Osaka University Knowledge Archive

Title	高速荷重を受ける土と構造物の動的相互作用に関する基礎的研究
Author(s)	藤本, 一男
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1236
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

高速荷重を受ける土と構造物の動的相互作用に関する基礎的研究

昭和59年11月

藤　本　一　男

高速荷重を受ける土と構造物の動的相互作用に関する基礎的研究

目次

第1章　緒論－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－1
第2章　高速荷重を受ける土の応力・ひずみ関係に関する実験－－－－－－－－7
　2．1　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－7
　2．2　実験方法－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－8
　　2．2．1　高速載荷実験について－－－－－－－－－－－－－－－－－－8
　　2．2．2　実験装置－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－9
　　2．2．3　土質試料－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－12
　　2．2．4　載荷方法－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－12
　2．3　砂に関する実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－12
　　2．3．1　等方圧縮時の体積ひずみ－－－－－－－－－－－－－－－12
　　2．3．2　せん断時の挙動－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－12
　2．4　粘性土に関する実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－17
　　2．4．1　等方圧縮時の体積ひずみ－－－－－－－－－－－－－－－17
　　2．4．2　せん断時の挙動－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－19
　2．5　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－22
第3章　ひずみ速度を考慮した土の構成方程式－－－－－－－－－－－－－－26
　3．1　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－26
　3．2　楕円型キャップモデル－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－27
　3．3　計算のアルゴリズム－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－33
　3．4　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－37
第4章　砂中埋設パイプおよびアーチの動的相互作用に関する模型実験－－40
　4．1　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－40

４．２　砂中埋設パイプの応力伝播実験－－－－－－－－－－－－－－－４０
４．２．１　実験の目的－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－４０
４．２．２　実験装置および実験方法－－－－－－－－－－－－－－４１
４．２．３　実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－－４２
４．３　砂中埋設アーチの応力伝播実験－－－－－－－－－－－－－－－４８
４．３．１　実験の目的－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－４８
４．３．２　実験装置および実験方法－－－－－－－－－－－－－－４８
４．３．３　実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－－４９
４．４　透視砂槽による砂中埋設パイプの変位伝播実験－－－－－－５１
４．４．１　実験の目的－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５１
４．４．２　実験装置および実験方法－－－－－－－－－－－－－－５２
４．４．３　実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５２
４．５　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５６
第５章　ショックチューブによる粘性土中のパイプの動的相互作用
に関する模型実験－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５８
５．１　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５８
５．２　実験装置と実験方法－－－－－－－－－－－－－－－－－－－５９
５．２．１　ショックチューブ－－－－－－－－－－－－－－－－－５９
５．２．２　土槽－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－６１
５．２．３　計測装置と計測方法－－－－－－－－－－－－－－－－６２
５．３　実験結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－６３
５．３．１　土の種類による応力波伝播と減衰状況－－－－－－－６３
５．３．２　粘性土中のパイプの応答特性－－－－－－－－－－－６７
５．３．３　パイプ周辺の変形特性－－－－－－－－－－－－－－－７０
５．４　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－７１
第６章　簡易計算法による静的相互作用の数値解析－－－－－－－－－－－－７４
６．１　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－７４
６．２　土と構造物の相互作用の単純化モデル－－－－－－－－－－－７５

６．３　埋設構造物の簡易計算法－－－－－－－－－－－－－－－－－－７７
６．４　解析例－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－７８
６．５　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－８３
第７章　土と構造物の動的相互作用に関する数値解析－－－－－－－－－－８６
７．１　緒言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－８６
７．２　運動方程式および解法－－－－－－－－－－－－－－－－－－－８６
７．３　ひずみ速度を考慮した等価節点力と剛性
マトリックスの算定法－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－８７
７．３．１　ひずみ速度を考慮した降伏関数の決定－－－－－－－８７
７．３．２　弾塑性応力ひずみマトリックスの算定－－－－－－－８８
７．４　数値計算のための入力データ－－－－－－－－－－－－－－－９２
７．４．１　土－構造物系モデル－－－－－－－－－－－－－－－－９２
７．４．２　荷重モデル－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－９２
７．４．３　時間間隔－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－９２
７．４．４　土の力学定数－－－－－－－－－－－－－－－－－－－９３
７．５　計算結果と考察－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－９４
７．５．１　ひずみ速度による影響－－－－－－－－－－－－－－－９４
７．５．２　実験結果との比較－－－－－－－－－－－－－－－－－９６
７．５．３　パイプの剛性による相違－－－－－－－－－－－－－１００
７．６　結言－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－１００
第８章　結論－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－１０３

著者の発表論文－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－１０６

記号表

$A_1 \sim A_6$	弾塑性マトリックスの成分
$\mathbf{B}$	ひずみと変位を結ぶマトリックス
C	伝播速度
$\mathbf{C}$	減衰マトリックス
c_u	非排水粘着力
D	塑性体積ひづみの係数
$\mathbf{D}^{ep}$	弾塑性応力ひずみマトリックス
$\mathbf{D}^{e}$	弾性応力ひずみマトリックス
E	弾性定数
EI	曲げ剛性
F_f	Drucker-Pragerの降伏条件
F_c	キャップの降伏条件
$\mathbf{F}_e$	等価節点力ベクトル
$\mathbf{F}_f$	Free Fieldの荷重ベクトル
$\mathbf{F}_s$	構造物の荷重ベクトル
G	せん断弾性係数
H	弾塑性マトリックスの硬化を含む項
J_1	応力1次不変量
J_2'	偏差応力の2次不変量
k	Drucker-Pragerの降伏条件式の$\sqrt{J_2'}$軸の交点の大きさ
$\bar{k}$	地盤反力係数
$\bar{k}_f$	Free Fieldの地盤反力係数
k_s	構造物のバネ定数
$\mathbf{K}$	剛性マトリックス
$\mathbf{K}_s$	構造物の剛性マトリックス
$\mathbf{K}_f$	地盤の剛性マトリックス
K	体積弾性率
L	キャップの楕円頂点でのJ_1
$\mathbf{M}$	質量マトリックス
M_x	マッハ数
P	圧力
P_0	初期圧力
R	キャップの楕円の長軸と短軸の比
$\mathbf{R}$	外力荷重ベクトル
r	応力修正係数
S	全ひずみ増分の弾性部分の割合
s_{ij}	偏差応力
$\mathbf{U}$	変位増分ベクトル
$\ddot{\mathbf{U}}$	加速度ベクトル
$\dot{\mathbf{U}}$	速度ベクトル
v	粒子速度
W	塑性体積ひずみの係数
X	キャップのJ_1軸との交点
α	Drucker-Pragerの降伏曲面の勾配
$\tilde{\alpha}$	減衰を示す比例定数
$\tilde{\beta}$	減衰を示す比例定数
γ	比熱比、単位体積重量
δ_{ij}	ディラックのデルタ関数
ε_{ij}	ひずみ

ε_v^p ：塑性体積ひずみ	$d\boldsymbol{\varepsilon}$ ：ひずみ増分ベクトル
ΔV ：体積ひずみ増分	$d\boldsymbol{\sigma}$ ：応力増分ベクトル
ΔV_d^p ：ダイレイタンシーによる体積ひずみ増分	σ_s ：静的強度、構造物に作用する応力
$d\varepsilon_{ij}$ ：塑性ひずみ増分	σ_T ：高速時の強度
η ：構造物と土の地盤反力係数比	σ_f ：Free Fieldの応力
λ ：減衰定数	$d\sigma$ ：応力増分
$d\lambda$ ：直行条件を示す比例定数	$\boldsymbol{\sigma}$ ：応力ベクトル
σ ：応力	ρ ：密度
$\varkappa$ ：硬化パラメータ	φ_u ：非排水内部摩擦角
	ω ：固有円振動数
	$\dot{\gamma}_{oct}$ ：ひずみ速度

第１章　緒論

近年、土あるいは地盤と構造物との動的相互作用の問題が耐震設計の観点から注目を浴び、多くの研究がなされるようになってきた。これは、地震時における構造物の振動特性が土あるいは地盤の動的性質と互いに大きく影響し合うので、土あるいは地盤と構造物との動的相互作用を考慮した設計が必要になったためである。埋設管や沈埋トンネルなど耐震構造物を対象とした動的相互作用を解明するためには、地盤と構造物との間を結合する変形係数あるいは減衰係数の評価が重要であり、このため土の繰り返し載荷時の復元力特性を考慮した実験的および解析的研究が多くなされてきた。しかし、これらの結果を見ると動的相互作用という言葉が用いられているにもかかわらず、構造物周辺の土のひずみが小さく、また、ひずみ速度も小さいので、一般的に土の力学的性質を準静的挙動として取扱って差し支えないものと思われる。解析方法としては有限要素法あるいはバネ質点モデル[1)]が多く用いられている。

一方、直下型地震による原子炉等の重要構造物の応答、落石によるロックシェドの応答、杭打ち時に地盤中に貫入する杭の貫入特性、あるいは爆発荷重を受ける地下構造物、投錨時の海底埋設管の応答など、急激な荷重が作用する場合には上記の耐震設計とは異なった意味での動的相互作用について考慮する必要がある。すなわち、このような高速荷重の場合には、外力の作用時間が極めて短かく、かつ大きな外力が作用するので、構造物周辺の土に大きなひずみが発生し、土の非線型性挙動が卓越するため、土の力学的性質が静的時とは異なり、いわゆる土のひずみ速度の影響が重要な要素となってくる。

本研究は、高速荷重を受ける埋設構造物の動的挙動を明らかにすることを目的とし、土と構造物との動的相互作用について、特に、ひずみ速度の影響に注目して、実験的および解析的に解明しようとしたものである。

さて、高速荷重あるいは応力波の伝播時の土と構造物の動的相互作用に関する研究は1964年に第１回のシンポジウムがアリゾナ大学で開催[2)]され、それ以来続けられてきた。

例えば、国外では、Constantino ら[3]が柔らかいウレタンフォームの中に包んだ埋設パイプの応力波伝播時の応答を実験的および理論的研究を行っている。しかし、この研究では、土の性質を弾性体として取扱っており、高速載荷時における土の弾塑性挙動については触れていない。また、Wilson[4]は有限要素法により、爆発荷重を受ける埋設構造物の動的応答解析を接線係数法を用いて行ったが、その材料モデルは体積およびせん断弾性係数がひずみ依存性であるとして計算しており、土の弾塑性的挙動は厳密に考慮されていない。

さらに、Nelson[5),6)]は爆発荷重による地盤振動の解析を３種の土のモデルを用いて比較検討し、その中でキャップモデルが有効であることを指摘している。しかし、その研究ではキャップモデルにひずみ速度効果の影響が考慮されていない。

一方、国内ではまず赤井ら[7]が土と構造物の動的相互作用について先駆的研究をなし、落下式衝撃実験により土および土と構造物との動的挙動を明らかにしている。

次に、丹羽、小林ら[8]は、積分方程式を用いて埋設構造物周辺の過渡応答解析を行っているが、土の性質を弾性体として取り扱っている。また、伊藤、久武[9]は近接発波が既設トンネルの振動挙動に与える影響について解析を行っているが、材料モデルは弾性体としている。

以上述べたように、国外および国内とも高速荷重を受ける埋設構造物の動的挙動を明らかにするため、多くの研究がなされてきたが、未だ、土の性質の取扱いが不十分であり、特に、土のひずみ速度の影響を考慮した実験的研究および解析的研究はほとんど行われていないのが現状である。

本研究はこのような観点から、以下の３点に重点を置いて研究を行った。

１）　まず、土のひずみ速度効果を解明するため、載荷速度を任意に変化させることができる高速載荷装置を作製し、砂および粘性土の高速３軸実験を行い、高速荷重を受ける場合の土の応力・ひずみ関係を求める。土のひずみを厳密に測定するため、最新式の光学式変位計を用いて土のひずみ測定を行う。また、これらの実験結果をもとにして高速載荷時の土の構成方程式を定式化する。

２）　高速荷重を受ける土と構造物との動的相互作用を明らかにするため、砂中および粘性土中にそれぞれ剛性の異なる構造物を埋設して高速載荷実験を行い、ひずみ

速度による影響を考察する。粘性土に関する実験では、入射波形を明確に把握でき、しかも再現性のある実験を行うことに留意して、ここではショックチューブによる空気衝撃波発生装置を作製して用いる。また、土の変形測定には過去に例を見ない瞬間X線撮影装置を使用する。

3） 土と構造物との静的および動的相互作用を理論的に明らかにするため、静的な場合は単純な相互作用モデルを用い、また動的な場合はひずみ速度を考慮した楕円型キャップモデルを用いた有限要素法により数値解析を行い、実験結果と比較検討する。

以上述べた本研究のアプローチを図示すると図１．１のようになる。

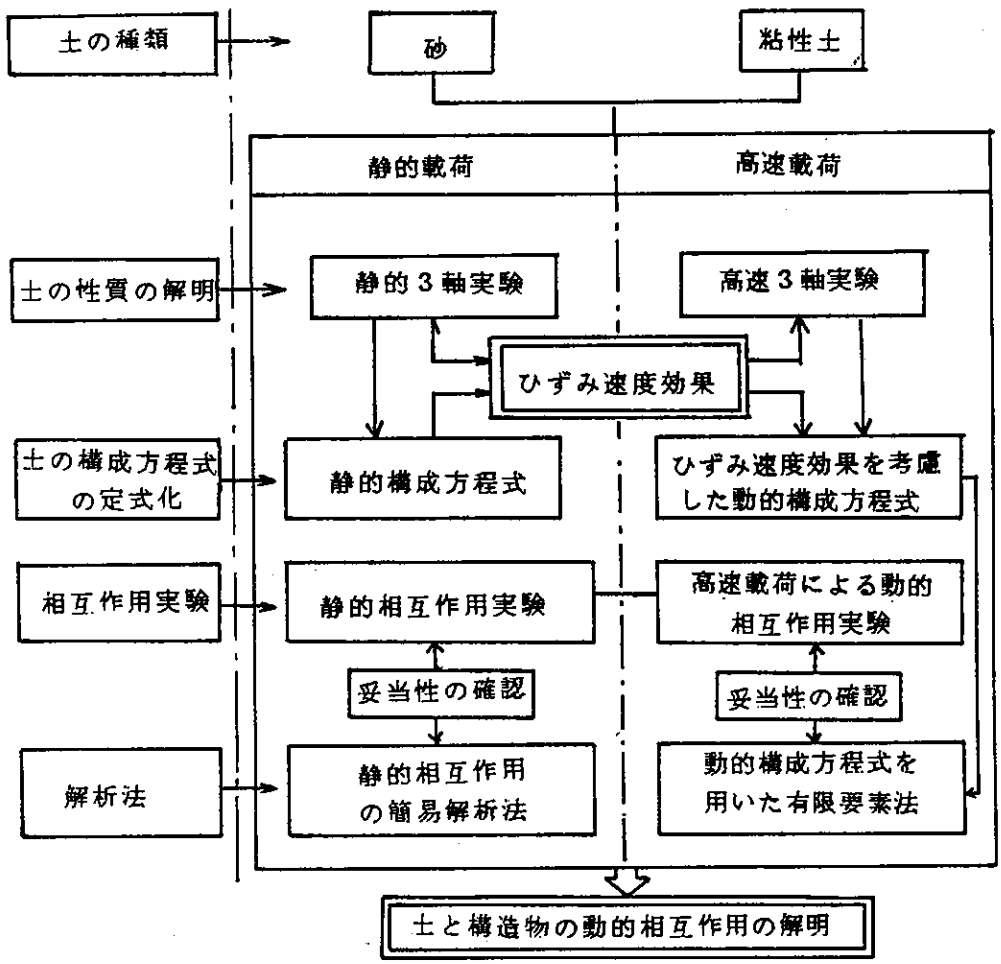


図１．１　研究のアプローチ

内容は概略以下のとおりである。

第２章においては、土の高速載荷時の応力・ひずみ関係に与えるひずみ速度効果を基礎的に解明するために、静的から高速（破壊までの載荷時間20ms）までの軸方向力の載荷速度を変化させた３軸圧縮試験について述べる。使用した試料は、乾燥砂と粘性土で、土の性質が非常に異なるものについて実験を行う。この実験では、過去に例を見ない非接触光学式変位計を用いて試料の変位を精度よく、かつ、高速時にも測定し、その有効性を確認する。この実験から、土の応力・ひずみ関係が載荷初期から破壊に至る間それぞれの載荷速度によっていかなる性質を示すかを明らかにする。

第３章では、第２章で述べた実験結果をもとにして、楕円型キャップモデルの中にひずみ速度効果を導入した土の応力・ひずみ関係を定式化することを試みる。土の構成方程式に関しては、非常に多くの提案がなされているが、高速載荷時における構成方程式については従来あまり研究されていない。ここでは、Sandler らが提案した楕円型キャップモデルを応用し、体積ひずみ硬化説、関連流動則および降伏関数にひずみ速度効果を導入して定式化を行ない、この理論によって各ひずみ速度に応じる土の構成関係が表現されることを確認する。

第４章においては、砂中埋設構造物の動的相互作用に関する模型実験について述べる。使用する砂は、第２章で述べた高速３軸圧縮試験と同一条件の砂である。ここでは、平面ひずみ条件の砂槽に帯荷重を作用させ、その載荷速度を変化させた実験を行い、さらに種々の剛性の異なる構造物を埋設した場合および構造物の存在しない状態（以下　Free　Field と称する）の実験を行っている。また、Free Fieldに対する構造物による乱れがいかなるものかを確認するために、透視砂槽にマーカを配置して、高速度カメラを使って構造物周辺の土の変形状態を測定する。使用した構造物はスチールパイプおよびスチールアーチである。これらの一連の実験から、剛性の変化と載荷速度の変化によって埋設構造物の動的応答がいかなる影響を受けるかを求める。

第５章では、ひずみ速度効果が顕著である粘性土に埋設した構造物の動的応答に関する模型実験について述べる。ここでは、作用荷重として、立上がり速度が極めて速いショックチューブによる空気の衝撃波を与え、土中への平面応力波の伝播時での土

と構造物の動的相互作用に関する実験を行う。応力波の伝播による構造物周辺の土の変形測定は、過去に例を見ない瞬間X線撮影装置を用いて測定する。また、周囲の土が砂になった場合と粘性土の場合とを比較するために砂中埋設構造物の実験についても述べる。

第6章においては、静的相互作用に関する計算法について述べる。ここでは、第4章で述べた実験の中で静的外力が与えられたときの埋設構造物の実験を解析した結果、構造物に作用する土圧は、構造物が存在しない場合(Free Field) の土圧と土および構造物の変形係数（剛性）の関数であるという知見を得た。これを利用することによって単純な相互作用モデルを考案して埋設構造物の計算法を提案する。この計算法を用いて模型実験結果および野外での実験結果とを比較して本計算法の妥当性を確認する。

第7章においては、動的相互作用に関する数値解析法について述べる。実験結果から静的な場合のように単純なモデル化は困難であることが確認されたので有限要素法による計算を試みる。有限要素法は、動的なかつ材料非線型モデルについての計算法を採用する。特に重要な入力データである材料モデルは、第3章で述べた楕円型キャップモデルにひずみ速度効果を導入した構成方程式を用いる。計算結果と第5章の実験結果とを比較検討して数値解析法の妥当性を確認する。

第8章では、本研究を総括してまとめとする。

参考文献

1) Tamura,C.,S. Okamoto,and M.Hamada : Dynamic Behavior of a Submerged Tunnel During Earthquakes, Peport of the Institute of Industrial Science the University of Tokyo ,Vol. 24, No. 5, pp. 176-248. March,1975.

2) University of Arizona Engineering Research Laboratory : Proceedings of Symposium on Soil-Structure Interaction, Sept., 1964.

3) Constantino,C. and E. Vay : Response of Buried Cylinders Encased in Foam, Proc. of ASCE, SM5, pp. 1159-1176, Sept., 1969.

4) Wilson, F. E. : A Nonlinear Finite Element Code for Analyzing the Blast Response of Underground Structures, Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Berkeley, Jan., 1970.

5) Nelson,I. : Costitutive Models for Use in Numerical Computation, Proc. of Dynamical Method in Soil and Rock Mechanics, Vol. 2, pp. 49-97, Sept., 1977.

6) Nelson,I. : Numerical Solution Problems Involving Explosive Loading, Proc. of Dynamical Method in Soil and Rock Mechanics, Vol. 2,pp. 239-279. Sept., 1977.

7) Akai, K. and M. Hori : Basic Study on the Dynamic Soil-Structure Interaction, Proc. of JSCE. No. 173, pp. 61-78, Jan., 1970.

8) 丹羽　義次、小林　昭一、福井　卓雄、東　憲治: 積分方程式による埋設構造物周辺の過渡応答、土木学会論文報告集第245 号、pp. 41～53, 1976年4 月.

9) 伊藤　冨雄、久武　勝保、小林　洋一: 既設トンネルの振動挙動に及ぼす近接発破の影響、土木学会第34回年次学術講演会概要集、第3 部、pp. 501 ～502, 1979年10月.

第２章　高速荷重を受ける土の応力・ひずみ関係に関する実験

２．１　緒言

土に高速載荷を与えるといわゆるひずみ速度効果によって応力・ひずみ関係が異なることは広く知られている。

高速載荷時の土の３軸圧縮試験はWhitman ら[1]の実験が代表的である。彼らは、高速載荷時の砂のせん断強度に与えるひずみ速度効果に関する多くの実験を行った。その結果砂に対するひずみ速度効果は比較的少なく、ひずみ速度（$\dot{\varepsilon}$）0.03%/sec に対し、ひずみ速度1000% /secの時に若干の強度増加が認められる程度であると述べている。しかし、実験結果にバラツキがあり明確な結論は得られていない。

一方、粘性土についての高速３軸実験は、Casagrandeら[2]の実験が最初に行われ、かなりの強度増加があることが認められた。その後、Whitman や[3]わが国では大崎ら[4)5]が実験を行っている。これらの結果を総合すると、静的圧縮強度に比較して高速時には２～４倍の強度増加があることが示されている。

しかし、これらの実験はせん断強度のみに着目したものが多く、応力・ひずみ関係に注目した実験はほとんど見られない。

一方、ひずみ速度効果に注目した研究は足立ら[6]の研究があり、さらに、最近では松井ら[7]の研究が発表されているが、これらはクリープあるいは圧密現象を対象としたもので、通常の静的試験より逆に長期間にわたるひずみ速度効果の研究である。

このように高速載荷時の応力・ひずみ関係が追求されなかった原因の一つに、高速載荷時の計測が困難のためと思われる。

本章では、土の応力・ひずみ関係に与えるひずみ速度効果、すなわち、静的から高速までの載荷速度（ひずみ速度）をパラメータにするため、載荷装置は低速から高速まで任意に変化しうるような、多連式油圧ポンプによる載荷装置を作製し、土の高速３軸実験を行ったものである。

土の試料としては、もっともひずみ速度効果が少ないと思われる乾燥砂（豊浦標準

砂）とひずみ速度効果が顕著に現れると思われる粘性土について実施した。

３軸圧縮試験で応力・ひずみ関係を得るためには、軸方向応力（σ_1）、半径方向応力（σ_2）、軸方向ひずみ（ε_1）、および半径方向ひずみ（ε_2）、また有効応力を求めるためには間隙水圧（u）が各応力状態で求められなければならない。

静的載荷の場合には、これらの測定は比較的容易で、特に半径方向のひずみは体積ひずみをビューレットによって測定し、これから間接的に得られるが、高速時にはこの方法では測定できない。そのため、本実験では高速時のひずみ測定に非接触光学式変位計を用い、直接的にかつ非接触で計測を行った。

２．２　実験方法

２．２．１　高速載荷実験について[8)]

物体がある構造物に衝突した場合には、構造物の応答には次の３つの要因が考えられる。

１）　高速変形にともなう材料の応力・ひずみ関係および破壊限界の変化（ひずみ速度効果）

２）　応力波（弾性波および塑性波）の伝播、反射、重複による応答

３）　構造物全体の過渡応答

衝突速度が速いほど１）および２）の要因が支配的となり、静的時は３）の時間項が無視できる場合といえる。

このように考えると、材料のひずみ速度効果に着目した試験は２）の応力波の影響が入ってこないような試験でなければならない。

３軸圧縮試験を行う場合、供試体に物体を衝突させて実験を行うと、供試体の先端が突然移動し、それは応力波となって伝播速度Cをもって供試体内を伝播する。その大きさは、次式で示される。

$$\sigma=\rho Cv,\quad C=\sqrt{\frac{1d\sigma}{\rho d\varepsilon}} \quad \text{----------} (2.1\ a,b)$$

ここで ρ；密度，C ；伝播速度で弾性波の場合 $C=\sqrt{E/\rho}$、v は粒子速度である。

一方、載荷体を供試体に接触させておいて高速載荷を行う場合には、粒子の初速度

はほとんど0であり、突然の供試体端面での変位はない。応力波の発生を少なくするためには、このように供試体と載荷体を接触させておいて試験を行う必要がある。また、載荷速度が非常に速くなると材料の慣性力による抵抗も発生し、正しい実験ができなくなる。したがって、載荷速度にはおのずと限界がある。応力波の影響が無視できるのは破壊までの時間内に少なくとも１０回以上往復できることが必要とされている[1)]。したがって、破壊までの時間t_0および載荷速度 v_0 の限界は次式によって与えられる。

$$t_0 > \frac{20L}{C},\quad v_0 < \frac{C\varepsilon_f}{20} \qquad \text{----------(2.2 a,b)}$$

ここでLは供試体の長さ、ε_f；破壊時のひずみである。

本実験で用いた供試体は長さ（L）が10cm，伝播速度（C）が100 ～200m/secであるので、t_0 <1m/sec, V_0>10msとなる。

２．２．２　実験装置

静的から高速までの軸方向力を変化させるため、多連式油圧ポンプによる高速度載荷装置を作製した。この装置は、静的載荷用小型油圧ポンプおよび高速載荷用の大小

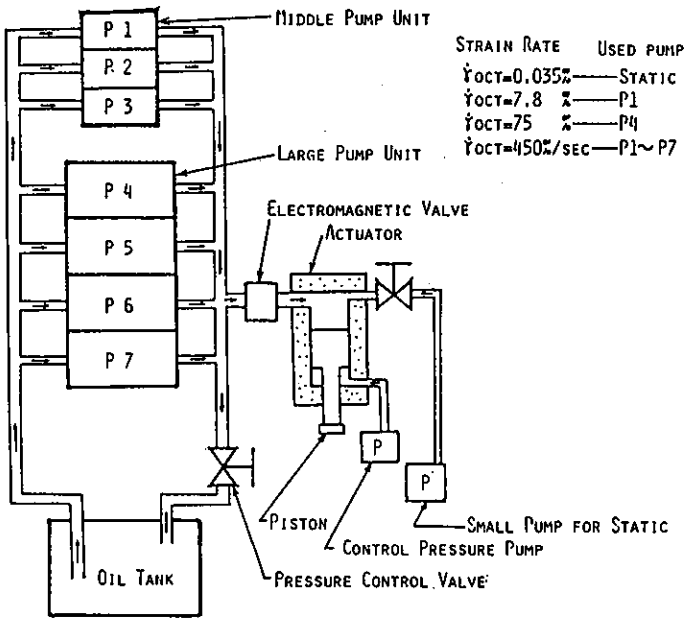


図２．１　高速載荷装置

７連の油圧ポンプを有しており、これらの組合せによって、静的（速度0.04mm/sec）から高速（ 600mm/sec ）までの速度を任意に与えることができる。図２．１は載荷装置の概要図である。本実験では載荷速度を４～５段階に変化させた。

図２．２は高速３軸圧縮試験のための装置の概要である。３軸セルは通常用いられている静的３軸圧縮試験用セルとほぼ同じものである。

通常３軸圧縮試験では水圧によって側圧を作用させるが、本実験では空気圧を用いた。この理由の第１は変位測定に光学式変位計を用いたためである。側圧の加圧に水圧を用いると光の屈折が大きいため、変位測定ができない。第２は、軸方向力を作用させるとピストンによって３軸セル内の容積変化が発生し、水の場合はセル内の圧力変化が大きくなる。特に、高速載荷時には圧力変化の発生を防ぐことができない。空気圧を用い、かつ大型アキュムレータを併用することによって載荷時の圧力変化の発生を防ぐことができる。

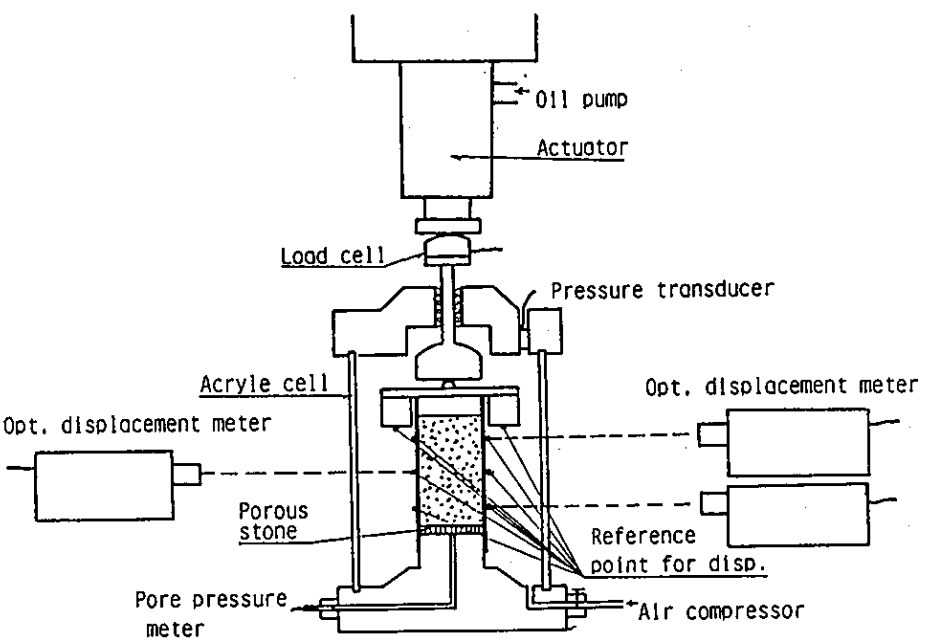


図　２．２　実験装置

変位測定には光学式変位計（オプトフォロー５００ＳＤ）を用いた。これは、試料の後方にバックライトを置き、試料面とライトとの陰影の移動量をカメラ部のイメージディテクターチューブによって追いながら変位を精度よく測定することができる。

図２．３は測定点を示す。半径方向変位は６点の平均を、軸方向変位は２点の平均から求めた。

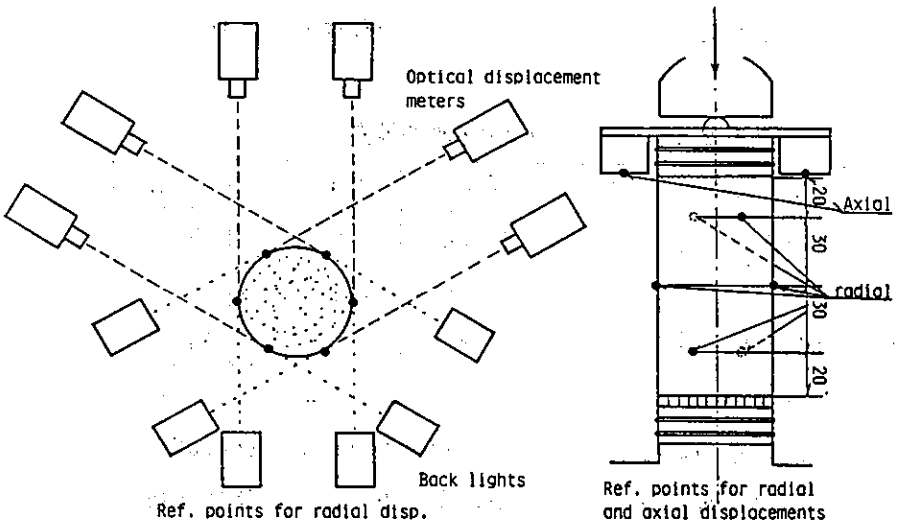


図２．３　ひずみ測定位置

軸方向力はロードセル、圧力は半導体圧力変換器によって測定した。

計測方法およびデータの処理は図２．４に示す計測ブロックダイヤグラムによって

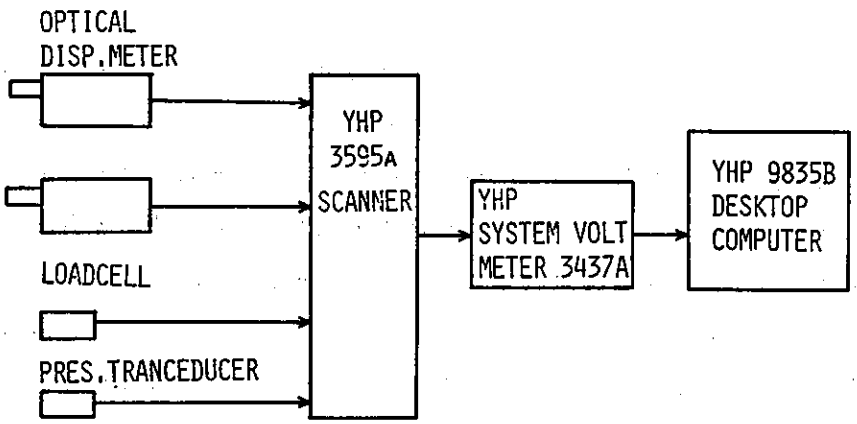


図２．４　計測ブロック図

行った。すなわち、ピックアップからの信号をスキャナーを通じディジタルヴォルトメータへ、さらにデスクトップコンピュタのメモリーに記録され、所要の計算処理の後プリントまたはプロットされる。

２．２．３　土質試料

使用した土は豊浦産標準砂と福島県白河町の粘性土である。砂は気乾状態であり、締め固めながら供試体を作成し、0.1kg/cm^2 の負圧を作用させて試料を自立させた。粘性土は練り返したもので締め固めながら試料を作成した。粘性土の物理的性質を表２．１に示す。

表２．１　粘性土の物理的性質

粘土	シルト	砂	Ｇｓ	ＬＬ	ＰＬ
38%	48%	17%	2.624	62%	51%
ＰＩ	w	e	γ_t (g/cm^3)	γ_d (g/cm^3)	Ｓｒ
11%	93.55%	2.501	1.451	0.75	98.1%

２．２．４　載荷方法

３軸セル内に試料を設置し、側圧を0.1MPa，0.2MPaおよび0.3MPaで加圧し、約３０分放置した後、所要の軸方向載荷速度で載荷した。試験条件は非排水非圧密試験である。

２．３　砂に関する実験結果と考察[9),10)]

