



Title	強ミラー磁場中の磁場反転配位(FRC)プラズマの2次元平衡に関する理論的研究
Author(s)	鈴木, 敬久
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3184429
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

強ミラー磁場中の磁場反転配位(FRC)プラズマの 2次元平衡に関する理論的研究

2000 年 12 月

鈴木 敬久

Abstract

The field-reversed configuration (FRC) is one of the compact toroid, which is a toroidal plasma confinement system without material structures linking the plasma, and is formed, in our case, by a theta pinch. The FRC has an axially elongated separatrix shape. It consists of poloidal magnetic field and has no toroidal field.

The FRC has as high volume averaged β value $\langle\beta\rangle$ as 0.9 or larger. The plasma with high pressure is efficiently maintained in the external solenoidal field. The external magnetic field has mirror field at both ends to contain the FRC axially. The intensity of the mirror field can be changed easily, and in this way the axial force balance is modified. As $\langle\beta\rangle$ of the FRC is determined from the axial force balance, therefore, it is affected by the strong mirror field. Simultaneously, the structure of the magnetic field inside the separatrix is changed.

In this thesis, the two-dimensional equilibrium calculation code, which can deal with wide range of mirror strength, is developed to investigate FRC equilibria under the strong mirror effect. This equilibrium code is based on the Grad-Shafranov equation which is derived from the ideal magneto-hydrodynamics (MHD) model. With this code, the equilibrium solution as observed in the actual experiment can be obtained in the strong mirror condition. It is shown that the equilibrium shape is dramatically changed by increasing the strength of the mirror field. The separatrix length of the FRC is limited by the strong mirror field, which signifies that the FRC equilibrium is controlled by the mirror field. In the strong mirror field, narrow and sharp spike appears in the toroidal current profile. This makes the equilibrium calculation difficult. In this code this problem is overcome by using the boundary fitted curvilinear coordinate system to attract the calculation grid points in the current peaking region.

The actual equilibrium observed in the experiment has the edge layer plasma in the open field region. To investigate this observation, effects of the magnetic mirror field on the profile of the edge plasma pressure are also examined. Without the mirror field, the separatrix opens up in the axial direction when the edge width is larger than a certain critical value. When the mirror field is applied, the critical value of the edge-layer thickness increases and the δ (edge layer width) domain in which the closed configuration is obtained is expanded. When the mirror ratio is larger than 2, closed configuration is obtained for any value of the edge layer thickness. The region in which closed separatrix solutions exist is obtained on the R_m - δ (mirror ratio and edge layer width) plane. This result is useful to determine mirror field strength in designing the FRC apparatus.

概要

磁場反転配位(FRC)プラズマはシートピンチによって生成される, コンパクト・トロイドの一種である. これは外部の構造物がプラズマと鎖交しないトロイダル磁場閉じ込め容器である. FRC プラズマは軸方向に延ばされたセパラトリックス形状を持ち, トロイダル磁場はなくポロイダル磁場のみで構成されるという特徴をもっている.

FRC プラズマは0.9 もしくはそれ以上の非常に高い平均 β 値 $\langle\beta\rangle$ を持っており, 高い圧力を持つプラズマが外部のソレノイドコイルによって効率的に閉じ込められている. FRC 装置には通常, FRC プラズマを軸方向に閉じ込めるためにその両端にミラー磁場が付加しており, このミラー磁場の強度は比較的容易に変更できるために, その強度を変更することにより FRC プラズマの軸方向釣り合いを変更できる. FRC プラズマの $\langle\beta\rangle$ は軸方向釣り合いによって決定され, このことから $\langle\beta\rangle$ は強いミラー磁場によって影響を受けると考えられる. そうするとミラー磁場により, 同時にセパラトリックス内の磁場構造も変更されると考えられる.

本論文では強いミラー磁場の影響下にある FRC プラズマの平衡についての知識を得るために, 広い範囲のミラー磁場強度を扱うことの出来る 2 次元平衡計算コードを開発した. この平衡コードは理想 MHD モデルより導かれる Grad-Shafranov 方程式に基づいており, これを用いれば強いミラー磁場が印加されている条件下においても, 実験で観測されるような平衡解を得ることが出来る. ここでは, ミラー磁場の強度が増加するのに従って平衡形状が顕著に変化することを示している. また FRC のセパラトリックス長は強いミラー磁場によって制限されることが分かった. このことは FRC プラズマの平衡がミラー磁場により制御できることを示している. 強いミラー磁場の影響下ではトロイダル電流密度分布に非常に鋭いピークが現れ, この鋭い電流のピークが平衡計算を困難な物にしていた事を見いだした. ここで用いた平衡コード中では境界適合曲線座標系を用いており, 電流の鋭くピークしている領域に計算格子を集めることによりこの問題を克服している.

実際の実験において観測される平衡では, 開いた磁力線の領域に周辺プラズマが存在する事が分かっている. これらの観測結果について調べるために, ミラー磁場圧が周辺プラズマ圧に及ぼす影響についても考察を行った. ミラー磁場が存在しない場合, 周辺層の厚みがある臨界値を越えるとセパラトリックスは軸方向に開く. ミラー磁場を印加していくと, 周辺層の厚みの臨界値が増加し, 閉じたセパラトリックスを持つ平衡配位の得られる領域が広がる. またミラー比が2以上の場合, どのような周辺層

の厚みに対しても閉じたセパトリックスを持つ配位が得られることが分かった。さらにここでは $R_m-\delta$ （ミラー比と周辺層の厚み）平面上で閉じたセパトリックスを持つ平衡解の領域を得ている。この結果はFRC装置を設計する場合にミラー比を決定するのに有効である。

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	FRC プラズマの平衡	9
2-1	緒言	9
2-2	FRC プラズマの概要	10
2-3	Grad-Shafranov 方程式	11
2-4	FRC プラズマの平衡の諸性質	15
2-5	規格化	19
2-6	1 次元平衡解	20
2-7	結言	24
第 3 章	ミラー磁場中の 2 次元平衡のための数値計算法	25
3-1	緒言	25
3-2	円筒体系における数値解法	28
3-2-1	境界条件	28
3-2-2	G-S 方程式の離散化	28
3-2-3	非線形固有値問題	28
3-3	圧力分布	32
3-4	ミラー磁場配位	37
3-5	一般曲線座標系における Grad-Shafranov 方程式	38
3-5-1	ミラー磁場を考慮した境界条件	39
3-5-2	一般座標変換	39
3-5-3	微分幾何学的な準備	41
3-5-4	G-S 方程式の変換	43
3-6	領域分割を用いたミラー磁場中の平衡計算	45
3-7	楕円型格子生成法を利用したミラー磁場中の平衡計算	48
3-8	結言	51

第4章 強いミラー磁場中でのFRCプラズマの2次元平衡	53
4-1 緒言	53
4-2 計算手法	55
4-3 $R_m=1.0$ の場合の磁気面形状の変化	56
4-4 楕円型の平衡に対する強いミラー磁場の影響	59
4-4-1 平衡形状の変化	59
4-4-2 x_s と l_s の R_m に対する依存性	61
4-4-3 トロイダル電流密度の R_m 依存性	63
4-5 レーストラック型の平衡に対する強いミラー磁場の影響	64
4-5-1 平衡形状の変化	64
4-5-2 トロイダル電流密度の R_m 依存性	64
4-6 ミラー磁場が β 値に及ぼす効果	67
4-7 実験との比較	69
4-8 電流分布インデックス	71
4-9 ミラー磁場による平均 β 値の x_s 依存性の変化	73
4-10 ミラー磁場磁場中の計算における曲線座標系の有意性	75
4-11 結言	76
第5章 周辺プラズマ圧力とミラー磁場圧力の影響	79
5-1 緒言	79
5-2 計算モデル	81
5-3 2次元平衡への周辺プラズマの影響	81
5-3-1 $R_m=1.0$ の場合	81
5-3-2 $R_m=2.8$ の場合	83
5-4 閉じた $\psi=0$ 面を許容する周辺プラズマ層の厚みの臨界値	85
5-4-1 $R_m=1.0$ の場合	85
5-4-2 $R_m=1.2$ と 2.8 の場合	86
5-5 閉じた $\psi=0$ 面を持つ平衡解の領域	88
5-6 ミラー磁場による端部磁場構造の変化	89
5-7 ミラー磁場と周辺プラズマのある場合の軸方向釣り合いの変化	91
5-8 磁力線に沿った磁場強度の変化	94

5-9 実験結果との比較	97
5-10 R_m, δ に関する平衡状態の性質の比較	99
5-11 結言	102
第6章 総括	105
参考文献	109
謝辞	113
著者発表論文	115

第1章 序論

現在全世界の人口は60億程度であるが、21世紀中頃には約100億に達するであろう事が予測されている。地球上のそれだけの人口を支えるためには現在の約2倍のエネルギー供給が必要であると考えられている。また21世紀中頃までのエネルギー供給は石油、石炭、天然ガスなどの化石燃料でまかなえるが、22世紀初頭には現在の6~7倍のエネルギーが必要とされると予測されており、エネルギーの供給源として核分裂、核融合エネルギーが必要であると考えられている。また一方、現在世界中に情報通信網が急激に張り巡らされつつあり、人類の文化の基盤の一つとして、データフローの文化が形成されつつある。このようなデータフローの文化は21世紀中に急激に発展すると考えられるが、それを維持するためには安定したエネルギーの供給が必要である。以上のように今後必要なのは安定して供給される、人類の人口や文化に適したエネルギー源の確保である。現在様々な新しい形態のエネルギー源が開発されつつあるが、その中でも期待されるのはほとんど無尽蔵といってよい核融合エネルギー[1]である。

核融合は通常、恒星の中心部で定常的に起こっている自然現象である。恒星は空間的に大きな領域を占め、中心核は光学的に不透明なので中心部からの輻射損失がほとんどない[2]。従って恒星の中心部では数千万度という比較的低い温度で核融合がおこる。しかし地球上で制御された核融合を実現する場合、核融合反応を起こす空間の範囲に限られるために、1億度程度に維持できなければ制動放射による輻射損失が核融合によるエネルギーよりも上回り核融合炉が作動しない。このように地上で核融合を行うためには限られた空間のなかに非常に高温のプラズマを閉じ込める必要があり、そのために現在様々な形式のプラズマ閉じ込め装置[3]が研究されている。

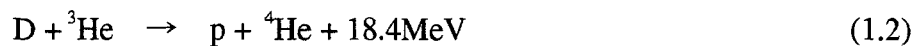
核融合のためにプラズマ閉じ込めを行う装置として現在の主流はトカマク型磁場閉じ込め核融合炉[3]である。この核融合炉は主に現在重水素(D)とトリチウム(T)を用いた次のような核融合反応



を用いることを念頭に置いて装置の開発が行われている。これはD-T反応の反応断面

積が比較的大きく、核融合炉としての条件を達成しやすいためである。現在トカマク装置としてはJET[4]やTFTR[5]がある程度の核融合出力を得るにいたっている。また現在国際熱核融合炉(ITER)[6]が工学設計の段階までに達しており最終設計報告の完成を間近としている。このようなITERによる核融合炉の実証は核融合によるエネルギーの確保の第一歩として重要である。しかしこのようなトカマク炉には次のような問題があるのも事実である。(1.1)式に示すように核融合による生成物に中性子が含まれており、これによる炉壁の損傷と放射化がおこる。またトカマク炉のベータ値（磁場圧力に対するプラズマ圧の比）は2-3%と非常に小さく、非常に強い閉じ込め磁場が必要となる。このために装置が複雑かつ巨大化し、コスト的にも非常に高くつく問題点などがある。

一方トカマクによるD-T反応核融合炉を第一世代と考えたとき、第二世代の核融合として次のような重水素(D)とヘリウム3(^3He)による核融合反応[7,8]が提案されている。



この核融合では、核融合生成物としてプロトン(p)とヘリウム4(^4He)が主体であり、放射化を起こすような中性子の生成がより少ないクリーンな核融合として期待がもたれている。しかしこの反応断面積はD-T反応より小さく、D-T反応を起こすのに20keV程度のプラズマ温度が必要であったのに対して、100keV以上のプラズマ温度が必要である。従ってD- ^3He 核融合反応は低いベータ値のトカマクで実現するのは非常に難しい。

トカマク以外の磁場閉じ込め方式の核融合炉としては磁場反転配位(FRC)[9,10]が次世代の核融合炉として提案されている。FRCプラズマは逆バイアステータピンチ法により生成され、その特徴は非常に高い平均 β 値を持つことであり、その値はほぼ1である。これはほぼ100%の磁場利用効率を示し、非常に高い圧力のプラズマをコンパクトな装置で保持出来ることを意味している。以上のような特性からFRCプラズマはD- ^3He 反応を起こすのに最適と考えられ、FRCプラズマを用いたD- ^3He 核融合炉の概念設計なども行われている。またFRCプラズマはその外部に開いた磁力線領域を持っており自然なダイバータを形成している。D- ^3He 反応によるエネルギーの担い手は主にpであり、FRCプラズマにおける自然なダイバータへpを導くことにより直接エネルギー変換器[11]を通して電力を得る可能性も考えられている。このようにFRCプラズマは次世代の核融合炉心として優れた可能性有している。

本研究の背景、目的及び構成

FRC プラズマの実験は国内では東京大学[12], 日本大学[13], 大阪大学[14], 海外ではロス・アラモス国立研究所[15], ワシントン大学[16]で主に行われているが, 現在FRC プラズマに関する研究はトカマク型を含む他の装置と比べて遅れているのが現状である. それは一般にFRCの配位持続時間が他の方式の装置と比較して非常に短いことに起因している. 最近のFRC 装置では配位持続時間を長くするために, FRCを生成する生成部から, FRCの準定常閉じ込めを行うための, 大容量の金属容器で構成される閉じ込め部と呼ばれる領域へ移送する方法が採用されているものがある. この方法により配位持続時間が数十 μsec から数百 μsec に延びるために, 閉じ込め容器内で様々な測定が行えるようになった.

このような移送型のFRC プラズマ閉じ込め装置には, Washington大学のTCS装置や図1.1に示すような大阪大学のFIX装置[17]がある. これらの装置は閉じ込め部において両端部に能動的に磁場強度を変更できる強いミラー磁場配位を持ち, このミラー磁場配位を含めて積極的に外部磁場分布を変更できるような構造に設計されており, 今まで行うことが出来なかった磁場印加実験が行える. FRCプラズマの平衡は第2章で述べるように, セパトリックス内のプラズマ圧と外部磁場圧力との圧力釣り合いによって決まっており, 外部磁場分布の変更に対してFRCコアプラズマは非常に敏感に影響を受けると考えられる. 従ってこれらの外部磁場分布を変更できる装置において, FRCプラズマの平衡は, 従来までの装置と比較して違った性質を持つのではないかと考えられ, それらの効果を調べることを期待されている. 例えば外部磁場の変更により閉じ込め特性の改善, 安定性に対する影響などが考えられ, 大阪大学のFIX 装置で

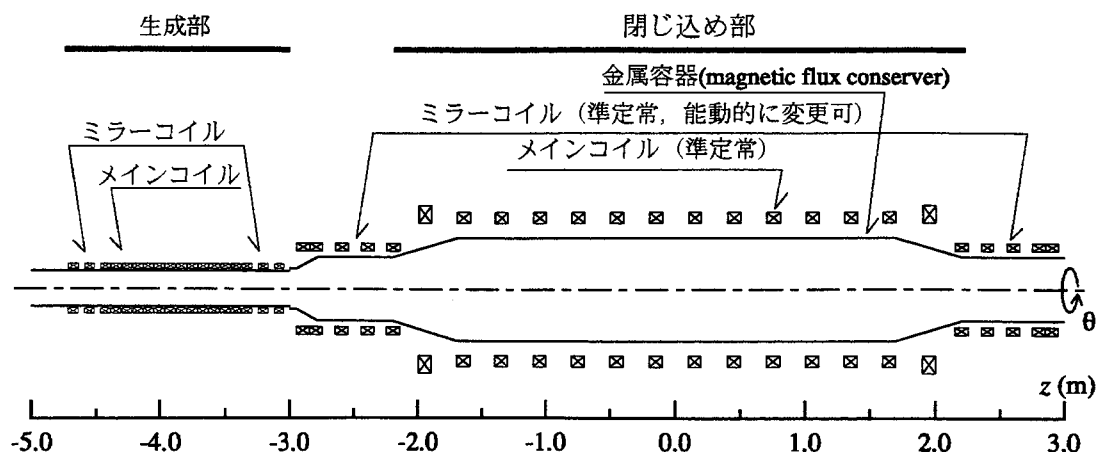


図1.1 FIX装置概略図. FIX装置は図のように左の生成部, 右の閉じ込め部から構成されている. 閉じ込め部両端部のミラーコイルにより生成されるミラー磁場は能動的に変更できる.

は強いミラー磁場の間隔を変更することにより、FRCプラズマを軸方向に圧縮し平衡を制御する実験[18]が実際に行われている。

FRC両端部のミラー磁場の変更は、外部磁場分布の変更の1つの形態であり、軸方向の釣り合いを能動的に容易に変えられるという長所がある。軸方向釣り合いは第2章で述べるように、プラズマの閉じ込め効率を示す量である $\langle\beta\rangle$ （平均 β 値）と密接に関っており、 $\langle\beta\rangle$ は強いミラー磁場に影響されると考えられる。また $\langle\beta\rangle$ は圧力分布より求められるので、ミラー磁場によりFRC内部の圧力分布や磁場分布は変更されるはずである。そうすると今までの単純な円筒体系、もしくは弱いミラー磁場の影響を受けた平衡等とは軸方向の釣り合いが大きく異なっているので、今まで調べられてきた2次元平衡とはその磁場構造もかなり変更されているものと考えられる。

一方、ごく最近のFIX装置における強いミラー磁場の効果を受けたFRC平衡でのコアプラズマ周辺部の測定[19]において、周辺プラズマ層の厚みがかなり厚いことが判明しており、周辺プラズマ圧の分布はセパトリックスの外に向けて指数関数的に減少するものであった。このような厚い周辺プラズマ層は今までの移送を行わない装置では得られなかった結果であり、周辺層が厚いとそのプラズマ圧がコアプラズマに影響を与える事が推測される。この周辺層の効果についてはまだ不明な点が多く現在も研究が進められている。ミラー磁場の効果がない場合に限ると、過去の数値計算による2次元平衡解析では、周辺プラズマ層を厚くすると同等の操作をした場合、周辺プラズマ圧がFRC周辺の磁場圧力を弱めてしまい、最終的にFRC平衡を外部の磁場で支えられなくなり、結局 $\psi=0$ （ ψ は磁束関数）で定義されるセパトリックスが軸方向に開いてしまう[20]という結果が得られている。このような結果は物理的には、周辺プラズマ層が厚くなった場合、コアプラズマの領域が閉じ込め領域から流れ出してしまい、結果としてFRCとして閉じ込められる平衡が存在できなくなることを示している。しかしFIX装置においては、平衡が存在できないと思われる周辺プラズマ層の厚みに対しても、2次元の平衡が観測されており、このような平衡がどのようにして成り立っているか調べる必要がある。

以上のように強いミラー磁場の効果を受けた平衡や、コアプラズマの周辺部に厚い周辺層を持つFRCの磁場構造については、実験自身がまだ始まったばかりであり、不明な点が多い。このような平衡について知識を得るためには、実験装置において磁気プローブなどの測定法を用いて直接測定を行うのが最良の手段である。しかし磁場構造が詳しく分かる程度に磁気プローブ等を配置しようとした場合、プラズマ本体に悪影響を与え、測定機器自身が配位を壊したり、プラズマの位置を変えてしまうなどの実際的な問題がでてくる。実際的な問題としては、FRCプラズマ自身が閉じ込め容

器内で位置を変えてしまうというプラズマシフト[19]の問題もある。また測定によるノイズなども大きな問題であり、精密な直接測定により磁場構造などの決定が行えないのが現状である。

これらの現状を補完するために理論側からのアプローチが考えられる。FRCプラズマの平衡、特に磁場構造を調べるためには理想MHD(magneto-hydro-dynamics)方程式系[21]から導き出されるGrad-Shavranov方程式[22]が以前からよく使われており、この解を調べることにより2次元平衡についての知識を得るのが現在考えられる手段の中で最も良い方法の1つである。FRCプラズマにMHD平衡モデルを使うことの妥当性については、限定された条件下における実験結果と比べた考察が本論文中に述べられている。Grad-Shavranov方程式は軸対称トロイダル・プラズマの静止平衡を記述する方程式であり、FRCプラズマに関しては、これを用いた2次元平衡解析において現在までに次のような方法を用いて調べられてきた。

まず解析解であるが、Grad-Shavranov方程式のFRC解としてHillの渦(Hill's vortex)解等を代表にして、いくつかの解が調べられている。このような解析的な方法により、実験結果を反映するような解が得られれば非常に都合がよいが、この方法は以下に述べるように多くの問題点を含んでいる。

- ・内部解と外部解とを自由境界において接続させるのが非常に難しい。(ここで内部解は閉じた磁力線領域の解、外部解は開いた磁力線領域の解である。)
- ・実験結果を反映するような圧力分布を導入した場合、解を得るのがほとんど不可能である。
- ・ミラー磁場のような付加的な磁場に対応できない。
- ・円筒体系以外の境界条件に対応するのが難しい。

以上のように解析的な方法は解を得るための自由度が低い。次に数値解であるが、これは解析解に比べて次のような特徴がある。

- ・圧力分布として実験を反映するような物を選択できる。
- ・ミラー磁場を付加するような計算が行える。

このような数値的な解法を用いては、以下のようなFRC解が調べられている。

- (1)円筒体系における実験を反映したような細くて長い解[24]。
- (2)弱いミラー磁場中(ミラー比が1.2~1.5)でのセパトリックス半径が細くて、セパトリックス長の長い解[25]。
- (3)強いミラー磁場中(ミラー比が2.0以上)のセパトリックス半径が太い平衡解[26]。

このように、概して今までのFRCプラズマは円筒の真空容器内に閉じ込められた実験

で行われており、ほとんどの数値計算は(1),(2)のように単純な境界条件の基で行われてきた。また強いミラー磁場中の平衡解(3)は境界条件によるミラー磁場の与え方が不自然であり、セパラトリックス半径がほとんど真空容器壁にまで近づく解なので、実際の実験を反映するような解とは言い難い。

このように理論的なGrad-Shavranov方程式のアプローチにおいても、ここで紹介したようなFIX装置やTCS装置の平衡を反映するような、強いミラー磁場中での細くて長い解は得られていない。実際に、強いミラー磁場の効果を受けた細くて長い平衡解を数値計算により得ようとした場合に、様々な問題点に遭遇し、容易ではない。本研究ではいままで行われていなかった強いミラー磁場中での平衡計算が可能な2次元平衡コードを独自に開発した。そしてその平衡コードを用いて強いミラー磁場中でのFRC 2次元平衡の性質、さらに強いミラー磁場による端部ミラー磁場圧と周辺プラズマ層による周辺プラズマ圧の複合的な効果を初めて調べられるようになったところに本研究の独自性がある。

以上に述べてきたことから、本研究の目的は以下の通りにまとめられる。

- ・強いミラー磁場の効果がある場合にも2次元FRC平衡解を得ることが出来る平衡計算コードを開発する。[第3章]
- ・平衡コードを利用し、ミラー磁場強度を変更し、強いミラー磁場を印加した場合に2次元平衡がどのように変化し、どのような性質を持つかについての知識を得る。[第4章]
- ・厚い周辺層を持ったFRCプラズマについてミラー磁場との複合的な効果についての知識を得る。[第5章]
- ・実験結果との比較を行いMHD平衡モデルとの比較を行う。[第4章・第5章]
- ・強いミラー磁場中での計算法の指針を得る。[第5章]

以上を踏まえて、本論文は以下の6章から構成されている。

第1章では、本研究を着手するに至った背景と動機及び研究目的について述べてきた。

第2章では、本研究の対象となるFRCプラズマの概要について述べ、その平衡の諸性質について述べている。またFRCプラズマのような軸対称の磁場閉じ込め方式のプラズマの静的平衡を記述するのが、理想MHD方程式系から導かれるG-S方程式であることを示す。またMHD平衡モデルを使用することについてもここで簡単に述べている。G-S方程式は非線形の偏微分方程式であり、その解が一意的には求められず、扱うのが非常に困難であることについても言及する。

第3章では強ミラー磁場中におけるFRCプラズマの平衡解を求めるためのG-S方程

式の数値解法と独自に開発した2次元平衡計算コードについて述べている。このコード中では、第2章で述べたG-S方程式の解を得る場合の困難さを解決するために非線固有値問題を適用し、実験データから右辺の特性関数 $p(\psi)$ を決定する方法を用いて、唯一の自明でない解を得られるようにしている。また強ミラー磁場の影響下においても計算が行えるように、境界条件によるミラー磁場の導入を行っている。これに対応するために一般曲線座標系上で扱うことが出来る共変な形式のG-S方程式を導き出し、さらに境界に適合した計算格子を楕円型格子生成法により得るといった工夫を行い、強ミラー磁場中でも解が得られるような平衡コードについての解説を行っている。

第4章では、FRC端部の強いミラー磁場がFRCプラズマの平衡に及ぼす効果について、示している。これらの効果についての知識はここで開発した平衡コードに基づいており、強いミラー磁場の影響下での実験結果を反映するような平衡解はここで初めて得られたものである。ここでは実験との比較も行っており、FRCプラズマの大域的な平衡をMHD的に評価する事の妥当性について考察を行う。さら強いミラー磁場の影響を受けたFRCプラズマがセパトリックスにおいて非常に鋭いピークを持つことについても述べ、このような条件下において収束解を得るためにどの程度の格子点の引き寄せを行えば十分であるかを経験的に示す。

第5章では、強ミラー磁場と、厚い周辺プラズマ層の平衡への影響について得られた結果について述べる。ミラー比 R_m と周辺プラズマ層の厚み δ の関数として $\psi=0$ 面（セパトリックス）が開かないような領域を初めて定量的に求めた結果について示し、それについて述べている。さらにここでは、周辺プラズマ圧力の影響が大きいと考えられる装置において測定された磁場分布との比較を行い、周辺プラズマの存在するMHD平衡モデルの妥当性について考察する。

第6章では、本研究で得られた知見について総括を行う。
また本論文では特に断らない限り MKS 単位系を用いている。

第2章 FRC プラズマの平衡

2-1 緒言

この章ではFRCプラズマの2次元平衡の概要について示す．FRCプラズマの平衡の形状は軸方向に非常に引き延ばされた形状をしており，理論的にはポロイダル磁場のみで構成され，トロイダル磁場は存在しないという特徴を持っている．また非常に b 値が高いという利点を持っている．このようなFRC平衡は，Grad-Shafranov方程式(G-S方程式)によって記述出来る．G-S方程式はプラズマの物理現象を巨視的に扱うことができるMHD方程式系から導かれる．この章では最初にMHD方程式系を与え，それを用いてG-S方程式を導出する．またFRCプラズマの2次元平衡において重要な指標である平均 β 値についても述べる．

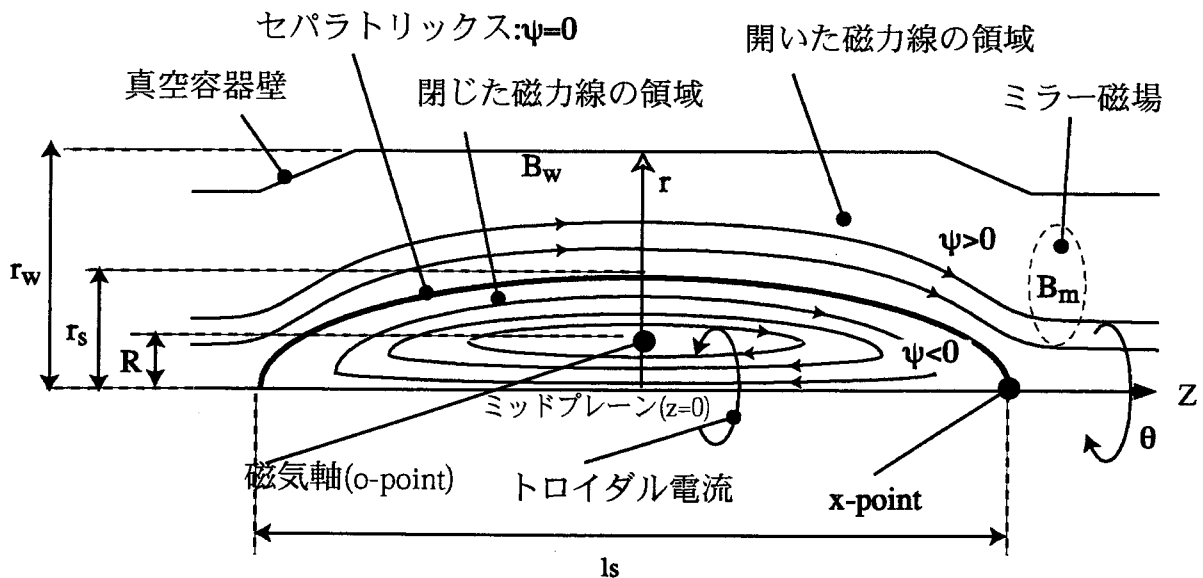


図2.1 FRC プラズマの概念図．図はFRC プラズマの断面図の上半分を示している．この配位は z 軸に対して対称になっている

2-2 FRC プラズマの概要

FRCプラズマ[9,10]はコンパクト・トーラス閉じ込めプラズマの一種である。コンパクト・トーラスとは、その磁場配位が軸対称であり、さらに閉じた磁力線の領域に閉じ込め用の磁場発生コイルなどの構造物が鎖交しないような磁気容器のことである。

このFRC配位の概念図を図2-1に示す。図に示すようにFRCプラズマはそれ自体のトロイダル電流による閉じた磁力線領域を持つ。またその外部に準定常磁場コイルによる開いた磁力線構造が閉じた磁力線領域を包んでいる。またこの開いた磁力線の領域では通常両端部がミラー磁場配位になっており、プラズマの位置座標を固定している。閉じた磁場領域において、構造軸近傍では磁力線の向きが逆転しており、このような構造上の特徴からFRC（磁場反転配位）と呼ばれている。このようにFRCプラズマは2重の磁場構造を持っている。

図に示すように閉じた磁力線領域と開いた磁力線領域の境界をセパトリックスと定義しており、ミッドプレーン($z=0$)において構造対称軸(z 軸)からセパトリックスまでの距離を r_s と決めており、これは近似的にプラズマの半径を示している。FRCプラズマにおいては r_s を真空容器壁までの半径で r_w 規格化したものを慣習的に x_s と表し、本研究ではこの指標を多用している。

ミッドプレーンにおいて構造対称軸からセパトリックスに向けて磁力線を追っていくと、磁場が逆転していることから分かるように、磁場強度が零となる磁場中性点が存在する。この点は楕円型の特異点[27]であり、*o-point* または磁気軸と呼ばれている。構造軸から磁気軸までの距離を R と定義する。セパトリックスをミッドプレーンからFRCの両端へ追っていくと、FRC端部に構造軸と交差する点が存在する。この点も磁場が零となる特異点であるが、こちらは双曲型特異点[27]であり、*x-point* と呼ばれている。FRC両端の*x-point*間の距離をセパトリックス長 l_s と定義する。本研究では l_s はすべて r_w によって規格化された値を用いていることに注意してほしい。*o-point* も*x-point*もこの周りではどの方向にも磁場強度が増大し、この周辺に粒子が補足される。しかし*x-point*は双曲型の特異点であり、磁力線が端部方向に開いた構造を持っていて、衝突などによる速度空間の拡散により、粒子損失が引き起こされているのではないかという議論[28]もなされている。

高温のプラズマはそのほとんどがセパトリックス内の閉じた領域に閉じ込められている。しかしプラズマ粒子の中にはセパトリックスを横切って拡散し、開いた磁力線の領域に移動し、開いた磁力線に沿って運動しているものもある。このような粒子はセパトリックスを包み込むような薄く広がったプラズマ領域を形成しこれを周

辺プラズマ[29]とよんでいる。

本研究においては全てを通して、開いた磁力線領域の磁力線の向きを、 z 軸方向正の向きと一致させている。従ってセパトリックス内の磁束関数 $\psi(r,z)$ は負であり、セパトリックス外の磁束関数の値は正であることに注意してほしい。

2-3 Grad-Shafranov 方程式

この節ではMHD(magneto-hydrodynamics)方程式系[21,30]から軸対称プラズマの平衡を記述するGrad-Shafranov方程式を導く[22,31]。MHD方程式は最近研究が進んでいる電子とイオンを別々の流体として扱う2流体MHD方程式と、電子とイオンを同一の流体として扱う1流体MHD方程式があるが、ここでは1流体モデルを扱う。このMHD方程式系はプラズマの大域的な平衡や安定性の特性を記述するのにもっとも基本的なモデルである。プラズマを理想MHDモデルとして扱うには、(1)対象とするプラズマの時間スケール内で粒子の衝突周波数が十分に大きく、(2)空間スケールがイオンのラーマ半径よりも十分に大きく、(3)抵抗による拡散を無視してよいほどのサイズである、という条件が要求される。FRCプラズマは必ずしもこれらの条件を満足しているとは言えないが、FRCプラズマの平衡の大綱を把握するのにMHDモデルは有力な手段であり、現実にこれまでの研究にもよく用いられている。1流体MHD基礎方程式系は次式のように記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right\} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) (p \rho^{-\Gamma}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.7)$$

(2.5)(2.6)(2.7)はMaxwell方程式である. これらの方程式系で $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ はそれぞれプラズマの電場, 磁場, 電流密度であり, $\rho, \mathbf{v}, p$ はそれぞれプラズマの質量密度, 速度, 圧力である. また η, Γ, μ_0 はそれぞれプラズマの電気抵抗率, 比熱比, 真空の透磁率である. (2.1)式は質量密度に関する連続の式, (2.2)式はローレンツ力($\mathbf{J} \times \mathbf{B}$)を含む理想流体の運動方程式である. ここでプラズマは等方的であると仮定し, p はスカラー量の圧力である. (2.3)式はエントロピー保存の状態方程式である. また(2.4)式はOhmの法則でありここでは理想MHDモデルを扱うので電気抵抗率を無視し $\eta=0$ とする.

プラズマの平衡状態を記述する方程式は, (2.1)~(2.7)式において $\partial/\partial t=0$ とおくことによって得られる. また本研究で扱う平衡は静的な平衡であるので, プラズマの速度は無視して $\mathbf{v}=0$ とおく. そうすると(2.1)~(2.7)の方程式は次のような方程式に整理される.

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p = 0 \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.10)$$

(2.8)~(2.10)は静的な平衡を表すMHD方程式系であり, 磁場 $\mathbf{B}$ とプラズマ圧力 p の力の釣り合いの関係を示している. プラズマをこのような理想MHDモデルで扱う場合プラズマ温度 T と数密度 n は $p=nkT$ という関係(k はBoltzmann定数)で圧力 p の中に組み込まれており, 温度分布と数密度分布はそれらの積であるプラズマ圧力の分布によって代表される. したがって理想MHDモデルでは温度分布と圧力分布は別個に扱われないことに注意してほしい. FRCプラズマは軸対称な磁場配位を持っているので, ここでは円筒座標系 (r, θ, z) を用いる, また θ 方向の依存性がないとして $\partial/\partial \theta=0$ とする. 軸対称磁場配位においてはポロイダル磁場を流れ関数 ψ を用いて次のように表すと便利である.

