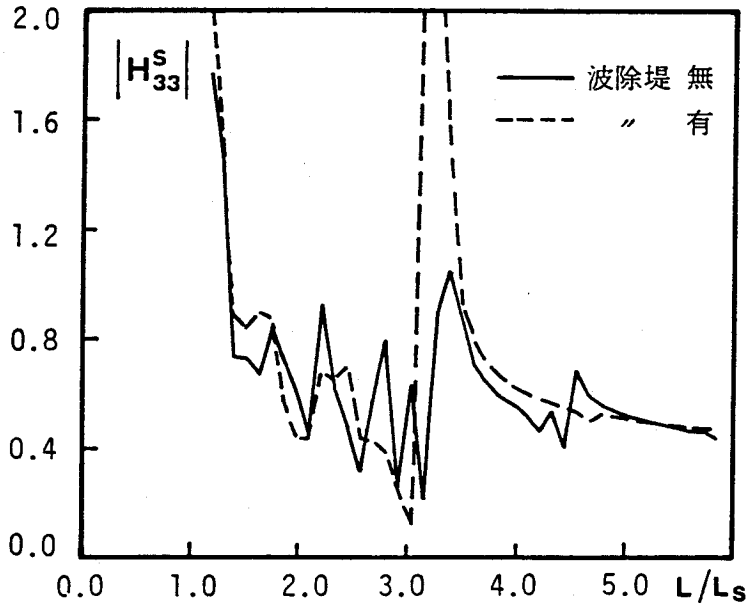


図６－６　波除堤の設置に伴う応答関数の変化（その１）－Ｓｗａｙ－



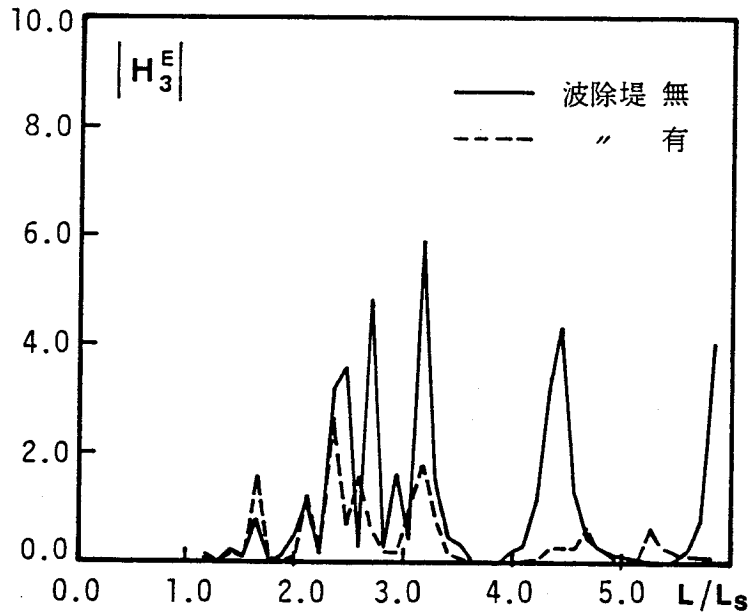
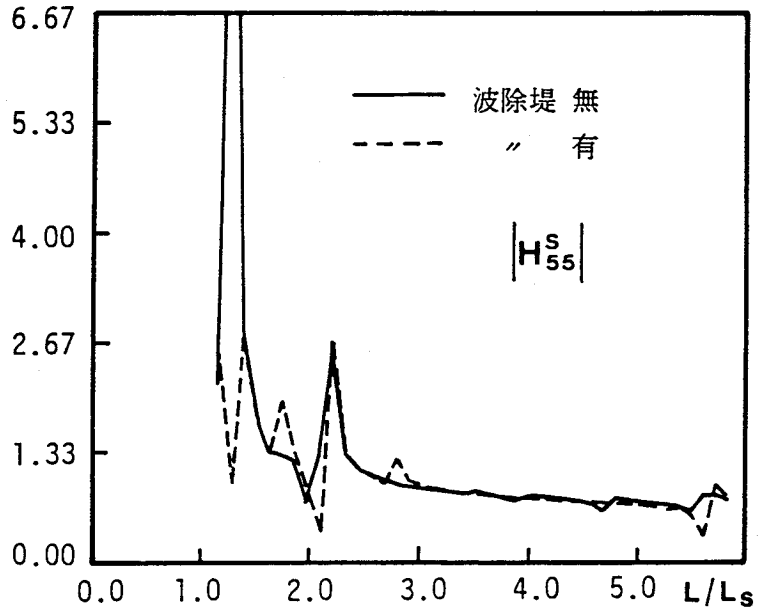