２．３．１　等方圧縮時の体積ひずみ

等方圧縮時の体積ひずみと平均応力 σ_m との関係は、後述の弾塑性理論での体積ひずみ硬化説で重要な役割を果すデータである。

図２．５は本実験で得られた等方圧縮時での体積ひずみと応力の１次不変量（$J_1 = 3\sigma_m$）である。西ら[13)]によると0.4MPa程度の低応力下でも、砂に等方圧縮の載荷除荷を繰り返す場合、処女載荷後除荷すると可逆的な残留ひずみは50%にも達する。さらに再載荷時を行うと、処女載荷時の除荷点に再び達しその延長線上を通る典型的な弾塑性形状を示すので低応力下の等方圧縮時の応力・ひずみ関係は塑性部分を無視できないと述べている。本実験での応力・ひずみ関係はバラツキも少なく、信頼性のあるデータが得られた。

２．３．２　せん断時の挙動

図２．６は側圧（σ_2）が0.3MPaの時の高速と低速載荷時の応力・ひずみ関係の相

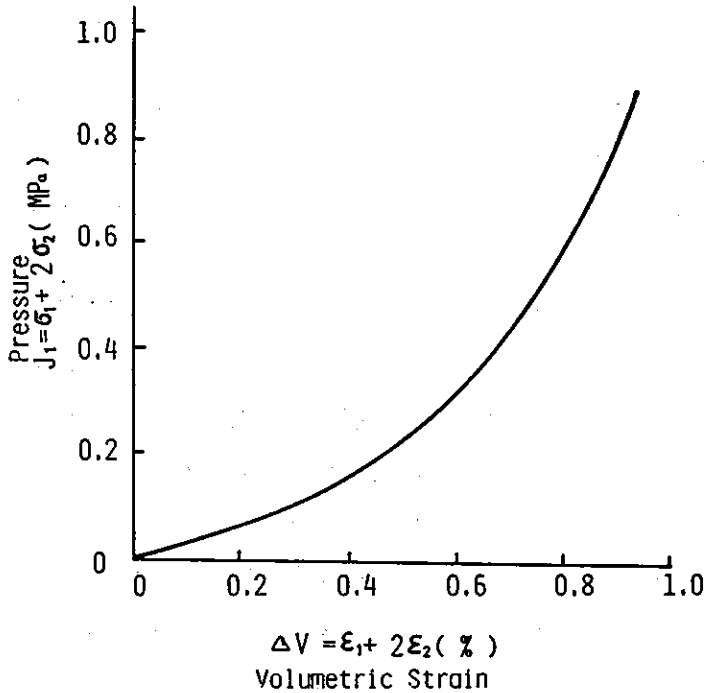


図２．５　等方圧縮時の応力・ひずみ関係（砂）

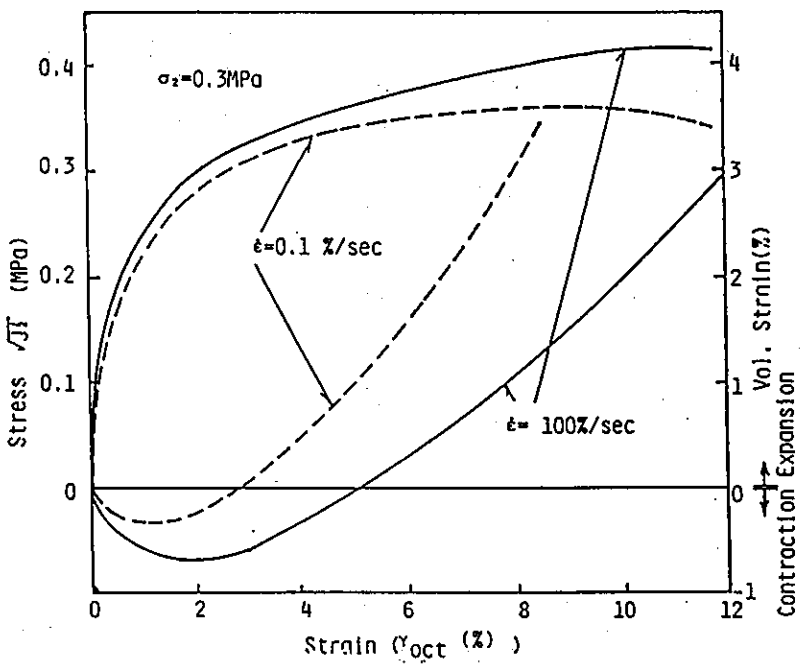


図２．６　各ひずみ速度による応力・ひずみ関係（砂）

違を示したものである。図から高速と低速との応力・ひずみ関係の特徴は、高速時の強度が大きくなることはもちろんであるが、正のダイレイタンシーが生じにくくなることがわかる。また、最大強度のときのせん断ひずみが高速時には大きくなることも示された。

図２．７は破壊強度および破壊時のひずみに与えるひずみ速度効果について示したものである。図の左側縦軸に破壊時（応力の最大時）の偏差応力の２次不変量の平方根（$\sqrt{J_2'}=(\sigma_1-\sigma_2)/\sqrt{3}$）を、右側縦軸に八面体せん断ひずみ（ γ_{oct} ）を、横軸にはひずみ速度の対数を示した。それぞれの側圧 σ_2 に対し、ひずみ速度とともに破壊強度は大きくなる傾向が見られる。また、破壊時のひずみは、非常に大きくなることが判明した。バラツキはあるが、破壊時のせん断強度は低速時に比較し高速時には約10～20％の強度増加があり、破壊時せん断ひずみは２０～４０％も増大することが判明した。

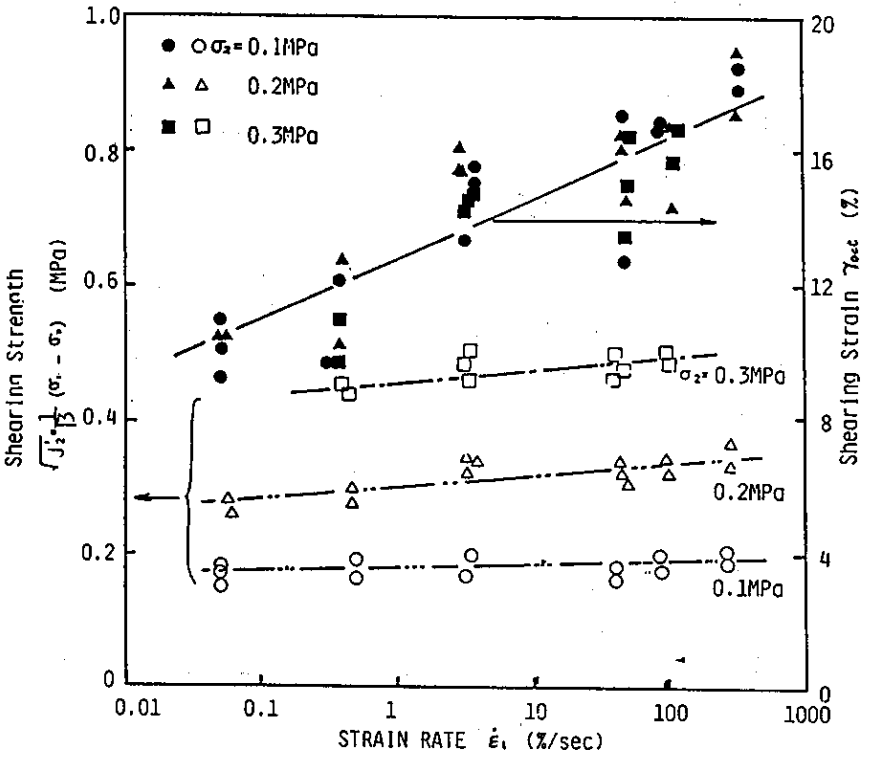


図２．７　破壊強度およびせん断ひずみに対するひずみ速度効果

図２．８は最も速い載荷速度と最も遅い載荷速度のときの破壊包絡線の相違を示したものである。図から明らかなように、低速の場合の破壊包絡線より高速の場合のそれの方が上にあり、しかも勾配が急になる。このことは、高速時には内部摩擦角が大きくなることを示している。

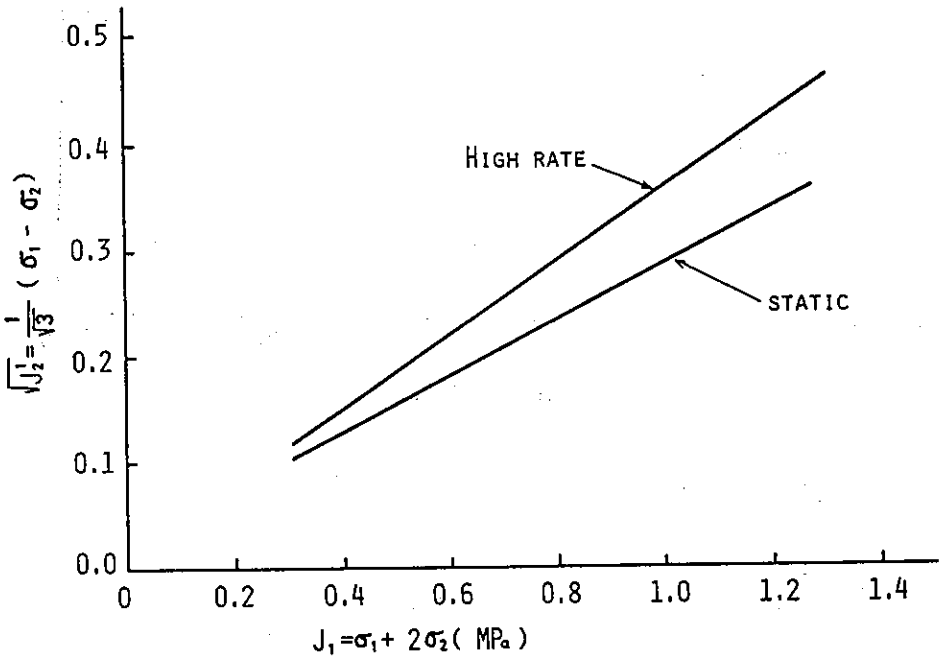


図２．８　ひずみ速度による破壊包絡線の相違（砂）

図２．９は、これらの結果をまとめたものである。縦軸に応力比 $\sqrt{J_2'}/J_1$、横軸にひずみ速度の対数を示した。図の上の線は破壊時の応力比を下方の線はダイレイタンシーによる体積ひずみが正から負に変換するときの応力比である。両方の応力比はひずみ速度とほぼ直線関係にあり、後者の方がひずみ速度依存性が強い。

図２．１０は接線せん断係数Ｇのひずみ速度依存性を示すため、各せん断ひずみに対する接線係数を計算し　γ＝0.5%のときのＧを１として無次元化したものである。

静的載荷時にはせん断ひずみの増加とともにＧは急激に減少するのに対し高速時には減少の割合が小さい。接線係数はひずみ依存性とともにひずみ速度依存性があることがわかった。

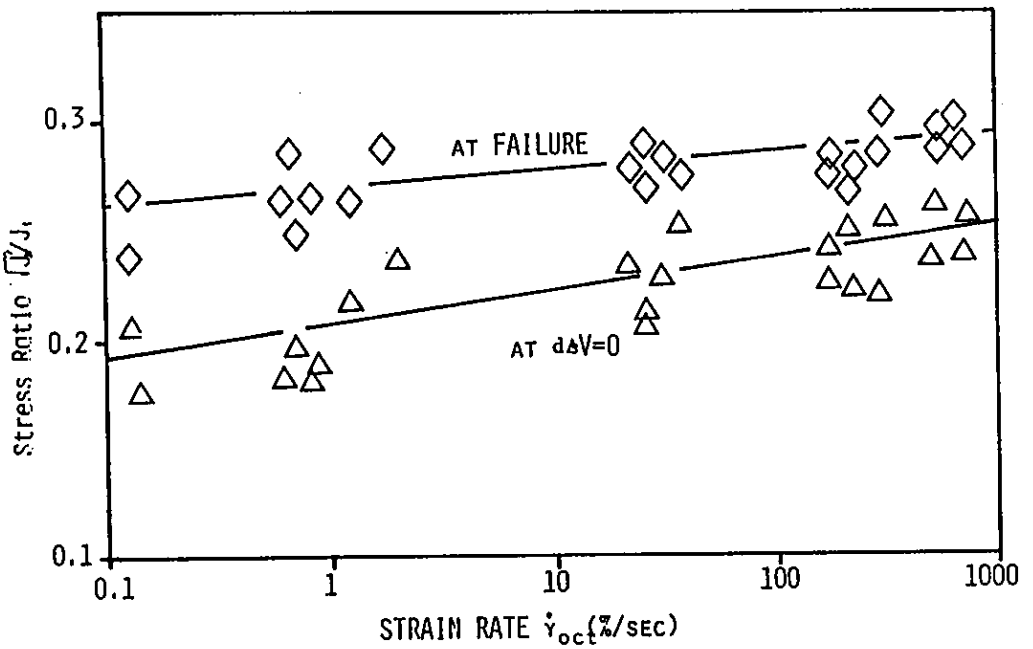


図２．９　応力比とひずみ速度との関係（砂）

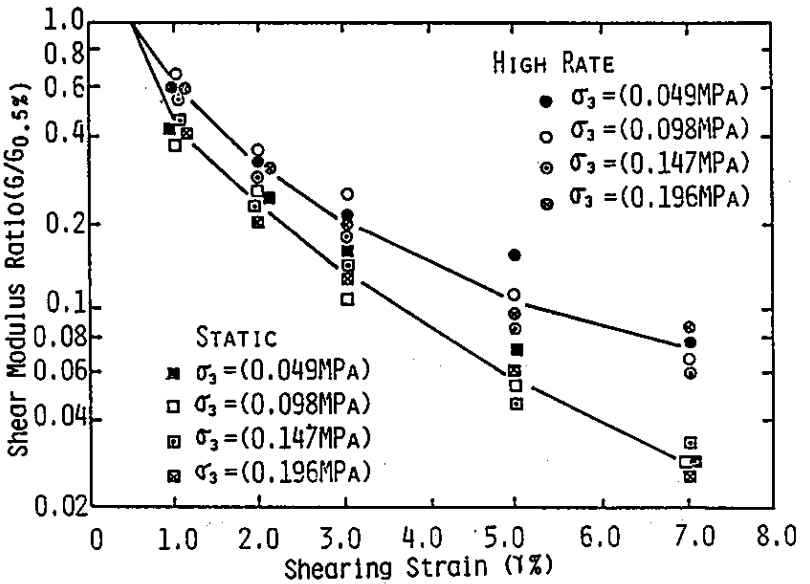


図２．１０　各せん断ひずみ時の接線係数比

このように高速載荷を受ける砂の破壊強度およびせん断剛性が大きくなる原因は定性的には次のように考えられる。

静的載荷のときは砂の種々の粒子配列の中で弱い部分から移動し、粒子の再配列が行われながら変形するのに対し、高速載荷の場合には粒子の再配列の時間的余裕がなく、種々の粒子配列を持つ構造が強い部分も含めて同時に抵抗するためであると考えられる。このことを示唆する現象として、静的載荷の場合には、破壊形状が樽型形状を示し、破壊によるすべり線は現れないのに対し、高速載荷の場合には明瞭なすべり線が観察された。

本実験から得られた応力比とひずみ速度とは次の関係式で与えられた。

$$\text{Case A (at failure)}: \sqrt{J_2}/J_1 = 0.28 + 0.009 \log \dot{\gamma}_{oct} \quad \text{-- (2.3)}$$

$$\text{Case B (at } d\Delta V=0\text{)}: \sqrt{J_2}/J_1 = 0.24 + 0.015 \log \dot{\gamma}_{oct} \quad \text{-- (2.4)}$$

２．４　粘性土に関する実験結果と考察[11),12)]

２．４．１　等方圧縮時の体積ひずみと平均応力

使用した粘性土は表２．１に示したように練り返して締め固めたもので湿潤密度1.451g/cm^3、含水比93%、飽和度98.1%の不飽和土である。実験条件が非排水条件であるので等方圧縮時の体積ひずみはほとんど空気の圧縮によるものと考えられる。

図２．１１の実線は本実験によって得られた等方圧縮時の体積ひずみと応力１次不変量との関係の平均値を示した。図から明らかなように上に凹の応力・ひずみ関係であることがわかる。この関係は後述の弾塑性理論の硬化パラメータとして用いることができる。

Cristescu[14)]はLiahovの考え方をまとめて、等方圧縮時の土の密度と圧力の関係を提唱した。

土は３つの媒体から成立し、それぞれ異なる圧縮性を有し、空気は等エントロピーであり水および土粒子はエントロピーに依存しないものとして次のような関係式を導いている。

$$\rho=\rho_0\left[\alpha_1(P/P_0)^{-1/\gamma_1}+\alpha_2\left\{\frac{\gamma_2(P-P_0)}{\rho_2 C_2^2}+1\right\}^{-1/\gamma_2}+\alpha_3\left\{\frac{\gamma_3(P-P_0)}{\rho_3 C_3^2}+1\right\}^{-1/\gamma_3}\right]^{-1} \quad \text{----------} (2.5)$$

ここで ρ_0；土の初期湿潤密度，ρ；そのときの密度、α；単位体積中の各相の割合、P；圧力、P_0；初期圧力、γ；比熱比、C；伝播速度，添字1は空気、2は水、3は粒子を示す。

体積ひずみ ε_v と密度とは次の関係式で与えられる。

$$\varepsilon_v=1-\rho/\rho_0 \quad \text{----------} (2.6)$$

以上の式に本実験で用いた土の試料の値を代入して計算を行って $P-\varepsilon_v$ の関係を求めてプロットした結果を図２．１１に示した。ここで用いた値は含水比、湿潤密度、土粒子の比重から単位体積中の割合を求めたもので、$\alpha_1=0.0256$, $\alpha_2=0.6873$, $\alpha_3=0.2871$ である。また、他のパラメータはLiahovが用いたものと同じ値を用い、以下のとおりである。

$\gamma_1=1.4$, $\gamma_2=3$,
$\gamma_3=3$, $\rho_2=1g/cm^3$,
$\rho_3=2.65g/cm^3$,
$C_2=1500m/sec$,
$C_3=4500m/sec$。

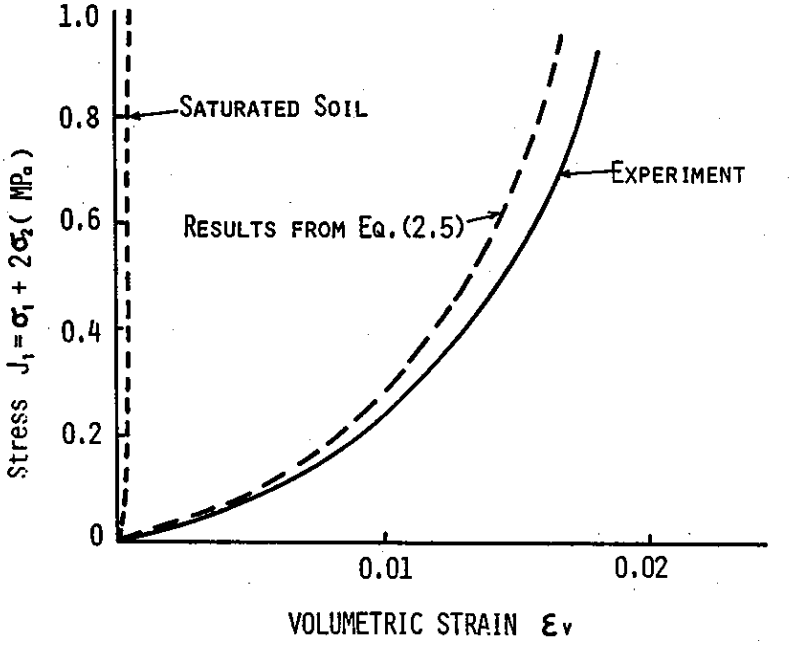


図２．１１　等方圧縮時の応力・ひずみ関係（粘性土）

また、図のもっとも左の線は飽和度100%のときのものでほとんど直線的になり、不飽和土の体積ひずみはほとんど空気の圧縮によって発生することを示している。しかし、この関係は砂にはあてはまらない。この理由は砂の粒子間の接触による応力の評価ができないためであると思われる。

図２．１１からLiahovの理論で粘性土の場合の体積ひずみと平均応力の関係が求められる。

２．４．２　せん断時の挙動

図２．１２は側圧0.2MPaのときの各ひずみ速度に応じる応力・ひずみ関係を示す。本実験で用いた粘性土試料は練り返した高い含水量の試料である。したがって、応力・ひずみ関係は載荷初期から曲線を示し、明確なピークは現われない。また正のダイレイタンシーが最初から生じる。

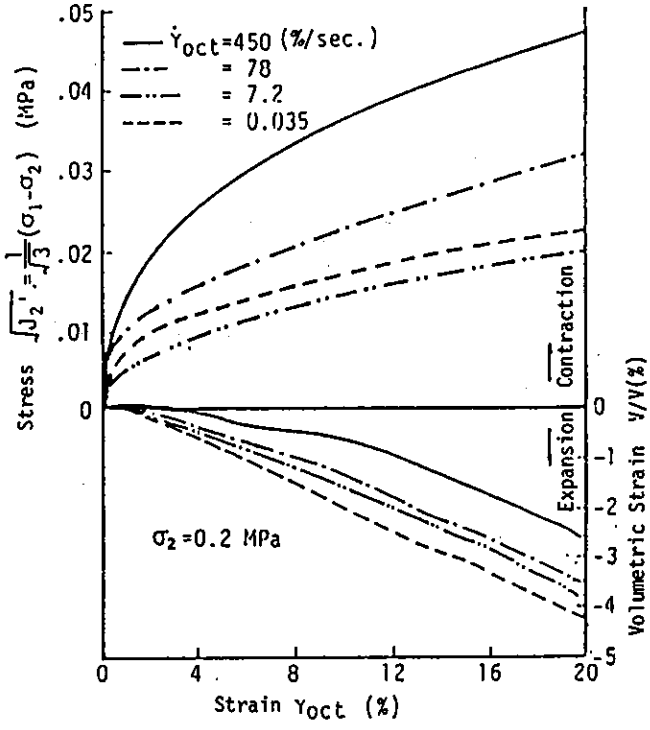


図２．１２　各ひずみ速度による応力・ひずみ関係（粘性土）

図から明らかなように、同一ひずみに対するせん断応力はひずみ速度とともに増加し、初期せん断係数も同様に大きくなる。γ_{oct}＝20% のときのせん断応力をせん断強度とみなした場合、静的載荷に比し、高速載荷では、約2.5 倍の強度増加があり初期せん断係数も２～３倍になることが判明した。また高速載荷時には体積ひずみが小さく膨張しにくくなる傾向も見られた。

図２．１３は　γ_{oct}=20%のときのせん断応力をせん断強度としたときの破壊包絡線を$\sqrt{J_2'}$,J_1面にそれぞれのひずみ速度に応じてプロットしたものである。図から明らか

なように、静的載荷（ $\dot{\gamma}_{oct}$=0.036%/sec ）のときは、J_1が大きくなってもせん断強度は変化せず粘着力のみによって抵抗する粘土特有の現象が見られる。しかし、ひず

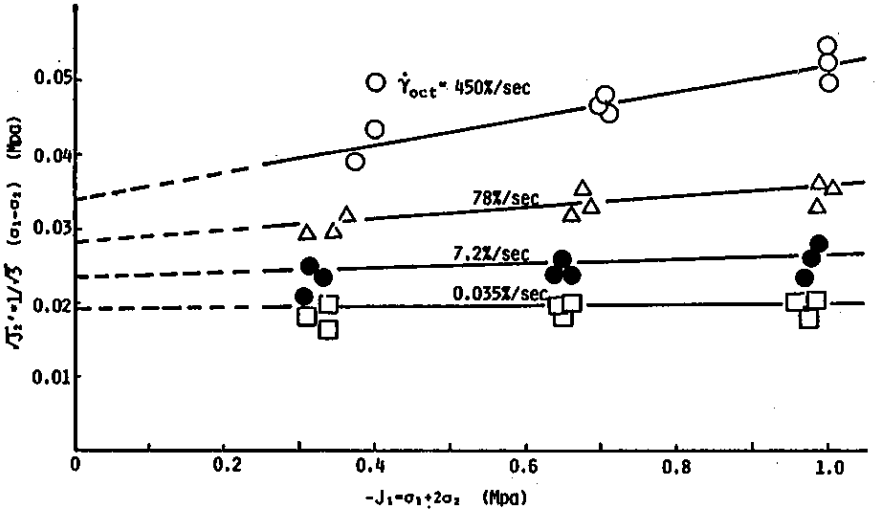


図２．１３　各ひずみ速度による破壊包絡線

み速度を増加させると破壊包絡線が上方に移動していくとともに勾配が大きくなる傾向が見られる。いいかえれば、側圧の影響が現われる。

図２．１４はせん断強度$\sqrt{J_2'}$とひずみ速度（ $\dot{\gamma}_{oct}$ ）の対数の関係を示したものである。せん断強度はひずみ速度とともに増加しひずみ速度が $\dot{\gamma}_{oct}$ ＝10%/sec 以上になると急に増加量か大きくなる。静的載荷に比較して高速載荷時には約２．５倍の強度増加が認められる。さらに、側圧が大きくなるほど増加率が大きい。これらの原因を考察するためにモール・クーロンの降伏条件式に対応させて非排水粘着力 c_u および内部摩擦角φ_u を計算してひずみ速度との関係を図２．１５にプロットした。内部摩擦角は非常に小さいが図から見られるようにφ_u 、c_u の両者ともひずみ速度とともに増加する。しかし、φ_u は $\dot{\gamma}_{oct}$ ＝10%/sec 以上になると急に大きくなる。このことは、静的載荷の粘性土の特性である粘着力のみによって抵抗する特性が失なわれ、見かけ上の内部摩擦角が大きくなることを示している。

本実験によって得られた内部摩擦角および粘着力はひずみ速度の対数の３次式で近似すると次式のように表わされる。

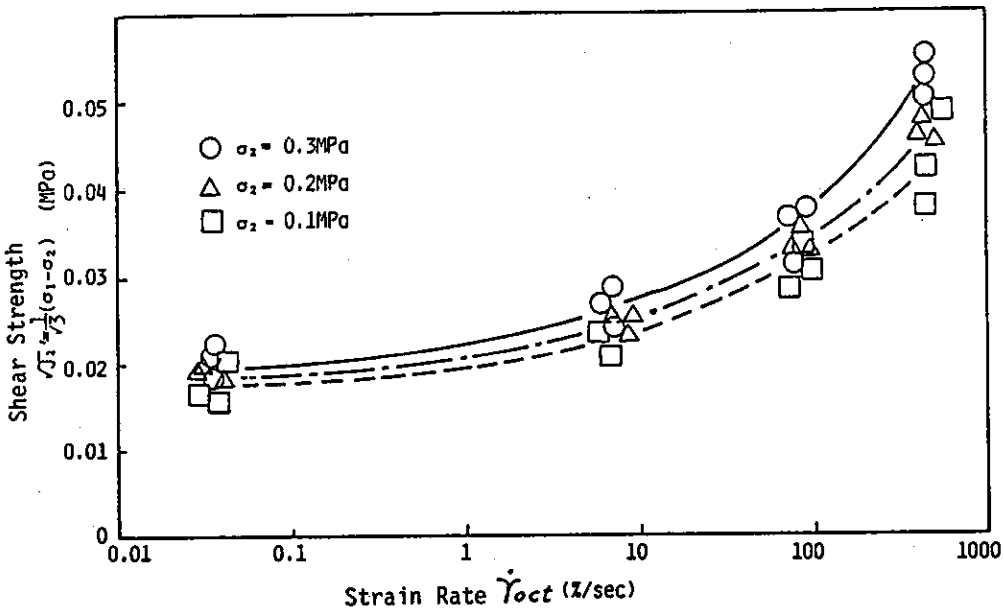


図２．１４　せん断強度に与えるひずみ速度の影響（粘性土）

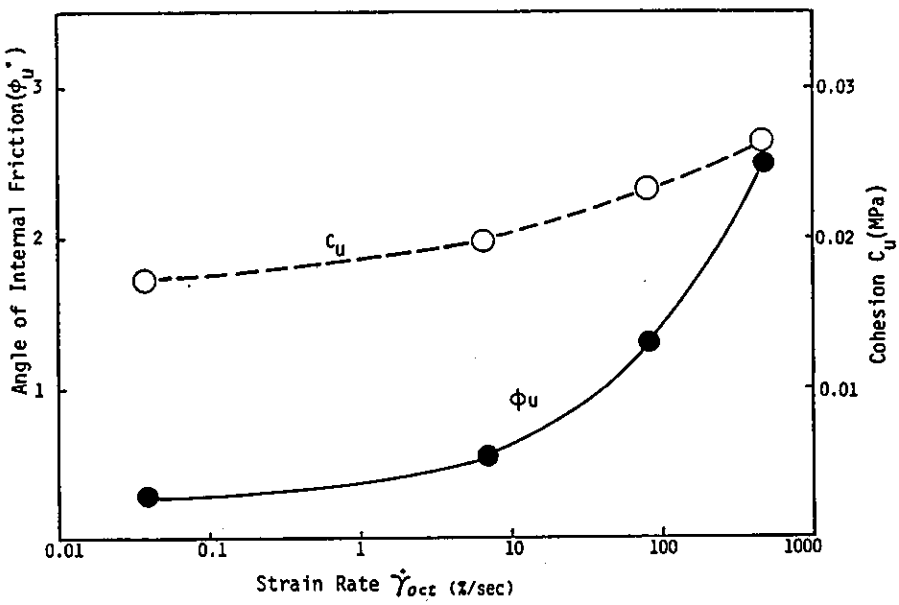


図２．１５　φ_u、C_u のひずみ速度依存性（粘性土）

$$\varphi_u = 0.09(\log\dot{\gamma}_{oct})^3 + 0.148(\log\dot{\gamma}_{oct})^2 - 0.053(\log\dot{\gamma}_{oct}) + 0.29 \quad \text{----------} (2.7)$$

$$c_u = 0.000267(\log\dot{\gamma}_{oct})^3 + 0.000561(\log\dot{\gamma}_{oct})^2 + 0.000829(\log\dot{\gamma}_{oct}) + 0.018 \quad \text{----------} (2.8)$$

粘性土の高速圧縮強度は一般に含水量が高いほど大きくなることが知られている。本実験で用いた粘性土の含水比は93.55%であり、かなり高いためひずみ速度効果が大きく発生している。図２．１４の傾向を見ると、さらに大きなひずみ速度の領域ではより大きいひずみ速度効果があることが予想される。

なお、この実験では、せん断中の間隙水圧の測定も実施したが高速載荷になるほど測定結果には信頼性がなくなるのでその傾向についてのみ述べる。

せん断中の間隙水圧の測定結果では、高速になるほど間隙水圧の発生が遅れ、その値も小さくなる。これも高速時のひずみ速度効果の原因の一つと考えられる。

大崎ら[15),16)]は、多数の粘性土の高速圧縮試験結果をまとめ、含水比が大きいと載荷速度が同じでも強度の増加率が大きいということを示した。そこで、これは液性指数と載荷速度の関数であるとして次式によって強度増加率を示した。

$$\sigma_T = \sigma_S \left\{ 1 + 0.001(IL + 100)\log\frac{100}{t_a} \right\} \quad \text{----------} (2.9)$$

ここで σ_S は静的、σ_T は高速時のせん断強度、ＩＬは液性指数、t_a は破壊までの時間である。この式に本実験に用いた実験条件を代入すると最高速度の場合 $\sigma_T/\sigma_S = 2.91$ が得られる。本実験では2.5 であるのでほぼ一致する。

以上述べたように高速載荷による強度増加は認められるが、その原因についてはいくつかの仮説がある。しかし、明確な理論はまだ明らかにされていないので、現段階では実験的にひずみ速度効果を求める必要がある。

２．５　結言

本章では砂および粘性土が高速載荷を受けた場合、応力・ひずみ関係に与えるひずみ速度効果を求めるため、多連式油圧ポンプ方式による高速載荷装置を用いて、載荷

速度を変化させた3軸圧縮試験について述べた。

本実験で得られた結果をまとめると以下のようになる。

1） 砂のせん断強度に与えるひずみ速度効果は比較的少なく、静的載荷時と比較すると高速載荷時では約15% の強度増加がある。

2） 砂の内部摩擦角もせん断強度と同程度の増加がある。

3） 破壊時の砂のせん断ひずみは、載荷速度が大きくなると、非常に大きくなり、約40% 増加する。

4） 粘性土のせん断強度に与えるひずみ速度効果は非常に大きく、静的載荷と比較して高速載荷時には2.5 倍の強度増加がある。

5） 粘性土の強度増加は、粘着力と内部摩擦角の増加が原因であるが、内部摩擦角のひずみ速度効果の方が大きい。

6） 粘性土のひずみ速度効果は、ひずみ速度($\dot{\gamma}_{oct}$)が10%/sec 以上になると急に大きくなり、実験では与えられなかったひずみ速度450%/sec以上になるとさらに大きいひずみ速度効果が予想される。

参考文献

1) Whitman, R.V. and K.A. Hearly : Shear Strength of Sands During Rapid Loadings, Proc. of ASCE, SM2, pp. 99-133. April ,1962.

2) Casagrande,A. and W. L. Shammon : Research on Stress-Deformation and Strength Characteristics of Soil and Rocks Under Transient Loadings, Harvard Univ. 1962.

3) Whitman, R. V. : The Response of Soils to Dynamic Loadings, Massachusetts Institute of Technology, May, 1970.

4) 大崎　順彦、岸田　英明、小泉　安則：土の動的力学性質の研究（その2.速度を変化させた1 軸圧縮試験機）、日本建築学会論文報告集、第57号、1957年7 月.

5) 大崎　順彦、岸田　英明、中島　志郎、：土の動的力学性質の研究（その3.速度を変化させた1 軸圧縮試験）、日本建築学会論文報告集、第60号、1958年10月.

6) Adachi,T. and M. Okano : A Constitutive Equation for Normally Consolidated Clay , Soil and Foundations Vol. 14, No. 4, pp. 55-73 , Dec., 1974.

7) 松井　保、阿部　信晴：土の弾塑性有限要素法解析について、土木学会第34回年次学術講演会概要集、第3 部、pp. 303 ～304, 1979 年10月.

8) 竹田　仁一、立川　博之、藤本　一男：コンクリートと衝撃（衝撃を受けるコンクリートの性状と実験）、コンクリート工学　Vol.15. 、pp. 1-12、1972年4 月

9) 伊藤　冨雄、藤本　一男、：高速載荷時の砂の応力・ひずみ特性、第14回土質工学研究発表会講演集、pp. 549 ～552, 54 年6 月.

10) 伊藤　冨雄、藤本　一男：ひずみ速度効果を考慮した砂の応力ひずみ関係、第16回土質工学研究発表会講演集、pp. 561 ～564, 56 年6 月.

11) 伊藤　冨雄、藤本　一男：高速載荷時の粘性土の応力ひずみ特性、第17回土質工学研究発表会講演集、pp. 1737～1740, 57年6 月.

12) 藤本　一男：高速載荷時の土の応力・ひずみ関係、第1 回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集、1983年7 月.

13)　西　好一、江刺　靖行：弾塑性理論に基づく砂の応力・ひずみ関係、電力中央研究所報告376014、1977年4 月.

14) Cristecu, N. : Dynamic Plastisuty, North-Holland Pub. Co.,p 549,1967.

