



Title	境界要素法および差分時間領域法による電磁波回路素子の解析に関する研究
Author(s)	平, 雅文
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3129269">https://doi.org/10.11501/3129269</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

境界要素法および差分時間領域法による  
電磁波回路素子の解析に関する研究

平成8年12月

平 雅 文

境界要素法および差分時間領域法による  
電磁波回路素子の解析に関する研究

平成8年12月

平 雅 文

# 謝辞

本研究を行うにあたり，終始一貫して御指導御鞭撻を賜った大阪大学大学院工学研究科教授倉藪貞夫博士に衷心より深甚なる感謝の意を表します。また，本論文作成にあたり，御教示御助言いただいた大阪大学大学院工学研究科教授児玉裕治博士に深く感謝いたします。

大阪大学在学中より通信工学一般および本研究に関して御指導いただいた大阪大学名誉教授滑川敏彦博士，同名誉教授前大阪大学総長熊谷信昭博士，同名誉教授中西義郎博士，同名誉教授故手塚慶一博士，大阪大学教授森永規彦博士，同教授長谷川晃博士，同教授小牧省三博士，同教授前田肇博士，同教授池田博昌博士，ならびに大阪大学産業科学研究所教授北橋忠弘博士，同教授元田浩博士に厚く感謝いたします。

終始有益な御教示御助言御激励をいただいた大阪大学大学院工学研究科助教授塩沢俊之博士，同中川健助手，同汐見修三元技官，同岡本良一前技官に深く感謝いたします。論文作成にあたって御助言いただいた大阪大学大学院工学研究科助手丸田章博博士に感謝いたします。

平板状アンテナについて御教示をいただいた松下電器産業株式会社デバイス・エンジニアリング開発センター通信デバイスグループグループリーダー上野伴希博士，同高周波デバイスチーム小川晃一チームリーダー，境界要素法について御教示をいただいた株式会社日立製作所中央研究所オプトエレクトロニクス研究部佐野博久主任研究員に厚く感謝いたします。

差分時間領域法について御討論をいただいた大阪府立大学工学部助手北村敏明博士，関西大学総合情報学部助手堀井康史博士，光波回路について御討論を

いただいた茨城大学工学部助手横田浩久博士に感謝いたします。

本研究遂行にあたって、熱心な御討論御協力をいただいた溝本安展氏（現在特許庁）、久保隆之氏（現在株式会社フジクラ）、宮地正之氏（現在松下電器産業株式会社）、山内和弘氏（現在株式会社日本総合研究所）をはじめとする大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻倉菌研究室の卒業生諸兄に感謝いたします。

本研究の途上、折にふれて暖かい御激励をいただいた三菱電機株式会社情報技術総合研究所無線通信部主事久保博嗣博士に感謝いたします。また、現在に至るまで変わらぬ御友誼をいただいている石田正明氏をはじめとする株式会社東芝小向工場マイクロ波開発部の諸兄に感謝いたします。

最後に、日頃研究に御協力いただき、岡本恵和氏をはじめとする大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻倉菌研究室の諸兄に感謝いたします。

# 内容梗概

本論文は著者が大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻在学中および大阪大学工学部在職中に行った境界要素法および差分時間領域法による電磁波回路素子の解析に関する研究の成果をまとめたものであり、以下の7章により構成されている。

第1章は序論であり、本研究の背景、目的ならびに概要について述べている。

第2章では、高温超伝導コプレーナ線路の解析について述べている。高温超伝導体を用いた平面線路は低損失かつ低分散であると考えられ、高速パルスの低ひずみ伝送を目指して、デジタル集積回路内の配線への応用を考慮した実験も行われている。しかし、高温超伝導薄膜の厚さと電磁界の侵入長は同じオーダーであり、高精度の数値計算を行うためには、表皮抵抗等を用いた近似的な手法ではない任意の超伝導体厚を取り扱える手法が必要となるが、そのような報告は未だ少ない。本章では、分散性媒質に適用できるよう改良された差分時間領域法に二流体モデルから得られる超伝導体の複素導電率の式を組み込み、高温超伝導線路の解析に適用している。高温超伝導コプレーナ線路の減衰定数・位相速度の周波数特性ならびに導体厚依存性を詳しく検討し、その低損失性・低分散性を明らかにしている。

第3章では、高温超伝導体で構成された進行波形光変調器用ミリ波電極の解析について述べている。誘電体電気光学結晶を用いた進行波形光変調器における、金属電極の損失・分散による変調効率の低下・変調帯域の減少等の問題の解決法として、電極材料に高温超伝導体を用いることが提案されている。進行

波電極の線路構造としては非対称コプレーナストリップ線路がよく用いられるが、その線路定数の周波数特性や導体厚依存性を明らかにした報告は、常伝導体電極の場合についても少ない。本章では、前章と同じ手法により、誘電体電気光学結晶基板上に高温超伝導材料で構成された非対称コプレーナストリップ電極の特性を明らかにしている。特に、変調波であるミリ波と被変調波である光波の位相整合のために、電極近傍に低誘電率のバッファ層を挿入した構造について詳しく検討している。

第4章では、光制御マイクロ波ストリップ回路の解析について述べている。本章では、差分時間領域法と半導体の複素比誘電率の式を用いて、線路の構造の一部に設けた半導体の光導電効果を利用して制御するマイクロ波線路の解析を行っている。また、光導電効果により制御する新しいブランチラインカップラを提案し、その散乱行列の周波数特性を明らかにしている。差分時間領域法は、元来、不連続部を持つ三次元構造の電磁波回路の散乱行列を容易に求めることができるが、本章ではその適用範囲を更に拡大し、新しい機能を有する電磁波回路素子の開発における差分時間領域法の有効性を高めている。

第5章では、スリットを有する平板状逆Fアンテナの解析について述べている。アンテナは、特に小型化・集積化が要請されている電磁波回路素子である。平板状逆Fアンテナは、小型・軽量で機器に内蔵可能であること、垂直・水平両偏波に対応できること等の利点を持つために移動通信用アンテナに適している。最近、更なる小型化のために、放射素子にスリットを設けることが提案されている。スリットは共振周波数を低下させる効果を持ち、より小型の放射素子を用いて所望の共振周波数を得ることができる。本章では、差分時間領域法を用いて、スリットが共振周波数と放射指向性に与える影響を明らかにしている。

第6章では、埋込形誘電体光導波路およびカップラの解析について述べている。光集積回路中の誘電体導波路としては、埋込形導波路が最も適しているとされ

ている。埋込形導波路は、低損失であること、表面が平滑であるために制御電極の装荷が容易であること等多くの特徴を持つ。また、この埋込形導波路を伝搬軸方向に平行に接近させて配置したカプラは、光変調器等の光機能回路素子の構成要素として重要な素子である。このような複雑な断面構造を有する導波系を取り扱うために、本章においては境界要素法による解析を行っている。境界要素法は、誘電体導波路のような開領域問題も取り扱えること、少ない計算量で高い計算精度が得られること、任意形状の導波系に容易に適用できること等の利点を持つ優れた解析法である。境界要素法の任意形状への適用の容易さと計算精度の高さに着目し、実際の光集積回路中のコア断面に近い形状の導波路およびカプラの特性を明らかにし、解の収束などの計算精度についても詳しく検討している。

第7章は結論であり、本研究で得られた成果を総括して述べている。以上の各章を構成する内容は、すべて、電子情報通信学会論文誌、IEICE Transactions on Electronics, Technology Reports of the Osaka University, 輻射科学研究会においてすでに発表されたものである。



# 目次

第1章 序論	1
第2章 差分時間領域法による高温超伝導コプレーナ線路の解析	8
2.1 序言	8
2.2 差分時間領域法による高温超伝導体の定式化	9
2.2.1 差分時間領域法	9
2.2.2 超伝導体の二流体モデル	13
2.2.3 高温超伝導体の定式化	14
2.3 解析結果	17
2.3.1 高温超伝導コプレーナ線路の特性	17
2.3.2 低分散性に関する考察	22
2.4 結言	24
第3章 高温超伝導体を用いた進行波形光変調器用ミリ波電極の解析	25
3.1 序言	25
3.2 高温超伝導体を用いた進行波電極	26
3.2.1 解析モデル	26
3.2.2 非対称コプレーナストリップ線路形進行波電極	29

3.2.3	電極近傍にバッファ層を挿入した進行波電極.....	31
3.3	結言.....	34
<b>第4章</b>	<b>差分時間領域法による光制御マイクロ波ストリップ回路の解析</b>	<b>35</b>
4.1	序言.....	35
4.2	半導体中の電子・正孔プラズマの定式化.....	36
4.3	解析結果.....	37
4.3.1	光制御コプレーナ線路.....	37
4.3.2	光制御ブランチラインカップラ.....	40
4.4	結言.....	43
<b>第5章</b>	<b>スリットを有する平板状逆Fアンテナの放射特性</b>	<b>44</b>
5.1	序言.....	44
5.2	時間領域における遠方界.....	45
5.3	解析結果.....	47
5.3.1	解析モデル.....	47
5.3.2	共振周波数に対するスリットの効果.....	49
5.3.3	放射指向性に対するスリットの効果.....	51
5.4	結言.....	55
<b>第6章</b>	<b>境界要素法による埋込形誘電体光導波路およびカップラの解析</b>	<b>56</b>
6.1	序言.....	56
6.2	境界要素法による定式化.....	57

6.2.1	解析モデル.....	57
6.2.2	境界要素法.....	59
6.2.3	埋込形導波路に対する定式化.....	63
6.2.4	カプラに対する定式化.....	66
6.3	解析結果.....	68
6.3.1	導波モード.....	68
6.3.2	計算精度.....	69
6.3.3	埋込形導波路の特性.....	71
6.3.4	カプラの特性.....	73
6.4	結言.....	75
<b>第7章 結論</b>		<b>76</b>
<b>参考文献</b>		<b>79</b>

# 第1章

## 序論

本論文は著者が大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻在学中および大阪大学工学部在職中に行った境界要素法および差分時間領域法による電磁波回路素子の解析に関する研究の成果をまとめたものである。まず、研究の背景およびあらましについて述べる。

通信工学の分野における研究開発の諸成果の中で、より高い周波数領域の開拓は、最も基本的で、かつ最も影響力の大きな成果である。マイクロ波からミリ波を経て光波に至るまで、1950年以降は10年間に1.5桁の速度で新しい周波数領域が開拓されてきたといわれている[1]。新しい周波数領域に対する需要は、電磁波回路に新しい構造と機能を要求する。マイクロ波・ミリ波の分野では、導波管による立体回路からマイクロストリップ線路・コプレーナ線路による平面回路へ、更には個々の平面回路の組み合わせからミリ波集積回路へと進み、また、光波の分野では、光ファイバとマイクロオプティクスとの組み合わせによる方式を経て、光集積回路の実用化へと進もうとしている。回路中の媒質の損失や分散性を考慮した解析、線路間の結合や線路端での不整合による反射を含む回路の解析、筐体による回路の特性変動の解析など、複雑化高機能化する電磁波回路系の統一的解析の重要性がますます認識されつつある[2]。

電磁波回路系の設計においては、計算モデルの作成とパラメタの設定、数値

計算の実施，計算結果と実験結果の照合，計算モデルとパラメタの再検討といったプロセスが反復される．複雑な回路系全体のモデル化による不確かさをできる限り取り除き，現象を詳細に解明していくためには，大規模な計算を短時間に繰り返し実行することが必要となり，研究の方向性は，その時点で用い得るコンピュータの最大演算性能と最大主記憶容量に大きく影響を受けることとなる．

