

Title	導波管開口アレイの相互結合に関する研究
Author(s)	杉尾, 嘉彦
Citation	大阪大学, 1973, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1239">https://hdl.handle.net/11094/1239</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

導波管開口了レイの相互  
結合に関する研究

杉尾嘉彦

昭和48年2月

## 内 容 梗 概

本論文は、著者が大阪大学大学院基礎工学研究科（物理系専攻電気工学分野）に在学中に行なった電磁界の相互結合問題（多体問題）に関する研究のうち、マイクロ波帯における導波管開口アレイ系の相互結合問題に関する研究をまとめたものであり、本文7章と付録よりなっている。

第1章は序論であって、導波管開口アレイ系の相互結合問題における本解析法の有用性について論じ、この研究分野における従来の研究を概観し、本論文の研究との差異を指摘して本論文の地位を明らかにしたものである。

第2章では、有限個の導波管開口よりなる平面状アレイにおける相互結合問題を解析する一つの方法として、相互アドミッタンスに対する厳密な停留表示式を導き、これをもとにした解析法を与えている。

第3章では、導波管開口アレイの相互結合問題を解析する上で、第2章の相互アドミッタンスの停留表示式をもとにした解析法よりも、より直接的な散乱係数に対する停留表示式を導出しこれをもとにした解析法を提案している。すなわち、導波管系ではアドミッタンスよりも散乱係数の概念の方が取り扱い易く、かつ電磁界も散乱係数を用いて表示するのがより直接的であるため、従来見られることのなかった散乱係数の停留表示式を導き、これをもとにしてアレイの相互結合問題を解析する方法について論じている。

第4章では、導波管開口アレイの基本系である2個および3個の開口よりなるアレイの結合問題を第2章および第3章の方法を併用して解析している。すなわち、2開口および3開口における結合係数（相互アド

ミッタンスまたは散乱係数)を導波管内に誘電体が装荷された場合および装荷されない場合につき数値的に求め、その性質を明らかにしている。さらに、2個の正方形開口を等しい直線偏波で励振したときの相互結合効果による遠方界偏波の回転現象について論じ、遠方界楕円偏波の主軸が励振界偏波より最大約±4度ほど回転することを明らかにした。

第5章および第6章は、いずれも具体的なアレイ形状を例にとって第3章の手法を拡張適用して相互結合問題を論じたものである。

すなわち第5章では、無装荷の導波管開口よりなる直線状配列有限アレイの相互結合問題を第3章の方法と最小自乗法とを併用して解析し、散乱係数および放射特性を実験結果と比較してよい一致を得ている。さらに位相走査時の反射係数を計算し、あわせてエレメントパターンの深い切れ込み角度と素子間隔および素子数との間に成立する関係式を与えている。計算結果と実験結果とがよく一致することより本解析の妥当性が立証され、実験困難な導波管開口アレイの諸特性が本解析法の拡張適用により解明可能であることが指摘されている。

第6章では、相互結合効果を積極的に利用して放射特性の改善およびグレイチングローレベルの低減を同時に行なうことを考え、その一つの例として周期的に短絡導波管を付加した導波管開口アレイをとりあげその相互結合問題を第3章の方法に順じて解析して、この種のアレイが上述の二つの作用を行なう性質のあることを明らかにしている。

第7章は、本論文に関する結論で本研究の成果を総括して述べたものである。

# 目 次

内容梗概		i
主要記号表		v
第 1 章	序 論	1
第 2 章	相互アドミッタンスの停留表示式 をもとにした有限アレイの解析	6
2・1	序 言	6
2・2	平面状アレイにおける基本式	6
2・3	相互アドミッタンスの停留表示式	8
2・4	相互アドミッタンスの行列解およ び展開係数	11
2・5	遠方界 (放射特性式)	14
2・6	結 言	15
第 3 章	散乱係数の停留表示式をもとにし た有限アレイの解析	16
3・1	序 言	16
3・2	誘電体プラグを装荷された平面状 アレイにおける基本式	16
3・3	散乱係数の停留表示式	19
3・4	散乱係数の行列解および展開係数	22
3・5	結 言	25
第 4 章	2 または 3 開口間の相互結合	26
4・1	序 言	26

4 · 2	2 および 3 開口間の結合係数	27
4 · 3	2 正方形開口アレイにおける遠方 界偏波の回転	29
4 · 4	結 言	29
第 5 章	無装荷導波管開口よりなる直線状 アレイの相互結合	41
5 · 1	序 言	41
5 · 2	散乱係数の計算値および測定値	41
5 · 3	散乱係数の近似式	43
5 · 4	位相走査時の反射係数	45
5 · 5	放射特性の計算値および測定値	47
5 · 6	放射特性の切れ込み角度と素子間 隔および素子数との関係	50
5 · 7	結 言	52
第 6 章	周期的に短絡導波管を付加した導 波管開口アレイの相互結合	67
6 · 1	序 言	67
6 · 2	基本式および散乱係数の停留表示 式	67
6 · 3	計算結果	70
6 · 4	結 言	72
第 7 章	結 論	75
謝 辞		77
文 献		78
付 録		82

## 主 要 記 号 表

$j$	:	虚数単位
$\omega$	:	角周波数
$\pi$	:	円周率
$\epsilon_0$	:	真空の誘電率
$\mu$	:	真空の透磁率
$\lambda$	:	真空中の波長
$k$	:	真空中の波数
$R$	:	開口間隔
$E$	:	電界
$K$	:	電界の ( $x, y$ ) 成分
$H$	:	磁界
$Y_{ij}$	:	相互アドミタンス
$S_{ij}$	:	散乱係数
$h_{mn}^{EH}, h_{mn}^{LE}$	:	導波管内固有モード関数 (H波, E波)
$V_{mn}^L, U_{mn}^L$	:	電磁界のモード展開係数
$P_{mn}^{rs}, Q_{mn}^{rs}$	:	モード結合ファクタ
$S_i$	:	開口断面
$\psi_i$	:	走査位相量
$\Gamma_i$	:	位相走査時の反射係数
$E_{oi}$	:	入射 (励振) 波振幅
$a, b$	:	開口寸法
$F^{(i)}$	:	エレメントパターン

$F$  : 合成パターン

$N$  : 開口数

$(r, \theta, \phi)$  : 球座標系

$Y_{mn}^H, Y_{mn}^E$  : モードのアドミッタンス



現在使用されている機械的走査方式のレーダーに代る高速度電子走査アレイアンテナの研究がさかんに行なわれており、とりわけ、アレイ系（多体問題）においては避けることのできない相互結合問題に関する研究が注目を集めている。一般に、相互結合効果は二次的な効果であってアレイの素子数が数個の場合にはその効果は系の諸特性に余り影響をおよぼさないが、素子数が数十個またはそれ以上の場合には相互結合効果は重畳されて顕著に現れ系の諸特性に強く影響をおよぼすことになる。このような有限個の素子よりなるアレイ系の相互結合問題に対する一解法を与え、この方法により相互結合の機構を明らかにし、さらに積極的に相互結合効果を利用して良好な特性をもつアレイを開発するための基礎資料を与えて、多少ともアレイ系の研究に貢献しようというのが本論文の目的である。

無限個の方形導波管開口が、等間隔、周期的に配列された平面状アレイにおける相互結合の問題が、モードマッチング法<sup>(1)-(3)</sup>、留数解析法<sup>(4)</sup>、およびフーリエ解析法<sup>(5)</sup>などの方法で解析され、相互結合効果によって放射特性に異常な切れ込み現象の生じることが論じられている。とくに G.F. Farrell と D.H. Kuhn とは 1966 年に<sup>(2)</sup>、アレイの相互結合効果を詳細に数値解析して、グレイチングローブ出現角度  $\theta_g$  よりも小さい角度  $\theta_m$  において ( $|\theta_m| < |\theta_g|$ ) この異常な切れ込みが生じることをはじめて指摘した<sup>(3)</sup>。このような異常な切れ込み現象が起るのは、すべての開口を等しい入力波で励振してアレイの主ローブを走査したとき、ある特定の走査角度  $\theta_m$  で各開口間の結合係数の位相が揃ってこの結合電磁界が励振

開口の電磁界から強く差し引かれて、導波管開口部から遠方に電磁界が放射されない、すなわち、ほとんどの電力が開口部で反射されて導波管内を逆向きに戻ってしまうことが、上にあげた研究によって明らかになった。この切れ込み現象を除去するため、1968年 E.C. Dufort<sup>(6)</sup> は、短絡導波管開口を周期的に付加した平行平板導波管開口アレイについて、フーリエ解析法と無限アレイの結合係数を有限の散乱係数行列で表示する方法<sup>(7)</sup> とを併用して解析し、この現象の除去を行ない放射特性の改善に成功している。また、1972年 R.J. Mailloux<sup>(8)</sup> は、平行平板導波管開口アレイの各開口間に周期的に隔壁(フェンス)を設けた場合についてポイントマッチング法によって解析し、フェンスの高さを調節することによって切れ込み現象が除去できあわせてグレイチングロープのレベルが低減できることを指摘している。Dufort および Mailloux 両氏の研究は、アレイ系において一般には望ましくない相互結合効果を積極的に利用した研究である。しかし、なおこの相互結合の機構については未知の部分が多く、要求された放射特性をもつアレイを自在に設計できる理論はいまだ確立されていないため、当面このアレイ系における相互結合の機構を解明することが重要な研究課題である。

それ故、アレイ系の相互結合の機構を知るためには、上にあげた無限アレイに関する研究とは別に数十個の開口よりなる有限アレイの相互結合問題を具体的に解析しておくことは意義のあることであろう。有限アレイを対象とした解析法による相互結合問題の研究は比較的少ないようである。1970年 C.P. Wu<sup>(9), (10)</sup> は、平行平板導波管開口有限アレイにおいて誘電体プラグを導波管内に装荷した場合および装荷しない場合についてモーメント法(ポイントパルス法)によって、また同年千葉と永

(11) 井<sup>(11)</sup>は、方形導波管開口よりなるE面有限アレイについて等価電磁流源法によって、それぞれ相互結合問題を解析している。さらに、1971年 G.V. Borgia<sup>(12)</sup>は、無限アレイからの擾動として平行平板導波管開口有限アレイの相互結合効果について解析を行なっているが、散乱係数を求めるもとになる相互アドミッタンスとして、単に2個の開口のみが存在する場合の相互アドミッタンスで近似しこれをリアクション法<sup>(13)</sup>により停留表示して用いている<sup>(14)</sup>。2個の開口のみが存在するときの相互アドミッタンスに対する停留表示式は、J. Galejs<sup>(15)</sup>によっても与えられている。しかし、素子(開口)数が2個以上の一般のアレイにおいては、着目する2個以外の開口すべての電磁界の影響をも考慮に入れた相互アドミッタンスの停留表示式を与えないと正確な結果は得られない。

そこで第2章では、任意個数で任意配列の方形導波管開口アレイについて、着目する2個以外の開口すべての電磁界の寄与をも考慮した相互アドミッタンスに対する厳密な停留表示式を導き、これをもとにした有限アレイの相互結合問題に対する解析法を与えている。

第3章では、第2章の相互アドミッタンスに対する停留表示式をもとにした解析法よりもより直接的な、散乱係数に対する厳密な停留表示式をもとにした方形導波管開口有限アレイの相互結合問題に関する解析法を与えている。すなわち、導波管系においては電流、電圧、換言すればアドミッタンス、インピーダンスの概念よりも入射波、反射波、つまり散乱係数の概念を用いる方が適していて測定も容易であり、かつ散乱係数を知れば電磁界もただちに求められることより、本章の方法が相互結合問題に関する有用な一解法であることを指摘している。本研究では、方形導波管開口有限アレイを対象にしてこれを単にアレイと呼び、第4

章の一部を除けば以下すべて本章の解析法を拡張適用してアレイ系の相互結合問題を解析している。

2個の開口間の結合係数(相互アドミッタンスまたは散乱係数)については種々の方法によって計算されているが<sup>(9), (14), (15)</sup>、とくに方形開口の場合にはR.J. Mailloux<sup>(16), (17)</sup>によってポイントマッチング法によりかなり詳しく解析されている。そこで第4章では、アレイの基本系である2個または3個の開口よりなるアレイにつき、第2章および第3章の手法を併用してこれらの研究よりもさらに詳しく相互結合の性質を調べている。2個の正方形開口を同一の直線偏波で励振すると、遠方界楕円偏波の主軸は相互結合のために励振界偏波より最大±4度ほど回転することなどを明らかにしている。

第5章では、素子数51個までの直線状配列アレイについて第3章の手法により相互結合問題を数値解析している。結合度(散乱係数)については、文献(10) - (12)でも計算されているが計算値と測定値とを対比してあるのは文献(11)のみである。そこで本章では、直線状アレイの配置角度を0度(H面アレイ)から90度(E面アレイ)まで変化させた場合の結合度を計算し、これが素子間隔の、E面アレイではほぼ1乗に、45度面アレイでは1.1乗に、さらにH面アレイでは2乗に、それぞれ逆比例して減衰することを明らかにし、かつE面アレイの場合について実験を行ない計算値とよく一致することを示した。また、位相走査時の各開口における反射係数を計算し、前に述べた放射特性の切れ込み角度 $\theta_m$ 付近の走査角度において反射係数が急激に大きくなって極大値をとること、および各開口によって反射係数の曲線が異なることなどを明らかにした。この反射係数の計算は、平行平板導波管開口アレイで

は文献(10)および(12)で、さらに無限アレイでは文献(3),(4)および(18)で、それぞれなされているが、方形開口有限アレイについては本研究以外ではなされていないようである。文献(1) - (5)で論じられた放射特性の切れ込み角度と素子間隔との関係について検討し、有限アレイの特徴である素子数の寄与をも考慮した関係式を与え、あわせてE面アレイの場合につき放射特性を測定しその結果が計算値とよく一致することより本解析法の正当性を指摘している。

第6章では、Dufort<sup>(6)</sup>によって解析されたのと類似な、短絡開口を周期的に付加した方形開口のE面配列アレイを考え、第3章の手法を拡張適用して相互結合効果を積極的に利用し、放射特性の改善およびグレイチングローレベルの低減などを同時に行なうことを試み、興味ある結果と示唆を与えている。

以上、本研究に関連する分野における従来の研究に対する概要を述べて本研究との差異を明らかにし、かつ本研究が対象とする問題の所在を明らかにした。

## 第 2 章 相互アドミッタンスの停留表示式 (19)-(24) をもとにした有限アレイの解析

### 2 · 1 序 言

有限個の導波管開口よりなるアレイの相互結合問題についての研究は比較的少なく<sup>(9)-(12)</sup>，とくに，任意個数で任意配列の方形開口よりなる平面状アレイに対する解法を定式化した研究はほとんど見当らない。そこで本章では，このような任意の平面アレイにおける相互結合問題を解析する際の，変分法をもとにした一解法を提案している。すなわち，まず任意の平面状有限アレイにおける相互アドミッタンスに対する厳密な停留表示式を導き，つぎに Ritz の方法を適用して電磁界のモード展開係数に関する同次の連立方程式を求め，この式を基本にして，相互アドミッタンスの行列表示式および展開係数を求め，さらに放射特性式を重ね合わせの原理によって導く，アレイ系の相互結合問題に対する一解析法を示している。

### 2 · 2 平面状アレイにおける基本式

$N$  個の方形開口が完全導体の基板面上に設けられ，各導波管内を単一の伝搬可能モード ( $H_{10}$ ) が伝わる場合につき考察する (図 2.1 参照)。開口 (断面) 寸法が任意で伝搬可能モードの数が複数になっても同様の方法で解析できるが，ここでは簡単のため，各導波管の断面寸法が等しくかつ  $H_{10}$  モードのみが伝搬可能で他のモードはすべて減衰モードの場合につき解析する。

図 2.1 において，領域を導波管領域 ( $z \leq 0$ ) と半無限自由空間 ( $z \geq 0$ ) とに分けて考え， $z \geq 0$  の領域に半無限自由空間のダイアディック

フ・グリーン関数を用いて Stratton の定理<sup>(25)</sup> を適用すると、この領域に

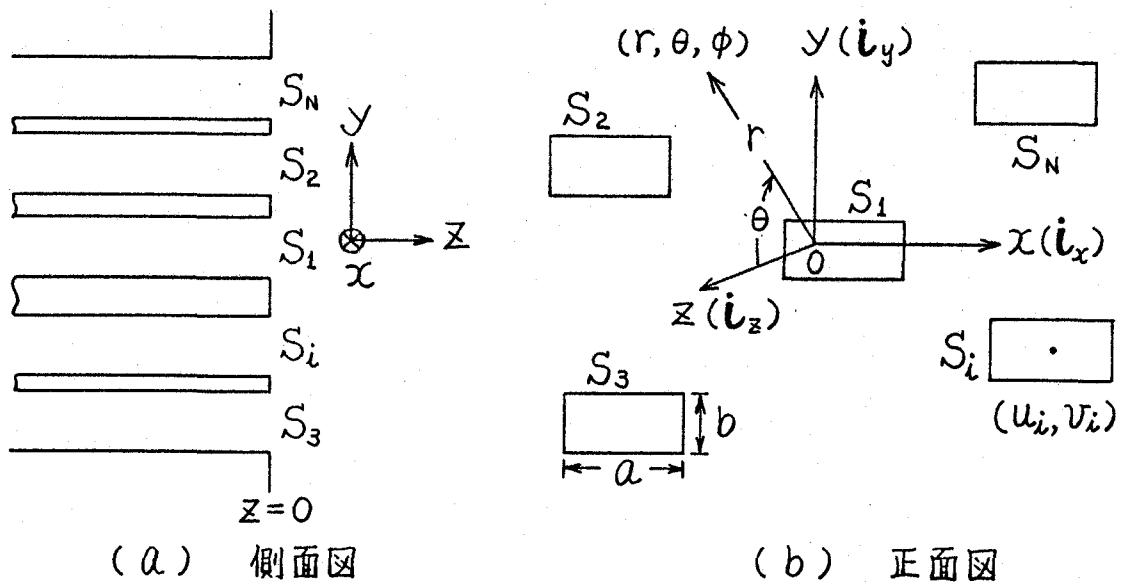


図 2.1 導波管開口平面状有限アレイ

おける電磁界はつぎの式

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{K}_i(\mathbf{p}_i) dS_i \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{K}_i(\mathbf{p}_i) dS_i \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) &= \frac{j}{2\pi\omega\mu_0} (\nabla\nabla + k^2\mathbf{i}) \frac{e^{-j\mathbf{k}R_i}}{R_i} \\ R_i^2 &= (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + z^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

のように表示される<sup>(26),(20)</sup>。ここに、 $S_i$ は導波管 $i$ の開口断面、 $\mathbf{r}$ は観測点の座標、 $\mathbf{p}_i$ は $S_i$ 上の座標、 $\mathbf{K}_i = \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_i$ は $S_i$ 上の電界の $S_i$ に平行な成分、 $\mathbf{i} = \mathbf{i}_x\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z\mathbf{i}_z$ 、 $\epsilon_0$ は真空の誘電率、 $\mu_0$ は透磁率、 $\omega$ は角周波数、さらに  $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2\pi/\lambda$  は真空中の位相定数であり、 $\lambda$ は真空中の波長である。時間因子は全章にわたって  $e^{j\omega t}$  を採用し便宜上省略してある。

導波管 $i$ 内の電磁界の断面( $x-y$ )成分は、その正規直交固有モード関数  $h_{mn}^{iH}(\mathbf{p}_i)$  (H波) および  $h_{mn}^{iE}(\mathbf{p}_i)$  (E波) によってつぎのように

展開できる<sup>(27),(28)</sup>

$$K_i(r_i) = V_i(z)h_{10}^{iH}(\rho_i) + \sum'_{mn} \{V_{mn}^i h_{mn}^{iH}(\rho_i) + U_{mn}^i h_{mn}^{iE}(\rho_i)\} e^{\alpha_{mn} z} \quad (2.4)$$

$$H_i(r_i) = I_i(z)h_{10}^{iH}(\rho_i) - \sum'_{mn} \{Y_{mn}^H V_{mn}^i h_{mn}^{iH}(\rho_i) + Y_{mn}^E U_{mn}^i h_{mn}^{iE}(\rho_i)\} e^{\alpha_{mn} z} \quad (2.5)$$

ここに、 $\Sigma'$ は $H_{10}$ 以外のモードの総和、モード関数は

$$\left. \begin{aligned} h_{mn}^{iH}(\rho_i) &= -\nabla_t \phi_{mn}^i(\rho_i) \\ h_{mn}^{iE}(\rho_i) &= -\mathbf{i}_z \times \nabla_t \psi_{mn}^i(\rho_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{mn}^i(\rho_i) &= \frac{-1}{k_{cmn}} \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{ab}} \cos \frac{m\pi}{a} (x_i + \frac{a}{2} - u_i) \cos \frac{n\pi}{b} (y_i + \frac{b}{2} - v_i) \\ \psi_{mn}^i(\rho_i) &= \frac{1}{k_{cmn}} \sqrt{\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{ab}} \sin \frac{m\pi}{a} (x_i + \frac{a}{2} - u_i) \sin \frac{n\pi}{b} (y_i + \frac{b}{2} - v_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

として与えられ、さらに

$$V_i(z) = E_{oi} e^{-j\beta z} + D_i e^{j\beta z}, \quad I_i(z) = Y_{10}^H (E_{oi} e^{-j\beta z} - D_i e^{j\beta z}) \quad (2.8)$$

$$V_{mn}^i = \int_{S_i} K_i \cdot h_{mn}^{iH} dS_i, \quad U_{mn}^i = \int_{S_i} K_i \cdot h_{mn}^{iE} dS_i \quad (2.9)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{cmn} &= \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad \beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}, \quad \alpha_{mn} = \sqrt{k_{cmn}^2 - k^2} \\ Y_{10}^H &= \frac{\beta}{\omega \mu_0}, \quad Y_{mn}^H = \frac{\alpha_{mn}}{j\omega \mu_0}, \quad Y_{mn}^E = \frac{j\omega \epsilon_0}{\alpha_{mn}} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

であり、 $\epsilon_m$ はNeumann factorで $\epsilon_0 = 1$ ,  $\epsilon_m = 2$  ( $m \neq 0$ )である。

式(2.1), (2.2), (2.4), および(2.5)が導波管開口平面状有限レイトにおける基本式である。

### 2.3 相互アドミッタンスの停留表示式

この節では、図2.1で示された任意個数で任意配列の導波管開口レイトにおいて、導波管 $i$ と $j$ の開口面( $z=0$ )における $H_{10}$ モード間で定義された相互アドミッタンスに対する停留表示式を導く。



いま導波管  $i$  のみを  $K_i^0 = E_{oi} e^{-j\beta z} h_{10}^{iH}$  なる入射波で励振し、ほかの導波管はすべて開口面から  $n\lambda_g/2$  ( $\lambda_g$ :  $H_{10}$  モード波長,  $n$ : 整数) の位置で短絡して開口面での  $H_{10}$  モード振幅 (電圧または展開係数) のみを零にした場合について考察する<sup>†</sup>。式 (2.2) および (2.5) を用いて得られる開口面上境界の  $(x-y)$  成分に関する連続条件式をまとめ直すと次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{\ell=1}^N U_{\ell} Y_{10}^H Y_{i\ell} h_{10}^{\ell H} \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \\ &= \sum_{\ell=1}^N \sum_{r=1}^N U_{\ell} \int_{S_r} \dot{G}_r \cdot K_r^{(i)} dS_r + \sum_{\ell=1}^N U_{\ell} \int_{S_{\ell}} \dot{G}'_{\ell} \cdot K_{\ell}^{(i)} dS_{\ell} \end{aligned} \quad (2.11)$$

ここに、 $U_{\ell}$  は単位パルス関数で  $U_{\ell} = 1$ :  $(x, y)$  が  $S_{\ell}$  上のとき、および  $U_{\ell} = 0$ :  $(x, y)$  がその他の位置のとき、であり、式 (2.11) においては各関数の座標変数は省略してある。また、 $I_{\ell}^{(i)} = Y_{10}^H Y_{i\ell} V_i^{(i)}$  とおいてあり、この  $Y_{i\ell}$  が  $H_{10}$  モードのアドミッタンス  $Y_{10}^H$  で規格化された、導波管  $i$  と  $\ell$  の  $H_{10}$  モード間で定義された  $z=0$  における相互 (または自己) アドミッタンスである。高次モードの各展開係数は式 (2.9) を用いて消去し、さらに

$$V_i^{(i)} = E_{oi} + D_i^{(i)} = \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \quad (2.12)$$

$$\dot{G}'_{\ell} = \sum_{mn}' \{ Y_{mn}^H h_{mn}^{\ell H} h_{mn}^{\ell H} + Y_{mn}^E h_{mn}^{\ell E} h_{mn}^{\ell E} \} \quad (2.13)$$

である。相互アドミッタンスの相反関係  $Y_{ij} = Y_{ji}$  は、Lorentz の相反定理を用いてただちに証明される (付録 1 参照)。

† 以下このような条件下での電磁界の諸量は肩に  $(i)$  を付記して区別する。

式(2.11)の両辺に  $\sum_{\ell=1}^N U_{\ell} K_{\ell}^{(j)}$  をスカラ積して、 $Z=0$ の面上にわたって積分を実行すると  $Y_{ij}$  に対するつぎの表示式が得られる。

$$Y_{ij} = \frac{\sum_{\ell=1}^N \sum_{\bar{\ell}=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\bar{\ell}}} K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G} \cdot K_{\bar{\ell}}^{(i)} dS_{\bar{\ell}} dS_{\ell} + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\ell}} K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G}' \cdot K_{\ell}^{(i)} dS_{\ell} dS_{\ell}}{Y_{10}^H \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j} \quad (2.14)$$

つぎに、この式で表示された相互アドミッタンス  $Y_{ij}$  の停留性について考察する。電界関数の真の値からの微小変化(変分)  $\delta K$  に関する相互アドミッタンスの変分を  $\delta Y_{ij}$  とすると式(2.14)より

$$\begin{aligned} & Y_{10}^H \delta Y_{ij} \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \\ & + Y_{10}^H Y_{ij} \left\{ \int_{S_i} \delta K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j + \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} \delta K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \right\} \\ & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{\bar{\ell}=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\bar{\ell}}} \left\{ \delta K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G} \cdot K_{\bar{\ell}}^{(i)} + K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G} \cdot \delta K_{\bar{\ell}}^{(i)} \right\} dS_{\bar{\ell}} dS_{\ell} \\ & + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\ell}} \left\{ \delta K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G}' \cdot K_{\ell}^{(i)} + K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G}' \cdot \delta K_{\ell}^{(i)} \right\} dS_{\ell} dS_{\ell} \quad (2.15) \end{aligned}$$

なる式を得る。また、式(2.11)の両辺に  $\sum_{\ell=1}^N U_{\ell} \delta K_{\ell}^{(j)}$  をスカラ積して  $Z=0$ の面上にわたって積分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} Y_{10}^H Y_{ij} \int_{S_j} \delta K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{\bar{\ell}=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\bar{\ell}}} \delta K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G} \cdot K_{\bar{\ell}}^{(i)} dS_{\bar{\ell}} dS_{\ell} \\ & + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\ell}} \delta K_{\ell}^{(j)} \cdot \dot{G}' \cdot K_{\ell}^{(i)} dS_{\ell} dS_{\ell} \quad (2.16) \end{aligned}$$

この式において、 $Y_{ij}$  の相反性を考慮して  $i$  と  $j$  を交換すると

$$\begin{aligned} Y_{10}^H Y_{ij} \int_{S_j} K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} \delta K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{\bar{\ell}=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\bar{\ell}}} \delta K_{\ell}^{(i)} \cdot \dot{G} \cdot K_{\bar{\ell}}^{(j)} dS_{\bar{\ell}} dS_{\ell} \\ & + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_{\ell}} \int_{S_{\ell}} \delta K_{\ell}^{(i)} \cdot \dot{G}' \cdot K_{\ell}^{(j)} dS_{\ell} dS_{\ell} \quad (2.17) \end{aligned}$$

なる式が得られる。式(2.16)と(2.17)を辺々相加えて得られる

結果の式を式(2.15)から辺々差し引くとつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 & Y_{10}^H \delta Y_{ij} \int_{S_i} K_i^{(i)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} K_j^{(j)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \\
 &= \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_k} \{ K_\ell^{(i)} \cdot \dot{G} \cdot \delta K_k^{(i)} - \delta K_\ell^{(i)} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{(j)} \} dS_k dS_\ell \\
 &= 0 \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

ここに、この式を導くにあたり  $\dot{G}$  および  $\dot{G}'_\ell$  の対称性を用いた。上式の左辺の積分項は、式(2.12)からわかるようにこれらは励振導波管  $i$  または  $j$  の開口における  $H_{10}$  モードの展開係数  $V_i^{(i)}$  または  $V_j^{(j)}$  であって、一般には零ではないので  $\delta Y_{ij} = 0$  とならなければならない。すなわち、電界の真の値からの微小変化(第1次変分)に関して相互アドミッタンスの第1次変分は零、つまり  $Y_{ij}$  は第1次のオーダーで停留であると言える。したがって、式(2.14)は相互アドミッタンス  $Y_{ij}$  に対する停留表示式である。

## 2.4 相互アドミッタンスの行列解および展開係数

この節では、相互アドミッタンスおよび展開係数を具体的に求める方法について論じる。

式(2.14)に(2.4)を代入して整理すると

$$\begin{aligned}
 & Y_{ij} V_{10}^{i(i)} V_{10}^{j(j)} - \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{mn} \sum_{rs} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, k H) V_{mn}^{\ell(i)} V_{rs}^{k(j)} + P_{mn}^{rs}(\ell H, k E) V_{mn}^{\ell(i)} U_{rs}^{k(j)} \\
 & \quad + P_{mn}^{rs}(\ell E, k H) U_{mn}^{\ell(i)} V_{rs}^{k(j)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, k E) U_{mn}^{\ell(i)} U_{rs}^{k(j)} \} = 0 \tag{2.19}
 \end{aligned}$$