15) Ohsaki, Y. : On Compressive Strength of Undisturbed Cohesive Soils Under Transient Loading, Trans. of the Architectural Inst. of Japan., No. 98, May, 1964.

16) 土質学会、土の動的性質とその応用、pp. 37～54, 昭和40年1 月.

第３章　ひずみ速度を考慮した土の構土の構成方程式[1)]

３．１　緒言

高速載荷を受ける土と構造物との動的相互作用を解析的に解明するためには、そのときの土の構成方程式が必要となる。

土の構成方程式には極めて多くの提案がなされており、また、弾塑性あるいは弾粘塑性理論に基づく提案も松井ら[2)]によって総括的にまとめられている。しかし、高速載荷を受ける土の構成方程式に関するものはあまり見受られない。

一方、高速荷重を受ける地中構造物の応答解析については、いくつかの研究が行われている。Baron ら[3)]は土の構成方程式の３つのモデルを用いて、爆発荷重を受ける地盤振動の解析を行ない、それぞれのモデルの利点欠点を比較検討した。その結果、どのモデルもそれほど大きな相違はないが、キャップモデルがもっとも理論的であり有効であると述べている。　しかし、これらの研究では、対象とした土が砂の場合が多く、第２章で述べたように、ひずみ速度の影響があまり存在しないため計算結果と実験結果とが比較的よく一致したものと思われる。しかし、粘性土の場合にはひずみ速度効果を考慮しなければ正しい結果は得られないと考えられる。

ここでは、キャップモデルにひずみ速度効果を導入して土の動的な構成方程式を定式化することを試みる。

キャップモデルは当初Sandler ら[4)]が提唱し、多くの動的問題に利用できることを述べ、最近では、Yamadaら[5)]がエネルギー概念からキャップモデルのパラメータをいかに設定するべきかを提唱した。

しかし、これらのキャップモデルにひずみ速度効果を考慮したものはない。ひずみ速度効果のような時間依存の降伏関数についてはPerzyna[6)]の超過応力の考え方を応用したZienkiewicz[7)]や赤井ら[8)]の弾粘塑性モデルがあり、これらは圧密やクリープ現象の解析を目的としている。

本章での目的は高速載荷時の土の構成方程式を求めることである。

第２章で述べたように、土のひずみ速度効果の第１は破壊包絡線に現われることであり、第２は初期接線係数が変化することである。第２の条件は計測が非常に困難でバラツキが大きいためここでは考慮しない。

Sandler ら[9] の楕円型キャップモデルに単純に破壊包絡線がひずみ速度によって変化するという条件を導入すれば、静的なモデルと同様に定式化することができる。

３．２　楕円型キャップモデル

Sandler ら[9] の提唱した楕円型キャップモデルは、修正Drucker- Prager の降伏条件と硬化を示すキャップの降伏曲面からなっている。すなわち、降伏条件はVon Mises と Drucker-Prager の両者を指数関数で漸近させる形なっている。しかし、実験結果では、Drucker-Pragerの降伏関数で十分であることが判明したので、単純にDrucker-Pragerの降伏関数を採用する。

Drucker-Pragerの降伏関数はよく知られているように次式で表わせる。[10]（以下Ｄ－Ｐモデルと称する。）

$$F=\sqrt{J_2'}=-\alpha J_1+k \quad \text{----------} (3.1)$$

ここで$\sqrt{J_2'}$は偏差応力の２次不変量、J_1は応力の１次不変量、α、ｋはそれぞれ内部摩擦角 φ_uおよび粘着力 c_u に対応する係数である。

第２章で述べたように φ_u 、c_u は式（２．７）および式（２．８）よりひずみ速度依存性であることがわかっており、粘性土の場合は次式によって表わされる。

$$\varphi_u(\dot{\gamma}_{oct})=a_1(\log\dot{\gamma}_{oct})^3+a_2(\log\dot{\gamma}_{oct})^2+a_3(\log\dot{\gamma}_{oct})+a_4 \quad -(3.2)$$

$$c_u(\dot{\gamma}_{oct})=b_1(\log\dot{\gamma}_{oct})^3+b_2(\log\dot{\gamma}_{oct})^2+b_3(\log\dot{\gamma}_{oct})+b_4 \quad -(3.3)$$

ここで a_1 ,,, a_4、 b_1,,, b_4 は実験によって得られる係数である。

したがって、Ｄ－Ｐモデルの係数α、ｋは次式によって得られる。

$$\alpha(\dot{\gamma}_{oct})=\frac{2\sin\varphi_u(\dot{\gamma}_{oct})}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi_u(\dot{\gamma}_{oct}))} \quad \text{----------} (3.4)$$

$$k(\dot{\gamma}_{oct})=\frac{6c_u(\dot{\gamma}_{oct})\cos\varphi_u(\dot{\gamma}_{oct})}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi_u(\dot{\gamma}_{oct}))} \quad \text{----------(3.5)}$$

ただし、砂の場合はD－Pモデルの係数のうち k=0　である。

一方、楕円型キャップ降伏曲面はSandler らが提唱したように次式のように表される。

$$F_C=\sqrt{J_2}=\frac{1}{R}\sqrt{(L(\kappa)-X(\kappa))^2-(J_1-X(\kappa))^2} \quad \text{----------(3.6)}$$

ここでRは土質によって定まる定数で楕円の長軸と短軸の比であり、κ は硬化関数である。また、$L(\kappa)$　は楕円の頂点での J_1を$X(\kappa)$ は J_1 軸と楕円の交点である。したがって、D－Pモデルとキャップモデルとは図３．１に示すようになり、その交点は　$F_f=F_c$ であり、また $J_1=L(\kappa)$であるから$X(\kappa)$,$L(\kappa)$の関係は次式のように表わされる。

$$X(\kappa)=L(\kappa)-RF_f(\dot{\gamma}_{oct}) \quad \text{----------(3.7)}$$

また硬化パラメータ κ と L　の関係はSandler が示したように次式となる。

$$\left.\begin{array}{ll} L=\kappa & \kappa<0 \\ L=0 & \kappa>0 \end{array}\right\} \quad \text{----------(3.8)}$$

ここで、F_f はひずみ速度の関数によって与えられるので定数Rおよび$X(\kappa)$ を一定とすれば図３．１に示すようにひずみ速度 $\dot{\gamma}_{oct}$ をパラメータとしてD－Pモデルおよびキャップモデル双方が移動することになる。

体積ひずみ硬化説に従うものと仮定すると硬化パラメータκは塑性体積ひずみの関数でなければならない。これは、図３．１の J_1 軸上の応力経路、すなわち$X(\kappa)$ とそれに対応する塑性体積ひずみε_v^p との関係および式（３．７）から得られる。
なお、$X(\kappa)$ と塑性体積ひずみε_v^p との関係は本来高速載荷時にはひずみ速度に依存すると考えられるが、実験的に求めることが困難であるので静的載荷時の関係を用いることにする。

$X(\kappa)$ とε_v^p の関係は静的等方圧縮実験から求められ次式によって表わすことがで

る。

$$\varepsilon_v^p = f(X(\kappa)) \quad \text{----------} (3.9)$$

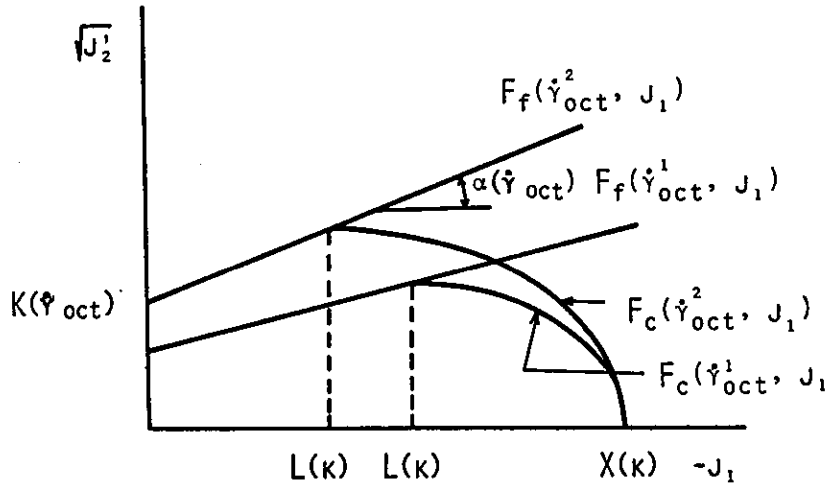


図３．１　楕円型キャップモデルのひずみ速度による変化

Sandler らは、体積弾性係数、せん断弾性係数および定数Ｒが各応力レベルによって変化するとして非常に多くのパラメータを用いたモデルを提案しているが、極めて複雑となるのでここでは単純にこれらのパラメータは一定であると仮定する。

以上述べたように降伏条件が求められると静的な弾塑性理論と同様の手法で応力・ひずみ関係が得られるが、ここでは、関連流動則 (Associated flow rule)[7]に基づいた弾塑性理論を用いる。

有限要素法を用いた数値解析を行う場合、増分型の応力・ひずみマトッリクスD^{ep}が必要となる。

関連流動則および体積ひずみ硬化説をにもとづく弾塑性理論を用いて D^{ep} を誘導するには以下のような手順を用いる。

全ひずみ増分を $d\varepsilon_{ij}$、弾性ひずみ増分を$d\varepsilon^e_{ij}$、塑性ひずみ増分を$d\varepsilon^p_{ij}$ とすると全ひずみ増分および弾性ひずみ増分は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon^e_{ij} + d\varepsilon^p_{ij} \quad \text{----------} (3.10)$$

$$d\varepsilon^e_{ij} = \frac{1}{9K}\delta_{ij}d\sigma_{kk} + \frac{1}{2G}(d\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}d\sigma_{kk}) \quad \text{----------} (3.11)$$

ここで、K，Gはそれぞれ体積およびせん断弾性係数、$d\sigma_{ij}$ は応力増分、δ_{ij} はディラックのデルタ関数である。塑性状態にある場合、塑性ひずみ増分は直交法則から次式によって表わされる。

$$d\varepsilon_{ij}^{p}=d\lambda\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}} \quad \text{----------} (3.12)$$

ここで $d\lambda$ は正のスカラーである。塑性変形過程においてはPragerの適合条件を満足しなければならないので降伏関数の増分は次式で与えられる。

$$dF=\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}d\sigma_{ij}+\frac{\partial F}{\partial\varepsilon_{ij}^{p}}d\varepsilon_{ij}^{p}=0 \quad \text{----------} (3.13)$$

式（３．１１）、式（３．１２）、式（３．１３）を式（３．１０）式に代入すると応力増分 $d\sigma_{ij}$ は次式によって与えられる。

$$d\sigma_{ij}=2Gd\varepsilon_{ij}+(K-\frac{2}{3}G)\delta_{ij}\,(d\varepsilon_{kk}-d\lambda\frac{\partial F}{\partial\sigma_{rs}}\delta_{rs})-2Gd\lambda\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}} \quad \text{-----} (3.14)$$

式（３．１４）に $\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}$ を乗じて$d\lambda$ についてとくと、

$$d\lambda=\frac{\frac{\partial F}{\partial\sigma_{rs}}\left\{(K-\frac{2}{3}G)\delta_{rs}d\varepsilon_{kk}+2Gde_{rs}\right\}}{K(\frac{\partial F}{\partial\sigma_{rs}})+2G(\frac{\partial F}{\partial\sigma_{rs}}-\frac{1}{3}\frac{\partial F}{\partial\sigma_{pq}}\delta_{pq}\delta_{rs})-\frac{\partial F}{\partial\sigma_{rs}}\frac{\partial F}{\partial\varepsilon_{rs}^{p}}} \quad \text{----------} (3.15)$$

が得られる。ここで $de_{rs}=d\varepsilon_{rs}-d\varepsilon_{kk}/3$ で偏差ひずみ増分を示す。
式（３．１４）を応力の不変量のみで表わすと、

$$\left.\begin{aligned} J_1&=\sigma_{ij}\delta_{ij}=\sigma_{kk} \\ J_2'&=\frac{1}{2}(\sigma_{ij}-\frac{1}{3}J_1\delta_{ij})(\sigma_{ij}-\frac{1}{3}J_1\delta_{ij}) \end{aligned}\right\} \text{----------} (3.16)$$

であり、 式（３．１６）から次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}=\frac{\partial F}{\partial J_1}\frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{ij}}+\frac{1}{2\sqrt{J_2}}\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}=\frac{\partial F}{\partial J_1}+\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}\frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}}\\&\frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p_{rs}}=\frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p_v}\frac{\partial \varepsilon^p_v}{\partial \varepsilon^p_{rs}}=\frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p_v}\delta_{rs}\end{aligned}\right\}\text{----------}(3.17)$$

これらの値を式（３．１４）代入すると次式が得られる。

$$d\sigma_{ij}=K\delta_{ij}(d\varepsilon_{kk}-3d\lambda)\frac{\partial F}{\partial J_1}+2G(de_{ij}-d\lambda\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}\frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}})\quad\text{------}(3.18)$$

ここで

$$d\lambda=\frac{3K\frac{\partial F}{\partial J_1}d\varepsilon_{kk}+G\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}\frac{s_{rs}}{\sqrt{J_2}}de_{rs}}{9K(\frac{\partial F}{\partial J_1})^2+G(\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}})^2-3\frac{\partial F}{\partial J_1}\frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p_v}}\quad\text{----------}(3.19)$$

式（３．１８）および式（３．１９）から全ひずみ増分に対する応力増分が得られる。　以下具体的な降伏条件式を用いて計算する。

応力状態がDrucker-Pragerにあるときは降伏条件および偏微分はそれぞれ次式のように与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&F=\sqrt{J_2}+\alpha J_1-k=0\\&\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}=1,\ \frac{\partial F}{\partial J_1}=\alpha\end{aligned}\right\}\text{----------}(3.20)$$

塑性体積ひずみによる硬化はないので

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p_v}=0\quad\text{----------}(3.21)$$

一方、dλは次式となる。

$$d\lambda=\frac{3K\alpha d\varepsilon_{kk}+\frac{Gs_{rs}de_{rs}}{\sqrt{J_2}}}{9K\alpha^2+G}\quad\text{----------}(3.22)$$

ここで s_{rs} は応力の偏差成分である。

したがって、応力増分とひずみ増分関係は式（３．１８）から次式のように求められる。

$$d\sigma = D^{ep} d\varepsilon \quad \text{----------} (3.23)$$

$$D^{ep} = D^{e} - \frac{1}{H}\begin{bmatrix} A_1^2 & & & & & \\ A_1A_2 & A_2^2 & & \text{SYM} & & \\ A_1A_3 & A_2A_3 & A_3^2 & & & \\ A_1A_4 & A_2A_4 & A_3A_4 & A_4^2 & & \\ A_1A_5 & A_2A_5 & A_3A_5 & A_4A_5 & A_5^2 & \\ A_1A_6 & A_2A_6 & A_3A_6 & A_4A_6 & A_5A_6 & A_6^2 \end{bmatrix} \text{------} (3.24)$$

ここで、

$$\left.\begin{aligned} &H = 9k\alpha^2 + G \\ &A_1 = 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_1 \qquad A_4 = \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_4 \\ &A_2 = 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_2 \qquad A_5 = \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_5 \\ &A_3 = 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_3 \qquad A_6 = \frac{G}{\sqrt{J_2'}} s_6 \end{aligned}\right\} \text{----------} (3.25)$$

応力状態がキャップモデルの場合は降伏条件は次式のように与えられる。

$$F = R^2 J_2' + (J_1 - L)^2 - (X - L)^2 \quad \text{----------} (3.26)$$

したがって

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial J_1} = 2(J_1 - L) \\ &\frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2'}} = 2R^2 \sqrt{J_2'} \end{aligned}\right. \quad \text{----------} (3.27)$$

となる。

キャップモデルの場合は硬化パラメータが存在するので$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p}$を求める必要がある。

J_1 軸に沿って等方圧縮した場合の塑性体積ひずみ ε_v^p とXとの関係は実験から求め

られる。この関係を指数関数で表わせば次式となる。

$$\varepsilon_v^p = W(e^{DX}-1) \quad \text{----------} (3.28)$$

したがって

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{\partial F}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial \varepsilon_v^p} + \frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial \varepsilon_v^p} \quad \text{----------} (3.29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{1}{DWe^{DX}(1+\alpha R)}$$

故に、式（３．１９）の分母の最後の項は次式で与えられる。

$$-3\frac{\partial F}{\partial J_1}\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} = 12(J_1-L)\{L-J_1+\alpha R(L-X)\}/DWe^{DX}(1+\alpha R) \quad \text{--} (3.30)$$

Drucker-Pragerと同様に弾塑性マトリックスを求めると式（３．２４）の $H, A_1 \cdots A_6$ は次式となる。

$$H = 36(J_1-L)^2 + 4GR^4 J_1 + 12(J_1-L)\{L-J_1+\alpha R(L-X)\}/ \{DWe^{DX}(1+\alpha R)\} \quad \text{----------} (3.31)$$

$$\left.\begin{array}{ll} A_1 = 2\{3(J_1-L)K+GR^2 s_1\}, & A_4 = 2GR^2 s_4 \\ A_2 = 2\{3(J_1-L)K+GR^2 s_2\}, & A_5 = 2GR^2 s_5 \\ A\ \ = 2\{3(J_1-L)K+GR^2 s_3\}, & A_6 = 2GR^2 s_6 \end{array}\right\} \text{----------} (3.32)$$

以上の手順で弾塑性マトリックスが求められた。

３．３　計算のアルゴリズム

弾塑性マトリックスを得るためにはそのときの応力状態が必要である。Weidlinger[11]のグループは、計算に必要な応力状態を求めるためのアルゴリズムを提案した。しかし、彼らのアルゴリズムでは正のダイレイタンシーの考慮は修正Drucker-Pragerの降伏条件式のときにしか考慮されない。しかし、第２章の実験で述べたように載荷の初

期からダイレイタンシーが発生することもある。そこで西ら[12]が提案したモデルと同様に、ダイレイタンシーによる体積ひずみを次のように仮定する。

$$\Delta V_d^p = n\left(M - \frac{\sqrt{J_2'}}{J_1}\right)\Delta\gamma_{oct} \quad \text{----------} (3.33)$$

ここでMは体積ひずみが正から負に変換するときの応力比である。したがって、全体積ひずみ増分を ΔV とすると

$$\Delta\varepsilon_{kk} = \Delta\varepsilon_{kk}^e + \Delta\varepsilon_{kk}^p = \Delta V - \Delta V_d^p \quad \text{----------} (3.34)$$

として求めることができる。

以下計算の手順を示す。

第1ステップは与えられたひずみ速度（ $\dot{\gamma}_{oct} = \Delta\gamma_{oct}/\Delta t$）によって降伏条件式の α、k を求め、F_f 、F_c を定める。

第2ステップは与えられたひずみ増分が弾性ひずみであると仮定して、弾性応力状態を求めると次式となる。

$$\sigma_{ij}^e = \sigma_{ij}^o + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\Delta\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\Delta e_{ij} \quad \text{----------} (3.35)$$

ここで、σ_{ij}^o は前の応力状態を示す。

第3ステップは σ_{ij}^e に対して次の降伏条件について判定する。

（a） Drucker-Pragerの降伏条件式、（b） キャップの降伏条件式

もし、σ_{ij}^e が(a) も(b) も越えていなければ $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^e$ である。

(a) を越えている場合はDrucker-Pragerの降伏条件について計算する。

塑性体積ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_v^p$は直交条件から次式のように与える。

$$\Delta\varepsilon_v^p = 3d\lambda\frac{\partial F}{\partial J_1} \quad \text{----------} (3.36)$$

ここで近似的に

$$\frac{\partial F}{\partial J_1} = \left.\frac{\partial F}{\partial J_1}\right|_{J_1^e}$$

とする。また、dλ は式（３．２２）から得られる。

したがって、そのときの硬化パラメータ κ と応力状態は次式によって求められる。

$$J_1-3K\Delta\varepsilon_v^p=J_1=L(\kappa) \quad \text{----------} (3.37)$$

$$s_{ij}=\frac{\sqrt{J_2^1}}{\sqrt{J_2^{1*}}}\,s_{ij}^* \quad \text{----------} (3.38)$$

もし、(a) の条件を越えていなければキャップの降伏条件について計算する。仮定した硬化パラメータに対して、式（３．７）、式（３．８）、および式（３．２８）から $L(\kappa)$, $X(\kappa)$, ε_v^p を求め、次式を計算する。

$$J_1=J_1^*-3K\Delta\varepsilon_v^p \quad \text{----------} (3.39)$$

$$\sqrt{J_2^1}=F_c(J_1,\kappa) \quad \text{----------} (3.40)$$

直交条件から塑性ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_{ij}^p$ は次式となる。

$$\Delta\varepsilon_{ij}^p=d\lambda\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}=d\lambda\left(\frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2^1}}-\frac{\partial F}{\partial J_1}\delta_{ij}\right) \quad \text{----------} (3.41)$$

これから、偏差ひずみ増分と塑性体積ひずみ増分の関係は次式によって与えられる。

$$\Delta e_{ij}=-s_{ij}\Delta\varepsilon_v^p/\sqrt{J_2^1}\frac{\partial F}{\partial J_1} \quad \text{----------} (3.42)$$

また、偏差応力は次の関係を満足するはずである。

$$s_{ij}=s_{ij}^*-2G\Delta e_{ij}^p \quad \text{----------} (3.43)$$

これから次の関係式が得られる。

$$\sqrt{J_2^1}-G\Delta\varepsilon_v^p/\frac{\partial F}{\partial J_1}=\sqrt{J_2^{1*}} \quad \text{----------} (3.44)$$

式（３．４４）をある精度で満足するまで硬化パラメータを変化させて繰り返し計算を行い、最終的な応力状態は次式によって与えられる。

$$s_{ij}=\frac{\sqrt{J_2^1}}{\sqrt{J_2^{1*}}}\,s_{ij}^* \quad \text{----------} (3.45)$$

以上の手順によって入力されたひずみ増分から応力状態が計算される。

以下実験結果との比較検討を行う。

硬化パラメータである塑性体積ひずみは等方圧縮試験から求められる。実験で得られる体積ひずみには弾性成分が含まれているのでそれを差し引く必要がある。しかし、体積弾性率を３軸圧縮試験から得ることは非常に困難である。そこで体積弾性率は応力波の伝播速度から求めた。

砂と粘性土の場合の塑性体積ひずみと$X(\mu)$の関係は、次式によって与えた。

砂；

$$\varepsilon_v^p = a_1 X + a_2 X^2 + a_3 X^3 \quad \text{----------} (3.46)$$

粘性土；

$$\varepsilon_v^p = W(e^{DX} - 1) \quad \text{----------} (3.47)$$

用いた係数は砂の場合 $a_1=1.41\times10^{-1}$, $a_2=9.46\times10^{-2}$, $a_3=2.17\times10^{-3}$、R=3.5, n=3.46. M=0.15であり、粘性土の場合はR=2.5 、n=3.45, M=0.0, D=2.719, W=0.021である。

図３．２および図３．３はコンピュータのカートリッジに記録されたひずみおよび応力のデータを用い計算はひずみ増分を与えて応力状態を求めながらプロットし、実験結果はそのまま応力・ひずみ関係として与えたものである。ひずみ増分は、微分をするためノイズが発生するのでスムージング計算を行った後与えた。図のせん断ひず

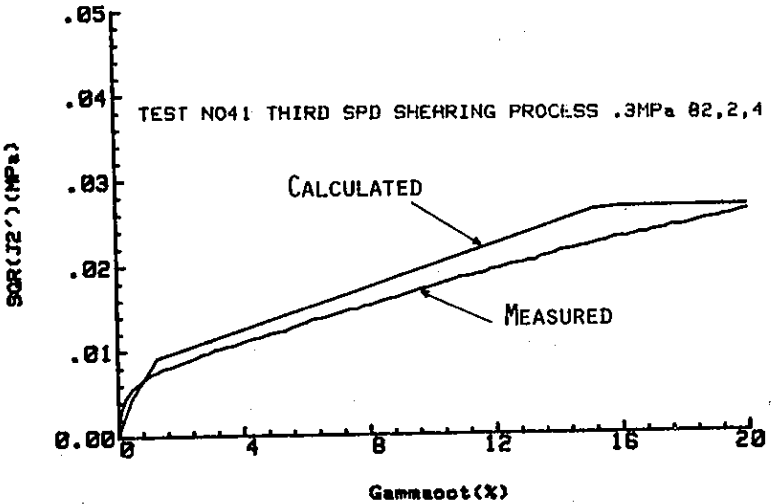


図３．２　計算結果と実験結果の比較例（粘性土）

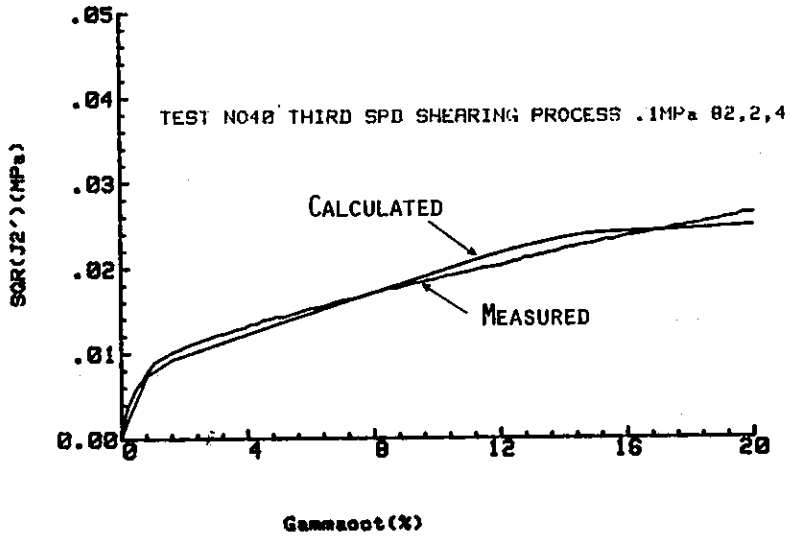


図３，３　計算結果と実験結果の比較例（粘性土）

みが大きくなって直線的に変化するところはDrucker-Pragerの降伏条件に入ったことを示し、他はキャップ状態である。

図３．４および図３．５は、これらの計算結果をまとめた一例である。図から各ひずみ速度に応じた応力・ひずみ関係の実験結果と計算結果とはかなりよく一致していることがわかる。

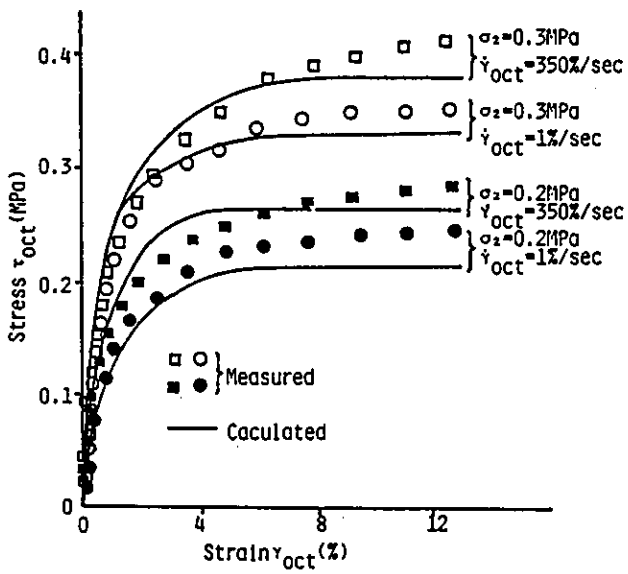


図３．４　計算結果と実験結果との比較（砂）

３．４　結言

本章では、高速載荷を受ける土の応力・ひずみ関係を求めるために、ひずみ速度効果を導入した構成方程式を定式化することを試みた。

ここでは、楕円型キャップモデルの中でDrucker-Pragerの降伏条

件式の係数がひずみ速度依存性であると仮定し、高速載荷時には降伏曲面がふくらむと仮定して弾塑性理論によって構成方程式を求めた。この方法で得られた計算結果と実験結果とを比較したところ、ほぼこの定式化によってひずみ速度効果を考慮した応力・ひずみ関係が得られることが確認された。したがって、本章で誘導した弾塑性マトリックスを利用することによって、高速載荷時の土と構造物との動的相互作用に関して、有限要素法等による数値解析が可能になると考えられる。しかし、ひずみ速度効果は塑性体積ひずみおよび弾性定数にも影響するはずであるから、さらに厳密な計算を行うためにはこれらを考慮した構成方程式が必要となろう。

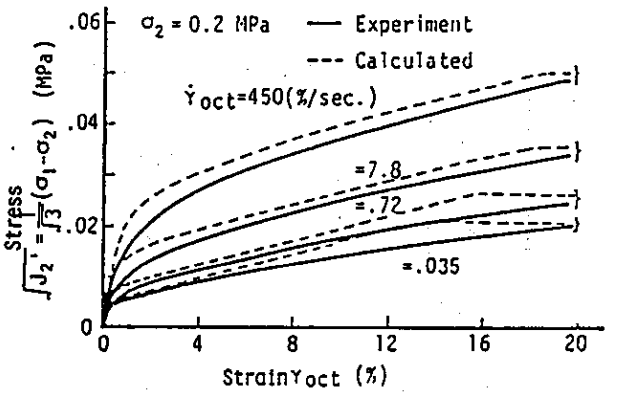


図３．４　計算結果と実験結果との比較（粘性土）

参考文献

1) Ito, T. and K.Fujimoto : Strain Rate Effects on Stress-Strain Relationships of Sand, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 30, pp. 17-24, 1980.

2) 松井　保、阿部　信晴：土の構成式入門　弾塑性体理論とその応用、土と基礎、Vol.31,No.11～Vol.32、No.1、1983.11 ～1984.1.

3) Baron, M. L. ,I. Nelson and I. Sandler : Influence of Constitutive Models on Ground Motion Prediction, Proc. of ASCE. EM6, pp. 1181-1200, Dec., 1973.

4) Sandler,I. S. and F. L. DiMaggio : Material Models for Granular Soils, Proc. of ASCE, EM3, pp. 935-950, June, 1971.

5) Yamada,E. and A. Sayed : Cap Model Guided by Energy Comcept, Proc. of ASCE, GT3, pp. 183-200, Feb., 1979.

6) Pergyna,P. :The Constitutive Equation for Rate Sensitive Plastic Materials, Quart. Applied Mathematics, Vol. 20, pp. 321-332, 1963.

7) Zienkiewitcz and Hampton : Associated and Nonassociated Visco-Plastisity in Soil Mechanics, Geotechnique 25, No. 4, 1974.

8) Akai, K. and F. Oka : Thermodynamic Theory of Inelastic Materials and Its Application to Stress Wave Propagation in Cohesive Soil, Proc. of JSCE, No. 235, pp. 109-122, Sept. ,1976 .

9) Sandler, I. S. ,F. L. DiMaggio and G. Y. Baladi : Generalized Cap Model for Geological Materials, Proc. of ASCE., GT7, pp. 633-699, July,1976.

10) Drucker, D. C. and W. Prager : Soil Mechanics and Plastic Analysis of Limit Design, Quart. of Applied Mechanics, Vol. 10, pp. 157-175, 1952.

11) Weidlinger Associates: A Moduler Subroutine for Cap Model, Final Report for Period October 1974-January 1976, Contract No. DNA001-75-C-0076, Jan 1976.

12) 西　好一、江刺　靖行：弾塑性理論に基づく砂の応力・ひずみ関係、電力中央研究所報告376014 1977 年4 月.