著者が境界要素法による光波回路系の研究に取り組んでいた1986年頃，国産スーパーコンピュータの最大ベクトル演算性能は0.5GFLOPS程度であった．境界要素法は，基本式として境界積分方程式を選び，境界を線分要素に分割し，要素上の界を補間関数の和で表現することで数値計算を行う方法である．誘電体光導波路の解析法は従来から様々な手法が提案されているが，光集積回路内の多くの導波路のように，その構造が非軸対称になる場合の解析は，有限要素法，境界要素法等の数値計算法によらざるを得ない．境界要素法は，当時すでに幅広く普及していた有限要素法に比べて，誘電体導波路のような開領域問題も取り扱えることに加え，境界上に未知量を取るだけで良いので，未知数の個数も数値計算量も格段に少なくてすむという点が高く評価されたのである[3]-[5]．

差分時間領域法[6]，[7]は，マクスウェル方程式の時間軸における直接的な逐次計算法であり，各電磁界成分がマクスウェルの方程式を満足する位置関係で空間の離散点に位置づけられ，その離散点からなる格子網中における波動伝搬が計算されていく．励振されたパルスの伝搬波形を直接時間軸上で求めそれをフーリエ変換することで，回路の周波数特性を容易に求めることができるのが大きな特徴である[8]．三次元構造を持つ素子を取り扱うことができ，不連続部を含む回路の散乱行列の周波数特性を容易に求めることができる[9]．また，分散性媒質に対する適用も可能であり[10]，[11]，超高速パルス等の広帯域信号の伝搬特性の解析，超伝導体等の新しい媒質を含む回路の解析，媒質の分散性を

積極的に利用する新しい機能回路素子の開発など、ますます数値計算手法としての重要性を増している。1966年にK. S. Yeeによって提案された差分時間領域法[6]は、現在のスーパーコンピュータの6GFLOPSを超えるベクトル演算性能に支えられて、電磁波回路の重要な解析法としての地位を占めるに至った。得られた近傍界から時間軸上における遠方界を求める手法も開発され[12]、回路基板や筐体に装着された平面アンテナの放射指向性の計算等、今後も更に複雑な回路系への適用が期待できるものである。

本論文は、複雑化高機能化する電磁波回路素子の研究開発に供し得る、汎用的でありかつ精度の高い数値解析法が要求されているという観点から、差分時間領域法を用いて高温超伝導コプレーナ線路・進行波形光変調器用高温超伝導ミリ波電極・光制御マイクロ波ストリップ回路・スリットを有する平板状逆Fアンテナの解析を行い、また、境界要素法を用いて埋込形誘電体光導波路およびカプラの解析を行い、それぞれの解析法の適用範囲の拡大や実用性の検討等を行った成果をまとめたものである。

第2章では、高温超伝導コプレーナ線路の解析について述べる[13]。高温超伝導体の発見と薄膜化などの材料技術の進歩に伴いその各種デバイスへの応用が広く研究されている[14]。高温超伝導体を用いた線路は、回路理論的な近似解析から低損失・低分散であり高速パルスの超低ひずみ伝送が実現できる可能性があることが指摘され、集積回路内の配線への応用を考慮した実験も行われている[15]。これらの素子に用いられる線路構造としては、薄膜が基板の一方の面のみで良いこと、半導体素子との接続が容易なこと等から、コプレーナ形の線路構造が適している。高温超伝導体を用いたコプレーナ線路の解析については、これまでも幾つかの報告がある[16]が、実際のデバイスでは高温超伝導薄膜の厚さと界の侵入長が同じオーダーであることが多い。精度の高い回路設計のためには、膜厚が十分大きいものとして表皮抵抗を用いる等の近似的な計算では無く、任意の超伝導体厚を取り扱える手法が必要となるが、そのような報告は未

だ少ない[17], [18]. 本章では, 分散性媒質を取り扱えるように改良された差分時間領域法[10]に二流体モデルから得られる超伝導体の複素導電率の式[19], [20]を組み込み, 高温超伝導線路の解析に適用することを提案している. 高温超伝導コプレーナ線路の減衰定数・位相速度の周波数特性ならびに導体厚依存性を求め, その低損失性・低分散性を明らかにする. 更に, すべての格子で電磁界の全成分が計算される差分時間領域法の特徴を活かして, 超伝導体内の界分布についても詳しく検討する.

第3章では, 高温超伝導体で構成された進行波形光変調器用ミリ波電極の解析について述べる[21], [22]. 超高速・大容量光通信システムの実現に向けて外部変調方式の高速光変調器の重要性が認識され, 変調帯域幅 300GHz を実現できる可能性を持つ, 誘電体電気光学結晶を用いた進行波形光変調器の研究が活発に進められている[23]. 進行波形光変調器では, 金属電極の損失や分散によって変調効率の低下, 変調帯域の減少等が起こるが, これは広帯域変調の際に深刻な問題となる. この解決法として進行波電極の材料に高温超伝導体を用いることが提案されている[24], [25]. また, 変調波であるミリ波に対する実効屈折率を被変調波である光波に対する実効屈折率に近づけて位相速度の不整合を改善するために, 電極近傍に低誘電率のバッファ層を挿入すること, 電極厚を大きくすること等は, 従来の常伝導体電極についてよく行われている[26]-[28]. 従って, 進行波形光変調器では, それらの複雑な構造に適用できる解析手法を用いて, 広い周波数範囲にわたる電極の減衰定数・位相速度等の特性を明らかにする必要がある. 進行波電極の線路構造としては, 接地電極が十分に広い, 入出力端での同軸線路との接続が容易である等の特徴を有する非対称コプレーナストリップ線路がよく用いられるが[29], その線路定数の周波数特性や導体厚依存性を明らかにした報告は常伝導体電極の場合についても少ない[30]. すなわち, 超伝導体を用いた非対称コプレーナストリップ線路形の電極構造については, 詳細かつ広範囲にわたる検討が必要であると考えられる. 本章では, 前章と同

じ計算手法により，誘電体電気光学結晶基板上に高温超伝導材料で構成された非対称コプレーナストリップ電極について，基板の異方性および誘電損をも考慮して解析を行う．特に，進行波電極としての実用的見地から，バッファ層を挿入した構造について詳しく検討する．また，外部の励振回路と電極との整合を取るために重要な，特性インピーダンスについても明らかにする．

第4章では，光制御マイクロ波ストリップ回路の解析について述べる[31],[32]．半導体に禁止帯の幅より大きなエネルギーの光を照射すると，電子・正孔プラズマが発生し導電率が変化する．マイクロ波・ミリ波線路の構造の一部に半導体を用い，この光導電効果を利用して制御を行う方法が種々考案されている[33],[34]．本章では，差分時間領域法に半導体の複素誘電率の式を組み込むことにより，同法がこれらの回路の数値計算に適用できることを示すと共に，回路構造の一部に電子・正孔プラズマ領域を設け光導電効果により制御するブランチラインカプラを提案する．先にも述べたように，差分時間領域法は三次元構造を持つ線路を取り扱うことができ，不連続部を持つ線路の散乱行列を容易に求めることができる．従って，このブランチラインカプラのように，分散性媒質を含みかつ不連続部を持つマイクロ波ストリップ回路の解析には最適であると考えられる．光照射により制御するマイクロ波回路に著者が最初に適用したこの手法は，既に他の文献[35]でも用いられ，新しい電磁波回路素子の開発において高い実用性を持つことが示されている．

第5章では，スリットを有する平板状逆Fアンテナの解析について述べる[36]．アンテナもまた重要な電磁波回路素子の一つであり，とりわけ，最も小型化・集積化が要請されている素子でもある．平板状逆Fアンテナは，小型・軽量で機器に内蔵可能であること，垂直・水平両偏波に対応できること等の利点を持つため移動通信用アンテナに適しており，研究開発が活発に進められている[37]-[39]．このアンテナは，接地板，接地板に平行に置かれた平板状放射素子，そして接地板と放射素子とを部分的に短絡する短絡ピンから構成されている．



従来から、小型化のために接地板と放射素子の間に誘電体を装荷することが行われてきたが、最近、更に、放射素子にスリットを設けることが提案されている[42]。スリットは共振周波数を低下させる効果を持ち、より小型の放射素子を用いて所望の共振周波数を得ることができる。しかし、スリットが放射指向性について与える影響について検討した報告は、著者の知る限りでは未だ無い。差分時間領域法によって得られたアンテナの近傍界から、ホイゲンス・フレネルの原理によって時間領域における遠方界を求めることができ、この遠方界をフーリエ変換すると特定の周波数におけるアンテナの放射指向性を得ることができる[12]。本章では、この手法を用いて、携帯電話を想定した導体筐体上に装着されかつ放射素子にスリットを設けた平板状逆 F アンテナの解析を行い、スリットが共振周波数と放射指向性に与える影響について明らかにする。

第 6 章では、埋込形誘電体光導波路およびカプラの解析について述べる[43]。光ファイバとマイクロオプティクスによる現行の光通信方式に続く、次世代の光通信方式を実現するためには、一つの基板上に半導体レーザー・制御回路・変調回路・結合回路等を構成した、信頼性・安定性に優れた光集積回路の実用化が重要な課題である[44]。光集積回路中の誘電体導波路としては、埋込形導波路が最も適しているとされる[45]。埋込形導波路は、選択的な熱拡散やイオン交換などにより、誘電体基板の表面近くに周囲よりわずかに屈折率の高いコアを形成したもので、作製が容易であること、低損失であること、表面が平滑であるために制御電極の装荷が容易であること等多くの特徴を持つ。この埋込形導波路を伝搬軸方向に平行に接近させて配置したカプラは、本来の受動回路素子としてだけでなく、光スイッチ、光変調器等の光機能回路素子の構成要素としても重要なものである。埋込形導波路やカプラ等、複雑な断面構造を有する導波系の解析にあたっては、やはり何らかの数値計算法を用いる必要があり、本章においては境界要素法による解析を行う。境界要素法は、誘電体導波路のような開領域問題も取り扱えること、少ない計算量で高い計算精度が得られるこ

と，任意形状の導波系に容易に適用できること等の利点を持つ優れた解析法である[3], [4], [46]. 境界要素法の任意形状への適用の容易さと計算精度の高さに着目し，実際のコア断面に近い形状のモデルを選んで解析を行う．まず，単独のコアを持つモデルについてその分散特性を明らかにし，さらに，そのコアを平行に配置してカプラとしたモデルについて，主としてその結合特性を明らかにする．また，解の収束などの計算精度についても詳しく検討する．

第7章は結論であり，本研究で得られた成果を総括して述べる．

## 第2章

# 差分時間領域法による高温超伝導コプレーナ線路の解析

### 2.1 序言

高温超伝導体の発見と薄膜化等の材料技術の進歩に伴いその各種デバイスへの応用が広く研究されている[14]. 高温超伝導体を用いたストリップ線路は、低損失・低分散であるために高速パルスの低ひずみ伝送が可能であり、集積回路内の配線への応用が考えられている[15].

これらのデバイスに用いられる線路構造としては、薄膜が基板の一方の面のみで良いこと、半導体素子との接続が容易なこと、光導波路構造と組み合わせやすいこと等から、コプレーナ型の線路構造が適している。高温超伝導体を用いたコプレーナ線路の解析については、これまでもいくつかの報告がある。しかし、実際のデバイスでは高温超伝導薄膜の厚さと界の侵入長が同じオーダーであるので、表皮抵抗等を用いた近似的な手法[16]は適しておらず任意の超伝導体厚を取り扱える手法が必要となるがそのような報告はまだ少ないようである[17], [18].