となる。ここに、 $V_i^{(i)} \equiv V_{10}^{i(i)}$  であり、さらに

$$P_{mn}^{rs}(\ell H, k H) = Q_{mn}^{rs}(\ell H, k H) + \delta_{\ell k} Y_{10}^H \sum_{uv} Y_{uv}^H \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \tag{2.20a}$$

$$P_{mn}^{rs}(\ell H, k E) = Q_{mn}^{rs}(\ell H, k E), \quad P_{mn}^{rs}(\ell E, k H) = Q_{mn}^{rs}(\ell E, k H) \tag{2.20b}$$

$$P_{mn}^{rs}(\ell E, kE) = Q_{mn}^{rs}(\ell E, kE) + \delta_{\ell k} Y_{10}^{H^{-1}} \sum_{uv}' Y_{uv}^E \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \quad (2 \cdot 20c)$$

$$Q_{mn}^{rs}(\ell H, kE) = \frac{1}{Y_{10}^H} \int_{S_\ell} \int_{S_k} h_{mn}^{\ell H} \cdot \dot{G} \cdot h_{rs}^{kE} dS_k dS_\ell \quad (2 \cdot 20d)$$

である。たとえば  $Q_{mn}^{rs}(\ell H, kE)$  は、導波管  $\ell$  の  $H_{mn}$  モードと導波管  $k$  の  $E_{rs}$  モードとの間の、半無限自由空間を介しての結合ファクタである。これらの具体的な積分表示式は付録2に示してある。 $\delta_{\ell k}$  は Kronecker のデルタである。

Ritzの方法<sup>(29)</sup>により電界関数を有限個の固有モード展開で近似して、式(2.19)の両辺を各展開係数で偏微分し  $Y_{ij}$  の停留性を考慮するとつぎの連立方程式が得られる。

$$Y_{ij} V_{10}^{j(j)} - \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{10}(\ell H, iH) V_{mn}^{\ell(j)} + P_{mn}^{10}(\ell E, iH) U_{mn}^{\ell(j)} \} = 0 \quad (2 \cdot 21a)$$

$$- \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, kH) V_{mn}^{\ell(j)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kH) U_{mn}^{\ell(j)} \} = 0$$

$$(r, s) \neq (1, 0) \quad (2 \cdot 21b)$$

$$- \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, kE) V_{mn}^{\ell(j)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kE) U_{mn}^{\ell(j)} \} = 0$$

$$(r, s) \neq (1, 0) \quad (2 \cdot 21c)$$

この式において、展開係数の少なくとも一つが零でない解をもつためには係数  $P_{mn}^{rs}$  より作られる行列式が零となることより、 $Y_{ij}$  は

$$Y_{ij} = \frac{|P|}{\frac{\partial}{\partial P_{10}^{10}(j,i)} |P|} = \frac{1}{[P^{-1}]_{ji}} \quad (2 \cdot 22)$$

$$P = \begin{bmatrix} [P_{mn}^{rs}(\ell H, kH)] & [P_{mn}^{rs}(\ell E, kH)] \\ [P_{mn}^{rs}(\ell H, kE)] & [P_{mn}^{rs}(\ell E, kE)] \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 23)$$

のように求められる。ただし、 $[P_{mn}^{rs}]$  などは行列を表わし、さらに行

列  $P$  の最初の  $(N \times N)$  個の要素はすべて  $P_{10}^{10}(\ell H, kH)$  で構成されるようにしてある。このようにして、相互アドミッタンスは逆行列  $P^{-1}$  を計算することにより一度にそのすべてが求まることになる。

式 (2.22) より求められる  $Y_{ij}$  を用いて、導波管開口  $i$  と  $j$  の  $H_{10}$  モード間で定義された散乱係数は、 $U$  を単位行列としてつぎのような行列表示式より求めることができる<sup>(30)</sup>。

$$[S_{ij}] = [U - [Y_{ij}]] [U + [Y_{ij}]]^{-1} \quad (2.24)$$

式 (2.21) より高次モードの各展開係数も決定できるので、任意励振の場合の展開係数は肩の  $(j)$  を 1 から  $N$  まで変化させたときの重ね合わせとして求められる。いま、導波管  $i$  のみを  $H_{10}$  モード入射波で励振し、ほかの導波管はすべて  $z < 0$  の位置で整合負荷により終端されている場合を考えると<sup>†</sup>、このときの高次モードの展開係数は散乱係数を用いて次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} V_{mn}^{\ell(j)} &= \sum_{j=1}^N M_{mn}^{\ell(j)} (\delta_{ij} + S_{ij}) E_{oi} \\ U_{mn}^{\ell(j)} &= \sum_{j=1}^N N_{mn}^{\ell(j)} (\delta_{ij} + S_{ij}) E_{oi} \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

ここに、 $M_{mn}^{\ell(j)}$  および  $N_{mn}^{\ell(j)}$  はそれぞれ式 (2.21) より求められた  $V_{mn}^{\ell(j)} / V_{10}^{j(j)}$  および  $U_{mn}^{\ell(j)} / V_{10}^{j(j)}$  に等しく、高次モードの生成係数とも呼ばれ得るものである。式 (2.25) で与えられた展開係数を用いると、任意励振の場合の導波管開口アレイにおける電磁界が重ね合わせの原理によりただちに求められる。

---

† 以下このような条件下での電磁界の諸量には肩に  $[j]$  を付記して表示する。

2 · 5 遠方界 (放射特性式)

開口から十分遠方 (長  $R_0 \gg 1$ ) における電磁界は, 式 (2 · 1), (2 · 2), および (2 · 4) より球座標  $(r, \theta, \phi)$  表示でつぎのようにならされる。

$$E(r, \theta, \phi) = \frac{\sqrt{2ab}}{\pi^2} (1 + \Gamma_0) E_0 N \frac{jk e^{-jkr}}{r} \{ \mathbf{i}_\theta F_1(\theta, \phi) + \mathbf{i}_\phi F_2(\theta, \phi) \} \quad (2 \cdot 26)$$

$$H(r, \theta, \phi) = \frac{-\sqrt{2ab}}{\pi^2} (1 + \Gamma_0) E_0 N \frac{jk r e^{-jkr}}{r} \{ \mathbf{i}_\theta F_2(\theta, \phi) - \mathbf{i}_\phi F_1(\theta, \phi) \} \quad (2 \cdot 27)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} F_1(\theta, \phi) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_1^{[ii]}(\theta, \phi) \\ F_2(\theta, \phi) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_2^{[ii]}(\theta, \phi) \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 28)$$

$$\begin{aligned} F_1^{[ii]}(\theta, \phi) &= -\frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^N \frac{(\delta_{ii} + S_{ii}) E_{oi}}{(1 + \Gamma_0) E_0} \{ S(X_i^+) + S(X_i^-) \} S(Y_0^+) \sin \phi \\ &\quad \cdot e^{jk \sin \theta (u_2 \cos \phi + v_2 \sin \phi) - j\psi_i} \\ &\quad + \frac{\pi}{8\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \sum_{mn} \frac{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n} e^{j(m+n-1)\pi/2}}{(1 + \Gamma_0) E_0 \sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}} \left[ \left( \frac{n}{b} V_{mn}^{[ii]} - \frac{m}{a} U_{mn}^{[ii]} \right) \{ S(X_m^+) + (-1)^m S(X_m^-) \} \right. \\ &\quad \cdot \{ S(Y_n^+) - (-1)^n S(Y_n^-) \} \cos \phi - \left( \frac{m}{a} V_{mn}^{[ii]} + \frac{n}{b} U_{mn}^{[ii]} \right) \{ S(X_m^+) - (-1)^m S(X_m^-) \} \\ &\quad \left. \cdot \{ S(Y_n^+) + (-1)^n S(Y_n^-) \} \sin \phi \right] e^{jk \sin \theta (u_2 \cos \phi + v_2 \sin \phi) - j\psi_i} \quad (2 \cdot 29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2^{[ii]}(\theta, \phi) &= -\frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^N \frac{(\delta_{ii} + S_{ii}) E_{oi}}{(1 + \Gamma_0) E_0} \{ S(X_i^+) + S(X_i^-) \} S(Y_0^+) \cos \theta \cos \phi \\ &\quad \cdot e^{jk \sin \theta (u_2 \cos \phi + v_2 \sin \phi) - j\psi_i} \\ &\quad - \frac{\pi}{8\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \sum_{mn} \frac{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n} e^{j(m+n-1)\pi/2}}{(1 + \Gamma_0) E_0 \sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}} \cos \theta \left[ \left( \frac{n}{b} V_{mn}^{[ii]} - \frac{m}{a} U_{mn}^{[ii]} \right) \{ S(X_m^+) + (-1)^m S(X_m^-) \} \right. \\ &\quad \cdot \{ S(Y_n^+) - (-1)^n S(Y_n^-) \} \sin \phi + \left( \frac{m}{a} V_{mn}^{[ii]} + \frac{n}{b} U_{mn}^{[ii]} \right) \{ S(X_m^+) - (-1)^m S(X_m^-) \} \\ &\quad \left. \cdot \{ S(Y_n^+) + (-1)^n S(Y_n^-) \} \cos \phi \right] e^{jk \sin \theta (u_2 \cos \phi + v_2 \sin \phi) - j\psi_i} \quad (2 \cdot 30) \end{aligned}$$

$$S(Z) = \sin Z / Z \quad (2.31)$$

$$\left. \begin{aligned} X_m^\pm &= \frac{m\pi}{2} \pm \frac{ka}{2} \sin\theta \cos\phi \\ Y_n^\pm &= \frac{n\pi}{2} \pm \frac{kb}{2} \sin\theta \sin\phi \end{aligned} \right\} \text{(複号同順)} \quad (2.32)$$

さらに、 $\eta = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$  である。E<sub>0</sub> および Γ<sub>0</sub> はそれぞれ1個の開口が孤立していて相互結合のない場合のH<sub>10</sub>モードの入射波振幅および反射係数であり、またψ<sub>i</sub> はアレイのビームを走査するために励振導波管iのH<sub>10</sub>モードに強制的に付加された位相量である。

式(2.29) および(2.30) で与えられたF<sub>1</sub><sup>[i]</sup> およびF<sub>2</sub><sup>[i]</sup> は、ともにエレメント(アレイ)パターンと呼ばれるものである。

## 2.6 結 言

任意個数で任意配列の方形導波管開口よりなる平面状アレイにおける相互結合問題に対する一解析法を変分法の立場より定式化した。すなわち、まず相互アドミッタンスに対する厳密な停留表示式を導き、これにRitzの方法を適用することにより相互アドミッタンスのすべては、導波管内モード間の結合ファクタによって構成される行列の逆行列の演算のみで一度に求まることを示した。さらに、重ね合わせの原理により展開係数を求め、これと相互アドミッタンスより求まる散乱係数とを用いて遠方界すなわち相互結合を考慮したアレイの放射特性式を与えた。

### 第 3 章 散乱係数の停留表示式をもとにした 有限アレイの解析<sup>(31)-(33)</sup>

#### 3 · 1 序 言

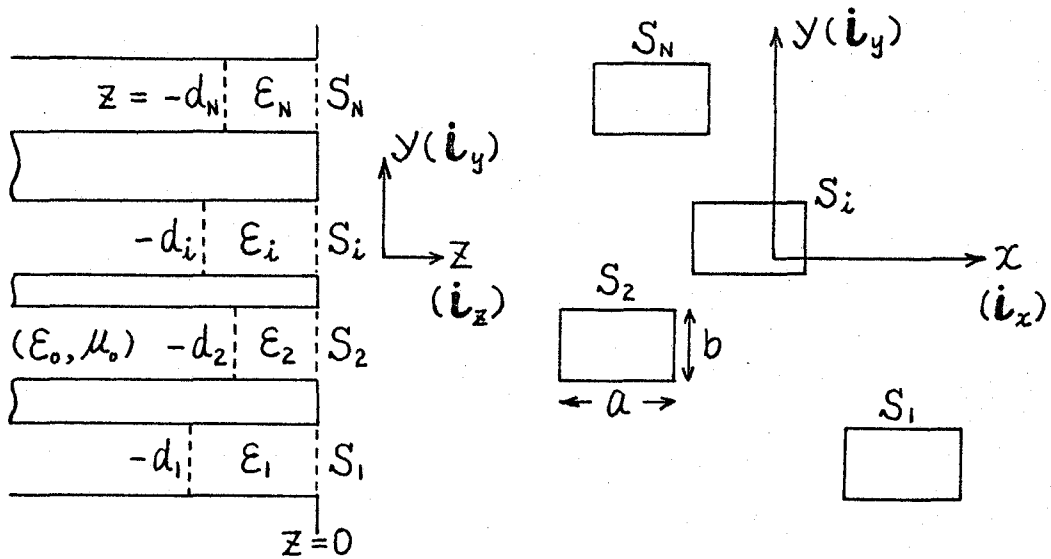
本章では、方形導波管開口平面状有限アレイの相互結合問題を取り扱う上で、第2章で論じた相互アドミッタンスの停留表示式をもとにした解析法よりも、より直接的で便利な散乱係数の停留表示式をもとにした解析法を提案している。すなわち、導波管系においてはインピーダンス、アドミッタンスつまり定在波の概念よりも散乱係数つまり入射波、反射波の概念の方が物理的に理解し易く、測定も容易で、かつ散乱係数がわかれば電磁界もただちに求まるため、まず各導波管内に任意の誘電率で任意長さの誘電体が装荷された、第2章におけるアレイよりも一般的な導波管開口アレイにおける散乱係数の停留表示式を与えている。いまだかつて、散乱係数の停留表示式を与えた研究はどこにも見当らず、これは本研究によってはじめて与えられたものである。つぎに、この停留表示式に  $Ritz$  の方法を適用して散乱係数および電磁界の展開係数のすべてを単に逆行列の演算のみによって一度に求める方法を示し、これをもとにしたアレイの相互結合問題に対する解析法を提案している。

#### 3 · 2 誘電体プラグを装荷された平面状アレイ における基本式

等しい開口（断面）寸法をもつ  $N$  個の方形導波管開口が完全導体の基板面上に設けられ、各導波管内には任意の誘電率で任意長さの誘電体プラグが装荷されている場合につき考察する（図 3.1 参照）。各導波管内の真空領域では単一のモード（ $H_{10}$ ）が、またプラグ内では複数のモー



ドが、それぞれ伝搬可能でほかのモードはすべて減衰モードとする。



(a) 側面図

(b) 正面図

図3.1 誘電体プラグ装荷の導波管開口アレイ

半無限自由空間 ( $z \geq 0$ ) における電磁界は、前章の式 (2.1) および (2.2) と同一の式

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{K}_i(\mathbf{p}_i) dS_i \quad (3.1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{K}_i(\mathbf{p}_i) dS_i \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) &= \frac{j}{2\pi\omega\mu_0} (\nabla\nabla + k^2\mathbf{I}) \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} \\ R_i^2 &= (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + z^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

によって与えられる。ここに、記号はすべて前章と同じ意味をもつ。

導波管内の真空領域 ( $z \leq -d_i$ ) における電磁界の ( $x-y$ ) 成分は、前章の式 (2.6) および (2.7) で与えられた正規直交固有モード関数  $h_{mn}^{iH}(\mathbf{p}_i)$  (H波) および  $h_{mn}^{iE}(\mathbf{p}_i)$  (E波) によって

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_i(\mathbf{r}_i) &= \sqrt{2Z_{10}^H} (E_{0i} e^{-j\beta z} + D_i e^{j\beta z}) h_{10}^{iH}(\mathbf{p}_i) \\ &+ \sum_{mn}' \{ \sqrt{2Z_{mn}^H} V_{mn}^i h_{mn}^{iH}(\mathbf{p}_i) + \sqrt{2Z_{mn}^E} U_{mn}^i h_{mn}^{iE}(\mathbf{p}_i) \} e^{\alpha_{mn} z} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$H_i(r_i) = \sqrt{2Y_{10}^H} (E_{oi} e^{-j\beta z} - D_i e^{j\beta z}) h_{10}^{iH}(p_i) - \sum_{mn}' \left\{ \sqrt{2Y_{mn}^H} V_{mn}^i h_{mn}^{iH}(p_i) + \sqrt{2Y_{mn}^E} U_{mn}^i h_{mn}^{iE}(p_i) \right\} e^{\alpha_{mn} z} \quad (3 \cdot 5)$$

のように展開される。ここに、 $Z_{mn}^H = 1/Y_{mn}$ 、 $Z_{mn}^E = 1/Y_{mn}$ であり、そのほかの記号は前章の2・2節で与えたものと同一の意味をもつ。

同様にして導波管内の誘電体領域 ( $-d_i \leq z \leq 0$ ) における電磁界は、固有モード関数を用いてつぎのように展開できる。

$$K_i(r_i) = \sum_{mn} \left\{ \sqrt{2Z_{mn}^{iH}} (E_{mn}^i e^{-j\beta_{mn}^i z} + \tilde{V}_{mn}^i e^{j\beta_{mn}^i z}) h_{mn}^{iH}(p_i) + \sqrt{2Z_{mn}^{iE}} (F_{mn}^i e^{-j\beta_{mn}^i z} + \tilde{U}_{mn}^i e^{j\beta_{mn}^i z}) h_{mn}^{iE}(p_i) \right\} \quad (3 \cdot 6)$$

$$H_i(r_i) = \sum_{mn} \left\{ \sqrt{2Y_{mn}^{iH}} (E_{mn}^i e^{-j\beta_{mn}^i z} - \tilde{V}_{mn}^i e^{j\beta_{mn}^i z}) h_{mn}^{iH}(p_i) + \sqrt{2Y_{mn}^{iE}} (F_{mn}^i e^{-j\beta_{mn}^i z} - \tilde{U}_{mn}^i e^{j\beta_{mn}^i z}) h_{mn}^{iE}(p_i) \right\} \quad (3 \cdot 7)$$

ここに、 $\beta_{mn}^i$ などは誘電体の誘電率 $\epsilon_i$ を用いてつぎのように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_{mn}^i &= \sqrt{\omega^2 \epsilon_i \mu_0 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, & Y_{mn}^{iH} &= \frac{\beta_{mn}^i}{\omega \mu_0} \\ Y_{mn}^{iE} &= \frac{\omega \epsilon_i}{\beta_{mn}^i}, & Z_{mn}^{iH} &= \frac{1}{Y_{mn}^{iH}}, & Z_{mn}^{iE} &= \frac{1}{Y_{mn}^{iE}} \end{aligned} \right\} \quad (3 \cdot 8)$$

式(3・1)、(3・2)、および(3・4) - (3・7)が図3・1に示されるようなアレイ系における基本式である。

いま、導波管*i*のみを $K_i^o(r_i) = \sqrt{2Z_{10}^{iH}} E_{oi} e^{-j\beta z} h_{10}^{iH}(p_i)$ なる入射波で励振し、ほかの導波管はすべて $z < -d_l$  ( $l \neq i$ ) の位置において整合負荷によって終端した場合について以下考察する。導波管*l*内の $z = -d_l$ における電磁界の連続条件式を用いると、各展開係数の間には以下の式

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2Z_{10}^{iH}} (\delta_{li} E_{oi} e^{j\beta d_i} + D_l^{[li]} e^{-j\beta d_l}) &= \sqrt{2Z_{10}^{lH}} (E_{10}^{[li]} e^{j\beta_{10}^l d_l} + \tilde{V}_{10}^{[li]} e^{-j\beta_{10}^l d_l}) \\ &= \int_{S_l} K_l^{[li]}(-d_l) \cdot h_{10}^{lH} dS_l \\ \sqrt{2Y_{10}^{iH}} (\delta_{li} E_{oi} e^{j\beta d_i} - D_l^{[li]} e^{-j\beta d_l}) &= \sqrt{2Y_{10}^{lH}} (E_{10}^{[li]} e^{j\beta_{10}^l d_l} - \tilde{V}_{10}^{[li]} e^{-j\beta_{10}^l d_l}) \end{aligned} \right\} \quad (3 \cdot 9)$$

$$\left. \begin{aligned}
\sqrt{2Z_{mn}^H} V_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Z_{mn}^{lH}} (E_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} + \tilde{V}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l}) \\
&= \int_{S_l} K_l^{[li]}(-d_l) \cdot h_{mn}^{lH} dS_l \\
-\sqrt{2Y_{mn}^H} V_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Y_{mn}^{lH}} (E_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} - \tilde{V}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l}) \\
\sqrt{2Z_{mn}^E} U_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Z_{mn}^{lE}} (F_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} + \tilde{U}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l}) \\
&= \int_{S_l} K_l^{[li]}(-d_l) \cdot h_{mn}^{lE} dS_l \\
-\sqrt{2Y_{mn}^E} U_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Y_{mn}^{lE}} (F_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} - \tilde{U}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l})
\end{aligned} \right\} \quad (3 \cdot 10)$$

$$\left. \begin{aligned}
\sqrt{2Z_{mn}^E} U_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Z_{mn}^{lE}} (F_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} + \tilde{U}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l}) \\
&= \int_{S_l} K_l^{[li]}(-d_l) \cdot h_{mn}^{lE} dS_l \\
-\sqrt{2Y_{mn}^E} U_{mn}^{[li]} e^{-\alpha_{mn} d_l} &= \sqrt{2Y_{mn}^{lE}} (F_{mn}^{[li]} e^{j\beta_{mn}^l d_l} - \tilde{U}_{mn}^{[li]} e^{-j\beta_{mn}^l d_l})
\end{aligned} \right\} \quad (3 \cdot 11)$$

のような関係があり，さらに

$$\left. \begin{aligned}
\sqrt{2Z_{mn}^{lH}} (E_{mn}^{[li]} + \tilde{V}_{mn}^{[li]}) &= \int_{S_l} K_l^{[li]}(0) \cdot h_{mn}^{lH} dS_l \\
\sqrt{2Z_{mn}^{lE}} (F_{mn}^{[li]} + \tilde{U}_{mn}^{[li]}) &= \int_{S_l} K_l^{[li]}(0) \cdot h_{mn}^{lE} dS_l
\end{aligned} \right\} \quad (3 \cdot 12)$$

である．ここに，導波管の断面座標  $\rho_l$  は省略してあり，肩の [li] は 13 頁の脚注で与えた記号と同じ意味をもつ．

### 3 · 3 散乱係数の停留表示式

この節では，図 3·1 で示される誘電体プラグを装荷された導波管開口平面状有限アレイにおいて，導波管  $i$  と  $j$  内の誘電体境界面における  $H_{10}$  モード間で定義される散乱係数に対する停留表示式を導く．

開口面 ( $z=0$ ) における境界の ( $x-y$ ) 成分に関する連続条件式は，式 (3·9) - (3·12) を用いて変形すると次式のようになる．

$$\begin{aligned}
U_i &= \frac{2Y_{10}^{iH} \sqrt{2Y_{10}^H} E_{oi} e^{j\beta d_i}}{Y_{10}^{iH} \cos \beta_{10}^i d_i + jY_{10}^H \sin \beta_{10}^i d_i} h_{10}^{iH} \\
&= \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N U_l \int_{S_k} \hat{G} \cdot K_k^{[li]}(0) dS_k + \sum_{l=1}^N U_l \int_{S_l} \hat{G} \cdot K_l^{[li]}(0) dS_l
\end{aligned} \quad (3 \cdot 13)$$

ここに、 $\dot{G}$  の座標変数は省略してあり、さらに

$$\left. \begin{aligned} \dot{G}_\ell &= \sum_{mn} \{ \tilde{Y}_{mn}^{\ell H} h_{mn}^{\ell H} h_{mn}^{\ell H} + \tilde{Y}_{mn}^{\ell E} h_{mn}^{\ell E} h_{mn}^{\ell E} \} \\ \tilde{Y}_{mn}^{\ell H} &= Y_{mn}^{\ell H} \frac{Y_{mn}^H + jY_{mn}^{\ell H} \tan \beta_{mn}^\ell d_\ell}{Y_{mn}^{\ell H} + jY_{mn}^H \tan \beta_{mn}^\ell d_\ell}, \quad \tilde{Y}_{mn}^{\ell E} = Y_{mn}^{\ell E} \frac{Y_{mn}^E + jY_{mn}^{\ell E} \tan \beta_{mn}^\ell d_\ell}{Y_{mn}^{\ell E} + jY_{mn}^E \tan \beta_{mn}^\ell d_\ell} \end{aligned} \right\} (3.14)$$

である。  $U_\ell$  は前章 2.3 節で与えたパルス関数である。

いま、導波管  $i$  内の  $z = -d_i$  に到達した  $H_{10}$  モードの入射波と導波管  $j$  内の  $z = -d_j$  において  $z < -d_j$  の向きに透過して行く  $H_{10}$  モードの波との間で、散乱係数  $S_{ji}$  を次式のように定義する。

$$S_{ji} = \frac{D_j^{i,j}}{E_{oi}} e^{-j\beta(d_i+d_j)} \quad (3.15)$$

この式と式 (3.9) および (3.12) より入射波振幅  $E_{oi}$  を求め、これを式 (3.13) に代入すると結局次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{2Y(i)Y(j)}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} U_i Y_{10}^H h_{10}^{iH} \int_{S_j} K_j(0) \cdot h_{10}^{jH} dS_j \\ &= \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N U_\ell \int_{S_k} \dot{G} \cdot K_k^{i,j}(0) dS_k + \sum_{\ell=1}^N U_\ell \int_{S_\ell} \dot{G}_\ell \cdot K_\ell^{i,j}(0) dS_\ell \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} Y(i) &= \frac{Y_{10}^{iH}}{Y_{10}^{iH} \cos \beta_{10}^i d_i + jY_{10}^H \sin \beta_{10}^i d_i} \\ T_i &= \frac{Y_{10}^{iH} - jY_{10}^H \tan \beta_{10}^i d_i}{Y_{10}^{iH} + jY_{10}^H \tan \beta_{10}^i d_i} \end{aligned} \right\} (3.17)$$

である。

式 (3.16) の両辺に  $\sum_{\ell=1}^N U_\ell K_\ell^{i,j}(0)$  をスカラ積して、 $z=0$  の面上にわたって積分を実行すると  $S_{ji}$  に対するつぎの表示式が得られる。

$$\frac{2Y^{(i)}Y^{(j)}}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} = \frac{\sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_k} K_\ell^{[ij]}(0) \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[ij]}(0) dS_k dS_\ell + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_\ell} K_\ell^{[ij]}(0) \cdot \dot{G}_\ell \cdot K_\ell^{[ij]}(0) dS_\ell dS_\ell}{Y_{10}^H \int_{S_j} K_j^{[ij]}(0) \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{[ij]}(0) \cdot h_{10}^{iH} dS_i} \quad (3.18)$$

散乱係数の相反関係  $S_{ji} = S_{ij}$  は、Lorentz の相反定理を用いてただちに証明される (付録 3 参照)。式 (3.18) より、散乱係数  $S_{ji}$  は開口電界のみによって表示されることがわかる。

つぎに、上式で表示された  $S_{ji}$  の停留性について考察する。電界関数の真の値からの変分  $\delta K$  に関する式 (3.18) の変分式は

$$\begin{aligned} & \delta \left( \frac{2Y^{(i)}Y^{(j)}}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} \right) Y_{10}^H \int_{S_j} K_j^{[ij]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{[ij]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \\ & + \frac{2Y^{(i)}Y^{(j)}}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} Y_{10}^H \left\{ \int_{S_j} \delta K_j^{[ij]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{[ij]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i + \int_{S_j} K_j^{[ij]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} \delta K_i^{[ij]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \right\} \\ & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_k} \left\{ \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[ij]} + K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G} \cdot \delta K_k^{[ij]} \right\} dS_k dS_\ell \\ & \quad + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_\ell} \left\{ \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G}_\ell \cdot K_\ell^{[ij]} + K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G}_\ell \cdot \delta K_\ell^{[ij]} \right\} dS_\ell dS_\ell \quad (3.19) \end{aligned}$$

となる。ここに、変数値 0 は省略した。また、式 (3.16) の両辺に  $\sum_{\ell=1}^N U_\ell \delta K_\ell^{[ij]}$  をスカラ積して  $Z=0$  の面上にわたって積分を実行すると次式

$$\begin{aligned} & \frac{2Y^{(i)}Y^{(j)}}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} Y_{10}^H \int_{S_j} \delta K_j^{[ij]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{[ij]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \\ & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_k} \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[ij]} dS_k dS_\ell + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_\ell} \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G}_\ell \cdot K_\ell^{[ij]} dS_\ell dS_\ell \quad (3.20) \end{aligned}$$

を得る。この式において、 $S_{ji}$  の相反性を考慮して  $i$  と  $j$  を交換すると

$$\begin{aligned} & \frac{2Y^{(i)}Y^{(j)}}{S_{ji} + \delta_{ji}T_i} Y_{10}^H \int_{S_j} K_j^{[ij]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} \delta K_i^{[ij]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \\ & = \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_k} \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[ij]} dS_k dS_\ell + \sum_{\ell=1}^N \int_{S_\ell} \int_{S_\ell} \delta K_\ell^{[ij]} \cdot \dot{G}_\ell \cdot K_\ell^{[ij]} dS_\ell dS_\ell \quad (3.21) \end{aligned}$$

となる。式(3.20)と(3.21)とを辺々相加えて得られる結果式を式(3.19)より辺々差し引くと結局次式が得られる。

$$\delta \left( \frac{2Y(i)Y(j)}{S_{ji} + \delta_{ji} T_i} \right) Y_{10}^H \int_{S_j} K_j^{(ij)} \cdot h_{10}^{jH} dS_j \int_{S_i} K_i^{(ij)} \cdot h_{10}^{iH} dS_i = 0 \quad (3.22)$$

ここに、 $\hat{G}$  および  $\hat{G}_L$  の対称性を用いた。上式の左辺の積分項は、式(3.12)からわかるようにこれらは導波管jまたはiの開口における  $H_{10}$  モードの展開係数であって、一般には零ではないので左辺の変分項が零、すなわち  $\delta S_{ji} = 0$  とならねばならない。したがって、開口電界の真の値からの第1次変分に関して導波管内の誘電体境界面で定義された散乱係数の第1次変分は零、つまり  $S_{ji}$  は第1次のオーダーで停留であると言える。それゆえ、式(3.18)は散乱係数  $S_{ji}$  の停留表示式である。

### 3.4 散乱係数の行列解および展開係数

この節では、散乱係数および展開係数を具体的に求める方法について論じ、あわせて位相走査時の反射係数に対する式を与える。

ここで、あらためて開口電界を次式のように展開する。

$$K_L^{(ij)}(0) = \sum_{mn} \{ V_{mn}^{\ell(ij)} h_{mn}^{\ell H} + U_{mn}^{\ell(ij)} h_{mn}^{\ell E} \} \quad (3.23)$$