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (2.11)$$

この式は(2.10)を満たすことがわかる. (2.11)式の流れ関数 $\psi(r, z)$ は磁束関数と呼ばれ, ベクトルポテンシャルのトロイダル成分と次のような関係がある.

$$\psi(r, z) = r A_\theta(r, z) \quad (2.12)$$

そうすると磁場は磁束関数を用いて次のように書ける.

$$\mathbf{B} = \nabla\psi \times \nabla\theta + B_\theta(r\nabla\theta) \quad (2.13)$$

ここで B_θ はトロイダル磁場である. そうすると,

$$\nabla \times \mathbf{B} = -(\Delta^*\psi)\nabla\theta + \nabla F \times \nabla\theta \quad (2.14)$$

と計算される. ここで $F=rB_\theta$ とおいた. また

$$\Delta^* = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.15)$$

である. (2.8)式に(2.9),(2.13),(2.14)式を代入すると

$$(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -\left(\frac{1}{r^2} \Delta^*\psi\right) \nabla\psi - \frac{1}{r^2} F \nabla F + [(\nabla F \times \nabla\psi) \cdot \nabla\theta] \nabla\theta = \mu_0 \nabla p \quad (2.16)$$

(2.16)式の θ 成分を考えると, 右辺において $\partial p / \partial \theta = 0$ であり, $(\nabla F \times \nabla\psi)$ は θ 成分だけを持つことから, 次式が成り立たなければならない.

$$\nabla F \times \nabla\psi = 0 \quad (2.17)$$

Poisson の括弧[32]を用いて表すと, (2.17)式は

$$\{\psi, F\} = 0 \quad (2.18)$$

を意味する. これは F が $\psi = \text{const}$ の曲線にそって保存する事を示す. そうすると次式のように F は ψ の合成関数によって示すことが出来る.

$$\begin{aligned} F(r, z) &= F(\psi(r, z)) \\ \nabla F &= \frac{dF}{d\psi} \nabla\psi \end{aligned} \quad (2.19)$$

(2.19)を(2.16)に代入すると

$$-\frac{1}{r^2} \left(\Delta^* \psi + F \frac{dF}{d\psi} \right) \nabla \psi = \mu_0 \nabla p \quad (2.20)$$

となる. ここで両辺に $\nabla \psi$ を掛けて外積をとると, $\nabla p \times \nabla \psi = 0$ が成り立つ. そうすると (2.15) 式の場合と同様に p は ψ の合成関数として表すことができる.

$$p(r, z) = p(\psi(r, z))$$

$$\nabla p = \frac{dp}{d\psi} \nabla \psi \quad (2.21)$$

これを (2.20) に代入すると, $\nabla \psi \neq 0$ のところで ψ は次式のような $\psi(r, z)$ についての 2 階の偏微分方程式を満たさねばならないことがわかる.

$$\Delta^* \psi = -\mu_0 r^2 \frac{dp}{d\psi} - F \frac{dF}{d\psi} \quad (2.22)$$

(2.22) 式は Grad-Shafranov 方程式 (G-S 方程式) と呼ばれており, 軸対称な磁場構造をもつプラズマの静的な平衡を記述する方程式である. ところで FRC プラズマはポロイダル磁場のみで構成されトロイダル磁場は存在しない. そうすると $F=0$ なので (2.22) 式は

$$\Delta^* \psi(r, z) = -\mu_0 r^2 \frac{dp(\psi(r, z))}{d\psi} \quad (2.23)$$

となる. また (2.9) 式と (2.14) 式を比較し (2.23) 式を利用すると, プラズマ圧力 p と電流密度 $\mathbf{J}$ との間に次の関係式が導かれる.

$$\mathbf{J} = J_\theta \mathbf{e}_\theta = r \frac{dp(\psi)}{d\psi} \mathbf{e}_\theta \quad (2.24)$$

ここで J_θ はトロイダル電流密度を示す. また $\mathbf{e}_\theta$ は θ 方向の単位ベクトルを示し, 次のような関係式を用いた.

$$\nabla\theta = \frac{1}{r}\mathbf{e}_\theta \quad (2.25)$$

(2.23)式はFRCプラズマに特化されたG-S方程式である。

(2.23)式のようにG-S方程式は磁束関数 $\psi(r,z)$ についての方程式であり、磁束関数は(2.13)式で示されるように磁束密度 $\mathbf{B}$ と結びついている。 ψ と $\mathbf{B}$ の関係についてもう少し詳しく説明すると、(2.13)式より $\mathbf{B} \cdot \nabla\psi = 0$ であり、 $\mathbf{B}$ は $\psi=\text{constant}$ の面に接する。つまり $\mathbf{B}$ が与える磁力線は $\psi=\text{constant}$ の面に束縛されることになり、 ψ を等高線表示すると、その等高線が磁力線を示す。つまりG-S方程式を解けばFRCプラズマの磁場構造について情報を得られる。またG-S方程式の右辺の圧力 p は(2.21)式に示されるように ψ の合成関数であり、 $\psi(r,z)$ は空間に依存しているので $p(\psi(r,z))$ も空間座標に依存する分布を持った関数であることに注意してほしい。

ここでG-S方程式(2.23)の性質について考察する。G-S方程式は楕円型方程式と双曲型方程式の両方の性質[33]を持ち、扱うのが困難な方程式である。この方程式において右辺の圧力分布の関数形をあらかじめ与えておけば、双曲性に由来する特性関数(Chauchyデータ)[34]を与えたことになり、G-S方程式は非線形楕円型偏微分方程式[35]となって、比較的扱うのが易しくなる。それでもこの方程式は以下のような問題点を持っている。

- (1)この方程式に境界値を与えるだけでは解は無数に存在し定まらない。つまり定常問題であるにも関わらず境界条件だけでは決まらない。
- (2)解を定めるためにはG-S方程式の右辺を決定する磁場データ $\mathbf{B}$ を知っていなければならない。しかし $\mathbf{B}$ を決定する ψ は方程式の解である。というジレンマに陥る。
- (3)この方程式を解く問題には基本的に自由境界と固定境界が付随する。ここで自由境界はセパトリックスを示し、その自由境界自身が未知であり、方程式の解自身によって決定される。つまり解自身が自由境界を調整する。

以上の問題点がG-S方程式を非常に解きにくいものになっている。具体的に形として現れてくるこれらの問題点、数値計算を用いた場合の解決法などは第3章で詳しく述べる。

2-4 FRCプラズマの平衡の諸性質

この節では本研究で必要になるFRCプラズマの2次元平衡の諸性質について簡単に述べる。ここで述べるのはFRC配位を無限に z 軸方向にのばした場合の円柱モデルである。従って断らない限り磁場の成分は z 成分だけであり、 z 軸方向の依存性はないものとする。(2.8)式に(2.9)式を代入して適当な変形を行うと次式を得る。

$$\nabla \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (2.26)$$

z 方向に依存性がないので磁場の湾曲はなく、右辺は0となり、

$$\frac{d}{dr} \left(p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} \right) = 0 \quad (2.27)$$

になる。磁気軸上で $p = p_{\max}$ 、装置壁上で $B = B_w$ とすると、

$$p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} = p_{\max} = \frac{B_w^2}{2\mu_0} \quad (2.28)$$

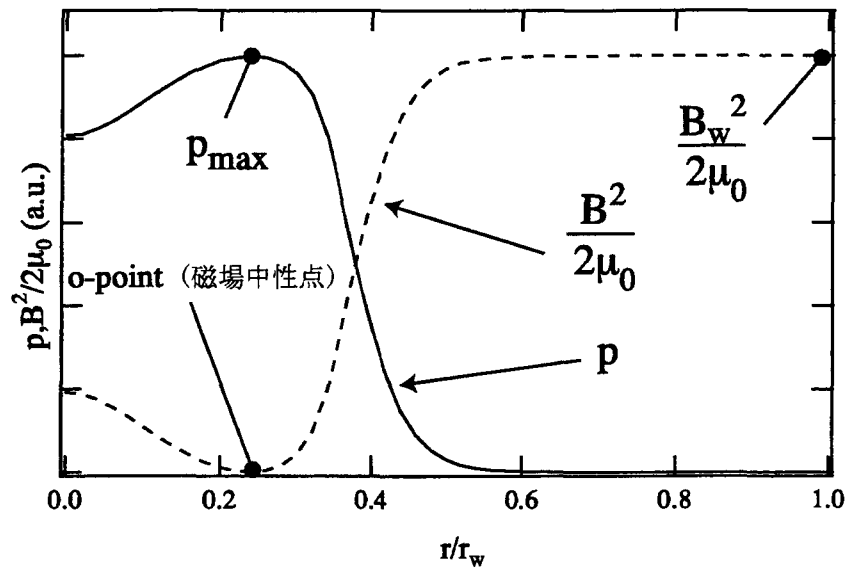


図 2.2 プラズマ圧と磁気圧の関係。プラズマ圧が増加すると磁気圧が弱まる。

となり、径方向の圧力釣り合いの関係式を得る。この関係式を図示すると、図2.2のようになる。つまり、プラズマ圧が存在するところでは磁気圧が弱まり、逆に真空に近くなると磁気圧が強くなる事を示している。プラズマが存在する場所において磁場強度が弱められることは特に第5章における考察などでよく用いられる考え方である。

次に磁気軸半径 R とセパトリックス半径 r_s の関係式を示す。(2.28)式から

$$B_z = \pm \sqrt{2\mu_0(p_{\max} - p)} \quad (2.29)$$

であり、ここで正負の符号は磁力線の向きを表している。磁力線の向きは $0 < r < R$ で逆転しているので負の符号を取り、 $R < r < r_s$ で正の符号を取る。これを(2.11)式に代入すると

$$\pm \frac{d\psi}{\sqrt{2\mu_0(p_{\max} - p)}} = r dr \quad (2.30)$$

となる。(2.30)について次の2つの積分を考える。

$$\int_0^R -\frac{d\psi}{\sqrt{2\mu_0(p_{\max} - p)}} = \int_0^R r dr \quad (2.31)$$

$$\int_R^{r_s} \frac{d\psi}{\sqrt{2\mu_0(p_{\max} - p)}} = \int_R^{r_s} r dr \quad (2.32)$$

$r=0$ と $r=r_s$ で $\psi=0$ となるので、(2.31)と(2.32)の右辺は等しくなる。そうすると(2.31)と(2.32)の左辺はそれぞれ等しくなり、

$$R = \frac{r_s}{\sqrt{2}} \quad (2.33)$$

この関係は r_s が分かっているときに磁気軸上のプラズマ圧の最大値や、トロイダル電流密度の値を求めるのに便利である。

次にセパトリックス外にプラズマが存在しない場合を仮定し, その場合の軸方向釣り合いを考え, 平均 β 値 $\langle\beta\rangle$ と x_s の関係について述べる. (2.24)式から軸方向釣り合いの z 成分は次に示すとおりである.

$$(\nabla \mathbf{T}^m)_z = (\nabla I p)_z \quad (2.34)$$

ここで $\mathbf{T}^m$ は磁場の応力テンソル, $\mathbf{I}$ は単位テンソルである. これを領域全体にわたって体積積分し, ガウスの定理を用いると, 領域表面での面積分になり, 次式のようになる.

$$\oint_S (\mathbf{T}^m - \nabla I p)_z dS \quad (2.35)$$

$z=0$ でのセパトリックス外の磁場を B_w , $z=\infty$ での磁場を B_∞ とし, (2.35)を各領域における積分に直すと,

$$\left(\int_0^{r_s} \left\{ -\frac{B_z^2}{2\mu_0} + p \right\} 2\pi r dr \right)_{z=0} + \left(\int_{r_s}^{r_w} -\frac{B_w^2}{2\mu_0} 2\pi r dr \right)_{z=0} + \left(\int_0^{r_w} \frac{B_\infty^2}{2\mu_0} 2\pi r dr \right)_{z=\infty} = 0 \quad (2.36)$$

となる. ここで $z=\infty$ でプラズマは存在せず真空磁場のみとしている. 一方セパトリックス外のプラズマが保存することから

$$\int_{r_s}^{r_w} B_w \cdot 2\pi r dr = \int_0^{r_w} B_\infty \cdot 2\pi r dr \quad (2.37)$$

が成り立ち,

$$B_w(1 - x_s^2) = B_\infty \quad (2.38)$$

という関係式を得る. (2.36)を(2.28),(2.38)を用いて整理すると,

$$\langle \beta \rangle = \frac{1}{\pi r_s^2} \int_0^{r_s} \beta(2\pi r dr) = \frac{2}{r_s} \int_0^{r_s} \frac{p}{B_w^2/2\mu_0} r dr = 1 - \frac{1}{2} x_s^2 \quad (2.39)$$

という関係式を得る. これはバーンズの関係式[36]と呼ばれ, 円柱モデルで近似された FRC プラズマの平均 β 値は x_s により決定されるというものである. ここで注意してほしいのは, FRC プラズマの局所的な β はプラズマ圧力に対する装置壁での磁場圧力の比によって定義されていることである. これと比較してトカマクなどで用いられる β はプラズマ圧力をその位置での磁場圧力で規格化している. FRC においてこのようなプラズマ圧の規格化を行うのは, セパラトリックス内に磁場中性点が存在し, 局所的な β が磁気軸上で無限大になるからである. (3.39) 式から分かるように, FRC プラズマの $\langle \beta \rangle$ は少なくとも 0.5 以上であり, 大変高い $\langle \beta \rangle$ を持つことがこの式から示される. 実際の実験では 0.9 以上の $\langle \beta \rangle$ が観測[37]されている. これは FRC プラズマの最大の特徴である.

ここで示した軸方向釣り合いでは周辺プラズマ層の効果や, ミラー磁場の効果は考慮されていない. それらを考慮した軸方向釣り合いの式の拡張については第 5 章に詳しく述べている.

2-5 規格化

本論文では計算で用いられる各量について規格化が行われ無次元化されている. r 座標, z 座標, については次のようにミッドプレーンにおける装置壁の半径 r_w で規格化が行われている.

$$\tilde{r} = r / r_w, \quad \tilde{z} = z / r_w \quad (2.40)$$

磁束関数は装置壁上での磁束関数で規格化している.

$$\tilde{\psi} = \psi / \psi_w \quad (2.41)$$

またプラズマ圧力, トロイダル電流密度分布は次のように規格化される.

$$\tilde{p} = \frac{p}{\psi_w^2 / \mu_0 r_w^4} \quad (2.42)$$

$$\tilde{J}_\theta = \frac{J_\theta}{\psi_w / \mu_0 r_w^3} \quad (2.43)$$

(3.40)~(3.43) を用いると G-S 方程式(2.23)は無次元化され、次のようになる。

$$\tilde{\Delta}^* \tilde{\psi}(\tilde{r}, \tilde{z}) = -\tilde{r}^2 \frac{d\tilde{p}(\tilde{\psi}(\tilde{r}, \tilde{z}))}{d\tilde{\psi}} \quad (2.44)$$

(3.44)式は無次元化されたG-S方程式で、本研究においてはこれを2次元平衡計算に用いている。今後は特に断らない限り規格化された量を用い、それらの規格化された各量においては、規格化された量を示す上付きの $\sim$ は省くことにする。

2-6 1次元平衡解

本研究では、2次元の数値平衡を得るために適当な初期値を用意しなければならない。これは2-3節で述べた、非線形楕円型のG-S方程式が内包する問題点のうちのいくつかを解消するのに役立つ。2次元平衡計算では、1次元の平衡解を初期値として利用しており、その1次元の平衡解はそれぞれ独立した解析的な手法と数値計算的な手法の2通りの手法を用いて得ている。

まず解析的な手法について説明する。1次元の平衡解を得るためにはまず(2.44)式において、 $\partial/\partial z=0$ とにおいて z 依存性を無くした次式のような1次元G-S方程式を用いる。

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} \right) = -r^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} \quad (2.45)$$

境界条件は次のように設定する。

$$\psi(0) = \psi(r_s) = 0, \quad \psi(r_w) = \psi_w \quad (2.46)$$

1次元平衡に関しては、S.V.Bozhokinが様々な圧力分布関数を用いて解析解を得ている[38]が、ここでは複雑な形状の圧力分布は数値解で得ることにし、解析解では(2.45)式の圧力分布として最も簡単な形である

$$p(\psi) = \begin{cases} -c\psi & \psi \leq 0 \\ 0 & \psi > 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

を用いている。ここで c は適当な定数である。(2.45)を(2.46),(2.47)という条件で解くと、以下のような1次元の平衡解を得る。

$$\psi(r) = \begin{cases} \frac{1}{8}(r^2 - r_s^2) \{4\sqrt{2p_{\max}} + c(r^2 - r_s^2)\} & (0 < r \leq r_s \rightarrow \psi \leq 0) \\ \sqrt{\frac{p_{\max}}{2}}(r^2 - r_s^2) & (r > r_s \rightarrow \psi > 0) \end{cases} \quad (2.48)$$

ただし(2.48)において $r_s, c, p_{\max}$ の間の関係は

$$cr_s^2 = 4\sqrt{2}p_{\max} \quad (2.49)$$

である。また(2.48)式を導くのに ψ_w と $p_{\max}$ との間の次のような関係を用いた。

$$\psi_w = \sqrt{\frac{p_{\max}}{2}}(r_w^2 - r_s^2) \quad (2.50)$$

(2.48)式はセパトリックス外にプラズマが存在しないモデルであり、2次元平衡のそのようなモデルの初期値として与えられる。この解析解では自由境界であるセパトリックス上の関数の連続性は保証できているが、磁束関数の微分値の連続性はセパトリックス上で保証されていないという欠点がある。しかし、セパトリックス外にプラズマの存在しない2次元モデルに対して、初期値としての磁場データを与える場合には十分利用できる。

次に1次元平衡解の数値解法について述べる。1次元平衡解を得るときにはG-S方程式を初期値問題として与える。この時(2.45)式は次のように変形される。

$$\begin{cases} \frac{dB_z(r)}{dr} = -r \frac{dp(\psi)}{d\psi} \\ \frac{d\psi(r)}{dr} = rB_z(r) \end{cases} \quad (2.51)$$

(2.51)は $B_z(r), \psi(r)$ に関する1階の連立微分方程式であり、次に示すような初期条件を用いて解く。

$$\begin{cases} B(0) = B_0 \\ \psi(0) = 0 \end{cases} \quad (2.52)$$

ここで B_0 は $\psi(r_w) = \psi_w$ となるように選ぶ。

この初期値問題は図 2.3 のフローチャートに示すような手順で解かれる。まず最初に B_0 は適当に初期化しておく。そして第 n 回目の反復の時 $\psi(0)=0, B(0)=B_0^n$ という初期値でルンゲクッタ法を用いて $B_z^n(r), \psi^n(r)$ を求める。それらの解から求められる $\psi^n(r_w)$ から Newton-Raphson 法によって B_0^{n+1} を推測する。この反復を $\psi^n(r_w) = \psi_w$ になるまで続けるわけである。ここで用いた Runge-Kutta 法は適応刻み幅に対応[39]しており、解の急激な変化に対しても追従できるような計算コードになっている。

図 2.4 にこの 1 次元平衡コードによって得られた計算結果を示す。図 2.4(a),(b) はそれぞれ磁束関数 $\psi(r)$ の径方向分布、磁束密度の z 成分 $B_z(r)$ の径方向分布を示す。これらの図はセパトリックス内で非線形な圧力分布、セパトリックス外で指数関数的にプラズマ圧力が減少するモデルを用いている。図を見ると磁束密度、磁束関数共に

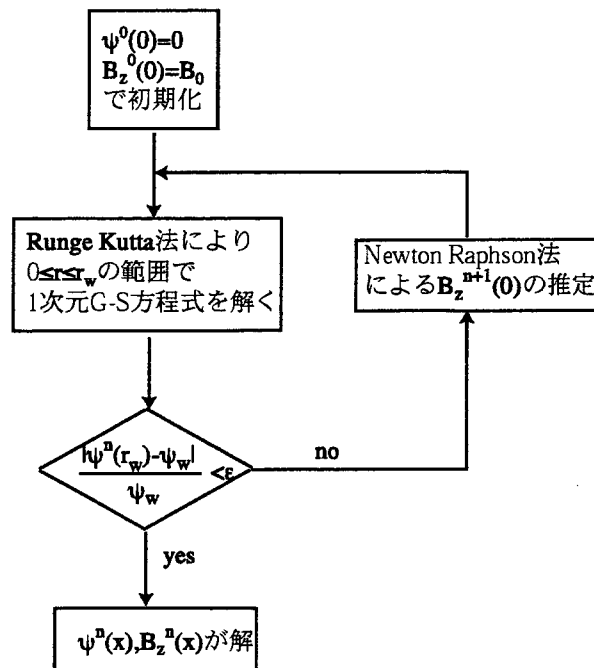


図 2.3 1 次元 FRC 平衡解を得るための計算コードのフローチャート。

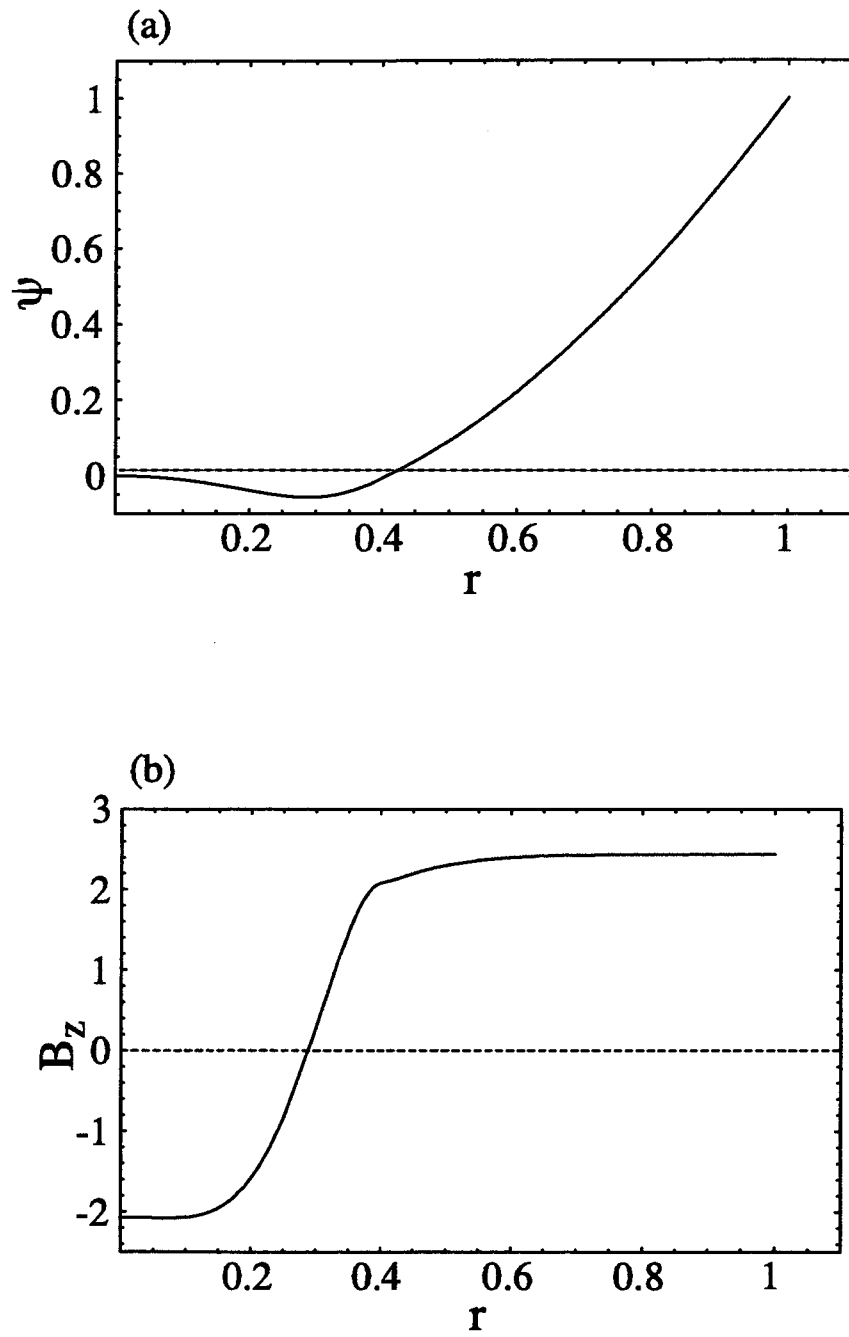


図2.4 1次元平衡計算コードによる計算結果の例. (a)は磁束関数 $\psi(r)$ の径方向分布を示す. また (b) は磁束密度 $B_z(r)$ の径方向分布である.

セパトリックスの境界において比較的滑らかな解が得られており、計算領域全体において良好な関数形状の解が得られている。

この1次元平衡計算コードは、実験などで得られるものとよほどかけ離れた分布を与えない限り、大抵の考え得る圧力分布に対して1次元平衡解を得ることができる。この数値解を2次元平衡解の初期値として与えることを考えると、解析解と違って、離散データを与えなければならないという欠点があるが、複雑な関数形状を持つ圧力分布にも対応できるという点から、このコードによる初期値の生成は非常に有効である。このコードは外部にプラズマが存在する場合の圧力分布に容易に対応できることから、第4章、第5章で述べる外部プラズマの存在する2次元平衡計算の初期値生成用として用いられている。

2-7 結言

この章ではFRCプラズマについての導入を行い、FRCプラズマのような軸対称トーラス系の磁場配位の平衡を記述するG-S方程式についてもMHD方程式系から導出を行った。また2次元のG-S方程式を解く場合に問題となる点についても簡単に指摘をした。それらと同時にFRCプラズマを z 軸方向に無限にのばした円柱モデルをもとにしてMHD方程式を用い、FRCの平衡において重要な性質を示した。その中でもFRCプラズマでは平均 β 値が0.5以上で非常に高い $\langle\beta\rangle$ を持つという、FRC独自のユニークな性質についても示した。これらのFRCの平衡モデルは、以下の章に示す、強ミラー磁場の影響を受けたFRC、周辺プラズマ圧の影響を受けたFRCの平衡との比較において重要となってくる。それから計算において行う規格化について述べ、2次元平衡計算の初期値として用いる1次元平衡解についても、解析的解法と数値解法の両方に関して簡単に述べた。その中で解析的な解法はセパトリックス外にプラズマが存在しない場合について用いられ、数値的な解法はプラズマがセパトリックス外に存在する場合に有効に利用できることを示した。これらの1次元平衡解の利用法に関しては、第3章において述べられる。

第3章 ミラー磁場中の2次元平衡のための数値計算法

3-1 緒言

FRCプラズマの平衡について調べるためには、第2章で導いた Grad-Shafranov 方程式 (G-S方程式) を解いて平衡解を得るという作業が必要である。G-S方程式は方程式の右辺の選び方及び境界条件の選び方によって非常に非線形性が強くなるような方程式である。G-S方程式については、トカマク配位などのトロイダル磁場がある場合の平衡解に関して、様々な解析解[40]や数値解[41]が昔からよく研究されている。トカマク配位ほど多くはないが、FRCプラズマの平衡解に関しても様々な研究がなされている。しかしFRCプラズマの平衡は、ポロイダル磁場のみで構成され、トーラス系のプラズマとしては非常に扁長度が高いという性質をもち、また非常に高い平均 β 値を持つことからセパラトリックス近傍での圧力勾配が非常に大きい。以上に述べた性質により、FRCプラズマの平衡解を得ることは他のトーラス系のプラズマよりも困難であることが以前から分かっている。FRCプラズマの平衡の解析解についてはいくつかの例[42-44]があるが、セパラトリックス上で境界条件を満たすことが困難である。セパラトリックス上での境界条件を満たしたもので代表的なものが Hill の渦 (Hill's vortex) 解[23]である。この解はG-S方程式の右辺の圧力分布に関して、セパラトリックス内でプラズマ圧を $p(\psi)=p_0$ と定数におき、セパラトリックス外で $p(\psi)=0$ と真空を定義することによって次式のように得られる。

$$\psi(r, z) = \begin{cases} -\frac{3}{4}\psi_0 r^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r^2}{r_s^2} + \frac{z^2}{(l_s/2)^2} \right) \right\} & \left(\frac{r^2}{r_s^2} + \frac{z^2}{(l_s/2)^2} \right) \leq 1 \\ \frac{1}{2}\psi_0 r^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r^2}{r_s^2} + \frac{z^2}{(l_s/2)^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right\} & \left(\frac{r^2}{r_s^2} + \frac{z^2}{(l_s/2)^2} \right) > 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

ここで、 r_s はセパラトリックス半径、 l_s はセパラトリックス長である。また ψ_0 は r_s, l_s 及び p_0 と次のような関係にある。

$$\frac{1}{r_s^2} + \frac{1}{l_s^2} = \frac{p_0}{6\psi_0}$$

(3.1)式はセパトリックス内部解と外部解が楕円セパトリックス境界上で結合するような解である。このHillの渦解の例として $r_s=0.5, l_s=8, p_0=55.07$ とおいた場合のFRC平衡を図3.1に示す。このような解析解は平衡解を用いる研究に利用するのに都合がよいのであるが、以下に述べるような問題点がある。Hillの渦解はセパトリックス上の境界条件を満たすが、有限な半径 r_w をもつ真空容器壁内の平衡モデルとして考えるとき、装置壁上の境界条件を満たすことができない[45]。なぜなら理想的には、装置壁上で磁束関数は $\psi(r_w, z) = \text{const.}$ を満たすべきであるのが、Hillの渦解では z 軸方向に分布を持つからである。またHillの渦解はセパトリックス形状が楕円形状に限られる。セパトリックス形状を、ある程度操作できるような解も存在するが解析解一般の問題として、実験と適合するような非線形圧力分布と周辺プラズマ圧を同時に満たし、本論文の主題であるミラー磁場の効果を取り入れたより拡張された平衡を考える場合、そのような条件をすべて取り入れた解析的な平衡解を得るのはほとんど不可能に近い。本論文では実験結果を反映するような、より一般的に拡張された平衡解を得るために数値的な解法を試みる。

FRCプラズマの数値解法を扱った研究は今までに10数例ある。それらのなかで扱われた方法の代表例は、有限差分法[46]、有限要素法[47,48]、非線形積分方程式とグリーン関数法の組み合わせを用いた方法[49]などがある。非線形積分方程式を用いた解法はR.L.Spencer et al.[49]によって行われており、円筒の境界条件下でセパトリックス半径の太い平衡解を得ている。またD.E. Shumaker[47,48]は有限要素法を用いた方法で、FRCを含むコンパクトトーラス全般の平衡解を得ている。数値解法の中で一番よく使われている方法は有限差分法である。現在までに有限差分法を扱った研究では、

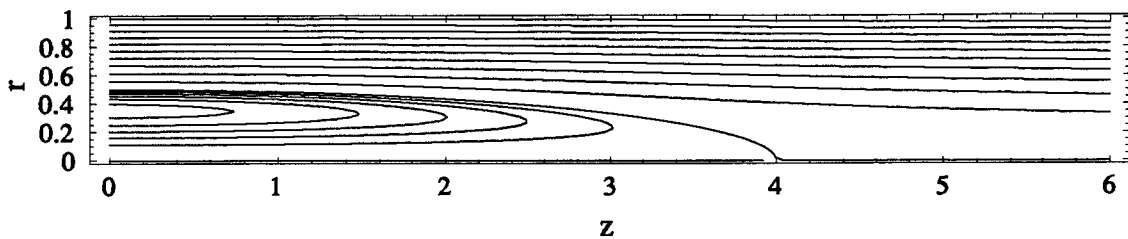


図 3.1 FRC 平衡の Hill's vortex 解. $r_s=0.5, l_s=4, p_0=55.07$ の場合.

実験結果に適合するような細くて長いFRC解を得るときの問題点が述べられている。問題点の中で重要なものは、G-S方程式を解く場合に解が一意的に決まらず、特別な工夫が必要になるということである。これは解の分岐問題[50,51]と呼ばれており、この問題を回避するためのいくつかの技術が現在までの研究で紹介されている。例えばMarderとWeitznerのスキーム[52]はSOR(successive over-relaxation)[53]を基本にして、 n 回目の反復計算に、 $n-2$ 回目の結果を用いることによって、不安定反復を安定なものにしている。またHewettとSpencer[46]は計算領域内のトロイダル電流の総和を大域的な束縛条件として導入しており、細くて長いFRC解を得ることに成功している。K. Suzuki et al.[54]はこれと似たような方法を用い、セパトリックス内の面積を束縛条件として導入している。本論文では実用性と高速性という利点から、構造格子を用いる有限差分法を採用し、非線形なG-S方程式を解く場合に有力な手法である大域的な束縛条件を計算コード内に導入する方法を用いている。

現在までのFRC平衡解のほとんどの数値解法では計算領域が理想的な円筒体系であり、実際の実験装置に用いられているようなミラー磁場の効果を取り入れた場合でも、ミラー比がせいぜい1.3から1.5程度である。また最近の実験により重要視されているセパトリックス外のプラズマ圧の効果も十分に考慮されているとは言い難い。本研究の目的の一つはFRCの両端に強ミラー磁場配位をもつFIX装置において実験的に観測されるような平衡を数値計算によって得ることである。この章では実験結果を反映するように、強いミラー磁場と周辺プラズマの効果を十分に取り入れられるような、より一般的に拡張された平衡解を得るために開発された平衡コードについて述べていく。

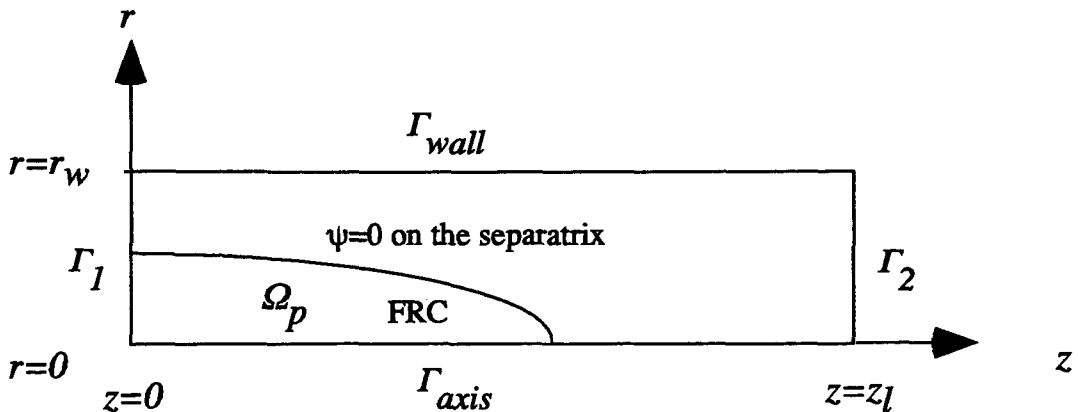


図 3.2 単純な円筒体系における境界条件.

3-2 円筒体系における数値解法

3-2-1 境界条件

まずこの節では基本的な円筒体系における解法について述べる. 計算領域は図3.2に示すような領域であり, 平衡解が r 軸及び z 軸に対称であるのを利用して, $z \geq 0, r \geq 0$ の領域に制限している. これは計算時間を短縮するなどの理由からである. 境界条件は以下のようにになっている. 計算体系の両端つまり Γ_p, Γ_z 上で $\partial\psi/\partial z = 0$. これは計算体系の両端で磁力線が z 軸に平行であることを示している. また Γ_{axis} とセパトロックス上で $\psi = 0$. 最後に装置壁上 Γ_{wall} で磁束関数が一定の $\psi = \psi_{\text{wall}}$ である. これは装置壁上で完全導体を仮定している. つまり壁からは磁束が漏れ出さないフラックスコンサーバを仮定しているわけである. 実際の計算では $\psi(r, z)$ は ψ_{wall} で規格化しており $\psi = \psi_{\text{wall}} = 1$ となっている. 図に示すように装置壁までの半径は r_w , z 軸方向の計算体系の終点を $z = z_l$ にしている. z_l は求める平衡でのプラズマ長の半分 $l_p/2$ よりも十分に長くしておく, なぜなら平衡解が計算体系の端の $\partial\psi/\partial z = 0$ 効果を受けにくくするためである. 本論文では r 方向 z 方向共に r_w で規格化されており, $r_w = 1$ としている

3-2-2 G-S 方程式の離散化

図3.2における境界条件から分かるように, 計算格子としては長方形格子を用いればよい. G-S方程式を離散化する場合, 差分表現が対称性を保ち, 2次の精度を持てばよいと考えた. そして標準的な中心差分の公式を用いた次式のような離散化を行った.

$$\frac{r_i}{\Delta r^2} \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}}{r_{i+\frac{1}{2}}} - \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{r_{i-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta z^2} = -r_i^2 \frac{dP(\psi_{i,j})}{d\psi} \quad (3.2)$$

ここで ψ_{ij} は離散化された座標位置 (r_i, z_j) 上の磁束関数の値であり, $\Delta r, \Delta z$ はそれぞれ r, z 方向の格子間隔を示す.

3-2-3 非線形固有値問題

通常, 線形の楕円型方程式の境界値問題, 例えばラプラス方程式などの数値解を求める場合には, 離散化された方程式をSOR等の反復法で解けばよい. しかしG-S方程式の数値解を得るためには, (3.2)式に示した離散化された方程式を単純なSOR法で解く

だけでは精度のよい解が得られない．なぜなら本論文で設定する問題は非線形楕円型方程式でしかも自由境界値問題を含むからである．平衡コード中で，相対誤差は次のように表される．

$$\frac{|\psi^{n+1} - \psi^n|}{|\psi^n|} < \delta \quad (3.3)$$

ここで典型的な例としてG-S方程式の右辺の圧力分布をセパトリックス内でプラズマ圧を $p(\psi)=p_0$ (定数) とおき，セパトリックス外で $p(\psi)=0$ (真空) と仮定した場合を考える．この条件で方程式をSORによって解くと，(3.3)式で示す相対誤差を $\delta=10^{-4}$ 程度に設定した場合，一応の収束解が得られる．しかしこの程度の相対誤差では，十分な精度を持った解であるとはいえない．次に相対誤差を $\delta=10^{-8}$ 程度に設定した場合，図3.3(a)に示すような収束すべき解に収束せず，反復を続けていくと図3.3(b)の様に収束すべき解よりも軸方向の短い解（次の解の候補）で収束を始める．さらに反復を続けるとさらに短い解の候補で収束しようとする．これを繰り返す結局は図3.3(c)のようにFRC解は消失し，自明である真空解に収束する．このようなことが起こるのは，右辺のパラメータを同じに設定しても，それを満たすようなセパトリックス長をもったFRC解が無数に存在するからである．この問題を解決するには何らかの大域的な束縛条件を設定し，その束縛条件を満たすような解を求めればよい．ここではそのような

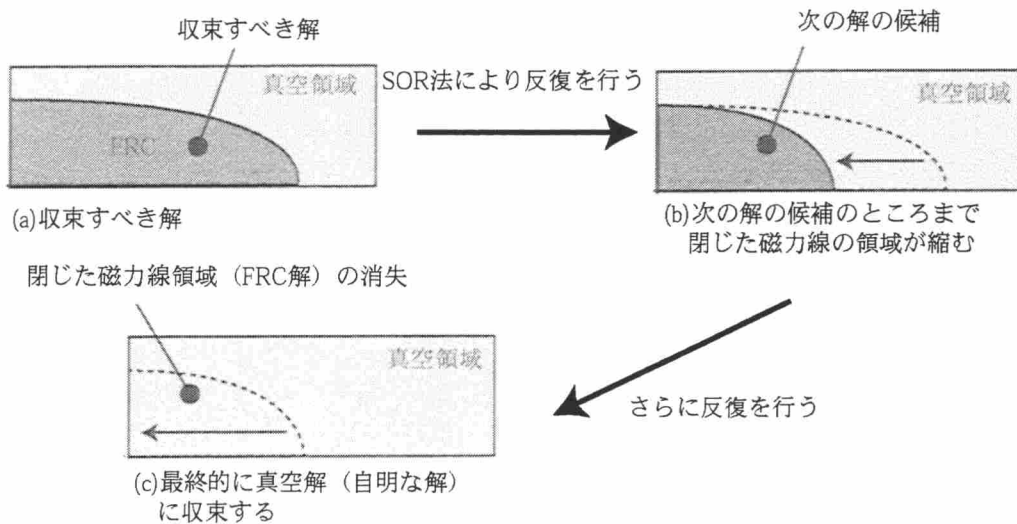


図3.3 境界値問題によく用いられるSOR法を用いた場合の問題点．相対誤差を 10^{-8} 程度に設定し反復を行うと，FRC解は消失し自明な真空解に収束する．

大域的な束縛条件を導入するために、G-S方程式に対して非線形固有値問題[55]を設定する。第2章で示されたG-S方程式は次のように書き直すことができる。

$$\Delta^* \psi = cF(\psi, r) \quad (3.4)$$

ここで $F(\psi, r)$ は

$$cF(\psi, r) = -r^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} \quad (3.5)$$

である。従って $dp(\psi)/d\psi$ は次のような形のものを選ぶ必要がある。

$$\frac{dp(\psi)}{d\psi} = cG(\psi) \quad (3.6)$$

(3.4)式は固有関数 $\psi(r, z)$ に対する非線形固有値方程式であり、 c は固有値である。この固有値 c を決定するためには(3.4)式を適切な数値解法で解く必要がある。そうすれば c とそれに対応する $\psi(r, z)$ が決定する。図3.1に示される円筒形状の境界条件で非線形固有値問題を解くための平衡コードのフローチャートを図3.4に示す。第 n 番目の反復において、(3.4)式は次のように表される。

$$\Delta^* \psi^{n+1} = c^n F(\psi^n, r) \quad (3.7)$$

この式で上付きの n は第 n 番目の反復であることを示す。最初に第 n 番目の反復において(3.7)式に関する境界値問題を解く。そうすると ψ^{n+1} が求められる。次に束縛条件を用いて第 $n+1$ 番目の反復のための固有値 c^{n+1} を求める。その方法は以下の通りである。非線形固有値問題によるFRC平衡の解法では大域的な束縛条件としてトロイダル電流密度の総和やセパトリックス内の面積がよく用いられており、このフローチャートの中では大域的な束縛条件として、セパトリックス内の面積を一定にするようにしている。つまり、数値計算の初期化の時に束縛条件として、 S_0 を設定し、次式で示される第 n 番目の反復におけるセパトリックス内の面積を定義する。

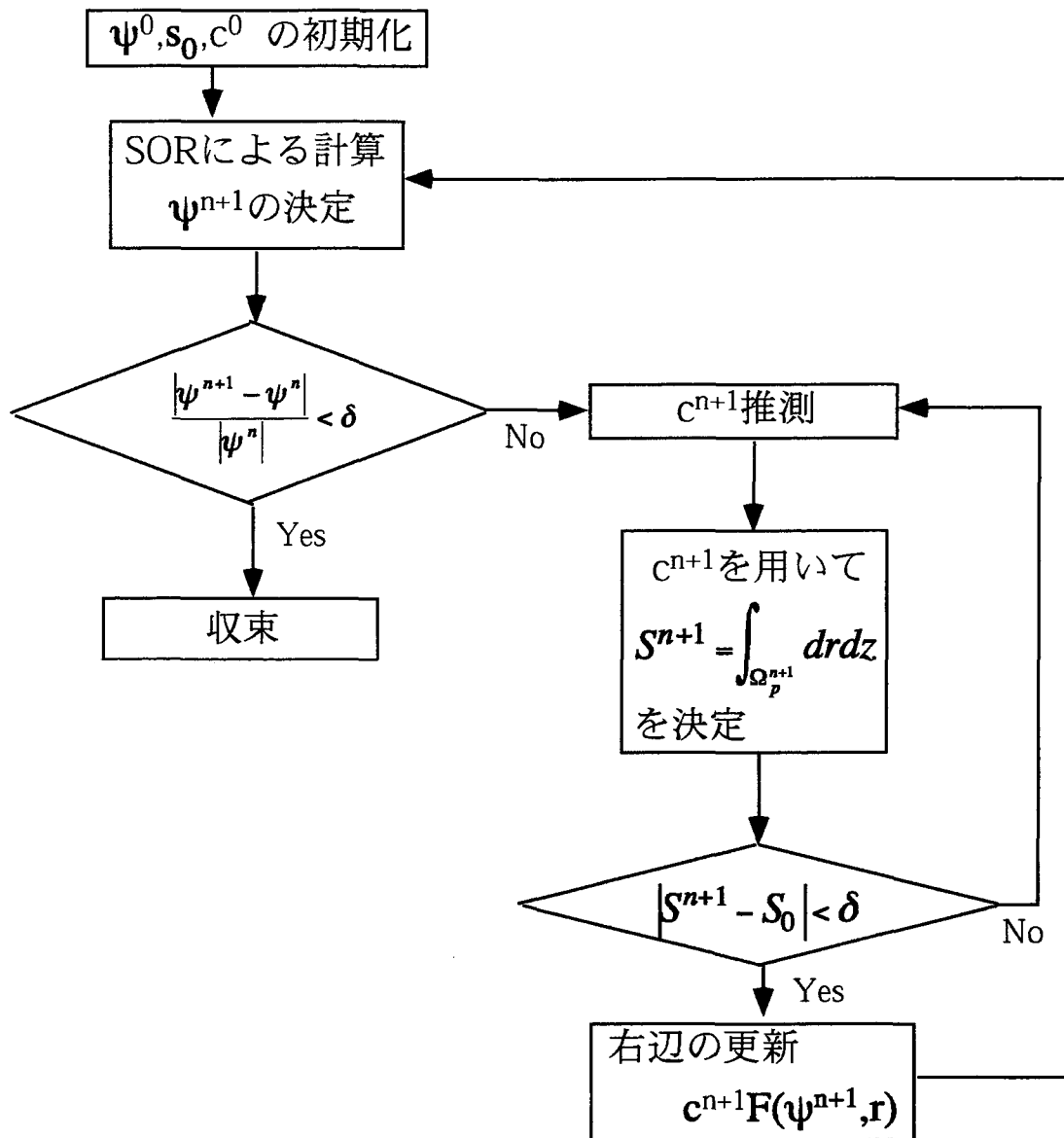


図3.4 2次元FRC平衡コードのフローチャート. 図3.2に示される円筒体系の境界条件のためのものである.