第４章　砂中埋設パイプおよびアーチの動的相互作用に関する模型実験[2)~6),8)]

４．１　緒言

従来、埋設構造物の相互作用に関する実験は主として埋設カルバート等の設計に必要な作用土圧の算定方法を求めるために行われてきた。

しかし、高速載荷を受ける埋設構造物の実験例は比較的少なく、わずかに赤井、堀ら[1)]が波動理論によって、動的相互作用の問題を解明するため、粘性土中に埋設したパイプに対して重錘による落下衝撃実験を行った。この結果パイプの作用土圧はパイプの剛性によって非常に異なることを示した。

本実験は種々の剛性の異なるパイプあるいはアーチを砂中に埋設し、静的および高速荷重を作用させ、その応答の相違を基礎的な解明を目的としている。

土と構造物との動的相互作用は構造物の存在しない状態（Free Field）に構造物を埋設したために生じる乱れによって発生すると考えると、その原因となるものは構造物の持っている剛性あるいは質量が土と異なるためであると考えられる。構造物の方から考えると埋設されたことによって空気中にある場合の動的特性が変化する。いいかえれば固有振動数や減衰係数が変化することになる。

そこで本実験は、 Free Field 状態，構造物の剛性、構造物の種類、載荷条件をパラメータとして動的相互作用を基礎的に解明したものである。

４．２　砂中埋設パイプへの応力伝播実験

４．２．１　実験の目的

土と構造物の動的相互作用は、まず静的な場合の挙動を知り、さらに構造物を埋設した場合と埋設しない場合の相違を知ることによって理解される。また、埋設構造物の応答は構造物の剛性によっても変化する。

本実験はこれらのことを考慮して、埋設パイプは剛性の高いパイプと低いパイプおよびパイプの設置条件を固定したもの、および自由な条件とに分け、かつFree Field

状態をも含めて実験を行った。

本実験の目的は、載荷速度とパイプの剛性を変化させた場合の砂中埋設パイプの応答の変化を解明することである。

４．２．２　実験装置および実験方法

実験装置は砂槽中に水平に設置されたパイプに砂を介して水平方向から衝撃を与えて載荷するようになっている。

図４．１に示したように、装置は砂槽、振子式載荷部、落錘および蓋からなっている。砂槽は長さ90cm、高さ80cm、巾80cmの鉄製箱である。内側は応力波の反射を減ずるために厚さ5mm のゴムシートを貼付している。振子は質量50kgの落錘が長さ1.5mのアームの先端に取りつけられている。載荷部は、２本のピストン部と載荷棒（長さ45cm，断面5cm×5cm の角柱）からなり、載荷棒の中央には埋込み式の土圧計がまた、載荷棒の変位測定のためにピストンには変位計が取り付けられている。

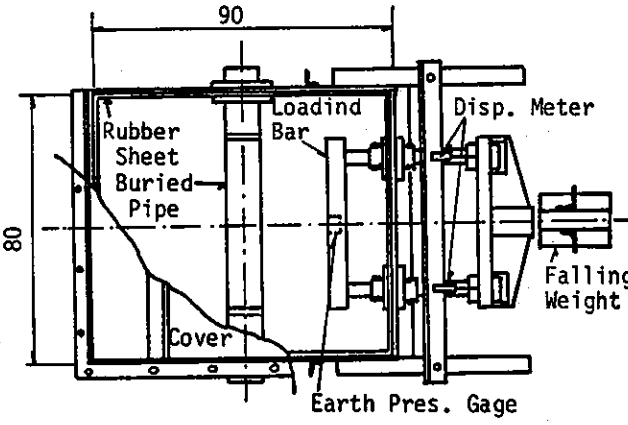


図４．１　実験装置の平面図

使用した砂は豊浦産の標準砂（含水比0.1%の気乾状態）で密度1.52g/cm^3 になるように突き固めながら砂槽を作成した。

供試体は鉄製パイプで外径10cm，長さ45cmおよび85cm、厚さ0.4mm （長さ45cmのもののみ）および4.0mm である。長さ45cmのパイプは、支持台にゴム製支持具によって砂中に浮かした状態(Free)で設置し、長さ85cmのパイプは砂槽に固定(Fixed) した。また、これらのパイプは載荷棒前面20cmの位置に設置された。

土圧およびひずみの計測は、超小型土圧計（直径6mm ，固有振動数64KHz)およびひずみゲージで、また、載荷棒の変位は２個の変位計の平均で求めた。

土圧計とひずみゲージの出力は動ひずみ計で増巾したのちデータレコーダで記録し再生処理を行った。

実験にあたっては振子の落高を25cm、50cm、100cm 、および150cm に変え、載荷速度を４段階に変化させるとともに、ジャッキによる静的実験も実施した。この実験では埋設パイプのない場合も含めて同一条件で載荷した。Free Field実験では、パイプを埋設した場合の表面と同一位置に土圧計を埋設して土圧計測を行った。

４．２．３　実験結果と考察

１）　Free Fieldにおける応力波伝播

載荷棒と同一平面上の種々の距離における各点の土圧の時間的経過の一例を図４．２に示した。図の縦軸は各点の土圧および距離、横軸は実験開始後の時間である。図中の数字は波頭面（Wave Front）と土圧の最大値(Wave Peak）の伝播速度(m/s）である。　また、各点の土圧のピーク値とそれに対応する伝播速度との関係を図４．３に示した。この図から土圧が大きくなると応力波の伝播速度は速くなることがわかり、ほぼ直線関係になっていることが認められた。

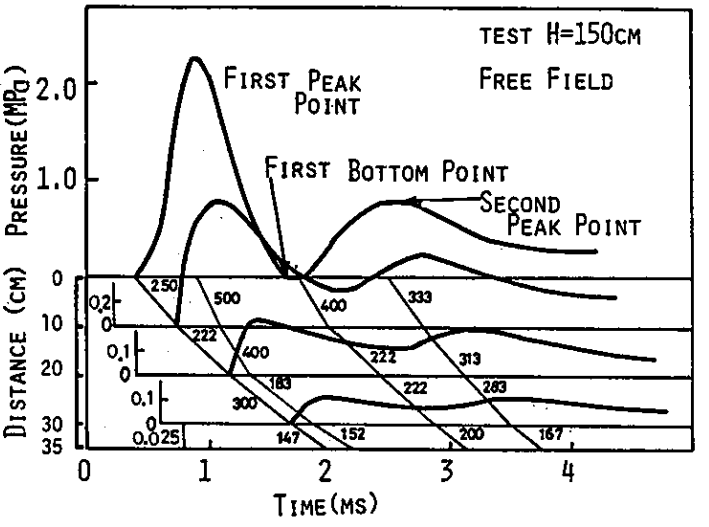


図４．２　Free Fieldの土圧～時間関係

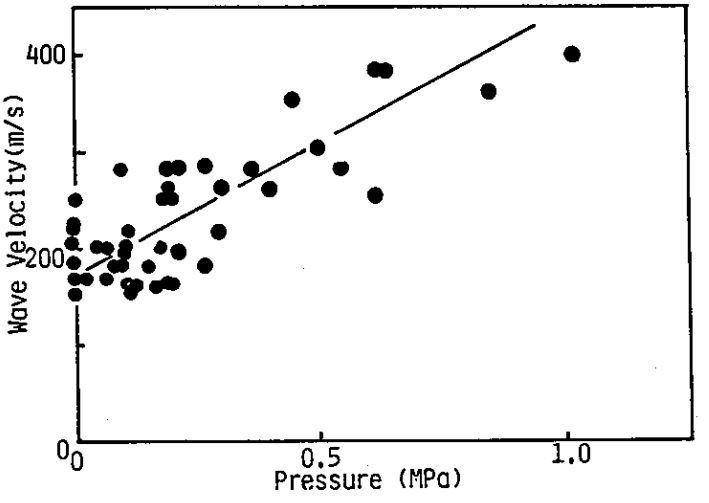
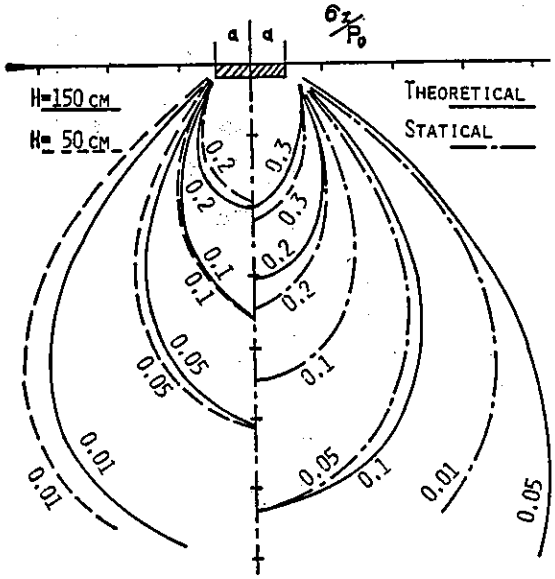


図４．３　土圧と応力波伝播速度

本実験における高速載荷時応力の伝播状況を図４．４、図４．５に示した。図は、載荷方向およびこれと



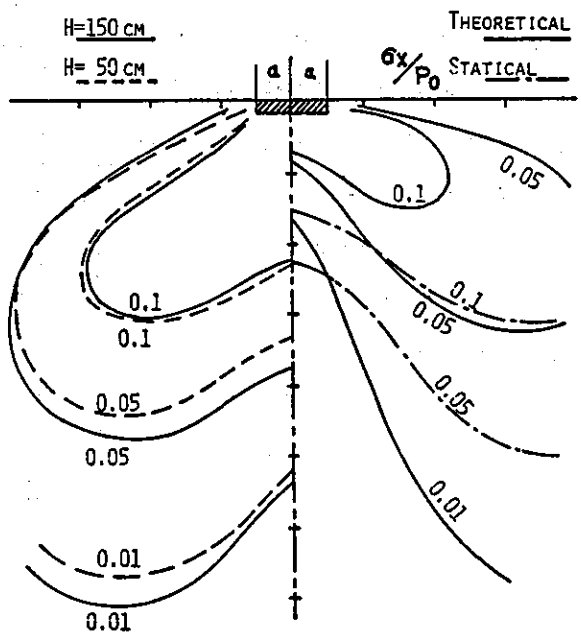


図４．４　応力分布（載荷方向）　　図４．５　応力分布（載荷方向と直角方向）

直角方法の応力分布図であり、それぞれ砂中応力の最大値と載荷点応力の最大値との比σ_z/P_0,σ_x/P_0で示した。また、半無限弾性体の表面に帯荷重が作用した場合の解と静的実験の場合を同時に示した。

載荷方向の応力については、静的載荷の応力が距離の近いところで弾性解とほぼ一致するが、遠くになるにしたがって実験値のほうが小さくなる。しかし、高速載荷の場合は静的載荷に比較してはるかに小さい。すなわち、応力は速く減衰する。

一方、載荷方向に直角方向の応力分布は静的および弾性解よりかなり大きくなる。これは、動的載荷時の水平方向と垂直方向の応力比（σ_h/σ_v）が大きくなり、砂の場合の動的 K_0 値が大きくなるためと考えられる。

砂中を伝播する応力波は砂の粒子によって拡散、吸収されながら伝播するので砂のように自由境界面が多い場合は減衰効果が著しい。

２）　載荷棒の受ける土圧について

図４．６に動的載荷時の載荷棒の受ける最大土圧と貫入量との関係をプロットした

かなりバラツキはあるが、最大土圧と貫入量とはほぼ直線関係がある。また、静的に貫入した場合の土圧は非常に小さい。

3）　Free Fieldと埋設パイプがある場合との相違

載荷棒の貫入抵抗およびその前方10，20，30および40cmの位置における砂中土圧の時間的経過をFree Fieldと4mm パイプ(Fixed)を埋設した場合とを比較して図4．7に示した。載荷棒と10cmの位置での土圧はほとんど一致しているが、パイプ正面の土圧は同じ位置のFree Fieldの土圧に比較して極めて大きく、後面のそれは小さい。

また、パイプの後面土圧は5ms 以降では0か負圧になる。このような現象はFree Fieldでは見られない。この原因はパイプが固定されているためにパイプ後方の砂にひずみが与えられないからである。

図4．8は最大土圧の距離による減衰を示すため、縦軸に載荷棒の土圧の最大値で各点の土圧を割った値、横軸に距離を与えたものである。図からパイプ正面（t=4mm,Free）の土圧はFree Fieldの土圧より大きく、後面土圧はほぼ同じであることがわかる。

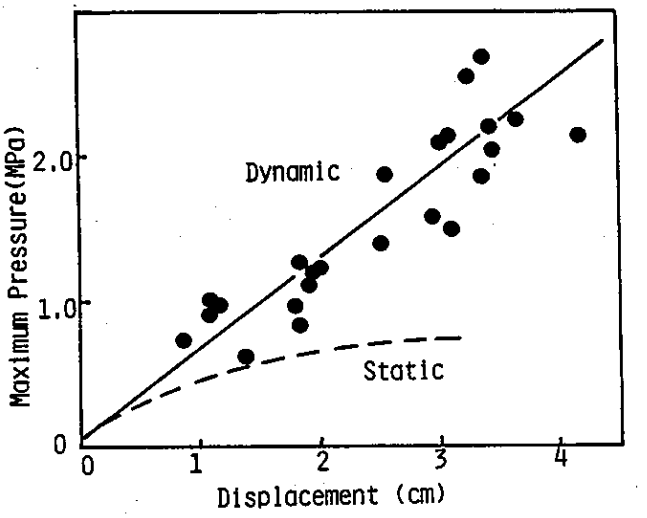


図4．6　最大貫入量と最大土圧

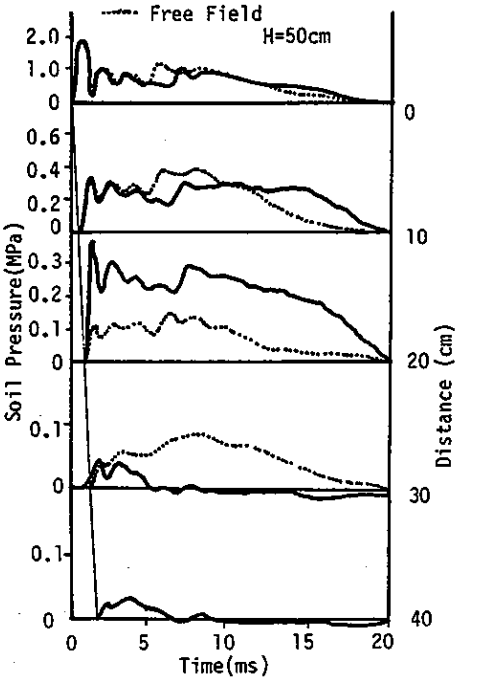


図4．7　Free Fieldとパイプ(4mm Free）との土圧の相違

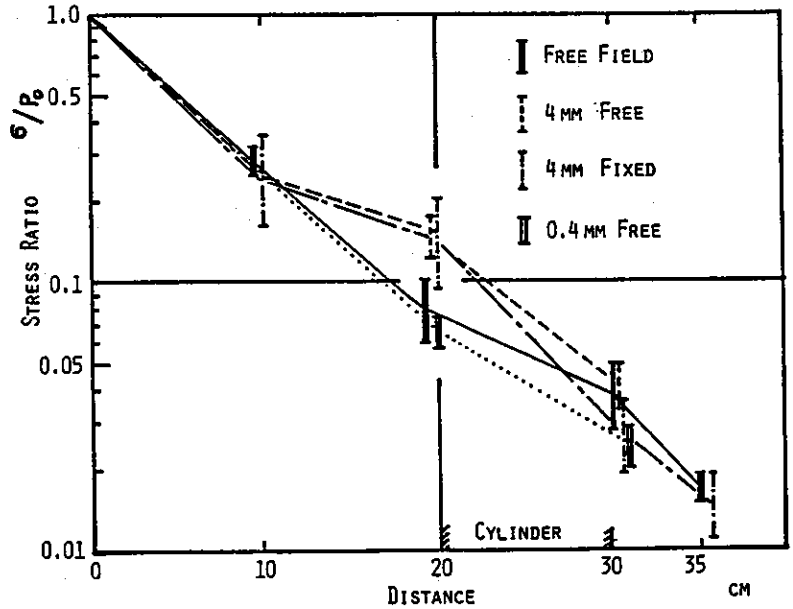


図４．８　距離による土圧（最大土圧）の減衰

固定した場合と自由な場合の相違は、自由な場合には剛体移動によって後方の土圧が大きく正面土圧は固定した場合より小さいことである。

図４．９は落高による正面土圧の変化をパイプの剛性および固定条件をパラメータ

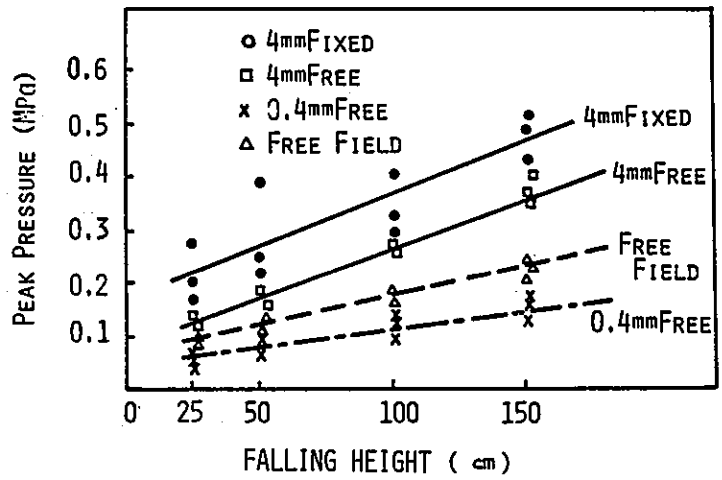


図４．９　頂点　に働く作用土圧の剛性による相違

にして示したものである。図から、固定パイプに最も大きい土圧が作用し、ついで剛なパイプ（Free）、Free Field、剛性の低いパイプの順で剛性の低いパイプはFree Fieldよりもかなり小さい土圧しか作用しないことがわかる。

4）　パイプ周辺の土圧分布

図４．１０は厚さ0.4mm の剛性の低いパイプ周辺に作用する最大土圧の載荷速度による変化を示したもので、載荷棒の受ける最大土圧の比で表わしたものである。図中の太い実線は静的載荷の場合の土圧分布である。図から明らかなように、高速載荷の場合ははぼ均等に分布するのに対し、静的載荷の場合は載荷方向およびそれに直角方向の土圧が大きく45°方向の土圧は小さい。これは後述するように、パイプの変形が静的と高速載荷では異なるためである。

一方、剛性の高いパイプ(4mm,Free)では、図４．１１示したように土圧は正面で著しく大きく載荷方向と直角方向の土圧は非常に小さい。この理由はパイプ自身の変形が生じにくいため、側方の受動土圧が働かないためである。つまり剛性の低いパイプでは外部からのエネルギーが主としてパイプの変形に費やされるのに対し、剛性の高いパイプでは変形よりも後方へのパイプの移動に費やされるからである。また、載荷

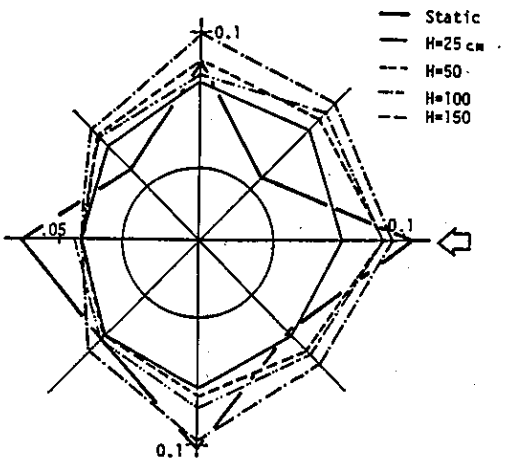


図４．１０　載荷速度と土圧分布

（t=0.4mm）

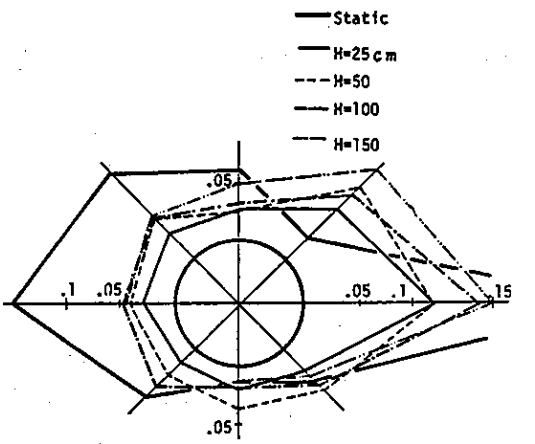


図４．１１　載荷速度と土圧分布

（t=4mm）

速度の増大により土圧比が大きくなるのは剛性の高低にかかわらず同じ傾向である。

土圧分布の剛性による変化を見るために、落高150cm のときの土圧分布を図４．１２に示した。この図は剛性の増大とともに土圧が正面に集中することを示しているが、Free Fieldの土圧は剛性の高いパイプと低いパイプの中間にある。いいかえれば、Free Fieldでのパイプと同じ仮想境界面の剛性は0.4mm パイプと4mm パイプの中間にある。

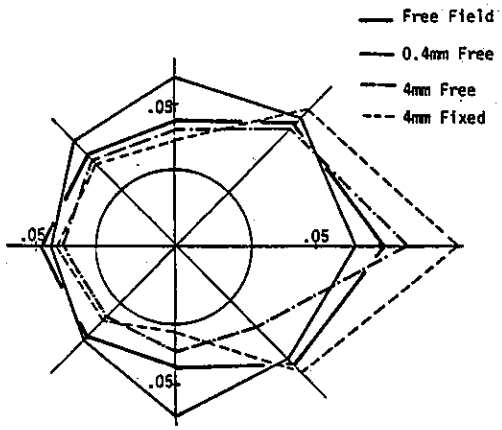


図４．１２　剛性による土圧分布の変化

５）　埋設パイプ周面のひずみ分布

図４．１３，４．１４はそれぞれ厚さ0.4mm と4mm のパイプ周面上の円周方向のひずみ分布の載荷速度による変化の一例を載荷棒の貫入量10mmの場合について示した。両図は剛性の違いによるひずみ分布の相違をはっきり示している。剛性の低いパイプ

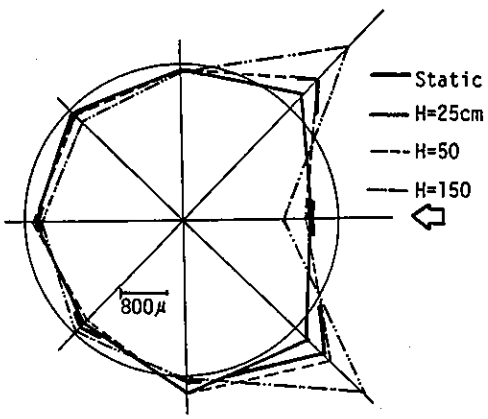


図４．１３　載荷速度とひずみ分布
(t=0.4mm)

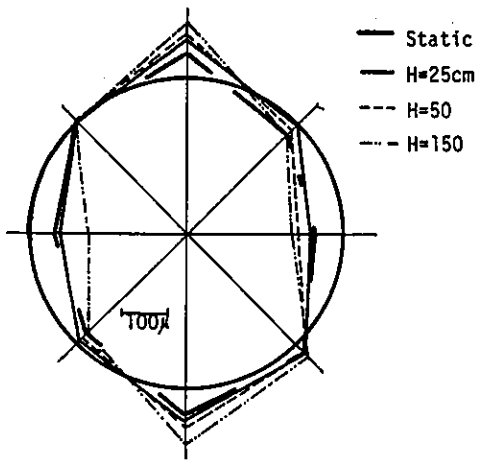


図４．１４　載荷速度とひずみ分布
(t=4mm)

では正面部分に極めて大きい圧縮ひずみを生じ、正面から45°方向付近では逆に引張ひずみとなる。このことは正面付近において局部的に大きな曲率変化をともなった変形が現われることを示している。一方剛性の高いパイプでは前後面ともほぼ同じ圧縮ひずみを生じ、リングの曲げモードに近い形となっている。この変形特性から前述の土圧分布が説明できる。すなわち剛性の低いパイプは側方に変形しようとして周囲の砂の拘束を受けるため土圧が全周面に作用するが、剛性の高いパイプでは変形が小さく、側方の受動土圧による砂の拘束を受けにくいため、前後に大きい土圧が作用する。

また、載荷速度が大きくなるとともにいずれの場合もひずみは増大し、剛性の低いパイプでは、局部的な変形が大きくなる。したがって、高速載荷時には、剛性の低い埋設パイプの有利性がなくなる可能性がある。

4．3　砂中埋設アーチの応力伝播実験

4．3．1　実験の目的

前節では、高速載荷を受けるパイプに作用する土圧、ひずみの測定を主体にした実験について述べた。本実験の目的は剛性の異なる種々の埋設アーチに対する作用土圧、変形を測定するとともに、特に埋設アーチの振動特性について実験的に求めることである。

4．3．2　実験装置と実験方法

実験装置は前節でのべたものと同一の砂槽にアーチを支持台にとりつけている。　アーチは巾30㎜、半径50㎜の円弧アーチでスパンは100㎜、両端はボルトで固定した。支持台は直径100㎜の円柱にアーチの取付け部分に切込みを入れたものである。

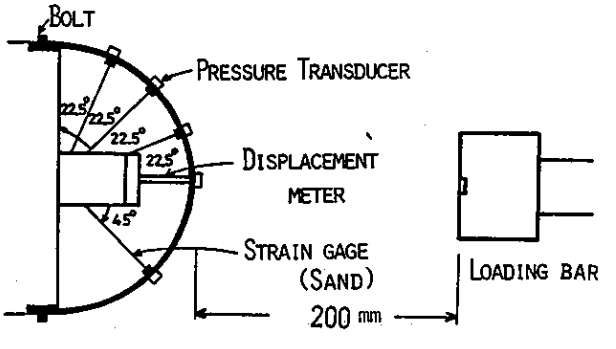


図4．15　埋設アーチの土圧計等の配置

支持台の影響でアーチに作用す

る土圧が変化しないように、供試アーチの両側に同じアーチをダミーとして平行に並べて設置した。

アーチの厚さは、0.6mm ,1.0mm, 1.8mm , および4mm である。図４．１５は土圧計、ひずみゲージおよび変位計の配置図である。

４．３．３　実験結果と考察

１）　アーチに作用する土圧

図４．１６は厚さ0.6mm と1.0mm のアーチに作用する土圧の時間的変化について Free Fieldとの比較を示したものである。

パイプと同様にFree Fieldより大きな土圧が作用し、剛性が小さくなると土圧は小さくなる。また、アーチの側方の土圧はほとんど発生しない。

図４．１７は載荷棒の速度1.5m/secで貫入した場合のアーチ表面に作用する最大土圧の分布図である。厚さ1.8mm および1.0mm のアーチの土圧分布はそれほど大きな差はないが、0.6mm のアーチの作用土圧分布には大きな相違がある。すなわち、中央部では土圧が小さく、45°付近の土圧が大きくなっており、また作用土圧は左右対称とはならない。これは、パイプの場合と同様にアーチの変形によって発生する受動土圧のためである。また、左右対称とな

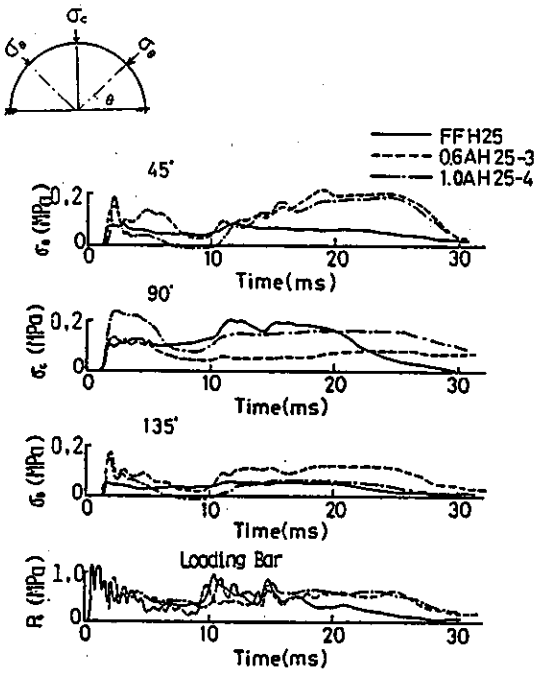


図４．１６　アーチ表面各点に作用する土圧～時間曲線

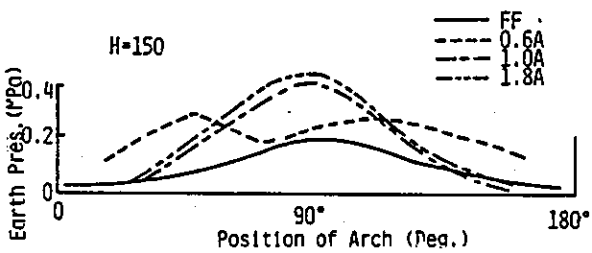


図４．１７　アーチ方面の最大土圧の分布

らないのはアーチの変形モードが逆対称であるからである。

また、Free Fieldに比較して作用土圧が一般に大きい。これはアーチの両端が固定されているために、全体的に剛性が高くなっているからである。

2） 固有振動数と作用土圧

動的相互作用を解明する上で、空気中の構造物と埋設された構造物の振動特性の変化を知る必要がる。

空気中のアーチの固有振動数は次式によって求められる。

$$\omega_n = c_n \sqrt{EI/\rho AL^4} \quad \text{----------} (4.1)$$

ここでω_n; n次の円振動数、EI; 曲げ剛性、A ; 断面積、ρ ;密度、L;円弧長 c_n; 係数である。

Wolf[7]は上式における c_n 値を種々のアーチについて一覧表としてまとめている。これを用いて本実験に用いたアーチの固有振動数および固有周期を求めると表４．１のようになる。

表４．１ アーチの固有振動数および周期

	固定端アーチ		２ヒンジアーチ		実測値	
厚さ(mm)	C_1	T(ms)	C_1	T(ms)	空中T(ms)	砂中T(ms)
4.0	43.19	0.18	22.34	0.34	0.32	0.33
1.8	43.25	0.38	22.34	0.74	0.52	0.56
1.0	43.30	0.67	22.40	1.30	1.10	----
0.6	43.30	1.16	22.40	2.25	1.90	----

表４・１の実測値は空中および砂中に埋設した状態でアーチに衝撃を与えて求めたものである。

これらのアーチの固有１次モードはすべて逆対称モードである。実測値と計算値を比較すると実測値は２ヒンジアーチに近いが、両端の固定条件が完全なピン結合ではないのでやや２ヒンジアーチより大きい。

空中と砂中の固有周期は砂中の方が大きくなる。これは砂の付加質量が加わるためであり、また、空中の減衰係数はh=0.15であり、砂中のそれはh=0.19となり約30% 増

加する。また、表中の厚さ0.6mm および1.0mm のアーチの場合、砂中に埋設して衝撃を与えても過渡応答のみが生じ固有周期は得られなかった。

以上述べた砂中の固有周期とFree Field土圧との関係を考察する。

図４．１８は、縦軸に同一条件で載荷した場合のアーチ頂点に作用する土圧を同じ位置に作用するFree Field土圧で各時間毎に割った値を、横軸にアーチの固有周期（砂中）で割った無次元時間を示した。図から作用土圧は系の有する固有周期の所で最大になり、埋設アーチの固有周期が作用土圧に影響することが判明した。しかし、厚さ1mm および0.6mm のアーチではこの傾向が少なくなる。これは剛性の低いアーチでは固有振動数が得られなかったように砂中では固有振動はほとんど発生せず作用土圧による過渡応答のみが卓越するためであると考えられる。

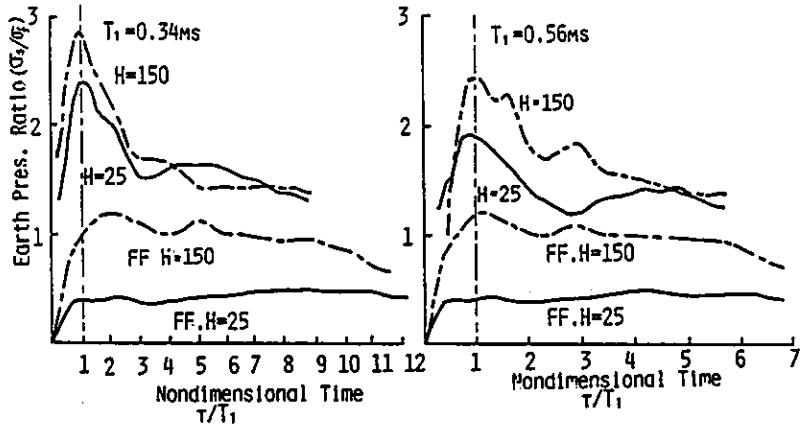


図４．１８　アーチに作用する土圧比の時間的変化

４．４　透視砂槽による砂中埋設パイプの変位伝播実験

４．４．１実験の目的

４．２および４．３においては、砂中埋設パイプおよびアーチの剛性と載荷速度によって作用土圧および変形が異なることを述べた。

ここでは、それらの理由を明らかにするため、載荷速度と剛性を変化させた場合の周辺の土の移動状況を観測することを目的として、透視砂槽を用いた実験について述

べる。

４．４．２　実験装置および実験方法

図４．１９は実験装置を示す。実験用砂槽は、正面の一部にアクリル板（23mm）を設置し、透視できるようにした鉄製箱で透視方向のひずみを拘束した平面ひずみ状態で実験を行った。

砂槽の右側中央に載荷棒（長さ10cm、断面5cm×5cm ）を取り付けたピストンを置きこれを貫入することによって載荷する。使用した砂は４．２で述べた豊浦産標準砂を全く同じ条件で締め固めたものである。

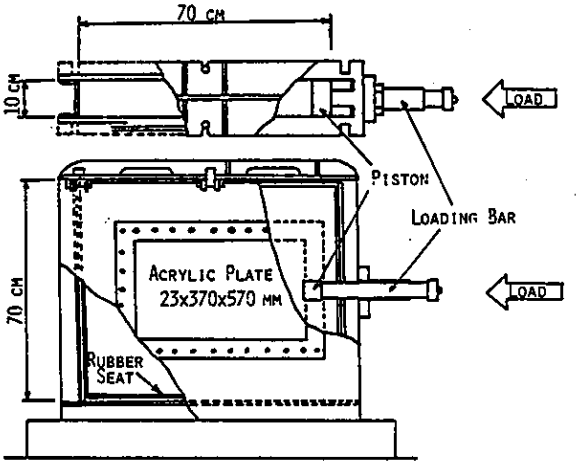


図４．１９　透視砂槽実験装置

砂の移動を計測するため、マーク棒を所要の位置に配置した。マーク棒は直径2.5mmのアルミパイプに砂を詰め、外部は樹脂によって砂をまぶして、密度および摩擦の状態を周囲の砂と同程度としたもので、一端に黒のセルロイドを取り付け、シリコングリスを介してアクリル板に密着した。

埋設パイプは外径10cm、巾10cm、厚さ0.5mm および4mm の鉄製パイプである。

載荷速度は載荷棒の平均速度0.1mm/sec（ 静的）、6mm/sec(準静的）および4800mm/sec(高速）の３段階に分けて載荷した。静的および準静的載荷は油圧ジャッキ、高速載荷はトーションバーのねじりモーメントのエネルギーを利用してピストンの端部を打撃して載荷した。

マーカ棒の移動は写真撮影によって計測した。高速載荷時は高速度カメラ（2000f/sec)によって撮影し、フィルム解析装置およびアナログ図形ディジタル変換装置を用いてコンピュータで解析した。

４．４．３　実験結果と考察

1）　Free Fieldでの変形

載荷速度によって砂の変形がいかなる状態を示すかは内部に埋設したパイプの作用土圧に大きな影響を及ぼす。

図４．２０はFree Fieldでの静的載荷と高速載荷での載荷方向変位の等変位線を示す。静的載荷時に対し、高速載荷の場合は大きい変位が遠くまで及ぶことが判明した。すなわち、載荷速度が大きいと変位ベクトルが大きくなり、その方向が載荷方向に平行になってくる。また、静的載荷の場合、載荷棒側方の負の変位が大きく砂が載荷棒の後方に移動するのに対し、高速載荷の場合はこの現象はほとんどない。このような現象はコンクリートの高速破壊実験でも見られる[8]。図４．２１はコンクリート板（試験体の板の部分が25cm×25cm で厚さが3cm ）に直径16mmの円柱載荷

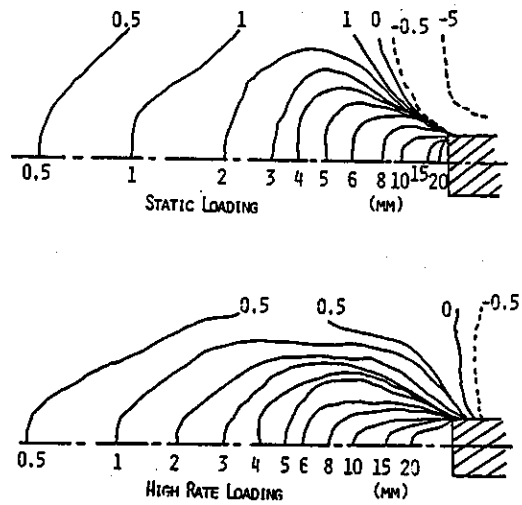


図４．２０　Free Fieldにおける等変位線

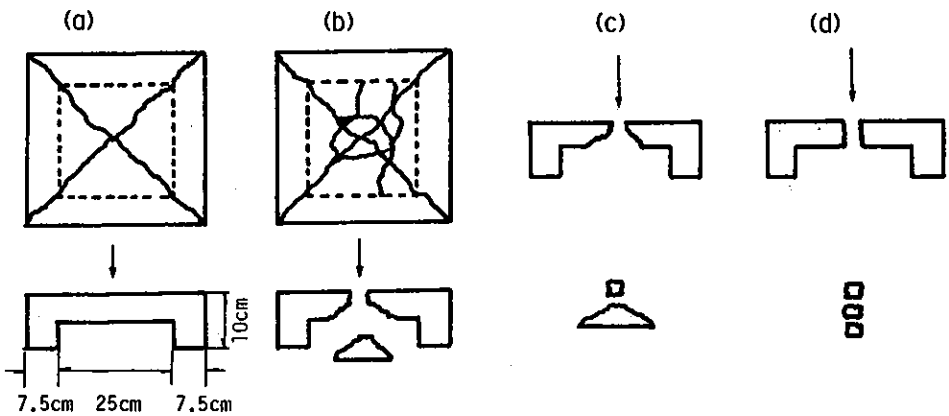


図４．２１　コンクリート版の載荷速度による破壊形状の変化

体で中央集中載荷実験を行った場合の破壊形状を示す。静的載荷のときは図(a) のように主として対角線方向のひびわれが生じて破壊する。しかし、載荷体を接触して載荷速度5 ～7 m/sec で載荷すると図(b) に示すように、円周方向と対角線方向のひびわれが同時に発生し、さらに載荷速度8 ～10m/sec で載荷体を衝突させた場合は図(c) のように対角線方向のひびわれは発生せず、中央の山形の部分が押しだされる。載荷体がより高速になると図(d) に示すように載荷体と同程度の大きさの穴をあけるだけで試験体の他の部分にはなんら破壊を生じさせないということが類推される。砂に衝撃を与えた場合も変形が載荷棒の方向に集中して発生するのは応力波の伝播時の特性であると思われるが、未だ原因については明確な説明はなされていない。