この式を式(3.18)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{2Y(i)Y(j)}{S_{ji} + \delta_{ji} T_i} V_{10}^{j(ij)} V_{10}^{i(jj)} - \sum_{\ell=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{mn} \sum_{rs} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, kH) V_{mn}^{\ell(jj)} V_{rs}^{k(ij)} + P_{mn}^{rs}(\ell H, kE) V_{mn}^{\ell(jj)} U_{rs}^{k(ij)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kH) U_{mn}^{\ell(jj)} V_{rs}^{k(ij)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kE) U_{mn}^{\ell(jj)} U_{rs}^{k(ij)} \} = 0 \quad (3.24)$$

ここに、

$$P_{mn}^{rs}(\ell H, kH) = Q_{mn}^{rs}(\ell H, kH) + \delta_{\ell k} Y_{10}^H \sum_{uv} \tilde{Y}_{uv}^{\ell H} \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \quad (3.25a)$$

$$P_{mn}^{rs}(\ell H, kE) = Q_{mn}^{rs}(\ell H, kE), \quad P_{mn}^{rs}(\ell E, kH) = Q_{mn}^{rs}(\ell E, kH) \quad (3.25b)$$

$$P_{mn}^{rs}(\ell E, kE) = Q_{mn}^{rs}(\ell E, kE) + \delta_{\ell k} Y_{10}^{H^{-1}} \sum_{uv} \tilde{Y}_{uv}^{\ell E} \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \quad (3.25c)$$

であり、 $Q_{mn}^{rs}$  は付録2で与えられたモード間の結合ファクタである。

前章2.4節と同様にして、Ritzの方法により各展開係数で式(3.24)の両辺を偏微分し、 $S_{ji}$ の停留性を考慮するとつぎの連立方程式

$$\frac{2Y(i)Y(j)}{S_{ji} + \delta_{ji} T_i} V_{10}^{j(i)} - \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, iH) V_{mn}^{\ell(i)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, iH) U_{mn}^{\ell(i)} \} = 0 \quad (3.26a)$$

$$- \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, kH) V_{mn}^{\ell(i)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kH) U_{mn}^{\ell(i)} \} = 0 \quad (3.26b)$$

$$- \sum_{\ell=1}^N \sum_{mn} \{ P_{mn}^{rs}(\ell H, kE) V_{mn}^{\ell(i)} + P_{mn}^{rs}(\ell E, kE) U_{mn}^{\ell(i)} \} = 0$$

$$(r, s) \neq (1, 0) \quad (3.26c)$$

が得られる。展開係数の少なくとも一つが零でない解をもつためにはこれらの係数より作られる行列式が零となることより、 $S_{ji}$ は

$$S_{ji} = 2Y(i)Y(j) [P^{-1}]_{ij} - \delta_{ji} T_i \quad (3.27)$$

$$P = \begin{bmatrix} [P_{mn}^{rs}(\ell H, kH)] & [P_{mn}^{rs}(\ell E, kH)] \\ [P_{mn}^{rs}(\ell H, kE)] & [P_{mn}^{rs}(\ell E, kE)] \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

のように求められる。ただし、 $[P_{mn}^{rs}]$ などは行列を表わし、さらに行列 $P$ の最初の $(N \times N)$ 個の要素はすべて $P_{10}^{10}(\ell H, kH)$ で構成されるようにしてある。このようにして、相互アドミッタンスの場合と同様に散乱係数も逆行列 $P^{-1}$ を計算することにより一度にすべて求まることになる。

上で求めた $S_{ji}$ を式(3.26)に代入し式(3.9)、(3.12)、(3.15)、および(3.17)の関係を用いると、各モードの展開係数

の近似値はつぎのように求められる。

$$\frac{V_{10}^{jli}}{\sqrt{2Z_{10}^H} E_{oi} e^{j\beta d_i}} = \frac{1}{Y(j)} (S_{ji} + \delta_{ji} T_i) \quad (3.29)$$

$$\frac{(V_{mn}^{lli}, U_{mn}^{lli})_{\bar{g}}}{\sqrt{2Z_{10}^H} E_{oi} e^{j\beta d_i}} = 2Y(i) [P^{-1}]_{i\bar{g}} \quad (3.30)$$

ただし、この場合  $V_{mn}^{lli}$  または  $U_{mn}^{lli}$  の係数が  $P$  の  $(\bar{g}, i)$  要素である。

このようにして、散乱係数および展開係数のすべてが行列  $P$  の逆行列を計算するだけで求められることになる。本節では、試行関数として導波管内モード関数の展開近似による電界関数を用いたが、式(3.18)が  $S_{ji}$  の停留表示式になっているため開口部での存在が予想できる関数であればどのようなものを試行関数に選んでも同様にして解析できる。

いま、アレイのビームを走査するため励振導波管  $i$  の  $Z = -d_i$  においてその  $H_{10}$  モードに  $\psi_i$  なる位相量を付加した場合を考えると、このときには  $Z \leq -d_i$  における電磁界の位相項において  $d_i$  を  $d_i - \psi_i/\beta$  と置き換えて解析して行けばよい。このようにして、式(3.9) - (3.12) を用いて式(3.13)に対応する式を求めると左辺分子の  $e^{j\beta d_i}$  が  $e^{j\beta d_i - j\psi_i}$  と変わるのみでそのほかはまったく変化がない式が得られるため、位相量を付加した場合には、上述した位相量を付加しない場合の解析結果に単に  $e^{-j\psi_i}$  なる位相項を掛ければよいことになる。

すべての導波管内の  $Z_i = -d_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) において入射波電界  $K_i^0 = \sqrt{2Z_{10}^H} e^{j(\omega d_i - \psi_i)} h_{10}^{iH}$  で励振して  $\psi_i$  を変化させた場合(位相走査時)、導波管  $i$  内の  $Z = -d_i$  における真空領域の  $H_{10}$  モードの反射係数  $\Gamma_i$  は、重ね合わせの原理によりつぎのように与えられる。

$$\Gamma_i = \sum_{\ell=1}^N \frac{E_{o\ell}}{E_{oi}} S_{\ell i} e^{j(\psi_\ell - \psi_i)} \quad (3.31)$$



この位相走査時の反射係数はアレイのエレメントパターンと密接な関係がある。これについては第5章で詳しく述べる。

遠方界(放射特性式)については、 $\sqrt{2Z_{10}^H} E_{oi} e^{j\beta d_i}$  をあらためて  $E_{oi}$  としさらに前章2.5節の式(2.29) および(2.30)の  $\sigma_{ei} + S_{ei}$  を  $(S_{ei} + \sigma_{ei} T_i) / Y(l)$  で置き換えれば、2.5節の式がすべて使用でき本章のアレイ系に対する放射特性式が得られる。

### 3 · 5 結 言

各導波管内に、任意の誘電率で任意長さの誘電体プラグが装荷された平面状有限アレイにおける相互結合問題に関する、散乱係数の停留表示式をもとにした解析法を提案した。すなわち、導波管内の誘電体境界面において  $H_{10}$  モード間で定義された散乱係数が開口電界のみによって停留表示されることを示し、さらにこの表示式をもとにして散乱係数および導波管内電磁界のモード展開係数が、モード間の結合ファクタによって構成される行列の逆行列の演算によって一度にすべて求まることを示した。散乱係数がわかれば導波管系の諸特性はただちに求められるため、本解析法は導波管開口アレイの相互結合問題に対する有用な一解法と思われる。

## 第 4 章 2 または 3 開口間の相互結合

### 4 · 1 序 言

導波管開口アレイの相互結合問題を解明する際に、直接大形アレイの諸特性を調べて行く方法もあるが、まずアレイの基本系である数個の開口よりなるアレイにつきその諸特性を明らかにした後、この結果を利用して望ましい特性をもつアレイを類推し設定して、その諸特性を調べて行くのもまた一つの方法である。そこで本章では、2個または3個のアレイにつき第2章または3章の手法を併用して詳しく相互結合の性質を調べている。素子間隔を一定にして各開口の寸法を同時に変化させた場合および一方のみを変化させた場合の結合度、さらに正方形開口同志を等しい偏波で励振した場合の励振偏波からの遠方界偏波の偏位（回転）、などについて検討し興味ある結果を得ている。本章を含め以下の数値計算は、簡単のため主として $H_{10}$ （または $H_{01}$ ）モード近似を用いて行なっている。

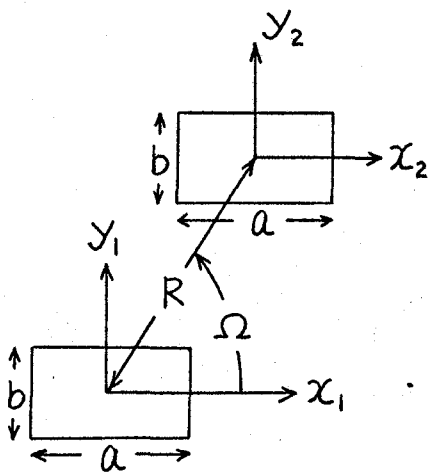
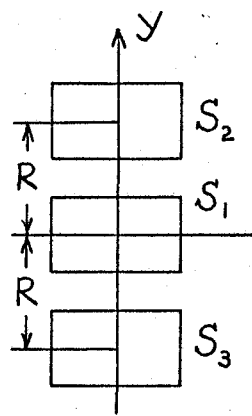
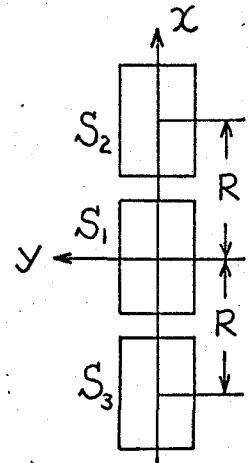


図4.1 2開口アレイ



(a) E面アレイ



(b) H面アレイ

図4.2 3開口アレイ

#### 4 · 2 2 および 3 開口間の結合係数

この節では、図4.1および図4.2で示されるアレイにおいて、相互結合の基本ファクタである結合係数すなわち相互アドミッタンスおよび散乱係数の振舞いについて検討する。 $H_{10}$ モード近似を用いているため、相互アドミッタンス $Y_{ij}$ は付録2で与えられた結合ファクタ $Q_{10}^{ij}(iH, jH)$ に等しくなるが、これらは $H_{10}$ モードのアドミッタンス $Y_{10}^H$ で規格化された停留性をもつアドミッタンスである。

単独開口の場合には、L. Lewin<sup>(34)</sup>により開口寸法の変化に対する入力すなわち自己アドミッタンスの値が計算されているが、2開口の場合に相互アドミッタンスまたは散乱係数の寸法変化に対する値を計算した研究はどこにも見当らないようである。そこで、2開口アレイにおいて、開口間隔 $R$ および $x$ 軸(H面)方向の寸法 $a$ を一定にして $y$ 軸(E面)方向の寸法のみを同時に変化させたときの結合係数を計算し、その結果を図4.3および図4.4に示した。図4.3に示した自己アドミッタンスの変化は、 $H_{10}$ モード近似を用いているためL. Lewinの結果と一致する。相互サセアタンス $B_{12}$ はE面およびH面のいずれのアレイにおいてもほとんどそれらの値が等しく、変化もゆるやかであるが、相互コンダクタンス $G_{12}$ はE面アレイとH面アレイではその値が異なり変化の様子もかなり違っていることがわかる。このときの散乱係数を図4.4に示してあるが、散乱係数の絶対値 $|S_{12}|$ すなわち結合度は一般にE面アレイの方がH面アレイよりも大きくなることがわかる。

図4.5および図4.6に、それぞれ2開口のE面アレイにおいて両方の導波管内を等しい誘電率の誘電体で満たした場合および一方のみを満たした場合に、素子間隔を変化したときの散乱係数の値を示している。こ

これらの図より、反射係数 $S_{11}$  および $S_{22}$  は他の開口の影響はほとんど受けず、それ自身の開口の性質のみによって決まってくるのがわかる。また、結合度 $|S_{12}|$  はほぼ $(R/\lambda)^{-B}$  に比例して減衰し、その位相は $R/\lambda$  に比例して直線的に遅れて行くことがわかる。

図4・7に、誘電体プラグを装荷した2開口E面アレイにおける散乱係数の値を示している。反射係数 $S_{11}$  および結合係数 $S_{12}$  ともプラグの電気長が $n\pi$  ( $n$ : 整数) に近い値においてその絶対値が極値をとり、またそれらの位相は逆S字特性を示すことがわかる。なお、WRJ-10の導波管( $a = 22.90\text{ mm}$ ,  $b = 10.20\text{ mm}$ )においては、プラグの誘電率を $8.875\text{ GHz} \leq f \leq 9.875\text{ GHz}$ の周波数の範囲でどのように変えても整合が取れない、すなわち $|S_{11}|$  が零にならないことがわかった。整合の取れる開口寸法は $a/\lambda = 0.6$ ,  $b/\lambda = 0.4$ に近いもので、このときの単独開口の反射係数を図4・8に示してある。

図4・9および図4・10に、各導波管内を二つのモード( $H_{10}$ ,  $H_{01}$ ) が伝搬する2正方形開口アレイにおける結合係数の値を示している。この場合の散乱係数は文献(17)においても解析されており、図4・10の値はこれとよく一致している。これらの図からわかるように、 $Y_{13}$  よりも $Y_{14}$  が、また $S_{13}$  よりも $S_{14}$  が、それぞれ大きい、すなわち同一の偏波をもつ $H_{10}$  (または $H_{01}$ ) モード同士よりも偏波の異なる $H_{10}$  モードと $H_{01}$  モードとの間の結合が強くなる配置角度 $\Omega$ の領域が存在することは注目すべきことである。直交する偏波の間では、 $\Omega = 0^\circ$  および $\Omega = 90^\circ$  のときには結合が起こらないことがわかる。

図4・11 - 図4・14には、図4・2で示されるような開口アレイの結合係数の素子間隔 $R$ の変化に対する値を示している。 $H_{10}$  モード近似を

用いているため、 $Y_{12}$  は2開口アレイにおける値に等しい。散乱係数の値も2開口アレイの場合とほとんど変わらず、E面アレイでは $(R/\lambda)^{-1}$ に、またH面アレイでは $(R/\lambda)^{-2}$ に、それぞれほぼ比例して減衰する。

#### 4・3 2正方形開口アレイにおける遠方界偏波の回転

二つの等しい正方形開口を同一の直線偏波で励振したときの遠方界偏波の振舞いについて考察する。いま、各開口の電界振幅を

$$E_{1x} = E_{2x} = \cos\alpha, \quad E_{1y} = E_{2y} = \sin\alpha \quad (4.1)$$

とし、 $\alpha$ を変化したときの空間角度 $\theta = 0^\circ$ 、 $\phi = 0^\circ$ における遠方界楕円偏波の主軸角度 $\beta$ を計算してその結果を図4.15に示した。この場合楕円偏波率はいずれもほぼ $-30$  dBのオーダーであった。この図より、主軸は励振偏波から最大約 $\pm 4$ 度ほど回転することがわかる。この回転現象は、図4.9および図4.10で見たように、各開口のモード間に結合があるため生じるものと思われる。また、 $R$ および $\Omega$ によって回転の様子が異なるのは、各モード間の結合係数の値がこれらによって異なるためである。数十個の開口よりなるアレイにおいては、相互結合効果が重畳されて2開口アレイの場合以上に複雑な偏波とその回転現象とが生じてくる恐れがあるため、受信時には注意を要する。

#### 4・4 結 言

2および3開口アレイにおける結合係数を計算し、その性質を明らかにした。また、2個の正方形開口を同一の直線偏波で励振すると遠方界は楕円偏波率 $-30$  dB程度の楕円偏波となり、その主軸は励振界偏波から最大約 $\pm 4$ 度ほど回転することを明らかにした。

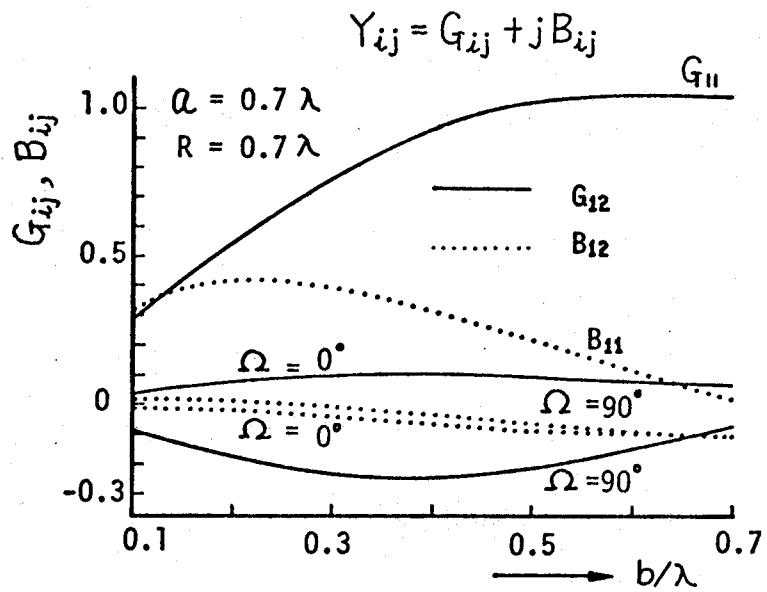


図4.3 2開口アレイの相互アドミッタンス

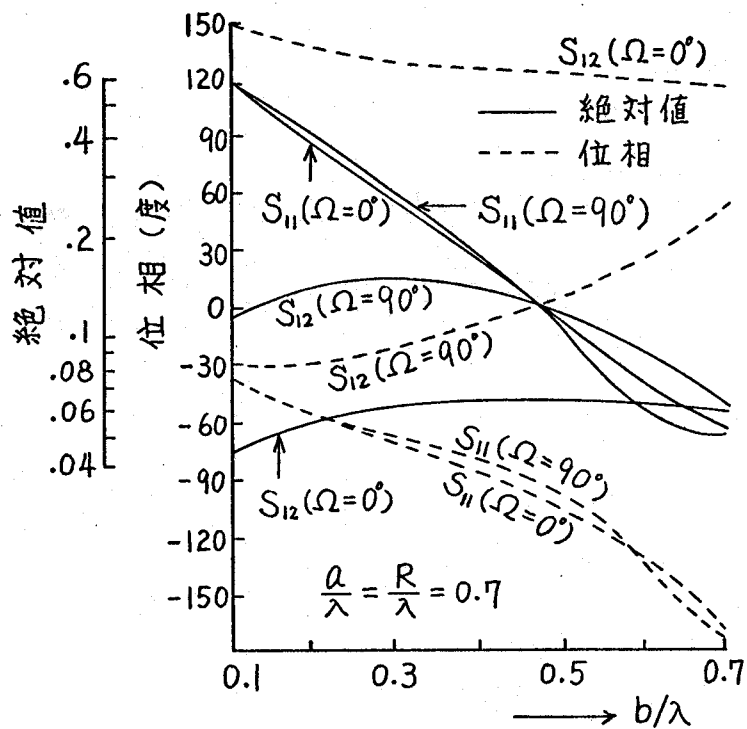


図4.4 2開口アレイの散乱係数

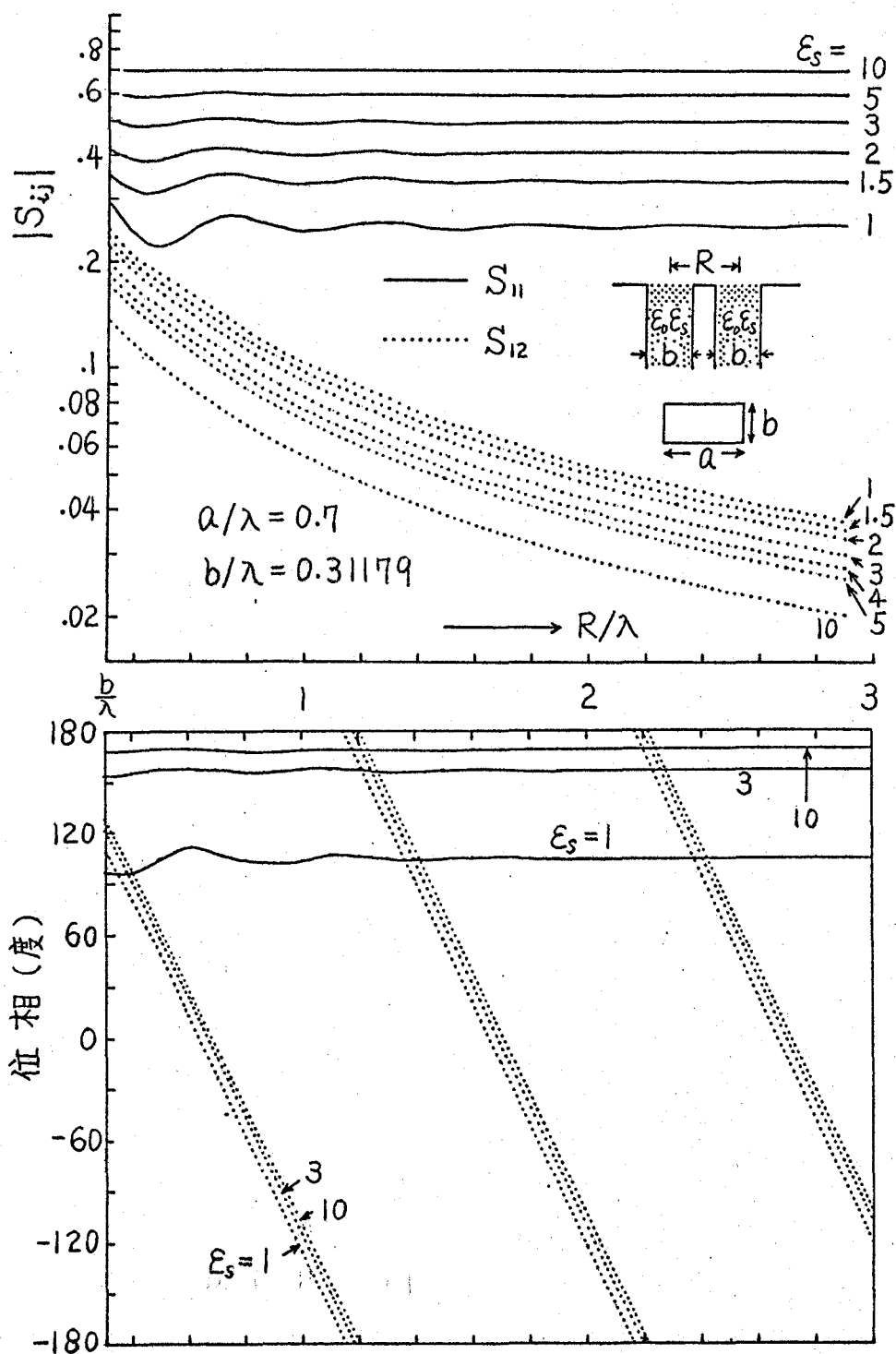


图4.5 散乱系数

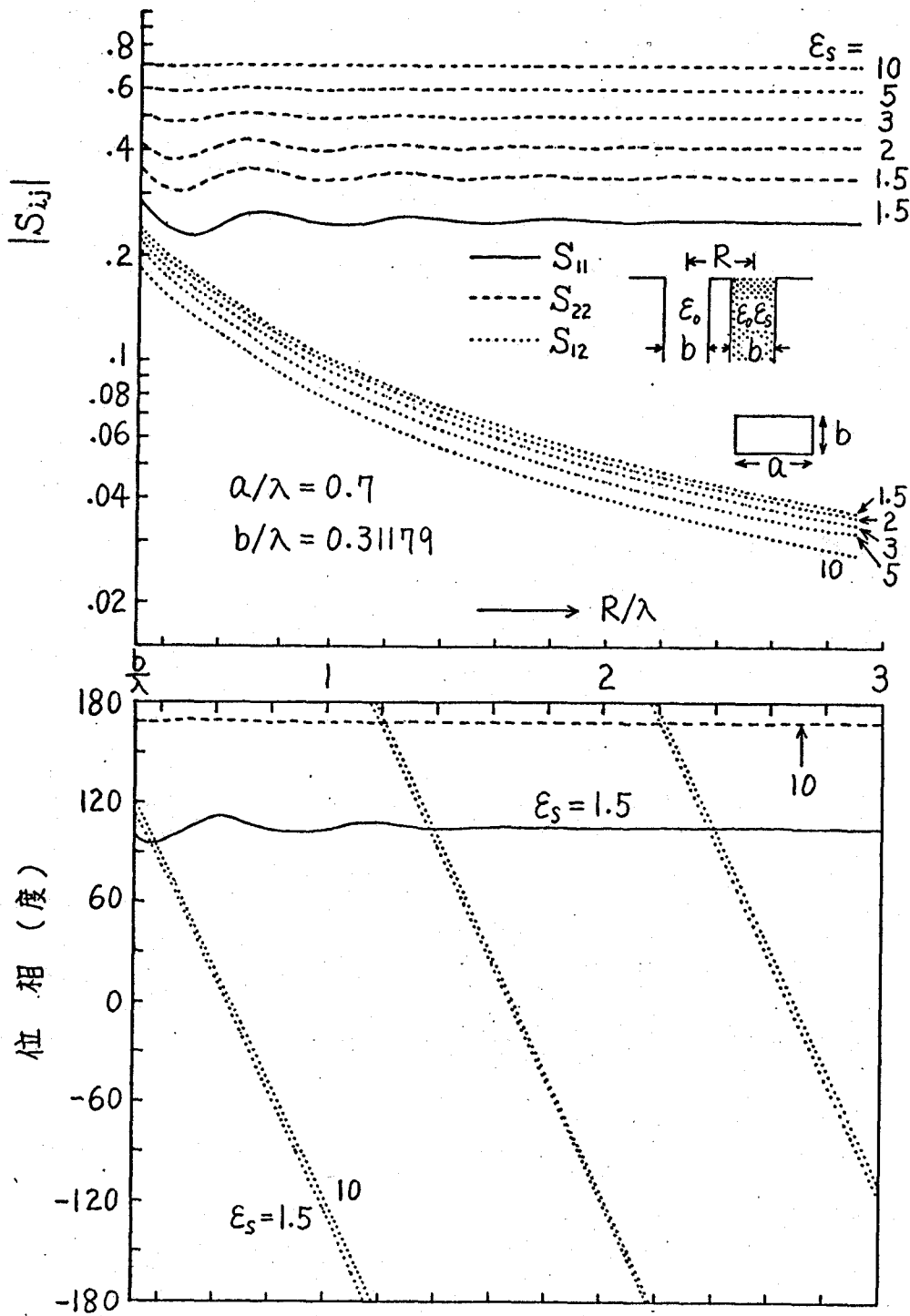


图4.6 散乱系数



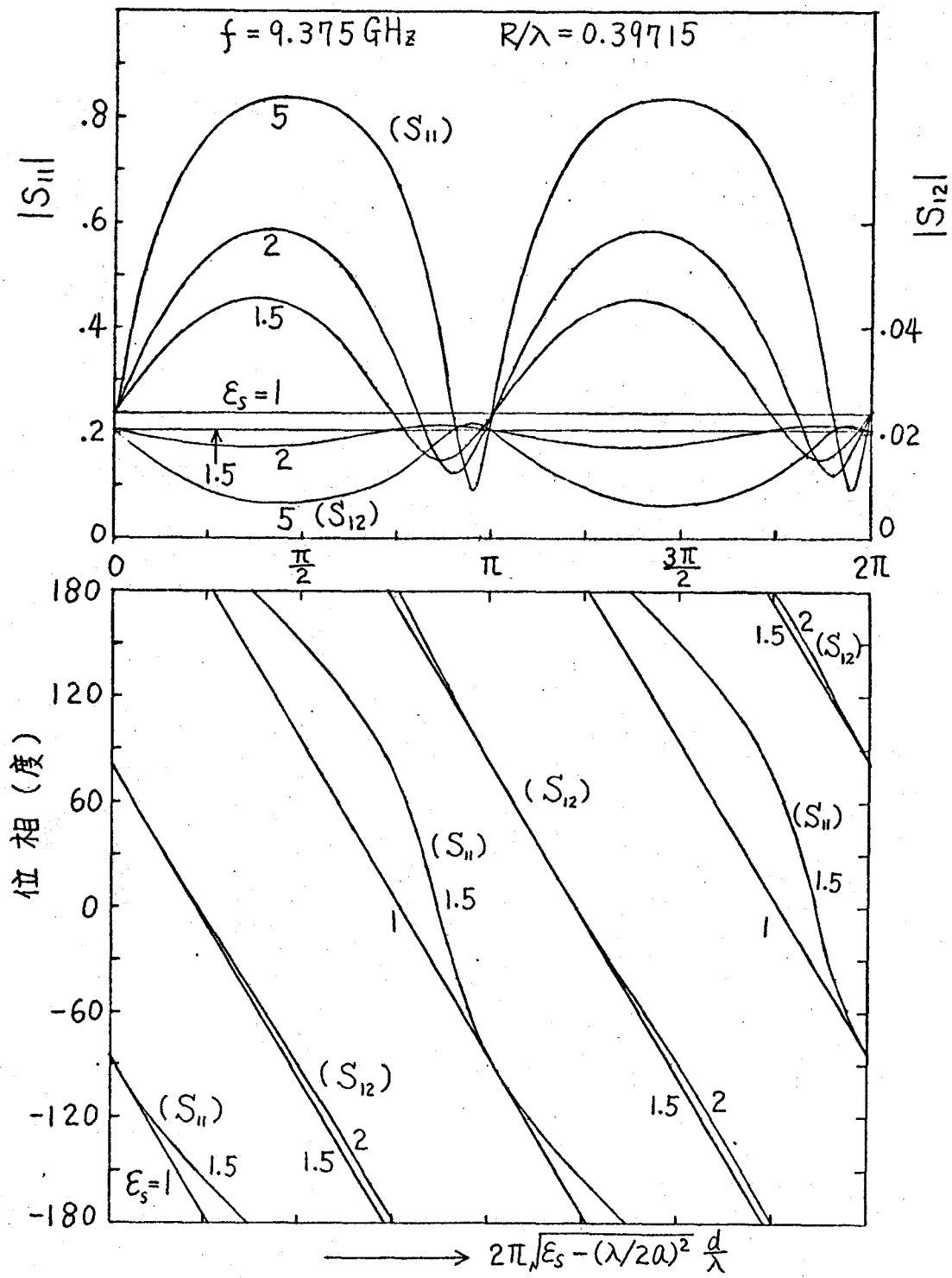
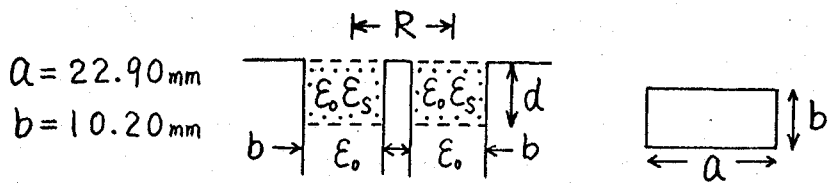