図６－６　波除堤の設置に伴う応答関数の変化（その２）－Ｈｅａｖｅ－



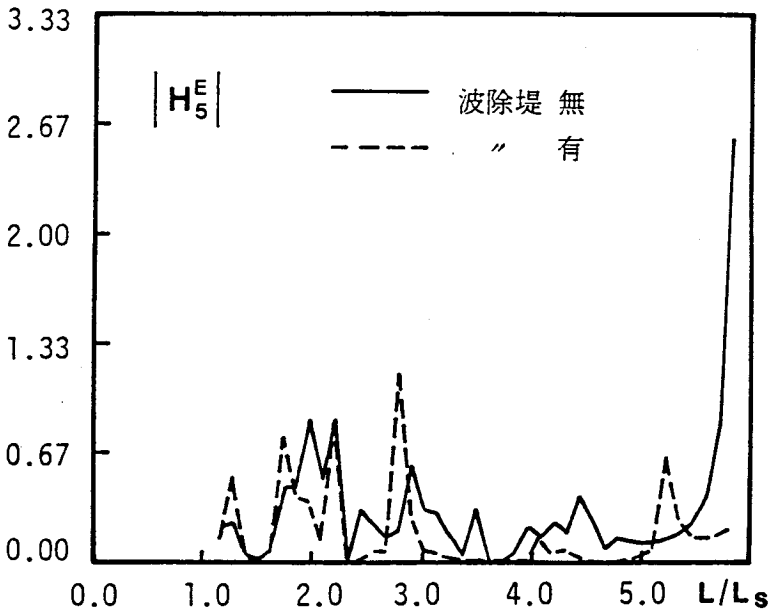
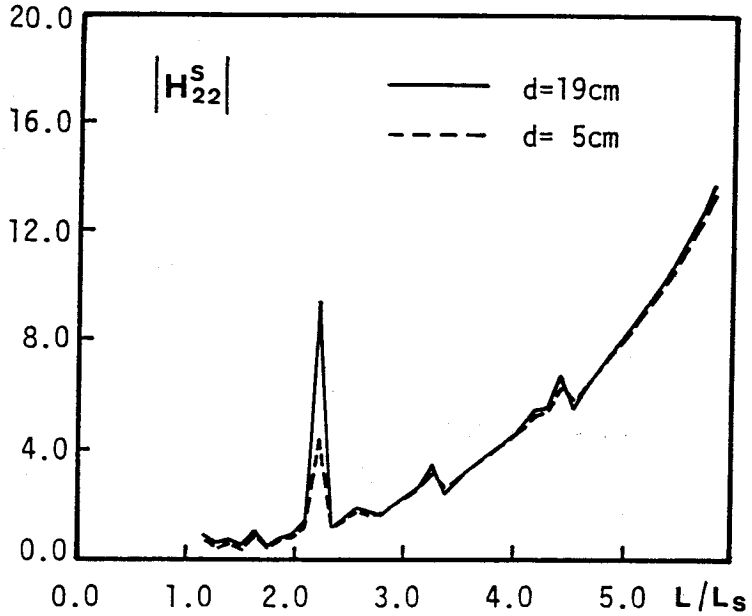


図６－６　波除堤の設置に伴う応答関数の変化（その３）－Ｐｉｔｃｈ－



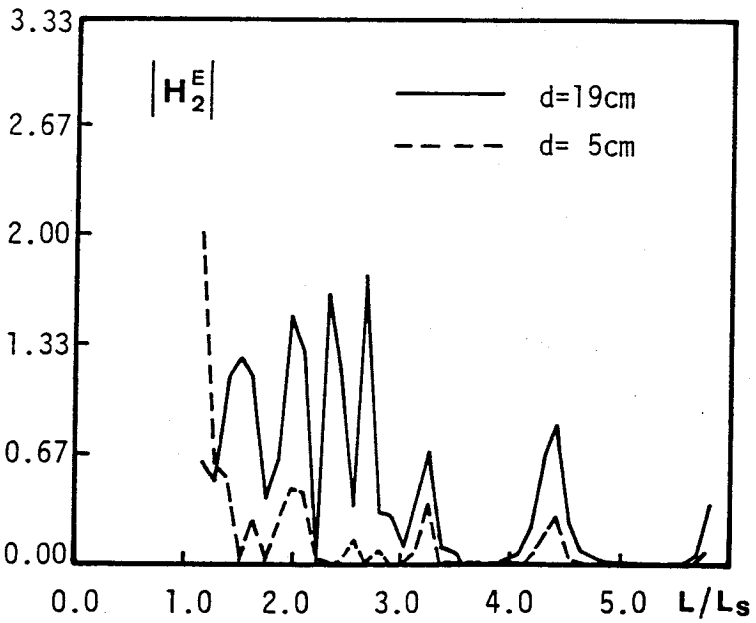
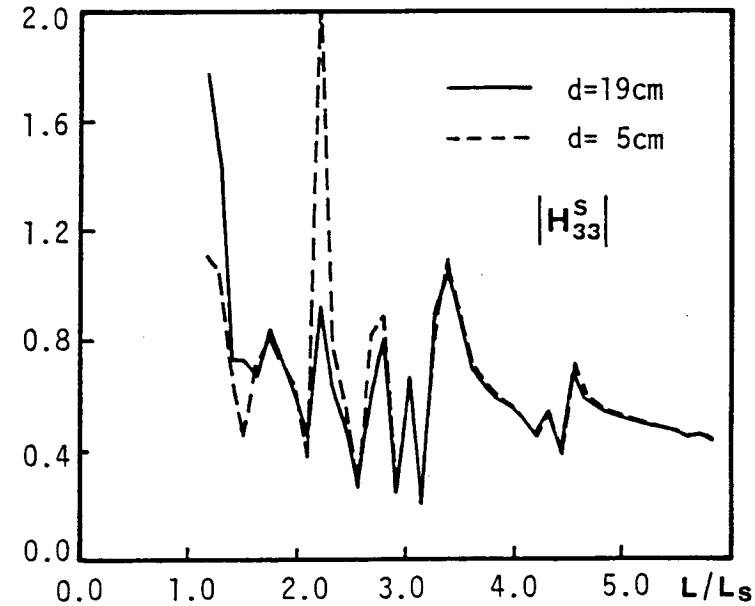