2）パイプとその周辺の砂の変位

図４．２２は剛性の高いパイプを埋設した場合、図４．２３は剛性の低いパイプを埋設した場合の静的および高速載荷時の載荷方向等変位図（載荷棒貫入量33mm）である。いずれもFree Fieldに比較して等変位線が載荷方向の側方にふくらむことがわかる。これは、載荷棒とパイプの間の砂の変位が拘束され側方に移動するためである。また、剛性の高いパイプと低いパイプを比較すると前者の方がこの傾向が著しい。こ

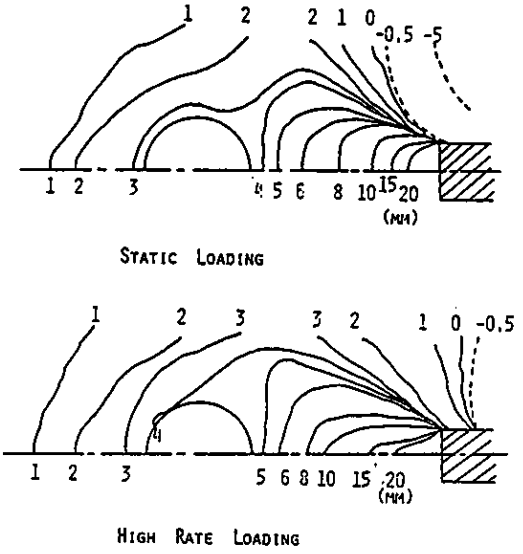


図４．２２　厚さt=4mm パイプを埋設した場合の等変位線

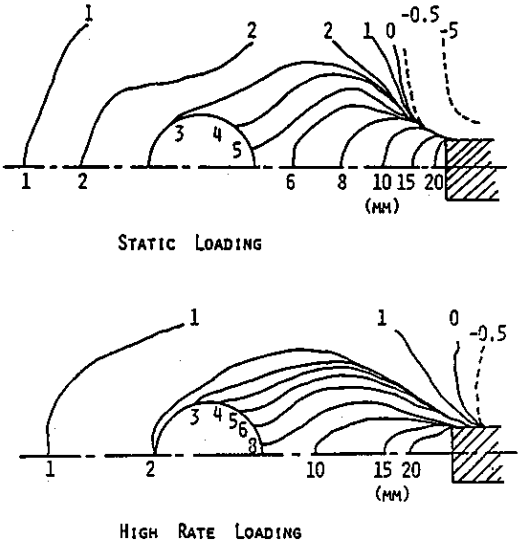


図４．２３　厚さt=0.5mm パイプを埋設した場合の等変位線

の差は、パイプの変形特性によるもので、4mm パイプの場合は等変位線はパイプの周辺にほぼ平行であり、0.5mm パイプではこれがパイプとの境界と交差している。すなわち、4mm のパイプは剛体変位をするが、0.5mm のパイプは載荷軸方向前面で局部的な変形が生じている。この傾向は静的より高速載荷の方が多く現われ、前節で述べたようにたわみ性埋設管の有利性が損なわれることになる。

図４．２４は厚さ0.5mm の剛性の低いパイプ、図４．２５は厚さ4mm の剛性の高いパイプの載荷棒の貫入量の各段階に分けて、静的および高速載荷時の変形特性を示したものである。

厚さ0.5mm のパイプに静的に載荷した場合、載荷棒貫入量32mmにおいて正面で約5mm

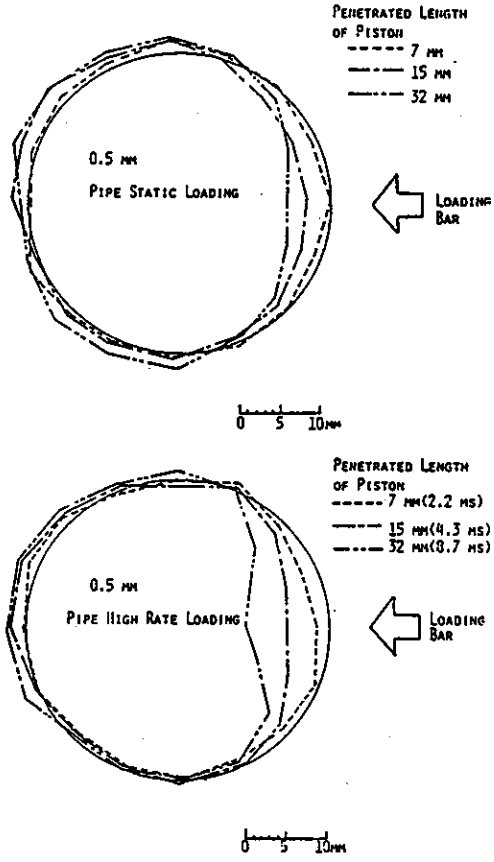


図４．２４　厚さt=0.5mm パイプを埋設した場合の変形

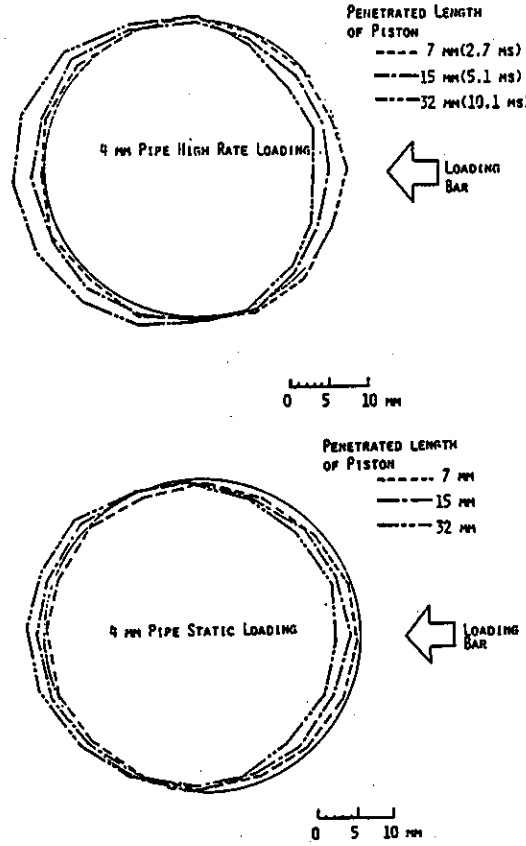


図４．２５　厚さt=4mm パイプを埋設した場合の変形

後面で1.5mm ，側面で約2mm 外側に変形し、前面の変形がやや優越した楕円形状を示す。これに対し高速載荷では後面で約2mm 、側面の変形はほとんど生じず、前面で約10.5mmの極めて大きい変形が生じ、載荷方向正面がつぶれたハート型となり、屈服現象が現われた。

一方、剛性の高いパイプは剛体変位を生じその変位量は、高速載荷の方が多い。

以上述べたように、同じ載荷棒の貫入量でも載荷速度が速い場合には、砂の変形特性は中央に集中するため、それにともなってパイプ変形特性が変化することが判明した。

4．5　結言

本章では砂中埋設構造物に高速帯荷重を作用させる実験について述べた。埋設構造物としては、Free Field，剛性の異なるパイプおよびアーチで載荷速度は静的および高速載荷の実験を行った。

本実験によって得られた結論を要約すると以下のようになる。

1）　Free Fieldに作用する応力は、静的載荷に比較して、応力の減衰が大きい。また、波動の伝播速度は、応力の大きさの関数である。

2）　パイプに作用する土圧は、剛性の高いほど正面に大きく作用し、剛性の低いパイプでは、正面の土圧は小さいが、全周に一様に分布する。

3）　パイプの変形は高速載荷になると剛性の低いパイプは正面が屈服現象を示し、大きな変形が生じるが、剛性の高いパイプでは剛体変形となる。

4）　埋設アーチに対する実験から、アーチに作用する土圧は、剛性の高い場合、その固有周期の所で、大きな土圧となり、剛性の低いアーチでは、外力と同じ時間経過で変形する。

5）　透視砂槽の実験から、静的載荷に比較して、高速載荷時のFree Fieldの変形は、載荷方向に集中して大きな変形が生じることが判明した。そのため、剛性の低いパイプが正面で大変形を生じ、剛性の高いパイプは大きな剛体変位を生じる。したがって、たわみ性パイプの有利性が高速載荷時には失われる可能性がある。

参考文献

1) Akai,K. and M. Hori :Basic Study on the Dynamic Soil- Structure Interaction , Proc. of JSCE, No. 173, pp. 61-78, Jan., 1970.

2) 竹田　仁一、藤本　一男、鈴木　通彦：砂中埋設シリンダーの動的応答、（２次元砂槽による実験的研究）第9 回土質工学研究発表会講演集、pp. 701 -705, 49年6 月.

3) 竹田　仁一、藤本　一男、寄田　修：透視砂槽による砂中埋設構造物の動的応答実験、第３０回土木学会年次学術講演会第１部、pp. 353 ～354, 50 年10月.

4) 藤本　一男、鈴木　通彦、寄田　修：砂中埋設アーチの動的応答に関する研究、第29回土木学会年次学術講演会第１部、pp. 353 ～354, 49 年10月.

5) 竹田　仁一、藤本　一男、鈴木　通彦：衝撃荷重に対する砂中埋設構造物の応答土木技術研究会報、Vol.14, 49年2 月.

6) 竹田　仁一、藤本　一男、宮崎　光夫：地中構造物の動的設計法に関する研究（高速撮影による挙動の解析）、土木技術研究会報、Vol.16、51年12月.

7) Wolf, J. A. : Natural Frequencies of Circular Arches, Proc. of ASCE, SM9, pp. 2337-2348, Sept., 1971.

8) Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Influences of Straining Rate and Propagationg Stress Waves on Deformation and Fracture of Concrete , 2nd International Conf. on Mechanical Behavior of Materials, Boston, pp. 1468- 1472, Aug., 1976.

第５章　ショックチューブによる粘性土中のパイプの動的相互作用に関する模型実験

５．１　緒言

第４章では、砂中埋設構造物の動的相互作用に関する模型実験について述べたが、本章では、粘性土中のパイプの動的相互作用に関する模型実験について述べる。第２章で述べたように、粘性土は非常に大きなひずみ速度効果を受けることが判明した。このような粘性土に対する動的な相互作用に関しては、赤井ら[1)]の応力波伝播実験があるが、この実験では、落錘を地表に衝突させて行ったもので、応力波としては、立上りが遅く、再現性がとぼしく、かつ明瞭な作用外力を得ることは困難である。

そこで、明瞭な作用外力を得るためには、入射波が極めて明確であるショックチューブによる衝撃波発生装置が有効である。

従来、ショックチューブを用いて土の動的性質を解明しようとした研究は数多く[1)~6)]あり、例えば、Selig ら[2)]は円筒型ショックチューブの先端に半径方向を拘束した砂柱を取り付け、先端に衝撃波を作用させて、砂（気乾状態）の応力波伝播速度、最大圧力の減衰、波頭面の形について測定している。また、赤井ら[3)]は同様の実験を粘性土について行っており、その結果粘性土の初期接線係数は静的時に比較して3 ～6 倍にもなり、伝播速度は拘束圧に依存すると述べている。さらに、Studerら[4)]は液状化の問題にショックチューブを利用して実験を行っている。しかし、これらの研究のほとんどは、円筒型のショックチューブの端面に土資料を取り付けてそれに衝撃波（反射波）を与えて、応力波の伝播特性を得ようとしたものであり、これらの方法では土中に構造物を埋設して実験を行うことは困難である。

本研究は、ショックチューブの先端ではなく側方に土槽を取り付けることを考案し、土槽の上部に衝撃波（入射波）を通過させて応力波を土中に伝播させ、粘性土中のパイプの動的応答を実験的に解明するとともに、後述の数値解析法の妥当性を確認するためのデータを得ることを目的としている。すなわち、本研究では、以下の３点

に重点を置いた。

(1) 高速載荷装置にはショックチューブによる空気衝撃波発生装置（最大圧力5bar、最大速度2.3 マッハ）を作製し、入射波形を明確に把握でき、しかも再現性のある応力波が得られるようにした。

(2) ショックチューブの側方に土槽を設置し、土槽中に粘性土および砂を入れ、また、剛性の異なるパイプを埋設して高速載荷実験を行い、土の種類および剛性の相違による応答特性を比較検討した。

(3) 高速載荷時の土の変形測定には、土中応力波伝播時に対して利用された例があまりない瞬間X線撮影装置を使用してパイプ周辺の土の動的挙動を明らかにした。また、パイプの変形測定には光学式変位計を用い、明瞭な変形挙動を追跡した。

5．2　実験装置と実験方法

5．2．1　ショックチューブ

ショックチューブは、図5．1に示すように、高圧室と低圧室とからなり、両者の間はダイアフラムで隔離した。本装置は正方形断面（50cm×50cm)の大型ショックチューブであり、図5．1に示すように土槽が取り付けられるようになっており、その中にパイプを埋設した。

衝撃波は、高圧室の空気圧を上昇させ、所要の圧力になったときダイアフラムを破壊することにより発生する。この衝撃波は低圧室を通過する間に乱れを整形しつつ伝播し、土槽に到達したときは乱れの少ない衝撃波となるように低圧室の長さを十分長くした。

衝撃波の速度M_x(マッハ数）と圧力の大きさPとの関係は次式より求められる。[7)]

$$M_x=\sqrt{1+\frac{(\gamma+1)P}{2\gamma P_0}} \quad \text{----------} (5.1)$$

ここで、P_0 は大気圧、γ はガスの比熱比であり、空気の場合はγ=1.4 である。

到達する衝撃波の圧力の大きさと持続時間は、前者の場合、高圧室の圧力、後者の場合は高圧室の容積によって決まる。

本実験では、衝撃波の圧力の大きさは約1bar(0.1MPa)に、持続時間は約7ms になる

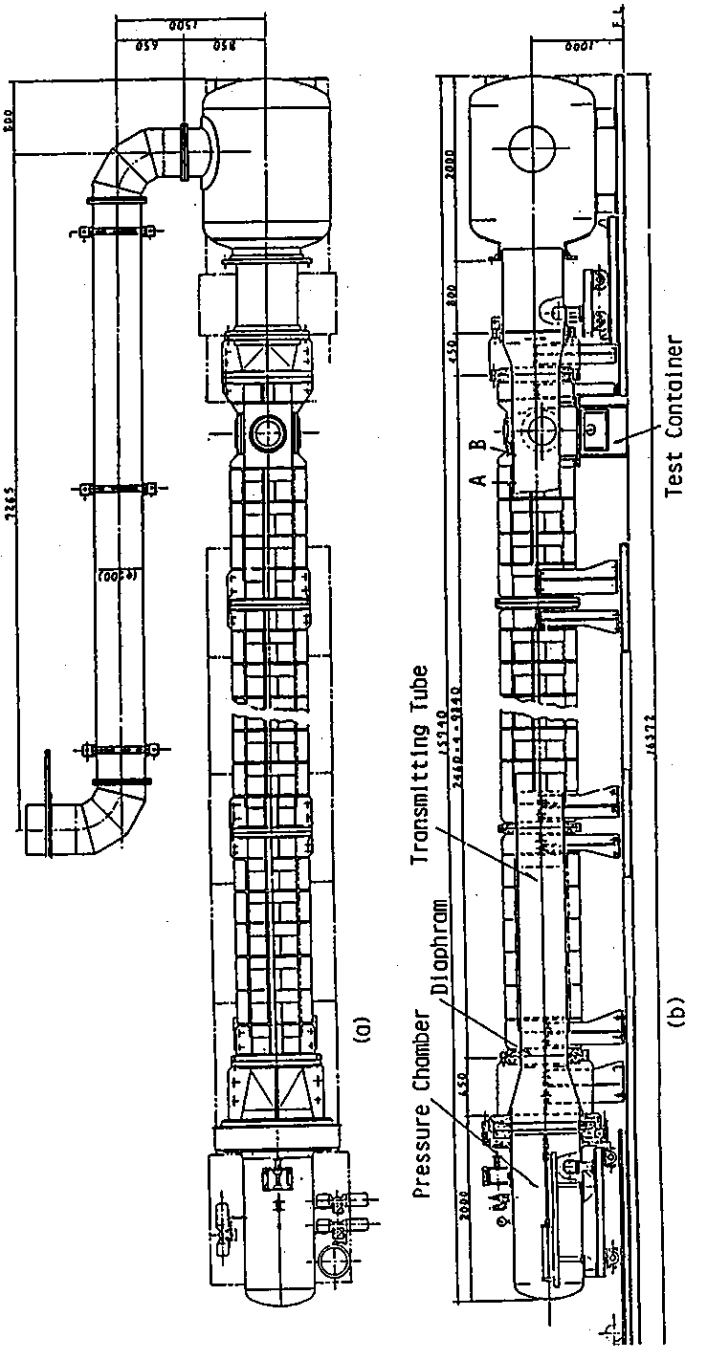


図５．１　空気衝撃波発生装置（ショックチューブ）

（ａ）　平面図　（ｂ）側面図

ように設定しているので、マッハ数は1.36マッハとなり、空気の温度は約20°Cであったので伝播速度C=1.36×326m/s=444m/secである。

図５．２は本装置で得られた土槽上に作用する衝撃波形を示す。

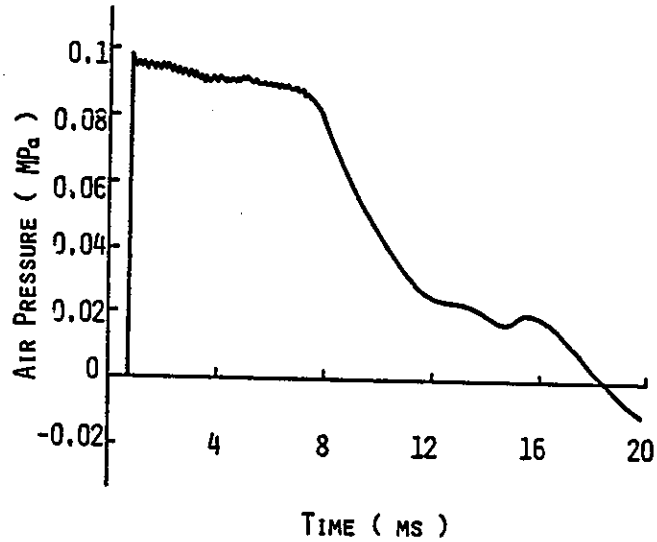


図５．２　ショックチューブによって得られた衝撃波

５．２．２　土槽

図５．１に示したように土槽はショックチューブの観測窓の下に取り付けた。図５．３に示したように、土槽は、巾10cm、長さ50cm、深さ60cmで中央部分に強化ガラス（厚さ12mm）が取り付けられて中が観測できるようになっており、中央部以外は鉄製板（厚さ12mm）からなっている。この土槽を取りはずし、供試体のパイプ（厚さ2mm および0.5mm 、外径100mm）を埋設した。埋設に際しては一層当り3cm になるように粘性土を締め固めながら土槽を作製した。粘性土は、第２章で述べた粘性土と同一含水比、同一密度になるように調整されている。

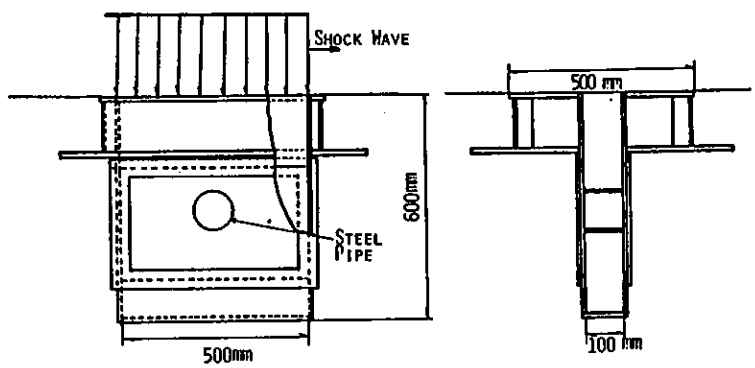


図５．３　土槽および載荷方法

土槽を作製する際、土の変形を測定するため鉛入りマーカを3cm の格子状に配置した。このマーカは円筒状の樹脂（直径4mm ，長さ5mm ）の中に散弾用鉛玉（ 直径1.6 mm）を入れたもので、土の密度とほぼ同じ密度になるように作製した。

図５．３は土槽の断面図および衝撃波による載荷状況を示したものである。また、図５．４は配置した鉛入りマーカ、土圧計およびパイプに貼付したひずみゲージの位置を示したものである。

５．２．３　計測装置と計測方法

衝撃等の高速現象の計測に際しては、計測器の応答特性が衝撃応答に十分追随できるような広帯域のものが必要である。本実験で使用した計測器はひずみ増巾器（共和製　CDV 230AS 応答周波数60 KHz ）、ディジタルメモリ（ 岩通製　DM 7100、最小サンプリングタイム5micro sec)、光学式変位計（ヤーマン製オプトフォロー500SD 応答周波数500KHz）および瞬間Ｘ線撮影装置（英国ハドランド社製SCANDI FLASH）であり、この計測ブロック図は図５．５に示したとおりである。なお、これらの計測装置は本衝撃実験の応答を十分追随できるものであった。

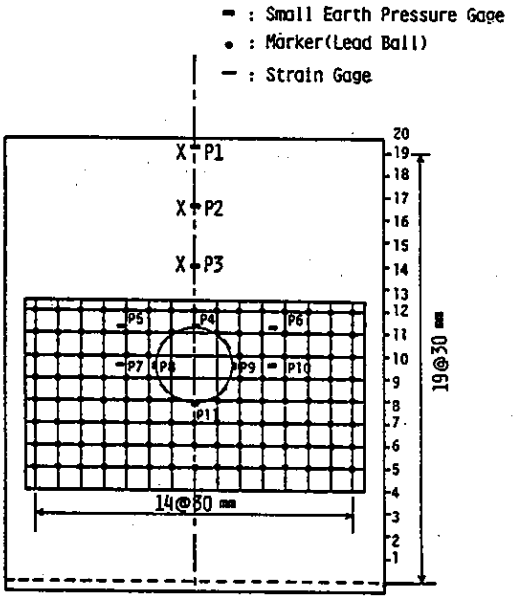


図５．４　土圧計、マーカ等の配置

ショックチューブに取り付けられた土槽の端部から前方34cmの位置（図１．１Ａ点）と、土槽の端部の位置（Ｂ点）の低圧室の壁面に半導体圧力変換器が設置されており、前者はトリガー用、後者は入射波測定用として使用した。Ａ点の圧力変換器に衝撃波が到達した瞬間にトリガー信号を出し、ディジタルメモリの記録が開始されるとともに、瞬間Ｘ線撮影装置の外部トリガーを起動させ、所要の時間遅延させてＸ線（最高450KV ）を照射させた。この照射時間は20ns(20×10^{-9}sec) であり、土槽の後方に設置されたＸ線フィルムにある瞬間のマーカの座標を記録し実験前との差から土の移動量を求めた。Ｘ線撮影にあたっては、土中のマーカを明瞭に撮影するため、種々

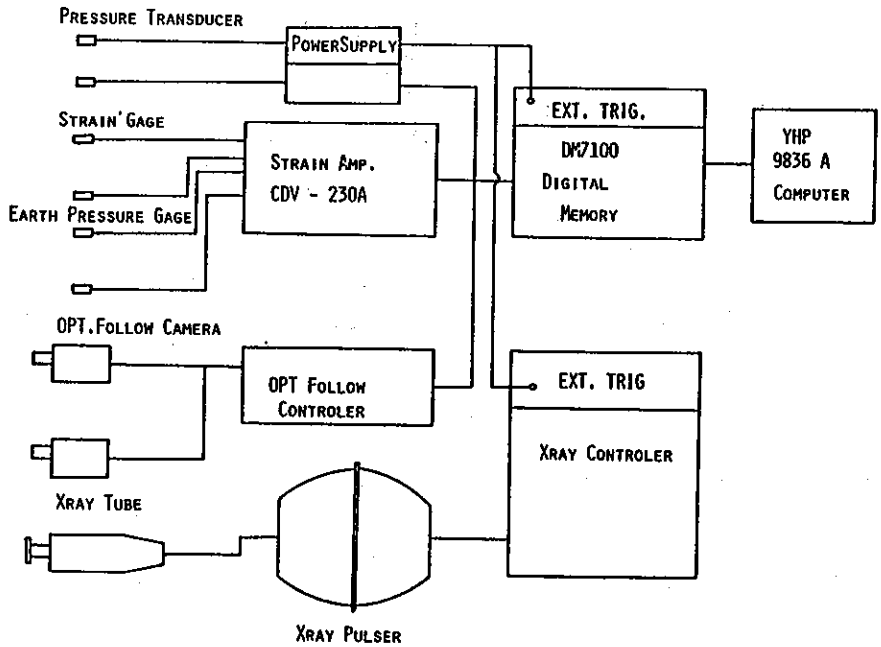


図５．５　計測ブロック図

のフィルムと増感紙を組合せてテスト撮影を行い最も明瞭な撮影ができる組合せを選定した。この結果フィルムはFUJI　RX-OG 、増感紙はFUJI　G-4 希土類が最も良く、さらにＸ線の散乱を防ぐためフィルム前面にリスフォルムブレンデ（Ｘ線散乱防止用スクリーン）を設置した。一方、光学式変位計は第２章で述べたと同じ方法でパイプ面の変位を測定した。ただし、光学式変位計を使用したときはＸ線撮影は行わなかった。

５．３　実験結果と考察

５．３．１　土の種類による応力波伝播と減衰状況

図５．６はFree Field実験における粘性土中応力波の伝播について示したものである。縦軸は土槽の上面からのある距離における土圧計の圧力を、横軸は時間を示している。例えば、一番上の図は土中1cm に埋設した土圧計の圧力～時間曲線で、図５．２で示した入射波形とほぼ同じ波形が得られる。また、距離の増大とともに波形が崩

れながら減衰するが、その減衰量は非常に少なく応力波は遠くまで伝播しており反射波の影響も明瞭に現われる。

一方、図５．７はFree Fieldにおける砂中応力波の伝播を示している。砂の場合も波形が崩れながら伝播するが減衰量が非常に大きく反射波の影響があまり現われていないことが注目される。

図５．８は、応力波の減衰状況を粘性土と砂の場合について比較したもので、縦軸に第１波の最大値を入射波の最大値で割った値を、横軸に距離を示したものである。この図より、砂の方が粘性土に比しはるかに減衰の影響が大きいことがわかる。

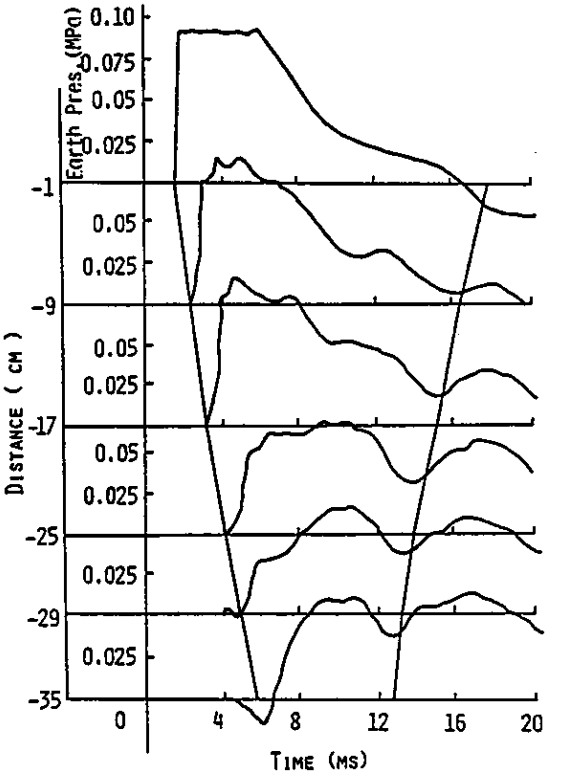


図５．６　Free Fieldにおける土中応力波伝播（粘性土）

赤井ら[1]の実験では砂質ロームの場合、間隙比が大きくなるほど減衰率が大きくなることが示されている。

弾性波理論では、応力波形は位置とは独立で波形が崩れることはない。しかし土中応力波は波頭面が土粒子による吸収、拡散あるいは土の非線型性によって波形が崩れてくる。砂あるいは間隙比の大きい土では自由境界面と密度の不連続性が多く存在するため拡散、吸収効果が著しい。

一方、本実験で使用した粘性土の場合、空気はわずかに混入しているが、ほとんど飽和されており、砂のように自由境界面が少ないため、吸収、拡散効果が少ない。したがって、応力波は土中深くまで伝播する。図５．６で示したように、粘性土の場合第２波の谷が発生した時間以降の波は入射波と土槽の底部からの反射波が重複されたものであり反射波がかなり大きい。しかし、砂の場合には反射波はほとんど発生していない。すなわち、減衰のために反射波の到達は非常に少ない。

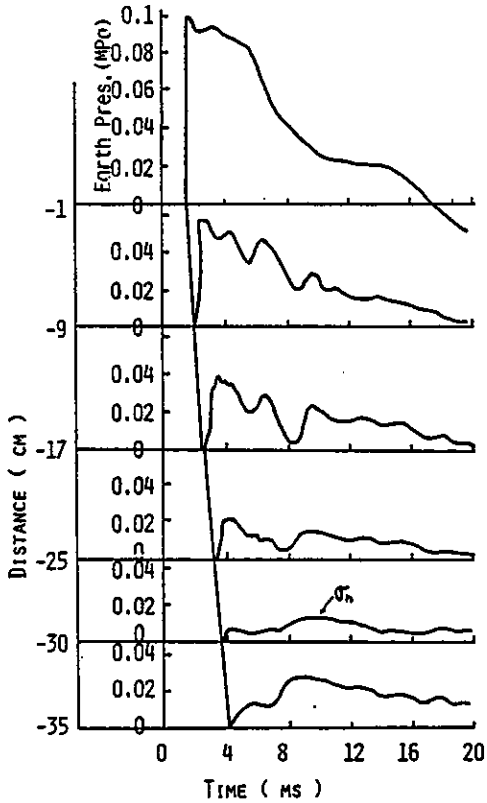


図５．７　Free Fieldにおける
土中応力波伝播

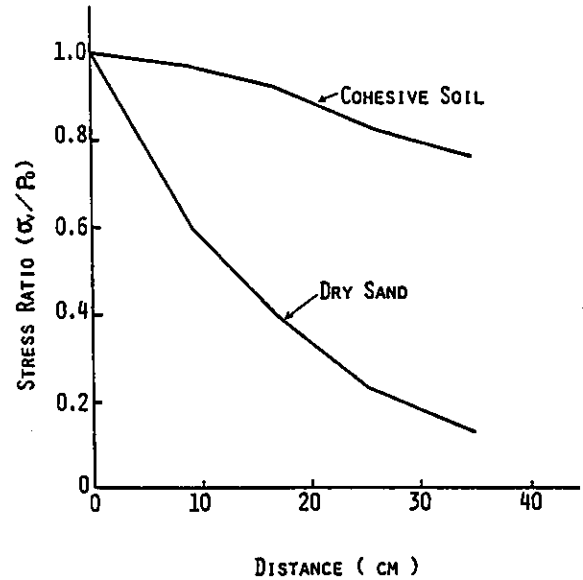


図５．８　応力波の減衰

次に、波動伝播速度について考察する。

波動の伝播速度は土の動的材料定数を決定するのに重要なファクターであるが、これは図５．６および図５．７より実験的に決定することができる。しかし、土の物理定数が分かれば以下のようにして土の波動伝播速度Ｃおよび土の粒子速度ｖを求めることができる。ここではCristescu[8] がLiahovの論文をまとめた土を３相媒体と仮定して導いた式を用いて算定した。　質量保存則および運動量保存則は平面波の場合それぞれ次式のように表わされる。

$$P-P_0=(C-v_0)(v-v_0)\rho_0 \quad \text{----------} (5.2)$$

$$(C-v)\rho=(C-v_0)\rho_0 \quad \text{----------} (5.3)$$

ただし、Pは圧力、ρは密度で、添字0は衝撃波頭面を表わす。

第2章で述べた圧力と密度の関係すなわち、式（2．5）を式（5．2）および式（5．3）に代入すると、粒子速度vと伝播速度Cは次式によって求められる。

$$C^2=\frac{P-P_0}{\rho_0}\left[1-\alpha_1(P/P_0)^{-1/\gamma_1}-\alpha_2\left\{\frac{\gamma_2(P-P_0)}{\rho_2C_2^2}+1\right\}^{-1/\gamma_2}-\alpha_3\left\{\frac{\gamma_3(P-P_0)}{\rho_3C_3^2}+1\right\}^{+1/\gamma_3}\right]^{-1} \quad \text{----------(5.4)}$$

$$v^2=\frac{P-P_0}{\rho_0}\left[1-\alpha_1(P/P_0)^{-1/\gamma_1}-\alpha_2\left\{\frac{\gamma_2(P-P\ )}{\rho_2C_2^2}+1\right\}^{-1/\gamma_2}-\alpha_3\left\{\frac{\gamma_3(P-P_0)}{\rho_3C_3^2}+1\right\}^{-1/\gamma_3}\right]^{-1} \quad \text{----------(5.5)}$$

上式に第2章で述べたと同様のデータを与え、圧力と伝播速度および粒子速度との関係を求めれば、図5．9に示すようになる。入射波圧力1kgf/cm^{2}の場合伝播速度は103m/secとなり、実験で得られた粘性土の伝播速度は平均95m/sec とほぼ一致している。したがって、式（5．4）によって粘性土の伝播速度を推定できる。しかし、砂の場合は全く一致しなかった。この理由は第2章で述べたように砂の粒子間の応力の伝達機構が評価できないからと思われる。