图4.7 散乱系数

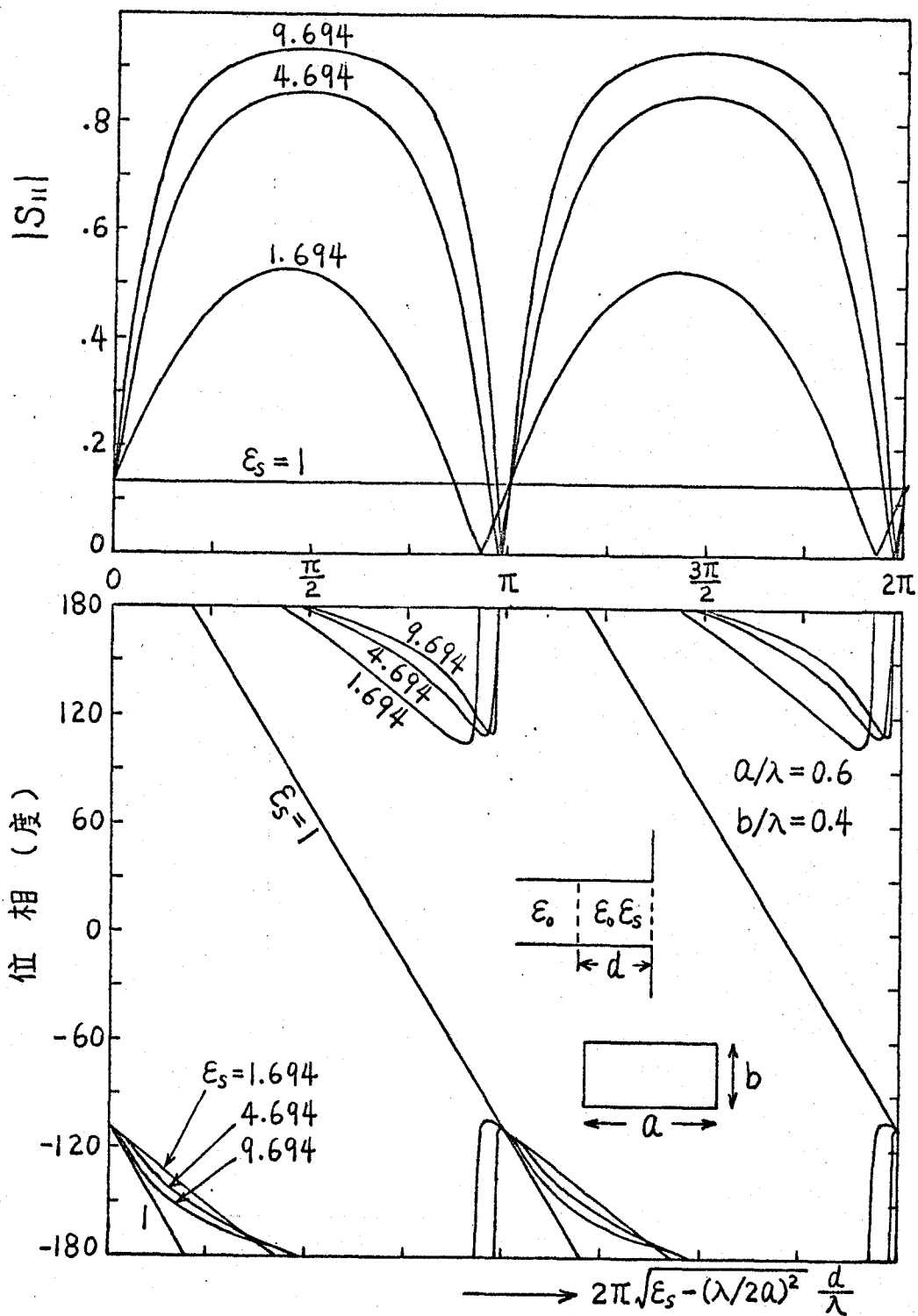


图4.8 反射系数

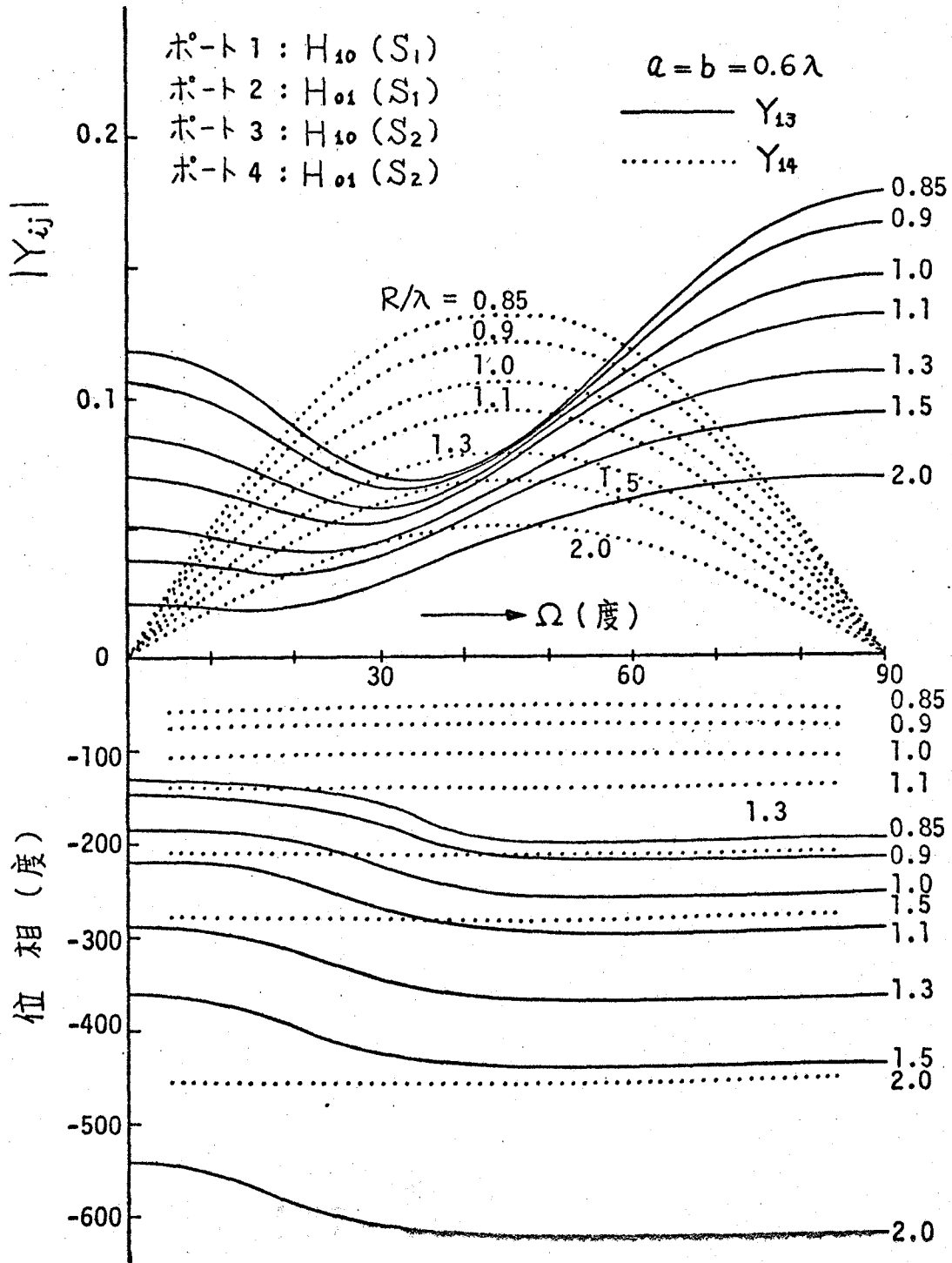


図4.9 2正方形開口アレイの相互アドミッタンス

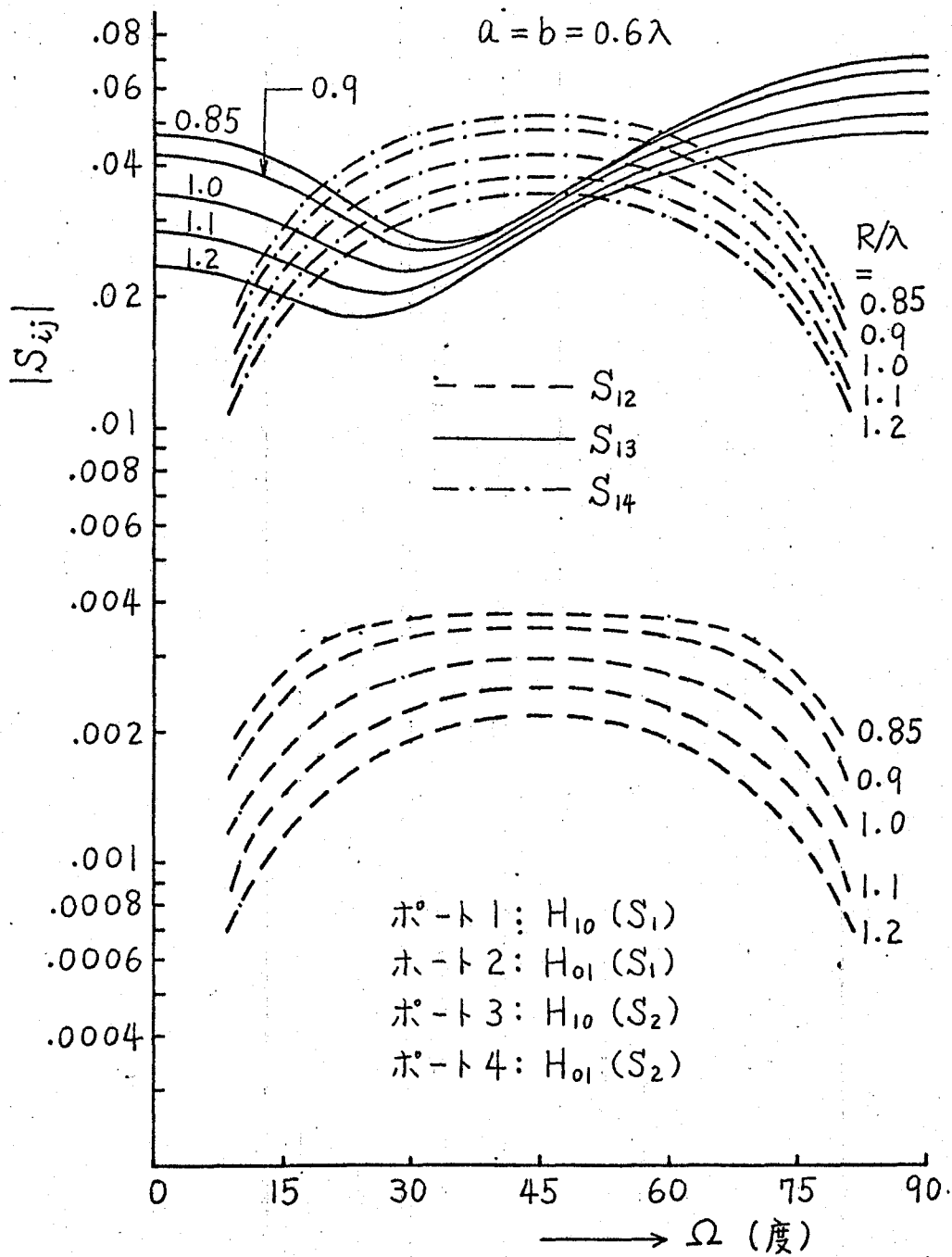


図4.10 a 2正方形開口アレイの散乱係数の絶対値

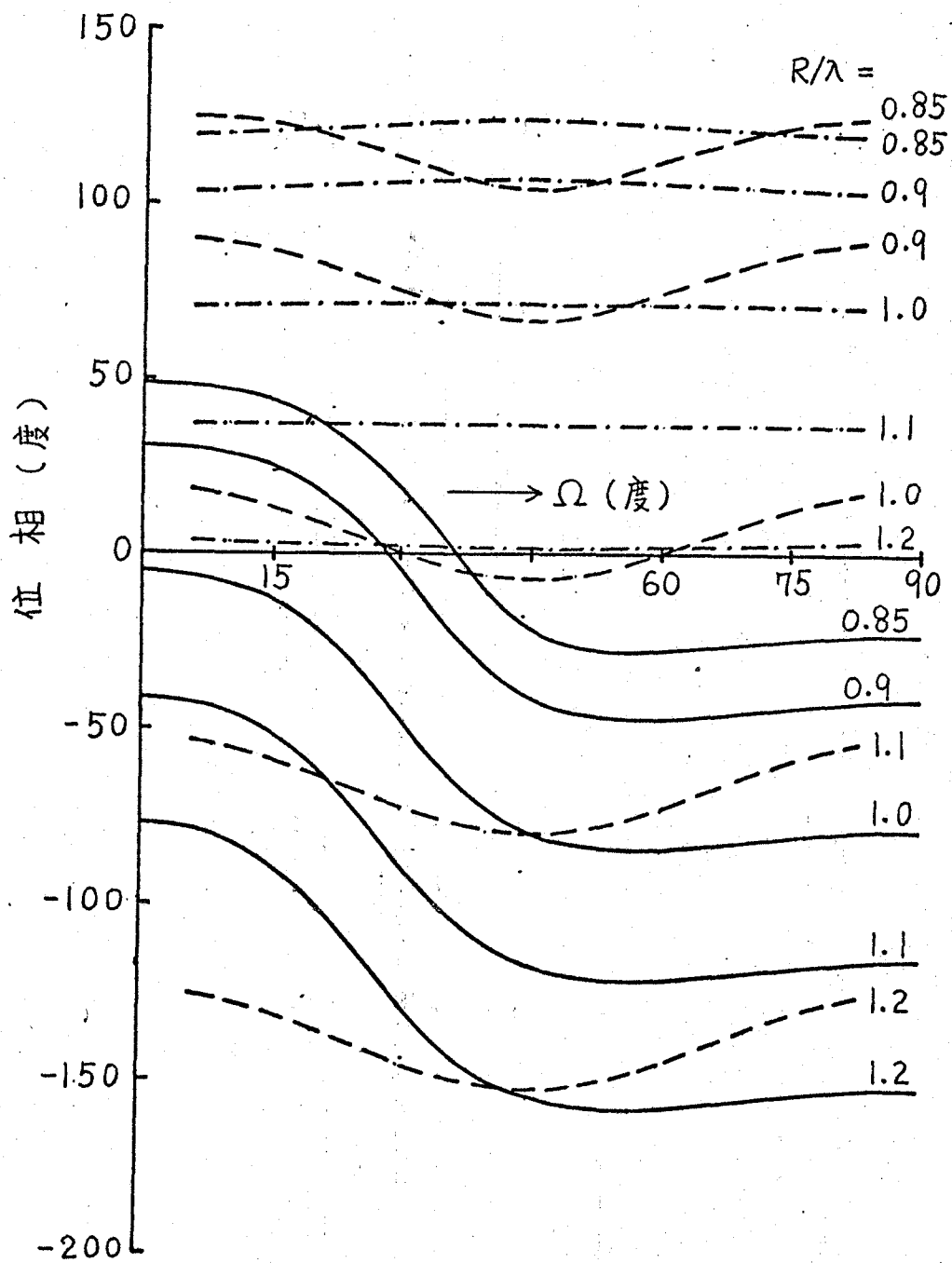


図4.10b 2正方形開口アレイの散乱係数の位相

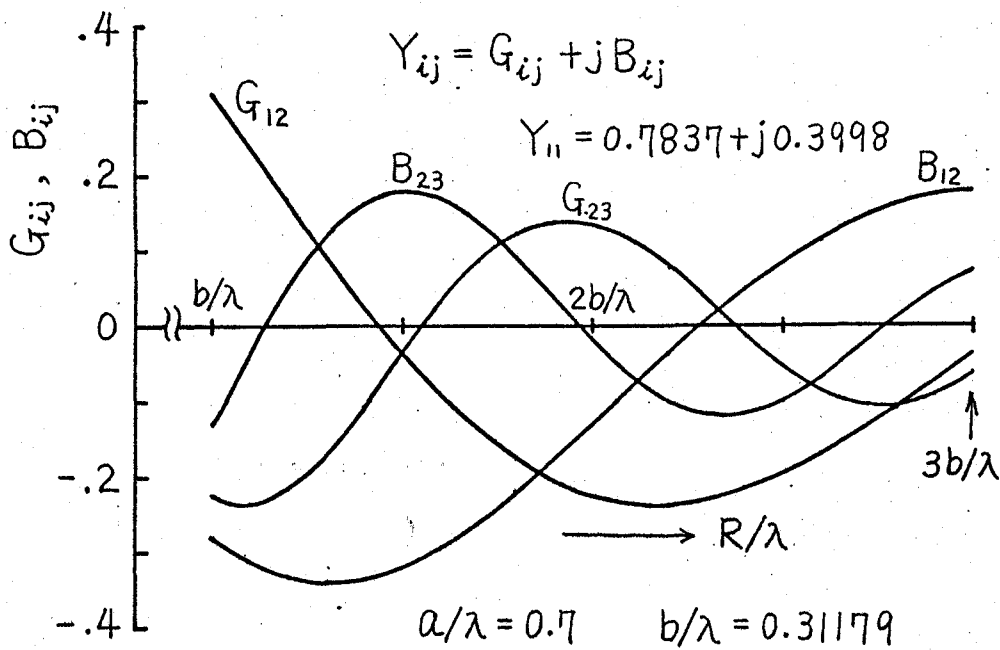


図4.11 3E開口アレイの相互アドミッタンス

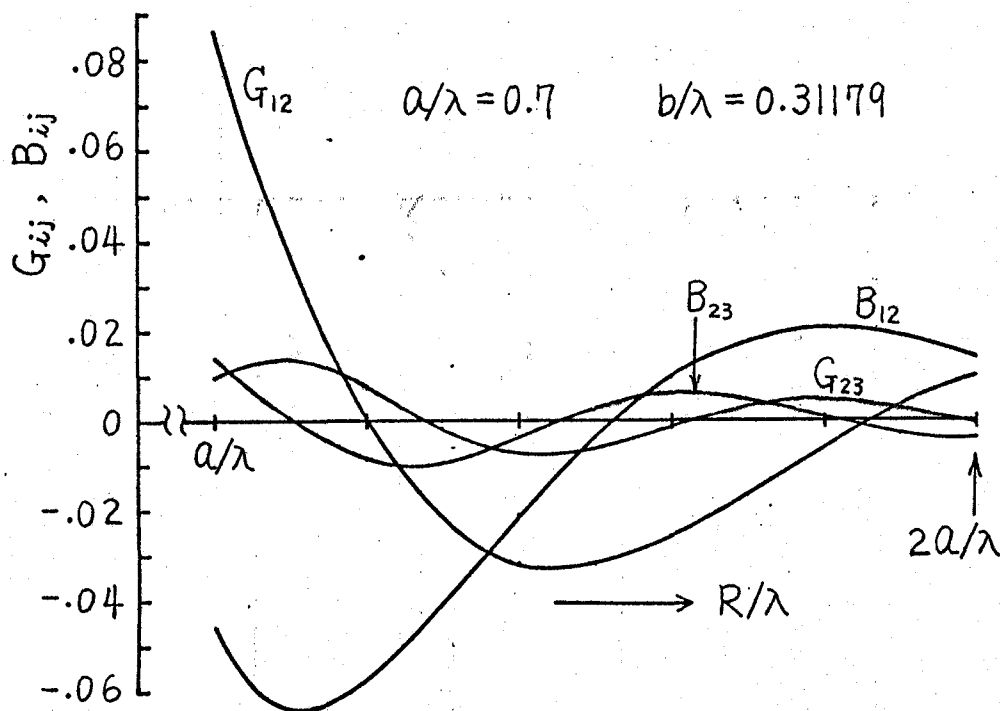


図4.12 3H開口アレイの相互アドミッタンス

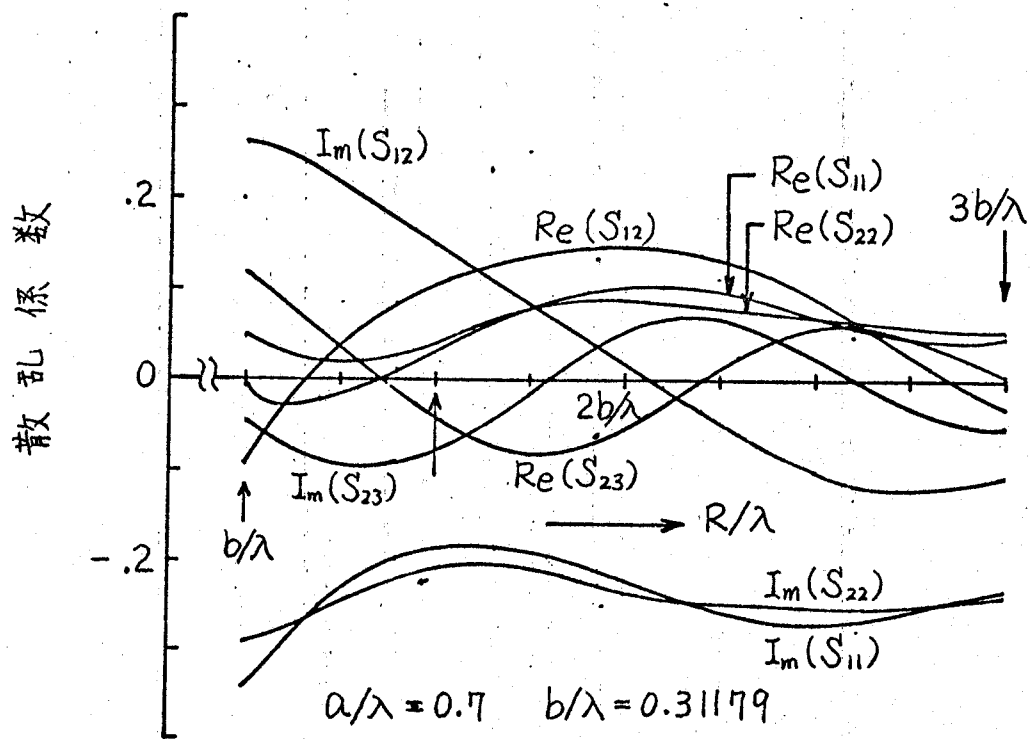


図4.13 3E開口アレイの散乱係数

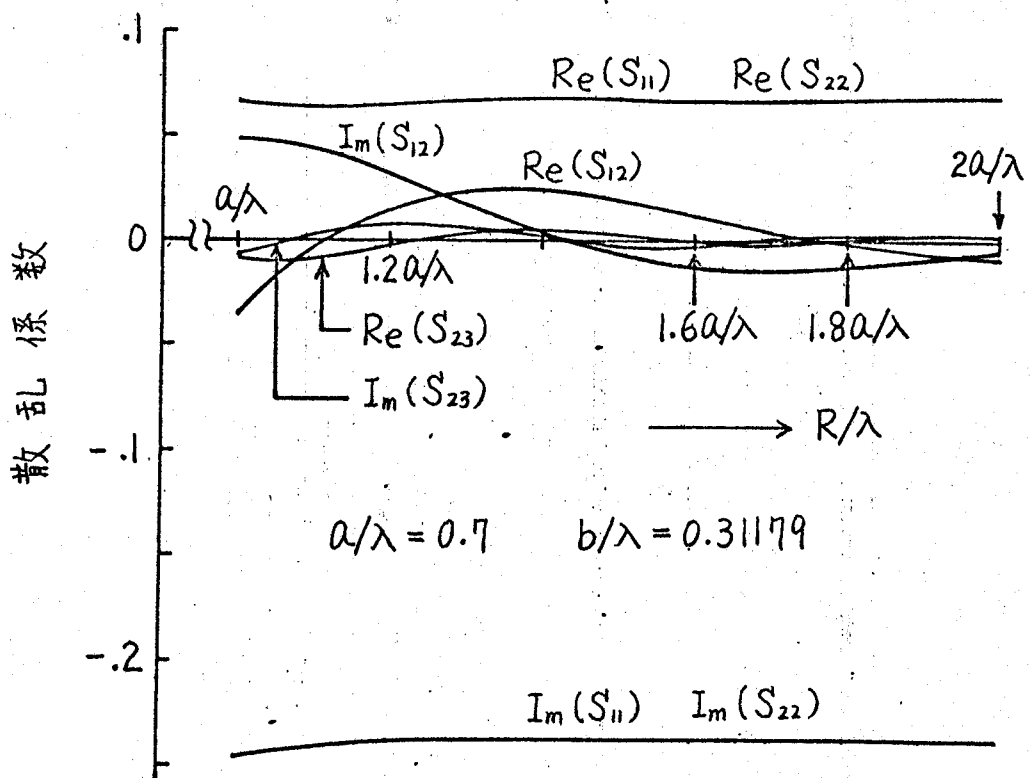
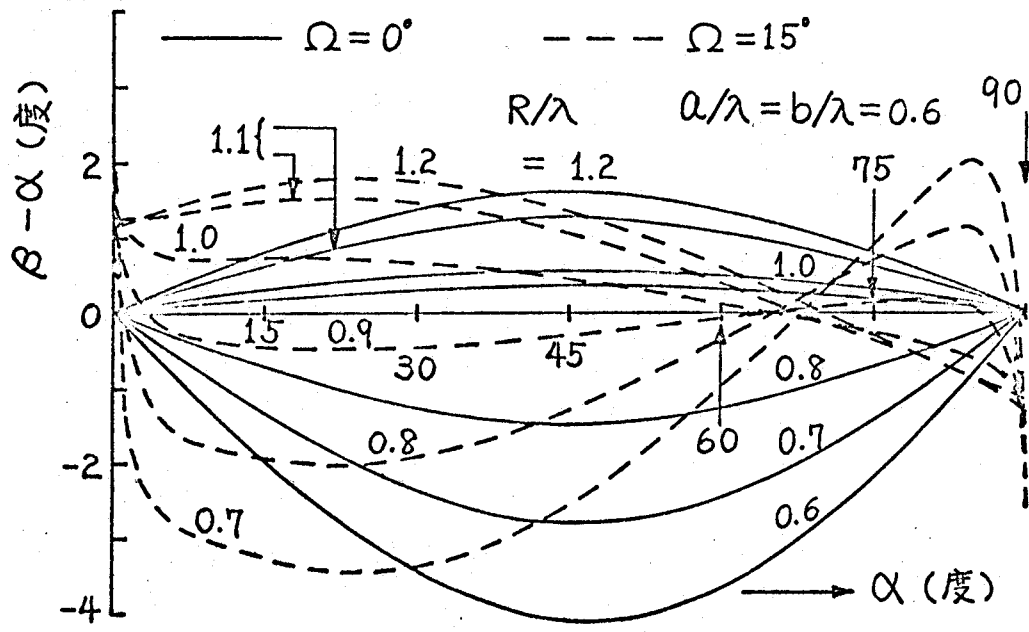
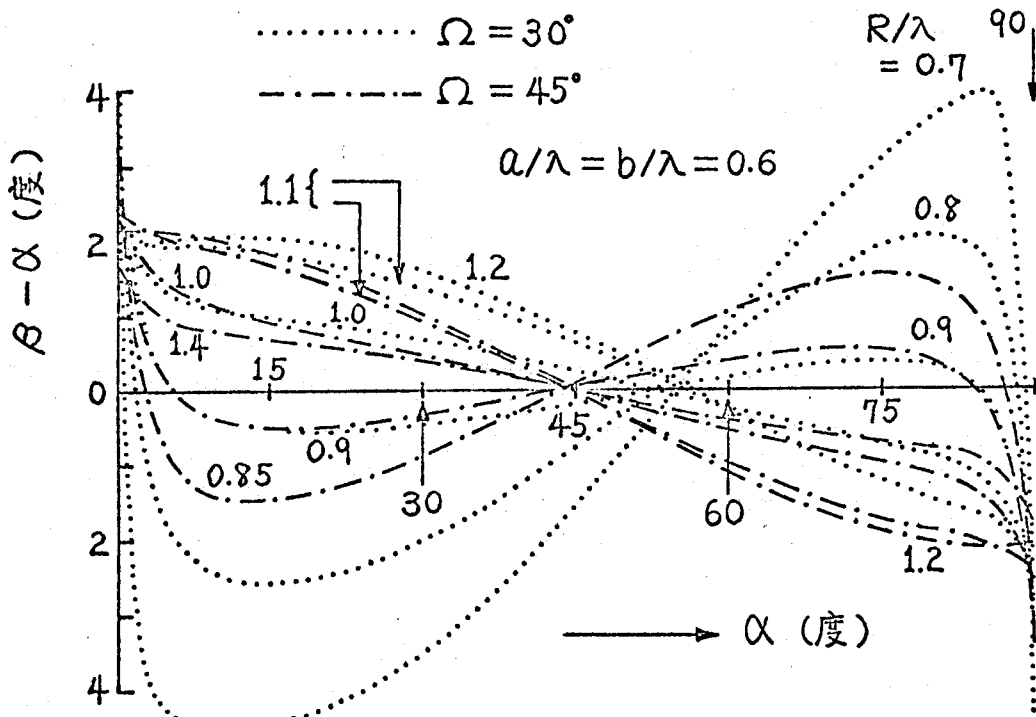


図4.14 3H開口アレイの散乱係数



(a)



(b)