図６－７　離岸距離の違いによる応答関数の相違（その１）－Ｓｗａｙ－



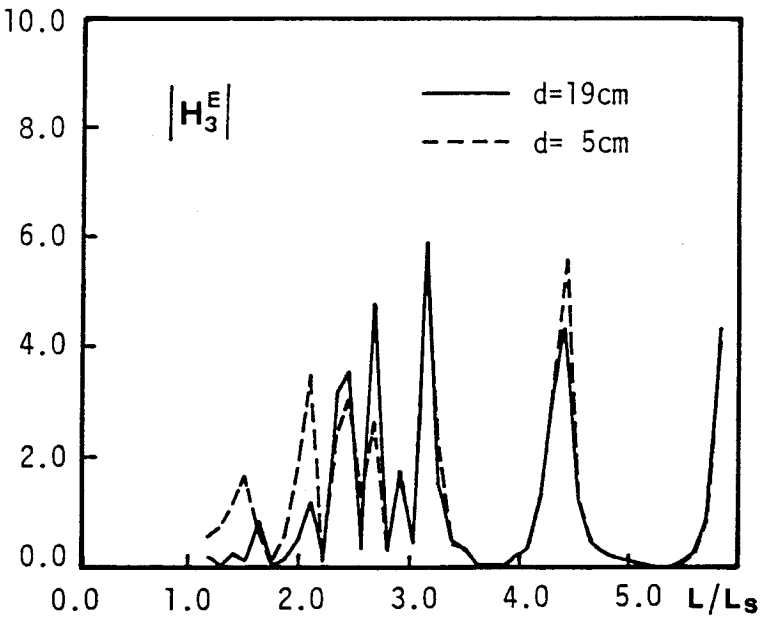
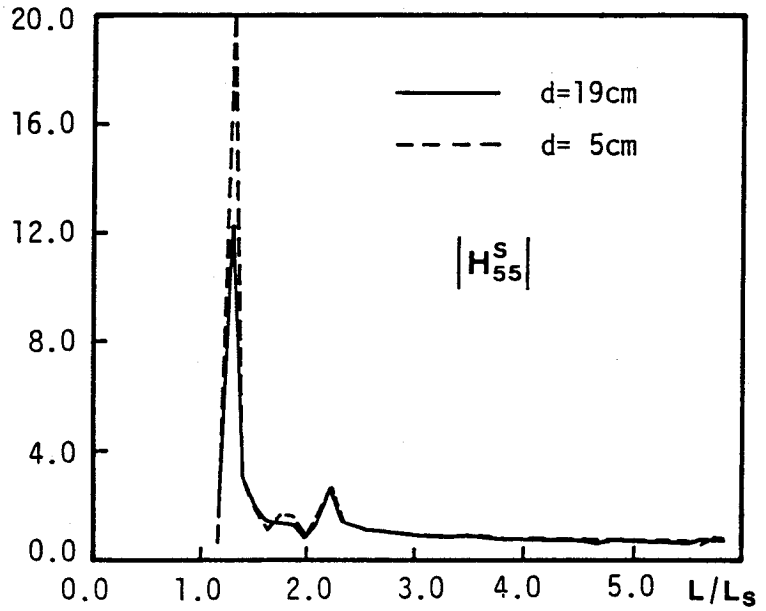


図６－７　離岸距離の違いによる応答関数の相違（その２）－Ｈｅａｖｅ－



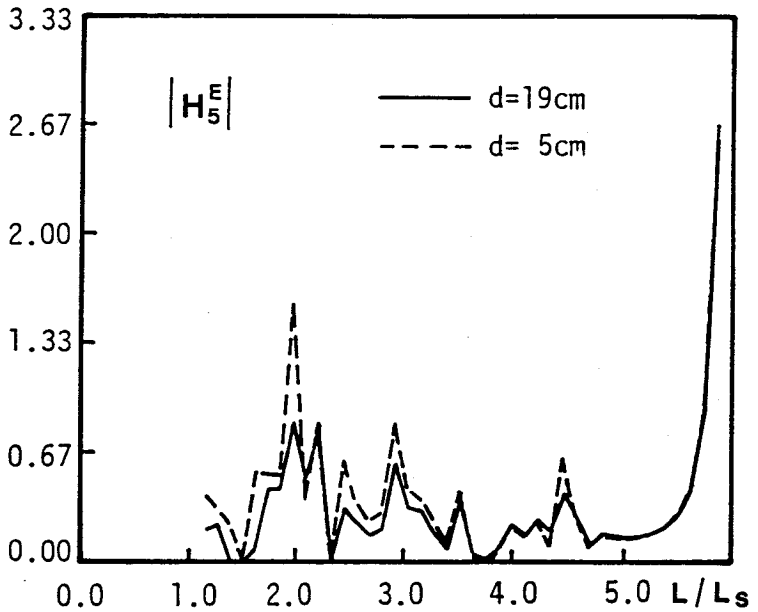


図６－７　離岸距離の違いによる応答関数の相違（その３）－Ｐｉｔｃｈ－

第3節　結語

本章では，まず船体運動を決定する2種類の応答関数$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ に着目し，運動の低減化を図るためには，対象とする船体運動が$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ とどのように関わっているかを分析することから始めなければならないことを強調した。次に，考えられる港側の低減化対策が，$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ の低減化にどのように結びつくかについて述べた後，モデル港湾に対する数値実験を行って，諸対策による動揺低減効果を調べた。

その結果，(i)港口幅を狭くすることは，$\vec{H}^E$ の低減には有効であるが，$\mathbb{H}^S$ にはほとんど影響を及ぼさないこと，(ii)低反射岸壁は$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ の両方に対して低減効果を有するが，$\vec{H}^E$ の方がより顕著に現れること，(iii)低反射岸壁は船体近傍に設置した方が有効であること，(iv)港内の船体近傍に波除堤を設置する場合には，$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ とも応答の形が変化し，全体的な低減効果としては現れないこと，および(v)離岸距離を変えることによっても$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ を低減させることは可能であるが，波除堤と同様その効果は明確ではないことなどが明らかになった。

以上のことより，港口部の防波堤のように，船体から遠方にある港湾境界を変化させることによる影響は，$\vec{H}^E$ の変化としてのみ現れるが，船体近傍に波除堤や低反射岸壁を設置する場合には，$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ の両方に影響を及ぼすと言える。これは，$\vec{H}^E$ については入射波の変形が直接関わっているのに対して，$\mathbb{H}^S$ を決定づける付加質量や造波減衰は，船体から発散する波の変形に起因しており，遠方境界の影響は小さいためであると推察される。また一般には，港湾境界を変化させることによる変化は，$\mathbb{H}^S$ よりも$\vec{H}^E$ の方に大きく現れるが，これは$\mathbb{H}^S$ が船体の慣性や復元力係数および係留力係数の影響を強く受けるためであろう。

＜参考文献＞

1）Kotik, J. and V. Mangulis: On the Kramer-Kronig Relations for Ship Motions, Int. Shipbuilding Progress, vol. 9, No. 97, pp. 361-368, 1962.