最近、差分時間領域法(finite-difference time-domain method)が三次元構造に対

する汎用的な解析法の一つとして注目を浴びており、マイクロストリップ線路、コプレーナ線路等の解析に広く適用されている。特に、Luebbers 等によって提案された frequency-dependent finite-difference time-domain method[10]は、差分時間領域法により離散化された電界の値を用いて時間軸上で誘電率と電界のたたみこみ積分を行い、分散性媒質を取り扱えるようにしたものである。

本章では、二流体モデルから導かれる超伝導体の導電率と Luebbers 等の手法を用いて、高温超伝導コプレーナ線路の特性を明らかにする。まず、超伝導体の複素導電率の差分時間領域法への組み込み方について述べる。次に、基板の誘電損をも考慮して高温超伝導コプレーナ線路の解析を行い、低損失・低分散の線路であることを明らかにするとともに、本章で提案する手法の有効性を示す。

## 2.2 差分時間領域法による高温超伝導体の定式化

### 2.2.1 差分時間領域法

差分時間領域法は、マクスウェルの方程式を時間座標および空間座標に関して直接差分化し、初期条件として与えた界分布から、電磁界の時間応答を逐次計算していく数値計算法である。

まず、基本的な差分化について説明する。線形・等方・非分散・無損失の媒質中の Maxwell の方程式、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.2)$$

を、直角座標系において各成分に分けると次式を得る。

$$-\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (2.3)$$

$$-\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$-\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (2.7)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (2.8)$$

各座標軸方向の空間離散間隔をそれぞれ  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , 時間離散間隔を  $\Delta t$  として差分化を行い, 各電磁界成分を図 2.1 に示すような空間上の格子点に配置する[6]. このとき, 例えば, 式(2.4), 式(2.7)を次のような差分式に書き換えることができる.

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) = H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu} \left( \frac{E_x^n(i+1/2, j, k+1) - E_x^n(i+1/2, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i+1, j, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta x} \right) \quad (2.9)$$

$$E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) = E_y^n(i, j+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left( \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k-1/2)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k)}{\Delta x} \right) \quad (2.10)$$

ここで, 例えば記号  $E_y^n(i, j, k)$  は, 時刻  $n\Delta t$  における, 空間座標  $(i, j, k)$  での  $E_y$  成分を表す. 式(2.10)は, ある格子点での現在時刻の電界が, 1 離散時間前の同

じ格子点における電界の値と，1/2 離散時間前の周囲の格子点の磁界の値から計算できること，すなわち，電磁界の時間応答を逐次求めていくことが可能であることを示している。

空間離散間隔と時間離散間隔は独立に選ぶことができるが，解析の安定のために，次の Courant 条件を満たすことが要請される[6]。

$$v_c \Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\{\min(\Delta x)\}^2} + \frac{1}{\{\min(\Delta y)\}^2} + \frac{1}{\{\min(\Delta z)\}^2}}} \quad (2.11)$$

$v_c$  は，真空中の光速である。

差分時間領域法では，得られた時間応答波形をフーリエ変換することにより，一度のシミュレーションにおいて伝搬定数等の周波数特性を求めることができる。また，三次元解析であり，時間領域における全ての電磁界成分の大きさを直接求めているので，界分布や線路電圧・線路電流を求めること，不連続部分からの反射や線路間の結合を含む複雑な回路系の伝搬特性を求めること等も容易である[8]，[50]。デジタル回路等におけるパルスの伝搬特性の解析にも適しているが，最近の回路の高速化に伴い，回路を構成する媒質の分散性を考慮することが必要になっている。媒質の周波数領域における誘電率が与えられれば，それを含む構成関係式を逆フーリエ変換することにより，時間領域における構成関係式が得られる。式中には，時間軸上での誘電率と電界の畳込み積分の項が表れるが，差分時間領域法ではすべての電界成分が既に離散化されていることを利用して，この項を畳込み和として代数的に計算することができる[10]。具体的な計算手法については 2.2.3 節で述べる。

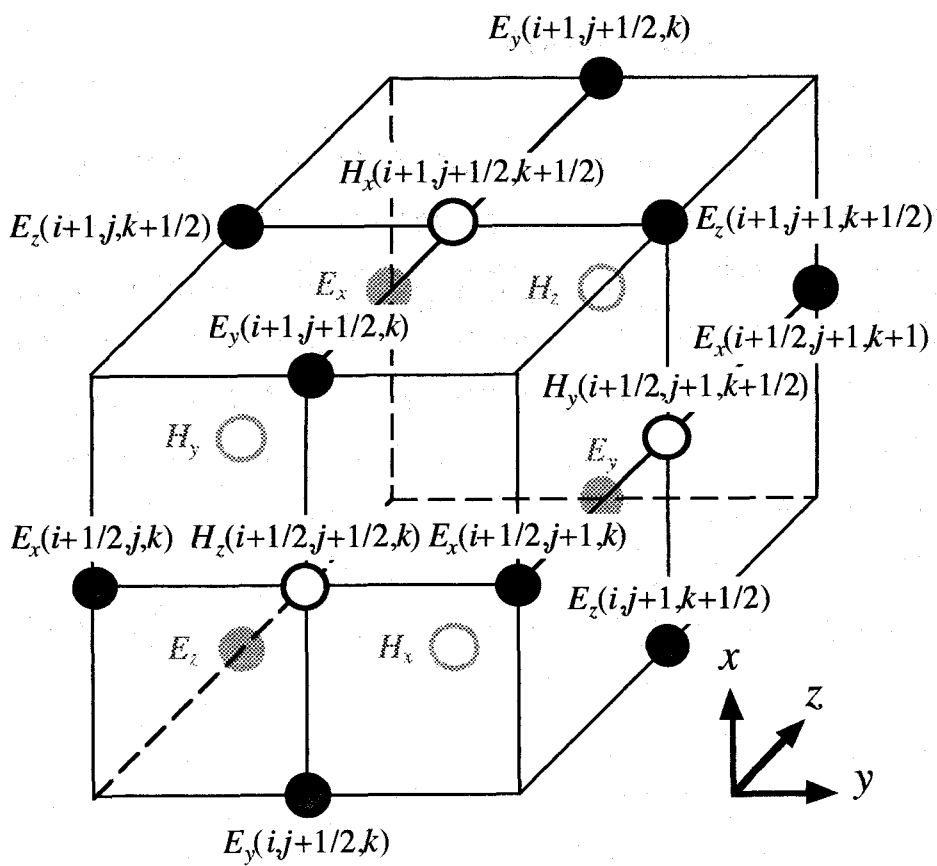


图 2.1 Yee 格子

## 2.2.2 超伝導体の二流体モデル

超伝導体中では、2個の伝導電子が1組になったクーパー対電子(以下、超伝導電子と呼ぶ)が運動エネルギーを失うことなく移動するが、交流電界に対しては必ずしも無損失ではない。絶対温度以上の有限温度においては、超伝導体中の全ての伝導電子が超伝導電子としては存在しておらず、幾分か割合で対を成していない常伝導状態の電子(以下、常伝導電子と呼ぶ)が存在する。超伝導体に交流電界を印加すると、その電界の侵入を妨げるように超伝導電子が移動するが、自身の慣性のために電界の変化に完全には追従できず、打ち消しきれない電界が超伝導体内に残る。この交流電界によって加速された常伝導電子がフォノン散乱によって運動エネルギーを失い、電力損失の原因となる。

このような超伝導電子と常伝導電子の混合状態でのふるまいについては、二流体モデル[19]と呼ばれる考え方を利用すれば簡単に説明でき、特に酸化物高温超伝導体において実測値と良い一致をすることが知られている[20]。この理論では、超伝導電子流体と常伝導電子流体の2種の流体が混在するとし、常伝導粒子流体についてのみ衝突による運動量緩和を考慮して、それぞれの流体を別々の運動方程式で記述する。このとき、電界  $E$  の中での超伝導電子および常伝導電子の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = -e\mathbf{E} \quad (2.12)$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} + m \frac{\mathbf{v}_n}{\tau} = -e\mathbf{E} \quad (2.13)$$

ここで、 $\mathbf{v}_s$ 、 $\mathbf{v}_n$  はそれぞれ超伝導電子流体、常伝導電子流体の粒子速度、 $m$  は電子の質量、 $e$  は電子の電荷、 $\tau$  は運動量の緩和時間を表す。

超伝導電子密度および常伝導電子密度を  $n_s$ 、 $n_n$  とすると、それぞれの流体に対応する電流密度  $\mathbf{J}_s$ 、 $\mathbf{J}_n$  は次式で与えられる。

$$\mathbf{J}_s = -n_s e \mathbf{v}_s \quad (2.14)$$

$$\mathbf{J}_n = -n_n e \mathbf{v}_n \quad (2.15)$$



超伝導体を流れる全電流密度を  $\mathbf{J}$  とすると次式が成立する.

$$\mathbf{J}(\omega) = \mathbf{J}_n(\omega) + \mathbf{J}_s(\omega) = \sigma_{eff}(\omega)\mathbf{E}(\omega) \quad (2.16)$$

時間微分を  $j\omega$  で置き換え, 式(2.12)~(2.16)から実効導電率  $\sigma_{eff}$  を求めると,

$$\sigma_{eff}(\omega) = \frac{n_n e^2 \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)} - j \left\{ \frac{n_s e^2}{m\omega} + \frac{n_n e^2 \omega^2 \tau^2}{m\omega(1 + \omega^2 \tau^2)} \right\} \quad (2.17)$$

常伝導状態の導電率  $\sigma_n$ ,

$$\sigma_n = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.18)$$

および, ロンドンの磁界侵入長  $\lambda$

$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (2.19)$$

を用い, さらに  $\omega^2 \tau^2 \ll 1$  ( $f < 10^{11}$  Hz 程度) であるとする, 式(2.17)は,

$$\sigma_{eff}(\omega) = \sigma_n \frac{n_n}{n} - j \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda^2} \quad (2.20)$$

と簡単化できる[19].  $\mu_0$  は真空の透磁率である.

### 2.2.3 高温超伝導体の定式化

構成関係式

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon \mathbf{E}(\omega) + \mathbf{P}(\omega) = \epsilon_0 (\epsilon_r + \chi(\omega)) \mathbf{E}(\omega) \quad (2.21)$$

を逆フーリエ変換し, 時間領域において次式を得る.

$$\mathbf{D}(t) = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}(t) + \epsilon_0 \int_0^\infty \mathbf{E}(t - \tau) \chi(\tau) d\tau \quad (2.22)$$

ここで,  $\epsilon_0$  は真空の誘電率,  $\chi(\omega)$  は分極率,  $\epsilon_r$  については後述するが, 無限大の周波数における比誘電率である[10][48].