$$S^{n+1} = \int_{\Omega_p^{n+1}} dr dz \quad (3.8)$$

ここで Ω_p^{n+1} は図 3.2 中に示されるような第 n 番目の反復におけるセパトリックス内の領域を示している。第 n 番目の反復において c^n を動かしながら S^{n+1} を計算し $S_0 = S^{n+1}$ となるような固有値 c^{n+1} を求める。 c^{n+1} を決定する時には非線形方程式の解の探索に有用である二分法と Newton-Raphson 法[56]を組み合わせた方法を用いている。そして決定した c^{n+1} を使って(3.7)式の右辺を $c^{n+1}F(\psi^{n+1}, r)$ に更新し、次の反復に備えるわけである。この反復計算は c^n と ψ^n とが収束するまで続けられる。以上のような方法を用いて自明な解に収束するのを防ぎ、ユニークな FRC 解を得られるようになった。

ここで補足として初期値の与え方について述べておく。平衡計算でも例えば装置壁にまでプラズマが存在するような圧力分布が用いられているスフェロマックなどの平衡計算では、極端な話ではあるが、計算領域全体を同じ数値で初期化しても平衡解が得られる。しかし FRC の場合には装置壁とセパトリックスの間に真空に近い領域が存在するのでそのような訳にはいかず、初期値として明らかに閉じた磁力線領域と開いた磁力線の領域をもった ψ^0 を計算領域内に設定しなければならない。 ψ^0 を初期化する場合に求める平衡に近い平衡解を用意しておく、計算時間の節約などから一番よい。しかし、そのような計算に適した平衡が存在しない場合には、比較的簡単に得られる 1 次元平衡解を用いる。1 次元平衡解を z 軸方向に適当な位置、例えば求めようとする平衡の I_s 付近まで z 軸方向に並べ、それ以外の領域を真空解で満たし、初期値として利用する。また束縛条件の S_0 としては、与える初期値 ψ^0 を用いて(3.8)式から得られるセパトリックス内の面積を計算し、それに近い値を S_0 として与えておく。このように ψ^0 と S_0 に関しては注意深く設定しておく必要があり、またこれらを適切に選ぶ事によって効率的に平衡計算が行える訳である。

3-3 圧力分布

FRC プラズマの平衡はポロイダル磁場のみで構成されることから、圧力分布の選び方によって大きく影響を受ける。本研究では、実験結果を反映するのに最適な圧力分布を調べるために数種類の圧力分布について調べた。平衡計算を試みたのは主に以下の4つのタイプの圧力分布である。

$$dP(\psi) \begin{cases} -c\psi & (\psi \leq 0) \\ 0 & (\psi > 0) \end{cases} \quad (3.9)$$

$$dP(\psi) \begin{cases} -c(\psi + \frac{1}{2}\varepsilon\psi^2) & (\psi \leq 0) \\ 0 & (\psi > 0) \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\frac{dP(\psi)}{d\psi} = \begin{cases} -c(1 + \varepsilon\psi) & (\psi \leq 0) \\ -ck & (0 < \psi \leq \psi_0) \\ 0 & (\psi_0 < \psi) \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\frac{dP(\psi)}{d\psi} = \begin{cases} -c \left\{ \frac{a}{1+b\psi^2} + (1 + \varepsilon\psi) \right\} & (\psi \leq 0) \\ -c \left\{ \frac{a}{1+b\psi^2} + \exp(-\gamma\psi) \right\} & (\psi > 0) \end{cases} \quad (3.12)$$

これらの式中で、 $\varepsilon, k, \gamma, a, b, \psi_0$ は任意の定数であり、磁束関数 $\psi(r, z)$ が負の場合はセパトリックス内の閉じた磁力線領域における圧力分布を示し、逆に正の場合はセパトリックス外の開いた磁力線の領域でのそれを示す。また c は固有値であり、非線形固有値問題に適用するために、それぞれの分布は(3.6)式の形を満たせるように選んだことに注意してほしい。

次にそれぞれの分布でどのような平衡が得られるかについて示す。まず今までの例でよく用いられてきた(3.9)式の圧力分布を用いた場合、図3.5(a)のような2次元平衡解が得られる。図はポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$ の等高線表示である。この平衡解は z, r 方向にそれぞれ40点の格子点を用いて $S_\phi = 2.5$ に固定した場合の結果である。この図を見れば分かるように、(3.9)式を用いた平衡では $x_s \sim 0.8$ の装置壁近くまである太いセパトリックスを持つ平衡解しか得られない。従ってこの圧力分布モデルは、現実の細くて長いプラズマを反映するような平衡解を得るのには不適當である。次に(3.10)式のようなセパトリックス内で非線形の圧力分布を考える。格子点の分割数、束縛条件を(3.9)式の場合と同じにして得られた結果を図3.5(b)に示す。図は $\varepsilon = 11.0$ の場合であり、この時の x_s の値は約0.65である。セパトリックス内だけにしかプラズマ圧の存在を仮定していないが、このように非線形圧力分布を選ぶことによって、セパトリックス半径の細い平衡解が得られる。しかし、この圧力分布ではセパトリックス外の周辺プ

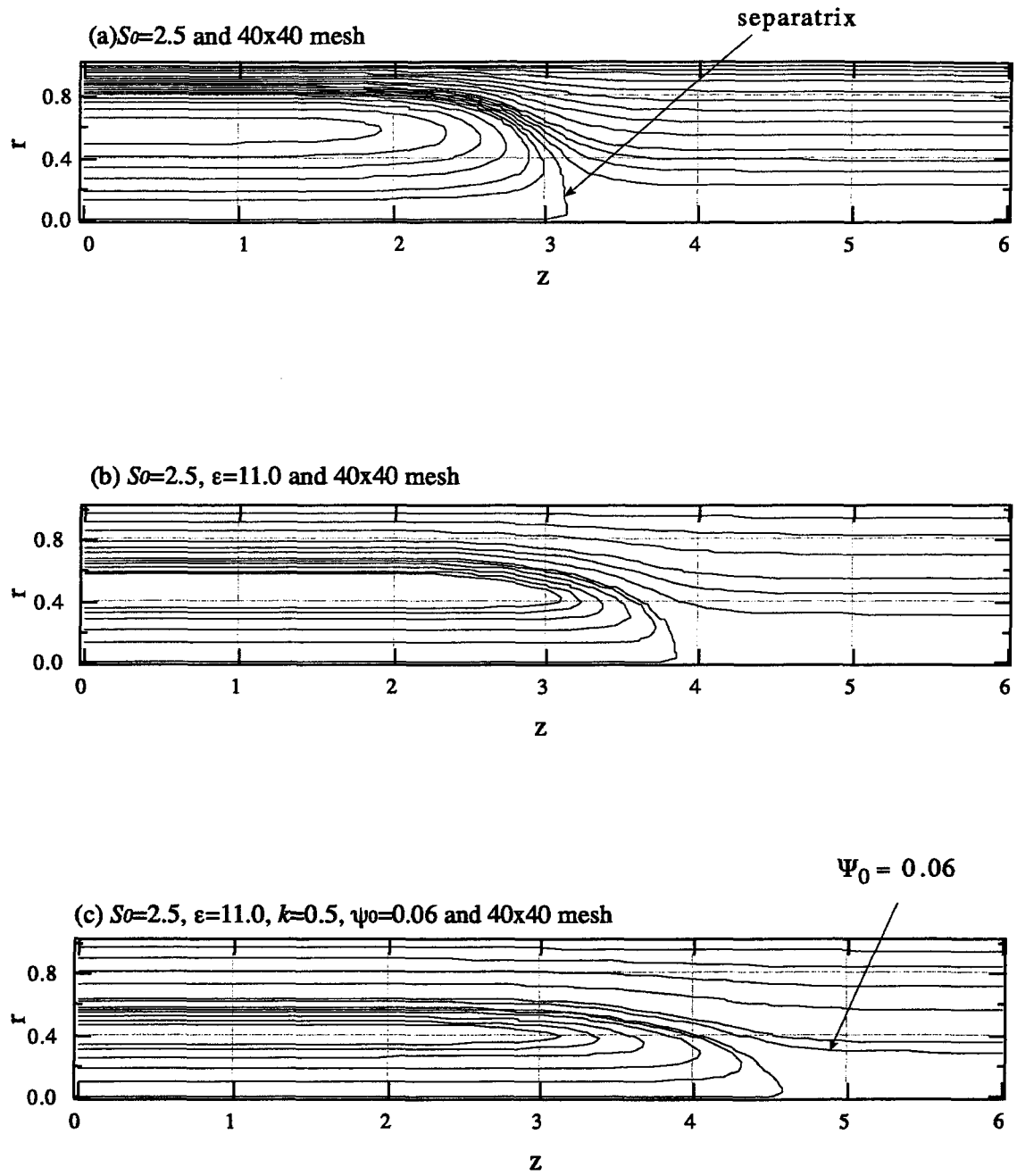


図3.5 (3.9),(3.10),(3.11)式を用いた場合の計算例. (3.10)式や(3.11)式のような非線形圧力分布を用いた場合, 平衡解のセパトリックス半径が減少していることに注意.

ラズマの効果が考慮されていない。最近のFIX装置における実験でT. Ohttsuka et al.[19]は周辺プラズマの圧力測定を行っており、周辺プラズマ圧が無視できない程度の大きさを持っている事を測定データにより示している。本論文では実験結果を反映するような一般的に拡張された平衡モデルを得ることが目的であるので、周辺プラズマの効果も取り入れる必要がある。そこで(3.11)式や(3.12)式を考慮した圧力分布モデルを試みた。(3.11)式を用いて平衡計算を行った例を図3.5(c)に示す。この平衡を計算したときの格子間隔、束縛条件は図3.5(a)の場合と同じである。図は $\varepsilon=11.0, k=0.5, \psi_0=0.06$ の場合の結果である。セパトリックス半径は0.6以下になり、端部のx-point近傍での形状はより鋭くなっている。この結果を見れば分かるように、 ε の値は図3.5(b),(c)で同じであるのだが、セパトリックス外にプラズマ圧が存在し、周辺プラズマの存在領域を $\psi_0=0.06$ まで広げたという条件を入ただけで、より実験に近い細くて長い平衡形状になっている。このようにセパトリックスの内部圧力分布と外部圧力分布を適切に組み合わせることは、FRCプラズマの2次元平衡の形状を決定するのに非常に重要である。(3.11)式は開いた磁力線の領域において、 ψ_0 の値を設定することによって明確にプラズマが存在する領域と真空領域とを分割することが出来る。このような性質により、この圧力分布モデルを用いた平衡は時間発展MHDシミュレーションの初期値として有効に利用されている。しかしこの圧力モデルには次のような欠点がある。式(3.11)はセパトリックス上の $\psi=0$ と $\psi=\psi_0$ で不連続であり、したがってこの平衡を満たすような電流密度分布はこれらの位置で不連続である。このことはT. Kanki et al. のMHDシミュレーションの評価の中で述べられている[57]。また外部プラズマの圧力分布はT. Ohttsuka et al. の実験結果[19]に示されるように指数関数的に減衰するモデルの方が自然であり、実験とも一致する。(3.12)式はそのような要請を満たした分布である。また(3.12)式は a, b の値を適当に選ぶことによってセパトリックス近傍の圧力分布をより能動的に調整できるという自由度を持っている。本論文では(3.12)式に見られる、セパトリックス内外での圧力分布の組み合わせが、実験で観測されるような平衡を得るのに適切であると考え、第4章と第5章においてこの分布を簡略化したモデルを用いた。

次に(3.11)式と(3.12)式中に現れる定数 ε, γ について述べ、それらの変化によって平衡計算の結果にどのような影響をもたらすかを、例を用いて示す。図3.6は(3.11)式を用いて、 ε だけをを変化させた場合での平衡計算の結果である。 $\varepsilon=24.0$ の場合、 $\varepsilon=10.0$ のときよりも平衡の形状は細くて長い形状になる。実際に徐々に ε の値を増加していくとセパトリックス形状は太くて短い形状から、細くて長い形状に変化していく結果が得られている。この傾向は(3.12)式における ε を変化させた場合にも同じ事が言える。

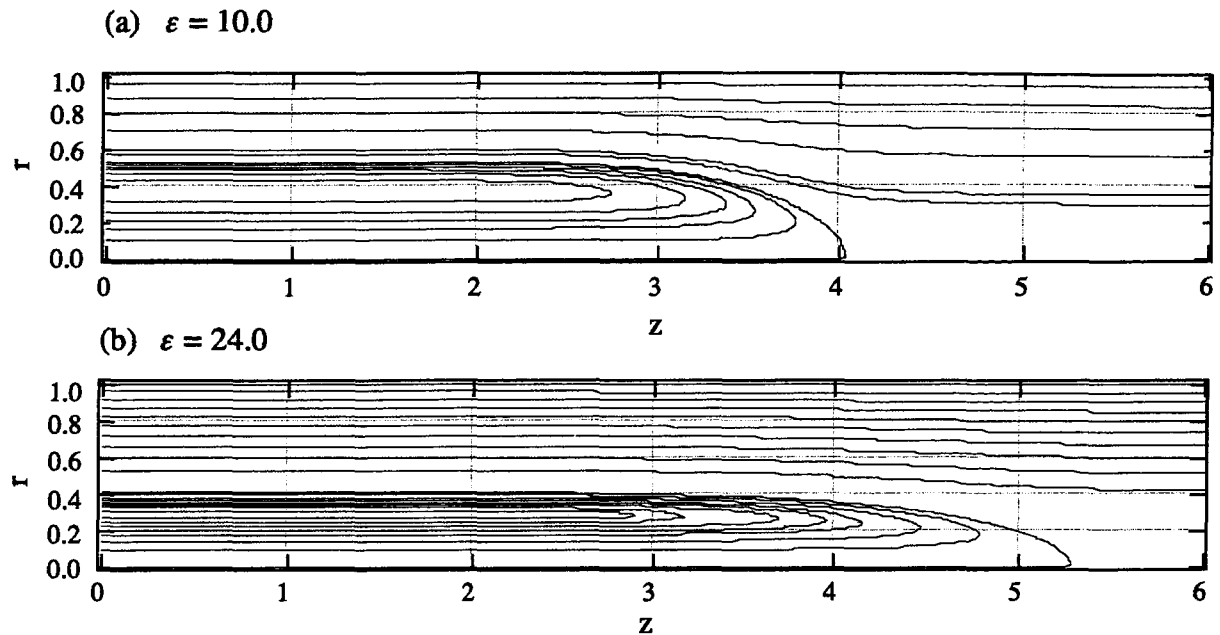


図 3.6 円筒境界条件において(3.11)式を用いて得られた平衡解. ε の値を (a)10.0,(b)24.0 と変化している. 等高線はポロイダル磁束関数を示す. ε の値によってセパトリックス半径が変化する.

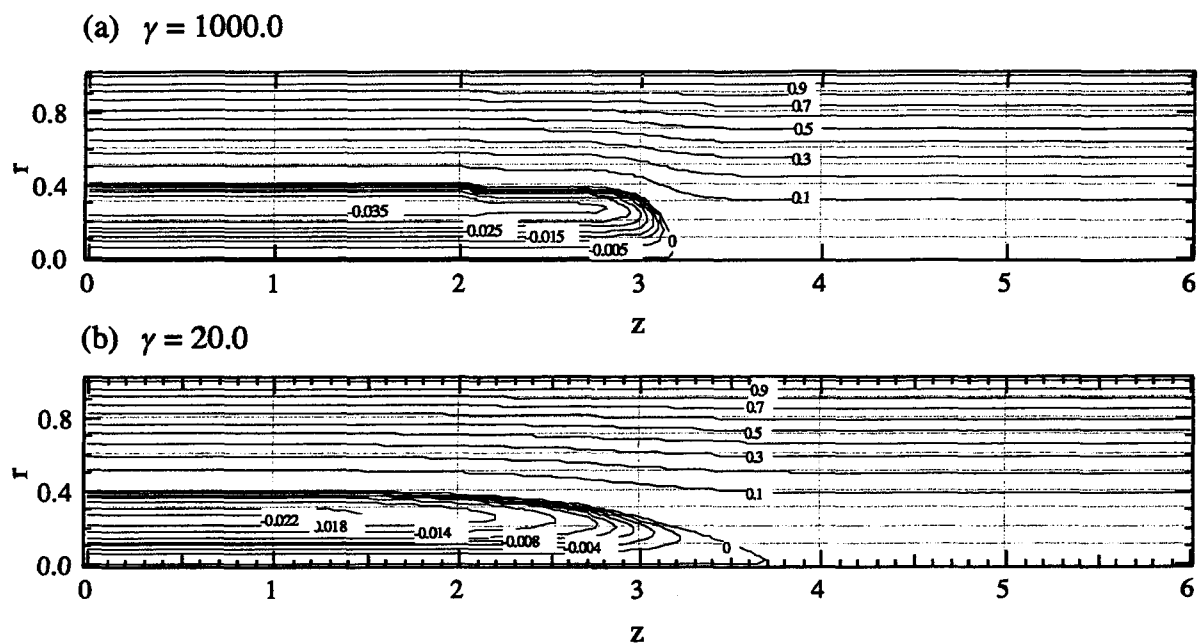


図 3.7 円筒境界条件において(3.12)式を用いて得られた平衡解. γ の値を (a)1000.0,(b)20.0 と変化している. 等高線はポロイダル磁束関数を示す. γ の値によってセパトリックス形状が変化する.

このように(3.11),(3.12)式における ϵ はセパトリックス半径を調整するのに使える。図3.7では(3.12)式の γ だけを変化させた場合の結果について示している。 $\gamma=1000.0$ のように γ の値が大きな場合にはセパトリックスの形状が「レーストラック型」の平衡になる。また $\gamma=20.0$ というように γ の値を小さくするとセパトリックス形状が「楕円型」の平衡になる。また γ の値を $\gamma=1000.0$ から $\gamma=20.0$ に徐々に変化させていった場合、平衡形状が「レーストラック型」から「楕円型」へと徐々に変化する結果が得られている。このようにセパトリックス外の圧力分布を操作し周辺プラズマの分布を変えることによってセパトリックスの平衡形状が操作できる事が分かった。「楕円型」及び「レーストラック型」の平衡については第4章に詳しく述べる。また周辺プラズマがFRCプラズマ本体に及ぼす影響については第5章に詳しく述べる。以上のように(3.12)式に現れる ϵ, γ というパラメータはFRCプラズマのセパトリックス形状を決定するために重要であることが分かった。

3-4 ミラー磁場配位

ここでは本論文で重要な役割をはたすミラー磁場配位について簡単に説明する。図3.8に単純ミラー磁場配位について示す。ミラー磁場配位とは図のような軸対称であり、磁場のだいたいの方向が z 方向で z 軸方向に空間的に磁力線が収束、発散するような配位である。図では z 軸の正の方向に行くに従って磁場強度が増している。このような磁場中での粒子の運動を考える。粒子のエネルギーは以下のように保存する。

$$\frac{1}{2}mv_{\perp}^2 + \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 = \text{const.} \quad (3.13)$$

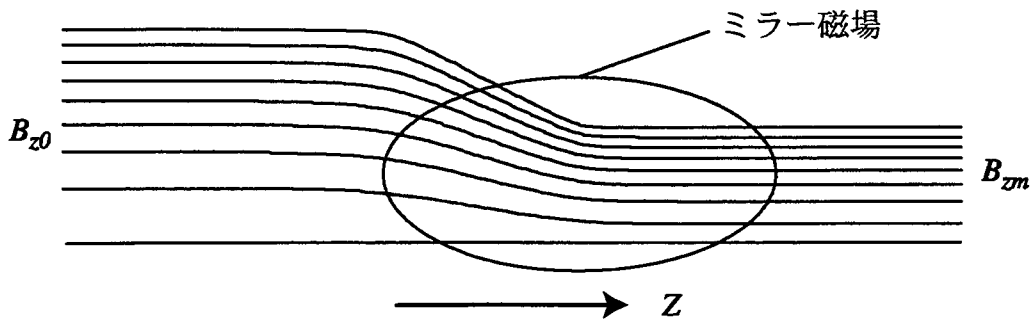


図3.8 単純ミラー磁場配位の概略図

ここで m は粒子の質量, $v_{\perp}, v_{\parallel}$ はそれぞれ磁場に垂直, 水平方向の粒子の速度である. またミラー磁場中では第1断熱不変量として次のように定義される磁気モーメントが保存される.

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B_z} \quad (3.14)$$

図を見ると分かるように $B_{z0} < B_{zm}$ なので, 中央部に存在した粒子がミラー部に入ると(3.14)式が保存されることから, $v_{\perp}$ は増加する. そうすると(3.13)式から必然的に $v_{\parallel}$ は減少する. 本論文では, 中央部と端部における磁場強度の違いを表す指標として次のようなミラー比を定義する.

$$R_m = \frac{B_{zm}}{B_{z0}} \quad (3.15)$$

もしミラー磁場領域でミラー比が十分に大きければ $v_{\parallel}$ は0になり粒子は弱い磁場領域に反射される. このようにして粒子はミラー磁場内に閉じ込められるわけである. このような性質を持つミラー磁場をMHD的に考えると次のようになる. $B_{z0} < B_{zm}$ なので磁場圧力の関係は次のようになる.

$$\frac{B_{z0}^2}{2\mu_0} < \frac{B_{zm}^2}{2\mu_0} \quad (3.16)$$

このように図で示す中央部と端部において圧力差が生じるので, 直感的にプラズマ圧 p がミラー磁場内に閉じ込められることが分かる.

FRC装置においてはこのようなミラー磁場の性質を用いてFRCのコアプラズマの位置座標を維持していると考えられる. またFIX装置においてはプラズマの位置を維持する理由と共に, 閉じ込め部へのFRCプラズマの移送の際に, プラズマを下流部で反射するために強いミラー比をもつミラー磁場が用いられている. この章では以下にFRCとミラー磁場の複合的な配位を数値的に扱う方法について示す. 本論文ではミラー比として(3.15)式のように真空磁場における磁場強度の比をとっていることを補足しておく.

3-5 一般曲線座標系における Grad-Shafranov 方程式

3-5-1 ミラー磁場を考慮した境界条件

3-5-2 一般座標變換

- 39 -

分法を行うのは難しい．なぜならテーパ領域において同サイズの格子間隔を用いて境界にメッシュの格子点を合わせるのはプログラムのコーディング上複雑な上にミラー比の変更などに対して柔軟性がない．またテーパ領域において計算精度を出すためにはより細かい格子点分割が必要となり，より多くのCPU時間を取られることになり，効率が悪い．そこで，図3.10のような座標変換[59,60]を考える．このような任意形状領域における座標変換法は，この後でのべる数値格子生成法との組み合わせで1970年代後半から急速に発展してきた方法である．最近ではこのような座標変換法を使うことにより，有限差分法の複雑な領域への適応が見直されており，数値流体力学などの分野では広く普及しているようである．図3.10は物理面の (z,r) 座標系から計算面の (ξ,η) 座標系への一般の座標変換である．このように複雑な領域から計算面の長方形領域へ境界条件を移すと，物理面での境界形状にかかわらず数値解法は計算面での単純な長方形メッシュ上で進められる．また (z,r) 座標系から (ξ,η) 座標系への変換はどのように関係づけられてもよく，ミラー比の変化にも十分対応できる柔軟なコーディングが出来る．ただしこの方法を数値計算で用いるには格子点の生成を含むプリプロセッシング（前処理）や得られたデータを物理面へ焼き直すポストプロセッシング（後処

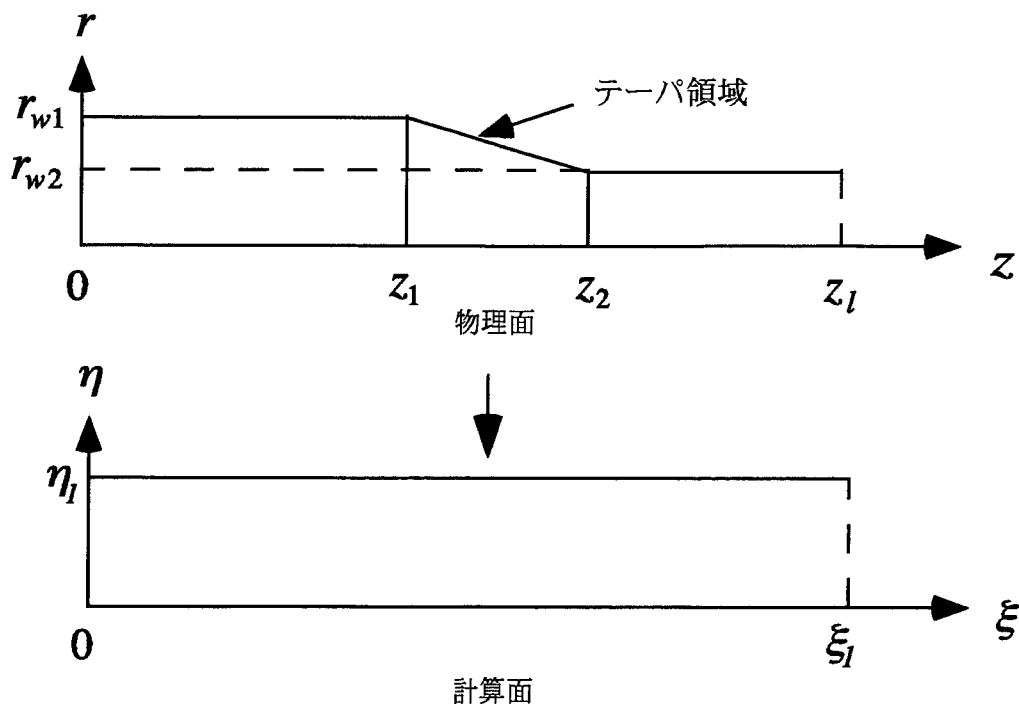


図 3.10 物理面 (z,r) 座標系から計算面 (ξ,η) 座標系への一般の座標変換．

理) が必要になる. また (ξ, η) 座標系は一般曲線座標系であり, G-S 方程式をこの上で扱うためには座標系によらない共変的な形に書き改めなければならない. 以下に一般座標系と物理面の変換の関係と G-S 方程式の一般座標系への適用について述べる.

3-5-3 微分幾何学的な準備

一般座標系へのテンソル解析をもとにした Riemann 幾何学的なアプローチ[61,62]はベクトルの変換, 方程式の変換を扱う場合に見通しがよく便利である. ここでは本論文に必要な事項について 2 次元の場合に限って簡単に述べる.

いま曲線座標系 (ξ, η) を物理面の座標系 (z, r) と次のような関係で結びつけられているとする. この場合便宜上 (z, r) 座標系はデカルト座標系であるとする.

$$\begin{cases} z = z(\xi, \eta) \\ r = r(\xi, \eta) \end{cases} \quad (3.17)$$

(ξ, η) 座標系での単位ベクトルは (z, r) 系の単位ベクトルと次のように結びつけられる.

$$e_i = \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial x^\alpha}{\partial \xi^i} e_\alpha = x_i^\alpha e_\alpha \quad (3.18)$$

ここで $\alpha, \beta, i, j, k, l$ などとは 1, 2 をとり, $x^1 = z, x^2 = r, \xi^1 = \xi, \xi^2 = \eta$ を示す. また α, β などとは (z, r) 系の指標を, i, j, k, l などとは (ξ, η) 座標系での指標を表すことにする. また (3.18) 式の右辺のように上付き文字と下付文字に同じ文字が現れた場合 Einstein の規約に従う事にする. (3.18) を使うと任意のベクトル $\mathbf{B}$ は曲線座標の単位ベクトルを用いて次のように表される.

$$\mathbf{B} = B^i e_i = B^i x_i^\alpha e_\alpha \quad (3.19)$$

またデカルト座標では次のように書くことが出来る.

$$\mathbf{B} = B^\alpha e_\alpha \quad (3.20)$$

(3.19), (3.20)より曲線座標からデカルト座標へのベクトルの変換は

$$B^\alpha = x_i^\alpha B^i \quad (3.20)$$

と表すことができる。また逆にデカルト座標から曲線座標への変換は

$$B^i = \xi_\alpha^i B^\alpha \quad (3.21)$$

になる。これらの関係は磁場ベクトルを計算面から物理面に移すのに使われる。次に空間の幾何学的情報を与える計量テンソルについて示す。曲線座標系上で計量テンソルは次のように表される。

$$(g_{ij}) = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_\xi^2 + r_\xi^2 & z_\xi z_\eta + r_\xi r_\eta \\ z_\xi z_\eta + r_\xi r_\eta & z_\eta^2 + r_\eta^2 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

この計量テンソルは座標変換のヤコビアンと次のような関係にある。

$$J = \sqrt{g} = \sqrt{\det[g_{ij}]} = z_\xi r_\eta - z_\eta r_\xi \quad (3.23)$$

また計量テンソルの逆行列を次のように定義しておく。

$$(g^{ij}) = (g_{ij})^{-1} \quad (3.24)$$

g_{ij} は反変ベクトルを共変ベクトルに、 g^{ij} は共変ベクトルを反変ベクトルに変換するのに便利である。この計量テンソルを使うと次のような関係も導かれる。

$$\xi_z = \frac{r_\eta}{\sqrt{g}}, \quad \xi_r = -\frac{z_\eta}{\sqrt{g}}, \quad \eta_z = -\frac{r_\xi}{\sqrt{g}}, \quad \eta_r = \frac{z_\xi}{\sqrt{g}} \quad (3.25)$$

(3.25)式は(3.21)式に代入して用いる。また偏微分は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} = \xi_\alpha^i \frac{\partial}{\partial x^i} \quad (3.26)$$

(3.26)式を使用する場合についても(3.25)の変換式を用いる。ベクトル演算子については一般座標系において次のように表現される。まずスカラー量 ψ の勾配は

$$[grad\psi]_i = x_i^\alpha \psi_{,\alpha} = \psi_{,i} = \frac{\partial \psi}{\partial \xi^i} \quad (3.27)$$

であり、一般座標系でもそのまま偏微分をとる。ここで $\psi_{,i}$ は i に関する偏微分である。ベクトル u の発散は次のようになる。

$$div u = u^j_{;j} + \Gamma^i_{ij} u^j = u^j_{;j} \quad (3.28)$$

ここで $u^j_{;j}$ は共変微分を表す。 Γ^i_{jk} という表記は第2種の Christoffel 3 指標記号[63]であり次式で定義される。

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{il} \left(\frac{\partial g_{jl}}{\partial \xi^k} + \frac{\partial g_{kl}}{\partial \xi^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial \xi^l} \right) \quad (3.29)$$

上述のような曲線座標系上に方程式を移すための規則を用いてG-S方程式を (ξ, η) 座標系に合う形に変換する。

3-5-4 G-S 方程式の変換

まず(3.5)式で示された規格化された G-S 方程式は次のように書き直される。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = div(grad\psi) - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = cF(r, \psi) \quad (3.30)$$

ここでベクトル演算子 $div, grad$ はデカルト座標系での演算子であることに注意する。(3.30)は3-5-3節の規則(3.17),(3.22),(3.23),(3.25),(3.26),(3.27),(3.28)を用いると次のような

曲線座標系でのテンソル形式での表現に変換される.

$$(g^{ij}\psi_{,j})_{,i} - \frac{1}{r(\xi,\eta)} \left[\xi_\alpha^i \frac{\partial \psi}{\partial \xi^i} \right]_{\alpha=r} = cF(r(\xi,\eta), \psi(\xi,\eta)) \quad (3.31)$$

(3.31)式の左辺第1項を変形すると

$$\begin{aligned} (g^{ij}\psi_{,j})_{,i} &= (\psi_{,j})_{,i} g^{ij} + \psi_{,j} g^{ij}_{,i} = (\psi_{,j,i} - \Gamma_{ij}^l \psi_{,l}) g^{ij} \\ &= \psi_{,j,i} g^{ij} - \xi_\alpha^l x_{,i,j}^\alpha \psi_{,l} g^{ij} \end{aligned} \quad (3.32)$$

となるここで

$$g^{ij}_{,i} = 0, \quad \Gamma_{ij}^l = \xi_\alpha^l x_{,i,j}^\alpha \quad (3.33)$$

を用いた. 従って(3.31)に(3.32)を代入して成分で展開すると次のようになる.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - \frac{2}{J^2} \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{J^3} \left(A \frac{\partial z}{\partial \eta} - B \frac{\partial r}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \\ &+ \frac{1}{J^3} \left(B \frac{\partial r}{\partial \xi} - A \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{1}{Jr} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \\ &- \frac{2}{J^2} \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{J^3} \left(C \frac{\partial z}{\partial \eta} - D \frac{\partial r}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \\ &+ \frac{1}{J^3} \left(D \frac{\partial r}{\partial \xi} - C \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -r^2 \frac{dP(\psi)}{d\psi} = cF(r, \psi) \end{aligned} \quad (3.34)$$

ここでJは(3.23)で定義されているヤコビアンである. A,B,C,Dはそれぞれ次のように与えられる.

$$A = \left(\frac{\partial r}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial r}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{\partial r}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial r}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} \\
C &= \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} \\
D &= \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

(3.34)式は一般曲線座標系におけるG-S方程式である．この式は複雑であるが， ψ についての2階の非線形偏微分方程式である．数値計算においてはこの方程式を離散化して解くわけである．曲線座標系において現れる関数についての微分は次の様に離散化される．まず1階の微分は

$$\begin{aligned}
(f_\xi)_{ij} &= \frac{1}{2}(f_{i+1,j} - f_{i-1,j}) \\
(f_\eta)_{ij} &= \frac{1}{2}(f_{i,j+1} - f_{i,j-1})
\end{aligned} \tag{3.36}$$

と表され，そして2階の微分は

$$\begin{aligned}
(f_{\xi\xi})_{ij} &= f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j} \\
(f_{\eta\eta})_{ij} &= f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1} \\
(f_{\xi\eta})_{ij} &= \frac{1}{2}(f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j} - f_{i,j+1} + 2f_{i,j} - f_{i,j-1} - f_{i-1,j} + f_{i-1,j-1})
\end{aligned} \tag{3.37}$$

と表される．ここで f は (ξ, η) 座標系における任意の関数であり， i, j は任意の計算格子点を示す．これらの差分表現は対象としている格子点に対して対称性を保っており，2次の精度をもつ．実際の計算コードでは，(3.34)式に(3.36),(3.37)を代入して離散化を行い，3-2-3節で述べられた非線形固有値問題の方法を適用している．

3-6 領域分割を用いたミラー磁場中の平衡計算

ここでは3-5節で導いた方程式を領域分割を用いた格子生成法[64]を使って解いた結果について示す．これは図3.11のように，物理面を領域1,2,3に分割し，それぞれの領域において計算面へのマッピングを決定し，1',2',3'を計算面で再び結合する方法である．それぞれの領域の対応は次に示すとおりである．1から1'へは

$$\begin{cases} r(\xi, \eta) = \xi \\ z(\xi, \eta) = \eta \end{cases} \quad (3.38)$$

2から2'へは

$$\begin{cases} r(\xi, \eta) = \left\{ 1 + \left(\frac{r_{w2}}{r_{w1}} - 1 \right) \frac{\eta - z_1}{z_2 - z_1} \right\} \xi \\ z(\xi, \eta) = \eta \end{cases} \quad (3.39)$$

3から3'へは

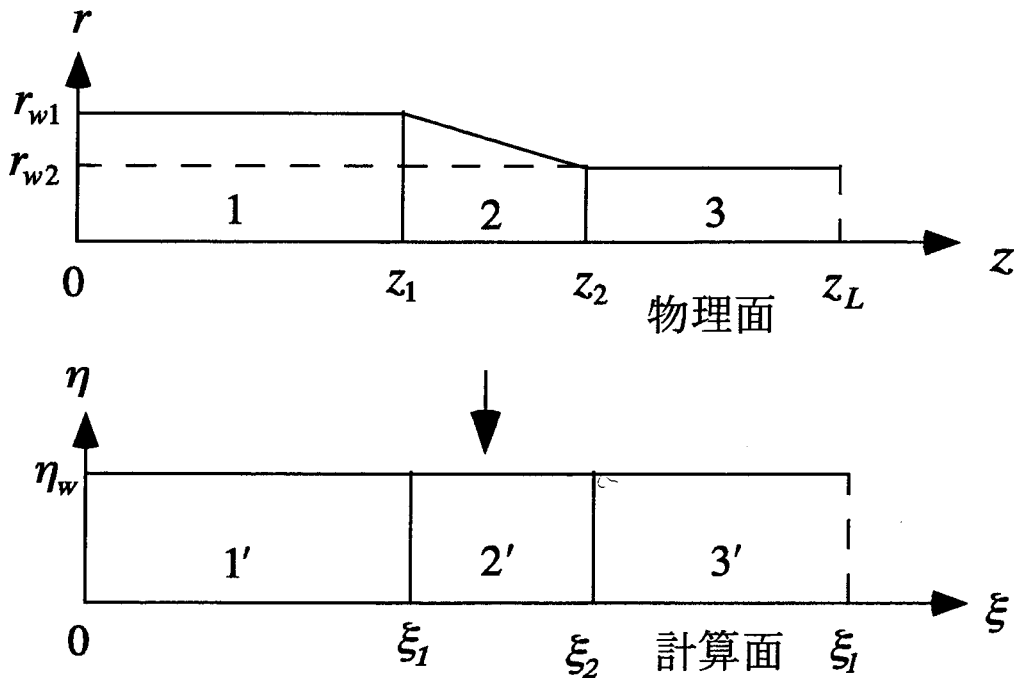


図3.11 領域分割法の概念図．物理面を領域1,2,3に分割し，それぞれの領域において計算面へのマッピングを行う．

$$\begin{cases} r(\xi, \eta) = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} \xi \\ z(\xi, \eta) = \eta \end{cases} \quad (3.40)$$

というようにそれぞれの領域が変換される。(3.38)~(3.40)をそれぞれ(3.34)式に代入し、領域1',2',3'についての3本の方程式を作って、計算面において数値計算を行う。この方法を用いて r_{w2} を変えることによってミラー比を変化させた場合の結果を図3.12に示す。図3.12は今までと同じように、ポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$ の等高線表示である。圧力分布は(3.11)式を用いている。図3.12はミラー比依存性を示しており、(a),(b),(c)はそれぞれ $R_m=1.0, 1.2, 1.56$ に対応している。図が示すように、 $R_m=1.0$ では細くて長い平衡解がミラー比の増加に伴って太くて軸方向に短い解に変化していくことがわかる。またFRC端部の形状についても著しく変化しているのが示されている。このようなミラー磁場の効果は第4章において詳しく述べ、考察を行う。