2）椹木　亨・久保雅義・青木伸一：Dash-Potによる短周期船体運動の低減化に関する一考察，日本航海学会論文集，第66号，pp. 127-135, 1982.

3）椹木　亨・久保雅義・青木伸一：係留システムの改善による船体運動および船舶の接岸エネルギーの低減化，第30回海岸工学講演会論文集，土木学会，pp. 460-464, 1983.

第7章　結論

本論文では，港内静穏度を船舶の動揺量から評価するための基礎的な研究として，港内の船体に及ぼす波による流体力および波浪動揺の特性とそれらの予測法について論じた。さらに，船体運動の低減化に対する港側の対策の基本的な考え方と，諸対策の効果について検討した。本章では，本論文で述べた主要な結論をとりまとめるとともに，今後に残された問題点について私見を述べる。

第１章では，船舶の動揺量を静穏度指標として用いた場合の，静穏度の評価法および向上策の考え方について一般論を述べ，静穏度評価のための船体動揺予測モデルの確立と，評価基準の明確化が必要であることを強調した。

第２章では，船体運動を記述する運動方程式と船体に作用する外力について総括的に述べた。特に定常運動と非定常運動に対して，波による線型流体力が速度ポテンシャルを用いてどのように表現されるかを示し，フルードクリロフ力，回折波力，付加質量，造波減衰などの意味を明らかにした。ここでは，対象とする運動方程式が線型な場合には周波数領域での取扱いが，非線型な場合には時間領域での取扱いが有効であることを指摘した。

第３章では，まず港内係留船の波浪動揺予測という立場から，港内の波変形計算法の位置づけを行い，次にこれまでに提案された種々の計算法をとりまとめるとともに，それらの問題点を指摘した。また具体的に，有限要素法とWave Ray法をとりあげ，水理模型実験の結果と比較することにより計算法の適用性を論じた。さらには，外洋に面した漁港などの小規模港湾で，荒天時にみられる，数分周期の振動現象を入射波の波群性に関連する現象と考え，群波による長方形湾の長周期振動について実験的に検討した。その結果以下のような結論を得た。

(i)厳密解法の一種である有限要素法は，与えられた方程式を厳密に解くという意味では優れた方法であるが，水理模型実験の結果と整合させるためには，何等かのエネルギー逸散を考慮する必要がある。ただし，港内の岸壁にわずかな吸収率を与えることによってエネルギー逸散を代表させれば，港内波の定量的な予測がある程度可能である。

(ii)近似解法の一種であるWave Ray法は，その適用限界など厳密性には問題があるものの，波長に比べてスケールの大きな港に対しては，船体運動予測と結びつけ

られる可能性のある実用的な方法である。

(iii)群波が湾口部で砕波しない場合には，長方形湾の振動は長周期波による強制振動の応答特性と類似しており，これは群波の浅水変形過程で発生した長周期自由波によるものと考えられる。また湾口部で砕波する場合にも湾内では大きな長周期変動が生じるが，特に砕波によって振動が増幅されることはない。

今後の課題としては次のようなことが挙げられる。

(a)港内における短周期波のエネルギー逸散機構の解明と厳密解法への導入

(b)厳密解法と近似解法の中間的な計算法の開発

(c)広範な領域を対象とした現地観測結果に基づく，小規模港湾内の長周期振動の実態把握とその原因の究明

第4章では，船体に作用する線型および非線型の流体力の算定法ならびにその特性について論じた。ここでは特に流体力に及ぼす港湾境界の影響に着目し，港湾境界を考慮した流体力の計算法と流体力の特性を示した。また不規則波中での長周期運動の特性と，その原因となる非線型流体力について実験的に検討した。その結果以下のような結論を得た。

(i)波強制力，付加質量，造波減衰などで表される線型流体力は，2次元浮体の場合，岸壁の有無および岸壁と浮体との距離によってその周波数応答が大きく異なり，特に浮体と岸壁との間で波が共振する周波数付近では，流体力は急激な変化を示す。

(ii)造波抵抗力は，浮体の運動が大きくなる場合にその運動に及ぼす影響が大きくなり，したがって固有周波数付近の浮体運動を精度よく予測するためには，付加質量および造波減衰を正確に算定する必要がある。

(iii)定常漂流力についても，岸壁の有無，離岸距離によって周波数特性が大きく変化し，岸壁がある場合には入射波の進行方向と逆方向の力も生じる。

(iv)定常漂流力は浮体の拘束状態（固定浮体か自由浮体か係留浮体か）によっても大きく異なる。

(vi)港湾隅角部前面の3次元浮体の場合，港湾境界から一波長以内の距離にある船体に対しては，波強制力，付加質量および造波減衰に対する境界の影響は大きい。

(vii)長方形スリップのように明確な共振モードを有する水域内では，流体力は水域の共振の影響を強く受ける。

(viii)港湾内の船体に対しても，従来言われている流体力係数間の相反関係，波強

制力と発散波の関係が成立する。また，造波減衰は，港外への発散波エネルギーの逸散量に加えて，港湾境界上でのエネルギー逸散量に比例して大きくなる。

(ix)不規則波中で生じる長周期運動は，不規則波の波群性，特に波群の繰り返し周期，出現の規則性といった周期性の影響を強く受ける。

(x)長周期運動の原因となる非線型流体力は，Pinksterの提案式による長周期漂流力と，従来の表示式による粘性減衰力によってその大部分が説明できる。

(xi)この長周期運動は，時間領域の運動方程式を用いた数値計算によってある程度予測可能である。

今後の課題としては次のようなことが挙げられる。

(a) 3 次元浮体に対するより簡便な計算法の開発（例えばストリップ法）

(b)流体力に及ぼす水深変化の影響

(c)港内での不規則波の変形と，それに伴う非線型流体力の予測

(d)非線型係留されている浮体に対する非線型流体力，特に長周期流体力の予測とその影響

第 5 章では，模型実験および現地観測結果をもとに，港内に係留された船舶の動揺特性を明らかにした。また，前章までに示した波変形や流体力の計算法を用いて船体運動の計算を行い，実験・実測結果と比較することにより，その適用性を調べた。その結果以下のような結論を得た。