式(2.22)に差分時間領域法と同様の時間軸上での離散化を施し, 全ての電磁界成分が  $t < 0$  において零であるとする, 次式を得る.

$$\mathbf{D}^n = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}^n + \epsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{E}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (2.23)$$

Ampere-Maxwell の式

$$\nabla \times \mathbf{H}(t) = \frac{\partial \mathbf{D}(t)}{\partial t} \quad (2.24)$$

を時間及び空間において同じく離散化し，式(2.23)を用いて  $\mathbf{E}^{n+1}$  について解くと，例えば  $E_y$  成分について次式を得る[10].

$$\begin{aligned} E_y^{n+1}(i,j+1/2,k) &= \frac{\varepsilon_r(i,j,k) + \Delta\chi_0(i,j,k)}{\varepsilon_r(i,j,k) + \chi_0(i,j,k)} E_y^n(i,j+1/2,k) \\ &+ \frac{1}{\varepsilon_r(i,j,k) + \chi_0(i,j,k)} \psi_y^n(i,j+1/2,k) \\ &+ \frac{\Delta t}{\{\varepsilon_s(i,j,k) + \chi_0(i,j,k)\} \varepsilon_0} \left\{ \frac{H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i,j+1/2,k-1/2)}{\Delta z} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) - H_z^{n+1/2}(i-1/2,j+1/2,k)}{\Delta x} \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ここでは，記述の簡単のために

$$\chi_m(i,j,k) \equiv \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau,i,j,k) d\tau \quad (2.26)$$

$$\Delta\chi_m(i,j,k) \equiv \chi_m(i,j,k) - \chi_{m+1}(i,j,k) \quad (2.27)$$

$$\psi_y^n(i,j,k) = \sum_{m=1}^{n-1} E_y^{n-m}(i,j,k) \Delta\chi_m(i,j,k) \quad (2.28)$$

と定義している．この式(2.25)を用いて，分散性媒質中においても，通常の差分時間領域法と同様に電磁界の時間応答を逐次求めていくことができる．

式(2.16)の  $\mathbf{J}$  が存在する場合，周波数領域における Ampere-Maxwell の式は，

$$\nabla \times \mathbf{H}(\omega) = j\omega\varepsilon\mathbf{E}(\omega) + \mathbf{J}(\omega) = j\omega\varepsilon_0 \left\{ \varepsilon_r + \frac{\sigma_{eff}(\omega)}{j\omega\varepsilon_0} \right\} \mathbf{E}(\omega) \quad (2.29)$$

であるから，分極率  $\chi(\omega)$  に相当する項は，

$$\chi(\omega) \equiv \frac{\sigma_{eff}(\omega)}{j\omega\varepsilon_0} = \frac{\sigma_n n_n}{n\varepsilon_0} \frac{1}{j\omega} - \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 \lambda^2} \frac{1}{\omega^2} \quad (2.30)$$

となる．この逆フーリエ変換を求めると，次式を得る．

$$\chi(t) = \left( \frac{\sigma_n n_n}{n \epsilon_0} + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \lambda^2 t} \right) U(t) \quad (2.31)$$

ここで、 $U(t)$ は単位ステップ関数である。但し、時間領域において式(2.31)のような因果律を満たす分極率の式を得るため、式(2.30)の右辺に

$$\frac{\sigma_n n_n}{n \epsilon_0} \pi \delta(\omega) - \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \lambda^2} j \pi \frac{d\delta(\omega)}{d\omega} \quad (2.32)$$

なる項を加えてフーリエ変換を行っている。 $\delta(\omega)$ はディラックのデルタ関数である。このため本手法では  $\omega=0$  に対する応答は求めることができず、通常、ガウス関数を時間微分した時間関数で励振する[10]。

導電率  $\sigma_{cc}$ (定数)の常伝導体中では、

$$\chi(\omega) = \frac{\sigma_{cc}}{j\omega\epsilon_0} \quad (2.33)$$

$$\chi(t) = \frac{\sigma_{cc}}{\epsilon_0} U(t) \quad (2.34)$$

とする。

さらに、導電率  $\sigma_{cd}$  の損失誘電体を考える際にも同じ形の  $\chi(\omega)$ ,  $\chi(t)$ を用いれば良い。

さて、 $\epsilon_r$  についてであるが、無限大の周波数に至るまでの全周波数帯域での  $\chi(\omega)$  は得られないことが多い。そのため、実際の分散性媒質中におけるマイクロ波・ミリ波のふるまいを考える際には、例えば、水においては配向分極が消滅した周波数での比誘電率を、また、第4章で取り扱う半導体中の電子・正孔プラズマにおいては、プラズマが存在しない場合のその半導体の比誘電率を用いる。超伝導体については、Mei 等[20]に従って  $\epsilon_r=1$  としたが、後述の Kessler 等の報告[17]のように  $\epsilon_r=0$  とした場合も数値計算結果に有意の差はない。

非分散性の誘電体中ではその誘電体の比誘電率  $\epsilon_{rd}$  を用い、常伝導体では 1 とする。すなわち、数値計算プログラム中で分散性媒質と非分散性媒質を同じ形式で記述することが可能である。

## 2.3 解析結果

### 2.3.1 高温超伝導コプレーナ線路の特性

まず、本手法の有効性を示すために他文献 [17] との比較を行う。図 2.2 に解析を行う高温超伝導コプレーナ線路の構造および座標系を示す。図中の  $c$  は導体厚を示し、ここでは  $c=0.25\mu\text{m}$  である。超伝導体は  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ 、誘電体基板は  $\text{LaAlO}_3$  であり、超伝導体については  $\lambda=0.24\mu\text{m}$ 、 $\sigma_n n_n/n=4\times 10^6\text{S/m}$ 、誘電体については  $\epsilon_{rd}=24$ 、 $\sigma_{cd}=1.1\times 10^{-3}\text{S/m}$  とする。解析は  $x=0$  の面に磁気壁をおいた  $1/2$  モデルについて行う。

図 2.3 のように Yee 格子[6]に分割する。  $x$  方向の最小分割幅は導体の厚さと界の侵入長を考慮して  $0.125\mu\text{m}$  として、界分布の変化が緩やかになるにつれて  $0.25\mu\text{m}$ 、 $1.625\mu\text{m}$  と分割幅を大きくし、  $y$  方向も界分布の変化にあわせて  $0.25\mu\text{m}$ 、 $1.125\mu\text{m}$  と分割幅を変えて必要な主記憶容量の削減を図るとともに、十分な広さの解析領域を確保する[8]。また、  $z$  方向の分割幅は一様に  $1.0\mu\text{m}$  とする。解析領域端には Mur の吸収境界条件[7]を置く。離散時間間隔  $\Delta t$  は Courant 条件(2.11)を満たすように  $\Delta t=0.3708\text{fs}$  とする。

$z=0$  においてスロット内の  $E_y$  成分を励振し、スロット中央の  $E_y$  成分の時間波形  $E_y(t,z)$ 、 $E_y(t,z+N\Delta z)$  を観測し、これらのフーリエ変換  $\hat{E}_y(\omega,z)$ 、 $\hat{E}_y(\omega,z+N\Delta z)$  から、次式により伝搬定数  $\gamma(\omega)=\alpha(\omega)+j\beta(\omega)$ 、位相速度  $v_p(\omega)$  を求める。

$$\exp\{(-\gamma(\omega)N\Delta z)\} = \frac{\hat{E}_y(\omega,z+N\Delta z)}{\hat{E}_y(\omega,z)} \quad (2.35)$$

$$v_p(\omega) = \frac{\omega}{\beta(\omega)} \quad (2.36)$$

ここでは  $z=22\Delta z$ 、 $N=3$  とした。

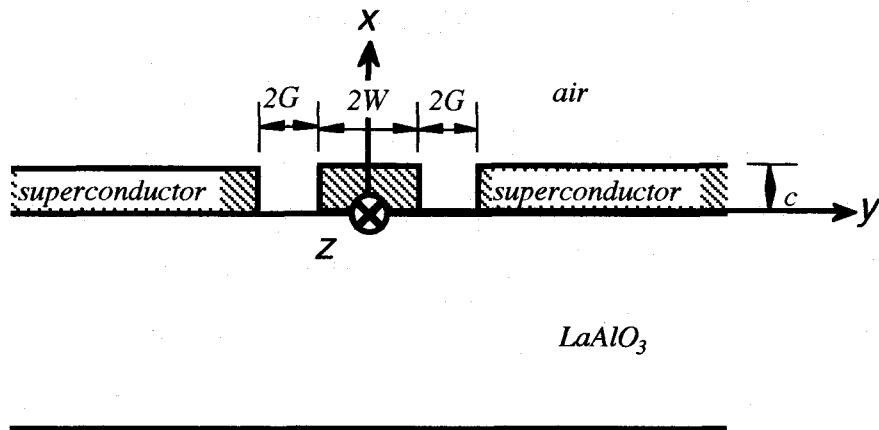


図 2.2 高温超伝導コプレーナ線路

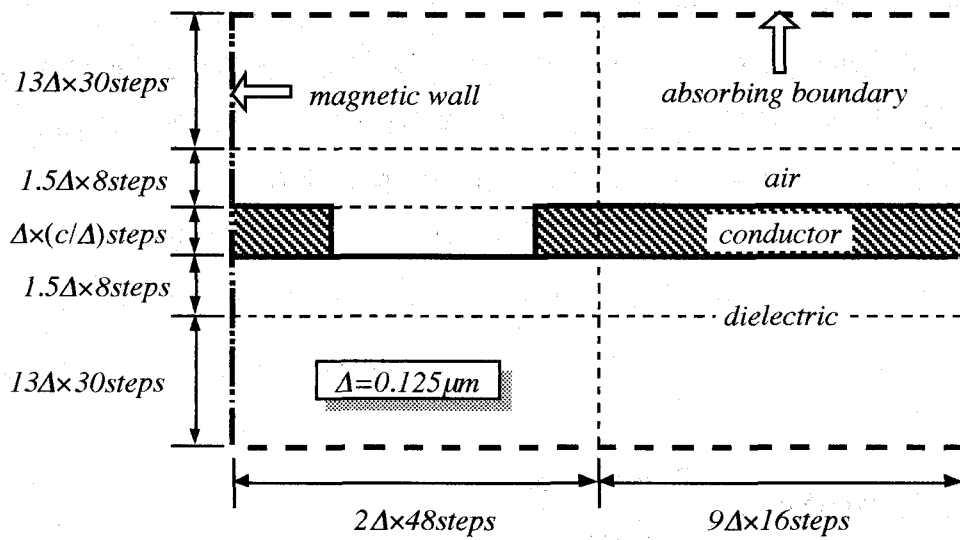


図 2.3 解析領域と Yee 格子への分割

解析結果を Kessler 等のスペクトル領域法による結果[17]とともに図 2.4(a), (b)に示す. 本手法の解析結果は Kessler 等の結果と良く一致しており, 差分時間領域法と二流体モデルを用いる手法が高温超伝導線路の解析に有効であることが明らかになった.

さて, 図 2.4 の特性について定性的に考察しておく. 超伝導体電極を持つ平行平板線路を考えると, 電極の単位長あたりの抵抗  $R$  およびインダクタンス  $L$  は近似的に以下の式で与えられる[24].

$$R = \frac{2}{w} R_s = \frac{2}{w} \cdot \frac{\omega^2 \mu_0^2 \lambda^3 \sigma_n n_n}{2n} \quad (2.37)$$

$$L = L_i + L_o = \frac{2\mu_0 \lambda}{w} + \frac{\mu_0 d}{w} \quad (2.38)$$

ここで,  $R_s$  は二流体モデルから求めた電極の表皮抵抗,  $L_i$ ,  $L_o$  はそれぞれ電極の内部インピーダンスと外部インピーダンス,  $w$  は電極幅,  $d$  は電極間隔である.

式(2.37), (2.38)からこの伝送線路の伝搬定数を求めると, 減衰定数は $\omega^2$ の項のために周波数の二乗に比例して増加し, 位相速度は周波数によらず一定になることがわかる. 従って, 伝搬モードがほぼ TEM モードとなるコプレーナ線路においても, 同様の特性が得られるものと考えられる.

高温超伝導体厚を  $c=0.25\mu\text{m}$ ,  $1.0\mu\text{m}$ ,  $2.5\mu\text{m}$  と変化させたときの減衰定数, 位相速度をそれぞれ図 2.5(a), (b)に示す. また Au を用いた, 同じ導体厚のコプレーナ線路の減衰定数, 位相速度も併せて示す. Au の導電率は 300K における値  $\sigma_{cc}=4.51 \times 10^7(\text{S/m})$ としている.

図 2.5(a)では, 導体厚が大きくなるにつれて減衰は小さくなり, また導体厚が  $0.25\mu\text{m} \sim 1.0\mu\text{m}$  の間で大幅に減衰定数が変化している. これは, 超伝導体についてはロンドンの磁界侵入長を  $0.24\mu\text{m}$  としており, この値に近い導体厚を持つ場合にその変化に敏感に反応するものと考えられる. Au についても, 例えば 50GHz における表皮深さが  $0.34\mu\text{m}$  であり, 同様の現象が起こっている.