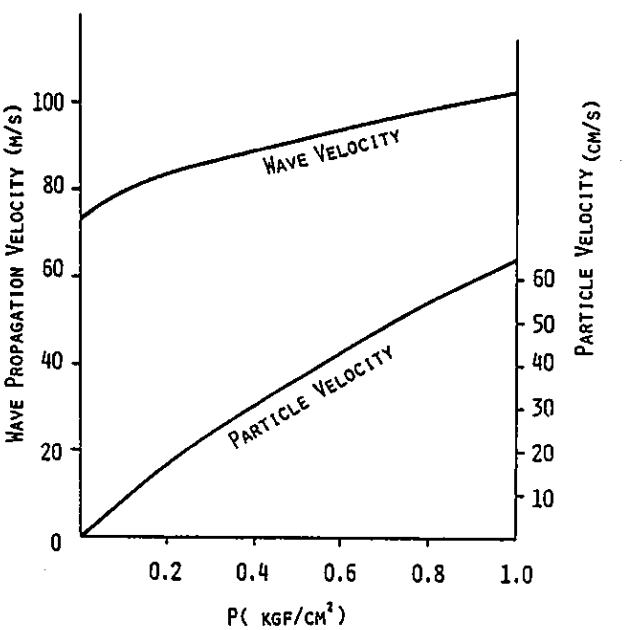


図5．9　伝播速度および粒子速度と圧力の関係

同じ深さでの土圧の水平方向および垂直方向の土圧の測定結果から、両者の比は、粘性土の場合$K_0=\sigma_h/\sigma_v=1$ に近く、砂の場合は0.3 ～0.4 であった。

５．３．２　粘性土中のパイプの応答特性

前節で述べたように、粘性土の場合には、応力波の減衰が非常に小さい。したがって、パイプに作用する土圧も大きくなる。

図５．１０は粘性土中に埋設したパイプおよび砂中に埋設したパイプ周辺に作用する土圧の第１波の最大値を入射波の最大値で割った値の平均値を縦軸に、パイプの位置を示す角度（頂点を０）を横軸に示したものである。この図より粘性土の場合パイプの頂点に作用する土圧は厚さ2mm、0.5mm、Free Fieldの順に小さくなっているがその差はほとんどなく、土圧はほぼ全周に一応に分布していることがわかる。これ

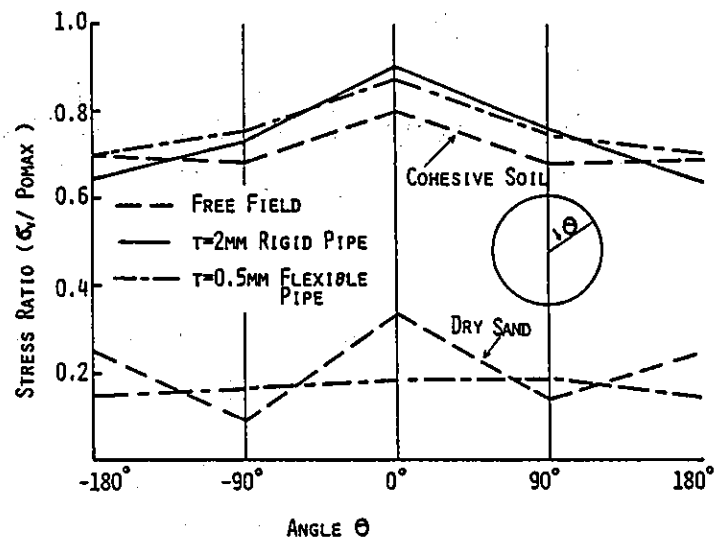


図５．１０　作用土圧の最大値の分布

は、粘性土の静止土圧係数K_0が１に近いためと思われる。

一方、砂中に埋設したパイプでは、Free Field の土圧は側方で小さく、上下で大きい。これは、K_0が0.4 程度であるためである。また、厚さ0.5mパイプの土圧分布は、ほとんど全周に分布しその値はほとんど同じである。これは第４章で述べたと同様に、変形による受動土圧の発生があるためである。また砂の場合、土圧比は粘性土の1/3 以下であり、一定の衝撃波に対し、砂中埋設パイプの方が粘性土中埋設パイプ

より作用土圧は小さく、したがって、砂の方が有利であることが確認された。

図５．１１(a) はパイプの底部に作用する土圧の、(b) は頂点に作用するひずみの時間的変化を示したもので、実線が厚さ2mm (RP)のパイプ、点線が厚さ0.5mm (FP)のパイプをそれぞれ示し、両者を比較したものである。両者の相違は剛性の高いパイプは振動が誘起されているのに対し、剛性の低いパイプはこのような小さい振動はない。

これらのパイプの空気中の固有周期を計算によって求めると厚さ2mmのパイプは3.4ms 、厚さ0.5mm のパイプは13.4msであり、剛性の高いパイプはほぼこの周期で振動していることがわかる。しかし、剛性の低いパイプはこのような現象は見

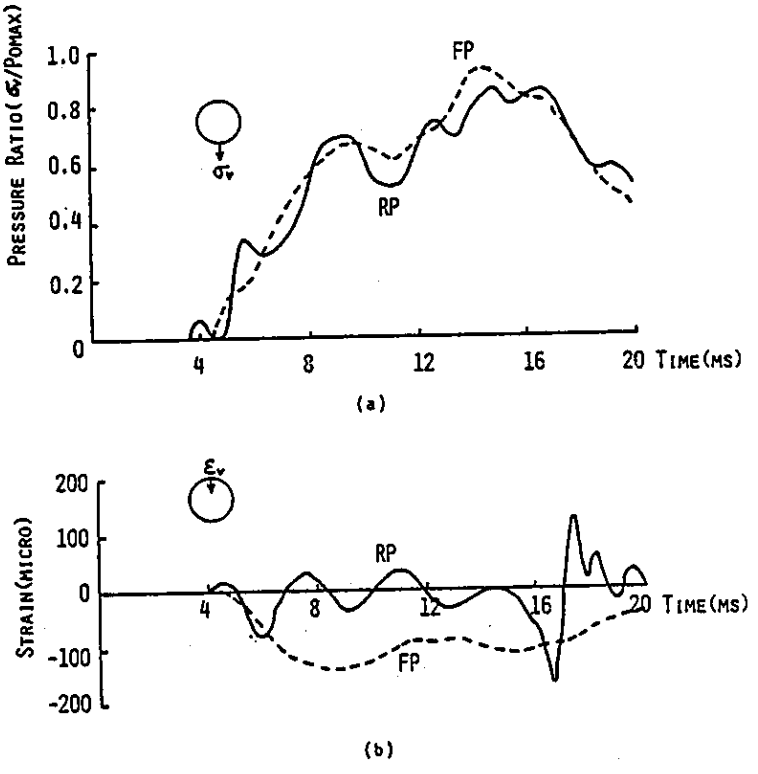


図５．１１　作用土圧およびひずみ～時間曲線

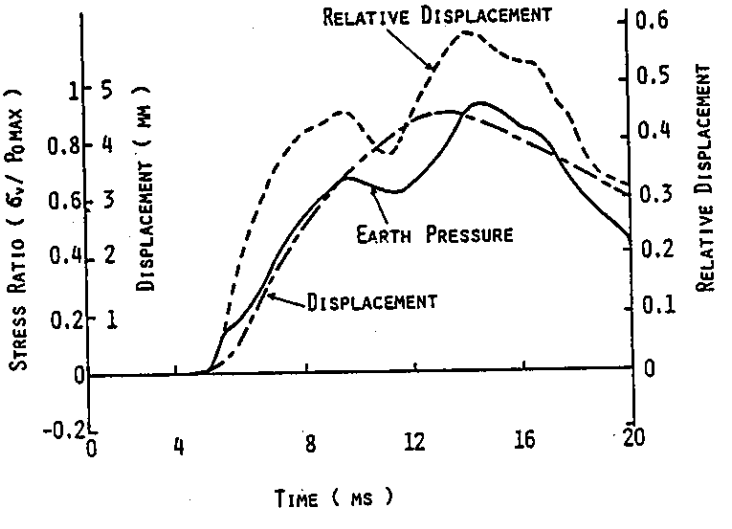


図５．１２　パイプ変位、作用土圧、相対変位～時間曲線

られず、外力と同じ時間経過でひずみ応答することがわかる。

図５．１２は、光学式変位計によって得られた厚さ0.5mm パイプの頂点の変位～時間曲線、頂点と底部の相対変位～時間曲線および底部の土圧～時間曲線示したものである。この図より、底部の変位は最大4.5mm であるが、相対変位は0.58mmでほとんどが剛体変位であることがわかる。また、相対変位と土圧とはほぼ相似的な関係があることが認められた。このことは、第４章で述べた砂中埋設パイプおよびアーチと同様に剛性の低いパイプは外力と同じ時間経過で応答することを示している。

次にFree Fieldとパイプの頂点に作用する土圧について考察する。

いま埋設構造物が完全剛体であるとすると構造物に作用する土圧は、Free Fieldの入射応力波$\sigma_f(t)$ を完全に固定端反射するのでその２倍になると考えられる。すなわち

$$\sigma_s(t)=2\sigma_f(t) \qquad \text{----------} (5.6)$$

しかし、構造物はある速度で変形するため、作用土圧もそれに応じて小さくなる。構造物の変形速度を $v(t)$とすると、この速度に相当するFree Fieldの粒子速度による応力 $\sigma=\rho Cv(t)$ が完全剛体の反射波より小さくなると考えられる。すなわち、

$$\sigma_s(t)=2\sigma_f(t)-\rho Cv(t) \qquad \text{----------} (5.7)$$

ここで、Ｃは土の伝播速度である。土の伝播速度は式（５．４）から求められるが、図５．９を見ると、体積圧縮波の応力と伝播速度はほぼ１次式で近似でき次式によって表わされる。

$$C=a+b\sigma(t) \qquad \text{----------} (5.8)$$

また、土の密度の変化は厳密には応力の関数であるが、近似的に一定であるとすると、結局構造物に作用する土圧の算定式は次のように表わされる。

$$\sigma_s(t)=\left\{2-b\rho v(t)\right\}\sigma_f(t)-\rho av(t) \qquad \text{----------} (5.9)$$

ここで、変形速度 $v(t)$ はパイプの頂点の変位が精度よく測定されているのでこれを微分することによって得られる。図５．１３は実験によって得られたFree Field

の応力時間関係 $\sigma_f(t)$ とパイプの変位速度 $v(t)$を各時間毎に代入して構造物に作用する土圧の時間的変化を求めてプロットし、作用土圧の実測値および変位速度の実測値とともに示したものである。時間が12ms以前はかなりよく一致しているといえる。しかし、時間が12ms以降では計算値の方が大きくなる。これは、土槽の底部からの反射波と入射波とが重複されたためと思われる。

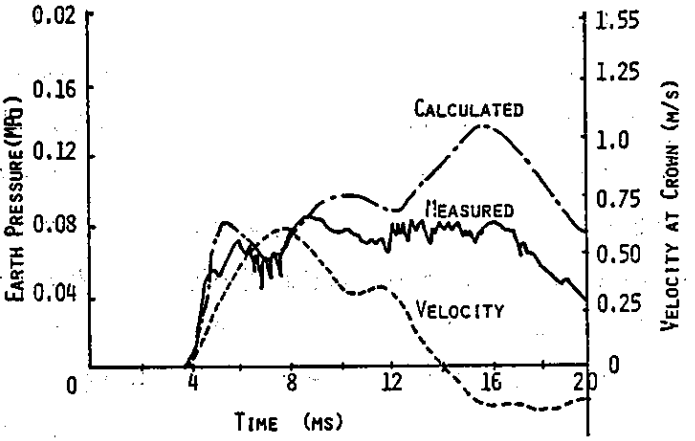


図５．１３　作用土圧の計算値と実験値

５．３．３　パイプ周辺の粘性土の変形特性

瞬間X線撮影装置を用いて鉛入りマーカの点とパイプの変形をX線フィルム（35cm×42.5cm)に撮影した。撮影は実験前と実験中（トリガー信号が発生してから8ms 後）および実験後のそれぞれ３枚撮影した。このフィルム上の各マーカ点をディジタイザー（精度0.1mm)で座標を読取り、実験前と実験中との相対変位を測定した。

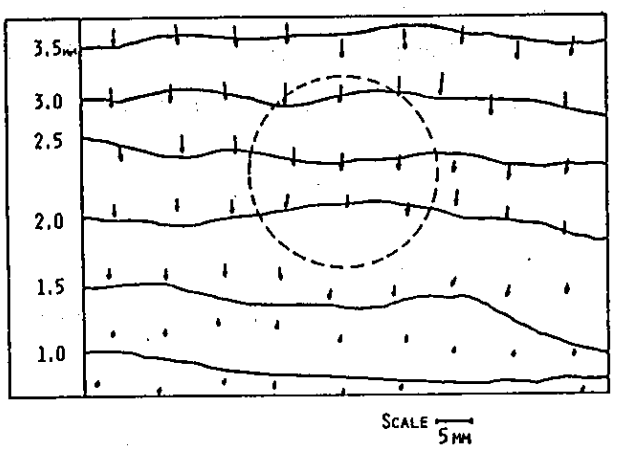


図５．１４　Free Fieldの変位と等変位線

図５．１４、図５．１５、図５．１６はそれぞれFree Field、厚さ0.5mm、2mm のパイプを埋設した場合の変位図（矢印）で、鉛直方向の等変位図も同時に示したものである。

図から当然のことながら、Free Fieldの等変位図はほぼ平行である。しかし、パイプを埋設した場合、側方および下方の変位はパイプによって引き込まれたような形状を示す。また、剛性の高いパイプはほとんどパイプ上下の相対変位はないが、剛性の低いパイプは相対変位が生じるため、等変位線がパイプと交差していることがわかる。したがって、パイプの下方では等変位線がほぼ同じでも上方では剛性の低いパイプの方が大きい変形が生じ、剛性の相違がパイプ周辺に与える影響は剛性の低いパイプの方が大きいことが確認された。　一方、砂の場合の変形は、粘性土に比較して非常に小さく粘性土の1/4 程度の変形しか生じない。これは、応力波が非常に減衰されることと、土の変形係数が大きいためであると思われる。

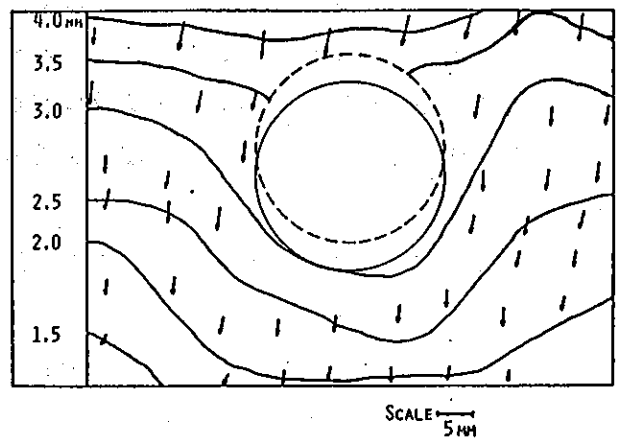


図５．１５　厚さ0.5mm パイプの変位と等変位線

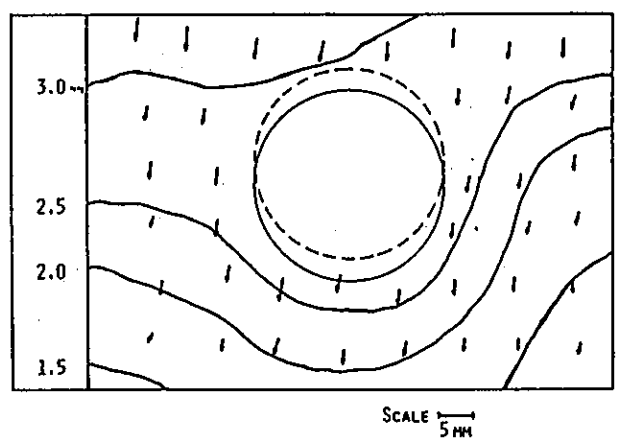


図５．１６　厚さ2mm パイプの変位と等変位線

５．４　結言

本章では、土中に埋設したパイプにショックチューブによる空気圧の衝撃波を与え動的相互作用に関する基礎的実験について述べた。

本章で得られた結論を要約すると以下のようになる。

1）　本実験で用いたショックチューブによる空気衝撃波発生装置は入射波形に再現性があり、信頼性のあるデータが得られることを確認した。

2）　Free Fieldの粘性土中の応力波は減衰が非常に小さく、また、水平方向と垂直方向の応力比は１に近い。いいかえれば、流動体中に体積圧縮波が伝播するのと同じような傾向を示す。

3）　Free Fieldの砂の応力波は非常に大きな減衰があり、水平方向と垂直方向の応力比はσ_h/σ_v=0.4 程度である。

4）　粘性土中の波動伝播速度は本実験で得られた土圧（0.1MPa）の範囲では式（５．４）を用いても差しつかえないことが判明した。

5）　粘性土中に埋設したパイプの頂点に作用する土圧は、Free Field、剛性の低いパイプ、剛性の高いパイプの順に大きくなる傾向にあるが、一般的にその差はあまり大きくないことが認められた。

6）　剛性の高いパイプは、固有振動を誘起するが、剛性の低いパイプは外力と同じ時間経過で変形することがわかった。

7）　埋設パイプに作用する土圧の簡易算定式を導き、これはある時間の範囲内では実測値とよく一致することを確認した。

8）　Ｘ線撮影により、埋設パイプの変形はほとんど剛体移動であり、周辺の粘性土の変形はパイプの剛性によってかなり影響されることが認められた。

参考文献

1) Akai, K. and M. Hori and T. Shimogami : Study on Stress Wave Propagation Through Saturated Cohesive Soils by Means of Triaxial Shock Tube. Proc. of JSCE, No. 228, pp. 99-108, Aug., 1974.

2) Selig, E. T. and E. Vey : Shock Induced Wave Propagation in Sand , Proc. of ASCE, SM3, pp. 19-50, May, 1965.

3) Akai,K. M. Hori, N. Andou and T. Shimogami : Shock Tube Study on Stress Wave Propagation in Confined Sand, Proc. of JSCE, No. 200, pp. 127-140, April, 1965.

4) Studer, J. and E. G. Prater : An Experimental and Analytical Study of Liquifaction of Saturated Sands Under Blast Loadings, Proc. of Dynamical Method in Soil and Rock Mechanics, Vol. 2, pp. 217-239, Sept, 1977.

5) Hampton, D. ,P. J. Huch and T. Selig : Wave Propagation in Confined Clay, Proc. of ASCE, SM4, pp. 1391-1404, July, 1970.

6) Stoll, R. D. and I. A. Ebeido : Shock Wave in Granular Soil, Proc. of ASCE, SM4, pp. 107-125, July, 1965.

7) Kinny,G. F. : Explosive Shock in Air, The Macmillan Co., 1962, pp. 41-42

8) Cristescu, N. : Dynamic Plastisity ,North-Holland Pub. Co., p. 551, 1967

第６章　簡易計算法による静的[1),2)]相互作用の数値解析

６．１　緒言

埋設構造物の静的相互作用は、動的相互作用の中で時間の項が無視できる場合と解釈できる。埋設管に土圧が作用すれば管は変形し、それによって土圧はまた変化する。最終的にいかなる土圧がどのように分布するかが決定されれば、埋設管の設計が可能となる。

作用土圧の算定方法は、マーストン、スパングラーの土圧の算定式が広く実用面で利用されている。この算定方法では、パイプの設置方法とパイプの剛性が剛か柔かによって計算方法を区別している。しかし、実際には、土とパイプの両方の剛性あるいは変形係数によって作用土圧はデリケートに変化し、特に柔なパイプの場合は、土およびパイプの変形が大きいので、相互作用によって複雑な挙動を示すと考えられる。このような土－構造物系の場合には、系全体として解析する必要がある。

従来、Burns ら[3)]は、深く埋設されたパイプについて周辺の土が弾性体として内部モーメントおよび軸力を計算している。また、Richard ら[4),5)]は、浅い埋設管に地表より集中荷重が作用した場合について応力関数を用いて解析した。しかし、これらの解析方法は非常に複雑で土を弾性体としているので実用上問題がある。

一方、土の非線型性を考慮した数値解析法として有限要素法があり、例えば成田[6)]は、埋設管と土との一体解析を行うため、Dancan[7)]の方法を用いた有限要素法による弾塑性解析を行い、有限要素法が有力な手段であることを示している。

しかし、有限要素法も土の構成方程式が複雑であると時間と労力を要するため、ここでは、土－構造物系の一体解析を単純なモデルによって行うことを目的とした。

第４章で述べたように、動的相互作用を理解するため、静的荷重を作用させた実験も数多く行ったが、ここではこれらのデータをもとに、Free Fieldと剛性の異なるパイプあるいはアーチに作用する土圧の差異に着目して、土と構造物の静的相互作用の単純なモデル化を試みる。

6．2　土と構造物の静的相互作用の単純化モデル

土と構造物の静的相互作用は、構造物を埋設していない場合の応力と変位が埋設構造物によって乱されるために生じると考えられる。その過程は図6．1に示したように説明できる。

1）　まず、Free Fieldの仮想境界面すなわち、埋設構造物が存在した場合と同一境界面における各点は法線方向に地盤反力係数と等価な分布バネによって支持されていると考える（図6．1(a)．(b)参照）。

2）　Free Fieldに外力が作用して、Free Fieldの仮想境界面上に土圧 σ_f が生じたとする。また、仮想境界面上のせん断力の影響を無視できると仮定すると次式に示すように釣合っていると考える（図6．1(c) 参照)。

$$\sigma_f = \bar{k}_f u_f \quad \text{----------} (6.1)$$

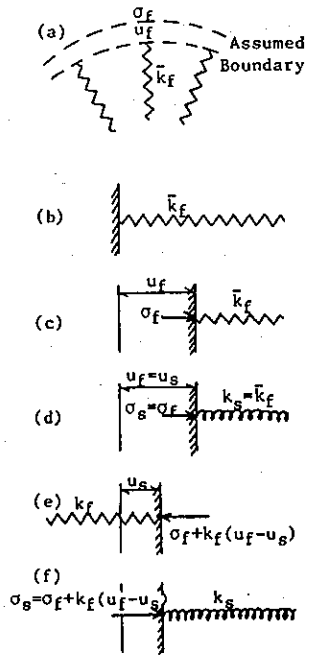


図6．1　土ー構造物系の相互作用の模型式図

ここで u_f はFree Fieldの変位である。

3）　土と全く同じ変形係数を持つ構造物を埋設したとすると（ $\bar{k}_f = k_s$ ）Free Fieldの乱れは生じないはずである（図6．1(d) 参照）。

4）　この k_s を取り除き、変位 u_s になるまで内側から強制変位を与えたとすると外側の地盤反力係数 k_f により仮想境界面上に作用する土圧は次式となる（図6．1(e) 参照）。

$$\sigma_s = \sigma_f + k_f (u_f - u_s) \quad \text{----------} (6.2)$$

5）　u_s が埋設構造物の変位とすると、σ_s は構造物に作用する土圧であり、その相対変位が異なる理由は、構造物の剛性を示すバネ k_s が土の剛性を示すバネ k_f と異なるためであり、式（6．2）で示す σ_s が構造物に作用する土圧であると解釈できる（図6．1(f) 参照）。

Free Fieldの仮想境界面の内側へのバネ $\bar{k}_f$ と外側へのバネ k_f との間には次の関

係があるとする。

$$k_f = \bar{\alpha}\bar{k}_f \quad \text{----------} (6.3)$$

よって、式（６．２）より次式が得られる。

$$\sigma_s = (1+\bar{\varepsilon}\bar{\alpha})\sigma_f - k_f u_s \quad \text{----------} (6.4)$$

ここで $\bar{\varepsilon}$は u の方向を示す符合で $u_f>0$ （内側を正）のときは$\bar{\varepsilon}=1$ 、$u_f<0$ のときは $\bar{\varepsilon}=-1$、$u_f=0$ のときすなわち静止状態では $\bar{\varepsilon}=0$である。

水平方向と円直方向の地盤反力係数（k_f^h, k_f^v）が異なる場合は k_f は次式となる。

$$k_f = k_f^h \cos^2\theta + k_f^v \sin^2\theta \quad \text{----------} (6.5)$$

ここで θ は境界面の法線と水平面のなす角である。

一方、構造物に作用する土圧 σ_s と変位 u_s の関係は次式となる。

$$\sigma_s = k_s u_s \quad \text{----------} (6.6)$$

内側への地盤反力係数と外側へのそれは通常等しいので $\alpha=1$ と仮定できる。また、上載荷重のときは通常正方向に変位するので $\bar{\varepsilon}=1$となる。したがって、構造物に作用する土圧と、Free Field における土圧の比は次式となる。

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_f} = \frac{2k_s}{k_f + k_s} \quad \text{----------} (6.7)$$

式（６．７）は、構造物に作用する土圧は、土と構造物の変形係数と、Free Field における土圧によって与えられることを示している。

図６．２は、構造物に作用する土圧比（σ_s/σ_f）と構造物の変形係数との関係を土の変形係数をパラメータとして示したものである。

図から、最大の土圧比は２であり構造物が剛体の場合は、Free Fieldの２倍の土圧が作用することになる。　また、構造物の剛性が非常にフレキシブルは場合は、Free Field より小さな土圧になり、空洞の場合は０である。

図中の各プロット点は第４章で述べた実験結果であり、k_s は作用土圧と変位の関

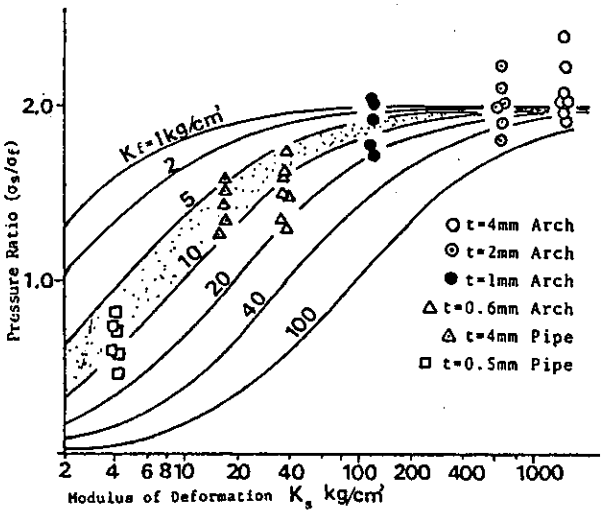


図６．２　土圧比と構造物の変形係数との関係

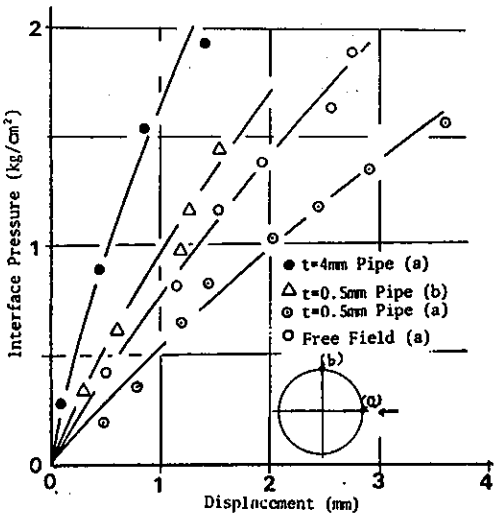


図６．３　作用土圧と変位の関係

係から求めた。図６．３はこの一例である。また、k_f は載荷棒の貫入抵抗と変位の関係から求めたもので、実験結果は5kgf/cm²/cm ～10kgf/cm²/cmであった。図６．２から、かなりバラツキはあるが上述の仮定がほぼ正しいことを示していると考えられる。

また、図６．４は三木らのコルゲートアーチの実験結果[8]を含めて、土圧比と変形係数比（$\eta = k_s / k_f$）との関係を示した。ここで問題となるのが土の変形係数であるが、後述の方法で求めた値を用いている。

図から、野外実験の場合も、前述の仮定が成立することがわかる。

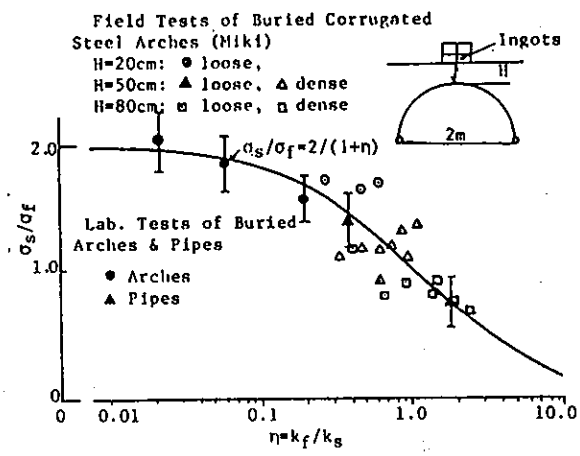


図６．４　土圧比と剛性比ηの関係

６．３　埋設構造物の簡易計算法

式（６．４）が埋設構造物の各要素で成立すると仮定すると以下の手順で

一体解析ができる。

土－構造物系は２次元的に考え、曲線部材は直線ばりの集合として近似する。

Free Fieldの土圧は既知として等価節点集中荷重ベクトル F_f に置換し、地盤反力係数も同様に集中バネ K_f に置換する。構造物に作用する土圧を F_s とすると各節点の平衡方程式は土－構造物系では式（６．４）から次式を得る。

$$F_s=(1+\bar{\varepsilon}\bar{\alpha})F_f-K_fU_s \quad \text{----------} (6.8)$$

一方、構造物系では次式が成立する。

$$F_s=K_sU_s \quad \text{----------} (6.9)$$

ここで K_s は構造物の剛性マトリックスである。
式（６．８）と式（６．９）から次式が成立する。

$$(1+\bar{\varepsilon}\bar{\alpha})F_f=(K_s+K_f)U_s \quad \text{----------} (6.10)$$

式（６．１０）はFree Fieldの土圧から土および構造物の剛性マトリックスによって土－構造物系の未知の変位 U_s を求める式になっている。

また、構造物に作用する土圧は（６．８）式あるいは（６．９）式に計算された変位を代入することによって、求められ、土－構造物系の相互作用の結果生じる土圧であると解釈することができる。

図６．５は以上の手順によって計算するためのフローチャートを示す。

この方法によって、通常の２次元梁の構造解析法と全く同様に埋設構造物の解析ができる。

６．４　解析例

第４章で述べた静的載荷によるFree Fieldの実験結果から得られた土圧分布を用いて、厚さ0.6mm および4mm のアーチについて計算した結果を図６．６と図６．７に示した。図から明らかなように、作用土圧およびモーメントはほぼ一致することがわかる。

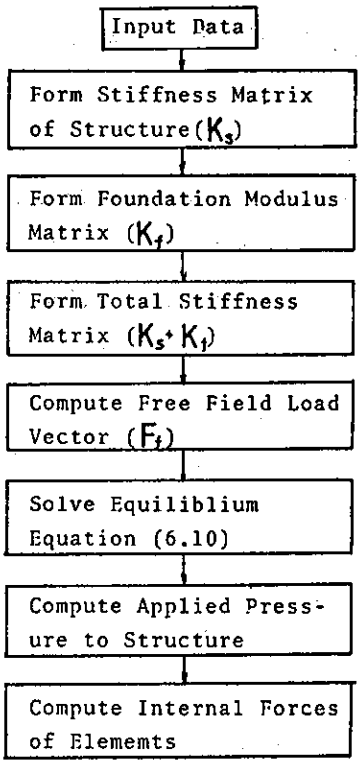


図６．５　簡易計算手順

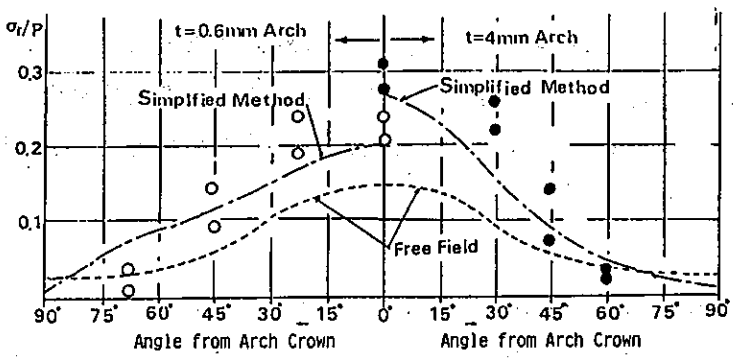


図６．６半径方向土圧分布の計算値と実験値の比較

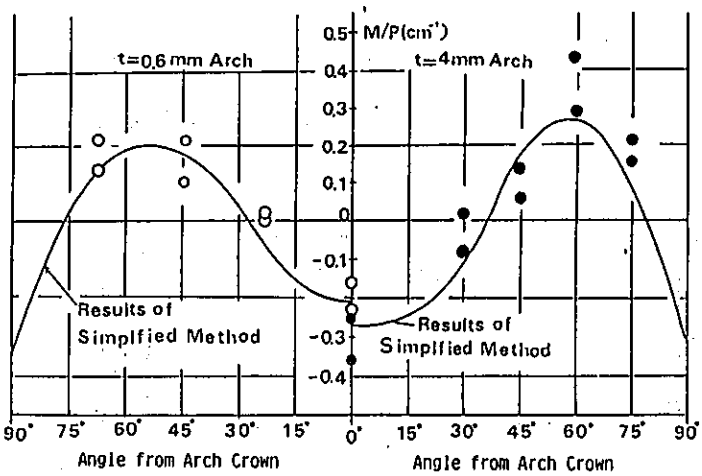


図６．７　曲げモーメントの計算値と実験値の比較

三木ら[8),9)]は埋設コルゲートアーチについて山砂の締め固め度、盛土高、および上載荷重を変化させて一連の実験を行った。この実験について、以下の諸係数を用いて計算を試みる。

１）地盤反力係数

埋戻し砂のプレシオメターによる横方向地盤反力係数 k_h とＮ値との間に、次式の関係があるとして求められている。

$$k_h=0.4N \quad \text{----------} (6.11)$$

かた詰めではN=4 、ゆる詰めではN=0 であるので、前者ではk_h=1.6 ～2.0kgf/cm^3、後者では0 ～0.4kgf/cm^{3}と推定される。ここでは平均値としてかた詰めでは、k_h=1.8kgf/cm 、ゆる詰めでは0.2kgf/cm^{3}を用いた。なお、鉛直方向地盤反力係数 k_v は k_v =0.8 k_h[10] として与えた。

2）Free Fieldの土圧

Free Field土圧ついては以下のように考えた。まず上載荷重はインゴットをのせているので内部応力の計算にはFröhlichの応力集中係数 $\overset{*}{\nu}$ =5 として内部応力を算定し、さらに土砂荷重を計算して加える。鉛直方向土砂荷重はγH、水平方向土砂荷重はKoγH として与えた。K_0 はN値の関係[11]からかた詰めでは0.5, ゆる詰めでは0.7 を用いた。以上の方法でFree Fieldの土圧が計算できる。