(i)港内では，港外に比べて，動揺振幅の入射波周期（波長）に対する依存性が強い。

(ii)この強い周期依存性は，港内での波強制力が周期によって大きく変動するためである。

(iii)低反射岸壁の効果は，実験では計算ほど顕著には現れないが，低反射岸壁前面のバースのみならず，岸壁から離れたバースにおいても低減効果がみられる。

(iv)低反射岸壁は，波力の低減には効果的であるが，運動の応答特性を変える効果は小さい。

(v)全体的にみて，計算結果は実験結果の傾向を説明しているが，港内でのRollの付加減衰の与え方や，Yawの一致度がよくないことなど，定量的な予測には課題を残している。

(vi)実際の港湾での船体運動は，Heave，RollおよびPitchについては短周期の運動

が，Surgeについては長周期の運動が卓越している。

(vii)実測結果においては，港への入射波に対する運動の応答関数には特徴的なピークはみられず，長周期波ほど応答値が大きくなる傾向を示す。

(viii)Wave Ray 法と境界積分方程式法を併用した近似計算法を用いれば，Heave，Pitchについては，定性的にも定量的にもある程度の予測は可能であるが，Rollの固有周期付近での応答や，Surgeの長周期運動を予測することは難しい。

今後の課題としては次のようなことが挙げられる。

(a)港内係留船のように，運動モード間の連成が強い場合の付加減衰の与え方。

(b)斜め入射波あるいは減衰定常波に対する低反射岸壁の効果と計算モデルへの導入

(c)大規模港湾内の船体に対する近似計算法の改良

(d)現地実測による予測モデルの検証

第6章では，まず船体運動を決定する2種類の応答関数，すなわち運動の応答関数$\mathbb{H}^S$ および波力の応答関数$\vec{H}^E$ に着目し，運動の低減化を図るためには，対象とする船体運動が$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ とどのように関わっているかを分析することから始めなければならないことを強調した。次に，考えられる港側の低減化対策が，$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ の低減化にどのように結びつくかについて述べた後，モデル港湾に対する数値実験を行って，諸対策による動揺低減効果を調べた。その結果以下のような結論を得た。

(i)港口幅を狭くすることは，$\vec{H}^E$ の低減には有効であるが，$\mathbb{H}^S$ にはほとんど影響を及ぼさない。

(ii)低反射岸壁は$\mathbb{H}^S$ および$\vec{H}^E$ の両方に対して低減効果を有するが，$\vec{H}^E$ の方がより顕著に現れる。

(iii)低反射岸壁は船体近傍に設置した方が有効である。

(iv)港内の船体近傍に波除堤を設置する場合には，$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ とも応答の形が変化し，全体的な低減効果としては現れない。

(v)離岸距離を変えることによっても$\mathbb{H}^S$ ，$\vec{H}^E$ を低減させることは可能であるが，波除堤と同様，その効果は明確ではない。

(vi)以上のことより，港口部の防波堤のように，船体から遠方にある港湾境界を変

化させることによる影響は，$\vec{H}^E$ の変化としてのみ現れるが，船体近傍に波除堤や低反射岸壁を設置する場合には，$\mathbb{H}^S$ および $\vec{H}^E$ の両方に影響を及ぼす。また一般には港湾境界を変化させることによる効果は，$\mathbb{H}^S$ よりも $\vec{H}^E$ の方に大きく現れるが，これは $\mathbb{H}^S$ が船体の慣性や復元力係数および係留力係数の影響を強く受けるためである。

今後の課題としては次のようなことが挙げられる。

(a)港湾形状，船体形状などが本論文で取り扱ったものと異なる場合に対する同様の検討

(b)長周期運動が卓越する運動モード（Surge, Sway, Yaw）の動揺低減化対策

あとがきおよび謝辞

著者が，卒業研究の課題として，”港内係留船の波浪動揺”というテーマを頂いてから，早いもので１０年になる。テーマが決まった夜，下宿に帰ってから船体動揺の６つのモードを覚えたのが，思えば本論文の研究のスタートだった。 Surge, Sway, Heave, ・・などと，英語ではいかにもスマートなのに，日本語では，前後揺れ，左右揺れ，上下揺れ・・などと，ずいぶんやぼったい名前だなあと思ったのを覚えている。当時直接指導して頂いていた久保先生に熱心にゼミをして頂き，なんのことやらわからないまま，先生の熱意に押されて，わかったような顔をしていたのを思い出す。その当時は，なぜ運動を複素数で表すんだろうとか，波力をわざわざいろいろな成分に分けて取り扱うのはなぜだろうかなどという，今となっては単純な疑問があって，動揺論がなかなか理解できなかったが，実際に実験を行って計算値と比較すると，以外にもよく合うので，なるほどと思ったりした。

修士論文は，Cumminsの時間領域の運動方程式を，直線岸壁前面の３次元浮体について解くものだったが，Oortmerssenの論文と首っ引きで計算を進めた。プログラムの開発途中，よく運動が発散してしまい，途方に暮れたことも度々だった。そのせいか，今でも収束計算は心臓に悪いと思っている。

本論文を書き終えて，ちょっと書きすぎたかな，と思っている。第２章および第３章の前半は，自分のノートのつもりで書いたし，式の誘導は，今後著者と同じようなことで悩むであろう学生諸君のためにも，なるべく省略しないで書くように努めたせいでもある。椹木先生からは，常々船体動揺にとって最適な港湾形状を考えるように言われていたが，船体動揺を左右するパラメーターがあまりにも多く，第６章で動揺低減化対策の考え方と，種々の工法の効果について若干の検討を加えたにとどまったのは心残りである。