この領域分割法はミラー比の変化に関してあまり大きくレンジが取れないことが実際に計算を行うことで分かった。なぜならこのようにテーパ部にFRCが深く侵入して

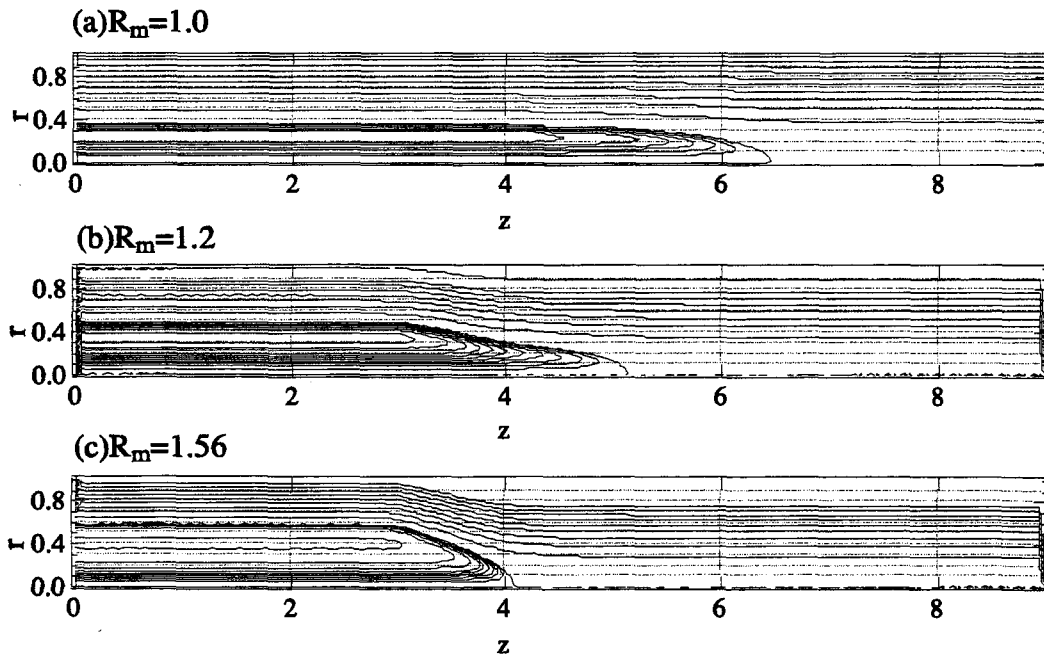


図 3.12 領域分割により得られたミラー磁場の影響を受けた平衡解。それぞれ (a) $R_m=1.0$, (b) $R_m=1.2$, (c) $R_m=1.56$ の場合を示す。

いるような平衡を得ようとした場合 $R_m \sim 2$ 程度までミラー比が増加すると、計算が途中で続行できなくなるからである。この理由として次のことが考えられた。第一に分割した領域同士の接続が十分滑らかでないことである。ミラー比が増加すると接続が滑らかでないという傾向が強められ、計算に悪影響を与えているのではないかと考えられた。第二には第4章で詳しく述べられるような、強いミラー磁場の影響を受けた場合の、セパトリックス近傍でのトロイダル電流密度分布のピーキングである。この電流ピーキングがあるとセパトリックス近傍での方程式の振る舞いが悪くなり、解が振動して収束しない。これらの問題を解決するために、次節に述べるような楕円型微分方程式を用いた格子生成法を導入した。

3-7 楕円型格子生成法を利用したミラー磁場中の平衡計算

領域分割法で述べた欠点から、計算格子として次のような2点の特性を持ったものが求められる。(1) 計算領域全体で滑らかな格子。(2) 方程式の中にある空間的に急激に変化する関数にも対応できる。このような要請を満たすために、境界適合型曲線座標系(BFCCS)上の計算格子点を自動的に生成するような楕円型格子生成法[65]を導入した。実際に導入したのは楕円型方程式の中でもポアソン系の方程式である。具体的には (z, r) 座標系において次式の2つの独立なポアソン方程式を用いて物理面と計算面を1対1写像で関連づけている。

$$\begin{cases} \xi_{zz} + \xi_{rr} = \tilde{P}(z, r) \\ \eta_{zz} + \eta_{rr} = \tilde{Q}(z, r) \end{cases} \quad (3.41)$$

$\tilde{P}, \tilde{Q}$ は制御関数であり、座標曲線の間隔と方向を制御するために適切なものを選ぶことが出来る。(3.41)の様な楕円型方程式を使った格子生成法の長所はその解が一般的に固有の滑らかさを持つ点である。また楕円型の演算子の平均化作用と極値原理により、任意の形状に対して格子線が重なり合うことなしに格子生成が行える。実際には極値原理は $\tilde{P}, \tilde{Q}$ により弱められており、1対1写像の条件が成り立たなくなる場合もあるが、このような制御関数はある許容範囲内で自由に取れることが知られている。計算の都合上、物理面と計算面の座標系の関係は (z, r) を (ξ, η) の関数で表す方が都合がよい。そこで3-5-3節に示した方法に従って方程式(3.41)を (ξ, η) の関数に変換する。その結果次式のような2つの偏微分方程式を得る。

$$\begin{cases} g^{22} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} - 2g^{12} \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} + g^{11} \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} = -J^2(P(\xi, \eta) \frac{\partial z}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \frac{\partial z}{\partial \eta}) \\ g^{22} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} - 2g^{12} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} + g^{11} \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} = -J^2(P(\xi, \eta) \frac{\partial r}{\partial \xi} + Q(\xi, \eta) \frac{\partial r}{\partial \eta}) \end{cases} \quad (3.42)$$

ここで g^{ij} は J はそれぞれ 3-5-3 節に示した計量テンソルとヤコビアンである。また座標変換の前後で

$$\begin{cases} \tilde{P}(z, r) = P(\xi, \eta) \\ \tilde{Q}(z, r) = Q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (3.43)$$

が成り立っているとしている。(3.42)は z と r が係数を通して結びついた連立偏微分方程式になっている。また格子点の制御関数 $P(\xi, \eta), Q(\xi, \eta)$ として次のようなものを用いた。

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) &= 0 \\ Q(\xi, \eta) &= -s \{ \text{sign}(\eta - \eta_k) \exp(-t|\eta - \eta_k|) \} \end{aligned} \quad (3.44)$$

ここで s, t, η_k は問題に応じた任意の定数である、また $\text{sign}(x)$ は符号関数であり次のように定義される。

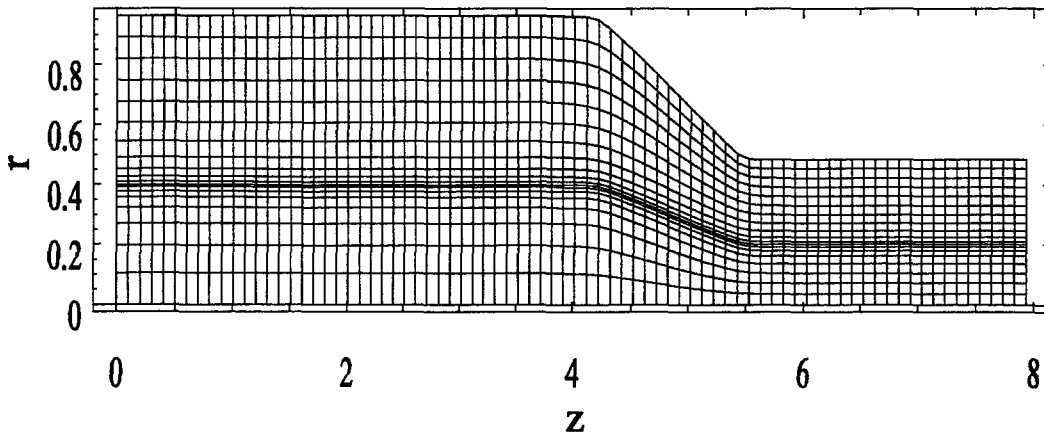


図3.13 楕円型格子生成法により生成された構造計算格子の例。(3.44)式でのパラメータは $s=-20000, t=0.5, \eta_k=16.5$ である。 $R_m=4.0$ の場合において $x_i \sim 0.4$ の解を想定している。格子点は FRC の閉じ込め領域において $r=0.4$ 周辺に引き寄せられている。

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad (3.45)$$

(3.44)式の $Q(\xi, \eta)$ は等 η 線を η_k の周辺に密集させるような働きを持っている．実際に格子生成は(3.42)式に(3.44)式を代入したものを, (3.36), (3.37)式を用いて離散化し, 適当な境界条件のもとに通常のSOR法を用いて求める．この方程式は基本的にPoisson方程式なので数値計算での振る舞いはそれほど悪くなく, 特別な工夫なしに比較的簡単に収束する．また解は格子点に使う座標であるので, 解の精度を上げるために相対誤差を小さく設定する必要もない．この格子生成法によって得られた格子の例を図3.13に示す．図はミラー比 $R_m=4.0$ を想定した計算格子であり, $s=-20000, t=0.5, \eta_k=16.5$ である．図中のそれぞれの曲線は等 ξ 線と等 η 線を示し, それらの曲線の交点が格子点を示す．全ての領域, 特にテーパ領域周辺で滑らかな格子が生成されている事に注目してほしい．また図の格子を生成したときにはセパトリックス半径を0.4と仮定しており, その周辺に電流密度分布のピークが存在することが予想されるので, 計算格子点をその周辺に引き寄せている．このような生成された格子を用いて行われた平衡計算の例を図3.14に示す．図3.14は $R_m=10.0$ という非常に強いミラー磁場の影響を受けているFRCプラズマである．この平衡はセパトリックス上に非常に大きな電流のピーク値を持っているが, 生成された適切な格子点のおかげで収束解が得られている．結果として領域分割法では不可能であった強ミラー磁場中の計算が, 楕円型格子生成法を用いることにより可能になっている．このように一般曲線座標系上でのG-S方程式

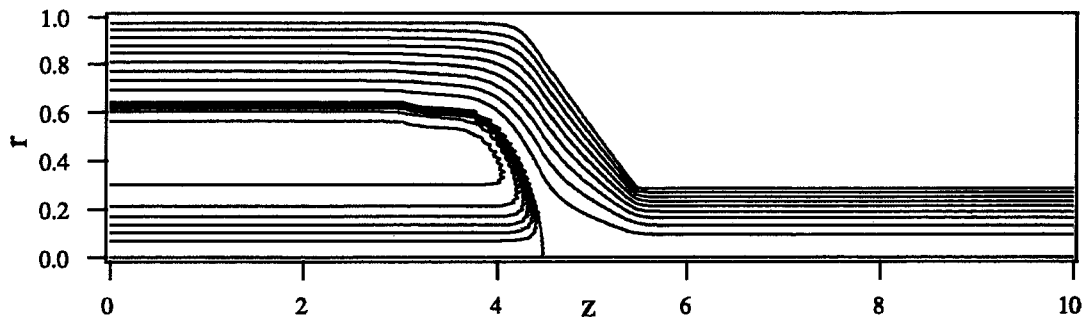


図3.14 格子生成法を用いて得られた2次元平衡解の磁束関数 $\psi(r, z)$ の等高線表示． $R_m=10.0$ の場合の平衡である．曲線座標系上のG-S方程式と楕円型格子生成法の組み合わせでこのように非常に強いミラー磁場の影響を受けたFRC解が得られるようになった．

と、楕円型格子生成法の組み合わせはFRCプラズマの数値平衡計算を行う上で非常に強力な手法であることが示された。

3-8 結言

この章では実験で観測されるような一般的に拡張された、FRCプラズマの2次元平衡の数値計算について述べてきた。FIX装置における実験で観測されているFRCプラズマは、平衡形状が細くて軸方向に長く、セパトリックス外に周辺プラズマが存在し、強いミラー磁場の影響下にある、などという特徴を持っている。このように一般に拡張されたFRCプラズマの平衡計算には主に以下のような問題点があった。

- (1)FRCプラズマに適用したG-S方程式はSOR法などを用いて解くと真空解に収束し自明でない解が得られない。
- (2)圧力分布が適切でないと細くて長い解が得られない。
- (3)境界条件を利用したミラー磁場を与える場合に、平衡コードが複雑になる。
- (4)強いミラー磁場の影響下にあるFRCはG-S方程式中に空間的に急激に変化する関数を含む。

これらの問題点を解決するために以下のことを行った。

- (1)非線形固有値問題をG-S方程式に対して設定し、自明でない解を導けるようにした。
- (2)数種類の圧力分布について平衡計算を行いその中から、細くて長い解を得られるような周辺プラズマを持つモデルを選択した。
- (3)物理面にある領域を長方形の計算領域に変換し、構造格子の形状を単純な長方形格子にした。そのときに一般曲線座標系上でG-S方程式を扱えるように、方程式を座標系に依存しない形式に変換した。
- (4)楕円型格子生成法を用いて計算領域全体で滑らかな格子を生成した。また関数が急激に変化するような領域では格子点の引き寄せを行いそれに対処した。

本研究では、上述の(1)から(4)までの改良点を組み込んだ拡張されたFRCプラズマのための2次元平衡計算コードを開発した。この平衡計算コードはミラー比 $R_m=10$ 程度の計算も可能となっており、強いミラー磁場の影響を受けた平衡について調べる場合に非常に強力な手段となっている。またこの平衡コードは他の研究にも応用され、実際図4-14に示した非常に強いミラー磁場中のFRC平衡は、中性粒子ビームの入射実験に

おける粒子軌道計算に使用されている．このように本研究で開発を行った平衡計算コードは柔軟性が高く，他の数値計算などに応用が可能である．

第4章 強いミラー磁場中でのFRCプラズマの2次元平衡

4-1 緒言

FRCプラズマは非常に高い平均 β 値 $\langle\beta\rangle$ を持つという特徴を持っており、比較的に高い圧力を持つプラズマが効率的に外部の開いた磁力線によって閉じ込められている。言い換えればFRCの閉じた磁力線領域はほとんど外部磁場によって支えられており、その変化によってコアプラズマが大きく影響を受けるということである。実際のFRC装置では、通常の間筒体系内での平衡計算と異なり、ミラー磁場コイルが両端にあるのが普通である。このような端部ミラー磁場は外部磁場の配位を変化させる1つの方法である。これらの端部コイルによって作り出されるミラー磁場の強度は電流を変えることによって比較的用意に操作でき、この方法を用いて図4.1に示すように軸方向釣り合いを変更できる。この軸方向釣り合いの変更は、閉じ込め効率を示す重要なパラメータである $\langle\beta\rangle$ に影響を及ぼすと考えられる。なぜなら $\langle\beta\rangle$ は第2章で示したように軸方向釣り合いの式から導かれるからである。また同時にコアFRCの構造も端部ミラー磁場により影響を受けると考えられる。つまり図4.1に示す磁気面の形状、圧力分布、電流密度分布などによって特徴づけられる平衡の構造はミラー磁場によって変化するのではないかと予想される。このようなミラー磁場の変更が与える効果は、FRCプラズマの平衡状態の操作に利用できる可能性がある。

ミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマの平衡についての数値計算については3例ほどの報告がある。このうち2例はミラー比 R_m が1.2~1.5程度の弱いミラー磁場中での平衡計算である。ここで R_m は真空の場合のミラー比で、前章で簡単に触れている。この2例のうちの1つではR.L.SpencerとM.Tuszewskiは $R_m \sim 1.3$ という条件で数値計算を行っており、彼らの得た平衡は $x_s \sim 0.4, I_s \sim 7$ 程度の細くて長い平衡である[25]。これらの細くて長い平衡解は適切な圧力分布 $p(\psi)$ を仮定することによって得られている。ここで使われている $p(\psi)$ は第3章の(3.12)式をもとにしており、セパトリックス内で非線形、セパトリックス外で指数関数的に減少して、セパトリックス上での圧力勾配を自由に選べることを特徴にしていた。また $R_m \leq 10$ という強いミラー磁場中での計算例は唯一K. Suzukiらによって報告されている[26]。彼らは圧力分布としてセパト

リックス内で $p(\psi)=-c\psi$ という線形分布, セパトリックス外で $p(\psi)=0$ (プラズマなし) といったものを仮定している. この論文では r_s と R_m の関係について調べられているが, しかしここで得られた平衡は x_s が0.8~0.95 のほとんどセパトリックスが壁近くまで達する非常に太い平衡である. FRCの平衡を得るのには $Grad-Shafranov$ 方程式を解くがこの時に解の分岐[50.51]が生じる. 解の分岐とは第2章で述べたように2つの解が存在することであり, そのうち1つは太い x_s であり, もう一方は細い x_s である. この

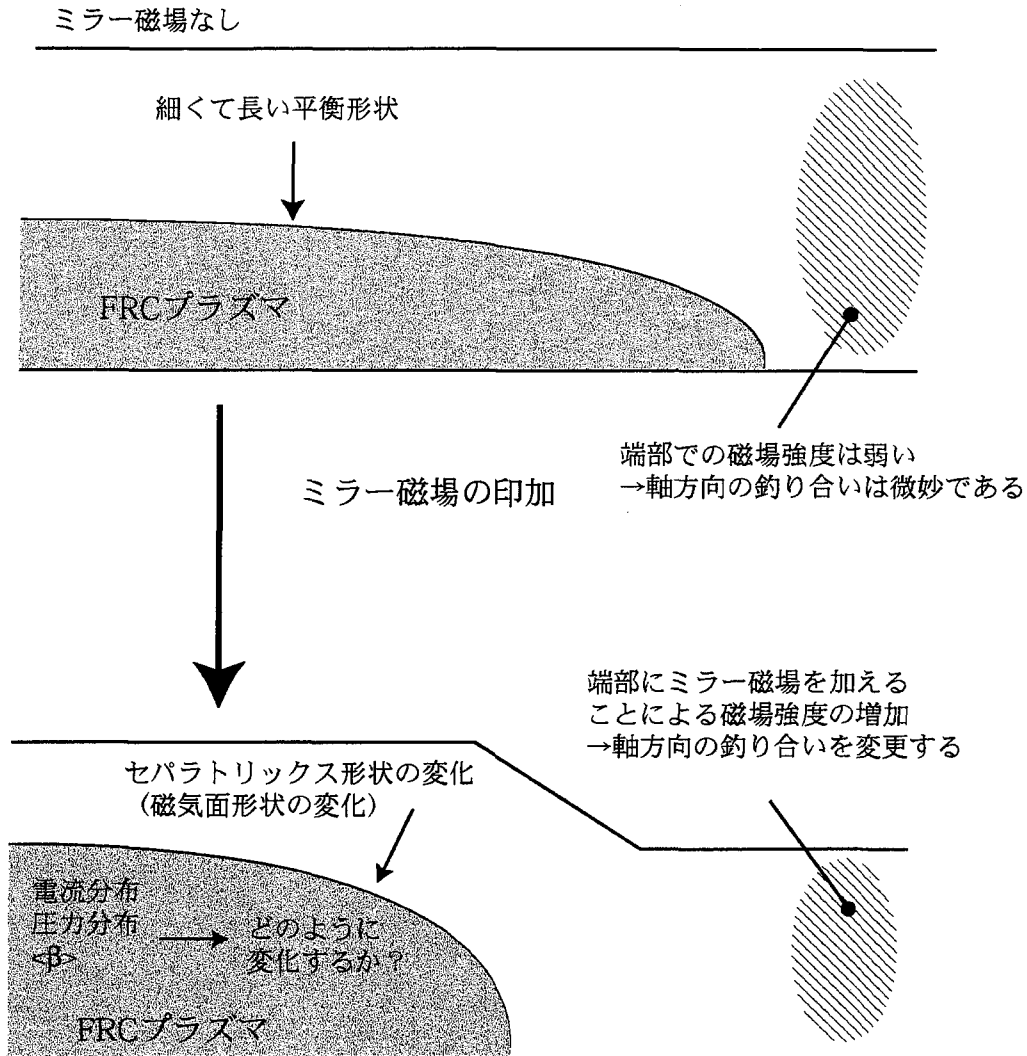


図4.1 FRCプラズマ端部へのミラー磁場の印加. ミラー磁場は軸方向の釣り合いに大きな変更を加える. 強いミラー磁場の影響下にあるFRC配位は, セパトリックス形状, 電流密度分布, 圧力分布, 平均 β 値などがミラー磁場の存在しない場合と異なっていると考えられる.

論文では2つのうち太い解の方について得られた結果であると考えられる。以上のように過去の研究例を挙げてきたが、これらに述べられている数値平衡は実際に観測される強い磁場中での細くて長い平衡という条件とは一致していないというのが現状であった。

この章ではミラー磁場のFRCプラズマ本体に及ぼす影響を調べると同時にFIX装置で観測される平衡と近い数値平衡を得ることを目的としている。FIX装置で観測される平衡の特徴は主に以下の4つである。(1) $x_s=0.35\sim0.6$, (2) $I_s=8\sim10$, (3) $R_m=2.5\sim7.0$, (4) セパトリックスの両端がテーパ部分にまで侵入している。すなわち強いミラー磁場中で、細くて軸方向に長い平衡解を得なければならないわけである。このような解を得るに必要な事柄は第3章で述べたような、適切な $p(\psi)$ の選択と格子生成法の使用である。これらの点をおさえることにより、広いレンジのミラー比 $R_m=1.0\sim4.0$ の条件下で細くて長い平衡を得られるようになった。以下にそれらの結果について述べていく。

4-2 計算手法

数値計算については第3章で詳しく述べたが、この章で行った強いミラー磁場中での計算について少し補足しておく。

前にも述べたようにFRCプラズマではその平衡の形状を決定するのに圧力分布 $p(\psi)$ が重要な役割を演じる。この章では実験で観測されるような細くて長いセパトリックス形状を得るのを目的としている。そのような平衡を得るのに様々な圧力分布を試した結果、第3章の(3.12)式で示した非線形圧力分布を用いることが有効であることが分かった。この強いミラー磁場中での計算ではその圧力分布を少し簡略化した次式を用いることにした。

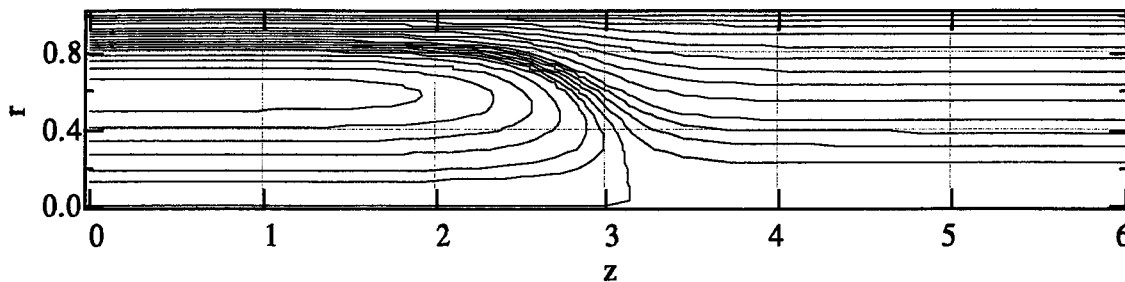


図4.2 (4.1)式において $\varepsilon \rightarrow 0, \gamma \rightarrow \infty$ の極限をとった場合の平衡解。このように $x_s > 0.8$ の太いセパトリックスを持つ平衡解になる。

$$\frac{dp(\psi)}{d\psi} = \begin{cases} -c(1 + \varepsilon\psi) & (\psi \leq 0) \\ -c \exp(-\gamma\psi) & (\psi > 0) \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで(3.12)式と同様に ε, γ は定数であり、 c は固有値である。今までと同様に $\psi \leq 0$ はセパラトリックス内を示す簡略化した部分はセパラトリックス近傍の圧力勾配を微調整する部分であり、これは ε, γ の値による平衡の変化の見通しをよくするためである。実際セパラトリックス半径の調整は ε で行うことができ、外部のプラズマの減衰具合は γ によって調整できる[64]。これらはセパラトリックスの内側と外側である程度独立して条件を変えられるという点で都合がよく、ミラー磁場の影響下でない場合について圧力分布によって平衡の性質を操作するのに十分であると考えた。また強いミラー磁場に影響された条件下であっても、細くて長い形状の平衡は ε と γ を適切な組み合わせで選ぶことによって得られることはこの後の節で示される。一方、もし(4.1)式において $\varepsilon \rightarrow 0, \gamma \rightarrow \infty$ の極限をとれば、セパラトリックス内で線形の圧力分布、セパラトリックス外は真空となり、その場合の平衡解は図4.2に示すような $x_s > 0.8$ の太い平衡解になる。それゆえに(4.1)式はK. Suzuki, S. Hamadaらによって示された太い平衡解[26]の拡張であるとみなすこともできる。

計算領域は (ξ, η) 座標系において ξ 方向に200点 η 方向に40点それぞれ等間隔に分割されている。この場合物理面では第3章の図3.13に示すような境界適合曲線座標系が用いられておりセパラトリックス上において計算格子の引き寄せが行われており、等間隔ではないことに注意しておく必要がある。

また初期値としてはどの系列の計算においてもミラー磁場の存在しない条件下での平衡で $x_s \sim 0.4, l_s > 10$ の細くて長い解を用いている。細い解を用いるのは実験に近い平衡解を得るためである。またセパラトリックス長を10以上とするのはFRCプラズマはミラー磁場の影響を確実に受けるようにするためである。なぜならこの計算体系においてテーバ領域の始まる座標が $z=4.26$ であり、セパラトリックス長はこの値の2倍よりも大きくないと意味がないからである。

4-3 $R_m=1.0$ の場合の磁気面形状の変化

ミラー磁場の効果を入れた計算の前にまずミラー比が存在しない場合($R_m=1.0$)の平衡の種類とその性質について示す。図4.3に示すのは(4.1)式の γ の値を変えた場合の計算結果である。図4.3(a)は $\gamma=25.0$ でセパラトリックス外の圧力勾配が緩やかな場合、図

4.3(b)は $\gamma=200.0$ でセパトリックス外のプラズマ圧が急激に減少する場合である。圧力勾配の減少が緩やかな場合磁気面の形状は「楕円型」と呼ばれる形状となり、急激に圧力が減少する場合は「レーストラック型」と呼ばれる形状になる[67]、ここで「楕円型」の形状とは図4.3(a)に示すように、セパトリックス半径がミッドプレーン($z=0$)からFRC端部に向けて緩やかに減少するような平衡である。さらに楕円型の平衡は磁束関数 $\psi(r,z)$ の値が z 軸方向に緩やかに変化するようなもの、つまり図4.3(a)のようにこの方向に等高線が疎である。また「レーストラック型」の形状とは図4.3(b)に示すようにちょうど陸上競技のレーストラックに似ていることからそのように呼ばれており、セパトリックス半径はFRC端部まではほぼ一定であり、端部に近づくと r_s が急激に減少する平衡である。この平衡では磁束関数 $\psi(r,z)$ の値もFRC端部近くで急激に変化するので図4.3(b)に示す等高線はその部分で密になっている。

これらの2つの特徴的な形状を持つ平衡について、それらの $z=0$ (ミッドプレーン)における圧力とトロイダル電流密度の分布の比較をそれぞれ図4.4に示す。図4.4(a)は圧力分布の比較である。これを見ると楕円型の平衡の方がレーストラック型よりもセパトリックス近傍における圧力勾配が小さいことがわかる。またセパトリックス上での圧力の値は楕円型の方が高い。このために中心部でのプラズマ圧力が上がり、

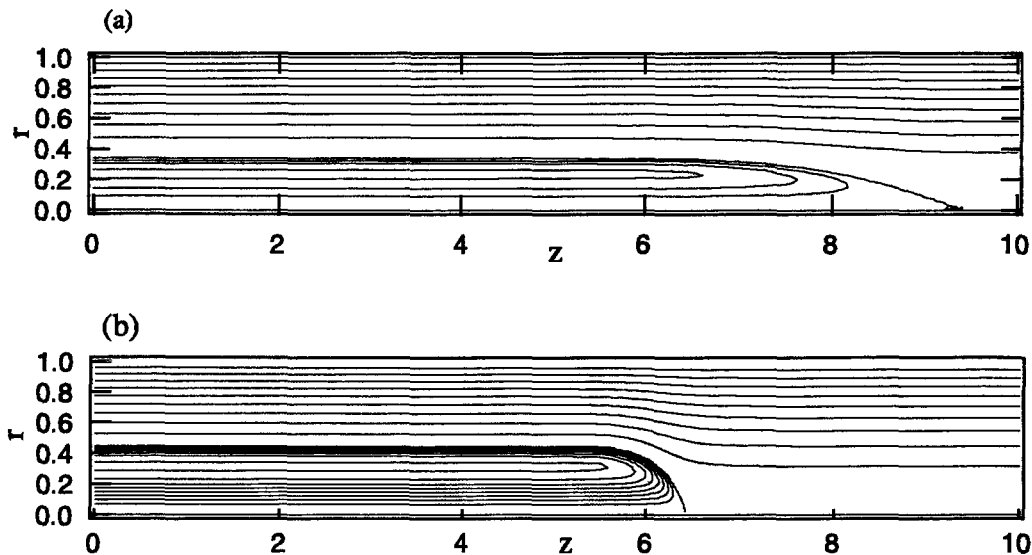


図 4.3 楕円型の平衡とレーストラック型の平衡. (a) $\gamma=25.0$, (b) $\gamma=200.0$

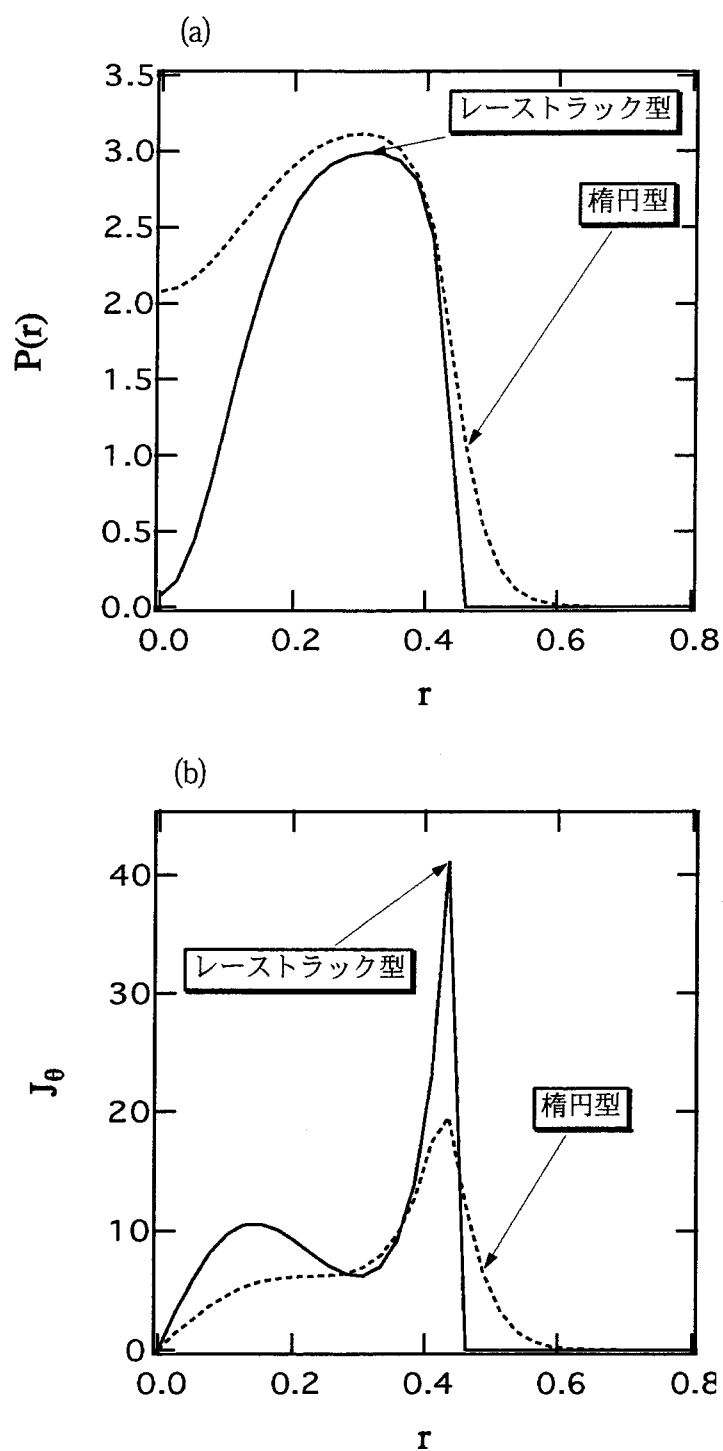


図4.4 楕円型平衡とレーストラック型平衡のミッドプレーンにおける各分布の比較.
(a)は圧力分布, (b)はトロイダル電流密度分布について示したものである.

セパトリックス内での圧力分布の変化は楕円型では比較的に緩やかである。これは $r=0$ から $r \sim 0.3$ の磁気軸（磁気中性点）付近までの圧力の変化を見るとよく分かる。この図より楕円型の平衡はセパトリックス外にレーストラック型よりもはっきりとした周辺プラズマの層を持っており、このことによってセパトリックス近傍の磁場強度を弱めていると考えられる。これはFRC端部についてもそのようになっていると考えられ、 x -point近傍で軸方向にFRCを押さえる圧力はレーストラック型の方が大きいことが推測される。故にセパトリックスでの圧力勾配が大きいとFRCの平衡は軸方向に押さえつけられているような「レーストラック型」となり、逆に小さいと軸方向にセパトリックスが伸び出したような「楕円型」の平衡になることが直感的に予測できる。これらについての軸方向釣り合いを用いた考察は第5章で行う。

トロイダル電流密度分布の比較は図4.4(b)に示している。楕円型の電流密度分布は $r=0$ から $r=r_s$ まで単調に増加しておりセパトリックスにおいてピークを持つ。一方レーストラック型の場合、電流密度分布は磁気軸において極小値をとっておりこのような分布をホロー(hollow)[67]な分布と呼んでいる。またセパトリックス上では楕円型と比較して急激なピークをもっている。このような電流密度分布におけるホローな分布とセパトリックス上での険しいピークはレーストラック型平衡の明らかな特徴である。以上のようにセパトリックス外の圧力勾配を操作する事によって平衡形状や電流密度分布に変化をもたらすことができることは非常に興味深い結果である。

4-4 楕円型の平衡に対する強いミラー磁場の影響

4-4-1 平衡形状の変化

図4.3(a)に示した楕円型の平衡の端部にミラー磁場を印加した場合の結果を図4.5に示す。これらの計算は全て $\epsilon=40.0, \gamma=25.0, S_0=2.6$ の条件下で行っている。図4.5の(a),(b),(c),(d)はそれぞれ $R_m=1.0, 1.56, 2.0, 4.0$ の時のポロイダル磁束関数 $\psi(r,z)$ を示している。これらの図では $\psi(r,z)$ は装置壁の磁束関数の値で規格化されており、従って壁での磁束関数の値は $\psi(\Gamma_{\text{wall}})=1$ である。 ψ はセパトリックス内で負の値をとり、等高線の間隔はセパトリックス内で0.05、外で0.1となっておりセパトリックスをはさんでその間隔が異なっていることに注意してほしい。 $R_m=1.0$ のとき $x_s=0.38, l_s=17.8$ であり、磁気面の形状は4-2節で述べたように楕円型である。ミラー比が増加していくと、 x -pointがミッドプレーン側に徐々に押されながら移動していく様子が分かる。磁気面の形状は最初楕円型であったものが、ミラー比の増加に従って徐々にレーストラック型に変化していつている。これは磁気ミラーの強度が増すと、軸方向の釣り合いに磁気ミラー

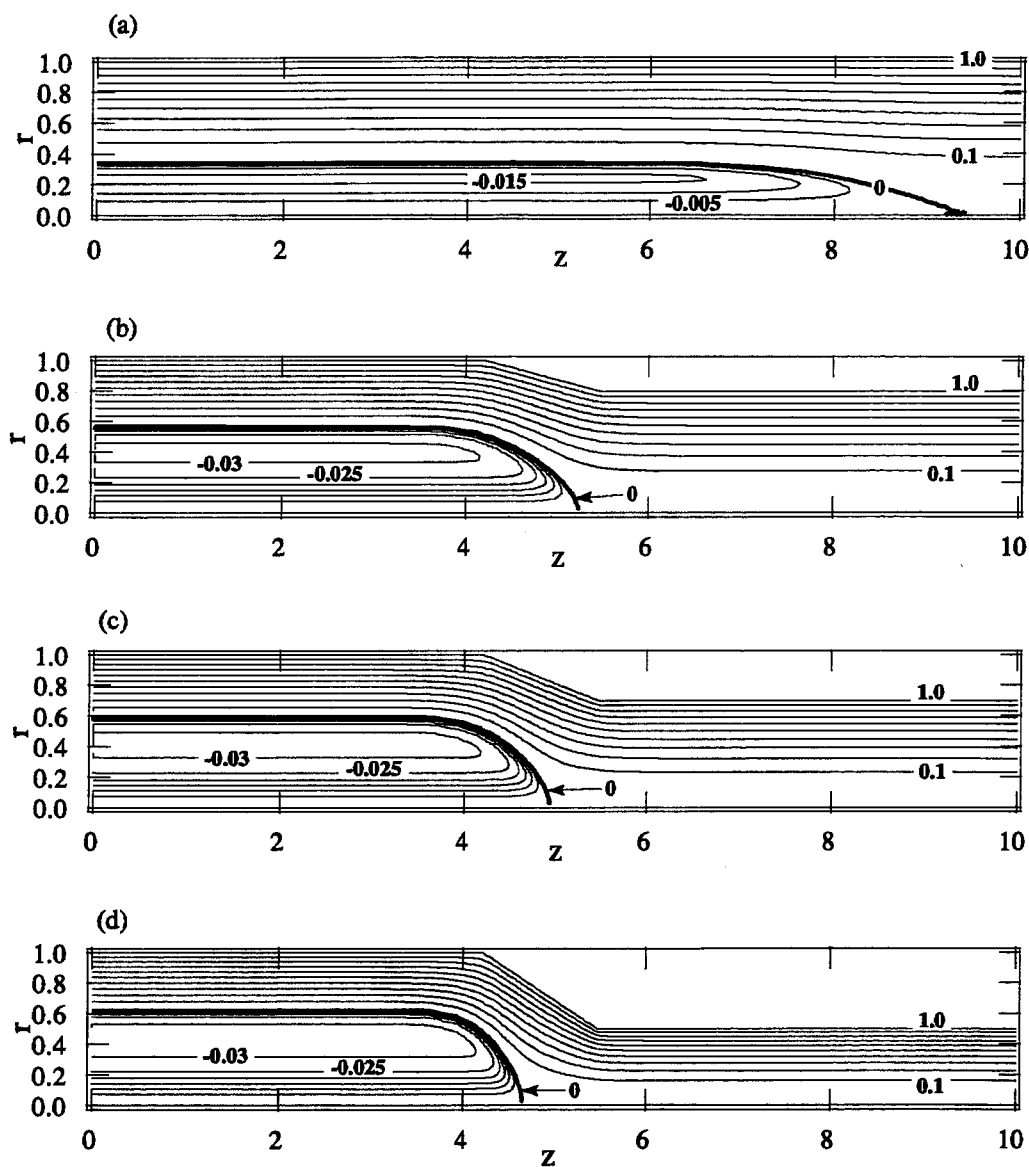


図 4.5 $\gamma=25.0, \varepsilon=40.0$ の場合にミラー磁場を印加したときの平衡の変化.
 (a) $c=54.6, R_m=1.0$; (b) $c=87.8, R_m=1.56$; (c) $c=95.1, R_m=2.0$; (d) $c=107.1, R_m=4.0$. 等高線はポロイ
 ダル磁束関数 $\psi(r, z)$ を示す. 太い等高線 ($\psi=0$) はセパトリックスを示している. 磁
 束関数はセパトリックス外で正の値, セパトリックス内で負の値をとる. 等高
 線の間隔は開いた磁力線の領域で 0.1, 閉じた磁力線の領域で 0.05 である.