土の地盤反力係数とFree Fieldの土圧が算定できれば、前述の計算方法によって作

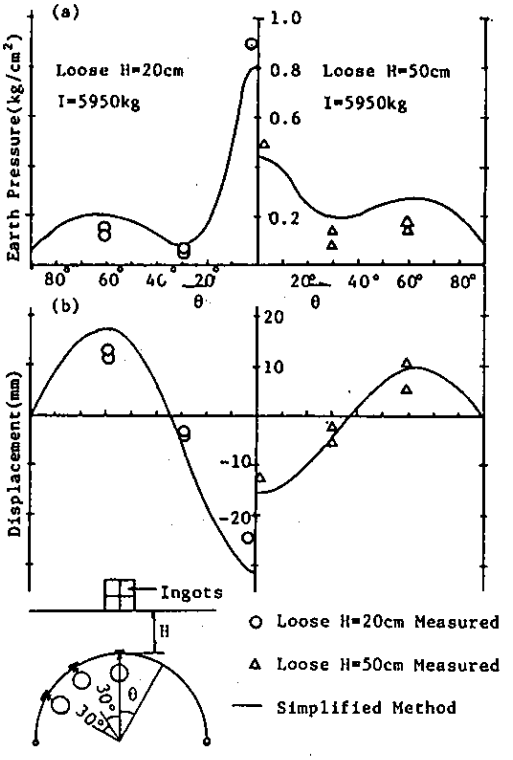


図6．8　埋設コルゲートアーチの半径方向土圧、変位の実験結果と計算結果

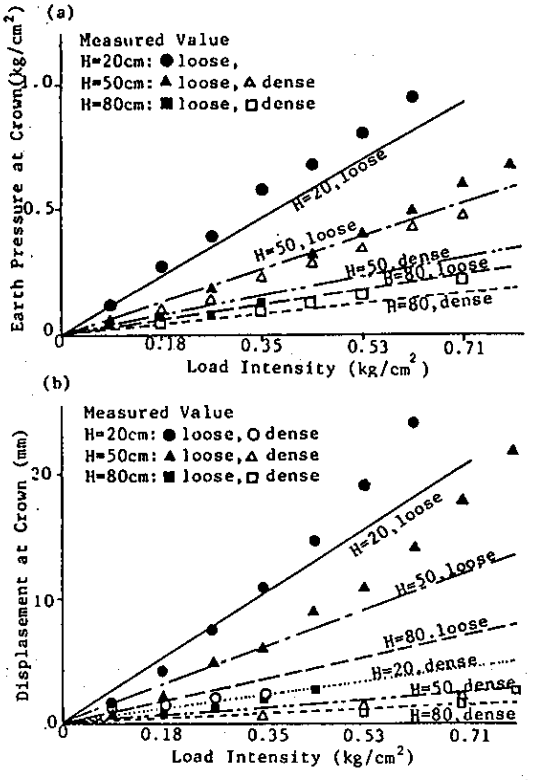


図6．9　埋設コルゲートアーチの頂点の土圧、変位の実験結果と計算結果

用土圧および変位、内部のモーメント、軸力等が計算できる。

図６．８は計算結果と実験結果とを比較したものである。図の（ａ）は半径方向の土圧、（ｂ）は半径方向の変位を示す。荷重条件は土被り20cmと50cmでゆる詰めの土砂上に、上載荷重I=5950kg（荷重強度0.63kg/cm^2）が載荷された場合である。

図６．９（ａ）はアーチの頂点における上載荷重強度による土圧の変化、図（ｂ）は変位の増加について計算値と実験値を対比したものである。いずれもよい一致を見ることができる。本計算方法は野外埋設試験の結果にも応用できることが判明した。

次に埋設管に対する計算を有限要素法による計算との比較を試みる。

成田[6)]は埋設管について有限要素法による解析を行い、盛土高による埋設管の作用土圧の変化に関する実験結果と比較検討した。

簡易計算法を行う場合には、地盤反力係数が問題となる。そこで以下のような諸係数を用いて計算する。

１）　地盤反力係数；通常の砂の場合の水平方向地盤反力係数は k_h=0.5 ～2.0kg/cm^3 と推定されるのでこの範囲で２種類について計算する。また、$k_v = 0.8k_h$ とし鉛直方向地盤反力係数を算定した。

２）　Free Fieldの土圧；鉛直方向土圧 $\sigma_v = \gamma H$ 、水平方向土圧 $\sigma_h = K_0 \gamma H$ として与える。ここでK_0はJakyの砂の静止土圧係数の算定式を用いて求める。

$$K_0 = 1 - \sin\varphi \quad \text{----------} (6.12)$$

ここで φ は砂の内部摩擦角である。

なお、φ および砂の単位体積重量 γ は成田が計算に用いた値と同じ値を与えた。

図６．１０はフレキシブルパイプ（ϕ=76cm,t=2.77mm,E_s=1.9×10^6 kg/cm^2）を埋設し盛土高を変化させた場合の頂点土圧(図(a))、側方土圧(図(b))の変化について、実験結果、有限要素法によるもの、および本簡易計算法の結果をプロットしたのもである。

図から有限要素法と同様に地盤反力係数が作用土圧に与える影響は小さい。簡易計算法による土圧の計算値は若干小さくなっているがほぼ近い値である。なお、図(a) の

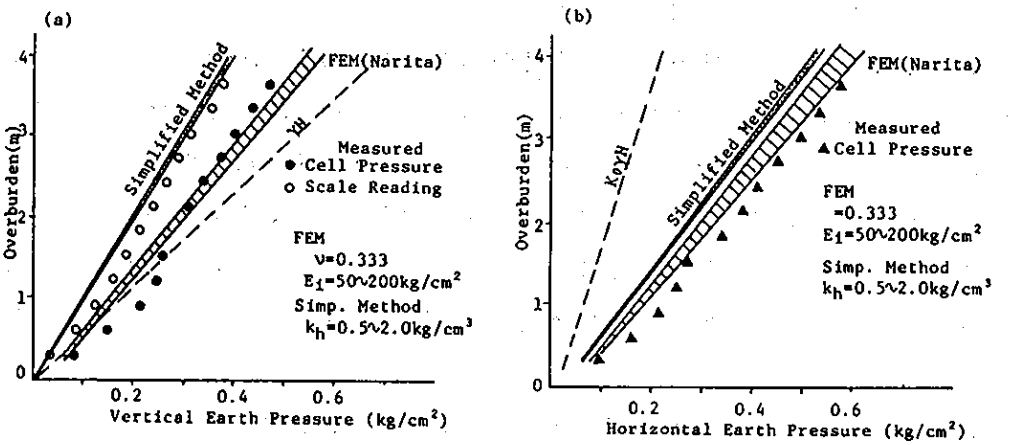


図６．１０　フレキシブルパイプの計算値、ＦＥＭ、実測値との比較

白丸は平均土荷重の実測値である。

図６．１１は同様にリジッドパイプ（鋳鉄管、φ＝79cm、t=2.54cm,E_s=7×10^5kg/cm^2)の場合を示す。

作用土圧は地盤反力係数によってかなり影響を受ける。鉛直土圧の実測値は計算値の中に入っており、側方土圧は計算値が若干上回っていが有限要素法よりよい結果が得られた。

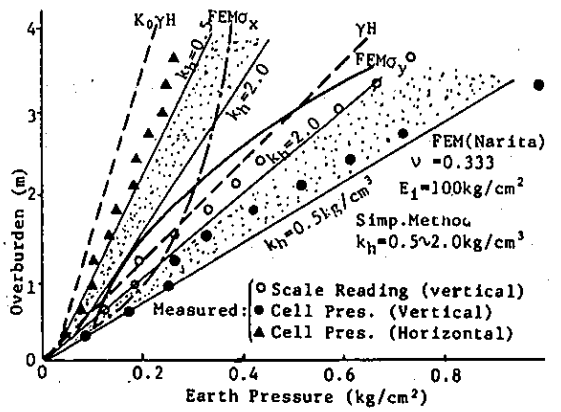


図６．１１　リジッドパイプの計算値、ＦＥＭ、実測値との比較

さらに、静的相互作用の問題として鋼矢板にかかる土圧と変形がある。そこで、実測値がある鋼矢板の計算を試みる。地盤反力係数は与えられているので、これを用いる。また、Free Fieldの土圧は$K_0\gamma H$として求められ、K_0も与えられている。

図６．１２はこれらを用いて計算した結果と実測値とを比較したものである。図から計算と実測値とはよく一致しているといえる。土圧の計測結果がないので比較はできないが、フレキシブルな鋼矢板の土圧分布に定性的に一致しているといえる。

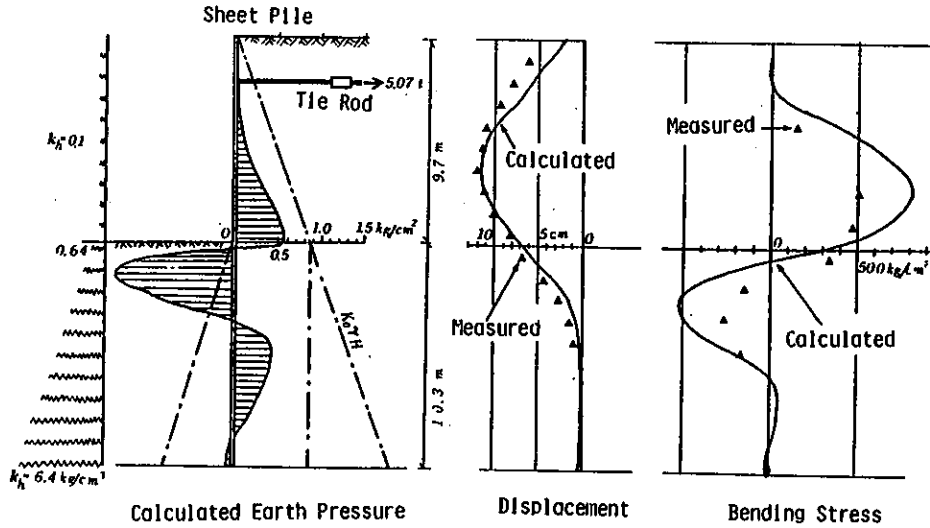


図６．１２　鋼矢板の計算例

以上述べたように、本計算法は単純であるが土と構造物の静的相互作用の解析に比較的よい結果を与えることが判明した。

６．５　結言

本章においては、静的相互作用の簡易計算法について述べた。この方法は、地盤反力係数とFree Fieldの土圧から埋設構造物の作用土圧、内部応力および変位が計算でき有効な方法であると考えられる。しかし、上載荷重がある場合のFröhlichの応力集中係数や、地盤反力係数を適切に与える必要がある。

本章で得られた結論を要約すると、以下のようになる。

１）　埋設構造物に作用する土圧は、Free Fieldの土圧と構造物および地盤の剛性によって変化し、次式の関係で表わされる。

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_f}=\frac{2k_s}{k_f+k_s}$$

２）　上式を用いることによって、単純化モデルによる埋設構造物の作用土圧および内部応力の計算が可能であり、作用土圧は計算の結果得られる。

３）　いくつかの例題について計算を試みたが、ほぼ実験と計算結果とは一致し

た。

4）　土－構造物系の一体化解析を行うための有限要素法との比較においても、かなりよい結果が得られた。

5）　本計算法を用いる場合にはFree Fieldの土圧および地盤反力係数の適切な評価が必要である。

参考文献

1) 伊藤　冨雄、藤本　一男：砂中埋設構造物の変形と応力に関する実験、第22回土質工学シンポジウム（地盤と構造物との相互作用），pp. 61～66，52年10月.

2) 伊藤　冨雄、藤本　一男：土と構造物の相互作用を考慮した埋設構造解析、第13回土質工学研究発表会講演集、pp. 1281～1284，53年6 月.

3) Burns,J. D. and R. M. Richard : Attenuation of Stress for Buried Cylinder, Proc. of the Soil-Structure Interaction, pp. 378-402, 1964.

4) Richard, R. Jr., J. S. Agrawal : Stress on Shallow Circular Pipe by Transformed Section, Proc. of ASCE, SM7, pp. 509-526, July, 1973.

5) Abel,J. F. ,R. Mark and R. Richard : Stress Around Flexible Elliptic Pipes, Proc. of ASCE, GT6 , pp. 637-652, June, 1974.

6) 成田国朝：地中埋設管に関する有限要素解析、埋設管に関するシンポジウム発表論文集、土質学会、pp. 9 ～12，50年10月.

7) Duncan,J. M. and C. Y. Chang, Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. of ASCE, Vol. 96, SM5, pp. 1629-1653, Sept. ,1970.

8) 三木　五三郎：コルゲートアーチの支持機構に関する実験的研究、土木学会第21回全国学術講演会第3 部、41年11月.

9) 土質工学会：コルゲートカルバートマニアル、第2 回改訂版、pp. 154 ～158 ，54年.

10) 福岡　正巳編：現場技術者のための土圧・土留計算法と実例、近代図書、pp. 307，　51年.

11) 　落合　英彦：砂の静止土圧係数の算定式とN値を用いた静止土圧の計算法、土質工学論文報告集、Vol.17、No.3，pp. 93～107，Sept. 1977.

12) 　最上　武雄監修、松尾　稔、冨永　真生共著：土圧、鹿島出版会、pp. 57～59 1975年.

第７章　土と構造物の動的相互作用に関する数値解析

７．１　緒言

本章の目的は第５章で行ったショックチューブによる土と構造物の動的相互作用実験を数値解析的に検証することにあり、在来の有限要素法による材料非線型動的応答解析法に、ひずみ速度効果を考慮した土の構成方程式（キャップモデル）を導入し、降伏曲面の移動にともなう計算アルゴリズムの開発を企図したものである。

従来、有限要素法を用いて土－構造物系の動的問題を取り扱った研究は数多くあり、例えば、Baron ら[1)]は爆発荷重による地盤振動の解析を３種類の土のモデルを用いて比較検討し、土の構成方程式としてはキャップモデルが有効であると述べている。また、伊藤、久武[2)]は地盤を弾性体と仮定して近接発破に起因するトンネル覆工の動的応答解析を行い、実際のトンネルの工事現場における実測結果と比較して、その妥当性を確認している。またWilson[3)]は爆発荷重による地下構造物の動的相互作用について始めて非線型解析を行い、土の非線型材料モデルを体積およびせん断弾性率がひずみ依存性であると仮定してその有用性を提唱した。

しかし、有限要素法を用いて土のひずみ速度効果を考慮した土- 構造物系の動的応答解析に関する研究はあまりその例がなく、また、土の動的構成方程式そのものにも有効なモデルが見当らない現状である。

本研究は、高速荷重を受ける土- 構造物系の動的応答解析法を開発するための第一歩として、在来の材料非線型動的応答解析法にひずみ速度効果を考慮した土の構成方程式を導入することを試み、数値解析例としては粘性土中に埋設されたパイプの動的挙動を考察し、ひずみ速度効果による影響やパイプの剛性のよる影響、さらに実験結果との比較などにより本法の妥当性および応用性について検討しようとするものである。

７．２　運動方程式および解法

本解析では、平面ひずみ状態の仮定のもとで、形状関数を２次式で表現できる８節点アイソパラメトリック要素を用いた。まず、材料非線型を考慮したある時刻 t+Δt における運動方程式は次式のように表現できる。[4)]

$$M\ddot{U}_{t+\Delta t}+C\dot{U}_{t+\Delta t}+K_t U=R_{t+\Delta t}-F_{e_t} \quad \text{----------(7.1)}$$

ただし、M＝質量マトリックス、C ＝減衰マトリックス、K_t ＝時刻 t における接線剛性マトリックス、 $R_{t+\Delta t}$=t+Δt における外力荷重ベクトル、U ＝節点変位増分ベクトル＝$U_{t+\Delta t}-U_t$、$\ddot{U}$=加速度ベクトル、$\dot{U}$ ＝速度ベクトル $\Delta F_e=R_{t+\Delta t}-F_{e_t}$ は不平衡力、F_{e_t}＝等価節点力。ここで、 M はコンシステント質量マトリックスを用い、減衰マトリックス C は質量マトリックス M と剛性マトリックス K とに比例する Rayleigh ダイピングを用いた。

$$C=\tilde{\alpha}M+\tilde{\beta}K \quad \text{----------(7.2)}$$

ここに、係数 $\tilde{\alpha}$ 、$\tilde{\beta}$ は系の固有円振動数の関数で固有円振動数の２次までをとると次式のようになる。[5)]

$$\tilde{\alpha}=\frac{2\lambda\omega_1\omega_2}{\omega_1+\omega_2} \quad ,\tilde{\beta}=\frac{2\lambda\omega_1-\tilde{\alpha}}{\omega_1^2} \quad \text{----------(7.3)}$$

ただし、ω_1 、 ω_2 は系の第１次および第２次円振動数、λ は減衰定数である。

式（７．１）の運動方程式は Newmark β 法（β=1/6）を用いて解析した。また、非線型解析はタイムステップ Δt 間で修正 Newton-Raphson 法を用いた。解析に当っては、タイムステップ Δt 間において K を一定と仮定しているので、材料の非線型性にともなう不平衡力 ΔF_e が生じる。この不平衡力を求めるためには各要素の等価節点力および次の時刻 t+Δt の K を求める必要があり、これらの値を求めるために各要素の弾塑性応力・ひずみマトリックス D^{ep} が必要となる。以下にこれらの算定法について述べる。

７．３　ひずみ速度を考慮した等価節点力と剛性マトリックスの算定

７．３．１　ひずみ速度を考慮した降伏関数の決定

タイムステップi-1 番目のひずみとi 番目のひずみからひずみ増分 $\Delta\varepsilon$ を求め、さらに、これを用いてひずみ速度 $\dot{\gamma}_{oct}$ が次式のように得られる。

$$\dot{\gamma}_{oct}=\frac{2}{3}\left\{(\Delta\varepsilon_x-\Delta\varepsilon_y)^2+(\Delta\varepsilon_y-\Delta\varepsilon_z)^2+(\Delta\varepsilon_z-\Delta\varepsilon_x)^2+\frac{3}{2}(\Delta\gamma_{xy}^2+\Delta\gamma_{yz}^2+\Delta\gamma_{zx}^2)\right\}^{-1/2}/\Delta t \quad \text{----------(7.4)}$$

ただし、Δt は時間増分である。

ここでDrucker-Pragerモデル（以下D－Pモデルと称する）およびキャップモデルの降伏関数を再度示すと次式となる。

$$\text{D-P}\ :\ F_f=\sqrt{J_2}+\alpha J_1-k \quad \text{----------(7.5)}$$

$$\text{CAP}\ :\ F_c=(J_1-L)^2+R^2J_2-(X-L)^2 \quad \text{----------(7.6)}$$

式（７．４）より $\dot{\gamma}_{oct}$ が求まれば、式（３．２），（３．３）よりD－Pモデルの係数 α および k が $\dot{\gamma}_{oct}$ の関数として得られ、これよりD－Pモデルおよび式（７．６）のキャップモデルの降伏関数 F_f および F_c が 図７．１のように、ひずみ速度 $\dot{\gamma}_{oct}$の値に応じて変化することになる。

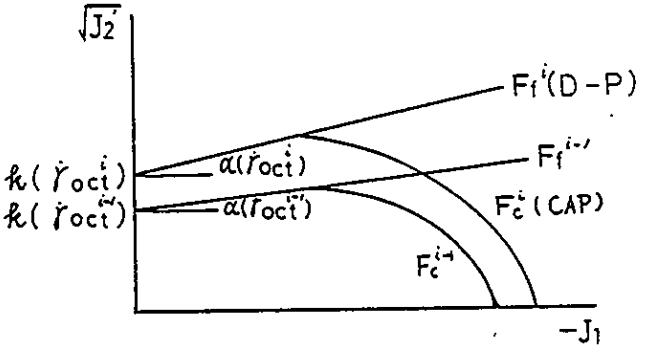


図７．１　ひずみ速度による降伏曲面の移動

７．３．２　弾塑性応力・ひずみマトリックスの算定

７．３．１で得られたひずみ速度を考慮した降伏関数 F_f および F_c を用いて、各要素の積分点毎に弾塑性応力・ひずみマトリックスを以下に求める。

① まず、材料を弾性挙動と仮定して弾性試行応力増分 $\Delta\sigma_e=D^e\Delta\varepsilon$ を計算し、仮の応力状態 $\sigma'=\sigma_0+\Delta\sigma_e$ について降伏の判定を行う。

② その結果、 $F(\sigma')<0$ であれば弾性状態か除荷を生じているため仮の応力状態を正しい応力状態とみなし以後の計算を行わない。

③ F（σ′）＞0であれば、仮の応力状態は弾性から塑性状態に移行したものとみなし、図７．２に示すようにまず降伏曲面上の応力 $\sigma_y = \sigma_0 + S\Delta\sigma_e$ を計算する。ただし、Ｓは次式を満足する値である。

$$F(\sigma_0 + S\Delta\sigma_e) = 0 \quad \text{---}(7.7)$$

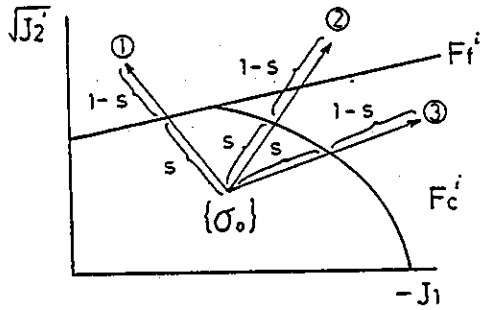


図７．２　要素の降伏の判定

すなわち、Ｓは全体のひずみ増分Δε に対する弾性ひずみ増分の比を示し、Ｄ－Ｐモデルおよびキャップモデルを越える場合に応じてＳの値は次のようになる。

$$S = \frac{-B + \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad \text{----------}(7.8)$$

Ｄ－Ｐモデルの場合：

$$\left.\begin{aligned} A &= \Delta s_{ij}\Delta s_{ij} - 2\alpha^2 \Delta J_1^2 \\ B &= s_{ij}\Delta s_{ij} - 2\alpha^2 \Delta J_1 J_1 - 2\alpha k \Delta J_1 \\ C &= s_{ij} s_{ij} - 2\alpha^2 J_1^2 - 4\alpha k J_1 - 2k^2 \end{aligned}\right\} \text{----------}(7.9)$$

キャップモデルの場合：

$$\left.\begin{aligned} A &= \Delta J_1^2 + \frac{1}{2}R^2(\Delta s_{ij}\Delta s_{ij}) \\ B &= (J_1 - L)\Delta J_1 + \frac{1}{2}R^2 \Delta s_{ij} s_{ij} \\ C &= (J_1 - L)^2 + R^2 J_2 - (X - L)^2 \end{aligned}\right\} \text{----------}(7.10)$$

ただし s_{ij} 、Δs_{ij} は偏差応力およびその増分である。

④　したがって、①で計算した弾性試行増分 $\Delta\sigma_e$ は次のような塑性増分を考慮した応力増分Δσ に変る。

$$\Delta\sigma = S D^{e} \Delta\varepsilon + (1-S) D^{ep} \Delta\varepsilon \quad \text{----------} (7.11)$$

弾性部分　　塑性部分

⑤　次に、弾塑性応力マトリックス D^{ep} は応力 σ および硬化パラメータ κ の関数であるので、式（７．１１）の第２項を高精度に計算するためには、塑性ひずみ増分 $(1-S)\Delta\varepsilon$ を m 個に小分割(Subincrement) したうえで、応力修正を行う必要がある。　すなわち、ひずみの小分割は

$$\Delta\varepsilon_m = \frac{(1-S)}{m}\Delta\varepsilon \quad \text{----------} (7.12)$$

⑥　この小分割に対応する応力増分 $\Delta\sigma_i$ は $\Delta\sigma_i = D^{ep}\Delta\varepsilon_m$ となり、このときの応力状態は次式となる。

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \Delta\sigma_i \quad \text{----------} (7.13)$$

⑦　よって、降伏判定で $F(\sigma'_{i+1}) > 0$ であれば、応力 σ'_{i+1} を降伏曲面上に引き戻す操作が必要である。この応力修正操作は、次の増分間においても降伏曲面上になければならないという条件 $dF \fallingdotseq 0$ と修正された応力 $\sigma_{i+1} = \sigma_i + r d\sigma$ が降伏曲面上にあるという条件から応力修正係数 r が次のように算定される[6)]。
まず、dF は降伏関数の差であるので、

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right\}\left\{d\sigma_{ij}\right\} = 0 - F_1 \quad \text{----------} (7.14)$$

ここに、F_1 は前の降伏関数の値で $F_1 > 0$ である。上式に $\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right\}$ を乗じたうえで $d\sigma$ を求めれば次式が得られる。

$$d\sigma = \frac{-F_1\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right\}}{\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right\}^{T}\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right\}} \quad \text{----------} (7.15)$$

次に、修正された応力 σ_{i+1} が降伏曲面上にあるという条件より次式が成立する。

$$F(\sigma_i - r d\sigma) = 0 \quad \text{----------} (7.16)$$

式（７．１５）と式（７．１６）より応力修正係数 r を求めると次のような値となる。

$$r = \frac{B + \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad \text{----------} (7.17)$$

ただし、

Ｄ－Ｐモデルの場合：

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1}{4}(1 - 36\alpha^2) \\ B &= \sqrt{J_2'} - 6\alpha^2(\alpha \Delta J_1 - k) \\ C &= J_2' - (\alpha J_1 - k)^2 \end{aligned}\right\} \text{----------} (7.18)$$

キャップモデルの場合：

$$\left.\begin{aligned} A &= 36(J_1 - L)^2 + R^6 J_2' \\ B &= 6(J_1 - L)^2 + R^4 J_2' \\ C &= (J_1 - L)^2 + R^2 J_2' - (X - L)^2 \end{aligned}\right\} \text{----------} (7.19)$$

⑧　式（７．１７）で得た応力修正係数 r を用いて修正された応力 $\sigma_{i+1}(=\sigma_i + r d\sigma)$ レベルの弾塑性応力・ひずみマトリックス D^{ep} が式（３．２４）より算定される。

⑨　この操作を小分割した塑性ひずみ増分毎に行い、⑤～⑧を繰り返し、与えられたひずみ増分 $\Delta\varepsilon$ に対する応力状態 $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$ を得る。最終的にこの応力状態に対する積分点の弾塑性応力・ひずみマトリックス D^{ep} が式（３．２４）より算定されることになる。

⑩ この D^{ep} を用いれば等価節点力 F_e および剛性マトリックス K が次式より得られることになる。

$$F_e=\iiint B^T D^{ep}\varepsilon dV \quad \text{----------} (7.20)$$

$$K=\iiint B^T D^{ep} B dV \quad \text{----------} (7.21)$$

ただし、 B ：節点変位とひずみ場を関係づけるマトリックス。

以上の手順を各要素積分点および各タイムステップ毎に繰り返し行う。

7．4　数値計算のための入力データ

7．4．1　土ー構造物系モデル

土ー構造物系モデルとしては第5章で行った実験をモデルとし、実験結果と比較を行うため図7．3に示すように、パイプを中心として放射線上に等比級数でメッシュ分割を行い、これに基いて質量マトリックス M、剛性マトリックス K および減衰マトリックス C を算出した。

7．4．2　荷重モデル

高速荷重としては、図7．4に示すように実験データ（点線）を実線のように理想化したうえで、図7．3に示すような構造モデルに作用する等分布荷重を等価節点外力に置換して各節点に与えた。

7．4．3　時間間隔

式（7．1）を数値的に解くための時間間隔 Δt は、本例のように応力波伝播解析において極めて重要な値である。例えば、桜井ら[7]は、弾性波動の伝播について種々の Δt を用いて、解の収束状況を検討した結果、系の最小固有周期の1/7 以下であれば解は理論値に一致すると述べている。また、山田ら[8]は時間要素分割比 Δt/ΔL（ΔLは最小要素分割長）が波動伝播速度の逆数になるように選ぶべきであると述べており、一方、Bathe ら[4]は系の1次個有周期の1/124 程度にすれば良いと提言している。ここでは系の最小固有周期を求めることが困難であるので、Bathe らの提唱した方法と山田らの方法で求めたΔt の小さい方すなわち、Δt =0.00006sec とした。

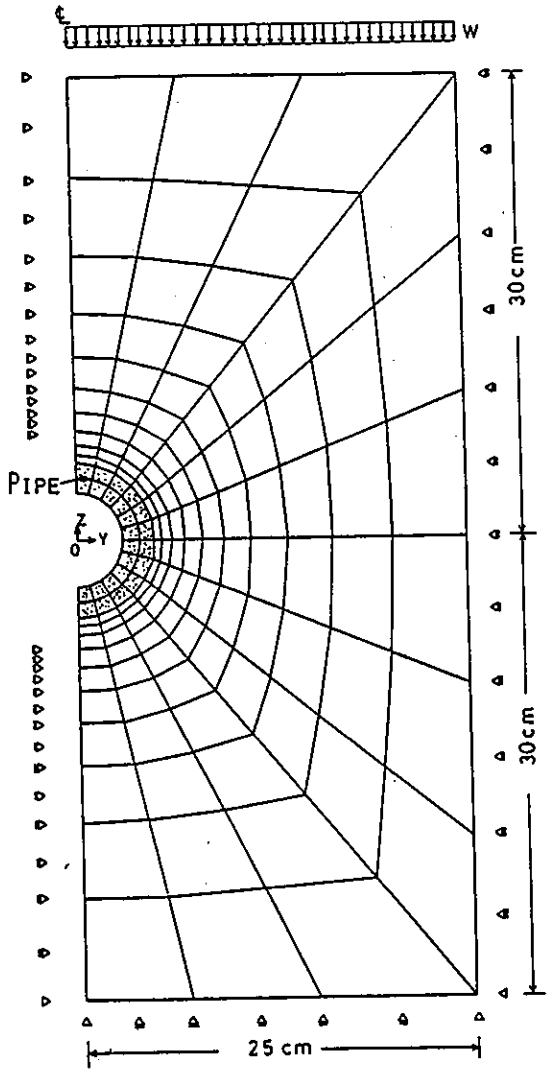


図７．３　要素分割

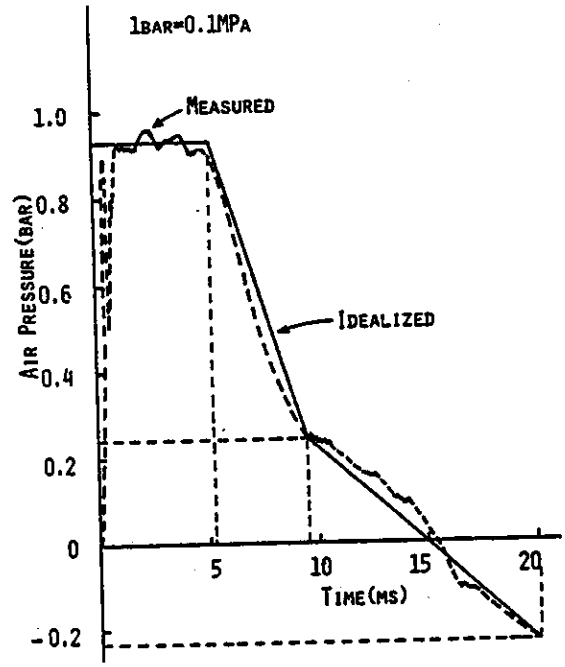


図７．４　実験による外力と理想化した外力

７．４．４　土の力学定数

土の弾性係数Ｅは、まず波動伝播速度Ｃより体積弾性係数Ｋ（$=\rho C^2$）を求め、次にＥを算定して$E=23.6kg/cm^2$とした。ただし、ポァソン比は　$\nu=0.45$を用いた。

次に、硬化パラメータに用いる等方圧縮応力と塑性体積ひずみの関係を示すパラメータＷ，Ｄは実験データより　W=0.021，　D=0.272 cm^2/kgを与えた。また、キャップモデルの降伏曲面を示すパラメータＲは、第３章で検討した結果よりR=2.5 とした。

さらに、Ｄ－Ｐモデルの係数 α 、 k はひずみ速度効果を考慮した式（２．７）および式（２．８）から式（３．４）および式（３．５）によって求めた。

土の減衰係数 $\tilde{\alpha}$ 、$\tilde{\beta}$ は式（７．３）によって得られるが、その中の減衰定数λ

はλ=0.2とした。その理由は第５章の実験において土のひずみが約1%生じたことにより文献(9)[9] を参照して判断した。

７．５　計算結果と考察

７．５．１　ひずみ速度効果による影響

ここでは、第３章で導いたひずみ速度を考慮した土の構成方程式を用い、７．４で述べたＦＥＭによる手法により数値計算を行い、ひずみ速度効果を無視した場合の結果と比較することにより、その影響を調べたものである。

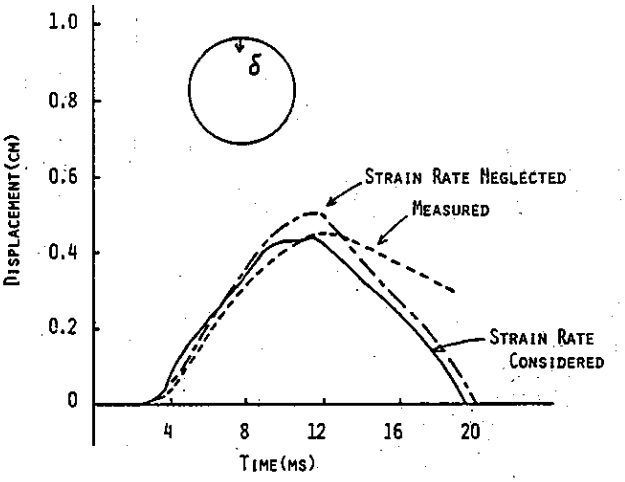


図７．５(a) ＦＰ頂部の変位の実験結果と計算結果の比較

図７．５(a),(b) は厚さt=0.5mm(ＦＰ) およびt=2mm （ＲＰ）の場合、パイプ頂点における変位～時間曲線を示したもので、ひずみ速度を考慮した方が考慮しない場合に比し、time=12ms 以降の変位は約10%程度小さくなっている。これは、ひずみ速度効果を考慮することによって降伏曲面がふくらみ、系全体としての弾性領域部分が増加し、したがって、系全体の剛性が増大し、また、塑性エネルギーによる履歴減衰による影響が小さくなるためと思われる。

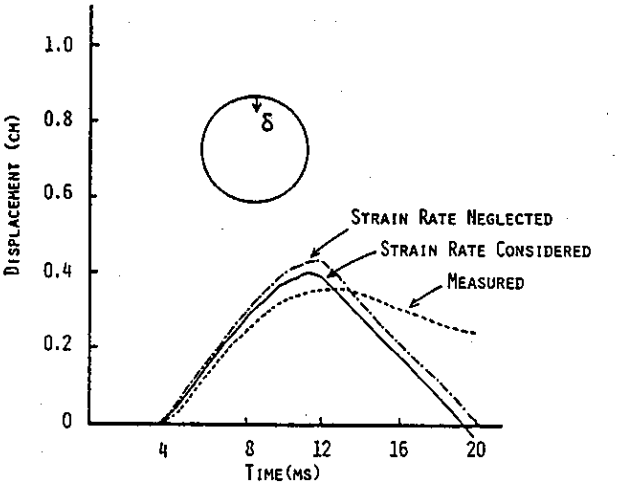


図７．５(b) ＲＰ頂部の変位の実験結果と計算結果の比較

図７．６(a),(b) はＲＰパイプの上方および側方における土の垂直ひずみおよびせん断ひずみ～時間曲線を示したもので、上方の垂直ひずみではひずみ速度を考慮して

もあまり変化はないが、側方のせん断ひずみでは、変位と同様にひずみ速度を考慮しない場合、time=12ms以降のひずみがかなり大きくなっている。これは上方の垂直ひずみの場合、上方からの圧縮が支配的であるのに対し、側方の場合には土のせん断の影響が大きく、反射波と入射波の重なり合いによる大きなせん断応力が発生したためと思われる。一方、ひずみ速度を考慮することにより降伏曲面がふくらみ、弾性領域を増大させひずみが減少している。