図 2.5(b)では, 導体厚が大きくなるにつれて位相速度の値が大きくなっている. これは, 電磁界の分布が空気中へ広がることによる. また, Au では周波

数が低くなると位相速度が小さくなるが、これは、常伝導体では表皮深さが大きくなると導体内の磁気的エネルギーが増大し、その内部インダクタンスが大きくなるためである。

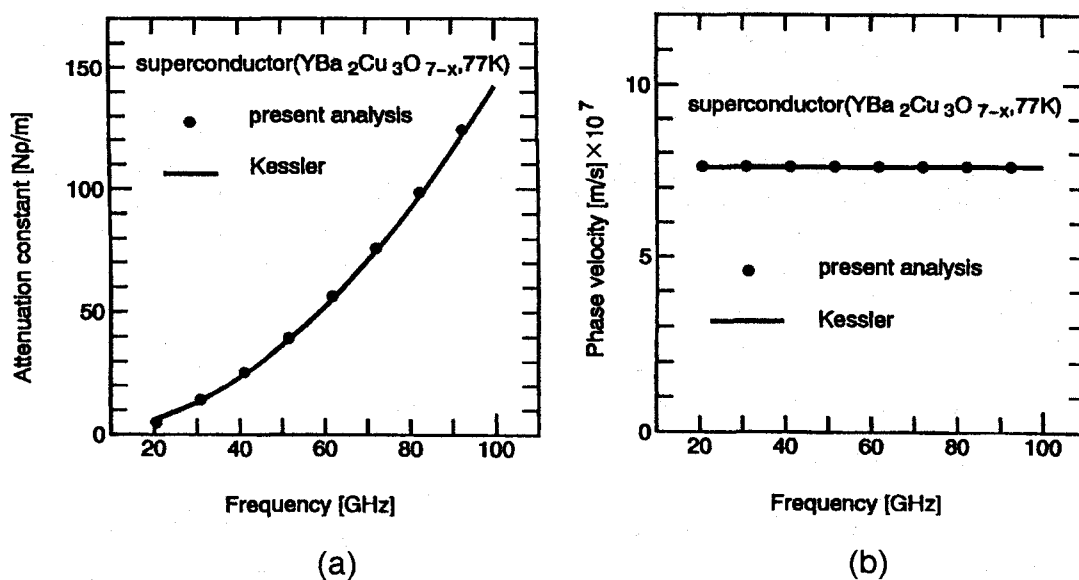
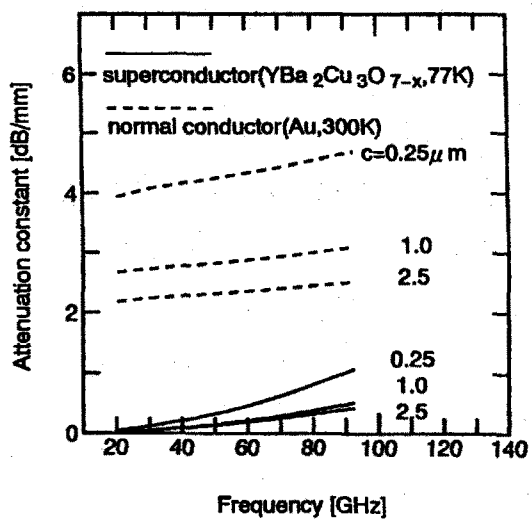


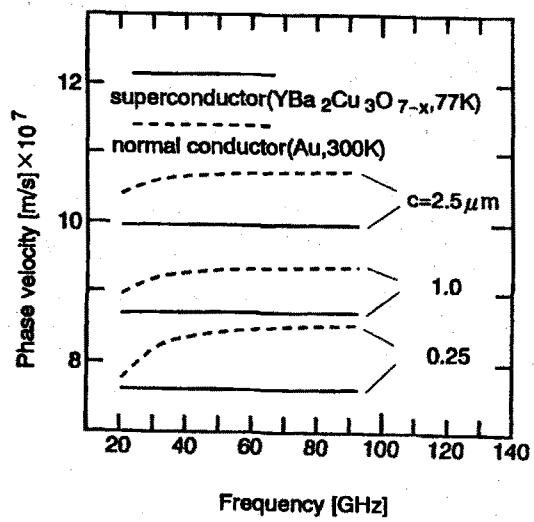
図 2.4 高温超伝導コプレーナ線路の特性

(a) 減衰定数

(b) 位相定数



(a)



(b)

図 2.5 常伝導コプレーナ線路との比較

(a) 減衰定数

(b) 位相定数



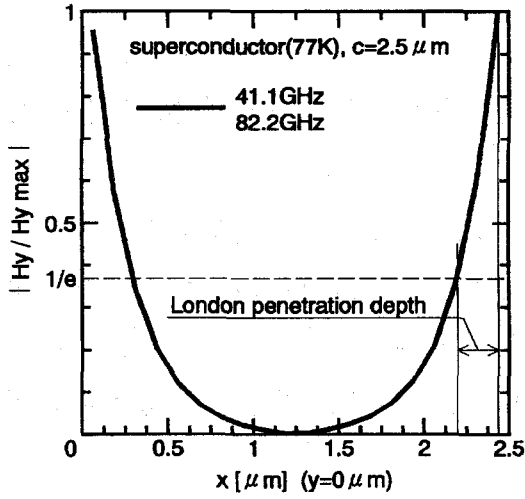
### 2.3.2 低分散性に関する考察

本節では、高温超伝導コプレーナ線路の低分散性について、界分布の観測結果から考察する。通常、差分時間領域法では伝搬するパルスのスナップショットが示されることが多いが、界分布を説明するにはやや定性的すぎるきらいがある。ここでは同法の計算領域内の全ての格子で電磁界の6成分が計算されているという特徴を活かし、界分布を求めたい節点でそれぞれパルスの時間波形を記録してフーリエ変換により周波数スペクトルを求め、特定の周波数における界分布を描いた。

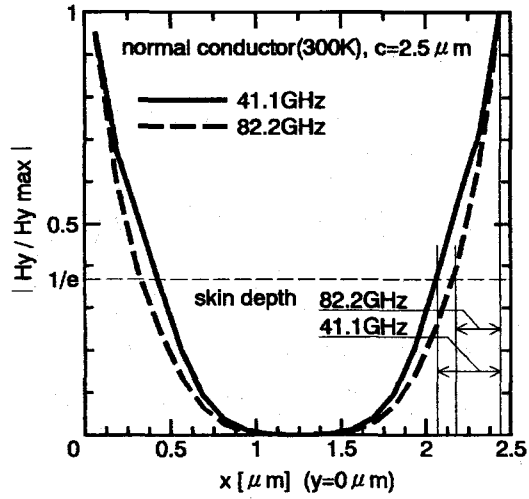
図 2.6 は中心導体( $c=2.5\mu\text{m}$ )の中央部( $x=0\mu\text{m}$ )における導体内部の  $H_y$  の  $y$  方向に見た分布を示す。 $H_y$  は  $x=0\mu\text{m}$  で導体表面に対して接線方向の成分になる。常伝導体では磁界の侵入長が周波数によって変化しているが、超伝導体では有意の変化はない。導体厚は有限であるが、ロンドンの磁界侵入長あるいは表皮深さにおいて  $H_y$  はほぼ  $1/e$  に減衰しており、 $c=2.5\mu\text{m}$  程度で導体が十分厚いものと見なせ、減衰定数の導体厚に対する変化が鈍感になることが示されている。

図 2.7 は中心導体( $c=2.5\mu\text{m}$ )の上部表面のすぐ内側( $y=2.4375\mu\text{m}$ )における  $H_y$  の  $x$  方向に見た分布を示す。常伝導体では界分布が周波数によって変化しているが、超伝導体では有意の変化はなく、超伝導体の低分散性が示されている。両図とも  $z=25\Delta z$  での観測結果である。

以上の結果より、超伝導コプレーナ線路は、常伝導体を用いた場合に比べて伝搬損失が極めて小さくなるだけでなく、位相速度の周波数変化がほとんどないことが大きな特徴であることがわかる。



(a)

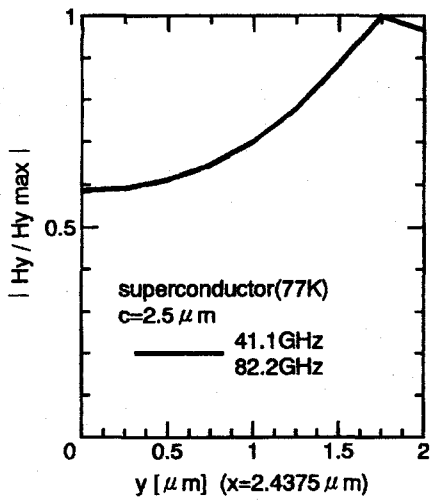


(b)

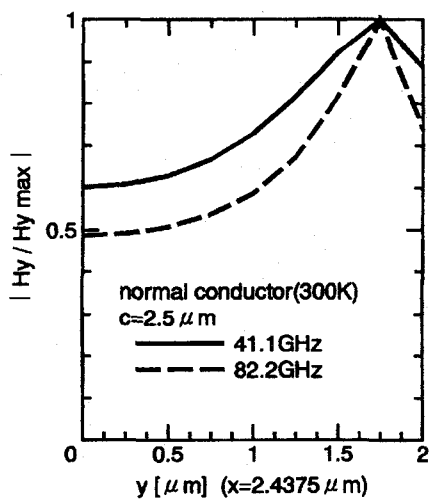
図 2.6 中心導体中の  $x$  方向の磁界分布

(a) 高温超伝導コプレーナ線路

(b) 常伝導コプレーナ線路



(a)



(b)

図 2.7 中心導体中の  $y$  方向の磁界分布

(a) 高温超伝導コプレーナ線路

(b) 常伝導コプレーナ線路

## 2.4 結言

本章では，差分時間領域法を用いて高温超伝導コプレーナ線路の解析を行った。

二流体モデルから導かれる超伝導体の複素導電率を差分時間領域法に組み込み，高温超伝導コプレーナ線路の伝搬定数を求め，計算精度についても実用上問題のないことを明らかにした。また，種々の導体厚について，減衰定数および位相速度を常伝導コプレーナ線路と比較し，その低損失性・低分散性を明らかにした。

更に，差分時間領域法により得られた時間領域での電磁界分布から，フーリエ変換を用いて特定の周波数における電磁界分布を求め，高温超伝導体内の界分布についても検討した。

## 第3章

# 高温超伝導体を用いた進行波形光変調器用ミリ波電極の解析

### 3.1 序言

超高速・大容量光通信システムの実現に向けて外部変調方式の高速光変調器の重要性が認識され、変調帯域幅 300GHz を実現できる可能性を持つ  $\text{LiNbO}_3$  等の、誘電体電気光学結晶を用いた進行波形光変調器の研究が活発に進められている[23]。進行波形光変調器では、電極の伝搬損や分散によって変調効率の低下、変調帯域の減少等が起こるが、これは広帯域変調の際に深刻な問題となる。この解決法として進行波電極の材料に高温超伝導体を用いることが提案されている[24][25]。また、変調用ミリ波の実効屈折率を光波に対する実効屈折率に近づけて位相速度の不整合を改善するために、電極近傍に  $\text{SiO}_2$  バッファ層を挿入すること、電極厚を大きくすること等[26]-[28]は従来からよく行われている。従って、進行波形光変調器では、それらの複雑な構造が取扱える解析手法を用いて、広い周波数範囲にわたる電極の減衰定数・位相速度等の特性を明らかにする必要がある。

進行波電極の線路構造としては、接地電極が十分に広い、入出力端での同軸線路との接続が容易である等の特徴を有する非対称コプレーナストリップ線路がよく用いられる[29]が、その線路定数の周波数特性や導体厚依存性を明らかにした報告[30]は少ない。特に、超伝導体を用いた非対称コプレーナストリッ

プ線路型の電極構造[49]については更に詳細な検討が必要であると考えられる。

前章では、差分時間領域法を用いて高温超伝導コプレーナ線路の線路定数の周波数特性や導体厚依存性を求め、その低損失性・低分散性を明らかにした[13]。本章においても、差分時間領域法と超伝導体の二流体モデル[19], [20]を用いて、Z-cut LiNbO<sub>3</sub> 基板の上に YBCO 高温超伝導材料で構成した非対称コプレーナストリップ線路を、LiNbO<sub>3</sub> 基板上の誘電損および異方性をも考慮して解析する。特に、進行波電極としての実用的見地から、SiO<sub>2</sub> バッファ層を挿入した構造について詳細に検討する。