が及ぼす影響が徐々に大きくなり、軸方向にFRCプラズマを押す圧力の総和が増加していくからであると考えられる。最終的に、 $R_m=4.0$ の強いミラー磁場の影響を受けたとき図4.5 (d)のように $x_s=0.63, l_s=9.1$ になっている。この場合FRC端部の x -pointはテーパの中央部分にまで侵入しており、強いミラー磁場の効果を大きく受けていることがわかる。

4-4-2 x_s と l_s の R_m に対する依存性

ここで示してきた楕円型の平衡についてミラー比に対する x_s と l_s の依存性を図4.6に示す。これらのデータの一部は図4.5の計算結果である。図4.6を見ると R_m が1.0から4.0に増していくに従って、 x_s は0.38から0.63に増加し、 l_s は17.8から9.1まで減少していることがわかる。この図において x_s の増加の割合と l_s の減少の割合は $R_m=1.0$ から $R_m=1.56$ にかけて顕著である。このことは $R_m=1.0$ から $R_m=1.56$ の間で平衡の形状がかなり大きく変化していることを示している。そして $R_m>1.56$ の領域では $R_m<1.56$ の領域よりも x_s, l_s の変化の割合が小さい。つまり $R_m>1.56$ の領域では平衡の形状はあまり

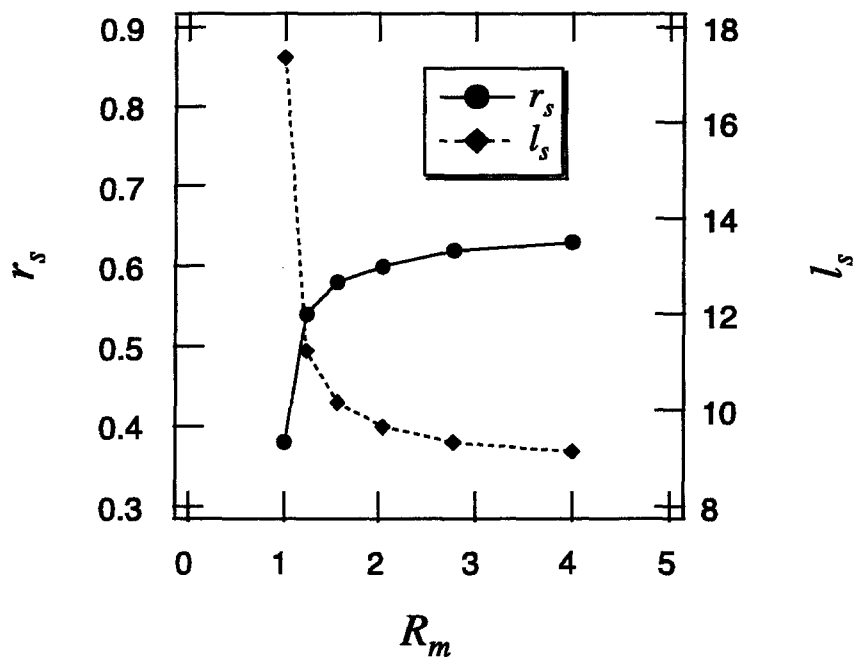


図4.6 ミラー比 R_m の変化に対する x_s と l_s の依存性。 $\gamma=25.0, \epsilon=40.0$ の場合の結果である。●は x_s 、◆は l_s を示す。図4.5に示されている計算結果において、 $z=0$ から x -pointまでの長さは $l_s/2$ であることに注意。

変化していないことになる。このような結果になる理由は次のように考えられる。 R_m が増加していくと、端部の磁場圧力が増加しFRCプラズマはミッドプレーン側へ押されていき、 x_{point} の位置が変わっていくために l_s が短くなっていく。その結果 R_m が1.56よりも大きな値であると x_{point} の位置がテーパ領域の中間点あたりまで移動する。そうするとミラー比の変化の影響がFRCプラズマにあまり及ばなくなるからである。この平衡計算においてもし束縛条件である s_0 の値を増加するか、もしくはテーパ領域を左方向に移動する事を仮定すると、強いミラー磁場の影響下つまり $R_m > 1.56$ の領域でも x_s の値がここで示されてきた値よりも大きくなると考えられる。なぜなら x_{point} がテーパ領域の任意の位置に固定され、ミラー磁場によって加えられる軸方向の力がより効果的にFRCに働くであろうからである。以上のようにこのFRCプラズマ両端のテーパ領域のミラー磁場間の距離は $R_m > 1.56$ のある程度強いミラー磁場という条件下において、セパトリックス長 l_s を決定するのに重要な役割を演じている[68]。一方、 $R_m = 1.0$ の場合において、セパトリックス長は外部の開いた磁力線領域の磁場とFRC内部のプラズマ圧力との間の軸方向に関するより微妙な釣り合いによって決定されている。これらのことについては、第5章において実効的なミラー比や拡張された軸方向釣り合いの関係式を用いて詳しく議論している。

K. Suzuki と S. Hamada[26]はセパトリックス内に線形の圧力分布を用いることによって、ちょうど図4.2に示すような太いFRCプラズマ($x_s > 0.8$)について x_s の R_m に対する依存性を $1.0 < R_m < 10.0$ の範囲で調べている。彼らの示した結果において x_s は R_m が増加するに従って増加している。またの $R_m > 5.0$ 範囲においては x_s はそれ以上に増加しないことが報告されている。これらの結果はFRCが装置壁近くまで達するような平衡についての議論で、ここでの実験結果に近い平衡を目的とした場合と基本となる平衡は異なっている。しかしこれらのミラー比の増加に対する変化は (1)弱いミラー磁場の領域では x_s は増加する。(2)ミラー比が強い領域では x_s はほとんど変化しない。という点で似たような結果になっている。つまり太いFRCにおいてもミラー比の大きな領域では平衡形状はあまり変化しないようである。

以上に述べてきたように、MHDモデルに基づいた平衡解析では、FRC両端部の強いミラー磁場によりFRCプラズマのセパトリックス長が制限される。この事実はFRC端部のミラー磁場を変更することによる、FRCプラズマの平衡制御の可能性を示唆している。実験において、大阪大学のFIX装置は両端部に非常に強いミラー磁場を持ちその効果を確認するのによい例である。このことは、4-7節の実験との比較において考察を行っている。

4-4-3 トロイダル電流密度の R_m 依存性

楕円型平衡についてミッドプレーンにおけるトロイダル電流密度分布 $J_\theta(r)$ のミラー比依存性を図4.7に示す。図中の縦軸は $J_\theta(r)$ の絶対値である。 $R_m=1.56$ と 2.78 の場合電流密度分布 $J_\theta(r)$ は磁気軸で極小値をとるホロー分布になっている。 $R_m=1.56$ から 2.78 への変化を見れば明らかなように、ミラー比が大きいほど $J_\theta(r)$ の極小値の値は小さくなっている。このことはミラー比の増加により電流密度分布のホロー度が強化されることを示している。また電流密度分布がセパトリックス上で最大値をとることは4-2節で示した。 $R_m=1.0$ の場合セパトリックス上での電流密度の最大値は $J_\theta(r_s)=13.6$ であり、 $R_m=1.56$ に増加すると $J_\theta(r_s)=35.4$ になり非常に大きく増加していることがわかる。このようにミラー比が増加すると電流密度分布は、磁気軸でのホロー度が強化され、セパトリックス上での電流密度のピークの部分はより狭く鋭くなるといったようにレーストラック型の性質に似てくることが示されている[68]。

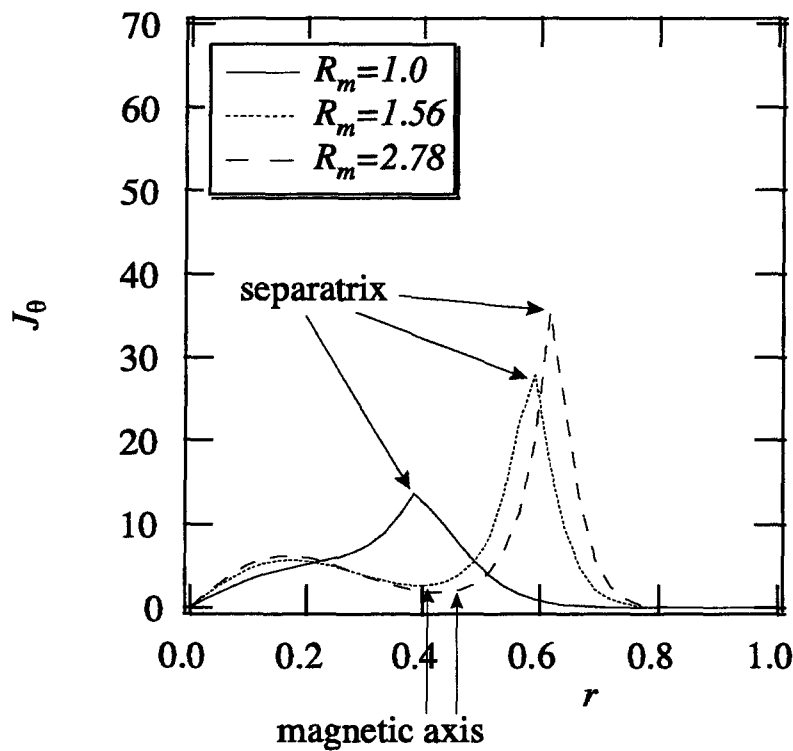


図4.7 ミッドプレーン ($z=0$) におけるトロイダル電流密度の径方向分布のミラー比依存性。 $\gamma=25.0, \epsilon=40.0$ の場合の結果である。 $R_m=1.0, 1.56, 2.8$ の場合について示している。

4-5 レーストラック型の平衡に対する強いミラー磁場の影響

4-5-1 平衡形状の変化

図4.3(b)に示したレーストラック型の平衡の端部にミラー磁場を印加した場合の結果を図4.8に示す. この節での平衡計算は $\epsilon=40.0, \gamma=200.0, S_0=2.6$ の条件下で行っておりセパトリックス近傍での圧力勾配は4-3節で述べたものよりかなり大きいことに注意してほしい. 図4.8の(a),(b),(c),(d)はそれぞれ $R_m=1.0, 1.56, 2.0, 4.0$ の時のポロイダル磁束関数 $\psi(r,z)$ を示している. ポロイダル磁束関数の規格化, 等高線の値の符号及びその間隔は4-3節で示したものと全く同じである. $R_m=1.0$ のとき磁気面の形状はレーストラック型である. ミラー比 R_m の増加に伴って磁気面の2次元形状は変化しているが, その形状はレーストラック型の形状を維持しながらの変化である. ただし, $R_m=4.0$ のときFRC端部において磁気面を示す等高線が非常に密になっていることから, レーストラック型の特徴はミラー磁場により強化されている. ミラー比の増加によって楕円型の平衡はレーストラック型の平衡に変化した, レーストラック型の平衡について調べると x_s と l_s の変化はあるが形状はレーストラック型のままであることが分かる.

ミラー比 R_m が1.0から4.0に増加していくと, x_s が0.45から0.6まで増加し, また l_s は12.8から9.3に減少しているのがこの図より分かる. このような x_s と l_s の変化は $\gamma=25.0$ の場合とよく似ており, $1.0 < R_m < 1.56$ の間で変化の度合いが非常に大きく, $R_m > 1.56$ ではそれらの変化は小さい. $R_m > 1.56$ で変化が少ないのは図4.8の(b),(c),(d)を比べると明らかであり, 平衡の形状に注目すると, これらの3つの平衡計算の結果はほとんど変わっていない. セパトリックス近傍の圧力勾配が非常に大きな場合, セパトリックス外のプラズマが, 磁場強度を弱めることはほとんどなくミラー磁場の効果はより直接的にFRCプラズマに働くと推測できる. その結果の $\gamma=25.0$ 場合と同様に l_s はある程度強いミラー磁場の間隔によって制限されている. $\gamma=25.0$ と $\gamma=200.0$ の場合の強いミラー磁場中での平衡計算の結果を総合すると, セパトリックス近傍の圧力勾配の大きさにかかわらずミラー磁場の効果はあまり変わらない. つまりミラー磁場が軸方向にFRCプラズマを押さえつける効果は, セパトリックス外の周辺プラズマ圧がセパトリックス近傍の磁場強度を弱める効果と比べると, 大きなことが推測できる. このことについては第5章で詳しく議論する.

4-5-2 トロイダル電流密度の R_m 依存性

レーストラック型の平衡についてミッドプレーンにおけるトロイダル電流密度分布

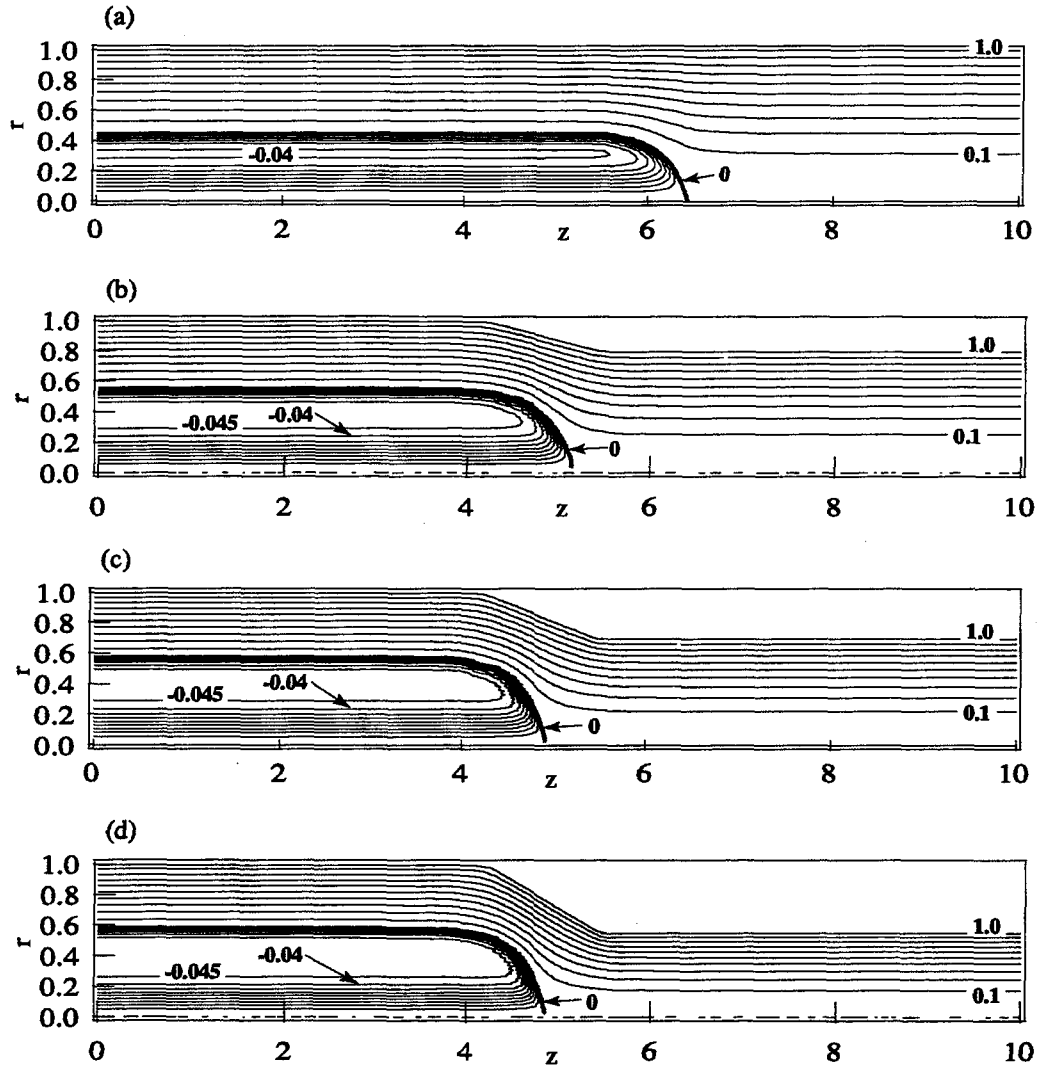


図 4.8 $\gamma=200.0, \varepsilon=40.0$ の場合にミラー磁場を印加したときの平衡の変化. (a) $c=122.4, R_m=1.0$; (b) $c=178.4, R_m=1.56$; (c) $c=188.2, R_m=2.0$; (d) $c=207.4, R_m=4.0$. 等高線はポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$ を示す. 太い等高線 ($\psi=0$) はセパトリックスを示している. 磁束関数の符号の正負, 及び等高線間の値の間隔は図 4.5 と同じである.

$J_\theta(r)$ のミラー比依存性を図 4.9 に示す。縦軸は規格化された $J_\theta(r)$ の絶対値である。先にも述べたように $\gamma=200.0$ では $R_m=1.0$ の場合でも磁気軸で極小値を持つホローな分布である。この電流密度分布におけるホロー度は R_m の増加に伴って大きくなっている。 $R_m=2.8$ の場合に注目すると磁気軸での極小値はほとんど0付近にまで落ち込んでおり、楕円型の場合と比較するとホロー度は非常に大きなことが分かる。セパトリックス上の電流密度分布のピークも R_m の増加に伴いより高くより細く変化している。図 4.9 において、セパトリックス上でのトロイダル電流密度の最大値 $J_\theta(r_s)$ はミラー比 R_m が 1.0 から 4.0 に増加するに伴って 40.2 から 70.2 にまで増加している。このようにセパトリックス上の電流密度分布のピークも楕円型の場合と同様に R_m の増加に伴いより高くより細く変化している。 $1.0 < R_m < 2.8$ の間でピークの増加度合いを比較すると楕円型の平衡のほうが変化は大きい。しかし $R_m=2.8$ におけるセパトリックス上でのピークを比較するとレーストラック型の方が2倍ほど大きくその形状も非常に鋭いピーク[68]

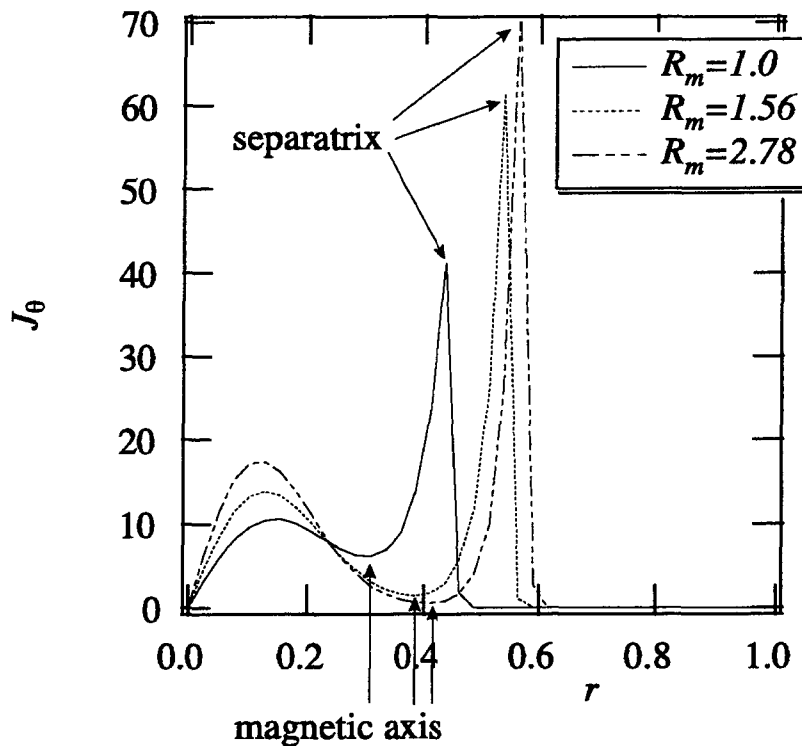


図 4.9 ミッドプレーン ($z=0$) におけるトロイダル電流密度の径方向分布のミラー比依存性。 $\gamma=200.0, \epsilon=40.0$ の場合の結果である。 $R_m=1.0, 1.56, 2.8$ の場合について示している。セパトリックス近傍の圧力勾配が大きいと、電流密度分布は非常に鋭く陰しいピークを持つ。

になっている。以上からレーストラック型の平衡にミラー磁場を付加した場合、電流密度分布においてもレーストラック型の特徴が強化されることが示された。

さらにセパトリックス外のトロイダル電流密度分布に注目した場合、楕円型の平衡とレーストラック型の平衡について次のようなことがいえる。もしトロイダル電流がセパトリックス外で空間的に緩やかに減衰すれば、セパトリックス形状はより楕円型になる。反対にトロイダル電流が急激に減衰した場合セパトリックス形状はよりレーストラック型になる。この傾向はミラー磁場が弱いほど強く現れることは図4.5,4.7,4.8,4.9を比べると明らかである。以上のようにセパトリックス形状はセパトリックス外の電流分布によっても影響を受ける。

4-6 ミラー磁場が β 値に及ぼす効果

この節では β 値に関してミラー磁場が及ぼす効果を調べていく。ここで β 値は第2章で述べたように、局所的なプラズマ圧力に対する外部磁場圧力（より正確に言うと装置壁近傍における磁場圧力）の比を示している。図4-10には例として $\gamma=25.0$ の楕円型の平衡の場合のミッドプレーンにおける β 値の径方向分布を、 $R_m=1.0, 1.56, 4.0$ について示している。 $R_m=1.0$ の時 β 値の分布は磁気軸（ヌル点）ではっきりとしたピークを持つプロファイルである。 $R_m=1.0$ から $1.56, 4.0$ とミラー比が増加すると磁気軸以外のところでも圧力が高くなり、セパトリックス内でフラットな分布を持つプロファイルに変わっていく。このフラットな領域はミラー磁場が強い方が広い。またミラー比の増加に伴ってセパトリックス近傍の β 値の勾配（圧力勾配）がきつくなっていくのも、ミラー磁場が及ぼす影響の特徴である。ミラー比に対する β 値プロファイルの変化を定量的に調べるために、平均 β 値、 $\langle\beta\rangle$ をここで用いる。FRC プラズマの $\langle\beta\rangle$ は第2章示したように次式で定義できる。

$$\langle\beta\rangle = \frac{2}{r_s^2} \int_0^{r_s} \beta(r) r dr \quad (4.2)$$

この積分はミッドプレーンにおいて実行される。(4.2)式を見ると分かるように、これは $\beta(r)$ を中心軸からセパトリックスまで積分し、平均をとる操作を行っているので、 $\beta(r)$ がセパトリックス内でどの程度フラットな分布であるかということを示すよい指標になる。つまり $\langle\beta\rangle$ が大きいほどフラットな領域が広いわけである。(4.2)式を用いて得られた、 $\langle\beta\rangle$ の R_m に対する依存性を図4.11に示す。それぞれの●マーカは図4.5

で示された結果より得られたものである。この図を見ると $\langle\beta\rangle$ はミラー比の増加に伴って増加していることがわかる。その変化は $R_m=1.0, x_s=0.45$ の場合の $\langle\beta\rangle=0.95$ から、 $R_m=4.0, x_s=0.45$ の場合の $\langle\beta\rangle=0.98$ までである。変化の様子に注目すると $x_s l_s$ の場合と同じく、 $1.0 < R_m < 1.56$ の範囲で値の変化が大きく、 $R_m > 1.56$ になると $\langle\beta\rangle$ はほとんど変わらない。この理由は先に述べたのと同様に圧力プロファイルの変化が $1.0 < R_m < 1.56$ の間で大きいからであろうと考えられる。

ミラー磁場が増加するに従って $\langle\beta\rangle$ が増加する理由について考えてみる。ミラー比が $R_m > 1.0$ になったとき、ミラー領域（テーパ領域よりも右の領域）の磁束密度 $\mathbf{B}$ の値が増加する。そうすると軸方向への磁場圧力 $\mathbf{B}^2/\mu_0$ が増大する。その結果、軸方向に働

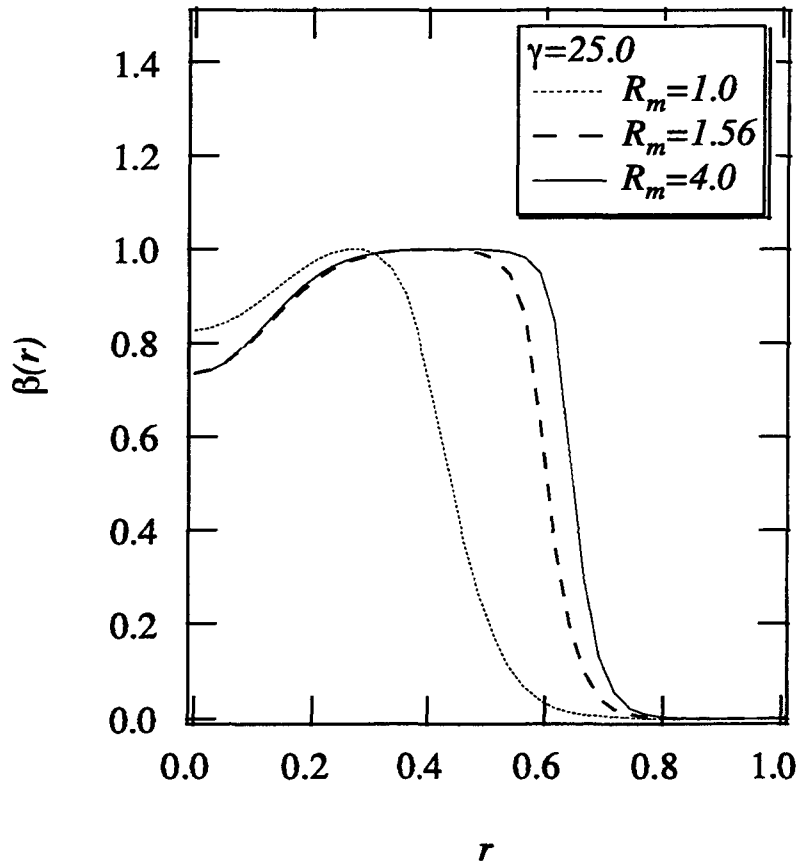


図 4.10 ミッドプレーン ($z=0$) における β 値の径方向分布のミラー比に対する変化。 $\gamma=25.0, \epsilon=40.0$ の場合の結果である。ミラー比が増加するに従って、分布は明確なピークを持つ分布から、セパトリックス内でフラットな領域を持つ分布に変化する。

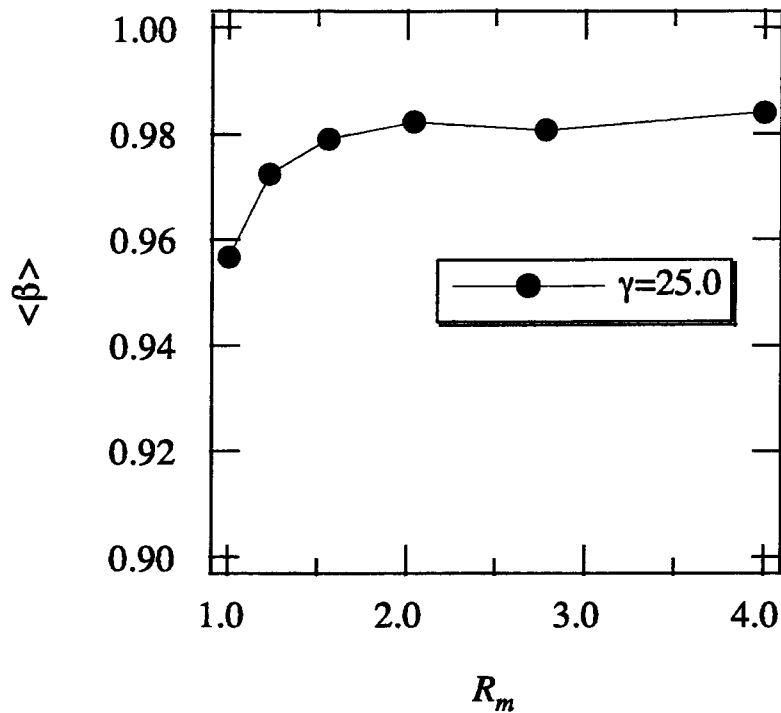


図4.11 平均 β 値, $\langle \beta \rangle$ の R_m に対する依存性. $\gamma=25.0, \epsilon=40.0$ (楕円型) の場合. ミラー比の増加に伴って $\langle \beta \rangle$ は増加する.

く磁場圧力の総和がミラー磁場により増加することになる. ゆえにセパトリックス内のプラズマ圧力の総和は, 外部の増加した磁場圧力と釣り合うために, 増加しなければならない. このような理由から, セパトリックス内のプラズマ圧力の総和を増加するには, 圧力の高い領域をできるだけ増やす必要がある. したがって, β の分布は圧力が最大になる磁気軸周辺において平坦化され, またセパトリックス近傍では圧力勾配が増加すると考えられる. 最終的な結果としてミラー比が増加すると $\langle \beta \rangle$ は増加するわけである.

4-7 実験との比較

ここではミラー磁場による平衡形状の変化について実験との比較を行う. FIX装置ではFRCプラズマを保持しておくためと, 移送の際に反射を行うために, 閉じ込め部に強いミラー磁場配位を持っている. 強いミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマにおける平衡のセパトリックス長 l_s はミラー磁場間の距離によって決定されることは

ここでの一連の平衡計算によって示唆されている. FIX装置では通常ミラー比が2.5程度で運転が行われており, この時の磁気プローブ測定結果では, セパトリックス長はミラー磁場の間隔とほぼ等しい[17]. つまりFRCプラズマの x -point はミラー磁場の間隔で制限されており, その位置は磁気ミラーの位置よりは外側にならない. この観測結果はミラー磁場の効果によるセパトリックス長の制限を表していると思われる. またこのことをより積極的に示す実験的な結果がFIX装置において最近得られている. K. Kitano *et al.*[18]はFIX装置の閉じ込め部内壁に付加的な磁場を発生するコイル(内部コイル)を設置し, 平衡状態にあるFRCプラズマに対して図4.12のように実効的にミラー間隔を狭めることによって, FRCプラズマを軸方向に圧縮する実験を行っている. この実験を行った結果, 彼らは内部コイルによる磁場印加により, FRCプラズマ

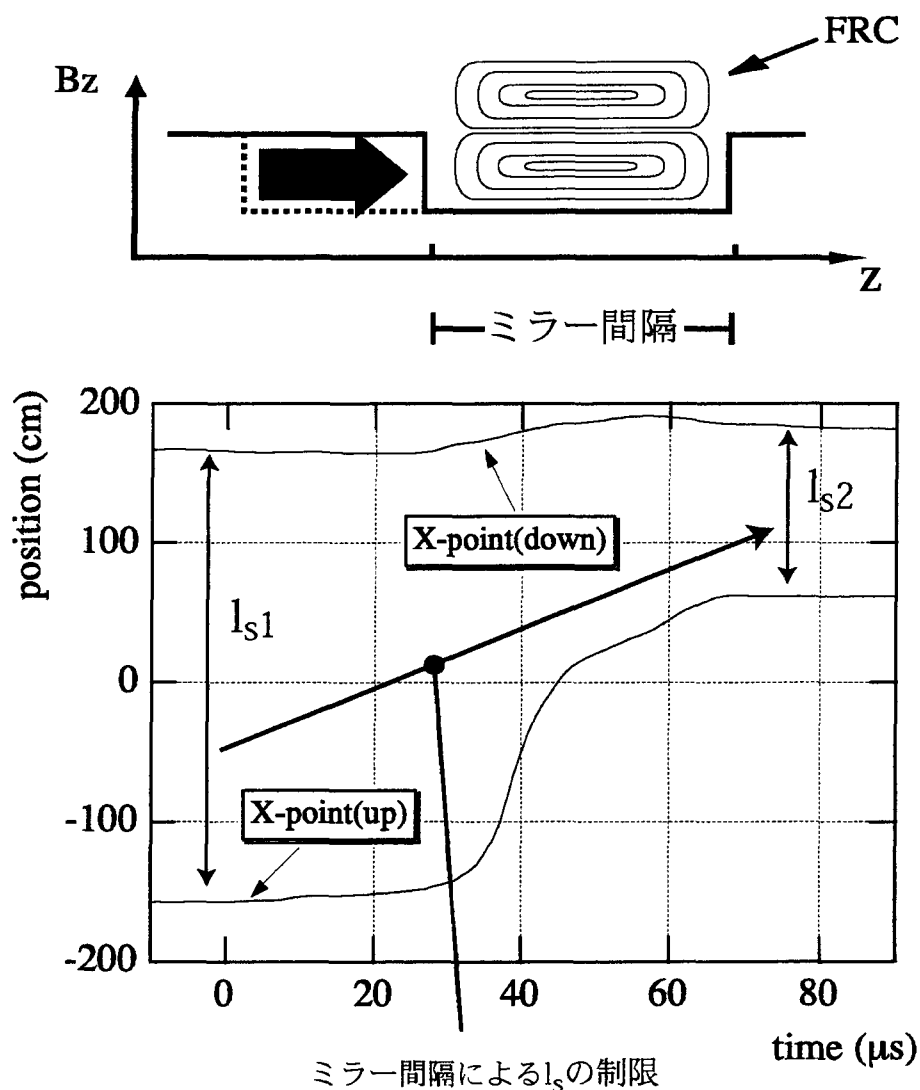


図4.12 FIX装置における軸方向圧縮実験. ミラー磁場間隔を変更することにより l_s を制御出来ている事が分かる.

の形状が変化していることを示した。また磁場印加後十分時間がたつと図4.12に示すようにセパトリックス長が l_{s1} から l_{s2} に変化し、 l_s はちょうど内部コイルともう一方のテーパ領域（ミラー磁場領域）の間の距離まで減少していることを見いだしている[69]。この時の内部コイルによって付加されたミラー比は約 $R_m \sim 2.0$ であり十分に強いミラー磁場である。セパトリックス長の制限に関する、ここで示された平衡計算の結果とFIX装置における実験結果との間の一致は非常に興味深いものであり、大域的なMHDモデルによるFRCプラズマの平衡の評価はそう現実とかけ離れたものではないと思える。以上の実験結果との比較により、軸方向の釣り合いを変えるような現象に対してはMHD平衡モデルによる評価は妥当であると考えられる。またT. Kanki *et al.* は一流体二温度MHDモデルを用いてK. Kitano *et al.* の実験結果の時間発展シミュレーションを行っており[57]、ここで得られている結果においても、 l_s がミラー磁場間の間隔によって制限されていることを指摘しておく。

4-8 電流分布インデックス

この節では電流インデックスを導入し、ミラー比によるトロイダル電流密度とセパ

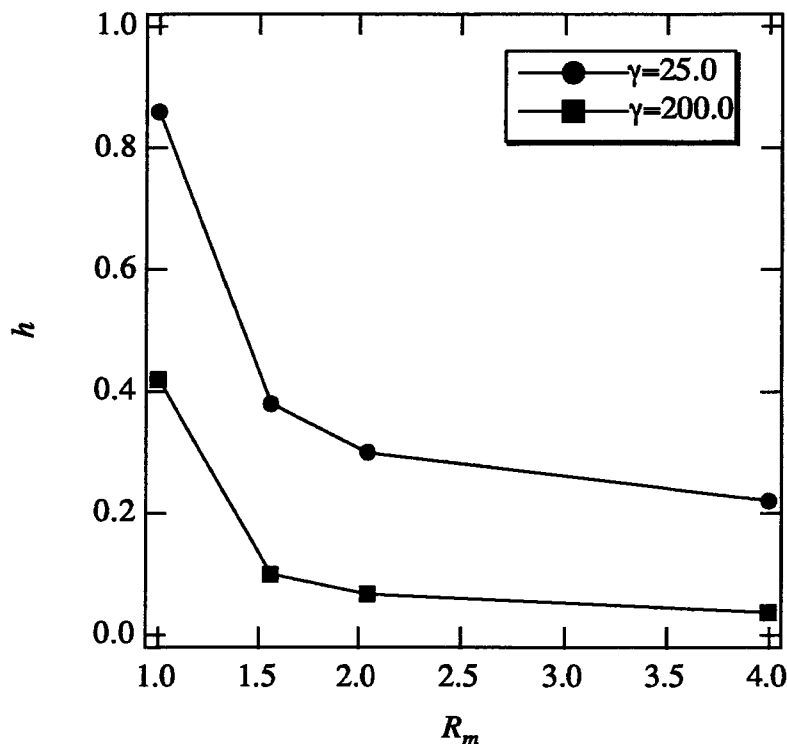


図4.13 電流インデックス h の R_m に対する依存性. h の値は小さいほどトロイダル電流密度分布のホロー度は大きい.

ラトリックス形状の変化の観点から、FRCプラズマの安定性について簡単に考察したいと思う。ここまで述べてきたように電流分布がミラー比に大きく依存していることは明らかである。この分布形状の変化を定量的に把握するために電流分布インデックス h というものを導入する。このインデックスは次式のように定義される[70]。

$$h \equiv \frac{\left(\frac{J_\theta}{r} \right)_{r=R}}{\left\langle \frac{J_\theta}{r} \right\rangle} \quad (4.3)$$

ここで R は磁気軸までの半径を表し、式の右辺の分母は $z=0$ 断面における J_θ/r のセパトリックス内での平均をとることを表している。FRCプラズマにおいて、 $h > 1$ の場合には電流密度分布はピークを持つ分布であり、 $h < 1$ の時にホロー分布であることを意味する。このインデックスを、図4.5,4.8で示した平衡に適用し、 R_m 依存性としてまとめたものを図4.13に示す。楕円型 ($\gamma=25.0$) の場合、はミラー比が1.0から4.0に増加すると、 h の値は0.86から0.22に減少している。またレーストラック型 ($\gamma=200.0$) の場合、 h の値は0.42から0.037に減少している。これらの平衡はどの場合においても h は1以下であり、トロイダル電流密度の分布はホローな分布であることを示している。また h の変化はいずれの場合も R_m が1.0から1.56の間で大きく、 $x_s, l_s, \beta(r)$ などの変化と同じくミラー磁場の弱い領域において電流密度分布の形状が大きく変化していることを意味する。また $R_m > 1.56$ の強いミラー磁場の領域で h の値の変化が小さく、分布の変化が少ないのも $x_s, l_s, \beta(r)$ などの場合と同様である。このように γ の値に関わらず R_m の増加によって h が減少していることから、ミラー磁場が強い場合には電流密度分布のホロー度が強化されていることが定量的に明らかになっている。 γ の値が大きな場合つまりセパ

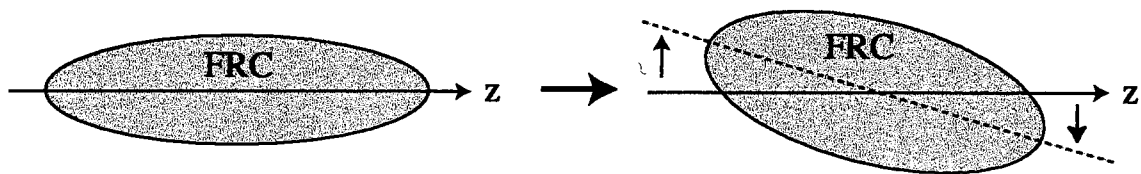


図4.14 FRCプラズマの傾斜不安定性の概念図。傾斜不安定性はFRCプラズマ全体が z 軸に対して傾くグローバルなモードである。

トリックス近傍での圧力勾配がきつい場合には h の値は概して小さく、ミラー比の増加によりさらに減少していることから、レーストラック型の平衡にミラー磁場をかけた場合には極端にホロー分布が強化されていることがわかる。

FRCプラズマの形状と電流密度分布がFRCプラズマの傾斜不安定性に影響を与えているかもしれないことはこれまでの理論的な研究で議論されている[67,70]。傾斜不安定性とは図4.14に示すような、中心軸に対してFRCプラズマの閉じた磁力線領域が傾くというグローバルなモードでの不安定性であり、FRCプラズマに特有の不安定性である。これらの研究のうちの一つにおいてL. C. Steinhauer et al. はホローな電流密度分布とレーストラック型のセパトリックス形状を持つ条件のFRCがこの傾斜モードに対して安定性を増すであろうということを述べている[70]。ここまで述べてきたように強いミラー磁場の影響を受けたFRCプラズマはホロー度が強く、形状はレーストラック型に変化している。このようなことから、強いミラー磁場の影響を受けたFRCプラズマは傾斜モードに対して安定であるように思える。また最近では、N. Iwasawa et al.[71]により、セパトリックス形状と電流密度分布が変化することに対して、このようなグローバルな不安定性を引き起こす変位ベクトル場の集中する位置が移動することが示されている。これによると、ミラー磁場の存在しない場合の平衡が楕円型で h の値が大きな場合には、変位ベクトル場はミッドプレーン付近に集中し、強いミラー磁場中での平衡がレーストラック型で h の値が小さい場合には、変位ベクトル場は、FRCの両端部に集中するであろうと思われる。以上のように、ミラー磁場の強度を変更することによって、FRCのグローバルな不安定性に対しても影響を与えられる事が考えられる。強いミラー磁場の影響を受けたFRCプラズマの安定性についてはこの平衡計算によって得られたデータを用いて今後FRCプラズマの安定性解析コードなどを用いて詳しく調べていく必要がある。

4-9 ミラー磁場による平均 β 値の x_s 依存性の変化

ミラー比が1の条件下において円柱体系内に保持されるFRCプラズマの2次元平衡では $\langle\beta\rangle$ 値は規格化されたセパトリックス半径 x_s と次のような関係がある。

$$\langle\beta\rangle = 1 - \frac{1}{2}x_s^2$$

これは第2章において示したバーンズの関係式である。この関係式は軸方向釣り合い

から導かれているので、ミラー磁場の影響下にある平衡における $\langle\beta\rangle$ の x_s 依存性と比較することによって、軸方向の釣り合いが標準($R_m=1.0$ の場合)とどのように異なっているかを比較するのによい指標となる[72].