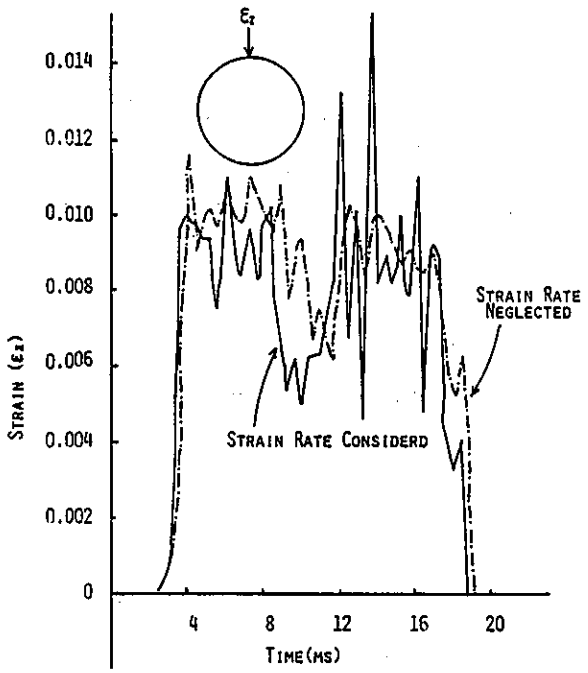


図７．６(a) ＲＰ頂部での土の圧縮ひずみの計算結果

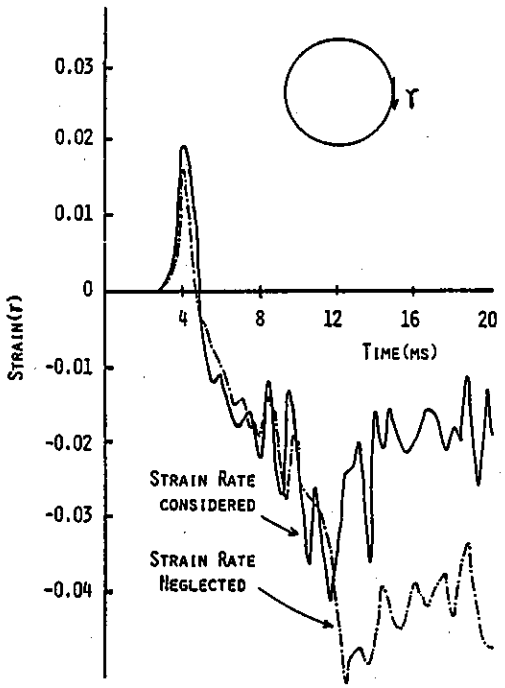


図７．６(b) ＲＰ側方での土のせん断ひずみの計算結果

図７．７はt=0.5mm （ＦＰ）の場合のパイプ側方における作用土圧～時間曲線を示したもので、この場合はひずみ速度による影響の差異はあまり認められない。しかし、ひずみ速度を考慮すると、土圧の波形が振動していることがわかる。この理由は、前述のように、降伏曲面のふくらみにともなう弾性領域の増加ひいては剛性の増

大とともに塑性領域の減少にともなう履歴減衰の減少が生じ、高次の振動が発生しやすくなるものと思われる。

以上をまとめるとひずみ速度による影響としては次のようになる。

1) ひずみ速度の効果を考慮すると、土の降伏曲面または、破壊限界がふくらみ、弾性領域が増大するため、土-構造系としての剛性が高まり、パイプの変位および土のせん断ひずみはそれぞれ小さくなることが確認された。

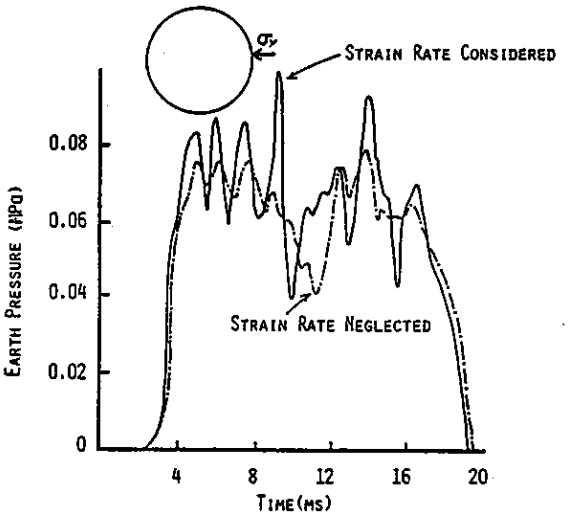


図７．７　ＦＰ側方での土圧の計算結果

2) 一方、ひずみ速度の応力に与える影響はあまり大きくないが、ひずみ速度を考慮することによって多少波形が振動するようになる。

なお、本計算例では上方からの圧縮応力が主として作用し、せん断応力があまり大きくないため、ひずみ速度効果はさほど顕著に現われなかったものと思われる。

７．５．２　実験結果との比較

（１）　変位

図７．５(a),(b) の点線は実験値を示したもので、一般にtime=12ms 以前では極めて良い一致を示しているが、以降では実験値の方が計算値よりも大きな値となっている。この理由は、計算値の場合には土槽底部を完全固定としているため反射波の影響が強く現われ、したがって、time=12ms 以降ではＦＰおよびＲＰパイプの上方の変位は急激に減少するものと考えられる。一方、実験値の方は反射波の影響が比較的少なかったためと思われる。

（２）　作用土圧

a) Free Fieldの場合（ＦＦ）

図７．８(a),(b),(c) はFree Fieldにおいてパイプを埋設した場合と同一位置での頂部、側方および底部の作用土圧～時間曲線を示したものである。図７．８(a),(c)

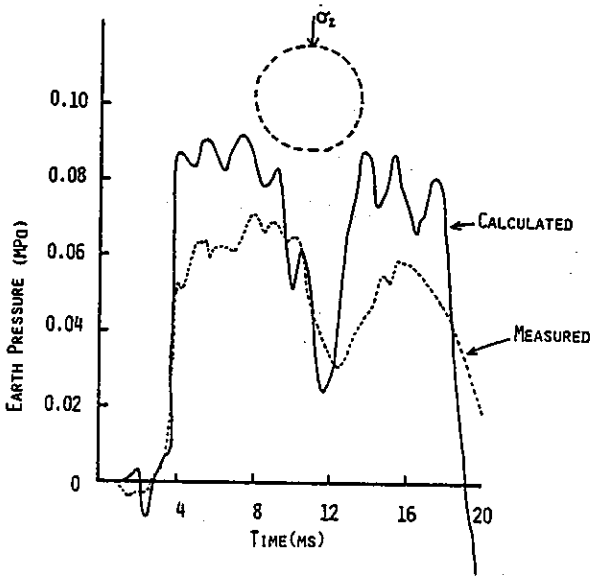


図７．８(a) Free Fieldにおける頂部土圧の計算結果と実験結果

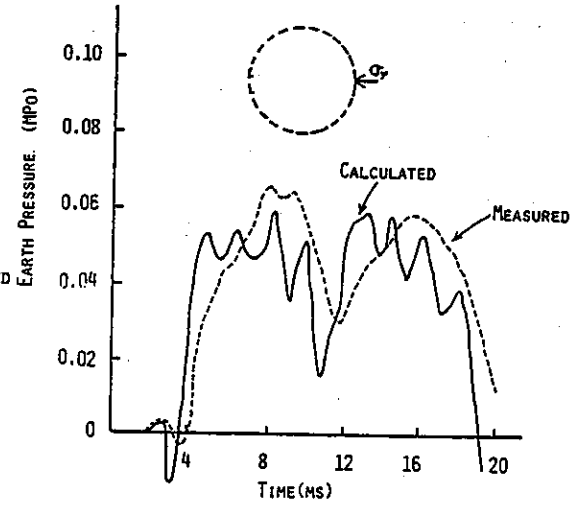


図７．８(b) Free Fieldにおける側方土圧の計算結果と実験結果

より頂部および底部の作用土圧は実験値より計算値の方が大きく、特に底部ではtime=12ms 付近で極めて大きな作用土圧が生じている。これは、土槽底部から反射波と上方からの入射波が重複されたものと考えられる。また、本計算では減衰定数λ=0.2としたが、計算結果をみるとせん断ひずみは4%にも達し、これより減衰定数が過小であったとも考えられる。しかし、一般に作用土圧の時間的変化の形状は、実験値と計算値とも非常に良く似ていることが認められた。

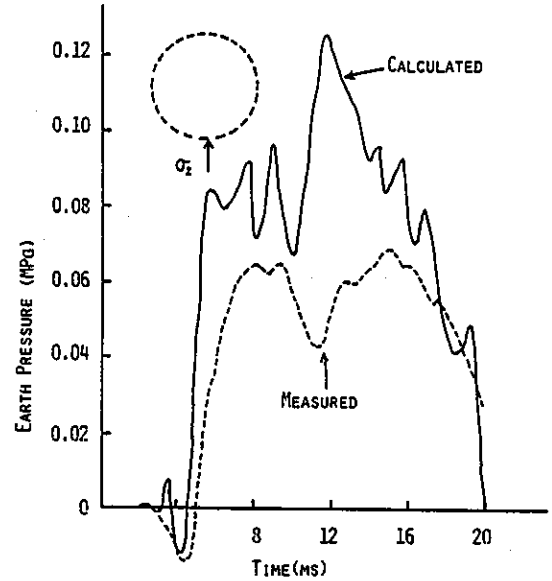


図７．８(c) Free Fieldにおける底部土圧の計算結果と実験結果

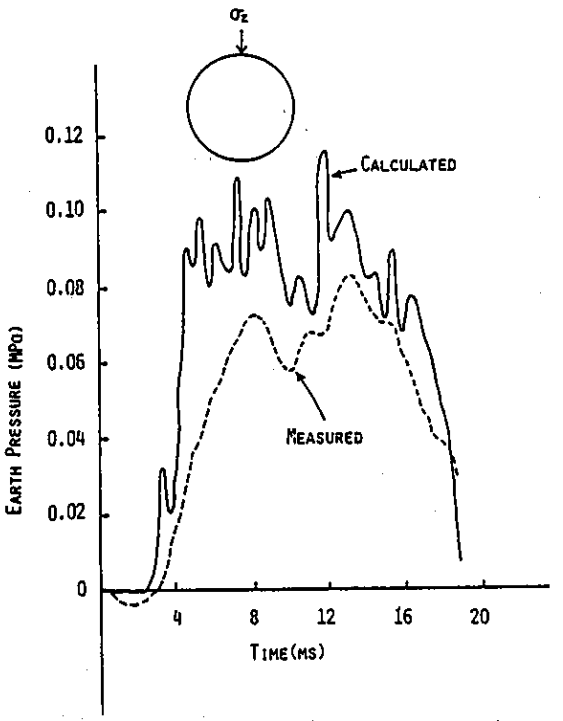


図７．９(a) ＦＰ頂部土圧の計算結果と実験結果

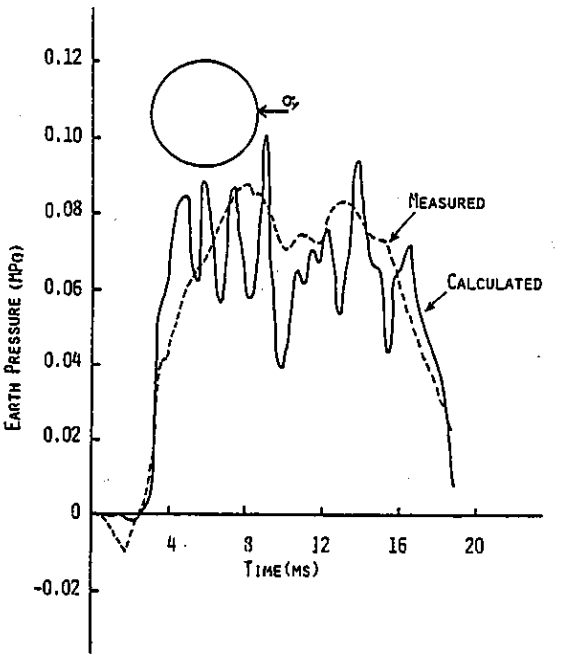


図７．９(b) ＦＰ側方土圧の計算結果と実験結果

b) 剛性の小さいパイプ（ＦＰ）の場合

図７．９(a),(b),(c) はt=0.5mm のパイプ（ＦＰ）の場合の頂部、側方、底部における作用土圧～時間曲線を示したものである。

全般的に計算値の方が実験値よりも約10～30% 程度大きい作用土圧を示しており、また、計算値ではやや高周波成分が入り振動が発生している。これは、前述したように減衰定数が若干小さかったことと、解析上パイプと土と

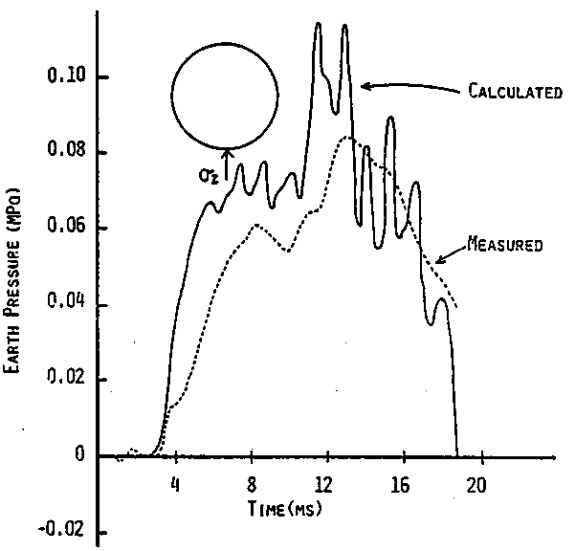


図７．９(c) ＦＰ底部土圧の計算結果と実験結果

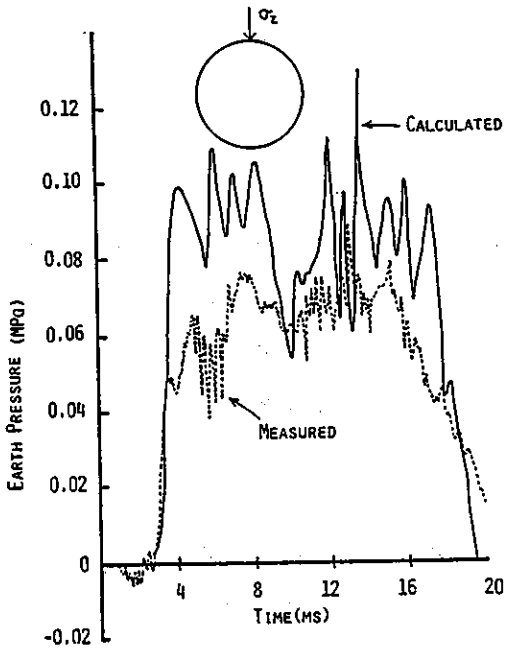


図７．１０(a) ＲＰ頂部土圧の計算結果と実験結果

の境界に滑りを考慮しなかったためと思われる。

c) 剛性の大きいパイプ（ＲＰ）の場合

図７．１０(a),(b),(c) はt=2mm のパイプ（ＲＰ）の場合の頂部、側方、底部における作用土圧～時間曲線を示したものである。この場合もＦＰと同様に、計算値の方が実験値よりも全般的に大きな傾向を示しており、さらにＦＰの場合より高周波成分が多く含まれていることが認められる。これはＦ

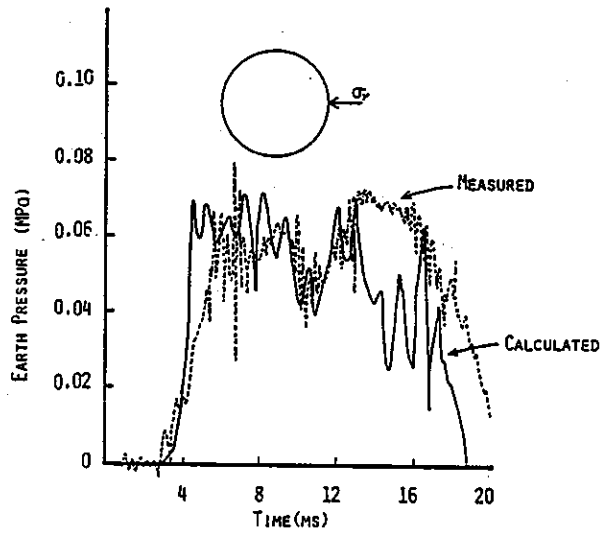


図７．１０(b) ＲＰ側方土圧の計算結果と実験結果

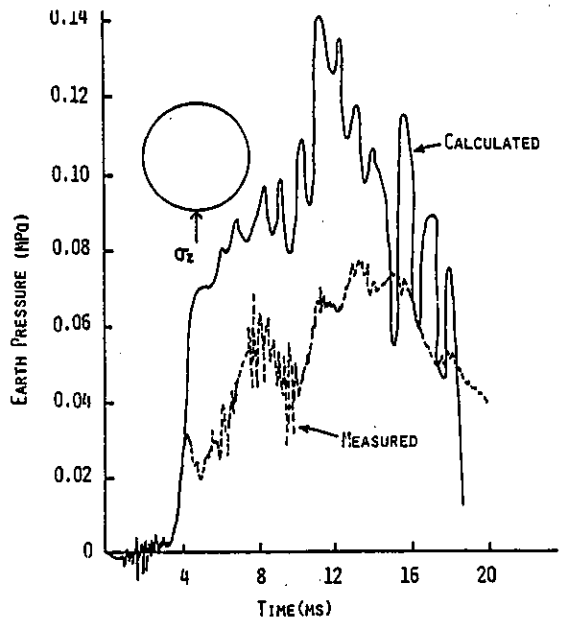


図７．１０(c) ＲＰ底部土圧の計算結果と実験結果

Ｐの場合よりパイプの剛性が大きく、ひいては固有周期が大きいためで、この傾向は実験値とも一致している。

７．５．３　パイプの剛性による相違

a)　変位に及ぼす影響

図７．５(a),(b) はＦＰおよびＲＰの場合のパイプ頂部の変位を示したもので、ＦＰの方が大きいことが認められる。これは、ＦＰの相対変位が大きいためである。また、ここでは示してないが、底部の変位の計算結果の最大値はＲＰの方が大きい。これはＲＰの方が大きな質量を持っているため慣性力により大きな剛体変位が生じたものと思われる。

b)　作用土圧に与える影響

図７．８のＦＦの場合よりも図７．９のＦＰの場合の方が一般に作用土圧は大きく現われている。これは、パイプの剛性が土よりも大きいため土の変形が拘束されてパイプ周辺の土のひずみが大きくなったためと考えられる。

次に図７．９のＦＰと図７．１０のＲＰを比較すると、ＲＰの方がＦＰより高周波成分をより多く含んでおり、また、図７．９（ｂ）の方が図７．１０（ｂ）よりも大きな側圧の値を示していることが注目される。これは、ＦＰの方がＲＰよりも大きな変形を示すため側方への変形によって受動土圧が発生するためであると思われる。

図７．８のＦＦの場合は、全般に２つの大きな波が現われており、これは底部からの反射波の影響が明瞭に現われたためである。一方、図７．９および図７．１０のＦＰおよびＲＰの場合は、パイプを埋設したことにより周辺の土が乱され反射波の影響がさほど明瞭に現われないことがわかる。また、パイプによって再び反射するため土圧の形状が複雑になることが認められる。

７．６　結言

本章は、高速荷重を受ける土と構造物との動的相互作用を数値解析により考察したもので、ひずみ速度効果を考慮した土の構成方程式を用いてＦＥＭにより非線型動的応答解析を試みたものである。本章の成果を要約すれば以下のようになる。

（１）　ひずみ速度効果を考慮したキャップモデルを導入した有限要素解析法の新し

い計算アルゴリズムを開発し、実験結果と比較検討することにより本解析法の妥当性をほぼ確認した。

（２）　ひずみ速度による影響は、土の降伏曲面をふくらませることになるので、系全体の弾性領域を増大させ、パイプの変位および土のせん断ひずみを減少させる傾向となった。すなわち、高速載荷によって土の強度が増大したことと同じ効果を及ぼしている。

（３）　変位における実験値と計算値との比較では反射波が到達するまでは極めてよい一致を示しているが、time=12ms 以降で計算値のほうが小さい値を示している。これは土槽底部を完全固定と仮定しているための反射波の影響であると推定された。

（４）　作用土圧における実験値と計算値との比較では、全般的に計算値の方がやや大きな値を示しているが、これは減衰定数を過小に評価したためと解析上パイプと土との境界にある滑りを考慮しなかったためと考えられる。

（５）　パイプの剛性による影響は、剛性の増大にともない高周波成分を多く含む傾向となり、また、特に側圧に対しては剛性の小さいパイプ（ＦＰ）の方が大きな値を示していることが認められた。

参考文献

1) Baron, M. L., I. Nelson and I. Sandler : Influence of Constitutive Equation on Ground Motion Predictions, Proc. of ASCE, EM6, pp. 1181-1200 Dec., 1973.

2) 伊藤冨雄、久武勝保、小林洋一：既設トンネルの振動挙動に及ぼす近接発破の影響、土木学会第34回年次学術講演会概要集、第3 部、pp. 501-502, 1979 年10月

3) Wilson,E. L. : A Nonlinear Finite Element Code for Analyzing the Blast Response of Underground Structures, Structural Engineering Lab., Univ. of California, Berkeley, Jan., 1970.

4) Bathe, K. H. , H. Ozdemir and E. L. Wilson : Static and Dynamic Geometrical and Material Nonlinear Analysis, Structural Enginerring Lab., Univ. of California, Berkeley, Feb., 1974.

5) Wilson,E. L. : A Computer Program for Dynamic Stress Analysis of Underground Structures, Structural Engineering Lab., Univ. of California, Berkeley, Jan., 1968.

6) Siriwardane, H. J. ,and C. S. Desai : Computational Procedures for Nonlinear Three Dimensional Analysis with Some Advanced Constitutive Laws, Int. Jour. of Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 7, pp. 147-171, 1983.

7) 桜井春輔、小島省三：有限要素法の波動問題への適用について、日本鋼構造協会第5 回大会、マトリックス構造解析法論文集、pp. 330-337, 昭和46年6 月.

8) 山田嘉昭、永井吉彦、楠本紘吉：材料減衰を考慮した動的応力解析、日本鋼構造協会第5 回大会、マトリックス構造解析法論文集、pp. 338-345, 昭和46年6 月

9)石原研而：土の動力学の基礎、鹿島出版会、pp. 136-206, 1976年7 月.

第８章　結論

本論文は、高速荷重を受ける土と構造物の動的相互作用について実験的に解明し、それを数値解析法で予測するための手法を提案したものである。

本研究によって、高速荷重を受ける埋設構造物、例えば、ロックシェッドに落石が衝突したときの応答、海底埋設管に対する投錨による応答、あるいは爆発荷重を受ける埋設構造物の応答などに対して有用な基礎的資料を提供したものと考えている。

特に高速荷重を受ける土はひずみ速度効果によって応力・ひずみ関係が静的な場合とは異なるので、本研究はこれに着目して実験および解析を行ったものである。

以下本論文を要約し結論とする。

第１章においては、本研究の目的を述べ、土と構造物の動的相互作用に関する研究の中で高速荷重を受ける場合と地震荷重を受ける場合との違いについて説明し本研究の意義について述べた。ついで、本論文の内容について略述した。

第２章においては、高速荷重を受ける土の応力・ひずみ関係に与えるひずみ速度効果を解明するため、多連式油圧ポンプを用いた高速載荷装置を作製し、砂および粘性土の高速３軸圧縮実験について述べた。

実験の結果、砂のせん断強度に与えるひずみ速度効果は比較的少なく、静的強度より15% の強度増加がある。しかし、破壊時のひずみは非常に大きく高速載荷時のエネルギー吸収量が大きくなることが判明した。

一方、粘性土の場合は、ひずみ速度効果が非常に大きく、静的強度に対し高速載荷時の強度は2.5 倍にもなる。また、強度増加は粘着力と内部摩擦が増加するためであるが、見かけ上の内部摩擦角がより大きなひずみ速度依存性があることがわかった。

第３章においては、第２章の実験結果をもとにして、楕円型キャップモデルにひずみ速度効果を導入した土の構成方程式を定式化することを試みた。定式化されたモデルによって実験と計算結果とを比較検討したところ、この理論によってひずみ速度に応じた土の応力・ひずみ関係が表現できることが確認され、有限要素法等の数値解析に有効なモデルであることがわかった。

第４章においては、砂中埋設構造物の動的相互作用に関する基礎的な模型実験について述べた。埋設構造物はパイプおよびアーチであり、Free Fieldの実験もあわせて行い、また静的載荷実験も同時に実施した。実験の結果、静的載荷の場合、剛性の低いパイプでは、作用土圧が全周に分布し、土と一体となって挙動する。しかし、高速載荷の場合には、パイプは載荷方向で非常に大きい変形を生じ、たわみ性パイプの有利性が損なわれることがわかった。

また、剛性の高いパイプでは、載荷方向の土圧が非常に大きく、この傾向は高速載荷の方が著しい。これらの原因を解明するために透視砂槽によって砂の変形状態を観測する実験を行った。その結果、高速載荷の場合、砂の変形は載荷方向に集中して大きな変位が発生するためであることが判明した。

第５章においては、粘性土中に埋設したパイプに対する動的相互作用に関する基礎的な模型実験について述べた。

ここでは、ショックチューブによる空気衝撃波発生装置を作製して、空気衝撃波を土中に伝播させ、衝撃波による応答の測定を実施するとともに砂中埋設構造物との比較のため、砂に関する実験も行った。

実験の結果、砂の応力波の減衰に比較して粘性土の応力波の減衰が非常に少ないことがわかった。また、粘性土中に埋設したパイプに作用する土圧は、砂に比較してFree Field，あるいは剛性による変化は比較的少ないことがわかった。また、埋設パイプに作用する土圧は、Free Fieldの土圧と、パイプの変形速度によって近似的に表現できることが判明した。

第６章においては、静的相互作用に関する簡易解析法について述べた。静的な荷重を載荷した場合、構造物に作用する土圧は、Free Fieldの土圧と、土および構造物の剛性によって表わされることが判明した。この関係を用いて土・構造物系の単純なモデル化を行い、２次元梁の構造解析法と同じ手法で系全体として解析する方法を提案した。

この方法によれば、容易に埋設構造物の解析ができ、外力は比較的簡単に求められるFree Fieldの土圧を用いればよい。

実験結果、有限要素法および本手法の解析結果を比較すると本解析法でかなりよい

結果が得られることが判明した。また、本解析法は埋設構造物のみならず、鋼矢板の解析にも応用できることがわかった。

第７章においては、動的相互作用の有限要素法による数値解析について述べた。有限要素法を用いる場合に重要な問題は土の構成方程式である。ここでは第３章で求めたひずみ速度を考慮した楕円型キャップモデルを有限要素法に導入するための新しいアルゴリズムを開発し、動的材料非線型解析を行い、実験結果と比較検討することにより本解析法の妥当性を確認した。

以上、本研究によって高速載荷を受ける砂および粘性土の動的挙動ならびに砂および粘性土中に埋設された構造物の動的相互作用が明らかとなり、特に、粘性土のようなひずみ速度の効果が顕著である場合の動的応答を予測するための数値解析法を確立した。

なお、本論文では、土の種類を砂および粘性土についてある特殊な場合に限定したが、ひずみ速度効果は土の種類によって影響されるので、さらに土質定数をパラメータとした研究が必要である。また、本高速３軸実験で行った載荷速度は最高約600mm/sec であったので、さらに高速の場合については今後研究を進める。また、本論文で述べた実験は全て室内におけるものであり、実際の構造物については、野外における実験によって確認する必要があり今後の問題として引き続き研究する。

著者の発表論文

1．前田幸雄、　藤本一男：　２ヒンジアーチの塑性崩壊荷重について、土木学会論文報告集、第174 号、昭和45年2 月.

2．Maeda,Y and K. Fujimoto: On Calculation of Collapse Load for Two-Hinged Arches,Transaction of JSCE, Vol.2, Part 1, Aug.,1971.

3．伊藤冨雄、藤本一男：　地中埋設構造物の変形と応力に関する実験、第２２回土質工学シンポジウム（地盤と構造物の相互作用）、昭和52年10月.

4．Ito, T. and K. Fujimoto: Strain Rate Effects on Stress-Strain Relationships of Sand, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 30, Dec 1981.

5．藤本一男：　高速載荷時の土の応力－ひずみ関係、第１回落石の衝撃力およびロックシェドの設計に関するシンポジウム、昭和58年7 月.

6．藤本一男：　ショックチューブによる土－構造物系の動的相互作用に関する実験的研究、構造工学論文集、Vol. 31A.（投稿中、昭和60年 3月印刷予定.）

7．藤本一男、森雅美、石川信隆：　衝撃波を受ける粘性土中に埋設されたパイプの動的応答解析、構造工学論文集、Vol. 31A.（投稿中、昭和60年 3月印刷予定.）

8．Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Deflection and Fracture of Reinforced Concrete Members Subjected to Dynamic Loads, Proc. of Earthquake Engineering Symposium in Commemoration of the 50th Anniversary of the Kanto Earthquake, Oct., 1973.

9．Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Mechanical Behavior of Concrete under Higher Rate Loading than Static Test, Proc. of Symposium on Mechanical Behavior of Materials, Kyoto, Oct., 1974.

10．Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Influence of Straining Rate and Propagating Sress Waves on Deformation and Fracture of

Concrete, Proc. of 2nd Internation Conference on Mechanical Behavior of Materials, Boston, Aug. 1976.

11. Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Effects of Straining Rate on Deformation and Fracture of Reinforced Concrete Members, 6th World Conf. on Earthquake Engineering, India, Jan., 1977.

12. 竹田仁一、立川博之、藤本一男：コンクリートと衝撃（衝撃をうけるコンクリートの性状と実験）、コンクリート工学、Vol. 115, No. 4,昭和52年4 月

13. Takeda,J. ,H. Tachikawa and K. Fujimoto: Fracture of Reinceforced Concrete Structures Subjected to Impact or Explosion., RILEM-CEB-IABSE-IASS-Interassociation on Concrete Structures Under Impact and Impulsive Loading,(S4) ,Berlin, June, 1982.

その他;

1. 竹田仁一、岡崎一正、藤本一男、宮崎靖久： 爆発をうける構造物の設計方法に関する基礎的研究、防衛大学校特別研究成果報告集第５号、昭和50年3 月.

2. 竹田仁一、藤本一男、鈴木通彦： 砂中埋設シリンダーの動的応答、土木技術研究会報、 Vol. 14,昭和49年2 月.

3. 竹田仁一、藤本一男、宮崎光夫： 地中構造物の動的設計法の研究（高速撮影による挙動の解析），土木技術研究会報、Vol. 16, 昭和51年12月.

4. 倉持二郎、藤本一男他： 爆発土圧の土中伝播に関する実験研究、土木技術研究会報、Vol. 19 、昭和54年7 月.

5. 藤本一男他： 坑内爆発による構造物とその周辺の応答（第１報）、 防衛庁技術研究本部技報、（印刷中）昭和56年12月

6. 藤本一男他： 坑内爆発による構造物とその周辺の応答（第２報）、 防衛庁技術研究本部技報、（印刷中）昭和56年12月

7. 藤本一男他： 坑内爆発による構造物とその周辺の応答（第３報）、 防衛庁技術研究本部技報、（投稿中）

謝辞

本研究の遂行と本論文を取りまとめるに当り、終始懇切な御指導を賜わりました大阪大学工学部　前田幸雄教授に対し衷心より感謝の意を表します。本論文を取りまとめるに当り、極めて有益な御助言、御指導を賜わりました大阪大学工学部　椹木亨教授ならびに松井保教授に心から感謝いたします。

また、本研究の遂行と本論文の取りまとめに関しまして種々の御助言、御指導を頂きました元大阪大学工学部　伊藤冨雄教授（現大阪工業大学教授）に対しても深甚な謝意を表します。

本研究の糸口を与えて頂きました元防衛大学校　竹田仁一教授（現熊本工業大学教授）、また、本論文をまとめるに当り、極めて有益な御助言と御鞭撻を頂きました防衛大学校　石川信隆教授、および森雅美助手、さらに本論文の実験に協力された元防衛大学校研究科学生鈴木通彦、寄田修、宮崎光夫（現防衛庁）の諸君に対して心から感謝いたします。最後に、実験を行うに際し、御協力を頂いた防衛庁第4研究所築城研究室の皆様に感謝いたします。

訂正表

12頁表２．１

誤

粘土	シルト	砂	Ｇｓ	ＬＬ	ＰＬ
38%	48%	17%	2.624	62%	51%
ＰＩ	w	e	γ_t (g/cm^3)	γ_d (g/cm^3)	Ｓｒ
11%	93.55%	2.501	1.451	0.75	98.1%

正

粘土	シルト	砂	Ｇｓ	ＬＬ	ＰＬ
55%	30%	15%	2.684	99%	64%
ＰＩ	w	e	γ_t (g/cm^3)	γ_d (g/cm^3)	Ｓｒ
35%	93.55%	2.58	1.45	0.71	97.3%

頁	行	誤	正
11	上から 6	このことを示唆する現象として------が観察された。	また、高速載荷での破壊時のひずみが大きくなる理由は、静的載荷の場合には、破壊形状が樽型形状を示し、高速載荷の場合には明瞭なすべり線が生じたことに起因すると思われる。
11	下から11	飽和度98.1%	飽和度97.3%
22	上から 9	なお、この実験では、せん断中の間隙水圧も---------- これも高速時のひずみ速度効果の原因の１つと考えられる。	なお、この実験ではせん断中の間隙水圧の測定も実施した。せん断中の間隙水圧の測定結果では、高速になると間隙水圧の発生が遅れ、その値も小さくなった。しかし、測定法が端面において行ったものであり、その信頼性はあまりないのでここではコメントを差し控える。
24	上から 3	and W.L.Shammon	and W.L.Shannon
25	上から 3	Dynamic Plasticuty	Dynamic Plasticity
25	上から12	Energy Comcept	Energy Concept
26	上から 2	土の構土の構成方程式	土の構成方程式
39	上から13	6) Pergyna	6) Perzyna
49	下から 1	図４．１７　アーチ方面の	図４．１７　アーチ表面の
50	下から 3	２ヒンジアーチより大きい	２ヒンジアーチより小さい
62	下から 8	（図１．１Ａ）	（図５．１Ａ）
74	下から 8	Dancan	Duncan