まず、高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路(YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub>, 77K)の減衰定数・位相速度の周波数特性を幾つかの導体厚について求め、電極に常伝導体(Al, 300K)を用いた場合と比較する。次に、光波と変調波との位相整合を取るために電極下部に SiO<sub>2</sub> バッファ層を挿入した構造の線路について解析し、減衰定数・位相速度の周波数特性の変化を明らかにする。また、外部の励振回路と電極との整合を取るために重要な、特性インピーダンスについても検討する[21]。

## 3.2 高温超伝導体を用いた進行波電極

### 3.2.1 解析モデル

解析を行う高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路の構造および座標系を図 3.1 に示す。図中の  $c$  は導体の厚さ、 $h$  はバッファ層の厚さを表す。

電極に用いる超伝導体は YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> であり、ロンドンの磁界侵入長  $\lambda = 0.24\mu\text{m}$ 、常伝導状態の導電率  $\sigma_n n_n / n = 4.0 \times 10^6 \text{S/m}$  とする。比較する常伝導体は Al とし、その導電率は 300K における値  $\sigma_{cc} = 3.72 \times 10^7 \text{S/m}$  を用いる。

差分時間領域法はマクスウェルの方程式を各座標軸成分に分離して離散化を

行うので、異方性を考慮する場合は、各成分の計算を行うときにそれぞれの軸方向の比誘電率を用いるだけでよい。誘電体基板には Z-cut LiNbO<sub>3</sub> を用い、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  の各座標軸方向の比誘電率をそれぞれ 28, 43, 43, 導電率を  $\sigma_{cd} = 1.32 \times 10^{-2} \text{S/m}$  とする。バッファ層は SiO<sub>2</sub> とし、その比誘電率を 4.0, 導電率を  $\sigma_{cb} = 1.0 \times 10^{-13} \text{S/m}$  とする。

Yee 格子[6]への分割図を図 3.2 に示す。この図の場合は、 $2W = 4.0 \mu\text{m}$ ,  $2G = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $c = 0.25 \mu\text{m}$ ,  $h = 0 \mu\text{m}$ (バッファ層無し)であり、第 2 章のコプレーナ線路の片側のグランドプレーンを取り去った形状に相当する。非対称コプレーナストリップ線路は断面内に対称軸を持たないため、第 2 章のように中央に磁気壁を置いて 1/2 モデルとすることはできず、更にコプレーナ線路よりも断面内の界の広がりが大きいと考えられるので、解析領域の断面積は 2 倍以上大きくなっている。解析領域端には、Mur の 1 次の吸収境界条件[7]を用いている。 $x$  方向の最小分割幅は磁界の侵入長および導体の厚さを考慮して  $0.125 \mu\text{m}$  とし、必要な主記憶容量の削減を図るために、界分布の変化が緩やかになるにつれて  $0.1875 \mu\text{m}$ ,  $1.625 \mu\text{m}$  と分割幅を順に大きくする。 $y$  方向も界分布の変化にあわせて  $0.25 \mu\text{m}$ ,  $1.625 \mu\text{m}$  と分割幅を変える。 $z$  方向に関しては分割幅は一律に  $2.0 \mu\text{m}$  とする。また、離散時間間隔  $\Delta t$  は Courant 条件(2.11)を満たすように  $\Delta t = 0.3708 \text{fs}$  とする。

次に、本章で求める線路定数の導出方法について述べておく。まず、減衰定数と位相速度は、第 2 章と同様にして式(2.35), 式(2.36)から求める。式中の  $z$ ,  $N$  は、本章では  $z = 25 \Delta z$ ,  $N = 3$  とした。また、中心電極と接地電極の間の電界の線積分から求めた線路電圧のフーリエ変換  $\hat{V}(\omega, z)$  と、中心電極の周囲の磁界の周回積分から求めた線路電流のフーリエ変換  $\hat{I}(\omega, z)$  を用いて、次式により特性インピーダンスを求める。

$$Z_0(\omega) = \frac{\hat{V}(\omega, z)}{\hat{I}(\omega, z)} \quad (3.1)$$

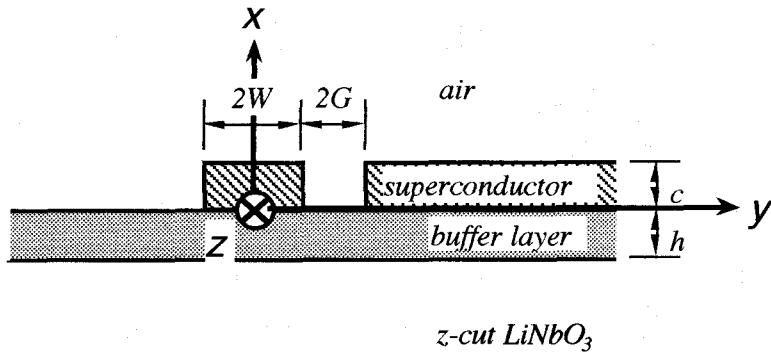


図 3.1 高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路

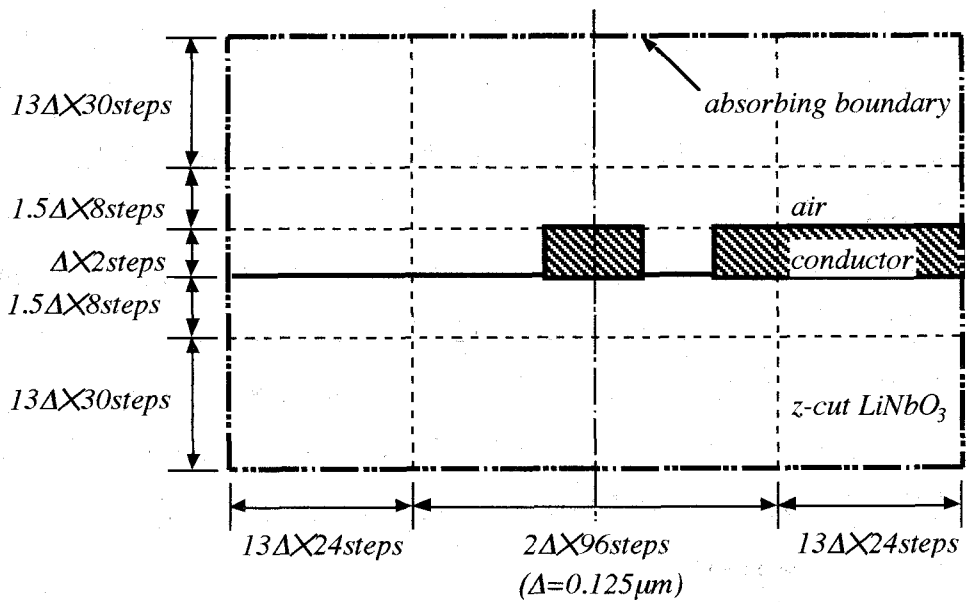


図 3.2 解析領域と Yee 格子への分割

### 3.2.2 非対称コプレーナストリップ線路形進行波電極

まず、バッファ層の無い基本的なモデルとして、図 3.2 の構造の高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ , 77K)を解析した結果を示す。減衰定数および位相速度の周波数特性を常伝導非対称コプレーナストリップ線路( $\text{Al}$ , 300K)の特性と共に図 3.3 に示す。図 3.3 において超伝導体を用いた場合(実線)は、常伝導体を用いた場合(点線)に比較して、伝搬損が小さくなるだけでなく、位相速度の分散がほとんどないことが大きな特徴であることがわかる。

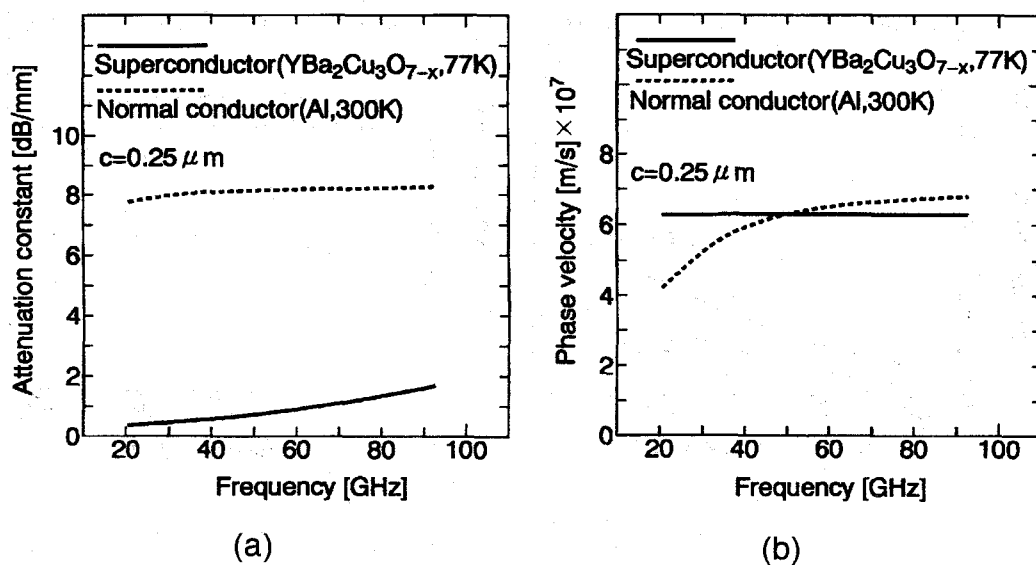


図 3.3 非対称コプレーナ線路の特性

- (a) 減衰定数
- (b) 位相速度



高温超伝導体厚を  $c=0.25\mu\text{m}$ ,  $1.0\mu\text{m}$  と変化させた場合の減衰定数および位相速度を図 3.4 に示す. 導体厚が大きい方が損失が少なく, 位相速度の値が大きいが, これは, 導体厚が大きい方が導体縁端部への電流集中が緩和されることと, 電磁界の空気中への分布が大きくなることによる.

以上のことから, 非対称コプレーナストリップ線路に高温超伝導体を用いると変調用マイクロ波・ミリ波の伝搬損および分散が小さい優れた進行波電極を構成できることが明らかになった.