この比較を行うために次の手順で計算を行った. まずミラー比を固定して, (2.1)式の ε を10.0から5.0おきに90.0まで平衡計算を行う. これをミラー比が1.0, 1.23, 2.56, 2.04の場合についてそれぞれ計算を行った. またこの一連の平衡計算において $\gamma=25.0, S_0=2.6$ に固定している.

この計算結果を図4.15に示す. 図中の実線はバーンズの関係式による曲線を示し, 各マーカはそれぞれ異なるミラー比を示す. $R_m=1.0$ の場合の場合, 平衡計算の結果はほぼバーンズの関係式上に載っており, 軸方向釣り合いは円柱近似と平衡計算でそれほど異なっていない事を示している. またこの場合 x_s が小さくなるほど平衡計算による $\langle\beta\rangle$ がバーンズの関係式からずれているのは周辺プラズマの影響が大きくなってい

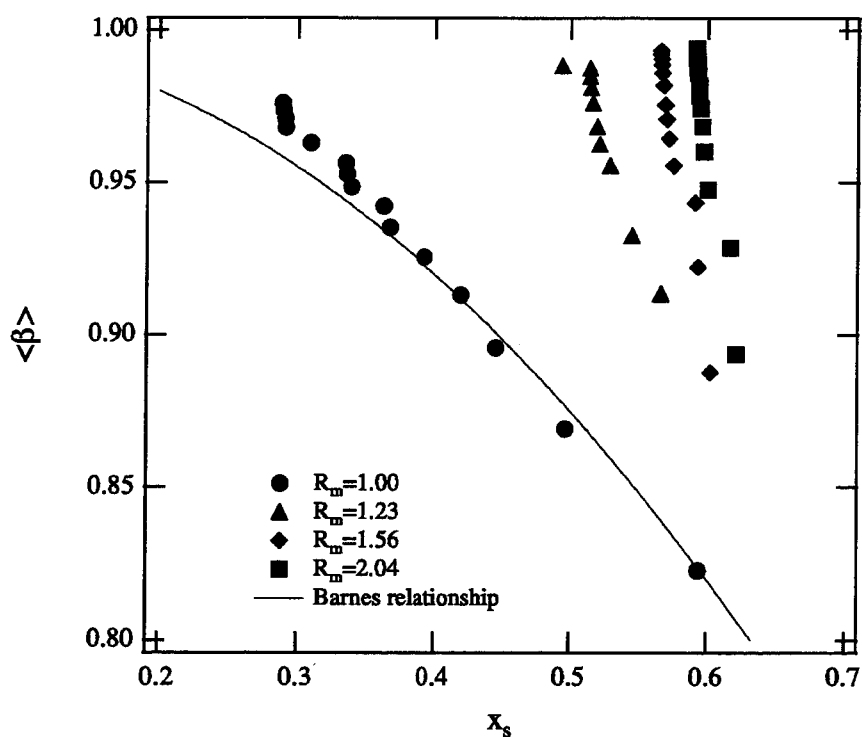


図4.15 ミラー磁場による平均 β 値 $\langle\beta\rangle$ の x_s 依存性の変化. ミラー比が大きくなると x_s 依存性がBarnesの関係式による曲線からずれていくことがわかる.

るからであると考えられる。 x_s が小さくなると周辺プラズマの厚みが広がりセパトリックス上での β 値が大きくなる。その結果セパトリックス内で圧力の変化が緩やかになり平均的に高いプラズマ圧がセパトリックス内に存在することになる。このような理由から x_s が小さくなるほど平衡計算による $\langle\beta\rangle$ はバーンズの関係式による $\langle\beta\rangle$ よりも上回ると考えられる。このことは第5章の結果からある程度推測できる。次に $R_m > 1$ の場合について考えてみる。この場合 $\langle\beta\rangle$ の x_s 依存性は x_s の変化に対して非常に敏感になっており、バーンズの関係式からかなりずれていることがわかる。またミラー比の値が大きくなるにつれてずれの度合いは徐々に大きくなっている。このことから、ミラー磁場によってFRCの軸方向釣り合い式に非常に大きなオーダーのミラー磁場の影響による補正項が加わることが推測でき、またその補正項は $\langle\beta\rangle$ の値を大きくする働きがあると考えられる。このことは第5章の軸方向釣り合い式の拡張において詳しく述べる。ミラー磁場が加わった場合 x_s の変域がかなり制限されていることもこの図から分かる。第3章で示したように ε はセパトリックス半径を変えると共に、 l_s も変えている。つまり ε が大きくなると x_s は減少し l_s は増加する。しかし $R_m > 1$ であると l_s がミラー磁場により制限され、 ε が大きくなった場合 l_s は増加できずに、その影響で x_s も値を減少することができず、変域が制限されていると考えられる。また ε が小さいと $\langle\beta\rangle$ が非常に大きくなる理由は次のように考えられる。 ε が小さいと(4.1)式のセパトリックス内の関数において、 ψ に対する依存性が小さくなり、その結果セパトリックス内において圧力分布が平坦化されることが予想できる。この結果セパトリックス内での規格化された圧力の平均である $\langle\beta\rangle$ は ε の減少と共に増加すると考えられる。物理的に考えると、セパトリックス半径が小さく、強いミラー磁場の影響を受けている場合には、小さなプラズマの体積で強いミラー磁場と釣り合う必要があり、必然的にセパトリックス内で圧力分布が平坦化され、ミラー磁場の強化に対応していると思われる。ここで示した事によってもミラー磁場は軸方向釣り合いに大きな効果をもたらし、ミラー磁場の影響下にあるFRCは $R_m = 1.0$ の場合と非常に異なることが確認できる。

4-10 ミラー磁場磁場中の計算における曲線座標系の有意性

この節では、セパトリックス近傍に計算格子点を引き寄せた曲線座標系を使った場合に、なぜ強ミラー磁場の影響を受けたFRCの平衡が計算可能になったかを簡単に考察する。(ξ,η)座標系の有意性を示すために、図4.9に示されている $\gamma = 200.0$, $R_m = 2.78$ の場合を例にして考えてみる。この図ではトロイダル電流密度分布がセパトリックス

上で非常に狭くて険しいピークを持っている。(2.23),(2.24)式に示すように、電流密度分布はG-S方程式の右辺に直接反映され、その分布が局所的な領域で鋭いピークを持てば、数値計算に悪影響を与えるのは明らかである。実際このような分布を持つ平衡を得るためには(3.44)式において $s=-20000, t=0.5, \eta_k=22.5$ というパラメータを用い物理面においてセパラトリックス近傍に計算格子点を集めている。ただし計算面においては η 方向を等しい間隔で40点に区切っている。ここで η 方向と r 方向は計算面と物理面において対応している事に注意してほしい。このような格子点の引き寄せを行うと、物理面においてこの電流がピークしている領域周辺に、約10点の格子点が与えられることになる。図4.9において、電流密度分布のピークの幅を読みとると約0.0625である。そうするとこのピークの幅の領域では格子点間隔が平均して約0.00625になる。もし曲線座標系を使わずに、ピークの幅の領域で物理面にこの間隔の格子点を得るには、 r 座標方向に160の等間隔に区切った格子点が必要である。従って以上の簡単な考察においても曲線座標系が十分に機能的に働いていることが分かり、少ない格子点を使って効率的な計算が行えることが理解できる。実際 r 座標方向を等しい格子間隔で40点に区切った場合、固有値の c と固有関数 ψ が反復計算の過程において振動し収束しないことが分かっている。格子点の引き寄せと計算誤差の関係については、まだ完全な定式化がなされていない[73]のが現状であるが、このような非常に鋭い電流のピークがある場合には、この領域に約10点程度の計算格子点を集めれば計算が収束することが本研究で経験的に分かった。これらの事実は、境界適合型曲線座標系を用いて計算格子の引き寄せを行うことが、強ミラー磁場中のFRCプラズマの2次元平衡を計算する場合に非常に有利にであることを示している。

4-11 結言

この章では第3章で説明した2次元平衡計算コードを用いて、強いミラー磁場の影響を受けたFRCプラズマの平衡計算を行い、その平衡の性質について調べた。その結果以下のような知見を得た。

(1)FRCプラズマの端部にミラー磁場を印加し、そのミラー磁場強度を強くしていくと、楕円型の磁気面を持った平衡はレーストラック型の特徴を持つ磁気面形状に変化する。またミラー磁場の存在しない場合にレーストラック型の磁気面形状を持った平衡はミラー磁場の増加と共に、レーストラック型の特徴がより強化された磁気面形状をもった平衡に変化する。また平衡の変化の仕方を見ると、ミラー比が1.56までの弱いミラー磁場の範囲で変化の割合が大きく、それよりミラー比が大きくなった場合変

化の割合は小さい。

(2)ミラー比に対するセパラトリックス半径、セパラトリックス長の変化を調べた場合、セパラトリックス半径はミラー比の増加と共に増加し、セパラトリックス長はミラー磁場の増加と共に減少する。またどちらの量もミラー比が0から1.56の間で変化の割合が大きく、それ以上のミラー比になると変化の割合が小さいことがわかった。これは(1)の平衡形状の変化に対応している。これらの事からセパラトリックス長はミラー磁場によって決定できることがわかった。

(3)トロイダル電流密度分布のミラー比に対する変化を調べた。ミラー比1の場合に楕円型の形状である平衡は、 z 軸からセパラトリックスまで単調に増加する電流密度分布を持っていた。これにミラー比を加えていくと分布は磁気軸において極小値を持ち、セパラトリックスにおいて急激なピークを持つホローな分布に変わる。またミラー比1の場合にレーストラック型である平衡は最初からホローな分布を取っており、ミラーが増加するにつれてそのホロー度は強化されていくことがわかった。またこのレーストラック型の平衡は強いミラー磁場の影響下では、セパラトリックス上に非常に鋭いピークを持っていることがわかった。通常の等間隔格子点を用いた計算では、これが原因で平衡解を得ることができないと考えられる。しかし曲線座標系を適用し、この領域に約10点程度の格子点を含めることにより、計算を収束出来ることを経験的に示した。以上に示したミラー磁場によるホロー分布の強化は電流インデックス h を導入することにより定量的に表すことができた。

(4)平均 β 値はミラー磁場の増加に伴って増加することが分かった。これはミラー磁場の増加と共に、セパラトリックス内の圧力分布が磁気軸周辺で平坦化され、セパラトリックス内に平均して高いプラズマ圧が存在する事が原因であった。またこの圧力分布の平坦化はミラー磁場による軸方向釣り合いの変化によってある程度説明が付けられることを考察し示した。

(5)ミラー磁場の影響により、平均 β 値の x_j 依存性がバーンズの関係式からずれることを示した。これは(4)の軸方向釣り合いの変化をより直接的に示唆する物であり、ミラー磁場圧力が軸方向釣り合いに及ぼす影響が非常に大きな物であることが分かった。

(6)ミラー磁場によるFRCプラズマのセパラトリックス長の制限はFRCの平衡の制御に有効であると考えられる。このことは実験によっても確認されており、理想MHDモデルを用いた平衡解析における強いミラー磁場の評価は、このような軸方向の釣り合いを論じる場合において妥当であることが示された。

第5章 周辺プラズマ圧力とミラー磁場圧力の影響

5-1 緒言

前章では主にミラー磁場がFRCプラズマ本体にどのような影響を及ぼすかについて調べており周辺プラズマの影響については少ししか触れていなかった. この章では図5.1に示すようなモデルを頭において, 周辺プラズマがFRCプラズマ本体に及ぼす影響について, ミラー磁場による圧力との複合的な効果と観点から詳しく調べていきたい.

実験的に観測されるFRCプラズマでは, 図5-1に示すように $\psi=0$ 面で定義されるセパラトリックス外にプラズマ圧が存在する. しかしFRCプラズマの数値平衡計算においてセパラトリックス外部の周辺プラズマを考慮した研究例は非常に少ない[20][46][54]. 例えばK.Suzukiは文献[54]において, 周辺プラズマ層の厚みとセパラトリックス形状の関係について述べている. それは周辺プラズマ層の厚みが増していくに従って, セパラトリックス形状がレーストラック型から楕円型へ変化していくというものである. またそれよりさらに周辺層の厚みを増すと, 図5.2のような磁場構造のトポロジ的な変化が起こる事が報告されている. つまり $\psi=0$ 面が z 軸方向に開き, 二次元の平

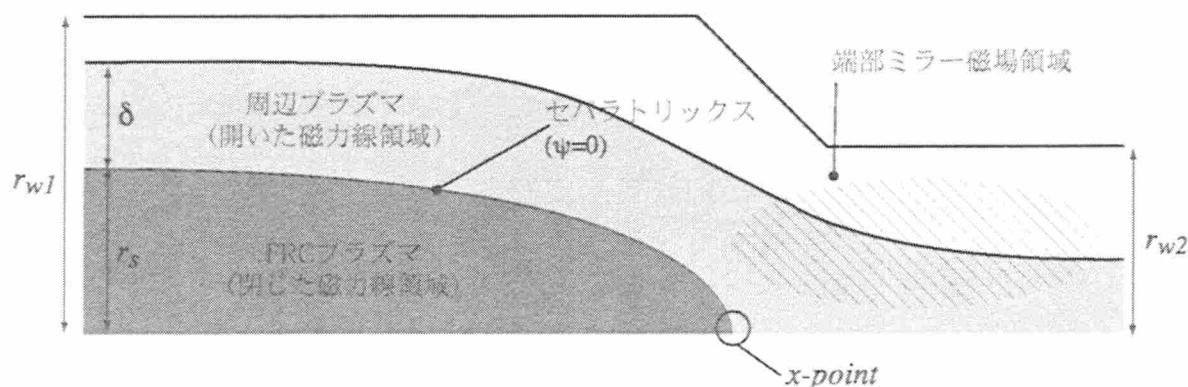


図5.1 周辺プラズマ圧とミラー磁場による圧力の両方を考慮に入れたモデル. δ はミッドプレーンにおける周辺プラズマ層の厚みを示す. ミラー磁場は装置壁内で磁束が保存する事を利用して端部の装置壁の径 r_{w2} を絞ることによって生成する.

衡を維持できなくなる平衡解が得られるということである（図5.2(b)）。一方D. W. Hewett と R. L. Spencer らは文献[46]において、セパトリックス上の β 値(β_s)とセパトリックス形状の関係について述べている。彼らは β_s がある値を越えたとき軸方向の釣り合いが維持できなくなり、その結果セパトリックスが軸方向に開くということを数値計算によって示している。

一方FRCプラズマの周辺プラズマについては、いくつかの測定や閉じ込め特性との関係についての議論が以前からなされている[74-77]。例えば文献[74]ではPIACE-II [78]における干渉計による測定で径方向のプラズマ密度測定が精密に行われており、プラズマがセパトリックス外へ広がり周辺層が形成されていることが示されている。また最近のFIX装置における実験では磁気プローブによる直接的な測定がなされており、プラズマ圧力の径方向分布が精密に得られている。その結果によると、プラズマ圧として考えた場合の周辺プラズマ層の幅は、セパトリックス半径の約30~40%の厚みがあると推測されている[19]。しかしこのような実験、特にFIX装置から得られる平衡のパラメータと上に述べた計算結果は一致しない。なぜなら過去の数値計算で得られた結果では周辺プラズマ層の厚みがFIX程度に厚いと仮定すると、二次元のFRC平衡解が得られていないからである。これらの結果が一致しない原因としてはミラー磁場の影響が考えられる。FIX装置の特徴は前章でも述べたように、FRCプラズマの両端に強いミラー磁場を印加できることである。そのミラー比は $R_m=2\sim 8$ と非常に大きく、以前に行われている周辺層を考慮に入れた数値平衡計算ではこのような条件は考

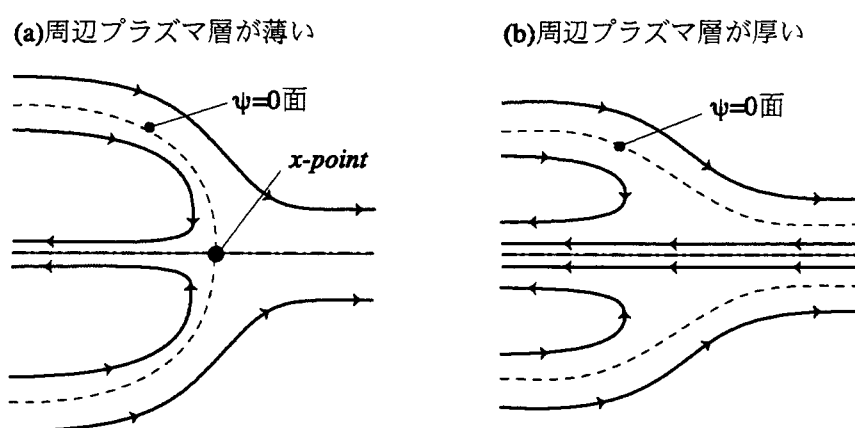


図5.2 周辺プラズマ層の厚みによる端部磁場構造のトポロジー的な変化. 図中の実線は磁力線, 点線は $\psi=0$ 面, 一点鎖線は回転対称軸をそれぞれ示す. 従来のミラー磁場の存在しない場合の平衡計算では周辺プラズマ層の厚みが増えると, x -pointが消失する. その場合 $\psi=0$ 面はもはやセパトリックスと呼ばなくなる.

慮されていない。実際、FIX 装置では端部の強いミラー磁場の効果によって周辺プラズマ層の圧力を保持できているのではないかと推測される。以下に周辺プラズマ圧の影響について、二次元の平衡コードを使った計算手法とその結果について述べていく。

5-2 計算モデル

この章では第4章と同様の圧力分布関数, (4.1)式を用いており, これは実験データから要求される次の2つの条件を満たすように選んでいる。それらは, (1) 外部プラズマ圧はセパトリックス上のプラズマ圧から指数関数的に減少, (2) セパトリックス上で電流密度分布は連続, というものである。すでに述べたようにセパトリックス外の周辺プラズマ層の厚みは, その層が薄い解から厚い解まで γ の値を変化させることにより調節できるようになっている[64]。

また, 境界条件は第3章で述べたものを用いており, 端部の装置壁を絞ることにより磁気ミラーを作り出している[64,68]。ここでもミラー比 R_m はFRCプラズマの存在しない場合の真空磁場で定義しており, その値は端部における磁束密度 $B_z(r, z_p)$ をミッドプレーンにおける磁束密度 $B_z(r, 0)$ で割ったものである。つまり $R_m = (r_{w1}/r_{w2})^2$ である。

具体的な計算手順はミラー比が $R_m = 1.0, 1.2, 1.6, 2.8$ の4つの場合について行われており, それぞれのミラー比について $1.0 \leq \gamma \leq 40.0$ の範囲で γ を変化させている。計算ポイントは γ が1.0から5.0までは1.0おきに, また5.0から40.0までは5.0おきにとっている。この平衡計算コードはその性質上, 入力する初期値が求める平衡解とその固有値に近ければ近いほど収束が速い。 γ の値の小さなところでは平衡解の γ への依存性が大きいことが計算の過程でわかった。ゆえにそのような γ の値の小さな領域で計算ポイントを密にとっているのは, 計算過程での解の振動をできるだけ抑え平衡解への収束をはやめるためである。またここでは, すべての計算において自明でない解を得るための束縛条件として $S_0 = 2.6$ としている。

5-3 2次元平衡への周辺プラズマの影響

5-3-1 $R_m = 1.0$ の場合

平衡形状の γ への依存性をおおまかに捉えるために, $R_m = 1.0$ の場合の代表的な計算結果をポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$ の等高線表示とローカルな β 値, $\beta(r, z)$ のカラーイ

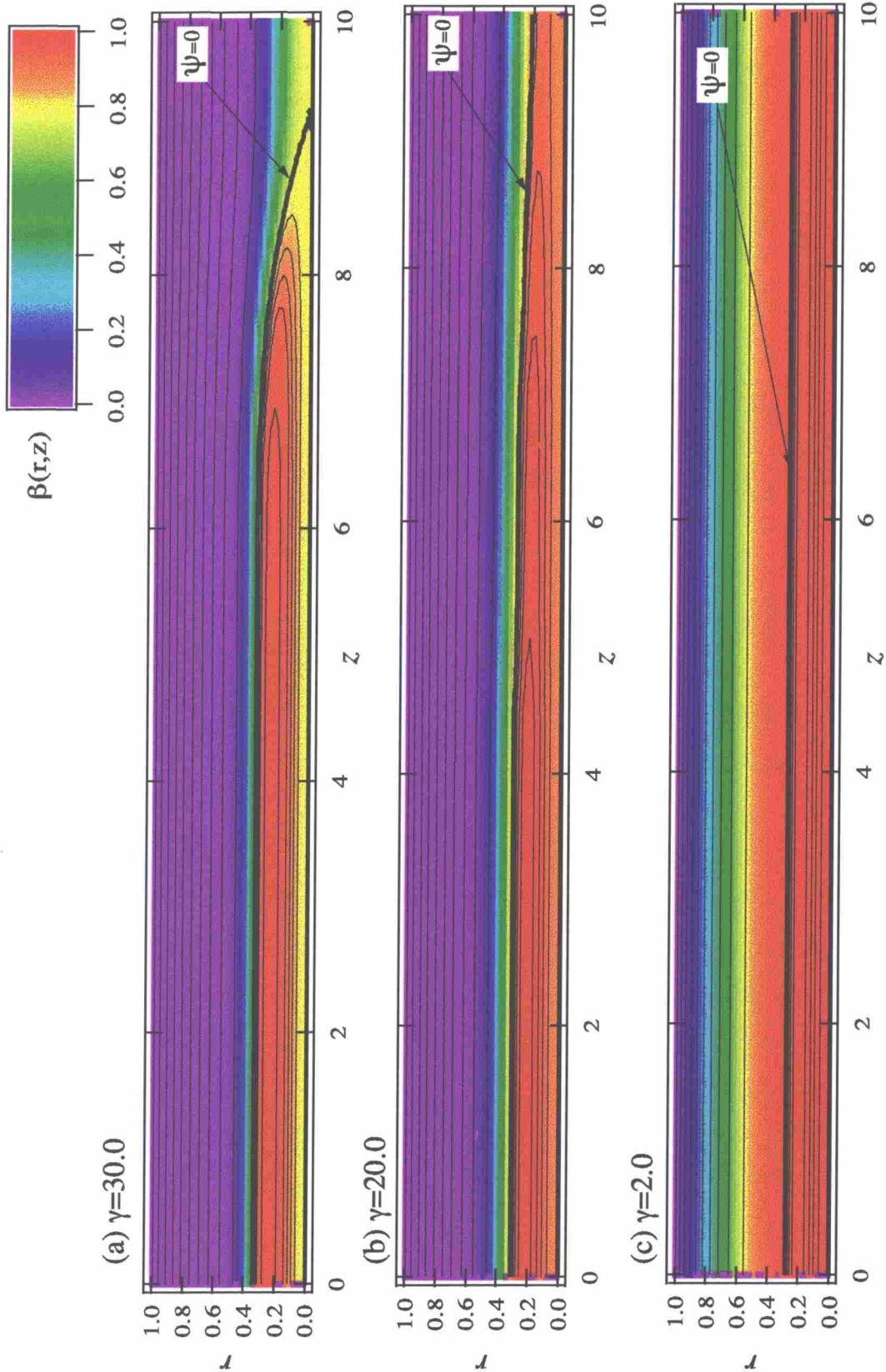


図 5.3 $S_0=2.6, R_m=1.0, \epsilon=40.0$ の場合の 2 次元平衡. (a) $\gamma=30.0$ (b) $\gamma=20.0$ (c) $\gamma=2.0$. 等高線はポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$, カラーイメージはローカルな β 値, $\beta(r, z)$ を示している. γ の値が小さいと周辺プラズマ層は厚くなる. 等高線の間隔は $\psi < 0$ で 0.002, $\psi > 0$ で 0.1 である. また太線は $\psi = 0$ 面を示している.

メージで示している。図 5.3(a),(b),(c)はそれぞれ $\gamma=30.0, 20.0, 2.0$ の場合である。これらの図では r 座標, z 座標両方共に r_{wl} で規格化されている。 $\psi=0$ で定義されるセパトリックスは太線で示している。等高線の間隔は $\psi<0$ で 0.02, $\psi>0$ で 0.1 となっており、セパトリックスの内側と外側で間隔が異なることに注意してほしい。図中のカラーは赤くなるほど $\beta(r,z)$ の値が大きな事を示している。プラズマ圧は $\gamma=30.0$ から $\gamma=2.0$ へと γ の値が減少するにつれて $\psi=0$ 面の外側へ広がっている事がよくわかる。 $\gamma=30.0$ の場合 $\psi=0$ 面は閉じており、楕円型の平衡解が得られている。ところが $\gamma=20.0$ の場合 $\psi=0$ 面は z 軸方向に開きこの磁気面はもはやセパトリックスと呼べなくなっている。さらに $\gamma=2.0$ にした場合、図 5.3(c)のように z に依存しない平衡解が得られる。実際 $2<\gamma<20$ という周辺プラズマ層の幅が厚い場合について計算してみると、このパラメータ範囲では $\psi=0$ 面の閉じた平衡解が得られなかった。このように $R_m=1.0$ の場合、FRC プラズマの平衡形状は周辺プラズマの圧力分布の変化に対して非常に敏感に変わることがわかる。そしてある程度以上に周辺プラズマ層の厚みが増すと、 x -point の位置が z 軸方向の無限大へ飛び、磁場構造がトポロジ的に異なった解となる。そしてこのことは、周辺層が非常に厚い場合、FRC のコアプラズマが体系外に流出し、プラズマが閉じ込められている状態として存在できない事を示している。この結果は先に述べた文献[46]や[54]とよく一致している。

5-3-2 $R_m=2.8$ の場合

比較的強いミラー磁場であるミラー比 $R_m=2.8$ の場合について、平衡形状の γ に対する変化を図 5.4 に示す。この図では $R_m=1.0$ の場合と同様に γ の値が 30.0, 20.0, 2.0 の場合の計算結果をそれぞれ示している。等高線の間隔は $R_m=1.0$ の場合と異なり、 $\psi<0$ で 0.04, $\psi>0$ で 0.1 である。補足磁束は平均して $R_m=1.0$ の場合より大きくなっている。図を見れば分かるように、このような強いミラー磁場という条件下ではすべての場合において $\psi=0$ 面が閉じている平衡解が得られている。特に $\gamma=2.0$ の場合に注目してみると、カラーイメージはセパトリックス外の広範囲にわたって比較的大きなプラズマ圧の分布を示しており、周辺プラズマはほとんど装置壁近傍に達しているにもかかわらず、計算結果は $\psi=0$ 面が閉じた平衡解である。一方 $R_m=1.0$ では周辺プラズマが装置壁近傍にまで広がっていればその平衡解は $\psi=0$ 面が z 軸方向に開いた、 z に依存しない解であった。両者を比較すると、ミラー磁場を印加しない場合と強いミラー磁場を印加する場合とでは、周辺プラズマが FRC コアプラズマに及ぼす影響が非常に異なることがわかる。また図 5.4 の (a),(b),(c) をそれぞれ比べると、その二次元の平衡形状はほとんど変化がない。 γ の変位に対する x_s, l_s などの変化も非常に小さく、図 5.4 ではすべて

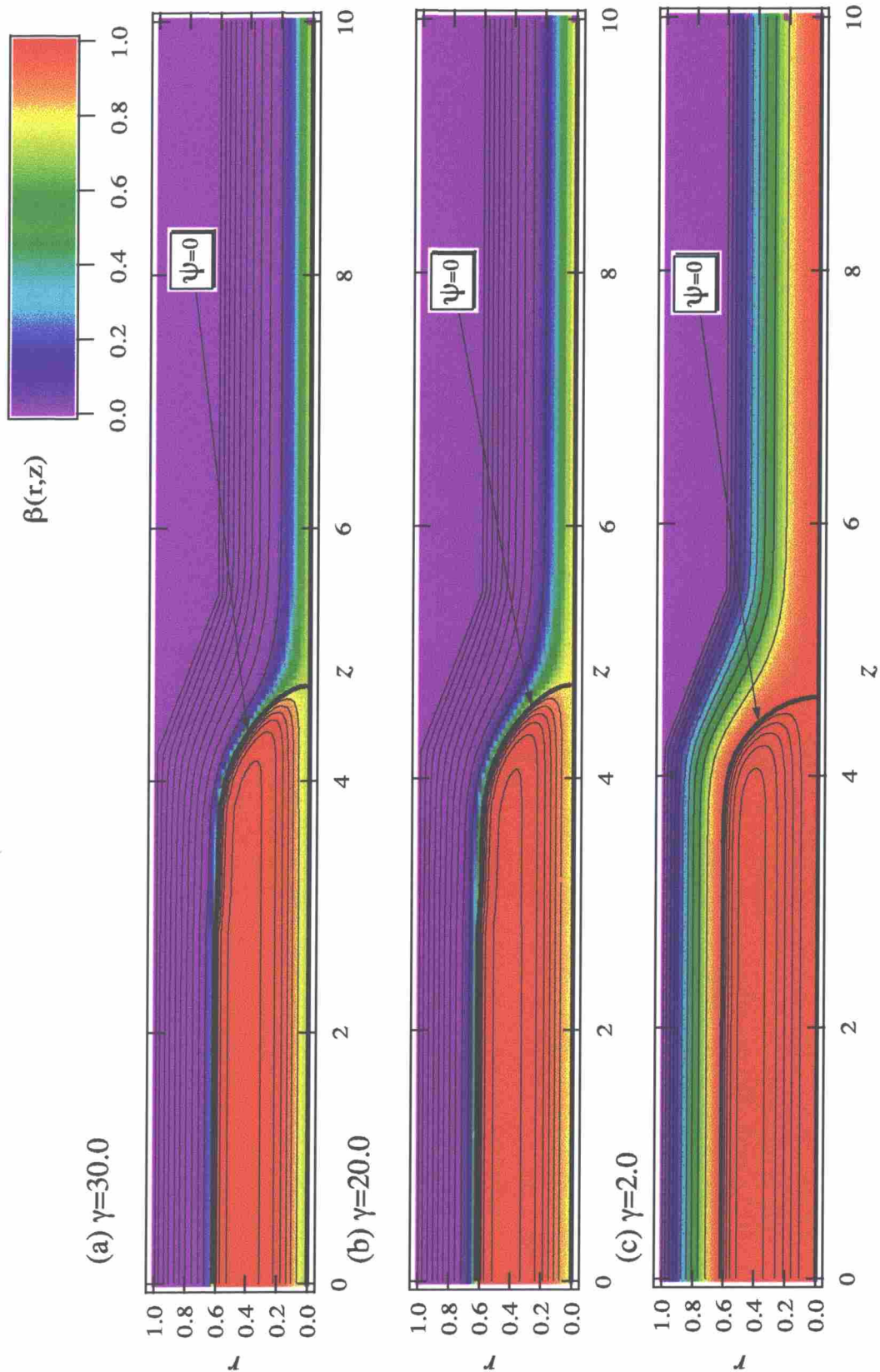


図 5.4 $S_0=2.6, R_m=2.8, \varepsilon=40.0$ の場合の 2 次元平衡. (a) $\gamma=30.0$ (b) $\gamma=20.0$ (c) $\gamma=2.0$. 図 5.3 と同じように, 等高線はポロイダル磁束関数 $\psi(r, z)$, カラーイメージはローカルな β 値, $\beta(r, z)$ を示している. 等高線の間隔は $\psi < 0$ で 0.004, $\psi > 0$ で 0.1 である. このように強いミラー磁場中では周辺層が厚くても $\psi=0$ 面は開かない.

の場合において $x_s \sim 0.61, l_s \sim 9.4$ である. ミラー比が大きな場合, セパトリックス長は周辺プラズマ層の厚みによって変化しない. セパトリックス長 l_s は, 軸方向のプラズマ閉じ込めに影響を及ぼす強いミラー磁場によって, ほぼ完全に支配されているようである. そしてミラー磁場はその磁場が強くなり始める位置つまり $z \sim 4.5$ 付近に効果的に x -point を固定しているようである. これらのことは強いミラー磁場のある条件下では, 周辺プラズマ層が厚くてもプラズマの閉じ込めが成り立つ事を示している. このような効果については本章の後半で詳しく考察していく. 以上のように周辺プラズマ層の厚みが増して, そのプラズマ圧がFRCプラズマの平衡に対して無視できないような量になったとき, 端部のミラー磁場は重要な役割を演じていることが理解できる.

5-4 閉じた $\psi=0$ 面を許容する周辺プラズマ層の厚みの臨界値

5-4-1 $R_m=1.0$ の場合

$\psi=0$ 面の閉じた平衡解から開いた平衡解へ移行するときの, 周辺プラズマ層の厚

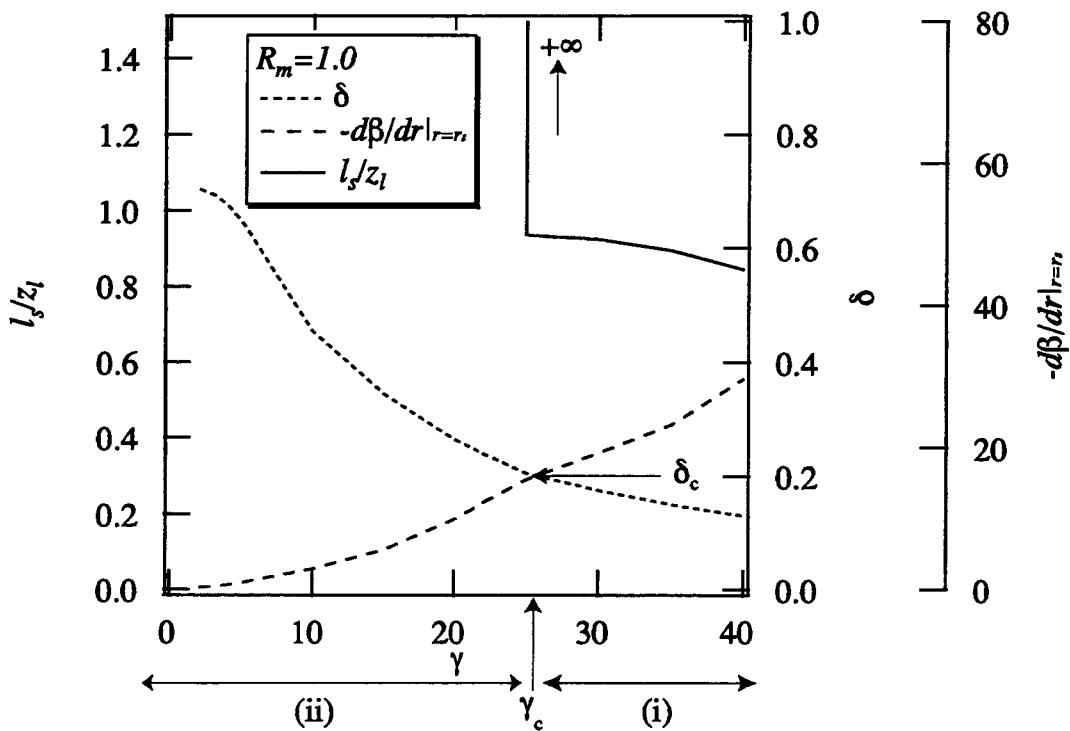


図 5.5 $R_m=1.0$ (ミラーが印加されていない) の場合の $l_s/z_l, \delta, -d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ の値の γ に対する依存性. γ を減少させていくとある臨界値 γ_c で l_s/z_l は $+\infty$ へ飛ぶ. その時の周辺プラズマの厚みを δ_c として周辺プラズマの厚みの臨界値と定義している. $\psi=0$ 面の閉じた平衡解は領域 (i) で得られる. 領域 (ii) では $\psi=0$ 面が閉じた平衡解が得られなくなっている.

みの臨界値を求めるために、 $R_m=1.0$ の場合において γ に対するパラメータスキャンを $1.0 < \gamma < 40.0$ の範囲でおこなった。図5.3ではこのパラメータスキャンをした結果のうち代表的なものを示していた。ここではミッドプレーン ($z=0$ 断面) における $l/z_1, -d\beta(r)/dr|_{r=r_s}, \delta$ の γ 依存性を図5.5を用いて示していく。まず $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ の値はセパトリックス上での圧力勾配と同等のもの (β 値はその位置でのプラズマ圧力を磁場中性点における圧力の最大値で規格化したものであるから) を示しており、その値は γ の減少に従って 30 から 0.3 へとかなり大きく変化している。周辺プラズマ層の厚みは δ で示されておりその定義は $\beta(r_s+\delta)=e^{-1}\beta_s$ である。ここで β_s はセパトリックス上の $\beta(r)$ の値である。図5.5を見ると周辺プラズマ層の厚みは γ が 40.0 から 1.0 へと減少するに従って 0.13 から 0.7 へと増加している。セパトリックス長を z 軸方向の計算体系の長さで規格化した値 l/z_1 は平衡解が閉じた $\psi=0$ を持っているかそうでないかを判断する上で重要なパラメータである、つまり l/z_1 が計算体系の端を越えると、閉じた $\psi=0$ 面が形成されないことになる。図5.5より l/z_1 の値は γ の臨界値 $\gamma_c=25.0$ において $+\infty$ に飛んでいる。従って図5.5において γ_c の右側の領域(i)において平衡解は閉じたセパトリックスをもっており、一方領域(ii)においては $\psi=0$ 面が z 軸方向に開いている。以上から $R_m=1.0$ の場合 2 次元の平衡解は周辺プラズマ層の厚みが $\delta < 0.2$ そしてセパトリックス上での圧力勾配が $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s} > 15$ の範囲で得られることがわかる。また図5.5から $\psi=0$ 面が開くような周辺プラズマ層の厚みの臨界値を δ_c と定義すると $R_m=1.0$ の時の δ_c は約 0.2 と決めることができる。

5-4-2 $R_m=1.2$ と 2.8 の場合

強いミラー磁場 ($R_m=2.8$) の条件下において、図5.4に示すように $\psi=0$ 面の閉じた 2 次元の平衡解は広い範囲の γ に対して得られている。ここではミラー比依存性について詳しく調べるために、 $R_m=1.0$ の場合と同様に $R_m=1.2$ と $R_m=2.8$ について γ に対するパラメータスキャンをおこなった。その結果を図5.6に示す。図5.6(a),(b)ともに、 γ の増加に伴って、 $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ の増加、 δ の減少という傾向が見られる。これらの傾向は $R_m=1.0$ の場合に似ているが、それらの値の変域の違いに注意したい。 $R_m=2.8$ の場合、周辺層の薄い $\gamma=40.0$ において $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ は 78 にまで達する。 $R_m=1.0, 1.2$ の場合 $\gamma=40.0$ において $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ はそれぞれ 30, 52 である。このように同じ γ の値でも、ミラー比が増加すると、セパトリックス上の圧力勾配が増すことがよくわかる。そして、ミラー比の値が大きいほど、 $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ の γ に対する変域が広がっている。また周辺プラズマ層の厚み δ の変域は $R_m=1.2$ において 0.08 から 0.48, $R_m=2.8$ の場合は 0.08 から 0.38 になっており、 $R_m=1.0$ の場合の変域 $0.13 < \delta < 0.7$ も考慮すると、 γ に対する δ の変域はミ

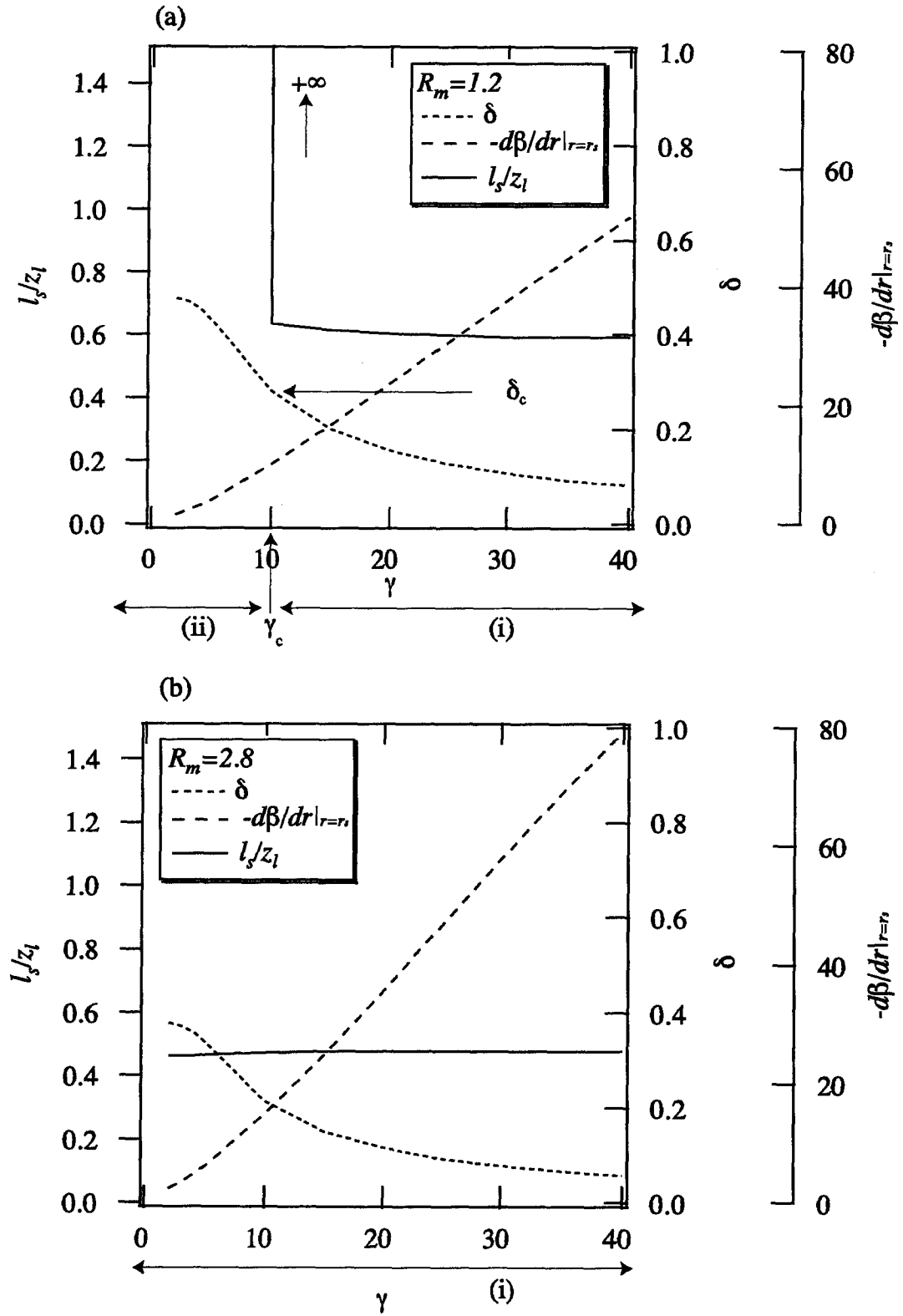


図5.6 (a) $R_m=1.2$, (b) $R_m=2.8$ の場合の $l_s/z_l, \delta, -d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ の値の γ に対する依存性. 領域(i), (ii)の意味は図5.5と同じである. 臨界値 δ_c はミラー比の増加とともに増加しており, $R_m=2.8$ においては現れなくなっている.