( $\theta = 0^\circ$ ),  $\alpha$ : 開口界の偏波角度,  $\beta$ : 遠方界の主軸角度

図4.15 2開口アレイの等振幅同相励振時の偏波の回転



## 第 5 章 無装荷導波管開口よりなる直線状 アレイの相互結合<sup>(23), (35)-(37)</sup>

### 5・1 序 言

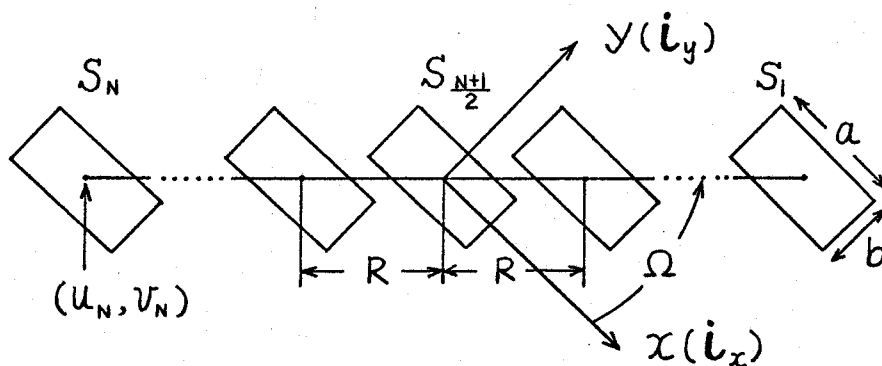
誘電体プラグ，短絡開口，あるいは隔壁（フェンス）などを装荷しない励振開口のみが周期的に配置されたもっとも基本的なアレイにおいては，開口（素子）間隔に対しある空間角度 $\theta_m$ において相互結合効果によってエレメントパターンに深い切れ込みの生じることが無限アレイの場合に種々の方法で論じられてきた<sup>(1)-(5)</sup>。しかし，有限アレイに対しては二，三の研究があるのみで<sup>(10)-(12)</sup>，とくに実験結果と比較した方形開口アレイの研究は文献(11)のみである。そこで本章では，素子数51個までの方形開口よりなる直線状配列アレイにつき，これらの研究よりもさらに詳しく相互結合問題を第3章の手法によって解析し，あわせて実験結果との比較検討を行なって本解析法の正当性を指摘している。すなわち，まず散乱係数を求めこれが測定値とよく一致することを示し，つぎに第4章の結果を考慮することにより散乱係数に対する近似式を導き，散乱係数の絶対値つまり結合度が素子間隔のあるべき乗に比例して減衰することを示している。また，位相走査時の反射係数およびエレメントパターンなどを計算し，エレメントパターンの計算値と測定値がよく一致すること，および上述の切れ込み角度 $\theta_m$ ，素子間隔，さらに素子数との間に成立する関係，などを示している。

### 5・2 散乱係数の計算値および測定値

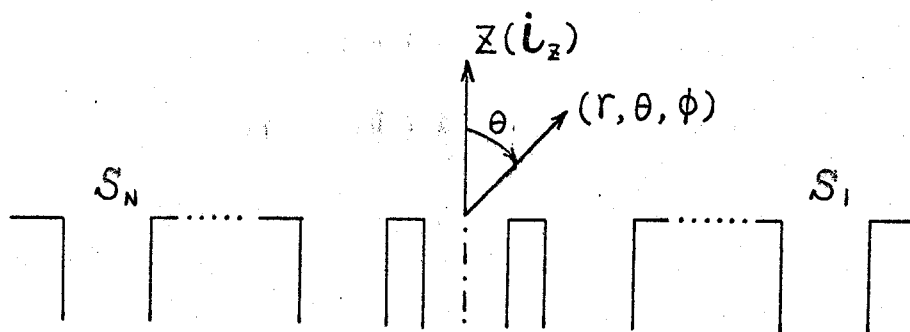
図5・1に示されるような直線状アレイについて，以下簡単のため $H_{10}$ モード近似を主に用いて解析する。素子開口はWRJ-10の導波管を用

い、励振周波数  $f_0 = 9.1638 \text{ GHz}$  の場合について考察する。

図5.2に素子数  $N = 31$  個のE面 ( $\Omega = 90^\circ$ ) アレイにおける結合度の計算値と測定値を示している。測定誤差を考慮に入れるとかなりよい精度で両者が一致していることがわかる。この図には、導波管1または16を励振した二つの場合における値のみしか示していないが、これらと異なる位置の素子を励振した場合でも計算値および測定値ともその値が図5.2



(a) 正面図



(b) 側面図

図5.1 導波管開口直線状アレイ

のように描く曲線はほとんど変化がなく、単にこれらが平行に移動されるのみであることがわかった。すなわち、励振素子の位置を変えた場合には図5.2に示される値をそのまま平行移動させれば対応する素子の結合度が得られることになる。またこの図より、結合度  $|S_{ij}|$  は開口間の距

離  $R_{ij}$  のあるべき乗に比例して減衰して行く傾向のあることがわかる。

図5.3に、図5.2と同じ条件のもとで導波管1を励振した場合における散乱係数の位相に対する計算値を示している。結合度の場合と同様、ほかの素子を励振したときには図5.3の値を平行移動すれば対応する各素子の位相量が得られる。位相はほぼ  $R_{ij}$  に比例して直線的に変化していることがわかる。

### 5.3 散乱係数の近似式

前章4.2節と前節の結果より、散乱係数の絶対値は  $R_{ij}$  のあるべき乗に比例して減衰することが予想され、またその位相は  $R_{ij}$  にほぼ比例して直線的に変化する傾向のあることがわかるので、散乱係数  $S_{ij}$  を次式のように仮定してみる。

$$\begin{aligned} S_{ij} &= A(R_{ij}/\lambda)^{-B} e^{j(\alpha - 2\pi C R_{ij}/\lambda)} \\ &= A R_0^{-B} |i-j|^{-B} e^{j(\alpha - 2\pi R_0 C |i-j|)} \quad (i \neq j) \quad (5.1) \end{aligned}$$

ここに、 $R_{ij}/\lambda = R_0 |i-j|$ 、 $R_0 = R/\lambda$  であり、 $A$ 、 $B$  および  $\alpha$  は開口寸法およびアレイの配置構造により決まる定数である。 $C$  はアレイの周期構造による遅波率に関係する量である。式(3.27)より数値解析して求めた値を用いて、最小自乗法によって  $A$ 、 $B$ 、 $C$  および  $\alpha$  を定めれば式(5.1)の形で散乱係数が求まることになる。素子数  $N=31$  個の場合におけるこれらの数値例を表5.1～表5.4に示してある。これらの値を用いて、式(5.1)より計算された散乱係数の値を図5.2および図5.3に実線で示してあり、式(3.27)から計算された値または測定値とよく一致することがわかるので、式(5.1)の近似は妥当である。

とすることができる。表5・1からわかるように、各定数は素子間隔 $R_0$ によってわずかではあるが変化している。これは、ある配置角度 $\Omega$ に対し

表5・1

$\Omega = 90$     $N = 31$     $a/\lambda = 0.7$     $b/\lambda = 0.31179$

$R_0$	A	B	C	$\alpha$
0.4	0.0887	1.1818	1.0161	- 142.37°
0.5	0.0644	1.1493	1.0121	- 135.77°
0.6	0.0826	1.1256	1.0112	- 127.61°
0.7	0.0988	1.0846	1.0095	- 124.95°
0.8	0.1092	1.0688	1.0081	- 127.72°

表5・2 C

$N = 31$     $a/\lambda = 0.7$     $b/\lambda = 0.31179$

$\Omega$	$R_0 = 0.6$	$R_0 = 0.7$	$R_0 = 0.8$
0°	———	1.0143	1.0093
15°	———	———	1.0135
30°	———	1.0177	1.0190
45°	1.0207	1.0150	1.0117
60°	1.0148	1.0110	1.0089
75°	1.0119	1.0098	1.0082
90°	1.0112	1.0095	1.0081

表5・3  $\alpha$ (度)

$N = 31$     $a/\lambda = 0.7$     $b/\lambda = 0.31179$

$\Omega$	$R_0 = 0.6$	$R_0 = 0.7$	$R_0 = 0.8$
0°	———	1.87	1.55
15°	———	———	- 16.79
30°	———	- 63.92	- 64.04
45°	- 90.50	- 95.15	- 96.09
60°	-116.55	-113.21	-114.36
75°	-124.94	-122.32	-124.15
90°	-127.61	-124.95	-127.72

てはこれらの定数が $R_0$ によらず一定になるものとして式(5・1)のように仮定したけれども、厳密にはこれらの定数が $R_0$ のきわめてゆるやかな関数であることを意味している。表5・2より、Cはいずれの $\Omega$ に対しても $C \doteq 1.01$ であることがわかる。この小数点以下の値0.01は、アレ

表5・4

$N = 31$     $R_0 = 0.8$     $a/\lambda = 0.7$   
 $b/\lambda = 0.31179$

$\Omega$	A	B
0°	0.0232	2.0940
15°	0.0240	1.7219
30°	0.0296	1.2593
45°	0.0516	1.1042
60°	0.0788	1.0641
75°	0.1010	1.0638
90°	0.1092	1.0688

イに沿って伝搬する波が周期構造のため遅波されるものと考えられ、その遅波率と解釈される。 $\alpha$ は初期位相で、これは表5.3からわかるようにアレイの配置角度によって大きく変化する。この $\alpha$ は後の5.6節でエレメントパターンにおける切れ込み現象について議論する際に、かなり重要な役割を演じる。散乱係数の絶対値を決める定数AおよびBの、 $\Omega$ の変化に対する値を表5.4に示してある。この表より、結合度がE面アレイではほぼ $R_{ij}^{-1}$ に、45°面アレイでは $R_{ij}^{-1.1}$ に、さらにH面( $\Omega = 0^\circ$ )アレイでは $R_{ij}^{-2}$ に、それぞれ比例して減衰することがわかる。したがって、定数Aの値を考慮するとH面アレイよりもE面アレイの方が結合度が大きいということは容易に理解される。

以上述べたことより、アレイにおける散乱(結合)係数の性質がほぼ明らかになった。結合係数について述べた研究は二、三あるが<sup>(10)-(12)</sup>、アレイの配置角度の全体にわたってその性質を詳細に調べた研究は見当らない。

#### 5.4 位相走査時の反射係数

この節では、各開口を等振幅励振( $E_{oi} = E_0, i = 1, 2, \dots, N$ )し位相走査を行なって、アレイの主ローブを振っていった場合における各開口の $H_{10}$ モードの反射係数について考察する。また、ここでは結合が最も強いE面アレイの場合のみについて数値解析を行なっている。

反射係数 $\Gamma_i$ は、第3章の式(3.31)より

$$\Gamma_i = \sum_{l=1}^N S_{li} e^{j(\psi_l - \psi_i)} \quad (5.2)$$

で与えられる。各開口より十分遠方の位置( $\theta_0, \phi_0$ )の方向に主ローブを向けようとするなら、各開口より放射された波の位相を遠方のこの位

置方向で揃うようにすればよく，図5・1に示されるような等間隔配列のアレイにおいては，このようにするためには励振の位相 $\psi_i$ として

$$\psi_i = kR \left( \frac{N+1}{2} - i \right) \sin \theta_0 \cos(\Omega - \phi_0) \quad (i=1, \dots, N) \quad (5 \cdot 3)$$

なる量を付加しなければならない。ただし便宜上素子数 $N$ を奇数とし，かつ中心素子の位相を基準にとっている。この空間方位角度 $\theta_0$ または $\phi_0$ を走査角度と呼ぶことにする。式(5・3)と，式(3・27)より計算された $S_{Li}$ とを式(5・2)に代入し，素子数 $N=31$ 個のE面アレイ( $\Omega = \phi_0 = 90^\circ$ )の場合において走査角度 $\theta_0$ の変化に対して反射係数 $\Gamma_i$ を数値計算しその結果を図5・4—図5・7に示している。

図5・4には，素子間隔 $R_0 = 0.7$ の場合における各開口の反射係数の値を示してある。この図より，各開口の反射係数は有限アレイであるため $\theta_0$ に対して異なる曲線を描くことがわかる。走査角度の $-90^\circ \leq \theta_0 < 0^\circ$ の範囲における値は示していないが， $\Gamma_i$ のこの範囲における曲線はこれと対称の位置にある開口の反射係数 $\Gamma_{N+1-i}$ の $0^\circ \leq \theta_0 \leq 90^\circ$ における曲線を $\theta_0 = 0^\circ$ の軸に関して $180^\circ$ 回転して得られる曲線に一致する。たとえば， $\Gamma_1$ の $-90^\circ \leq \theta_0 < 0^\circ$ における曲線は図5・4における $\Gamma_{31}$ の曲線を $\theta_0 = 0^\circ$ の軸に関して $180^\circ$ 回転すれば得られる。 $\Gamma_1$ ， $\Gamma_2$ ，および $\Gamma_{16}$ はいずれも $\theta_0 \doteq 25^\circ$ 付近でその絶対値は急激に大きくなり，また位相も激しく変化している。したがって，これらに対応する導波管開口においてはこの走査角度で励振波が開口部によって反射され，ほとんどこの走査角度と等しい外部空間の方向に伝搬して行かなくなる。それ故，エレメントパターンもこの角度付近でそのレベルが急激に低下してくることが予想される。エレメントパターンにおけるレベルの急激な低下すなわち深い切れ込み現象に

については、5.5節および5.6節で詳しく論じる。

図5.5-図5.7には、素子間隔 $R_0$ をパラメータにしたときの反射係数の値を示している。これらの図より、 $R_0$ によって反射係数はずいぶん異なる値を取ることがわかる。

この反射係数の計算はいろいろの方法で行なわれているが<sup>(3), (4), (10), (12), (18)</sup>、方形開口有限アレイについては少ないため、具体的に数値解析を行ないその性質を示した。

### 5.5 放射特性の計算値および測定値

この節では、素子数 $N=51$ 個までのアレイについて、相互結合効果が放射特性にどのように利いてくるのかを知るため、 $H_{10}$ モード近似を用いて放射特性を計算し測定結果と比較検討している。この場合のエレメントパワーパターン、すなわち $|F_1^{(i)}|^2 + |F_2^{(i)}|^2 = |F^{(i)}|^2$ となるパターン $F^{(i)}$ は、第2章の式(2.29)および(2.30)より

$$\begin{aligned} F^{(i)}(\theta, \phi) &= \frac{F_0(\theta, \phi)}{1 + \Gamma_0} \left[ e^{j\beta R(\frac{N+1}{2} - i) \sin\theta \cos(\Omega - \phi) - j\psi_i} + \Gamma_i(\theta, \phi) \right] \\ &= \frac{F_0(\theta, \phi)}{1 + \Gamma_0} \left[ 1 + S_{ii} + \sum_{\ell \neq i}^N S_{\ell i} e^{j\beta R(i - \ell) \sin\theta \cos(\Omega - \phi)} \right] e^{j\beta R(\frac{N+1}{2} - i) \sin\theta \cos(\Omega - \phi) - j\psi_i} \end{aligned} \quad (5.4)$$

となる。ここに、 $\Gamma_i(\theta, \phi)$ は式(5.2)で与えられた反射係数 $\Gamma_i$ 、 $\psi_i$ は式(5.3)で与えられる励振の位相量であり、さらに

$$F_0(\theta, \phi) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sqrt{1 - \sin^2\theta \cos^2\phi} \frac{\cos\left(\frac{\beta a}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sin\left(\frac{\beta b}{2} \sin\theta \sin\phi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\beta a}{2} \sin\theta \cos\phi\right)^2} \frac{\beta b}{2} \sin\theta \sin\phi \quad (5.5)$$

であって、これは単独開口のエレメントパターンである。

また、合成の放射特性(パターン)は次式で表わされる。

$$F(\theta, \phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F^{(i)}(\theta, \phi) \quad (5 \cdot 6)$$

第3章の式(3・27)より計算された $S_{ij}$ を用い、 $\phi = \phi_0 = \Omega$ として式(5・4)から計算した中心素子に関するエレメントパターンを図5・8 - 図5・13に、また式(5・6)より計算した合成のパターンおよび各素子に関するエレメントパターンを図5・14 - 図5・17に、それぞれ示している。

図5・8には、素子数 $N=31$ 個、素子間隔 $R_0=0.7$ のE面アレイにおける中心素子のエレメントパターンの計算値と測定値を比較してある。この図より、計算値と測定値がよく一致していることがわかり、また方位角度 $\theta \doteq 27^\circ$ 付近でレベルが $\theta = 0^\circ$ の値に対し約4 dBほど急激に低下していることがわかる。このエレメントパターンにおける深い切れ込み現象は、式(5・4)および前節の結果を考え合わせれば予想されることである。すなわち、前節の図5・4で見たように位相走査時の反射係数 $|\Gamma_0|$ は $\theta \doteq 25^\circ$ 付近で急激に大きくなりかつその位相は約 $-120^\circ$ であって、この反射係数が式(5・4)に含まれているため、反射係数の実数部と式(5・4)の第1項の実数部との和が最も小さくなってエレメントパターンに深い切れ込みが生じるものと考えられる。実験は、縦1 m、横2 mの広さの導体基板面に31個の導波管開口(WRJ-10)を横方向に並べてE面アレイを構成し、励振ホーンとアレイとの間の距離を58.8 mにとって行った。測定値に波打ちが見られるのは、導体基板が有限の広さであるため端部が電磁界の不連続となり、この不連続による再放射の影響を受けたためである。

図5・9には、図5・8の場合と同じE面アレイで素子間隔 $R_0$ をパラメータにしたときの、中心素子のエレメントパターンに関する計算値を示し



ている。位相走査時の反射係数の極大位置が $R_0$ の変化とともに移動したのと同様に、エレメントパターンの切れ込み位置も $R_0$ の変化に従って移動していることがわかる。

図5.10には、素子数 $N$ をパラメータにしたときのE面アレイにおけるパターンの計算値と測定値を示している。素子数の違いによって切れ込み角度が異なっているが、 $N=31$ 個以上のアレイになるとほとんどその角度が等しくなることがわかる。また、単独開口の場合における計算値と測定値がかなりよく一致している。ここには示していないが、そのほかの素子数のアレイに対しても実験を行なった結果測定値が計算値とよく一致することがわかった。したがって、各種のアレイに対し一つ一つ実験を行なわなくても本解析法によって計算を行なえば、アレイの諸特性を知ることができるものと思われる。

図5.11および図5.12には、45°面アレイにおける中心素子のエレメントパターンに対する計算結果を示している。E面アレイの場合と同様、相互結合効果によってエレメントパターンに切れ込みが生じていることがわかり、その角度はE面アレイの場合とほとんど変化がない。このことは、表5.2—表5.4より、式(5.1)で仮定された散乱係数の各定数が $45^\circ \leq \Omega \leq 90^\circ$ の範囲であまり変化しないことがわかるため、十分予想されることである。したがって、E面アレイにおいて計算値と測定値がよく一致することを考え合わせると、 $45^\circ \leq \Omega \leq 90^\circ$ におけるアレイについては $H_{10}$ モード近似でも十分にアレイの特性を解析できるものと思われる。

図5.13に、H面アレイにおけるエレメントパターンの計算値を示している。この場合、 $H_{10}$ モード近似による計算値は素子数が変わってもほ

とんど変化しないが、 $H_{10}$  モード近似と  $H_{10} + H_{20}$  モード近似とでは  
い分異なった値を示すことがわかる。これは、表 5.2 - 表 5.4 および上  
で述べたことより、アレイの配置角度  $\Omega$  が  $90^\circ$  付近では散乱係数の値が  
比較的大きく高次モードの振幅がこれに対して無視できほとんど  $H_{10}$  モ  
ードの結合度のみによってパターンが決まってしまうものと思われるの  
に対し、 $\Omega$  が  $0^\circ$  に近くなると散乱係数の値は急激に小さくなって  $H_{20}$  モ  
ードの振幅と同程度になり、 $H_{20}$  モードの影響が無視できなくなるため  
と考えられる。この平面アレイにおける高次モードの影響については文  
献(3)でも論じられている。

図 5.14 - 図 5.17 に、素子数  $N=31$  個の E 面アレイにおける合成の  
パターンと各素子に関するエレメントパターンの計算値を示しているが、  
各素子のエレメントパターンが異なっているにもかかわらず、位相走査  
時の主ローブの頂上は中心素子のエレメントパターンにほぼ追隨して変  
化することがわかる。このことより、数十個以上の素子開口よりなるア  
レイの放射特性は、相互結合を考慮して中心素子のエレメントパターン  
を求めればほぼわかることになる。

## 5.6 放射特性の切れ込み角度と素子間隔

### および素子数との関係

この節では、前節で見たエレメントパターンにおける深い切れ込み現  
象がどのような相互結合効果によって生じてくるのかについて考察する。  
図 5.16 と 図 5.17 より、主ローブの実効走査可能範囲(角度)を走査  
角度  $\theta_0 = 0^\circ$  のときの値から  $3$  dB 下がった値に対応する  $\theta$  の正負両域に  
わたる角度幅とすると、走査範囲はエレメントパターンに切れ込みが生じ

るため制限されてくることがわかる。そこで本節において、この望ましくない相互結合効果によって生じる切れ込みの角度と素子間隔および素子数との間に成立する関係について論じることとする。

いま、式(5・4)における右辺第2行目の括弧内の項を $I_i$ とおき、これに式(5・1)を代入すると $I_i$ は次式のように表わされる。

$$I_i = 1 + S_{ii} + AR_0^{-B} e^{j\alpha} \sum_{\ell \neq i}^N |i-\ell|^{-B} e^{j2\pi R_0 \{(i-\ell)\sin\theta \cos(\Omega-\phi) - C|i-\ell|\}} \quad (5 \cdot 7)$$

この式における右辺第3項の総和がエレメントパターンの相互結合効果を表わすことになり、また式(5・2)および(5・4)からわかるように、第2項以降の和は位相走査時の反射係数の性質を決める項である。したがって、エレメントパターンの切れ込み現象はこの $I_i$ の性質を知ればわかることになる。それ故、この $I_i$ の性質について調べることにする。

いま、 $i=1$ とするとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 1 + S_{11} + AR_0^{-B} e^{j\alpha} \sum_{\ell=1}^{N-1} \ell^{-B} e^{-j\chi \ell} \\ \chi &= 2\pi R_0 \{C + \sin\theta \cos(\Omega - \phi)\} \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 8)$$

この $I_1$ において、 $\alpha$ が $90^\circ < |\alpha| < 270^\circ$ の範囲にあれば $\cos\alpha < 0$ であるため、もし $\chi = 2m\pi$  ( $m$ : 整数) ならば第3項の総和は位相が揃って最大値をとりその実数項が第1項の1から最も強く差し引かれエレメントパターンに切れ込み現象が生じるものと予想される。しかし、より正確には $|I_1|^2$ を極小にする $\chi = 2(m + \delta)\pi$ は $d|I_1|^2/d\chi = 0$ を満足する値であるが、これは数値解析しないかぎり求まらない。そこで、配置角度 $\Omega$ が $45^\circ \leq \Omega \leq 90^\circ$  (このとき $90^\circ < |\alpha| < 270^\circ$ )の範囲における、前節のエレメントパターンの計算結果を用いその切れ込み角度から逆算

して  $\sigma \doteq R_0/N$  なる結果を得た。したがって、近似的に

$$R_0 \{ C - 1/N + \sin\theta_m \cos(\Omega - \phi_m) \} = m \quad (5 \cdot 9)$$

なる関係を満足する角度  $(\theta_m, \phi_m)$  においてエレメントパターン  $F^{(1)}$  に深い切れ込みが生じることになる。同様にして、 $F^{(N)}$  では

$$R_0 \{ C - 1/N - \sin\theta_m \cos(\Omega - \phi_m) \} = m \quad (5 \cdot 10)$$

また、中心素子 ( $i = (N+1)/2$ ) のエレメントパターンでは

$$R_0 \{ C - 1/N \pm \sin\theta_m \cos(\Omega - \phi_m) \} = m \quad (5 \cdot 11)$$

をそれぞれ満足する角度で切れ込みが生じることになる。式 (5・9) - (5・11) が、 $45^\circ \leq \Omega \leq 90^\circ$  のアレイにおけるエレメントパターンの切れ込み角度と素子間隔および素子数との間の関係式である。無限アレイにおいても切れ込み角度と素子間隔の関係について種々論じられているが<sup>(1)-(5)</sup>、本研究では散乱係数の性質に着目して有限アレイの特徴である素子数の寄与をも考慮した関係式を与えた。なを、 $0^\circ \leq \Omega < 45^\circ$  のアレイに対しては、前節で見たように高次モードの影響が無視できないため、一つ一つ計算を試みなければ  $\theta_m$  は判明しないことになり、この  $\Omega$  の範囲における式 (5・9) - (5・11) に対応する関係式を求めることは今後に残された研究課題である。

式 (5・11) において、 $C \rightarrow 1$ 、 $N \rightarrow \infty$  とするとグレイチングローブ出現の関係式

$$R_0 (1 \pm \sin\theta) = m \quad (\Omega = \phi) \quad (5 \cdot 12)$$

が得られる。この式の  $R_0$  と  $\theta$  の関係を図 5・18 に示している。

## 5・7 結 言

数十個の素子開口よりなる無装荷の直線状配列アレイにおける相互結

合問題を、第3章の手法を用いて具体的に解析してアレイの諸特性を明らかにし、さらに実験を行なって計算値と測定値がよく一致することを示して本解析法の正当性を立証した。すなわち、まず散乱(結合)係数を計算してこれが測定結果とよく一致することを示し、また最小自乗法を用いることによって、結合度がE面アレイでは開口間隔のほぼ1乗に、45°面アレイでは1.1乗に、さらにH面アレイでは2乗に、それぞれ比例して減衰することを明らかにした。つぎに、位相走査時の反射係数および放射特性を計算して、反射係数が相互結合効果によってある走査角度で極大値をもつこと、また放射特性にもこの角度近辺で切れ込みが生じること、およびエレメントパターンの計算値と測定値がよく一致すること、などを明らかにした。位相走査時の主ローブの計算結果より、主ローブの頂上はその走査角度に対応してほぼ中心素子のエレメントパターン上を変化することがわかった。さらに、最小自乗法によって求めた散乱係数の近似式を用いて、放射特性におよぼす相互結合効果について考察することにより、エレメントパターンの切れ込み角度と素子間隔および素子数との間の関係式を導いた。すなわち、エレメントパターンの切れ込み現象が各開口の電磁界の位相がある空間角度で揃ってしまうために生じること、結合係数の性質に着目することによって示した。

以上、基本アレイである無装荷の直線状配列有限アレイの性質をほぼ明らかにしたが、実験の困難なアレイの諸特性も本解析法を拡張適用することによって解明できるものと思われる。