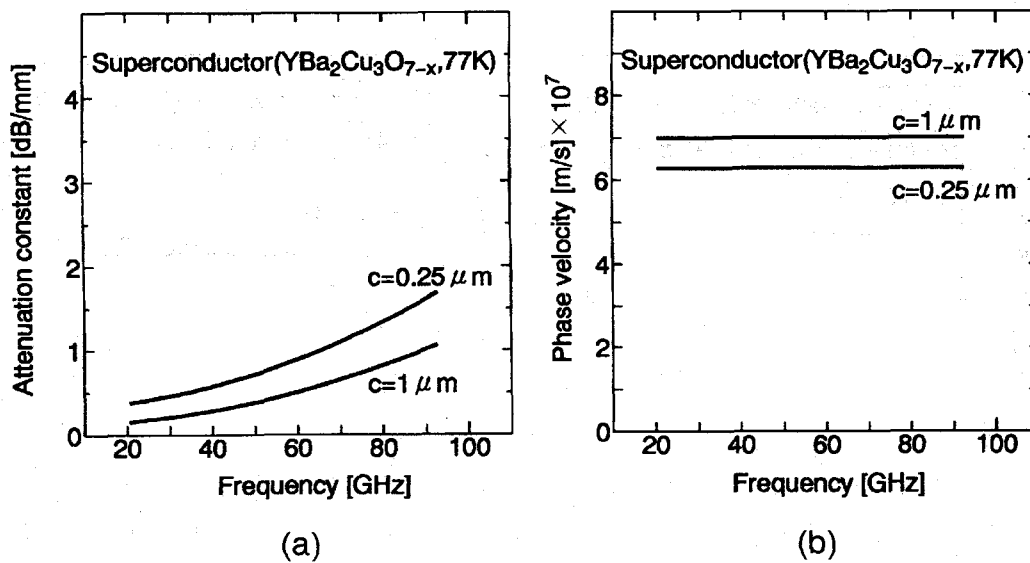


図 3.4 導体厚を変化させたときの特性

(a) 減衰定数

(b) 位相速度

### 3.2.3 電極近傍にバッファ層を挿入した進行波電極

進行波形光変調器の広帯域化の限界は、主に変調波と光波の位相速度の不整合によって決定される。

通常、変調用マイクロ波・ミリ波の実効屈折率  $n_m$  が光波の実効屈折率  $n_0$  に比べて大きいために変調帯域幅が制限されており、変調帯域幅を拡大するためには  $n_m$  を小さくし、 $n_0$  に近づける必要がある。光導波路(Z-cut LiNbO<sub>3</sub>)中を伝搬する光波の実効屈折率はほぼ  $n_0=2.2$  であるので、位相速度をほぼ  $v_{ph}=1.3\times 10^8\text{m/s}$  とすれば整合が取れることになる。

本節では前節で解析を行った高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路に SiO<sub>2</sub> バッファ層を挿入した場合の線路定数の変化について検討する。バッファ層を挿入した場合( $h=1.0\mu\text{m}$ )と挿入しない場合( $h=0\mu\text{m}$ )の減衰定数および位相速度をそれぞれ図 3.5 に示す。図において実線はバッファ層を挿入しない場合、点線はバッファ層を挿入した場合を示す。図 3.5 より、バッファ層を挿入すれば、低分散のまま変調用マイクロ波・ミリ波の位相速度を大きくできることがわかる。また、伝搬損もわずかに小さくなる。これはバッファ層を挿入しない場合は電磁界の誘電体基板中への侵入が大きい、バッファ層を挿入した場合は侵入の度合いが小さくなり、電極付近の誘電率と導電率の低い空気・バッファ層に電磁界が集中することから説明することができる。

また、実際に進行波電極として使用する場合には、外部のマイクロ波・ミリ波回路とのインピーダンス整合をはかる必要がある。一例として、 $c=1.0\mu\text{m}$ 、 $h=1.0\mu\text{m}$  としたときの位相速度と特性インピーダンスを図 3.6 に示す。この場合には、 $v_{ph}=1.2\times 10^8\text{m/s}$ 、 $|Z_c|=55\Omega$  となり、進行波電極にほぼ適した値となっている。電極に常伝導体を用いた場合の位相速度と特性インピーダンスを図中に点線で示しているが、バッファ層を挿入することによって同じく位相速度が上昇するものの、分散は大きいままである。超伝導体を用いれば広い周波数範囲で特性を改善できることがわかる。

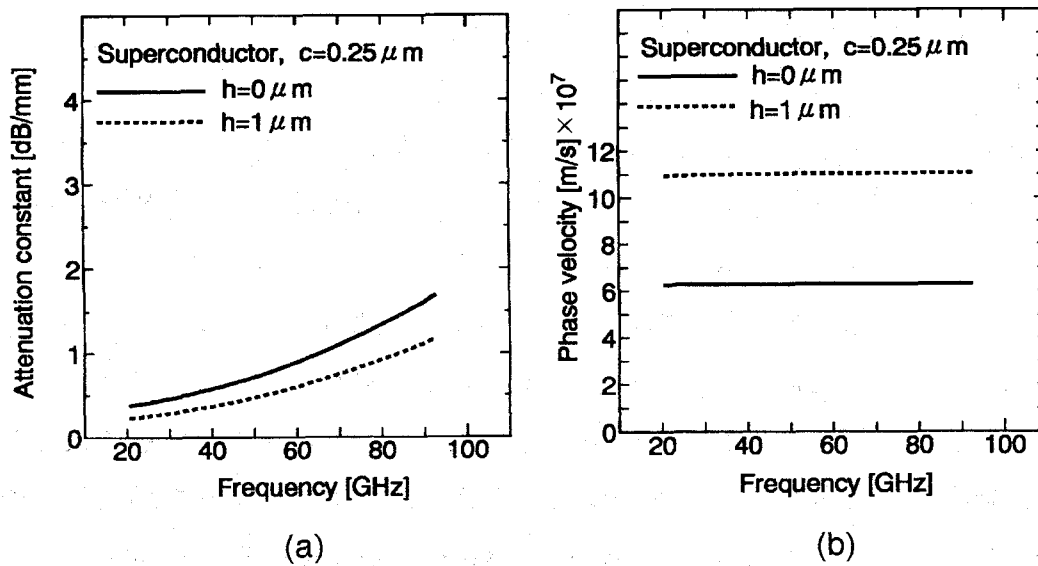
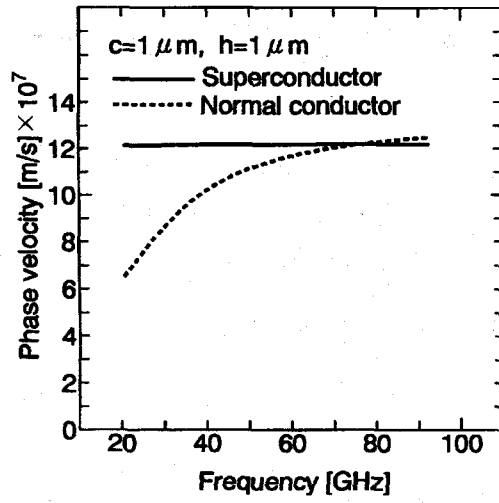


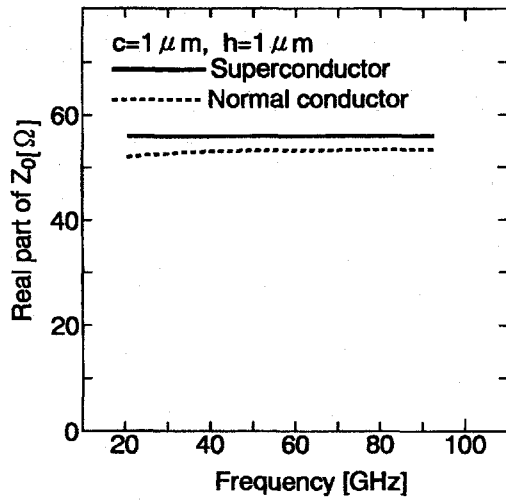
図 3.5 バッファ層を挿入した場合の特性

(a) 減衰定数

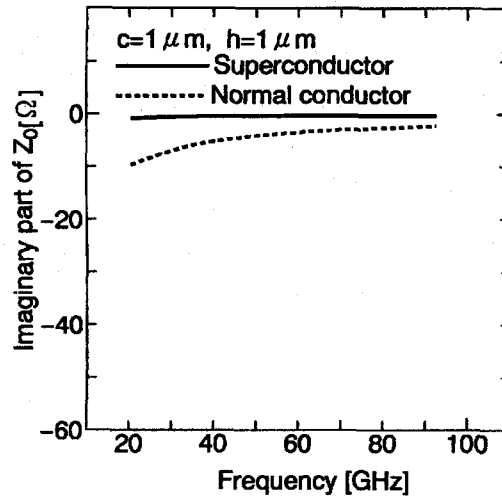
(b) 位相速度



(a)



(b)



(c)

図 3.6 インピーダンス整合を考慮した場合の特性

- (a) 位相速度
- (b) 特性インピーダンスの実部
- (c) 特性インピーダンスの虚部

### 3.3 結言

本章では、差分時間領域法を用いて高温超伝導非対称コプレーナストリップ線路の解析を行った。

まず、誘電体電気光学結晶上に酸化物高温超伝導体で構成された非対称コプレーナストリップ線路の減衰定数および位相速度の周波数特性を求め、低損失かつ低分散の線路であることを明らかにした。

次に、高温超伝導体電極の下部に低誘電率のバッファ層を挿入した場合について、減衰定数・位相速度・特性インピーダンスの周波数特性の変化を明らかにした。

その結果、進行波形光変調器の電極材料に高温超伝導体を用いれば、常伝導体電極の場合に問題となる電極の損失や分散を大幅に減少させられること、更にバッファ層を挿入すると、変調波であるミリ波と被変調波である光波の位相不整合が広い周波数範囲にわたって改善されることを示した。

## 第4章

# 差分時間領域法による光制御マイクロ波ストリップ回路の解析

### 4.1 序言

半導体に禁止帯の幅より大きなエネルギーの光を照射すると、電子・正孔プラズマが発生し導電率が変化する。マイクロ波線路の構造の一部に半導体を用い、この光導電効果を利用して制御を行う方法が種々考案されている[33], [34].

本章では、差分時間領域法を用いて光制御マイクロ波ストリップ回路の特性を明らかにする。差分時間領域法は、三次元構造を持つ線路を取り扱うことができ、不連続部を持つ線路の散乱行列を容易に求めることができる[50]-[53]. また、第2章および第3章で明らかにしたように、分散性媒質にも適用できる。従って、差分時間領域法は、スイッチ[34]やここで提案する回路のように電子・正孔プラズマ領域を含み、かつ不連続部を持つマイクロ波ストリップ回路の解析に極めて有用であると考えられる[31][32][54][55].

本章では、まず初めに、光制御コプレーナ線路[33]の伝搬定数を求め、差分時間領域法を電子・正孔プラズマ領域を含む線路に適用できることを示す。次に、構造の一部に電子・正孔プラズマ領域を設けた、光導電効果により制御す

る新しいブランチラインカプラを提案し、その特性を明らかにする。

## 4.2 半導体中の電子・正孔プラズマの定式化

本章では、半導体結晶としてシリコンを考える。シリコンの比誘電率  $\epsilon_r$  は次式で与えられる[33].

$$\epsilon_r = \epsilon_s - \sum_{i=e,h} \left( \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 + \nu_i^2} + j \frac{\nu_i}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 + \nu_i^2} \right) \quad (4.1)$$

ここで、 $\epsilon_s$  は光を照射しないときの比誘電率、 $\omega$  はマイクロ波の角周波数、 $\nu_i$  ( $i=e,h$ ) は電子、正孔の衝突周波数、 $\omega_{pi}$  ( $i=e,h$ ) は電子、正孔のプラズマ角周波数であり次式で与えられる。

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m_i^*}} \quad (i=e,h) \quad (4.2)$$

$n$  は平均プラズマ密度、 $e$  は電子の電荷、 $m_i^*$  ( $i=e,h$ ) は電子、正孔の有効質量、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率である。

式(4.1)を

$$\epsilon_r = \epsilon_s + \chi_i(\omega) \quad (i=e,h) \quad (4.3)$$

とおき、第2章と同様に、分極率に相当する  $\chi_i(\omega)$  ( $i=e,h$ ) に逆フーリエ変換を施し、例えば  $E_y$  成分であれば式(2.25)を用いて電磁界の時間応答を逐次求めていく。

$\chi_i(\omega)$  の逆フーリエ変換は次式で与えられる。

$$\chi_i(t) = \frac{\omega_{pi}^2}{\nu_i} \left\{ 1 - \exp(-\nu_i t) \right\} U(t) \quad (i=e,h) \quad (4.3)$$