ラー比が増加するに従って狭くなることがわかる。

$R_m > 1$ において、 l/z_1 のふるまいは $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s}$ 、 δ のふるまいなどとは少し異なる。 $R_m=1.2$ と $R_m=2.8$ の両方の場合において、 $\psi=0$ 面が閉じている2次元の平衡解は周辺層の薄い状態から厚い状態のほぼすべての γ の値において得られていることが分かる。 $R_m=1.2$ の場合、 l/z_1 は $\gamma_c=10.0$ で $+\infty$ へ飛び、 $\psi=0$ 面の閉じた平衡解は $\delta > 0.28$ 、 $-d\beta(r)/dr|_{r=r_s} < 15$ という条件下で失われることが図5.6(a)からわかる。つまり周辺層の臨界の厚みは $\delta_c=0.28$ であり、 $R_m=1.0$ の場合と比較すると $\psi=0$ 面の閉じた平衡解が存在しうる臨界値が増加している。またこのとき領域(i)において l/z_1 はほぼ同じ値の0.6である。これと比べると、図5.5の $R_m=1.0$ のときには、領域(i)において、 γ が減少するに従って l/z_1 が少しずつだが増加している。 $R_m=2.8$ の場合（図5.6(b)）、 $\psi=0$ 面の閉じた平衡解はすべての γ について得られていることが示されている。このような強いミラー磁場の影響下にFRCがある場合 δ_c は現れず、2次元平衡の存在領域が $R_m=1.2$ の場合よりも広がっているのがわかる。以上のことから周辺層によるFRCプラズマの平衡への影響はミラー比によって左右され、厚い周辺層を持った平衡に対して $R_m=2.8$ 程度の強いミラー磁場があれば、ミラー磁場圧力の z 軸方向の圧力釣り合いへの寄与が増加するので、十分に閉じたセパトリックスを維持できると考えられる。

5-5 閉じた $\psi=0$ 面を持つ平衡解の領域

例えばFRC装置を設計する場合にどのような δ と R_m の範囲で $\psi=0$ 面が閉じた平衡解が得られるかを調べることは非常に重要である。この節では平衡計算から得られた結果を基にして、閉じたセパトリックスを持つ解のおよその存在範囲を求めた。その結果を図5.7に示す。この図において縦軸は δ 横軸は R_m をそれぞれ示している。また図中の細い線は等高線であり、 l/z_1 の等値線である。この図では δ の上限を0.37に取っているが、閉じた平衡解の存在領域を推測するのにこれは十分大きな値であると考えられる。なぜなら、普通実験で観測されるFRCプラズマの x_s は約0.4~0.6の範囲にあり、もし x_s がこのような値であれば、 $\delta=0.37$ で周辺プラズマはほとんど装置壁近傍まで達するからである。図5.7を見ると、図中の等 l/z_1 線はほとんど R_m 軸に垂直であり、このことはセパトリックス長がほとんどミラー磁場間の間隔によって決定されていることがわかる。また $R_m > 1.6$ の強いミラー磁場領域では、 R_m が増加しても l/z_1 の値はほとんど変わっていない。この理由は前章の図4.6において説明されている。図中の3個のマーカ（■）は $R_m=1.0, 1.2, 1.6$ のそれぞれの場合に計算された平衡についての臨界値 δ_c を示している。また図中の太線は推測されうる境界であり、これによって l/z_1

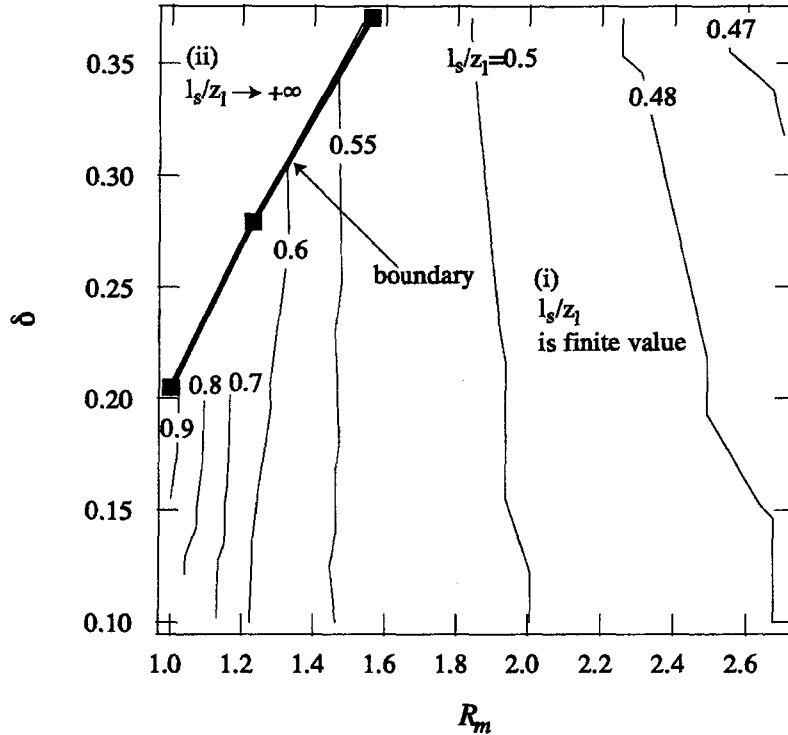


図5.7 R_m, δ をパラメータにした場合の $\psi=0$ 面が閉じた二次元平衡解の存在領域. 領域(i)で閉じた $\psi=0$ 面が得られ, 領域(ii)では l_s/z_1 が無量大である.

z_1 が有限である領域と l_s/z_1 が $+\infty$ になる領域とに分けられる. つまりこの太線をまたいで平衡解は図5.2(a),(b)のようにトポロジ的に異なる相を示すことになり, この図において, $\psi=0$ が閉じた平衡解はこの太線の左上で存在し得ない事を示している. 弱いミラー磁場の領域($1.0 < R_m < 1.6$)において臨界値 δ_c はミラー比の増大に伴って, 0.2から0.37へと増加していることがこの図から分かる. またここで議論されている δ の変域($0.1 < \delta < 0.37$)では, 臨界値によって定められる境界が $R_m > 1.6$ の強いミラー磁場領域で現れなくなる. 以上に述べてきたように $\delta 0.37$ 程度の比較的厚い周辺プラズマ層を持つFRCを維持するにはそんなに極端に強いミラー磁場は必要ではなく, ミラー比が $R_m \sim 2.0$ 程度であれば十分であると考えられる.

5-6 ミラー磁場による端部磁場構造の変化

ここまで述べてきたように周辺プラズマ層によるプラズマ圧のコアのFRCに対する影響は, ミラー磁場の有無, そしてミラー磁場の強弱によって大きく異なることが分かった. ここでは端部の磁場構造を詳しく見ることによって, 考察してみたいと思う. ミラー比が異なる場合のFRC磁場構造について比較するために図5.8に端部領域

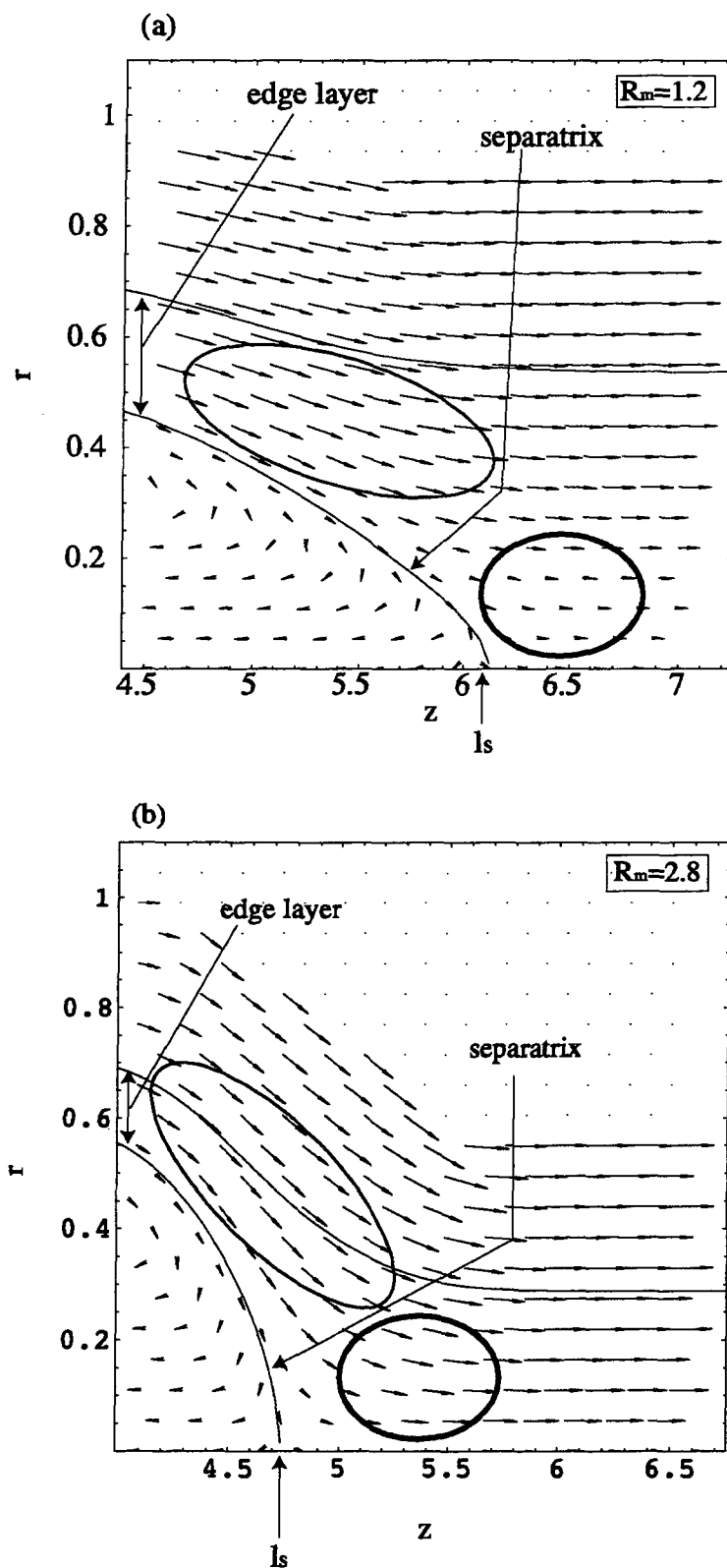


図5.8 FRC平衡解の端部領域における磁束密度 B のベクトル表示. $\gamma=15$ の比較的周辺層の圧力の影響が大きな場合について示している. (a) $R_m=1.2$, (b) $R_m=2.8$ である. x -point 右手近傍において磁場強度が(a)と(b)とでかなり異なっているのが分かる.

周辺における磁束密度 $\mathbf{B}$ をベクトル表示で示す。これらの図でベクトルの大きさは、ミッドプレーンにおける装置壁での磁束密度の絶対値 $\mathbf{B}(r_w, 0)$ で規格化してある。図 5.8(a), (b) はそれぞれ $R_m=1.2, \gamma=15.0$ と $R_m=2.8, \gamma=15.0$ という条件で解いた平衡解である。これらは両方とも比較的厚い周辺層をもち、そのプラズマ圧の影響を大きく受けている。セパトリックス形状は $R_m=1.2$ の場合楕円型、 $R_m=2.8$ の場合レーストラック型になっており、前章で示したミラー磁場の強度に対する平衡形状の変化と矛盾していない。次に細い楕円で囲まれた領域について両方の図を比べてみる。そうすると $R_m=2.8$ の方が $R_m=1.2$ よりも磁場の曲率が大きなことがわかる。この $R_m=2.8$ で見られるような、強いミラー磁場が存在する事によって現れる大きな磁場の曲率は、FRCの端部で磁場応力を強める働きがあると考えられる。もう1つこれらの図で注意したいことは、 x -point 近傍左手の太い楕円で囲まれた部分において、 $R_m=2.8$ の方が $R_m=1.2$ よりも強い磁場強度を持っていることである。この太い楕円で囲まれた領域、つまり真空であるならば本来ミラー磁場によって磁場強度が強められているはずの領域において、弱いミラー磁場の $R_m=1.2$ という条件では、周辺層のプラズマ圧力によってこの領域の磁場強度が弱められている。しかし $R_m=2.8$ の場合では、強いミラー磁場によって形成される値の大きな磁束密度 $\mathbf{B}$ が存在し、周辺プラズマ圧力によって磁場強度はほとんど弱められていない。これらの図では、ミラー比がある程度以上に大きくないと軸付近の磁場強度が周辺のプラズマ圧によって極端に弱められることを示している。以上のようにFRC端部に強いミラー磁場があれば、端部での磁場の湾曲による磁場応力と x -point のすぐ外側の磁場圧力 ($B^2/2\mu_0$) が増大し、その結果として周辺プラズマ層がいくら厚くならうとも、FRCの端部が支えられるようになる。ミラー磁場の影響下にある場合のこのような状態に関して、次に軸方向圧力釣り合いを用いて考察してみる。

5-7 ミラー磁場と周辺プラズマのある場合の軸方向釣り合いの変化

これまでに周辺プラズマとミラー磁場の複合的な影響を数値計算を用いて実際に示してきた、さらにFRC端部のミラー磁場の影響する領域についての磁場構造を調べることによって直感的にそれらの結果の解釈を行ってきた。ここではFRCプラズマの力学的平衡を議論する場合において重要である「軸方向釣り合いの関係式」を用いて、なぜ周辺プラズマ層が厚い場合に、ミラー磁場による圧力によって効果的に x -point を持つような端部構造を維持できるかを考察してみたいと思う。一般にFRCプラズマの軸方向釣り合いを論じる場合第2章(2.39)式で導き出されたBarnesの関係式[36]が用いられる。しかしこの関係式においては周辺プラズマ圧の影響が無視されており、さら

にミラー磁場の効果が存在するような特殊な場合について考慮がなされていない。したがって、ここではミラー磁場圧と周辺磁場圧を考慮した軸方向釣り合い式の拡張を行いたいと思う。一般に磁場閉じ込めプラズマ中では次のような圧力バランスが成り立っている。

$$\nabla \cdot P\mathbf{I} = \nabla \cdot \mathbf{T}_m \quad (5.1)$$

ここで P はスカラー圧力、 $\mathbf{I}$ は単位テンソル、また $\mathbf{T}_m$ は磁場応力テンソル[79]であり FRC はポロイダル磁場のみで構成され、 $B_\theta=0$ であることを考慮すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_m &= \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{B}\mathbf{B} - \frac{1}{2} B^2 \mathbf{I} \right) \\ &= \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(B_r^2 - B_z^2) & 0 & B_r B_z \\ 0 & -\frac{1}{2}(B_r^2 + B_z^2) & 0 \\ B_r B_z & 0 & -\frac{1}{2}(B_r^2 - B_z^2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.2)$$

である。圧力釣り合いの式 ((5.1) 式) を図 5.9 に示す領域内 (図 5.9 は z 軸を中心とし

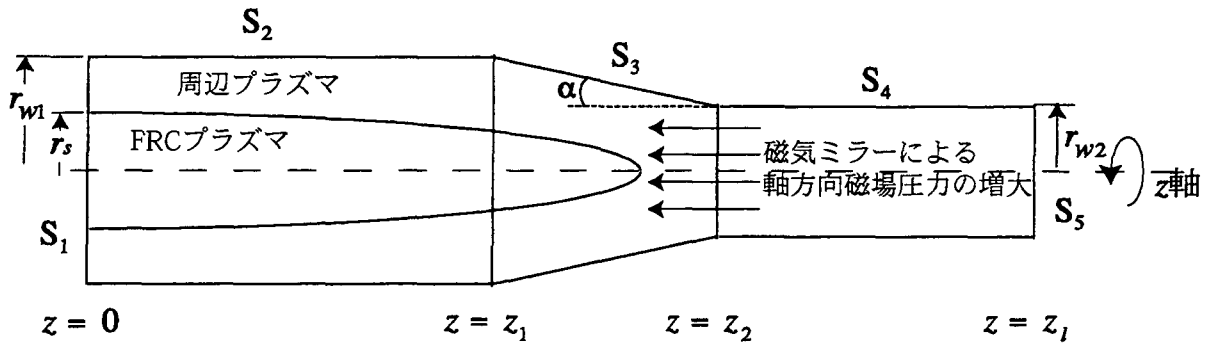


図5.9 周辺プラズマ圧力とミラー磁場圧力を考慮した軸方向釣り合いのための積分領域のモデル。図は z 軸を中心とした回転対称体である。 $S_1 \sim S_5$ は表面積分のための積分領域を示す。(5.3) 式からミラー比の増加により軸方向の磁場圧が増加することが分かる。

た回転対称体である。)で体積積分を行う。この体積積分はガウスの定理により、図5.9に示される表面積 $S_1 \sim S_5$ における面積分に置き換えられる。この面積分について z 軸方向の成分だけ取り出すと S_2 と S_4 の領域についての積分はキャンセルされ、次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_{S_1} \left(-\frac{B_z^2}{2\mu_0} + P \right) dS + \int_{S_3} \frac{1}{\mu_0} \left(B_r B_z \cos \alpha + (B_z^2 - B_r^2) \sin \alpha \right) dS \\ & + \int_{S_5} \left(\frac{B_z^2}{2\mu_0} - P \right) dS = 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= (\sqrt{R_m} - 1) / \sqrt{(\sqrt{R_m} - 1)^2 + R_m (z_2 - z_1)^2} \\ \cos \alpha &= \sqrt{R_m} (z_2 - z_1) / \sqrt{(\sqrt{R_m} - 1)^2 + R_m (z_2 - z_1)^2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

この式の左辺の第2項目にはBarnesの関係式にはなかった磁場の湾曲の効果が含まれている。ミラー磁場による効果は第3項に含まれており、さらにこの項の中の P は周辺プラズマ圧の効果を表す。(5.3)式において $R_m=1$,セパトリックス外で $P=0$ の時、つまりミラー磁場が存在せず周辺プラズマがない場合、領域 S_3 上で $\sin \theta$ と B_r が0になり左辺第2項は0になる。また面積分領域 S_5 ではプラズマ圧がないので、左辺第3項は磁場圧力だけについての積分になる。従って(5.3)式はBarnesの関係式に帰着する。次に $R_m=1$,セパトリックス外で $P \neq 0$ の場合について考えてみる。この場合、左辺第2項が0であるにもかかわらず、左辺第3項に周辺プラズマの効果が現れ、磁場圧力の効果が弱められる。つまり $B_z^2/2\mu_0$ と P が同程度の大きさであれば周辺プラズマ圧の効果は軸方向釣り合いの關係に直接に効果を及ぼすことがわかる。そして R_m が1よりも大きな場合、左辺第2項と第3項が増加する。第3項においてミラー比が2以上の場合、周辺プラズマ圧が大きな場合でもミラー磁場による磁場圧力の大きさがそれを大きく上回るために、周辺圧の効果が弱められる。このことは前節の図5.8を見れば直感的にわかる。このようにミラー磁場を増加する事によって、軸方向圧力釣り合いに変化を加えることができる。つまりFRCプラズマ本体を z 軸方向に押す圧力が増大するわけである。以上に示したように軸方向圧力釣り合いを拡張したモデルを用いること

によって、周辺プラズマ圧の効果により、本来ならセパトリックスが開いてしまう平衡が、強いミラー磁場のために閉じたセパトリックス解になるという計算結果をうまく説明できると考えられる。

5-8 磁力線に沿った磁場強度の変化

ここまでの議論ではミラー比 R_m として常に図 5.10(a) に示す真空におけるミラー磁場をもとにして考えてきた。一方見方を少し変えると FRC プラズマの磁場配位は図 5.10 に示すような単純な磁気ミラーに閉じた磁力線の領域が侵入し、開いた磁力線を押しつけていると考えることができる。そうすると図 5.10(b) のようにセパトリックス外の磁場配位はすこし形状の変わったミラー磁場配位と見なすことができる。そのように考えたとき、図 5.10 の (a) と (b) とで端部に同じ強さのミラー磁場をかけたとすると、FRC プラズマの周辺部の磁場は閉じた磁力線の領域によって押しつけられ、磁場強度が増すので、図 5.10(b) において実効的なミラー比は低下すると考えられる。いまここで実効的なミラー比 $R_{m_{eff}}$ を同一磁力線上、つまり ψ が一定の線上の任意の点での磁場強度をその線上での $z=0$ の磁場強度で規格化したものであると定義する。つまり

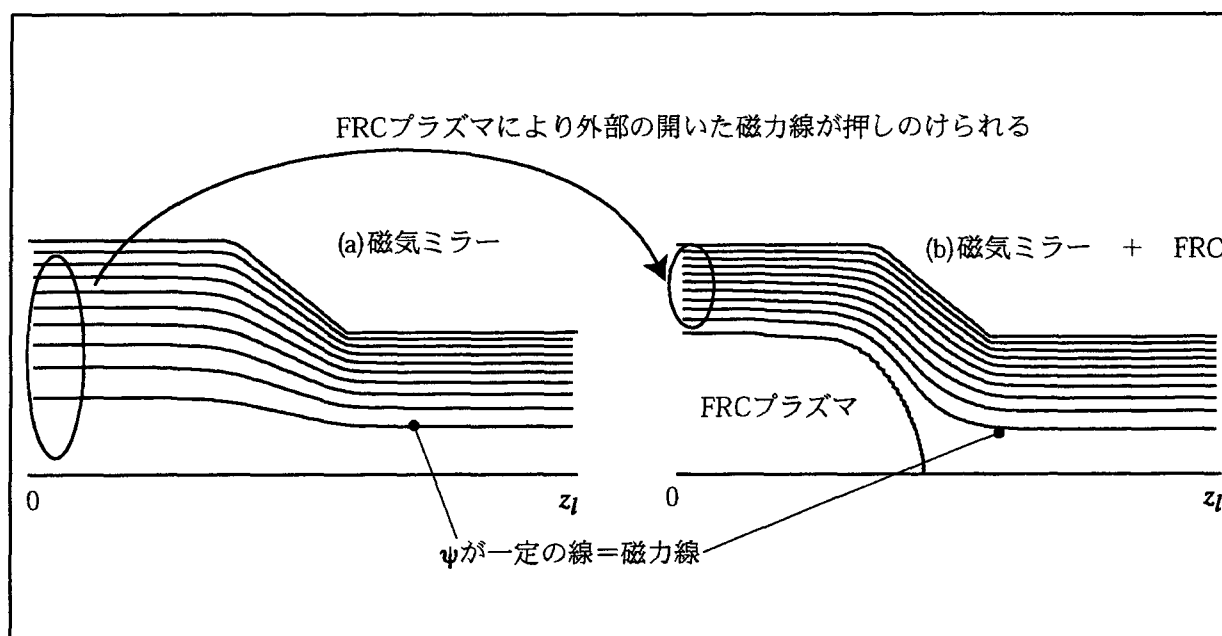


図 5.10 単純な磁気ミラー(a)と磁気ミラー+FRC(b)の場合の開いた磁力線の比較。FRCのある場合ミッドプレーン付近では外部磁場はFRCにより押しつけられ、実効的なミラー比は減少する。

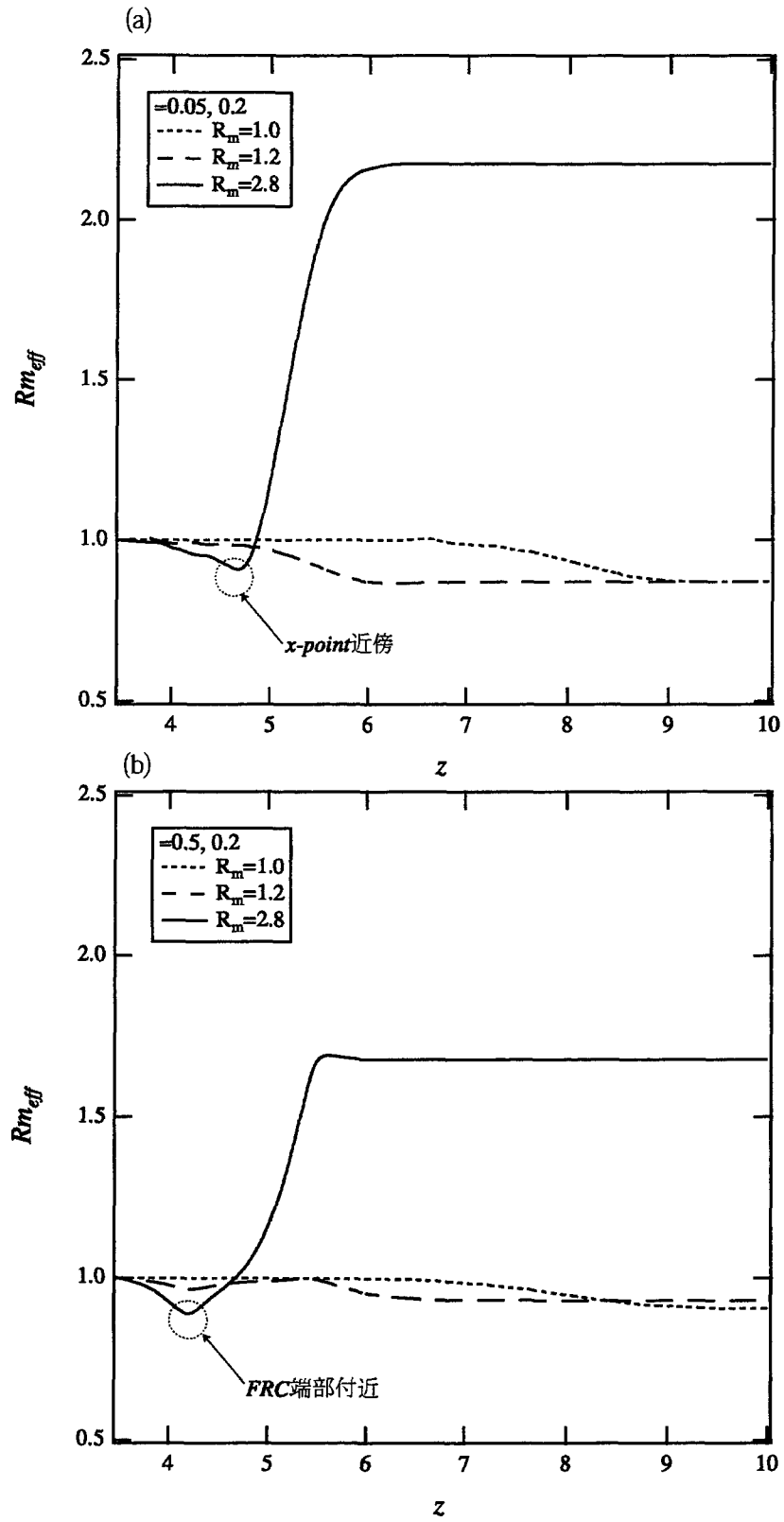


図 5.11 $R_m=1.0, 1.2, 2.8$ における $\delta \sim 0.2$ の場合の磁力線上の実効的なミラー比.
 (a) $\psi=0.05$ は FRC プラズマの近傍. また (b) $\psi=0.5$ は周辺プラズマの影響が少ない領域である.

$$Rm_{eff}(r(z), z; \psi = const) = \left[\frac{|\mathbf{B}(r(z), z)|}{|\mathbf{B}(r(0), 0)|} \right]_{\psi=const} \quad (5.5)$$

である。

実際に実効的なミラー比がどのようなになっているのかを見るために、(5.5)式の定義を用いて、 $R_m=1.0, 1.2, 2.8$ で $\delta \sim 0.2$ 程度の場合の平衡計算の結果について調べてみた。図5.11はその結果である。図5.11(a)は $\psi=0.05$ 上の磁力線を追跡したものであり、ほとんどセパトリックス近傍を通る磁力線である。 $R_m=1.0, 1.2$ のミラー磁場をかけていない場合と弱いミラー磁場の場合、 $z=0$ から磁力線を追っていくとFRC端部に近づいていくに従い実効的なミラー比の値が減少し、そして $z=10$ の計算体系の端においては $R_m=1.0, 1.2$ 両方共に $Rm_{eff}=0.87$ まで減少する。つまり $R_m \sim 1.2$ 程度の弱いミラー磁場では周辺部の開いた磁力線の磁場構造に注目すると、逆ミラー配位になっており、プラズマ圧を効果的に閉じ込めにくくなっている。 $R_m=2.8$ の強いミラー磁場の場合 $z=0$ から磁力線を追っていくと、 x -point近傍($z \sim 4.5$)で実効的なミラー比は極小値を持つが、そのあと z の増加とともに急激にその値は上昇する。そして $z=10$ においては実効的なミラー比は $Rm_{eff}=2.1$ に達する。このように $R_m \sim 2.8$ 程度の強いミラー磁場であればセパトリックス近傍の実効的なミラー比が十分に大きくプラズマを効果的に閉じ込めることができると考えられる。

次にセパトリックスから遠ざかったところにある、セパトリックス近傍よりもプラズマ圧の影響を受けにくい、 $\psi=0.5$ 上の磁力線に沿った実効的なミラー比を図5.11(b)に示す。 $R_m=1.0, 1.2$ のミラー磁場をかけていない場合と弱いミラー磁場の場合、 $z=0$ から磁力線を追っていくとセパトリックス近傍の場合と同様に実効的なミラー比は減少する。その減少の仕方は $\psi=0.05$ と比べて小さく、 $z=10$ において $R_m=1.0$ で $Rm_{eff}=0.91$ 、 $R_m=1.2$ で $Rm_{eff}=0.93$ である。このあたりでは周辺プラズマの影響が小さいので $R_m=1.2$ の場合のほうが少しだけ実効的なミラー比が大きくなっている。またこの場合も開いた磁力線の領域は逆ミラーになっている。 $R_m=2.8$ の強いミラー磁場の場合、同様に $z=0$ から磁力線を追っていくと $\psi=0.05$ の場合と同じようにFRC端部付近で極小値を持つ。そしてその位置から z が増加するに従って、 $\psi=0.05$ 程ではないが、実効的なミラー比の急激な上昇が見られる。最終的に $z=10$ において $Rm_{eff}=1.7$ になる。 $z=10$ における実効的なミラー比はセパトリックス近傍を追跡したときの方が大きな値である。これはミッドプレーンでの $\psi=0.05$ における磁場強度がプラズマ圧にののために弱められており、その絶対値がそれよりも外側での $\psi=0.5$ における磁束密度の絶対値より

も小さいからである。

ここで述べてきたように、 $R_m \sim 2.8$ の強いミラー磁場では x -point近傍で実効的なミラー比の z 軸方向の勾配が大きくなり効率的にプラズマを閉じ込められるようである。また $R_m \sim 1.2$ 程度の弱いミラー磁場の領域では周辺プラズマ圧の影響を受けやすく、ある程度以上に δ を増加するとセパトリックスが開くわけである。

5-9 実験結果との比較

この節では実際の実験結果との比較を簡単に行う。強ミラー磁場中 ($R_m = 2.5 \sim 8.0$) にFRCプラズマを保持できるFIX装置において最近周辺プラズマの測定が行われている。その測定によるとFIX装置の特徴的なパラメータは、 $x_s = 0.4 \sim 0.6$, $l_s = 8 \sim 10$, $\delta = 0.2 \sim 0.3$ である。このようにFIX装置は比較的厚い周辺プラズマ層を持つことが分かる。FIX装置はその閉じ込め部の両端部に広いレンジでミラー比を変えることができるミラー磁場コイルを持つことが特徴的である。5-4節において $\delta = 0.2 \sim 0.3$ 程度の周辺プラズマを維持して閉じたセパトリックスを持つ平衡解を得るためにはミラー比が $R_m > 2.0$ では

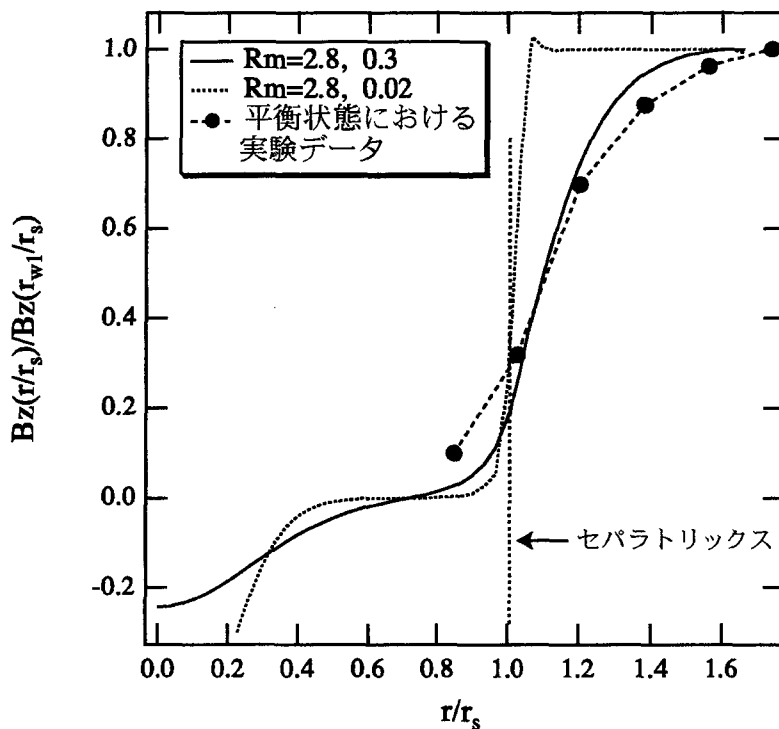


図5.12 ミッドプレーン ($z=0$) における $B_z(r)$ の実験値との比較。平衡計算の条件は $R_m=2.8, \gamma=5(\delta=0.3)$ である。横軸はセパトリックス半径 r_s で規格化されており、縦軸は装置壁における磁場強度 $B_z(r_{wl}/r_s)$ で規格化されている。●のマーカは典型的なショットにおける磁気プローブによる測定データである。

ば十分であるということを示してきた。ところがFIX装置においては通常 $R_m=2.0$ よりももっと大きな値のミラー比でオペレーションが行われている。これはFIX装置において、大きな周辺プラズマ圧の条件下で平衡を維持させると共に、生成部から閉じ込め部へFRCプラズマを移送する際に、閉じ込め部の下流部ミラーでFRCを反射させなければならないからである。

FIX装置における実験結果によると周辺層の厚みが $\delta=0.2\sim0.3$ の状態で有限の l_s を持ちその大きさは、約 $l_s\sim10$ 以内に収まっていることがわかる。これはミラー磁場の効果が有効に働いており、平衡計算の $R_m>2.0$ 以上の結果と有限の l_s を持つという点で同じである。実際のオペレーションではミラー比はだいたい $R_m=2.5\sim4$ 程度であり、 $R_m=2.8$ の計算結果では $x_s\sim0.6, l_s\sim9$ 程度が得られているのでこれらはよい一致を示しているのではないかと思える。実験ではセパトリックス半径 x_s が $0.4\sim0.6$ といった範囲の値をとるので、 x_s が ~0.4 と ~0.5 の場合の計算も行った。これらの結果は S_0 の値を $S_0=1.5$ ($x_s\sim0.4$ の場合)、 $S_0=2.0$ ($x_s\sim0.5$ の場合) などと変更することによって得られる。強いミラー磁場のもとでのこれらのセパトリックス半径を変えた計算において、 $\delta=0.2$ という条件下ですべて閉じた $\psi=0$ 面を持つ解が得られている。以上の追加の計算結果は強いミラー磁場中のFRCプラズマが $x_s=0.4\sim0.6$ という範囲で有限の l_s を持つという実験結果と矛盾しない。ここでの実験との比較は周辺層のプラズマ圧の影響が大きな場合でも、FRCのセパトリックス長を決定するのには、ミラー磁場の間隔が支配的であるという1つのよい証拠を示していると考えられる。

次に磁束密度の分布について比較してみる。実際の実験においてすべての領域における磁場分布を調べるのは非常に困難である。また主な測定方法は磁気プローブによる測定であるため、この方法を用いた場合、プローブをセパトリックスの内側に深く侵入させるとプラズマの寿命を縮めたり、コアプラズマ自身がプローブから逃げて測定の対象を乱してしまうなどといった問題点が出てくる。そこで今現在測定可能な領域である、ミッドプレーンにおけるセパトリックス近傍から装置壁付近の磁場分布と、平衡計算における $z=0$ 断面の磁場分布を比較してみる。図5.12に示すのは実験、計算のそれぞれの場合の $B_z(r)$ の径方向分布であり、横軸はFRCプラズマのセパトリックス半径で規格化した径の値 r/r_s であり、縦軸は装置壁近傍における磁場強度 $B_z(r_{wl}/r_s)$ で規格化した磁場の値である。測定データはFIX装置において典型的であると思われるショットから得られるデータであり、上に述べた理由により装置壁からセパトリックスの少し内側までの位置の6点で測定されている。また計算によるデータは $R_m=2.8, \epsilon=40.0, \gamma=5.0$ ($\delta\sim0.3$) の場合と $R_m=2.8, \epsilon=40.0, \gamma=200.0$ ($\delta\sim0.02$) の場合の2通りの2次元平衡計算による結果を示している。これらを比較すると実験データは、周辺部

プラズマ層が薄い場合 ($\delta=0.02$ の場合) よりも厚い場合の計算結果 ($\delta=0.3$ の場合) と比較的によく一致している. このように実験においても外部の開いた磁力線領域は周辺部のプラズマの影響を大きく受けており, 周辺プラズマ圧により磁場強度が弱められているのが分かる. 以上のように実験との比較において, MHD 平衡解析における厚い周辺層を持つモデルの有効性が示された. ここでは主にミッドプレーンにおけるセパトリックス外の磁場分布について比較してきたが, 詳細な比較を行うために今後より広い領域での測定が望まれる.