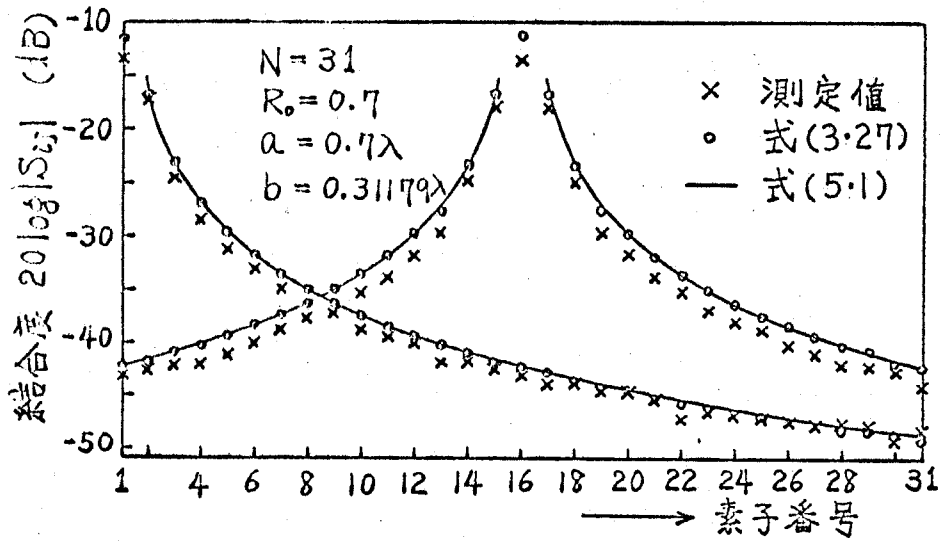


図5.2 E面アレイの結合度

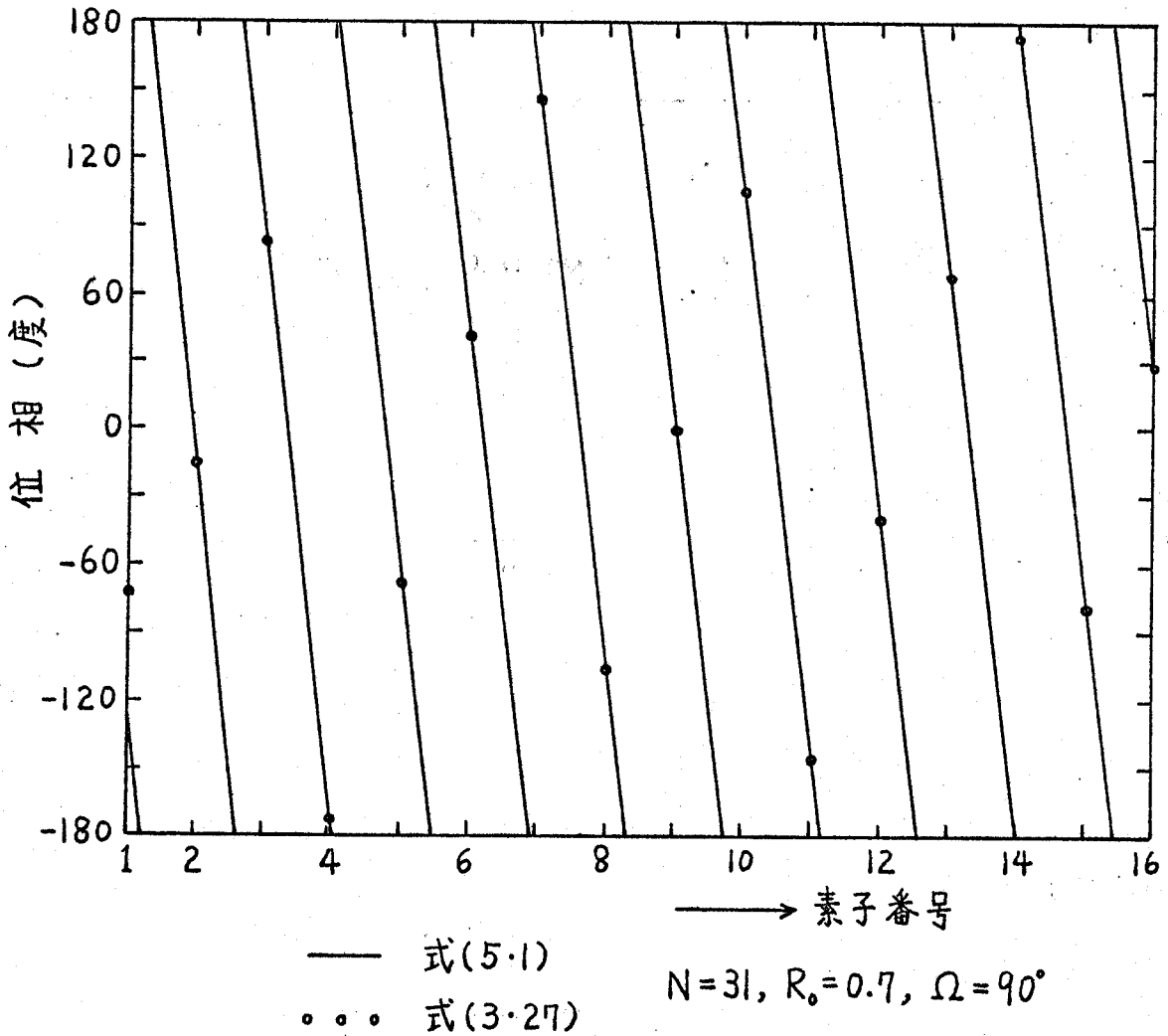


図5.3 導波管1を励振したときの散乱係数の位相

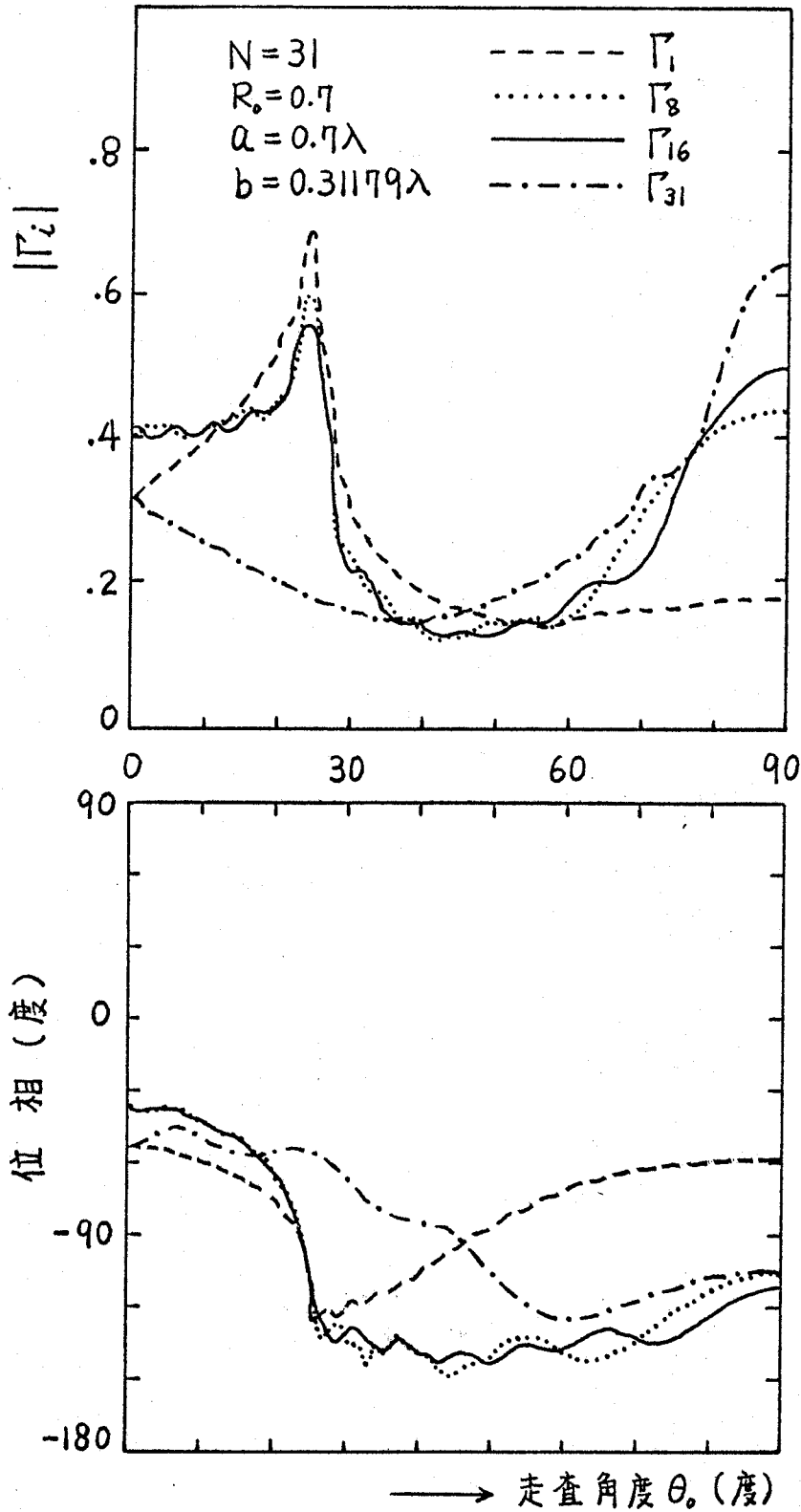


図5.4 位相走査時の反射係数 (E面)

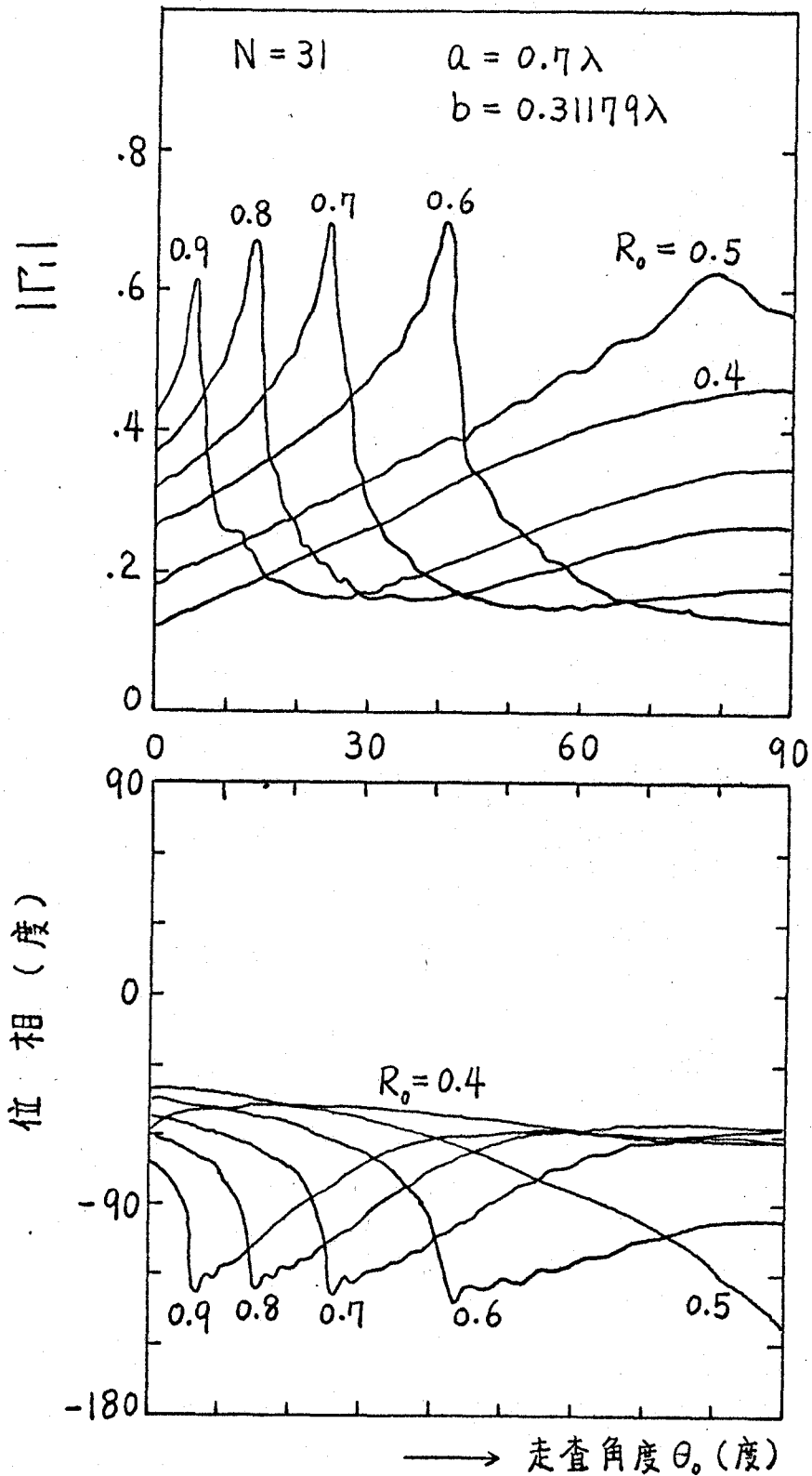


図5.5 位相走査時の反射係数  $\Gamma_1$  (E面)



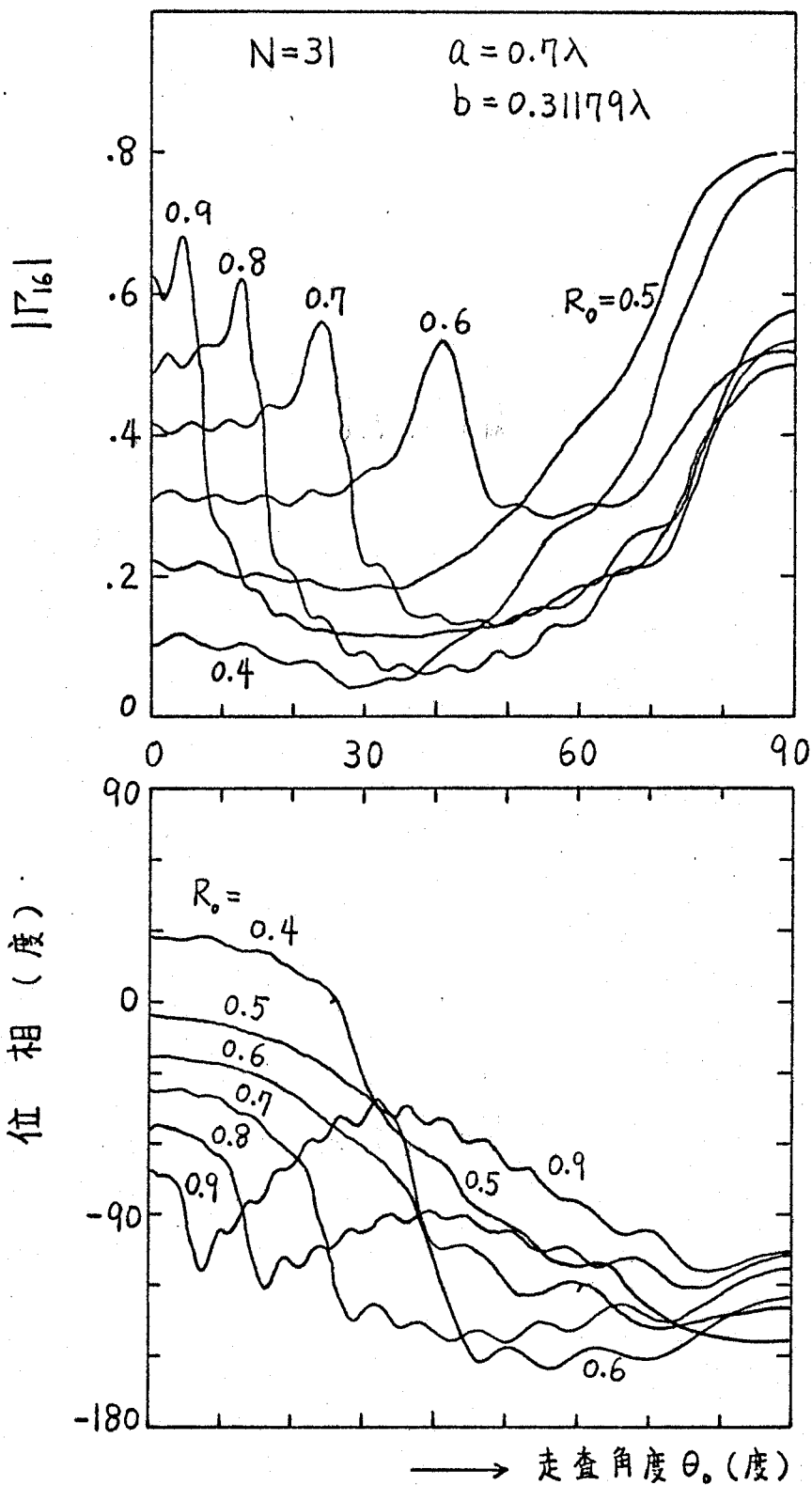


図5.6 位相走査時の反射係数  $\Gamma_{16}$  (E面)

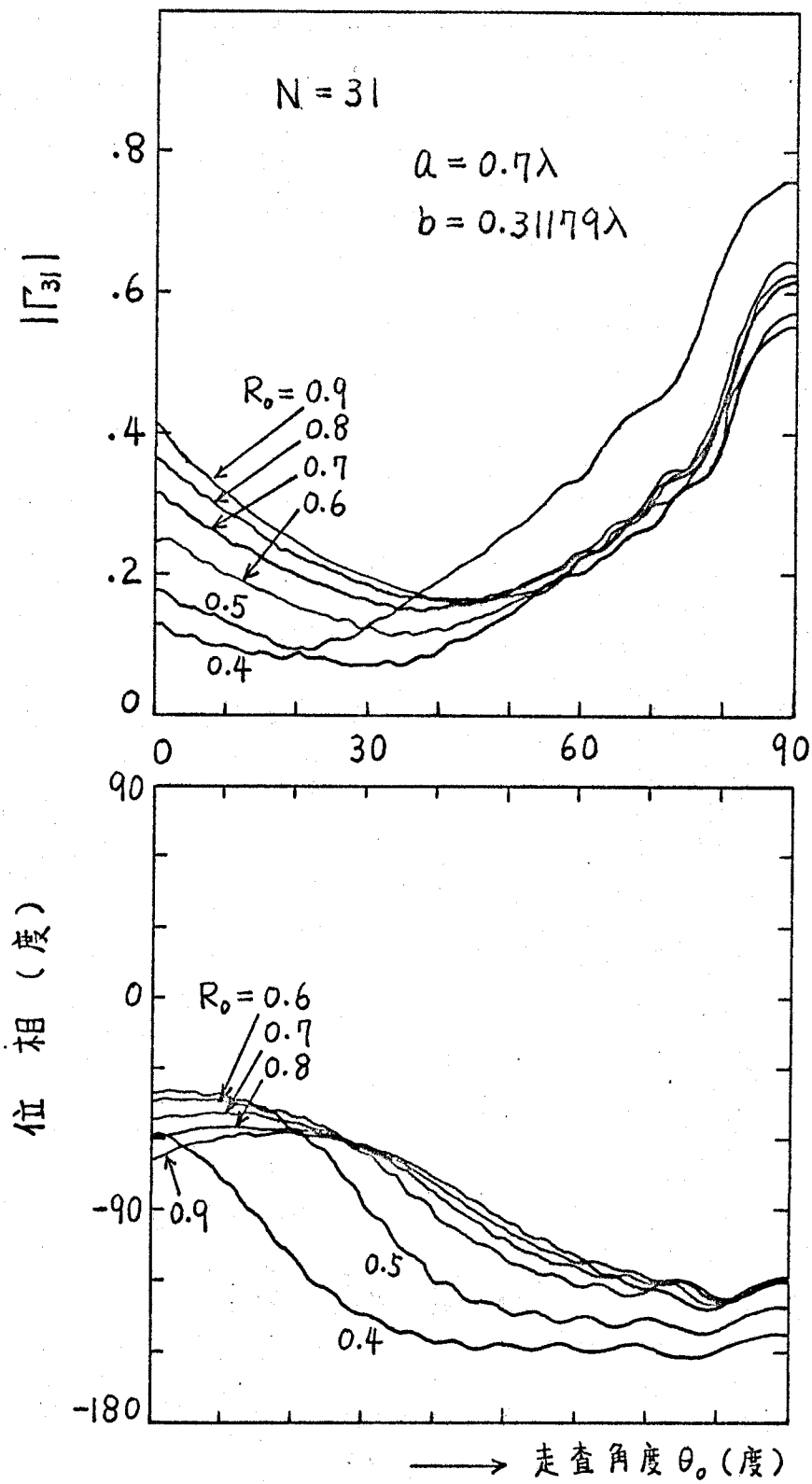


図5.7 位相走査時の反射係数  $\Gamma_{31}$  (E面)

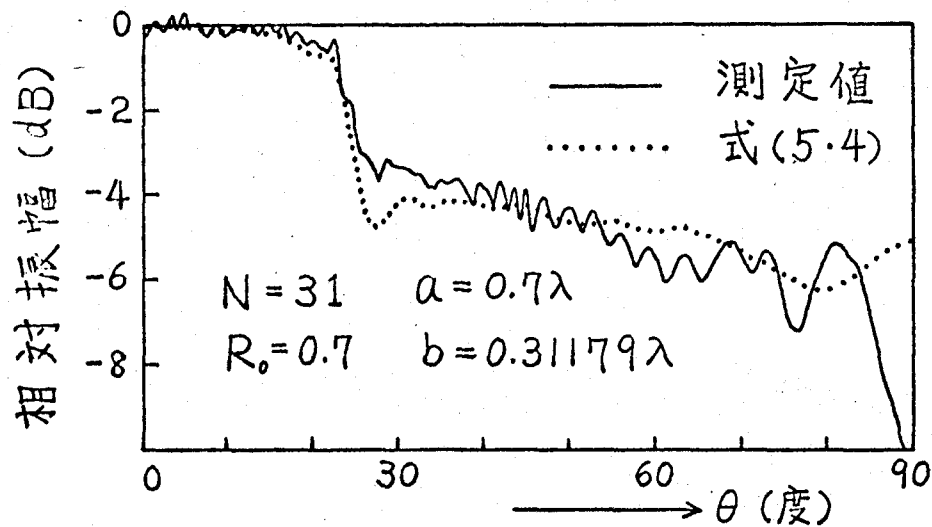


図5.8 中心素子のエレメントパターン(E面)

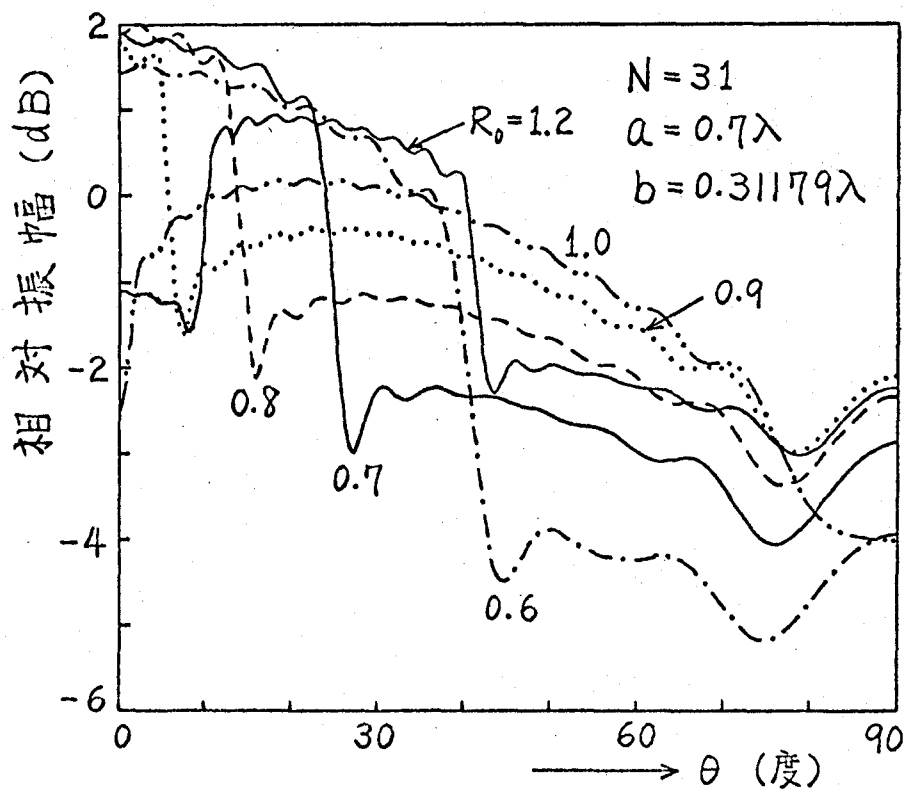


図5.9 中心素子のエレメントパターン(E面)

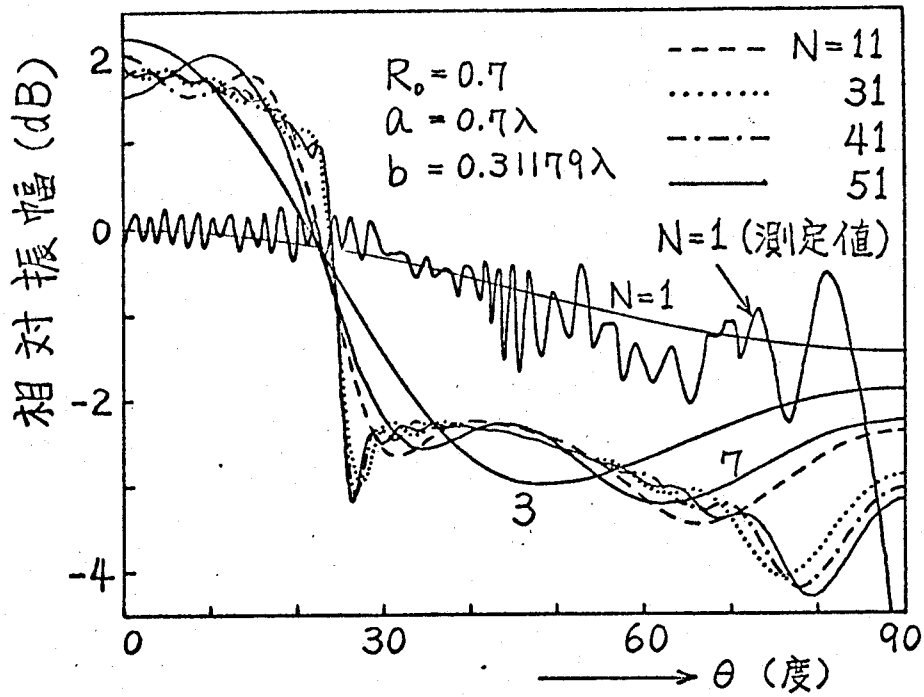


図5.10 中心素子のエレメントパターン(E面)

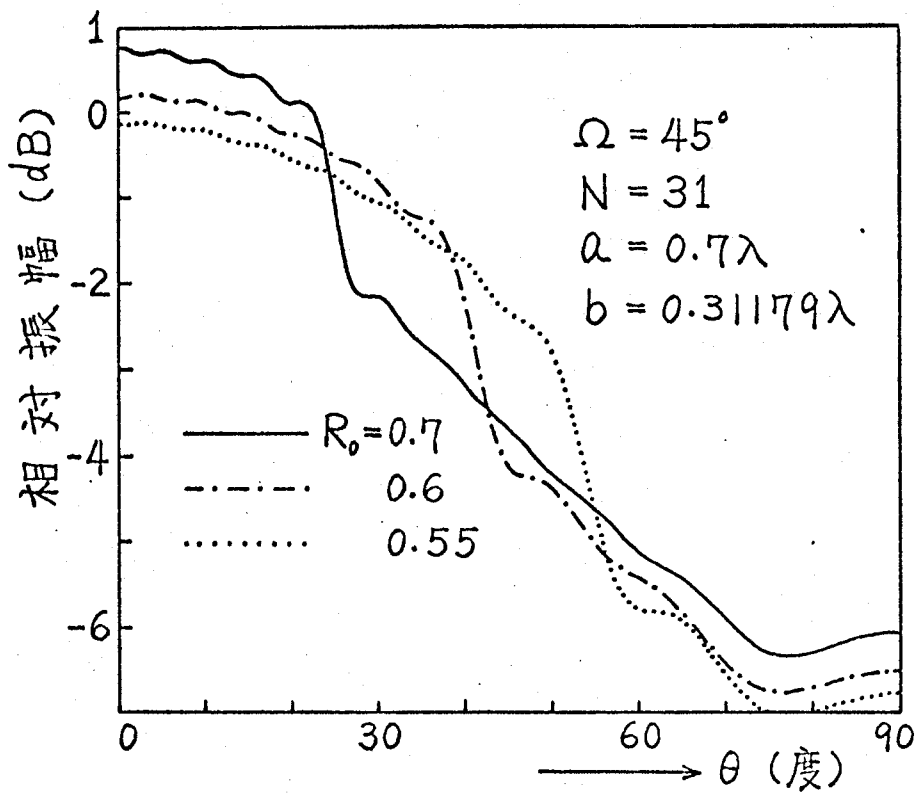


図5.11 中心素子のエレメントパターン(45°面)

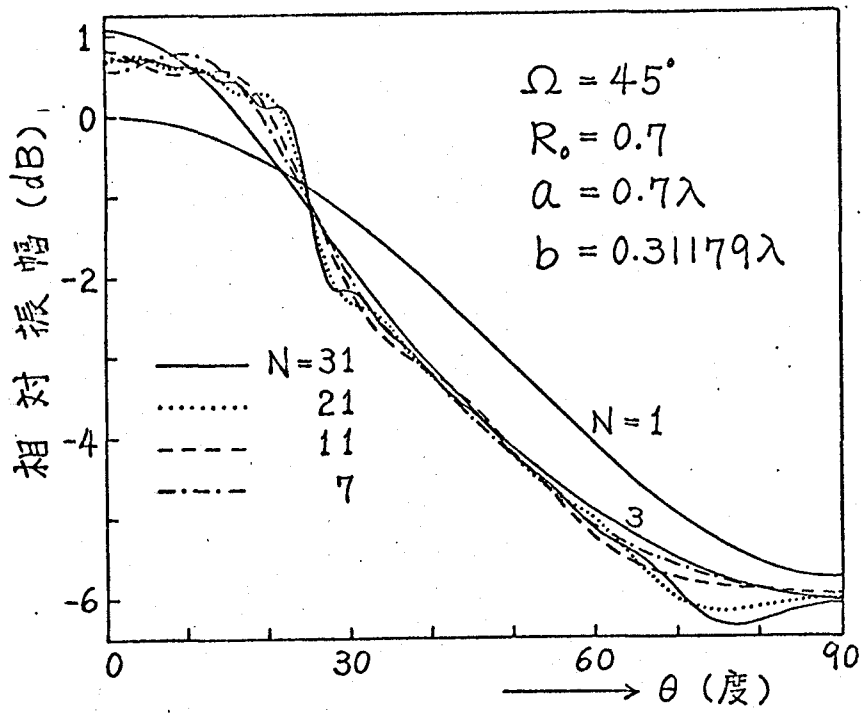


図5.12 中心素子のエレメントパターン(45°面)

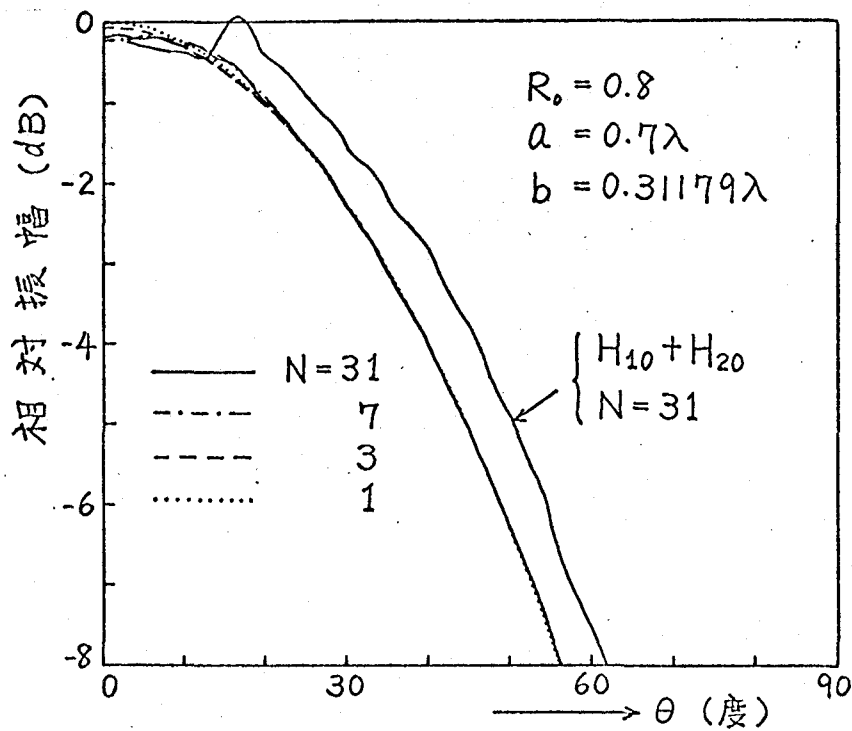


図5.13 中心素子のエレメントパターン(H面)