「港湾の静穏度を船体動揺で評価する」というのは，言うに易しいが，実際に行うとなると難しい点が多い。最近運輸省でも，船体動揺を本格的に港湾計画に取り入れていこうとする姿勢がみられるが，本研究がその実現のための一助となれば幸いである。実験室レベルでの話ではあるが，個人的な意見としては，港内の波浪を予測するよりは，むしろ船体動揺を予測する方が易しいのではないかとも思っている。変な話だが，それは次のような理由のためである。港内の波浪は，通常港内の数点における波高比の周波数応答や，いくつかの周期に対する波高分布で論議されるため，予測法の誤差が明確に現れてしまうが，船体に作用する波力は，船体のま

わりの波動場の積分値として与えられるため，波変形の予測モデルに誤差があっても，それをある程度平滑化してしまうことになる。また，港内の水面振動は流体振動であり，多数の自由度をもつ複雑な応答特性を有するが，船体動揺は剛体振動であり，比較的明確な応答特性を有するため，少なくとも定性的な予測は容易であると考えるからである。ただし結論でも述べたように，今後に残された問題は多く，予測モデルの実用化のためには，まだまだ改良する必要があることは言うまでもない。特に，長周期の船体動揺をはじめ，港湾をとりまく長周期の現象は，今後の重要な課題の一つであろうと思う。

最後になりましたが，学生時代から今日まで，本研究に関する適切な助言と明確な方向を示していただいた，大阪大学椹木亨教授にあらためて深甚の謝意を表する次第です。また本論文の内容について有益なご意見を賜った，大阪大学土木工学科村岡浩爾教授ならびに大阪大学船舶海洋工学科浜本剛実教授に感謝致します。

神戸商船大学久保雅義教授には，学生時代から常々熱意のこもったご指導を頂き，著者に研究に対する興味を与えてくださったことに深く感謝致します。また，大阪大学出口一郎助教授，大阪工業大学後野正雄講師，大阪大学小野正順助手には，研究室のゼミなどで，本研究を進めていく上での貴重なご意見を賜ったことに感謝するとともに，公私ともにご迷惑をおかけしたことをおわび致します。

さらに，大阪大学名誉教授室田明先生をはじめ，大阪大学中辻啓二助教授，神戸大学道奥康治助教授，大阪大学玉井昌宏助手には，水工研の合同ゼミなどで有益なご意見を頂きました。また，名古屋大学岩田好一朗教授，愛媛大学中村孝幸助教授，鳥取大学松原雄平助教授，鳥取大学松見吉晴助教授，名古屋大学水谷法美助手，神戸商船大学斉藤勝彦助手には椹木研ＯＢ勉強会などで貴重なご意見を頂きました。また，大阪大学船舶海洋工学科斉藤公男助教授には，造船関係の情報を教えていただくなど，いろいろお世話になりました。ここに深く感謝致します。

さらに韓国における実測においては，韓国建設部国立建設試験所洪吉杓氏および海洋研究所の鄭遠武氏をはじめとする諸氏にたいへんお世話になりました。また，本研究の実験や本論文の図面作成などにおいては，大阪大学一宮孝信技官の手を多く煩わせました。心からお礼申し上げます。

最後に，本研究を遂行する上で原動力となっていただいた当時の学生諸氏，第３章については，辻上修士君（清水建設），山本明雄君（鹿島建設），日高修君（五洋建設），藁田博行君（大阪市），生田幸治君（香川県），第４章については，高

田昌行君（運輸省），野並伸介君（高知県），濱本敏君（大阪府），池口幸宏君（電源開発），鈴木正紀君（名古屋鉄道），第５・６章については，馬場英通君（日本道路公団），明剛君（リクルートコスモス）の頑張りによるところが大きかったことを記して心から謝意を表します。個人的な興味から，思いつくままのテーマで学生諸君とともに研究を続けてきましたが，論文をまとめ終えて，彼らの研究に，まがりなりにも１本の縦糸を通すことができたような気がしています。

記号一覧（付録）

英文字

$\widetilde{A}$ ：速度ポテンシャルの係数

$A_{ij}, \overline{A}_{ij}$ ：グリーン関数およびその法線方向微分値の離散要素内での積分値

A_{rms} ：振幅スペクトルからエネルギー平均値として求めた代表振幅

A_w ：水線面の面積

$\mathbb{A}_i$（$i=1,2$）：係数マトリックス

a ：振幅

a_{ij} ：付加質量力と波強制力の比

$\mathbb{a}$ ：係数マトリックス

B ：港口幅，係数

B_i（$i=1,2$）：仮想境界

B_S ：船幅

B_P ：低反射岸壁の遊水部幅

$B_{ij}^{(n)}, \overline{B}_{ij}^{(n)}$（$n=1,2,\cdot\cdot$）：グリーン関数およびその法線方向微分値の離散要素内での積分値