5-10 R_m, δ に関する平衡状態の性質の比較

第 4 章, 第 5 章で述べてきたミラー磁場の効果と周辺プラズマ圧の効果を整理するために FRC プラズマの 2 次元平衡を次のようなミラー磁場と周辺層の厚みの組み合わせで, 4 つのカテゴリーに分類することを試みる. 4 つのカテゴリーとはそれぞれ (i) 弱いミラー磁場 + 薄い周辺層, (ii) 弱いミラー磁場 + 厚い周辺層, (iii) 強いミラー磁場 + 薄い周辺層, (iv) 強いミラー磁場 + 厚い周辺層, である. これらをまとめたものを図 5-14 に示している.

(i) 弱いミラー磁場 ($1 \leq R_m < 1.6$) で周辺層の薄い場合, ここで数値計算により得られた 2 次元平衡は過去に行われてきた平衡計算の結果と矛盾しない. 図 5-14 の左下に示すようにその平衡は, 平均 β 値が高い. またトロイダル電流密度分布は hollow 度が小さく, セパトリックス上のピークも小さい. 圧力分布はヌル点 ($B_z=0$ となる点) でピークを持ち, セパトリックス近傍でその勾配は小さい.

(ii) ミラー磁場が弱く周辺層が厚い場合 ($\delta > 0.2$), 周辺プラズマ厚がある程度以上に厚くなると軸方向にそのプラズマ圧を支えきれなくなり, $\psi=0$ 面が閉じたような平衡解は得られなくなる. $R_m=1.0$ の場合についてこのことは以前に行われた研究で調べられており, ここで行った平衡計算とは矛盾しない. また弱いミラー磁場の範囲内ではミラー比が増加すると共に δ の臨界値は増加する傾向にある.

(iii) 強いミラー磁場 ($R_m > 2$) で周辺層の薄い場合, 第 4 章で述べたように平均 β 値は $\langle \beta \rangle > 0.98$ というようにより高くなる. そしてトロイダル電流密度に関して見ると hollow 度は非常に大きくなり, セパトリックスにおけるピークは図 5.13(a) の $\delta=0.07$ の場合のように $J_\theta(r_s) \sim 60$ と非常に急峻なものになる. 圧力分布はセパトリックス内においてフラットな分布を持つようになり, セパトリックス近傍の圧力勾配も図 5.13(a) の $\delta=0.07$ の場合でみると, $d\beta(r)/dr|_{r_s} \sim 58$ というように非常に大きなものとなる.

(iv) ミラー磁場が強く周辺プラズマ層の厚い場合, (ii) の場合と異なり平衡解は閉じ

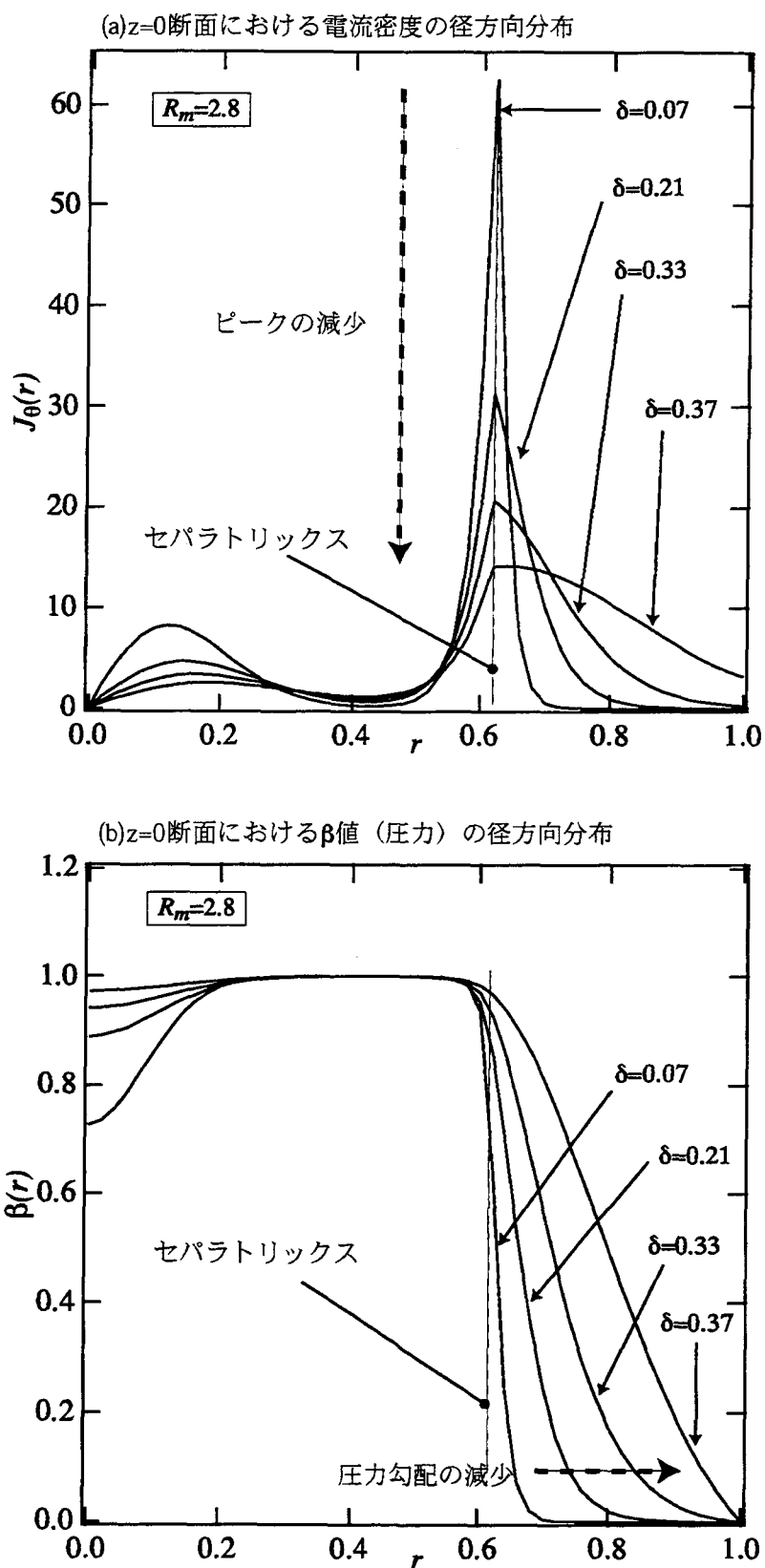


図5.13 強いミラー磁場($R_m=2.8$)の影響下における、周辺プラズマの厚み δ を変化させた場合のミッドプレーン($z=0$)での電流密度径方向分布 $J_\theta(r)$ と β 値（圧力）径方向分布の変化。 δ が増加すると強いミラー磁場における電流密度の径方向分布の特徴であるセパトリックス上での急激なピークが緩和される。また圧力勾配は d が増加するに従って緩やかになる。

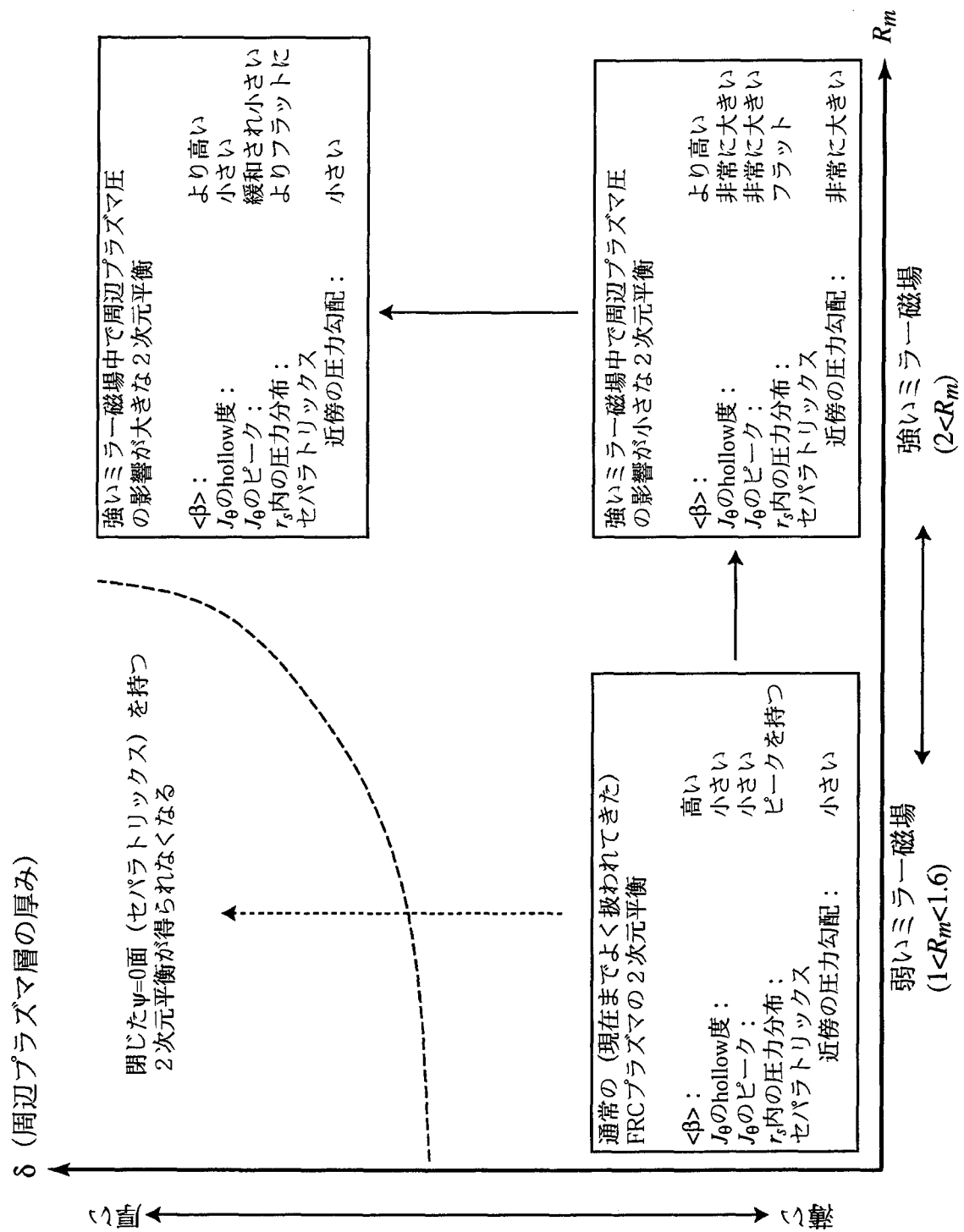


図5.14 ミラー比 R_m と周辺プラズマ層の厚み δ に関するFRCプラズマの2次元平衡の特徴を示したダイヤグラム.

たセパトリックスを持ち続ける。平均 β 値はより高いままであり、例えば図5.13の $\delta=0.37$ の場合では約 $\langle\beta\rangle\sim 0.98$ と(iii)の場合とほぼ変わらない値を示す。このように平均 β 値は周辺プラズマ層の厚みによりあまり変化せず、ミラー磁場の強度によって強く支配されているようである。トロイダル電流密度の径方向分布をみるとhollow度が少し小さくなり、第4章で述べた強いミラー磁場中の特徴であるセパトリックス上での急峻なピークは緩和される傾向にある(図5.13(a)の $\delta=0.37$ において $J_\theta(r_p)\sim 20$)。またセパトリックス内における圧力分布は図5.13(b)に示すようにフラットな分布の度合いが、(iii)の場合と比べてより強くなっている。セパトリックス近傍における圧力勾配は図5.13(b)の $\delta=0.37$ では $d\beta(r)/dr|_s\sim 6$ になっており、その値は非常に小さくなっている。以上のような条件下で閉じた平衡配位が維持できるのは、端部における磁場圧力の増大により、厚い周辺プラズマ層を効率的に支えられるからである。

5-11 結言

この章では周辺プラズマ層の効果とミラー磁場の効果の両方の複合的な効果を調べるために、周辺プラズマ層の厚みとミラー比とをスキャンし平衡計算を行ってきた。またそれらの結果について考察を行った。得られた知見は以下の通りである。

(1)ミラー比が1.0の場合、周辺プラズマ層を厚くしていくと、 $\delta_c=0.2$ の臨界点を境にして平衡のトポロジ的な性質が変化し、軸方向に $\psi=0$ 面の開いた解になる。この時 $\psi=0$ 面はもはやセパトリックスと呼べなくなる。この平衡解析の結果は周辺層が非常に厚い場合には、コアプラズマが体系外に流出し、プラズマの閉じ込めが出来ないことを意味している。またミラー比が $1.0 < R_m < 1.6$ 程度の弱いミラー磁場の領域においては、ミラー比の増加と共に、平衡がトポロジ的に異なる解に変わるような周辺プラズマ層の臨界点 δ_c が徐々に増加していくことがわかった。

(2)ミラー比が2よりも大きなミラー磁場の影響を受けている場合、 $\delta=0.2\sim 0.37$ といった非常に大きな周辺プラズマ圧の影響を受けている条件下でも、平衡のトポロジ的な性質は変化せず、閉じた磁気面を維持し続ける事が分かった。つまりどのような周辺層の厚みに対してもプラズマの閉じ込めが成立する訳である。また強いミラー磁場の影響を受けている場合に特徴的であったセパトリックス上での鋭い電流ピークは、周辺層の増加と共に緩和されることが分かった。また周辺層が厚くなると、セパトリックス近傍の圧力勾配がかなり緩和されることが分かった。このことは、ミラー磁場が強い場合、周辺層の厚みを厚くすることが可能であり、そうすることによって径方向の粒子の拡散がある程度抑制出来るのではないかと考えられる。強いミ

ラー磁場の影響下にある平衡では、周辺層の厚みを変更する方法があれば、このような原理で径方向の輸送のコントロールも可能ではないかと推測できる。

(3)周辺層とミラー磁場の複合的な効果の結果(1)及び(2)について考察するためにFRC端部領域における磁場構造を調べた。その結果、ミラー磁場が弱い場合、周辺層により端部の磁場強度が弱められ、軸方向にセパトリックスが開くような要因があることが分かった。またミラー比が大きな場合、端部において磁場の湾曲による磁場応力効果と、x-point近傍の磁場強度が十分に大きく、周辺プラズマ圧によってもこれらの効果が弱められていない事が分かった。これらのことはさらに軸方向の圧力釣り合い式を確認する事によって確かめられ、軸方向釣り合いと平衡計算の結果に矛盾がないことを確認した。

(4)強いミラー磁場を持ち、周辺層が厚いFRCの平衡の実験例との比較として、FIX装置におけるFRCとの比較を行った。ミッドプレーンにおけるセパトリックス外の磁場強度の分布との比較において、強いミラー磁場中の平衡計算の結果は周辺プラズマ層の厚い場合において比較的よい一致を示していることがわかった。このことからMHD平衡解析における周辺層を持つモデルによる評価はある程度妥当であると考えられる。しかしセパトリックス内においては磁場測定がなされておらず、今後の詳細な実験結果との比較検討が期待される。

第6章 総括

本研究では強いミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマの2次元平衡の性質を調べることを目的として、平衡計算という手法を用い、系統的に詳細な検討を行った。強いミラー磁場中のFRCプラズマの平衡計算には困難な部分があり、これまでそのような平衡解は得られていなかった。本研究ではFRCプラズマの2次元平衡コードに境界適合型曲線座標系を導入し、初めてミラー比が2以上の条件下において平衡解を得た。そしてこの平衡コードを用いて強いミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマについて、その2次元平衡の性質を詳細に調べた。また周辺プラズマ層とミラー磁場の複合的な効果についても調べ、周辺プラズマ層が厚い場合でも、強いミラー磁場の影響下ではFRCプラズマは閉じた磁場配位を維持することを見いだした。これらのことはFRCプラズマの平衡制御、FRC装置の設計などに関して重要な手がかりを与える物と考えられる。以下にそれぞれの章についての総括を行う。

第2章ではMHD方程式からG-S方程式を導き出し、その方程式の性質について述べた。また方程式の解を得ることの困難さについても言及した。

第3章では本研究で開発した2次元平衡コードについて述べた。まず単純な円筒境界においてG-S方程式を解く場合に遭遇する問題点を指摘し、G-S方程式に対して非線形固有値問題を適用することによりその問題点を解消出来ることを示した。また様々な圧力分布について検討し、本研究に最適な圧力分布を選び出した。それからミラー磁場の影響をコード中に組み込むことについての問題点を述べ、ミラー磁場中の平衡計算に必要な曲線座標系上のG-S方程式を導きだし、それを楕円型格子生成法と組み合わせることによって、強いミラー磁場中の平衡解について強力な解法を与えることを示した。

第4章ではまず、ミラー磁場の存在しない場合、セパトリックス外部の圧力分布の違いによって平衡における磁気面の形状が異なることを述べた。具体的には、セパトリックス外の圧力勾配が緩やかな場合、楕円型の平衡解になり、それが急峻な場合にはレーストラック型の平衡解になることを示した。そしてそれらの平衡解について徐々にミラー比を大きくしながらミラー磁場を加えていった。その結果楕円型の平衡解はレーストラック型の平衡解に変化し、レーストラック型の平衡解は、その傾向

がミラー比の増加と共に強くなることを示した。またミラー比の増加に伴うセパトリックス長の変化を示すことにより、セパトリックス長がミラー磁場によって制限されていることを見いだした。この事実は軸方向圧縮実験の結果とよく一致し、MHDモデルによるFRCプラズマの平衡は実際の現象を記述するのにそれほど悪くはない近似であるとの考察を行った。強いミラー磁場中では、電流密度分布は強いホロー分布を示し、セパトリックス上で急激なピークを持つという特徴を見いだした。またこのことは平衡計算の困難さと関係があったことについて述べ、曲線座標系の合理性について議論した。さらに、強いミラー磁場中における平衡の平均 β と規格化されたセパトリックス半径 x_s の間の関係はBarnesの関係式から大きくずれていることを示した。この事実はミラー磁場の効果が軸方向釣り合いに大きく影響を与えていると考えられ、そのことについて議論を行った。

第6章では周辺プラズマ層の厚みとミラー磁場が2次元平衡に与える影響について述べた。ミラー比が1.6以下の弱いミラー磁場では、周辺プラズマ層の厚みに臨界値 δ_c が存在し、その厚みを越えると平衡解はトポロジ的に異なった解になり、平衡はもはや閉じたセパトリックスを維持できなくなることを示した。閉じたセパトリックスを維持できなくなることは、物理的にはFRCのコアプラズマが閉じ込められている装置体系から流出し、もはやFRCプラズマとしての閉じ込めがないことを意味する。つまりこのような条件では、FRCの配位が崩壊してしまうと考えられる。またミラー比の増加と共に臨界値 δ_c も増加していくことを見いだした。ミラー比が2.0以上の強いミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマでは、周辺層の厚みをいくら増加しても δ_c が現れないことを示し、実際にFRC装置を設計する場合にはこの程度のミラー比を作り出せば周辺層が非常に厚い場合でも対応できるであろうことについて指摘を行った。以上の結果について詳しく調べるために、弱いミラー磁場と強いミラー磁場の影響下にあるFRCプラズマについて、それらの端部つまり x -point周辺における磁場構造の比較を行った。その結果弱いミラー磁場の条件下では端部における磁場強度が周辺プラズマにより非常に弱められている事が分かった。また強いミラー磁場の影響下では端部の磁場の湾曲による磁場応力が大きく、 x -pointのすぐ外側においても、磁場が弱められておらず、このことによって x -pointを効果的に固定出来ていることを見いだした。またこれらの事について議論を行うために、周辺プラズマとミラー磁場の効果を取り入れた、拡張された軸方向釣り合いのモデルを導出し、平衡計算との比較を行った。その結果、平衡計算と軸方向釣り合いモデルが矛盾せず、以上に述べた事柄が説明できる事示した。強いミラー磁場中のFRCプラズマは周辺層の厚みを広い範囲で制御できる可能性を持っており、これにより径方向の輸送なども制御できるのではないかと

いうことについても言及した。

また、本研究において重要な役割を果たした、強いミラー磁場の影響下において平衡計算を可能にする方法について簡単にまとめておく。第4章で示したように、強いミラー磁場の影響下ではセパラトリックス近傍で電流密度が急激なピークを持つようになる。この非常に尖った電流密度分布は、G-S方程式の右辺に直接に入るため、数値計算に悪影響を及ぼし解を収束させないように働くことを研究を進めていく課程で見いだした。これを回避し収束解を得るために、第3章で導入した曲線座標系を用いて、セパラトリックス近傍で格子点の引き寄せを行っている。そして収束解を得るためには、電流がピーキングしている領域に約10点の格子点を引き寄せて、含めてしまう必要がある。これが収束解を得る経験的な判断基準になっている。計算格子の引き寄せにより計算誤差を少なくすることについては、まだ体系だった定式化が行われていないのが現状である。本研究においても、電流がピーキングしている領域への格子点の引き寄せについて、数値計算という側面から今後詳しく調査することが必要である。

次に今後本研究を進めていくことについての課題を挙げる。本研究では静的な平衡を扱ってきたが、ごく最近になって流れ場の存在する場合の平衡の方程式の定式化が始められている[80,81]。周辺プラズマ層の影響が大きな場合に、ポロイダル方向の流れ場は軸方向釣り合いに大きな影響を与えられ考えられる。このようなことから、プラズマの流れを取り入れた平衡解の研究も必要になってくると思われる。また輸送計算[82]などを取り入れた自己矛盾のない平衡の研究も今後、周辺層からの粒子の損失[83,84]やFRCプラズマの閉じ込め改善等と関連して重要な課題といえる。

実験との関連で今後本研究が役に立つであろうと思われる課題について挙げる。例えばFIX装置での実験において測定点を増加し、特にセパラトリックス内の磁場構造を詳細に知ることが今後必要であると考えられる。そうすれば実験結果からも強いミラー磁場の効果について知識を得ることが出来、計算モデルの妥当性を詳しく評価出来ると思われる。また詳細な測定から得られる実際の圧力分布を計算コードに繰り込む事によって、より直接的に現実に近い2次元平衡を得ることも考えられる。FIX装置における軸方向圧縮実験にもこの平衡計算が役立つと考えられる。本論文では強いミラー磁場によるセパラトリックス長の制限という観点から、両者の比較を行ったが、例えば平衡計算において圧縮前の平衡解と圧縮後の解を得ることにより、実験とのより直接的な比較を行い、この実験へMHDモデルを適用する事の妥当性についても、より深く議論が行える。周辺プラズマ層関連では次のような実験との関わりが考えられる。本論文では周辺層の厚みをどんなに厚くしても、 R_m が2以上であれば、平衡解が成り立つ事を示した。例えば実験において、何らかの方法で周辺プラズマの存在領域

を広げ、その条件下で実際にFRC平衡を実際に保持できるか、などを調べることは興味深い話題である。例えばこれが可能なら、第5章で示したようにセパトリックス近傍における圧力勾配をコントロールする事が可能であり、軸方向への輸送に変化を加えることが出来る。このようなことが実験で確認できれば、FRCの閉じ込め特性や輸送についてより多くの知識が得られるだろうと思われる。

本研究において開発された平衡計算コードは、

- ・ FRC プラズマの時間発展 MHD シミュレーション[57].
- ・ FRC への中性粒子ビーム入射に関する粒子軌道計算[66].
- ・ FRC の波動加熱における低周波波動解析.

等その他の研究にも使用されており、それぞれの研究において重要な結果を得るのに役立っている。このように強ミラー磁場中の平衡を扱う場合に非常に有用な物になっていることを最後に記しておく。

参考文献

- [1] 池上 英雄, 山中 龍彦, 宮本 健郎, 田中 茂利, 井上 信幸, 築島 隆繁, 佐藤 哲也, 西川 恭治 編, 核融合研究〈1〉核融合プラズマ, 第1編, (名古屋大学出版会, 1996).
- [2] 高原 文郎, 宇宙物理学, 第2章, (朝倉書店, 1999).
- [3] 文献[1]の第2編, 第3編.
- [4] JET TEAM, "The new experimental phase of JET and prospects for future operation," in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1994* (International Atomic Energy Agency, Vienna, 1995) Vol. I, p. 51-81.
- [5] R. J. Hawryluk, H. Adler, P. Alling, C. Ancher, H. Anderson, and TFTR TEAM, "Review of recent D-T experiments from TFTR," in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1994* (International Atomic Energy Agency, Vienna, 1995) Vol. I, p. 11-30.
- [6] ITER Physics Basis Editors, Nucl. Fusion **39**,2137(1999).
- [7] L.J.Wittenberg, J.F.Santarius, and G.L.Kulcinski, Fusion Technol. **10**, 167 (1992).
- [8] D-³H 核融合についての詳しい情報は, <http://fti.neep.wisc.edu/> で得られる.
- [9] M. Tuszewski, Nucl. Fusion **28**, 2033(1988).
- [10] B.L.Wright, Nucl. Fusion **30**,1739(1990).
- [11] H. Katayama, K. Sato, and F. Miyawaki, J. Plasma Fusion Res. **75**,1396(1999).
- [12] Y. Ono and M. Inomoto, Phys. Plasmas **7**,1863(2000).
- [13] Y. Ohkuma, M. Urano, M. Nakamura, Y. Narushima, T. Takahashi, and Y. Nogi, Nucl. Fusion, **38**, 1501(1998).
- [14] S. Goto, Y. Yano, A. Shiokawa, S. Sugimoto, S. Okada, Y. Ito, S. Ohi, and T. Ishimura, Technol. Repts. Osaka Univ. **39**, 129(1989).
- [15] G. A. Wurden, K. F. Schoenberg, R. E. Siemon, M. Tuszewski, F. J. Wysocki, and R. D. Milroy, J. Plasma Fusion Res. SERIES,**2**, 238(1999).
- [16] J. T. Slough and K. E. Miller, Phys. Plasmas **7**, 1945(2000).
- [17] H. Himura, S. Okada, S. Sugimoto, and S. Goto, Phys. Plasmas **2**, 191 (1995).
- [18] K. Kitano, K. Yamanaka, S. Okada, and S. Goto, Phys. Plasmas **7**, 1158 (2000).

- [19] T. Ohtsuka, M. Okubo, S. Okada and S. Goto, *Phys Plasmas* **5**, 3649 (1998).
- [20] K. Suzuki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **54**, 2155 (1985).
- [21] J. P. Fredberg, *Ideal Magneto-hydrodynamics*, Chap. 2, (Plenum Press, New York, 1987).
- [22] 文献 [21] の Chap. 6.
- [23] 巽 友正, 新物理学シリーズ 21 流体力学, 第 9 章, (培風館, 1982).
- [24] K. Suzuki and S. Hamada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **55**, 3705 (1986).
- [25] R. L. Spencer and M. Tuszewski, *Phys. Fluids* **28**, 1810 (1985).
- [26] K. Suzuki and S. Hamada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53**, 16 (1984).
- [27] 吉田善章, 非線形科学入門, 第 3 章, (岩波書店, 1998).
- [28] T. Takahashi, Y. Tomita, H. Momota, and N. V. Shabrov, *Phys. Plasmas* **4**, 4301 (1997).
- [29] L. C. Steinhauer, *Phys. Fluids* **29**, 3379(1986).
- [30] D. Biskamp, *Nonlinear MagnetoHydrodynamics*, Chap. 3, (Cambridge University Press, 1993).
- [31] 吉田善章, 集団現象の数理, 第 4 章, (岩波書店, 1995).
- [32] 木村利栄, 菅野礼司, 微分形式による解析力学, 第 5 章, (マグロウヒル出版, 1988).
- [33] 吉田善章, 核融合研究 **57**, 325 (1987).
- [34] D. Vvedensky, *Mathematica 偏微分方程式*, 第 3 章, (トッパン, 1994).
- [35] R. Courant and D. Hilbert, *数理物理学の方法* 第 4 巻, 第 4 章, (東京図書, 1968).
- [36] W. T. Armstrong, R. K. Linford, J. Lipson, D. A. Platts, and E. G. Sherwood, *Phys. Fluids* **24**, 2068 (1981).
- [37] M. Tuszewski, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **26**, 991 (1984).
- [38] S. V. Bozhokin, *Sov. J. Plasma Phys.* **14**, 550(1988).
- [39] 戸川隼人, [新装版] UNIX ワークステーションによる 科学技術計算ハンドブック, 第 9 章, (サイエンス社, 1998).
- [40] 例えば P. J. Mc Carthy, *Phys Plasmas* **6**, 3554(1999).
- [41] 変分法を用いた数値計算例, G. O. Ludwig, *Plasma Phys. Control. Fusion* **37**, 633(1995).
- [42] K. Chiyoda and I. Hirota, *Bulletin of the Electrotechnical Laboratory* **43**, 83(1979).
- [43] S. Kaneko, K. Chiyoda and I. Hirota, *J. Phys. Soc. Jpn.* **50**, 359 (1981).

-
- [44] S. Kaneko, K. Chiyoda and I. Hirota, J. Phys. Soc. Jpn. **52**, 2016(1983).
 - [45] L. C. Steinhauer, Phys. Fluids B **2**, 3081(1990).
 - [46] D. W. Hewett and R. L. Spencer, Phys. Fluids **26**, 1299 (1983).
 - [47] D. E. Shumaker, Fusion Technol. **9**, 75 (1985).
 - [48] D. E. Shumaker, J. Comput. Phys. **53**, 456 (1984).
 - [49] R. L. Spencer and D. W. Hewett, Phys. Fluids **25**, 1365(1982).
 - [50] 文献 [31] の第 6 章 .
 - [51] Y.A.Kuznetsov, *Applied Mathematical Sciences 112 Elements of Applied Bifurcation Theory*, Chap. 10, (Springer-Verlag New York, 1995).
 - [52] B. Marder and H. Weitzner, Plasma Phys. **12**, 435(1970).
 - [53] R.Barrett, M.Berry, T.F.Chan, J.Demmel, J.Donato, J.Dongarra, V.Eijkhout, R.Pozo, C.Romine, and H. van der Vorst, 反復法 Templates, 第 2 章 , (朝倉書店 , 1996).
 - [54] K. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **55**, 158(1986).
 - [55] T. Takeda and S. Tokuda, J. Comput. Phys. **93**, 1 (1991).
 - [56] William H. Press, Saul A. Tenkolsky, William T. Vetterling and Brian P. Flannery, *Numerical Recipies in C* (日本語版) , 第 9 章 ,(技術評論社 ,1993).
 - [57] T.Kanki, Y.Suzuki, S.Okada, and S.Goto, Phys. Plasmas **6**, 4672(1999).
 - [58] F.F.Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 1*, Chap.2, (Prenum Press, New York,1984).
 - [59] 数値流体力学編集委員会 編, 数値流体力学シリーズ 6 格子形成法とコンピュータグラフィックス, 第 2 章 , (東京大学出版会, 1995).
 - [60] J.F.Thompson, Z.U.A.Warsi, and C.W.Mastin, 数値格子生成の基礎と応用, 第 2 章 , (丸善株式会社, 1994).
 - [61] 野水克己, 基礎数学選書 25 微分幾何入門, 第 4 章 , (裳華房, 1981).
 - [62] ランダウ, リフシツ, 場の古典論(原書第 6 版), 第 10 章 , (東京図書, 1978).
 - [63] 内山龍雄, 物理テキストシリーズ 8 相対性理論, 第 6 章 , (岩波書店, 1977).
 - [64] Y.Suzuki, S.Sugimoto, S.Okada, and S.Goto, Tech. Reps. Osaka Univ. **46**,143(1996).
 - [65] 文献 [60] の第 6 章 .

-
- [66] T. Asai, Y. Suzuki, T. Yoneda, F. Koder, M. Okubo, S. Okada, and S. Goto, *Phys. Plasmas* **7**, 2294(2000).
 - [67] J. W. Cobb, T. Tajima and D. C. Banes, *Phys. Fluids B* **5**, 3227(1993).
 - [68] Y. Suzuki, S. Okada, and S. Goto, *Phys. Plasmas*, **7**, 4062(2000).
 - [69] K. Kitano, S. Maeshima, S. Okada, and S. Goto, “*Dynamic process during axial magnetic compression of field-reversed configuration (FRC) for equilibrium shape control*,” to be published in *Physics of Plasmas*.
 - [70] L. C. Steinhauer, A. Ishida, and R. Kanno, *Phys. Plasmas* **1**, 1523(1994).
 - [71] N. Iwasawa, A. Ishida and L. C. Steinhauer, *J. Phys. Soc. Jpn.* **69**, 451 (1986).
 - [72] Y. Suzuki, S. Okada, S. Goto, *J. Plasma Fusion Res. SERIES* **2**, 218(1999).
 - [73] 文献 [60] の第 5 章 .
 - [74] S. Okada, Y. Kiso, S. Goto and T. Ishimura, *J. Appl. Phys.* **65**, 4625 (1989).
 - [75] M. Tsuzewski and R. K. Linford, *Phys. Fluids* **25**, 765 (1982).
 - [76] A. L. Hoffman and R. D. Milroy, *Phys. Fluids* **26**, 3170 (1983).
 - [77] L. C. Steinhauer, *Phys. Fluids* **29**, 3379 (1986).
 - [78] S. Ohi, T. Minato, M. Tanjyo, Y. Ito, M. Kako, S. Goto, T. Ishimura, and H. Ito, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1042(1983).
 - [79] 太田浩一, 丸善物理学基礎コース 電磁気学I, 第 9 章, (丸善株式会社, 2000).
 - [80] L. C. Steinhauer, *Phys. Plasmas* **6**, 2734(1999).
 - [81] A. Ishida, N. Iwasawa, H. Yamada, M. Endo, and L. C. Steinhauer, *Proceedings of The 6th International ST Workshop, The US-Japan ST Workshop and The US-Japan Workshop on Physics of Innovative High-Beta Fusion Plasma Confinement*, Seattle, Washington, USA., November 19-21(1999).
 - [82] D. E. Shumaker, *Fusion Technology* **13**, 555(1988).
 - [83] P. -R. Chiang and M. -Y. Hsiao, *Phys. Fluids B* **4**, 3226(1992).
 - [84] R. A. Clemente and L. C. Steinhauer, *J. Phys. Soc. Jpn.* **69**, 451 (1986).

謝辞

本研究は、大阪大学大学院工学研究科原子力工学専攻博士後期課程としての研究を、本学工学研究科付属超高温理工学研究施設において、岡田成文第1部門教授の御指導の下に行ったものである。本研究を遂行するにあたり、大学院生時代の長きにわたり、終始御指導して頂き、有意義な議論及び御教示を賜りました岡田成文教授に心からの感謝の意を表し、厚くお礼申し上げます。

本論文の作成にあたり、本学大学院工学研究科原子力工学専攻核エネルギー工学講座原子核機器学領域高橋亮人教授、同研究科電子情報エネルギー工学専攻電磁流体工学講座堀池寛教授、本学ラジオアイソトープ総合センター山本幸佳教授兼統括管理室長には、詳細なご検討、貴重な御教示を賜りました。ここに深く感謝申し上げます。

本学大学院工学研究科原子力工学専攻核エネルギー工学講座原子炉物理学領域竹田敏一教授、同専攻原子力材料工学講座原子力材料学領域桂正弘教授、同講座核燃料工学領域山中伸介教授には、原子力工学専攻基礎教育課程において多数のご教示を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

本学超高温理工学研究施設第2部門後藤誠一教授兼施設長には、本研究遂行に関する貴重な指針並びに研究に対する姿勢など数々の懇切なる御指導、御教示を賜りました。ここに深く感謝の意を表すと共に深くお礼申し上げます。

本学超高温理工学研究施設第1部門杉本敏司助教授には、本研究遂行に必要な計算機環境を整えて頂くと共に、計算機に関する多数の御教示を頂きました。ここに心より感謝致します。

本学超高温理工学研究施設第2部門大久保衛助手には、実験に関する事項に関して様々な議論をして頂き、貴重な御指摘を頂きました。また計算機運用の基礎に関しても親切的な御指導をして頂きました。ここに心より感謝の意を表します。

本学超高温理工学研究施設第2部門吉村智助手には、本研究の位置づけ、独自性に関する具体的な御意見を頂きました。ここに心からお礼申し上げます。

本学大学院工学研究科電子情報エネルギー工学専攻磯部倫郎助手には、計算機一般に関して広く深い御教示をして頂きました。また実際の計算機運用に関して多数の有意義な御助言をして頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

本学超高温理工学研究施設第2部門大井正一助教授、本研究施設文部技官矢野美一氏、本研究施設第1部門井通暁助手並びに本研究施設研究機関研究員武知誠次氏には、研究の遂行に際し、有益な御助言を頂きました。ここに心から御礼申し上げます。

本研究施設研究機関研究員岩澤直孝氏には、FRC平衡の安定性に関する最新の研究

成果について貴重な御教示をして頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

東京大学大学院新領域創成科学研究科先端エネルギー工学専攻プラズマ理工学講座比村治彦助教授には、FRCプラズマの物理に関して学部学生時代より広く議論していただき、貴重な御意見を頂きました。ここに心から感謝致します。

海上保安大学校神吉隆司講師には、FRCプラズマの平衡に関して有益な議論と多数の御助言をして頂きました。ここに深く感謝致します。

本研究施設において、共に研究を行い活発で有益な議論をして頂いた、大塚隆行氏、山中浩二氏、小寺富士氏、北野勝久氏、松本貴志氏、浅井朋彦氏をはじめとする学生の皆様に感謝の意を表します。

最後に各種申請書類の作成などの事務作業に対して貴重な御援助をして頂いた、本研究施設事務員美作美幸氏並びに事務補佐員山田由紀子氏に厚く感謝致します。

なお、本研究の遂行に対しては日本育英会から奨学金による援助を頂きました。ここに感謝致します。

著者発表論文

- 1) Computational equilibrium of field-reversed configurations surrounded by conductive cylinder with tapered ends.
Y.Suzuki, S.Sugimoto, S.Okada, and S.Goto,
Tech. Reps. Osaka Univ. **46**,143(1996).
- 2) Analysis of averaged β value in two dimensional equilibria of a field-reversed configuration with end mirror fields.
Y.Suzuki, S.Okada, S.Goto,
J. Plasma Fusion Res. SERIES **2**,218(1999).
- 3) Two-dimensional numerical equilibria of field-reversed configuration in the strong mirror field.
Y.Suzuki, S.Okada, and S.Goto,
Phys. Plasmas **7**,4062(2000).
- 4) Two-dimensional field-reversed configuration (FRC) equilibria with pressure effects of edge-layer plasma and mirror field.
Y.Suzuki, S.Okada, and S.Goto,
Phys. Plasmas,(submitted).
- 5) Production of a long life FRC plasma by translation, and the study of its confinement properties.
S.Okada, S.Ueki, H.Himura, K.Matsumoto, D.Sadahiro, Y.Suzuki, K.Takahashi, F.Ichinose, M.Okubo, Y.Ueda, S.Sugimoto, S.Ohi, and S.Goto,
in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1994 (International Atomic Energy Agency, Vienna, 1995), Vol.II,p.441.

- 6) Estimation method of a separatrix profile of field-reversed configuration plasma with the deconvolution concept.
K.Yamanaka, Y.Suzuki, K.Kitano, S.Ito, S.Okada, and S.Goto,
Rev. Sci. Instrum. **70**, 431(1999).
- 7) Magnetohydrodynamic simulation on magnetic compression process of a field reversed configuration plasma.
T.Kanki, Y.Suzuki, S.Okada, and S.Goto,
J. Plasma Fusion Res. SERIES **2**,214(1999).
- 8) Numerical simulation of magnetic compression on a field-reversed configuration plasma.
T.Kanki, Y.Suzuki, S.Okada, and S.Goto,
Phys. Plasmas **6**,4672(1999).
- 9) Experimental evidence of improved confinement in a high-beta field-reversed configuration plasma by neutral beam injection
T.Asai, Y.Suzuki, T.Yoneda, F.Kodera, M.Okubo, S.Okada, and S. Goto
Phys. Plasmas **7**,2294(2000).