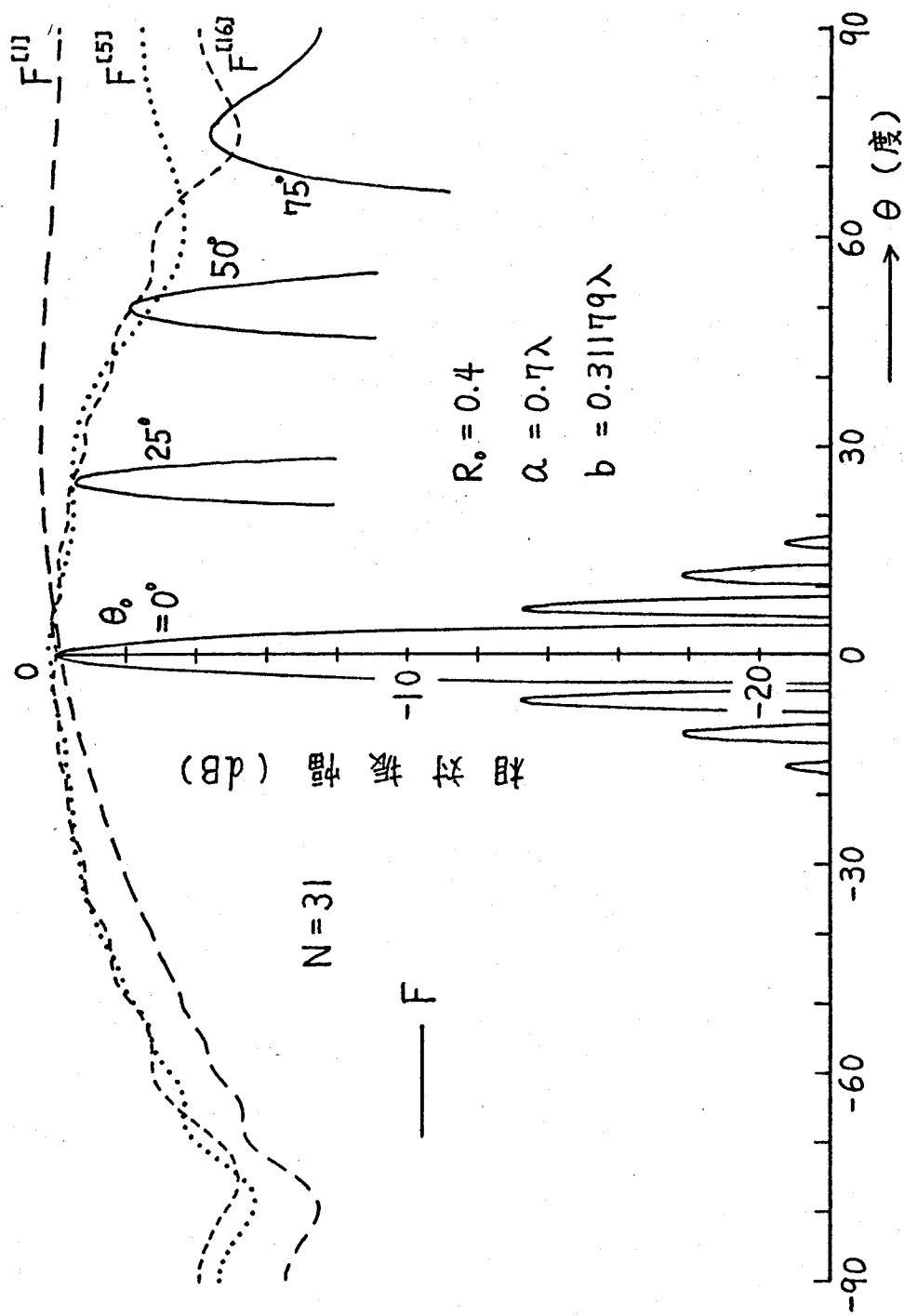


図5.14 E面了レイの放射特性

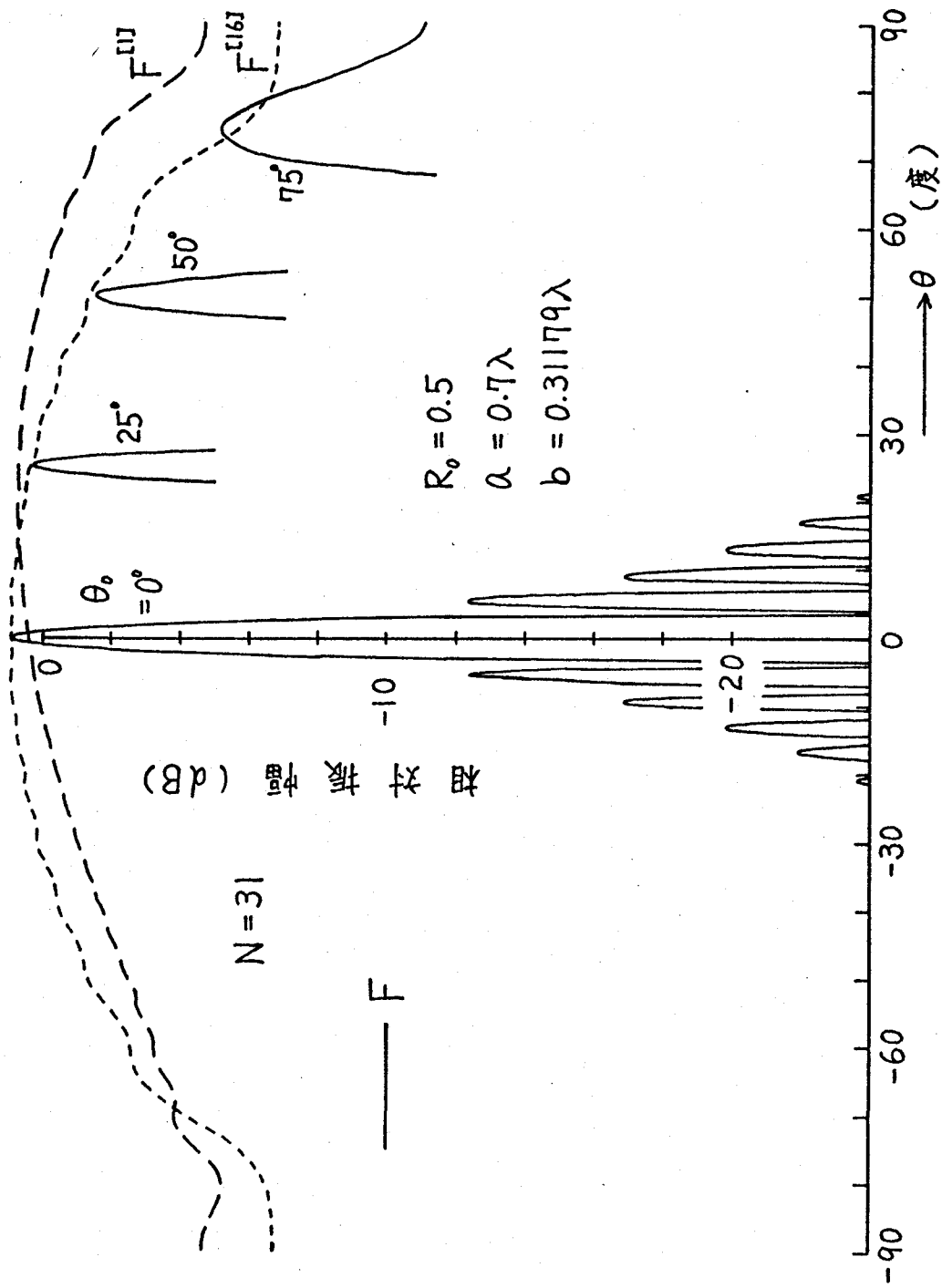


図5.15 E面アレイの放射特性

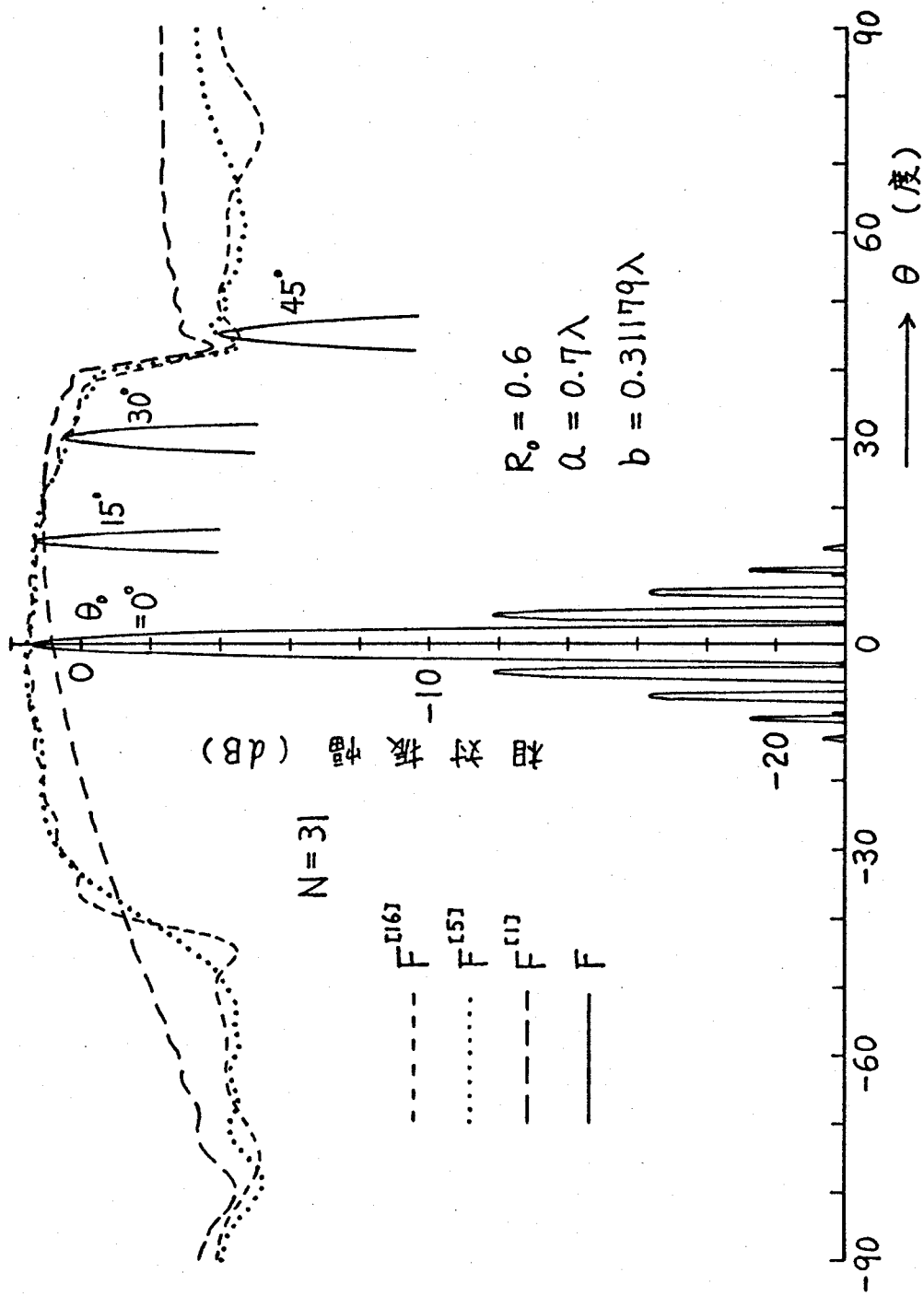


図5.16 E面アレイの放射特性



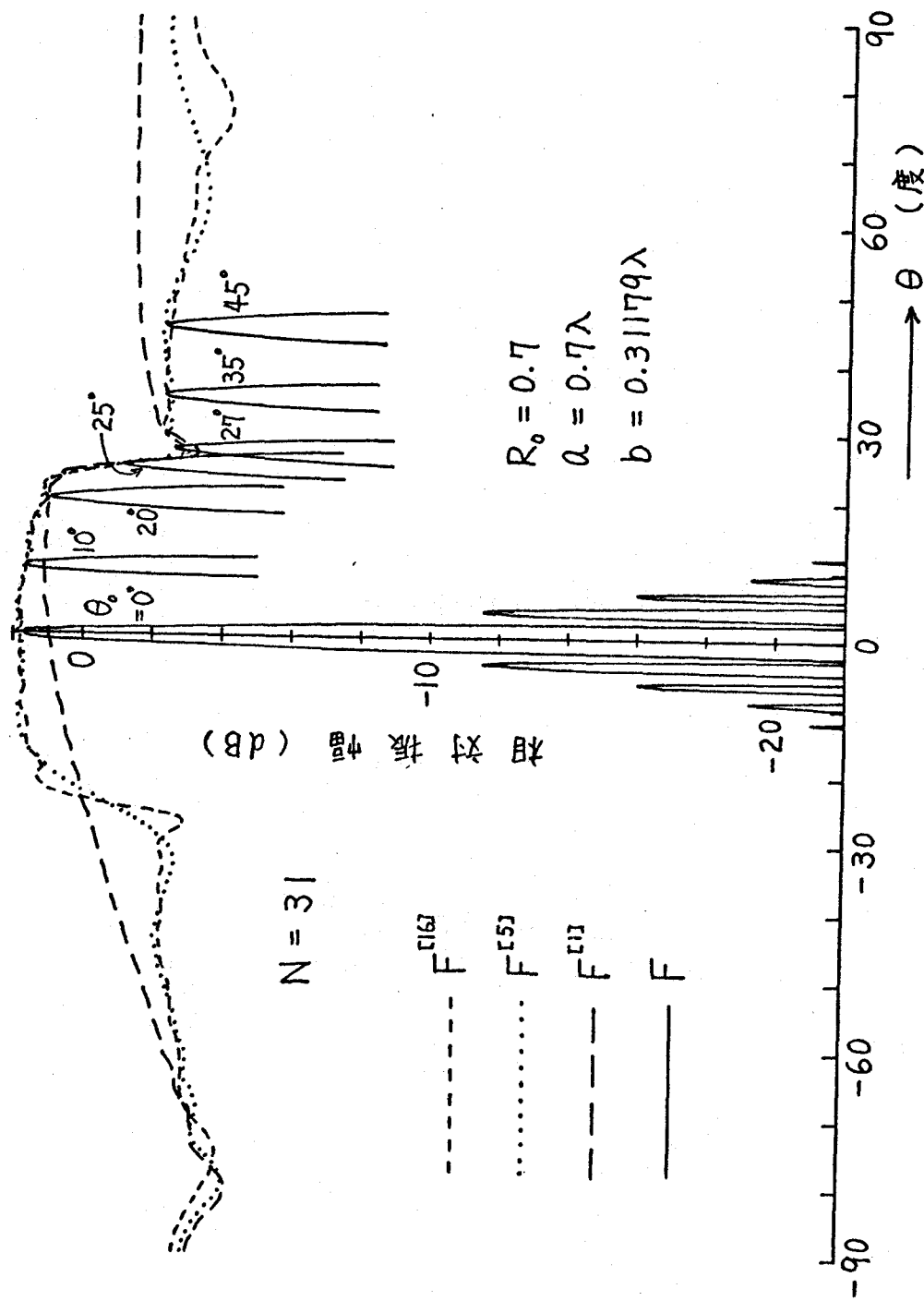


図5.17 E面アレイの放射特性

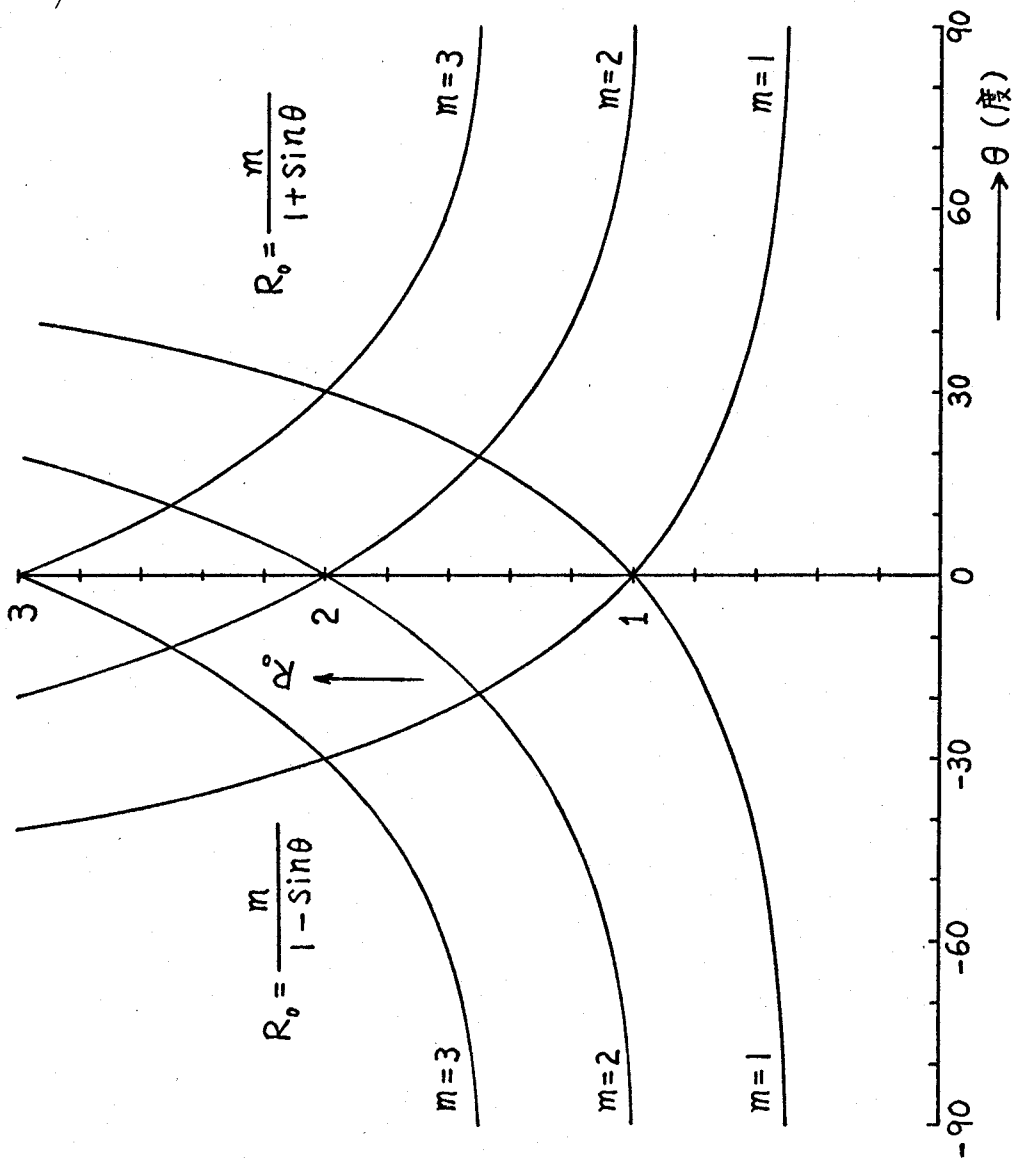


図5・18 グレイケングローブ出現角度と素子間隔の関係

## 第 6 章 周期的に短絡導波管を付加した 導波管開口アレイの相互結合<sup>(38)</sup>

### 6 · 1 序 言

前章で見たように、相互結合効果によってアレイの放射特性が劣化する、すなわちエレメントパターンに切れ込み現象が起こってくるため、この切れ込みを除去することが望まれる。E.C.Dufort<sup>(6)</sup>は、短絡開口を周期的に付加した平行平板導波管開口無限アレイについて研究し、エレメントパターンの切れ込みの除去に成功している。また、R.J.Mailloux<sup>(8)</sup>は、平行平板導波管開口無限アレイの各開口間に隔壁(フェンス)を周期的に設け、その高さを調節することによって切れ込み現象の除去とグレイチングローレベルの低減が可能であることを示した。そこで本章では、有限個の方形開口よりなる短絡開口を付加したアレイにつき、切れ込み現象の除去と同時にグレイチングローレベルの低減および素子数の節減などができるかどうかについて検討する。

### 6 · 2 基本式および散乱係数の停留表示式

アレイとしては、図 6-1 に示されるような等間隔配置の E 面アレイを例にとって解析する。短絡開口と励振開口の寸法が異なる場合も同様に

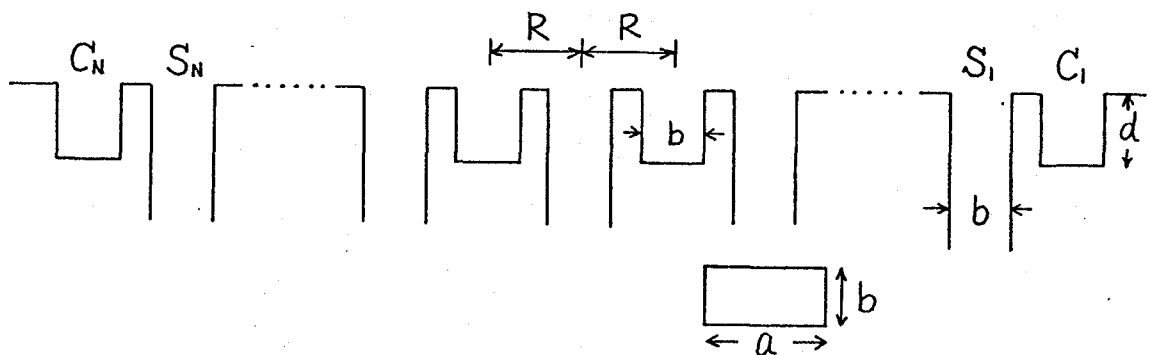


図 6-1 短絡開口を付加した E 面アレイ

解析できるので，ここでは簡単のためそれらの寸法が全て等しい場合について考察する。

半無限自由空間 ( $z \geq 0$ ) の電磁界はつぎのように与えられる。

$$E = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \left\{ \sum_{\ell=1}^{N_1} \int_{S_\ell} \dot{G} \cdot K_\ell dS_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_2} \int_{C_\ell} \dot{G} \cdot K_\ell dC_\ell \right\} \quad (6.1)$$

$$H = \sum_{\ell=1}^{N_1} \int_{S_\ell} \dot{G} \cdot K_\ell dS_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_2} \int_{C_\ell} \dot{G} \cdot K_\ell dC_\ell \quad (6.2)$$

ここに， $\dot{G}$  は第2章の式(2.3)で与えられる関数であり，また座標変数は簡単のため省略してある。そのほかの記号はすべて第2章または第3章と同じ意味をもつ。励振導波管内の電磁界は第3章の式(3.4)および(3.5)で与えられる。

短絡導波管内の電磁界はつぎのように表わされる。

$$K_i = \sum_{mn} \left\{ e^{\alpha_{mn}z} - e^{-\alpha_{mn}(2d+z)} \right\} \left\{ \sqrt{2Z_{mn}^H} \tilde{V}_{mn}^i h_{mn}^{iH} + \sqrt{2Z_{mn}^E} \tilde{U}_{mn}^i h_{mn}^{iE} \right\} \quad (6.3)$$

$$H_i = - \sum_{mn} \left\{ e^{\alpha_{mn}z} + e^{-\alpha_{mn}(2d+z)} \right\} \left\{ \sqrt{2Y_{mn}^H} \tilde{V}_{mn}^i h_{mn}^{iH} + \sqrt{2Y_{mn}^E} \tilde{U}_{mn}^i h_{mn}^{iE} \right\} \quad (6.4)$$

第3章と同様にして，次式のようなこのアレイ系における散乱係数  $S_{ji}$  の停留表示式が得られる。

$$\frac{2}{S_{ji} + \delta_{ji}} = \frac{\sum_{\ell=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \int_{S_\ell} \int_{S_k} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[i]} dS_k dS_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_2} \sum_{k=1}^{N_1} \int_{C_\ell} \int_{S_k} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[i]} dS_k dC_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} \int_{S_\ell} \int_{C_k} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[i]} dC_k dS_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} \int_{C_\ell} \int_{C_k} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_k^{[i]} dC_k dC_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_1} \int_{S_\ell} \int_{S_\ell} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_\ell^{[i]} dS_\ell dS_\ell + \sum_{\ell=1}^{N_2} \int_{C_\ell} \int_{C_\ell} K_\ell^{[j]} \cdot \dot{G} \cdot K_\ell^{[i]} dC_\ell dC_\ell}{Y_{10}^H \int_{S_i} K_i^{[j]} \cdot h_{10}^{iH} dS_i \int_{S_j} K_j^{[i]} \cdot h_{10}^{jH} dS_j} \quad (6.5)$$

ここに，

$$\dot{G}_\ell = \sum_{mn} \left\{ Y_{mn}^H h_{mn}^{\ell H} h_{mn}^{\ell H} + Y_{mn}^E h_{mn}^{\ell E} h_{mn}^{\ell E} \right\} \quad (6.6)$$

$$\tilde{\Gamma}_l = \sum_{mn} \coth \alpha_{mn} d \{ Y_{mn}^H h_{mn}^{lH} h_{mn}^{lH} + Y_{mn}^E h_{mn}^{lE} h_{mn}^{lE} \} \quad (6.7)$$

いま、 $z=0$ における導波管 $l$ の電界をあらためて

$$\left. \begin{aligned} K_l^{(ij)} &= \sum_{mn} \{ V_{mn}^l h_{mn}^{lH} + U_{mn}^l h_{mn}^{lE} \} \\ K_l^{(ij)} &= \sum_{mn} (1 - e^{-2\alpha_{mn}d}) \{ \tilde{V}_{mn}^l h_{mn}^{lH} + \tilde{U}_{mn}^l h_{mn}^{lE} \} \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

と仮定して、これらを式(6.5)に代入し第3章3.4節と同様にして  $S_{ji}$  を求めると

$$S_{ji} = 2 [A^{-1}]_{ij} - \delta_{ji} \quad (6.9)$$

$$A = \begin{bmatrix} [P_{mn}^{rs}] & [R_{mn}^{rs}] \\ [R_{mn}^{rs}] & [M_{mn}^{rs}] \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

ここに、 $P_{mn}^{rs}$  は第3章の式(3.25)で  $\tilde{Y}_{uv}^{lH}$  および  $\tilde{Y}_{uv}^{lE}$  をそれぞれ  $Y_{uv}^H$  および  $Y_{uv}^E$  に置き換えたものに等しく、さらに

$$\left. \begin{aligned} R_{mn}^{rs}(lH, kE) &= \frac{1}{Y_{10}^H} (1 - e^{-2\alpha_{rs}d}) \int_{S_k} \int_{C_k} h_{mn}^{lH} \cdot \hat{G} \cdot h_{rs}^{kE} dC_k dS_k \\ M_{mn}^{rs}(lH, kH) &= N_{mn}^{rs}(lH, kH) + \delta_{lk} Y_{10}^{H-1} \sum_{uv} (1 - e^{-4\alpha_{uv}d}) Y_{uv}^H \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \\ M_{mn}^{rs}(lE, kE) &= N_{mn}^{rs}(lE, kE) + \delta_{lk} Y_{10}^{H-1} \sum_{uv} (1 - e^{-4\alpha_{uv}d}) Y_{uv}^E \delta_{um} \delta_{ur} \delta_{vn} \delta_{vs} \\ M_{mn}^{rs}(lH, kE) &= N_{mn}^{rs}(lH, kE) = \frac{1}{Y_{10}^H} (1 - e^{-2\alpha_{mn}d}) (1 - e^{-2\alpha_{rs}d}) \int_{C_2} \int_{C_k} h_{mn}^{lH} \cdot \hat{G} \cdot h_{rs}^{kE} dC_k dC_2 \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

である。また、各モードの展開係数も第3章の式(3.29)、(3.30)を求めたのと同様にして求まるため、電磁界もすべて求まることになる。

放射特性式は、励振開口と短絡開口の二つの電界の寄与による和として与えられ、励振開口に対しては第2章2.5節の式がそのまま使用でき、また短絡開口に対してもモードの展開係数を短絡開口のそれらにすれば2.5節の式がすべて使用できることになる。

以下簡単のため、 $H_{10}$  モード近似によって解析を行なう。

### 6・3 計算結果

$H_{10}$  モード近似におけるエレメントパターン  $F^{(i)}$  は

$$F^{(i)}(\theta, \phi) = F_0(\theta, \phi) \sum_{\ell=1}^{N_1} \frac{\delta_{\ell i} + S_{\ell i}}{1 + \Gamma_0} e^{j2kR(\frac{N_1+1}{2} - \ell)\sin\theta - j\psi_{\ell}} \\ + F_0(\theta, \phi) \sum_{\ell=1}^{N_2} \frac{(1 - e^{-j2\beta d})}{(1 + \Gamma_0) E_0} \tilde{V}_{10}^{(i)} e^{jk\psi_{\ell}\sin\theta - j\psi_{\ell}} \quad (6 \cdot 12)$$

と表わされる。ここに、座標の原点は中央の励振開口の中心にとってあり、 $\psi_{\ell}$  は短絡開口の中心の  $y$  座標 (位置) である。また  $\beta$  は  $H_{10}$  モードの位相定数で  $\beta = -j\alpha_{10}$  であり、 $F_0$  は第5章の式 (5・5) で与えられる単独開口のエレメントパターンで  $\phi = 90^\circ$  としたものである。

式 (6・12) を用いて、 $N_1 = 15$ 、 $N_2 = 16$  の場合のエレメントパターンを計算し、図 6・2 - 図 6・3 に示した。これらの図より、短絡開口の深さ  $d$  によってパターンが大幅に変動することがわかる。また、 $d = 0$  または  $d = \lambda_g/2$  のパターンでは切れ込みが生じているのに、 $d$  が  $\lambda_g/4$  付近のパターンではこれが消えていることがわかる。

図 6・2 において、 $d = 0$  のアレイでは  $\theta = 90^\circ$  付近のパターンのレベルが  $\theta = 0^\circ$  付近のレベルと余り違わないため、主ローブを走査したとき可視領域に入って来たグレイチングローブが主ローブと同程度の強度で測定されることになって、実質上このようなアレイは使用できないことになる。ところが、 $d = \lambda_g/4$  あるいは  $d = 11\lambda_g/32$  であるようなアレイでは、 $\theta = 0^\circ$  と  $\theta = 90^\circ$  とにおけるレベル差が約 10 dB ほどあるため、たとえグレイチングローブが現われてもほとんど主ローブが測定されることになる。たとえば、このアレイにおいて主ローブを  $\theta = 15^\circ$  まで走査するとグレイチングローブは  $\theta = -82.3^\circ$  の位置に現われ、このときの主ローブとグレイチングローブとのレベル差は約 9 dB となる。したが

つて、もし主ローブとグレイチングローブのレベル差が10dB位のアレイであれば使用できるものとする、 $d=0$ のとき使えなかったアレイでも $d=\lambda_g/4$ または $d=11\lambda_g/32$ とすることによって有効走査範囲が約 $30^\circ$ のアレイとして使用できることになる。すなわち、適当な深さの短絡開口を周期的に付加することによって、切れ込みを除去できさらにグレイチングローブのレベルをかなり低減することができる。

図6.2-図6.3において、 $d$ をパラメータとした各曲線がある角度 $\theta_0$ において交わっているが、この角度 $\theta_0$ は主ローブを $\theta_0$ まで走査したときちょうどグレイチングローブが $-\theta_0$ の位置に来る角度である。すなわち

$$\theta_0 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{4R}\right) \quad (6.13)$$