$\widetilde{B}$ ：速度ポテンシャルの係数

$\mathbb{B}_i^{(n)}$（$i=1,2$；$n=1,2,\cdot\cdot$）：係数マトリックス

b ：長方形湾の幅，波除堤の開口幅

b_{ij} ：造波減衰力と波強制力の比

$\mathbb{b}_{ij}^{(n)}$（$N=1,2\cdot\cdot$）：係数マトリックス

C ：境界

$C(\tau)$ ：自己相関関数

C_{dS} ：漂流力係数

C_{ij} ：静水力学的復元力係数（$\mathbb{C}$ ：C_{ij} からなるマトリックス）

$\widetilde{C}_n$（$n=1,2\cdot\cdot$）：速度ポテンシャルの係数

$\mathbb{C}_3$ ：$\mathbb{c}_{ij}$ からなる係数マトリックス

c ：波速

c_g ：群速度

$\mathbb{C}_{ij}$ ：係数マトリックス

D_n ：低反射岸壁前面から重複波の節までの距離

D_S ：船の型深

$\mathbb{D}$ ：係数マトリックス

d ：離岸距離

d_S ：船の喫水

$\mathbb{d}$ ：係数マトリックス

$\overline{E}$ ：船体運動によって単位時間あたりに逸散するエネルギーの，一周期平均値

$E_n(t)$ ：波エネルギーの時系列（$SIWEH$ ）

e ：自然対数の底

F_1～F_6 ：Sway～Yawモードの運動に対する外力$\vec{F}=(F_1,\cdot\cdot,F_6)^T$

$\vec{F}, \vec{\overline{F}}$ ：$f, \dfrac{\partial f}{\partial n}$ からなるベクトル

$\overline{F}_S$ ：定常漂流力

F_P ：Pinksterの算定式による変動漂流力

$F^{(2)}$ ：非線型流体力（$F^{(2)}_{low}$ ：$F^{(2)}$ の低周波数成分）

F_V ：粘性減衰力の低周波数成分

f_a ：振幅増幅率

$f_i, f_i^{(n)}$ （$i=1,2$；$n=1,2\cdot\cdot$） ：速度ポテンシャルの$x-y$ 平面での分布関数

f_D ：わき出し強さ

G ：Johnのグリーン関数

$\overline{G}$ ：Johnのグリーン関数の法線方向微分値

$\tilde{G}$ ：半平面でのグリーン関数

$\mathbb{G}$ ：G の離散要素内積分値G_{ij} からなるマトリックス

$\overline{\mathbb{G}}$ ：$\overline{G}$ の離散要素内積分値$\overline{G}_{ij}$ からなるマトリックス

$\overline{G}_S$ ：静止状態での船体の重心位置（$\overline{G}_S XYZ$ ：$\overline{G}_S$ を原点とする座標系）

G_{12} ：拘束波（Set-down Wave）の伝達関数

GF ：Groupiness Factor

$\overline{GM}$ ：メタセンター高さ（$\overline{GM_R}$ ，$\overline{GM_P}$ ：RollおよびPitchのメタセンター高さ）