であって、短絡開口から放射された波はこの方向ですべて相殺されて零になる。どのようなアレイにおいても、グレイチングローブが主ローブと対称に位置するこの角度 $\theta_0$ までしか走査できない。したがって、エレメントパターンとして最も理想的なものは、 $\theta=0^\circ$ から $\theta=\theta_0$ までは平坦で $\theta=\theta_0$ で急激に数十デシベル低下し、それ以後の角度では低下したレベルを保つような方形パターンである。しかし、現実にはこのようなパターンが得られず、実際上はこれに近いような台形パターンが最も望まれるものである。短絡開口の深さ $d$ を変えたということは、その電界の振幅と位相を変えたことになるが、台形状のパターンを得ようとするれば振幅は $d=\lambda_g/4$ のときの値に近くしておき、位相をコントロールできればよいように思われる。つまり、図6.2-図6.3における $d$ の変化に対するパターンの違いを見ると、短絡開口電界の振幅よりもむしろ位相の方が強く働いているように思われるため、 $b$ を小さくした数個の短絡開口を励振開口間に装荷してそれらの深さを適当に調節して等価的に

1個の短絡開口の位相のみを変えたことになるようなことができれば、台形状のパターンを得ることも可能であると思われる。

短絡開口に励振開口と同じ働きをさせて素子の節減を図るということは、これらの図を見る限りにおいてはほとんど期待ができない。

#### 6・4 結 言

周期的に短絡開口を付加した方形導波管開口アレイについて、その性質を検討した。その結果、この種のアレイは切れ込み現象を除去でき、さらにグレイケングローブのレベルを低減する傾向のあることが明らかとなった。短絡開口を複数個適当に組み合わせることによって望ましい放射特性をもつアレイが構成可能であると思われる。



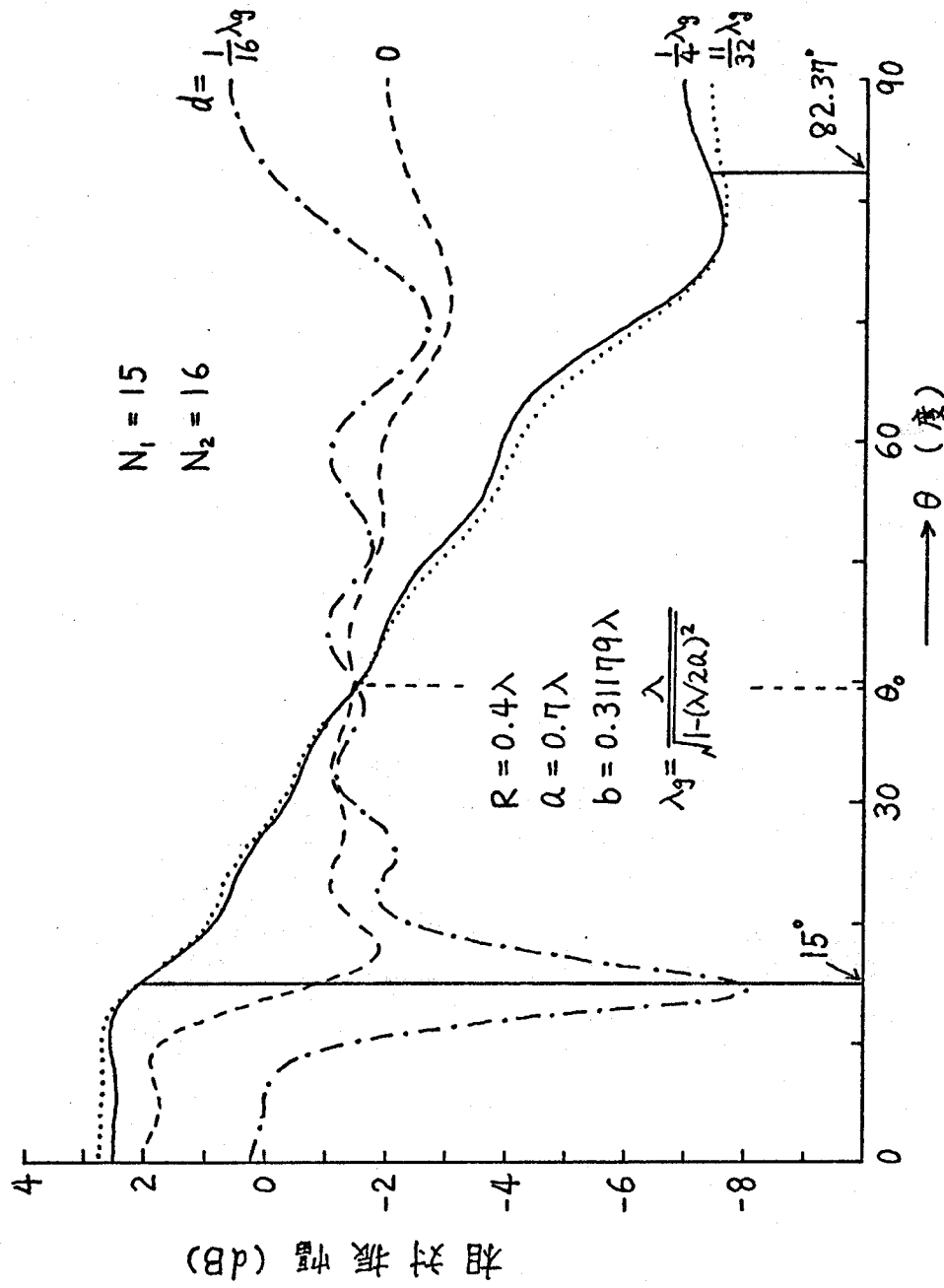


図6.2 中心素子のエレメントパターン

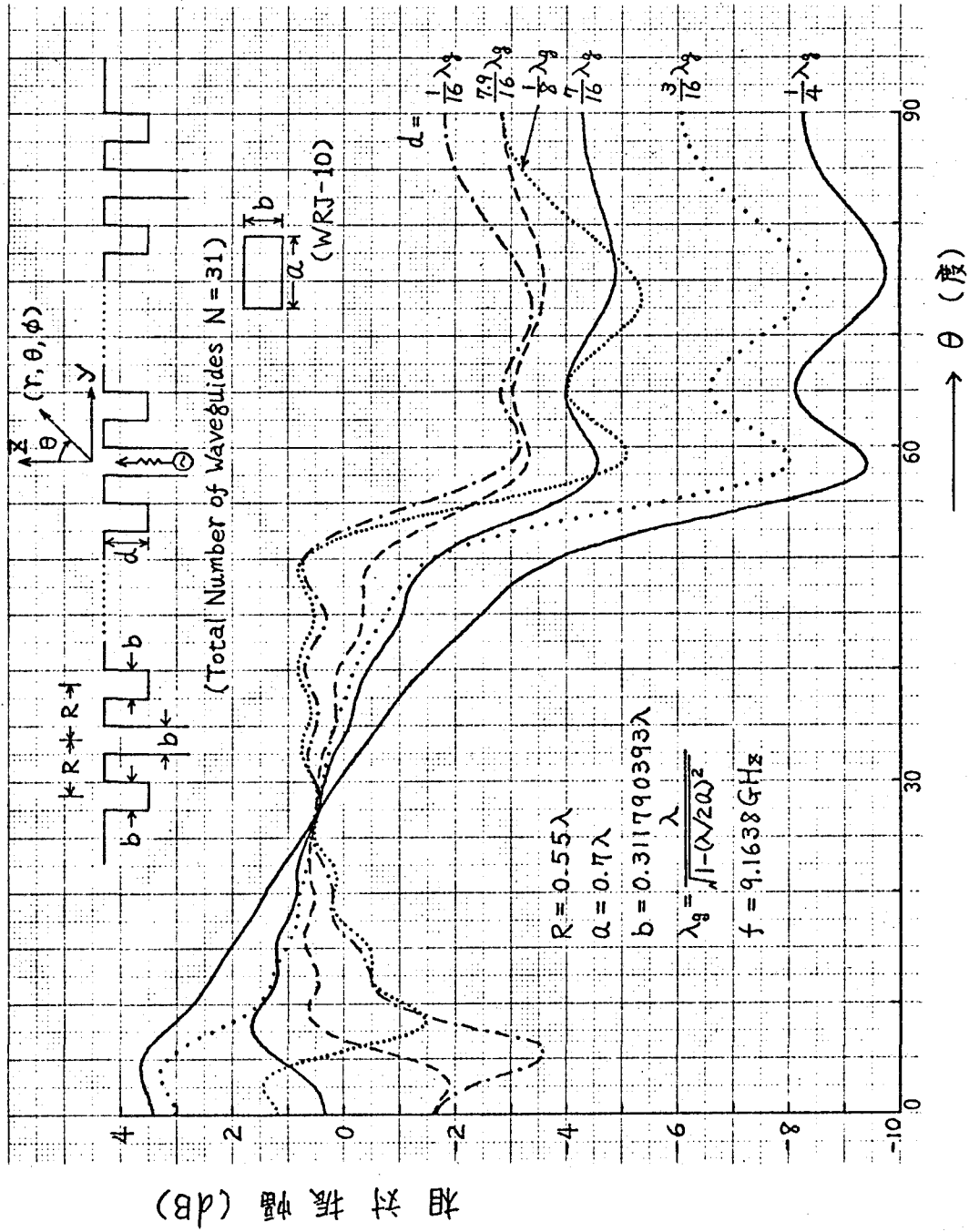


図 6.3 中心素子のエレメントパターン

本章は、この論文に関する結論で、第2章から第6章までの各章で得られた研究成果を総括して述べる。

第2章では、有限個の導波管開口よりなる平面状アレイにおける相互結合問題を解析する一つの方法として、相互アドミッタンスに対する厳密な停留表示式を導き、これをもとにした解析法を示した。

第3章では、導波管開口アレイの相互結合問題を解析する上で、第2章で論じた相互アドミッタンスの停留表示式をもとにした解析法よりも、より直接的で便利な散乱係数の停留表示式をもとにした解析法を提案した。すなわち、導波管系においては散乱係数がわかればその系の性質がほぼわかるため、従来見られることのなかった散乱係数に対する停留表示式を導き、これをもとにしたアレイの相互結合問題に対する解析法について論じた。

第4章では、導波管開口アレイの基本系である2個または3個の開口よりなるアレイの結合問題を第2章および第3章の手法を用いて詳しく解析し、結合係数(相互アドミッタンスまたは散乱係数)の性質をほぼ明らかにした。また、2個の正方形開口を同一の直線偏波で励振した場合、遠方界は相互結合のため楕円偏波率 $-30$  dB程度の極めて偏平な楕円偏波となり、その主軸は励振界偏波から最大約 $\pm 4$ 度ほど回転することを明らかにした。

第5章では、無装荷の導波管開口よりなる直線状配列有限アレイの相互結合問題を第3章の方法と最小自乗法とを併用して解析し、その諸特性を明らかにした。すなわち、まず散乱係数を計算しこれを最小自乗法

によって処理することにより散乱係数の近似式を導き、散乱係数の絶対値すなわち結合度がE面アレイでは開口間隔のほぼ1乗に、 $45^\circ$ 面アレイでは1.1乗に、さらにH面アレイでは2乗に、それぞれ逆比例して減衰することを明らかにした。また、第3章の方法によって計算した散乱係数および放射特性を実験結果と比較してよい一致を得た。さらに位相走査時の反射係数を計算し、あわせてエレメントパターンの深い切れ込み角度と素子間隔および素子数との間に成立する関係式を与えた。

第6章では、相互結合効果を積極的に利用して放射特性の切れ込み現象の除去とグレイディングロープレベルの低減とを同時に行なう目的で、周期的に短絡導波管を付加した導波管開口アレイをとりあげその諸特性について検討した。その結果この種のアレイには、切れ込み現象を打ち消しさらにグレイディングロープレベルを低下させる性質のあることが明らかとなった。

## 謝 辞

本研究を進めるに際し、終始懇切な御指導を賜わった、大阪大学教授  
牧本利夫工学博士に深く感謝いたします。

大阪大学大学院基礎工学研究科に在学中、懇切な御指導、御教示をい  
ただいた、教授藤沢和男工学博士、教授末田正工学博士、教授難波進理  
学ならびに工学博士、教授田中幸吉工学博士に深く感謝いたします。

本研究に関し、有益な御助言と不断の励ましをいただいた、大阪大学  
助教授山本錠彦工学博士、助教授升田公三工学博士、西村貞彦氏、山本  
尚氏、根本承次郎工学博士、豊田幸弘工学博士、北谷和弘氏、また、計  
算と実験に御協力くださった卒業研究生の諸氏に心からお礼申し上げます。

## 文 献

- (1) S. Edelberg and A.A. Oliner: "Mutual coupling effects in large antenna arrays: part I - slot arrays", IRE Trans., AP-8, pp. 286-297 (May 1960)
- (2) G.F. Farrell Jr. and D.H. Kuhn: "Mutual coupling effects of triangular-grid arrays by modal analysis", IEEE Trans., AP-14, pp. 652-654 (Sep. 1966)
- (3) G.F. Farrell Jr. and D.H. Kuhn: "Mutual coupling in infinite planar arrays of rectangular waveguide horns" IEEE Trans., AP-16, pp. 405-414 (July 1968)
- (4) C.P. Wu and V. Galindo: "Properties of a phased array of rectangular waveguides with thin walls" IEEE Trans., AP-14, pp. 163-173 (March 1966)
- (5) G.H. Knittel, A. Hessel and A.A. Oliner: "Element pattern nulls in phased arrays and their relation to guided waves", Proc. IEEE, vol. 56, pp. 1822-1836 (Nov. 1968)
- (6) E.C. Dufort: "Design of corrugated plates for phased array matching", IEEE Trans., AP-16, pp. 37-46 (Jan. 1968)
- (7) E.C. Dufort: "Finite scattering matrix for an infinite antenna array", Radio Science, vol. 2, p. 19 (Jan. 1967)
- (8) R.J. Mailloux: "Surface wave and anomalous wave radiation nulls on phased arrays of TEM waveguides with fences", IEEE Trans., AP-20, pp. 160-166 (March 1972)

- (9) C.P. Wu : "Characteristics of coupling between parallel-plate waveguides with and without dielectric plugs", IEEE Trans., AP-18, pp.188-194 (March 1970)
- (10) C.P. Wu : "Analysis of finite parallel-plate waveguide arrays", IEEE Trans., AP-18, pp.328-334 (May 1970)
- (11) 千葉, 永井 : "E面スロットアレイアンテナの素子間結合", 電子通信学会アンテナ伝搬研究会資料, AP 69-54 (1970)
- (12) G.V. Borgiotti : "Edge effects in finite arrays of uniform slits on a ground plane", IEEE Trans., AP-19, pp.593-599 (Sep. 1971)
- (13) R.F. Harrington : "Time-harmonic Electromagnetic Fields", p.340, McGraw-Hill Book Co. (1961)
- (14) G.V. Borgiotti : "A novel expression for the mutual admittance of planar radiating elements", IEEE Trans., AP-16, pp.329-333 (May 1968)
- (15) J. Galejs et. al. : "Self and mutual admittances of waveguides radiating into plasma layers", Radio Science, J. Res. NBS/USNC-URSI, 69D, p.179 (Feb. 1965)
- (16) R.J. Mailloux : "Radiation and near-field coupling between two collinear open-ended waveguides", IEEE Trans., AP-17, pp.49-55 (Jan. 1969)
- (17) R.J. Mailloux : "First-order solutions for mutual coupling between waveguides which propagate two orthogonal modes", IEEE Trans., AP-17, pp.740-746 (Nov. 1969)

- (18) V. Galindo and C. P. Wu: "Numerical solutions for an infinite phased array of rectangular waveguides with thick walls", IEEE Trans., AP-14, pp.149-158 (March 1966)
- (19) 杉尾, 牧本: "有限導波管開口アレイの相互結合", 輻射科学研究会資料, (昭和45年10月)
- (20) 杉尾, 牧本: "有限導波管開口アレイの相互結合", 電子通信学会アンテナ伝搬研究会資料, AP70-44 (1970-10)
- (21) 杉尾, 牧本: "有限導波管開口アレイの相互結合(II)", 輻射科学研究会資料 (昭和46年2月)
- (22) 杉尾, 牧本: "変分法による多導波管開口からの放射および相互結合の解析", 電子通信学会全国大会, 444, p.446 (昭46-04)
- (23) Y. Sugio and T. Makimoto: "Mutual coupling between open-ended waveguides constituting finite planar array", 1971 International Symposium on Antennas and Propagation, 2-I D1, pp.51-52, Sendai (Sep. 1971)
- (24) 杉尾, 牧本: "平面状有限アレイを構成する導波管開口間の相互結合", 電子通信学会論文誌(B), Vol.55-B, No.3, pp.105-112 (昭47-03)
- (25) J. A. Stratton: "Electromagnetic Theory", p.250, McGraw-Hill Book Co. (1951)
- (26) 梅原忠利: "電磁波序説", p.178, p.190, コロナ社(昭38-08)
- (27) R. E. Collin: "Field Theory of Guided Waves", pp.170- , McGraw-Hill Book Co. (1960)
- (28) N. Marcuvitz: "Waveguide Handbook" Chap.1, McGraw-



Hill Book Co. (1951)

- (29) P.M. Morse and H. Feshbach: "Methods of Theoretical Physics, Part II", p. 1117, McGraw-Hill Book Co. (1953)
- (30) R.N. Ghose: "Microwave Circuit Theory and Analysis", p. 209, McGraw-Hill Book Co. (1963)
- (31) 杉尾, 牧本: "有限導波管開口アレイの相互結合(Ⅱ)", 電子通信学会アンテナ伝搬研究会資料, AP71-15 (1971-06)
- (32) 杉尾, 牧本: "導波管開口平面状有限アレイにおける散乱係数の定留表示式", 電子通信学会論文誌(B), Vol. 55-B, No. 6, pp. 326-327 (昭47-06)
- (33) Y. Sugio and T. Makimoto: "Stationary expressions for scattering coefficients of rectangular waveguides with dielectric plugs constituting a finite planar array", IEEE Trans., AP-20, pp. 657-659 (Sep. 1972)
- (34) L. Lewin: "Advanced Theory of Waveguides", pp. 126-127, Ilife and Sons (1951)
- (35) 杉尾, 牧本: "導波管開口アレイの相互結合と素子間隔", 放射科学研究会資料 (昭47-04)
- (36) 杉尾, 西村, 牧本: "導波管開口アレイの相互結合と素子間隔", 電子通信学会アンテナ伝搬研究会資料, AP72-41 (1972-09)
- (37) 杉尾, 牧本: "導波管開口アレイの相互結合と素子間隔", 電子通信学会論文誌(B) (投稿中)
- (38) 杉尾, 西村, 牧本: "周期的に短絡導波管を付加した導波管開口アレイ", 電気関係学会関西支部連合大会, G10-7 (昭47-10)

## 付 録

### 1. 相互アドミッタンスの相反関係 $Y_{ij} = Y_{ji}$ の証明

図 A-1 に示された領域  $V$  に Lorentz の定理を適用すると

$$\int_S \{ \mathbf{E}^{(i)} \times \mathbf{H}^{(j)} - \mathbf{E}^{(j)} \times \mathbf{H}^{(i)} \} \cdot \mathbf{n} ds$$

$$= \sum_{\ell=1}^N \int_{S_\ell} \{ H_\ell^{(i)} \cdot K_\ell^{(j)} - H_\ell^{(j)} \cdot K_\ell^{(i)} \} dS_\ell = 0 \quad (\text{A} \cdot 1)$$

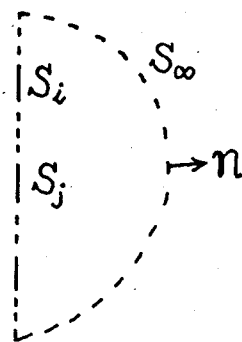


図 A-1

となる。導波管内および  $V$  内の電磁界は各開口部  $S_\ell$  において連続しているため、 $S_\ell$  における電

磁界として式 (2.4) および (2.5) で表わされるものを用いると式 (A.1) から

$$I_j^{(i)} V_j^{(j)} - I_i^{(j)} V_i^{(i)} = 0 \quad (\text{A} \cdot 2)$$

なる関係が得られ、一方  $I_j^{(i)} = Y_{10}^H Y_{ij} V_i^{(i)}$  としてあるので結局上の式から  $Y_{ij} = Y_{ji}$  なる関係が得られることになる。

### 2. 結合ファクタ $Q_{mn}^{rs}$ の表示式

結合ファクタは式 (2.20d) からわかるように 4 重積分で与えられるが、これらは適当な変数変換を用いると以下のように 2 重積分に直される。

$$Q_{mn}^{rs}(l, k) = \frac{j}{4} \frac{\frac{\lambda}{a} \frac{\lambda}{b}}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} \frac{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n \epsilon_r \epsilon_s}}{\sqrt{\left\{ \left( \frac{m\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\lambda}{b} \right)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{r\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{s\lambda}{b} \right)^2 \right\}}} \left[ 4 \left\{ \frac{m\lambda}{a} \frac{r\lambda}{a} A_{mn}^{rs}(l, k) \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{n\lambda}{b} \frac{s\lambda}{b} B_{mn}^{rs}(l, k) \right\} - \left\{ \left( \frac{m\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\lambda}{b} \right)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{r\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{s\lambda}{b} \right)^2 \right\} C_{mn}^{rs}(l, k) \right] \quad (\text{A} \cdot 3)$$

$$Q_{mn}^{rs}(lH, kE) = -2j \frac{\frac{\lambda}{a} \frac{\lambda}{b}}{\sqrt{1-(\sqrt{2}a)^2}} \frac{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}}{\sqrt{\left\{ \left( \frac{m\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\lambda}{b} \right)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{r\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{s\lambda}{b} \right)^2 \right\}}} \left[ \frac{m\lambda}{a} \frac{s\lambda}{b} A_{mn}^{rs}(l, k) - \frac{r\lambda}{a} \frac{n\lambda}{b} B_{mn}^{rs}(l, k) \right] \quad (A \cdot 4)$$

$$Q_{mn}^{rs}(lE, kE) = 4j \frac{\frac{\lambda}{a} \frac{\lambda}{b}}{\sqrt{1-(\sqrt{2}a)^2}} \frac{1}{\sqrt{\left\{ \left( \frac{m\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\lambda}{b} \right)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{r\lambda}{a} \right)^2 + \left( \frac{s\lambda}{b} \right)^2 \right\}}} \left[ \frac{n\lambda}{b} \frac{s\lambda}{b} A_{mn}^{rs}(l, k) + \frac{m\lambda}{a} \frac{r\lambda}{a} B_{mn}^{rs}(l, k) \right] \quad (A \cdot 5)$$

(i)  $m = r \neq 0, n = s = 0$

$$\left. \begin{array}{l} A_{m0}^{n0}(l, k) \\ C_{m0}^{n0}(l, k) \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{k}{\lambda}} \int_0^{\frac{a}{\lambda}} \left\{ \begin{array}{l} \phi(\tau, 0) + \phi(\tau, -0) \\ + \phi(-\tau, 0) + \phi(-\tau, -0) \end{array} \right\} \left( \frac{b}{\lambda} - 0 \right) \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{a}{\lambda} - \tau \right) \cos \frac{m\pi\lambda}{a} \tau + \frac{a}{m\pi\lambda} \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau \\ \left( \frac{a}{\lambda} - \tau \right) \cos \frac{m\pi\lambda}{a} \tau - \frac{a}{m\pi\lambda} \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau \end{array} \right\} d\tau d\sigma$$

(ii)  $m = r = 0, n = s \neq 0$

$$\left. \begin{array}{l} B_{0n}^{0n}(l, k) \\ C_{0n}^{0n}(l, k) \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{k}{\lambda}} \int_0^{\frac{a}{\lambda}} \left\{ \begin{array}{l} \phi(\tau, 0) + \phi(-\tau, 0) \\ + \phi(\tau, -0) + \phi(-\tau, -0) \end{array} \right\} \left( \frac{a}{\lambda} - \tau \right) \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{b}{\lambda} - 0 \right) \cos \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma + \frac{b}{n\pi\lambda} \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma \\ \left( \frac{b}{\lambda} - 0 \right) \cos \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma - \frac{b}{n\pi\lambda} \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma \end{array} \right\} d\tau d\sigma$$

(iii)  $m \neq r, n = s = 0$

$$\left. \begin{array}{l} A_{m0}^{r0}(l, k) \\ C_{m0}^{r0}(l, k) \end{array} \right\} = \frac{1}{\pi} \frac{a}{\lambda} \int_0^{\frac{k}{\lambda}} \int_0^{\frac{a}{\lambda}} \left\{ \begin{array}{l} \phi(\tau, 0) + \phi(\tau, -0) \\ + (-1)^{m+r} [\phi(-\tau, 0) + \phi(-\tau, -0)] \end{array} \right\} \left( \frac{b}{\lambda} - 0 \right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} (-1)^{m+r} m \sin \frac{r\pi\lambda}{a} \tau - r \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau \\ (-1)^{m+r} r \sin \frac{r\pi\lambda}{a} \tau - m \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau \end{array} \right\} d\tau d\sigma$$

(iv)  $m = r = 0, n \neq s$

$$\left. \begin{array}{l} B_{0n}^{0s}(l, k) \\ C_{0n}^{0s}(l, k) \end{array} \right\} = \frac{1}{\pi} \frac{b}{\lambda} \int_0^{\frac{k}{\lambda}} \int_0^{\frac{a}{\lambda}} \left\{ \begin{array}{l} \phi(\tau, 0) + \phi(-\tau, 0) \\ + (-1)^{n+s} [\phi(\tau, -0) + \phi(-\tau, -0)] \end{array} \right\} \left( \frac{a}{\lambda} - \tau \right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} (-1)^{n+s} n \sin \frac{s\pi\lambda}{b} \sigma - s \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma \\ (-1)^{n+s} s \sin \frac{s\pi\lambda}{b} \sigma - n \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma \end{array} \right\} d\tau d\sigma$$

(V)  $m=r \neq 0, n \neq s$

$$\left. \begin{aligned} A_{mn}^{ms}(l, k) \\ B_{mn}^{ms}(l, k) \\ C_{mn}^{ms}(l, k) \end{aligned} \right\} = \frac{1}{n^2 - s^2} \int_0^{\frac{b}{\lambda}} \int_0^{\frac{a}{\lambda}} \left\{ \begin{aligned} &\phi(\tau, \sigma) + \phi(-\tau, \sigma) \\ &+ (-1)^{n+s} [\phi(\tau, -\sigma) + \phi(-\tau, -\sigma)] \end{aligned} \right\} \\ \left\{ \begin{aligned} &[(\frac{a}{\lambda} - \tau) \cos \frac{m\pi\lambda}{a} \tau + \frac{a}{m\pi\lambda} \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau] [(-1)^{n+s} s \sin \frac{s\pi\lambda}{b} \sigma - n \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma] \\ &[(\frac{a}{\lambda} - \tau) \cos \frac{m\pi\lambda}{a} \tau - \frac{a}{m\pi\lambda} \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau] [(-1)^{n+s} n \sin \frac{s\pi\lambda}{b} \sigma - s \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma] \\ &[(\frac{a}{\lambda} - \tau) \cos \frac{m\pi\lambda}{a} \tau - \frac{a}{m\pi\lambda} \sin \frac{m\pi\lambda}{a} \tau] [(-1)^{n+s} s \sin \frac{s\pi\lambda}{b} \sigma - n \sin \frac{n\pi\lambda}{b} \sigma] \end{aligned} \right\} d\tau d\sigma$$

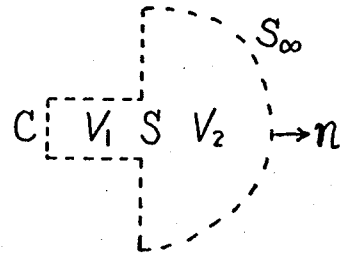
ここに

$$\phi(\tau, \sigma) = \frac{e^{-j2\pi\sqrt{(\tau+U_{\ell R})^2 + (\sigma+V_{\ell R})^2}}}{\sqrt{(\tau+U_{\ell R})^2 + (\sigma+V_{\ell R})^2}}, \quad U_{\ell R} = \frac{u_2 - u_1}{\lambda}, \quad V_{\ell R} = \frac{v_2 - v_1}{\lambda} \quad (A \cdot 6)$$

である。なをまだ三組の  $(m, r), (n, s)$  に対する組み合わせの場合があるが、繁雑になるため省略する。

### 3. $S_{ij} = S_{ji}$ の証明

いま、各導波管内の誘電体プラグの領域をひとまとめにして図A-2のように  $V_1$  で表わすことにし、 $V_1$  と  $V_2$  の合成領域に Lorentz の定理を適用すると



$$\int_{V_1+V_2} \nabla \cdot \{ E^{[ij]} \times H^{[j]} - E^{[j]} \times H^{[ij]} \} dV \\ = \int_C \{ H_1^{[ij]} \cdot K_1^{[j]} - H_1^{[j]} \cdot K_1^{[ij]} \} dC + \int_S \{ H_1^{[j]} \cdot K_1^{[ij]} - H_1^{[ij]} \cdot K_1^{[j]} \} dS \\ + \int_S \{ H_2^{[ij]} \cdot K_2^{[j]} - H_2^{[j]} \cdot K_2^{[ij]} \} dS = 0 \quad (A \cdot 7)$$

となる。ところで、電磁界は  $S$  および  $C$  のいずれの境界面においても連

続しているため、式(A・7)の第2項と第3項とは相殺され

$$\int_C \{H_i^{[ij]} \cdot K_i^{[ij]} - H_i^{[ji]} \cdot K_i^{[ji]}\} dC = 0 \quad (A \cdot 8)$$

となる。C上の電磁界として導波管内真空領域の式(3・4)および式(3・5)で与えられる電磁界を用いることができ、これらを式(A・8)に代入して整理すると

$$\begin{aligned} & (E_{oi} e^{j\beta d_i} - D_i^{[ij]} e^{-j\beta d_i}) D_i^{[ij]} e^{-j\beta d_i} + D_i^{[ji]} e^{-j\beta d_i} (E_{oi} e^{j\beta d_i} + D_i^{[ij]} e^{-j\beta d_i}) \\ & - D_j^{[ij]} e^{-j\beta d_j} (E_{oj} e^{j\beta d_j} + D_j^{[ij]} e^{-j\beta d_j}) - (E_{oj} e^{j\beta d_j} - D_j^{[ji]} e^{-j\beta d_j}) D_j^{[ij]} e^{j\beta d_j} = 0 \end{aligned} \quad (A \cdot 9)$$

なる関係が得られる。この式に式(3・15)を代入して整理すると結局  $S_{ij} = S_{ji}$  の関係が得られる。