g ：重力加速度

H ：波高

H_I ：入射波高

$H_{w1/3}$ ：有義波高

H_S ：Swayの長周期運動の全振幅，基準となる波高

$H_n^{(1)}$ （$n=1,2,\cdot\cdot$）：第１種ｎ次のハンケル関数

$\widetilde{H}_r$ （$r=1,2,\cdot\cdot$）：速度ポテンシャルの係数

$H_1^E \sim H_6^E$ ：波強制力の周波数応答関数　$\vec{H}^E=(H_1^E,\cdot\cdot,H_6^E)^T$

H_{ij}^S ：運動の周波数応答関数（$\mathbb{H}^S$ ：H_{ij}^S からなるマトリックス）

$H_{\xi\eta}$ ：港への入射波と船体運動の間の応答関数

h ：水深

$h_1^E \sim h_6^E$ ：波強制力のインパルス応答関数　$\vec{h}^E=(h_1^E,\cdot\cdot,h_6^E)^T$

h_{ij}^R ：造波抵抗力のインパルス応答関数（$\mathbb{h}^R$ ：h_{ij}^R からなるマトリックス）

I_{ij}（$i,j=4\sim6$）：船体の慣性テンソル（$\overline{G}_SXYZ$ 座標系で定義）

Im ：虚数部分を表す

$\mathbb{I}$ ：単位行列

$\widetilde{I}_r$ （$r=1,2,\cdot\cdot$）：速度ポテンシャルの係数

i ：虚数単位

J_0 ：第１種０次のベッセル関数

J_X, J_Y ：X, Y 軸に関する水線面の１次モーメント

J_{XY} ：水線面の相乗モーメント

$\widetilde{J}$ ：速度ポテンシャルの係数

K_n（$n=1,2,\cdot\cdot$）：第２種ｎ次の変形ベッセル関数

K_{ij} ：係留系からの反力係数（$\mathbb{K}$ ：K_{ij} からなるマトリックス）

K_R ：反射率

K_L^2 ：エネルギー逸散率

$\widetilde{\mathbb{K}}$ ：剛性マトリックス

k ：波数

k_n ($n=1,2,\cdot\cdot$) ：減衰定常波の固有値

k_F ：自由波の波数

k_l ：係留バネのバネ定数

L ：波長

L_S ：船長

$\widetilde{L}_n$ ($n=1,2,\cdot\cdot$) ：速度ポテンシャルの係数

l ：２次元矩形浮体の半幅

l_B ：造波板からの距離

l_H ：港（湾）の代表長

M_{ij} ：ｊモードの運動によって生じるｉモードの付加質量（慣性）

$\mathbb{M}$ ：M_{ij} からなるマトリックス

MF ：運動量flux

m ：船体の質量

m_0 ：スペクトルの面積

$\mathbb{m}$ ：船体の慣性マトリックス（m_{ij} ：$\mathbb{m}$ の要素）

N_i ($i=1,2,\cdot\cdot$) ：境界面（線）の離散要素の個数

N_F ：減衰定常波の項数

N_{ij} ：ｊモードの運動によって生じるｉモードの造波減衰

N_{ij}' ：粘性減衰係数

$\mathbb{N}$ ：N_{ij} からなるマトリックス

n ：境界に対する法線方向の座標

n_i ：S_V 上の方向余弦 $\vec{n}=(n_1,\cdot\cdot,n_6)^T$

n_X, n_Y, n_Z ：S_V 上の単位法線ベクトルの成分（$\overline{G}_S XYZ$ 座標系で定義）

P ：船体に固定された座標系で定義した圧力，代表点

$\mathbb{P}$ ：係数マトリックス

p ：圧力

p_w ：２次元浮体の中心と岸壁間の距離の，浮体の半幅（l ）に対する比

Q ：代表点，係数

$Q(t)$ ：ウィンドー関数

$\mathbb{Q}$ ：係数マトリックス

q ：２次元矩形浮体の喫水と水深の比

R ：座標原点O からの水平距離

Re ：実数部分を表す

$R_{ij}(t)$ ：遅延関数（$\mathbb{R}$ ：$R_{ij}(t)$ からなるマトリックス）

R_{H1}～R_{H6} ：静水力学的復元力 $\vec{R}_H=(R_{H1},\cdot\cdot R_{H6})^T$

R_{M1}～R_{M6} ：係留系からの反力 $\vec{R}_M=(R_{M1},\cdot\cdot R_{M6})^T$

r ：２点間の距離

r_R ：Rollの回転半径

S ：境界面（S_V ：船体表面，S_H ：港湾境界，S_B ：水底，S_F ：水表面，
S_∞ ：無限遠方境界）

$S(\omega)$，$S(f)$ ：エネルギースペクトル

$\mathbb{S}$ ：係数マトリックス

s ：境界の接線方向座標

s_0 ：係留バネの初期長さ

T ：波の周期

T_g ：群波（波群）の繰り返し周期

T_p ：スペクトルのピーク周期

T_{SW} ：Swayの固有周期

T_{PI} ：Pitchの固有周期

T_n ：データ長

T_0 ：係留バネの初期張力

$T_{1/3}$ ：有義波周期

$\mathbb{T}$ ：係数マトリックス

t ：時間

$\mathbb{U}$ ：係数マトリックス

u ：x 方向水粒子速度

V_k $(k=1,2,\cdot\cdot)$ ：粘性減衰係数

$\mathbb{V}$ ：係数マトリックス

v_n ：船体表面S_V 上の法線方向（船体に対して内向き）速度

v_{n0} ：v_n の複素振幅

W ：水路幅

$W_1^F \sim W_6^F$ ：フルードクリロフ力　$\vec{W}^F = (W_1^F, \cdot\cdot, W_6^F)^T$

$W_{10}^F \sim W_{60}^F$ ：フルードクリロフ力の複素振幅　$\vec{W}_0^F = (W_{10}^F, \cdot\cdot, W_{60}^F)^T$

$W_1^D \sim W_6^D$ ：回折波力　$\vec{W}^D = (W_1^D, \cdot\cdot, W_6^D)^T$

$W_{10}^D \sim W_{60}^D$ ：回折波力の複素振幅　$\vec{W}_0^D = (W_{10}^D, \cdot\cdot, W_{60}^D)^T$

$W_1^R \sim W_6^R$ ：造波抵抗力　$\vec{W}^R = (W_1^R, \cdot\cdot, W_6^R)^T$

$W_{10}^R \sim W_{60}^R$ ：造波抵抗力　$\vec{W}_0^R = (W_{10}^R, \cdot\cdot, W_{60}^R)^T$

$W_1^E \sim W_6^E$ ：波強制力　$\vec{W}^E = (W_1^E, \cdot\cdot, W_6^E)^T$

$W_{10}^E \sim W_{60}^E$ ：波強制力の複素振幅　$\vec{W}_0^E = (W_{10}^E, \cdot\cdot, W_{60}^E)^T$

$W_1' \sim W_6'$ ：非線型流体力　$\vec{W}' = (W_1', \cdot\cdot, W_6')^T$

w ：z 方向水粒子速度

X_0 ：静水面上での造波板の変位

ギリシャ文字

α ：境界の吸収率

β ：自己相関関数の低減率，微小量

β_n ($n=1,2,\cdot\cdot$) ：複素係数

Γ ：港湾境界あるいは仮想境界

γ ：微小量

Δ ：離散要素を表す，２つの量の差を表す（$\Delta\omega=\omega_1-\omega_2$ ，$\Delta k=k_1-k_2$ ）

δ ：ディラックのデルタ関数

ε ：位相差，微小パラメータ

ζ ：相対水面高さ

ζ_i ($i=1,2,\cdot\cdot$) ：成分波の振幅

ζ_I ：入射波振幅

η ：水位変動

η_I ：入射波の水位変動（η_{I0} ：η_I の複素振幅）

η_R ：反射波の水位変動

η_D ：回折波の水位変動

η_L ：長周期波の水位変動

θ ：角度（θ_I ：入射波の入射角，$Oxyz$ 座標系で定義）

κ ：特異点の z 座標

λ, λ' ：積分方程式に現れる係数

μ ：特異点の x 座標

ν ：特異点の y 座標

$\xi_1 \sim \xi_6$ ：Sway～Yawモードの運動変位 $\vec{\xi} = (\xi_1, \cdot\cdot, \xi_6)^T$

$\xi_{10} \sim \xi_{60}$ ：$\xi_1 \sim \xi_6$ の複素振幅 $\vec{\xi}_0 = (\xi_{10}, \cdot\cdot, \xi_{60})^T$

π ：円周率

ρ ：水の密度

σ ：$=\omega^2/g$ ，２つの量の和を表す（$\sigma k = k_1 + k_2$ ）

Φ ：時間項を含めた速度ポテンシャル（$\Phi(x, y, z, t)$ or $\Phi(x, z, t)$ ）

ϕ ：時間項を分離した速度ポテンシャル（$\Phi = \phi e^{-i\omega t}$ ）

ϕ^I ：入射波あるいは船体が存在しない波浪場の速度ポテンシャル

ϕ^S ：散乱波ポテンシャル

ϕ^E ：$=\phi^I + \phi^S$

ϕ^R ：発散波ポテンシャル

$\phi_1^R \sim \phi_6^R$ ：運動速度で正規化した発散波ポテンシャル $\vec{\phi}^R = (\phi_1^R, \cdot\cdot, \phi_6^R)^T$

$\tilde{\phi}$ ：鉛直方向の分布関数を分離した速度ポテンシャル

$$\phi(x, y, z) = \tilde{\phi}(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$\tilde{\phi}_0$ ：入射波と海岸線での反射波の合成波を表す速度ポテンシャル

$\tilde{\phi}_s$ ：港からの散乱波を表す速度ポテンシャル

ϕ ：任意の調和関数

$\vec{\phi}$ ：未知数ベクトル

Ω ：流体領域

ω ：角周波数，角度

ドイツ文字

$\mathfrak{F}$ ：汎関数（$\mathfrak{F}_*$ ：$\mathfrak{F}$ の近似関数）

文字飾り

＊（上付き）：Fourier係数あるいは修正項を表す。

$\overline{}$ ：共役複素数，時間平均値，あるいは法線方向微分値を表す。

$\dot{}$ ：時間に関する微分を表す

$\vec{}$ ：ベクトル量を表す

中ヌキ文字：マトリックスを表す