ここで、 $U(t)$  は単位ステップ関数である。但し、時間領域において式(4.3)のような因果律を満たす分極率の式を得るため、 $\chi_i(\omega)$  に

$$\frac{\omega_{pi}^2}{v_i} \pi \delta(\omega) \quad (i = e, h) \quad (4.4)$$

なる項を加えてフーリエ変換を行っている。 $\delta(\omega)$ はディラックのデルタ関数である。

## 4.3 解析結果

### 4.3.1 光制御コプレーナ線路

まず、電子・正孔プラズマの存在する領域を含むコプレーナ線路を解析する。解析モデルを図 4.1 に示す。 $\epsilon_d=4.4$  の誘電体基板の上にコプレーナ線路を構成し、その上のシリコンに光を照射する。線路導体は厚さの無い完全導体とし、プラズマ密度  $n$  はシリコン中で一定であるとする。プラズマ密度は、シリコンの厚さ  $c$  を乗じた単位面積あたりのプラズマ数  $nc=5 \times 10^{12}/\text{cm}$  として与え、プラズマに関するその他の物理定数は、計算結果を比較するためにすべて小楠等の用いた値[56]と同じとし、 $\epsilon_s=11.8$ ,  $v_e=4.5 \times 10^{12}/\text{s}$ ,  $v_h=7.7 \times 10^{12}/\text{s}$ ,  $m_e^*=0.259m_0$ ,  $m_h^*=0.38m_0$  ( $m_0$  は電子の静止質量) である。

構造の対称性及び基本モードの界分布を考えて  $x=0$  に磁気壁を置いた 1/2 モデルについて解析する。空間離散間隔は、伝搬方向については  $z=0.2\text{mm}$ 、断面内では  $x$  をシリコン中で  $0.07\text{mm}$ 、その他で  $0.1\text{mm}$ 、 $y$  を  $0.1\text{mm}$  とする。解析領域端には Mur の吸収境界条件[7]を用い、解析領域の大きさは  $54\Delta x \times 35\Delta y \times 200\Delta z$  である。但し、断面内の解析領域端付近では  $x$  と  $y$  とを他の部分の約 5 倍とし領域を十分広くして、吸収境界条件に起因する誤差が少なくなるようにしている。

スロット中央 ( $x=(a+b)/2$ ,  $y=0$ ) の電界  $E_x$  成分の時間波形  $E_x(t, z)$ ,  $E_x(t, z + N\Delta z)$  を観測し、これらのフーリエ変換  $\hat{E}_x(\omega, z)$ ,  $\hat{E}_x(\omega, z + N\Delta z)$  から、次



式により伝搬定数  $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$  を求める.

$$\exp\{(-\gamma(\omega)N\Delta z)\} = \frac{\hat{E}_x(\omega, z + N\Delta z)}{\hat{E}_x(\omega, z)} \quad (4.5)$$

ここでは,  $z=50\Delta z$ ,  $N=5$  とした.

図 4.2 に減衰定数  $\alpha$  と規格化位相定数  $\beta/k$  の計算結果を示す. 図より明らかのように, スペクトル領域法による小楠等の計算結果[33]とは良く一致しており, 電子・正孔プラズマの存在する半導体領域を含む線路に対して本手法が有効であることが明らかになった. 同様の精度で解析が行えるのであれば, 伝搬軸方向および線路断面内の基板表面に沿う方向に不連続がある構造に適用が困難なスペクトル領域法に比べて, 差分時間領域法の方が汎用性が高いと考えられる. 次節で提案する新しい光制御マイクロ波回路のような複雑な三次元構造を持つ回路に対しても, 差分時間領域法は容易に適用できる.

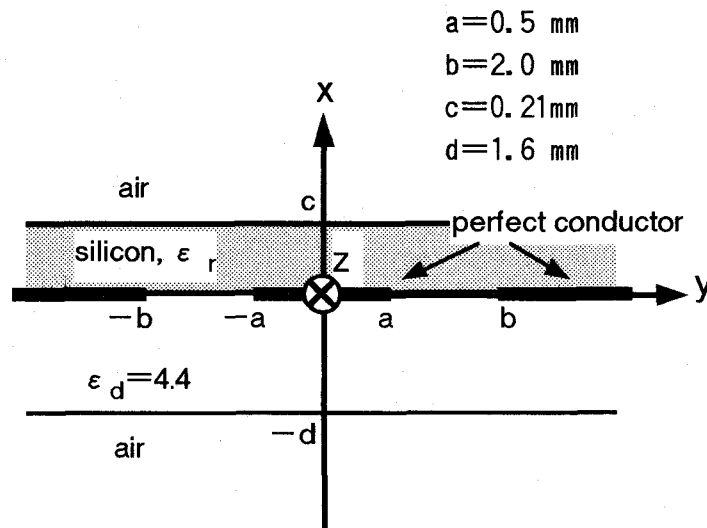
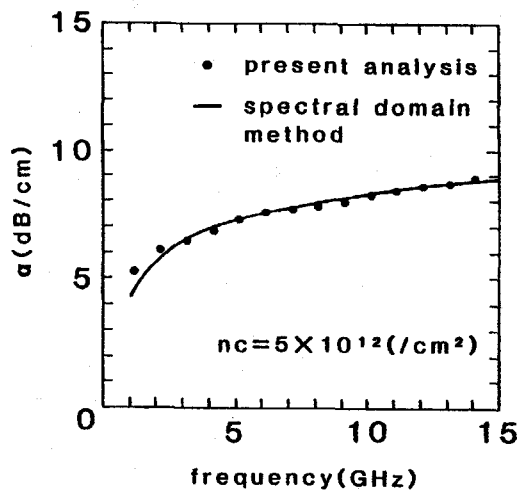
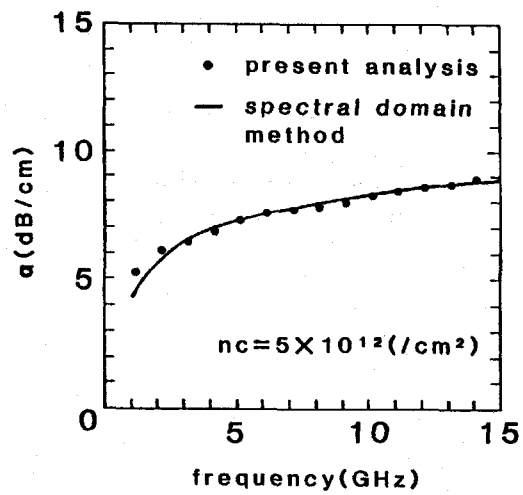


図 4.1 光制御コプレーナ線路



(a)



(b)

図 4.2 光制御コプレーナ線路の伝搬定数

(a) 減衰定数

(b) 規格化位相定数

### 4.3.2 光制御ブランチラインカップラ

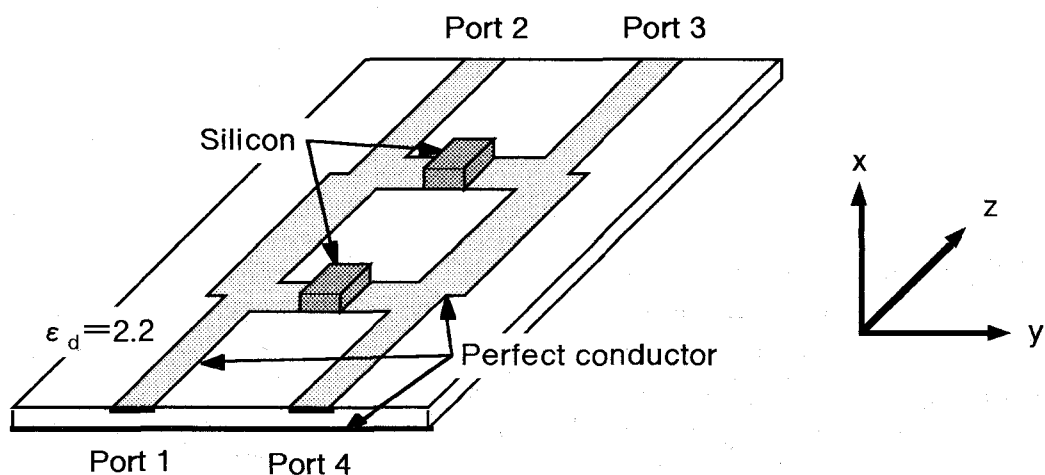


図 4.3 光制御ブランチラインカップラ

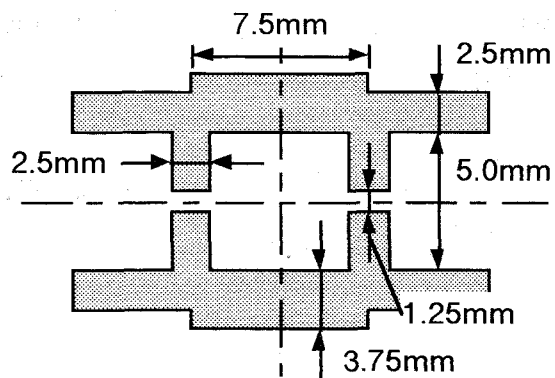


図 4.4 線路導体のパターン

導電率の変化を利用して制御する線路の一例として、図 4.3 のようなモデルを考える。厚さ 0.8mm,  $\epsilon_d = 2.2$  の誘電体基板にブランチラインカップラを構成し、その線路導体の一部に不連続部を設ける。導体部分のパターンを図 4.4 に

示している。この不連続部においたシリコンに光を照射して導電率を変化させ、主線路の入力端(1)から副線路の出力端(3)への結合度を制御する。

線路導体は厚さのない完全導体、シリコンは0.25mm角、厚さ0.21mmとし、プラズマ密度  $n$  はシリコン中で一定であるとする。シリコンの厚さ  $c=0.21\text{mm}$  に対してプラズマの拡散長も同程度であり、この仮定は特に問題ない[33], [56]。

空間離散間隔は、 $\Delta y=\Delta z=0.3125\text{mm}$ 、シリコンとその周囲の領域で  $\Delta x=0.07\text{mm}$ 、その他の部分で  $\Delta x=0.2\text{mm}$  とする。解析領域の大きさは、 $22\Delta x\times 80\Delta y\times 200\Delta z$  である。

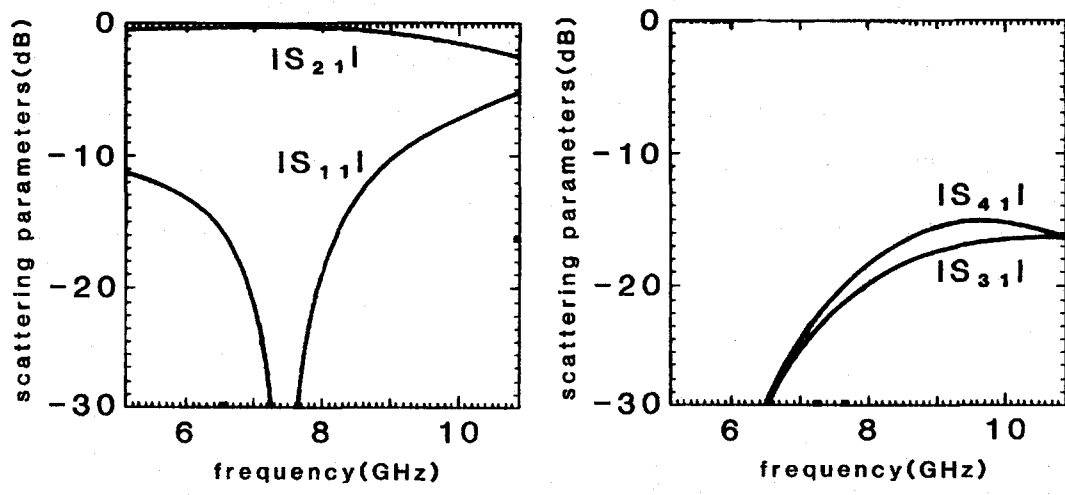
ストリップ導体と接地導体の間で  $E_x$  を線積分して線路電圧とし、各入出力端での線路電圧の時間波形をフーリエ変換して散乱パラメタ  $S$  の周波数特性を求める。

$$S_{i1}(\omega) = \frac{\hat{V}_i(\omega, z_i)}{\hat{V}_1(\omega, z_1)} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4.6)$$

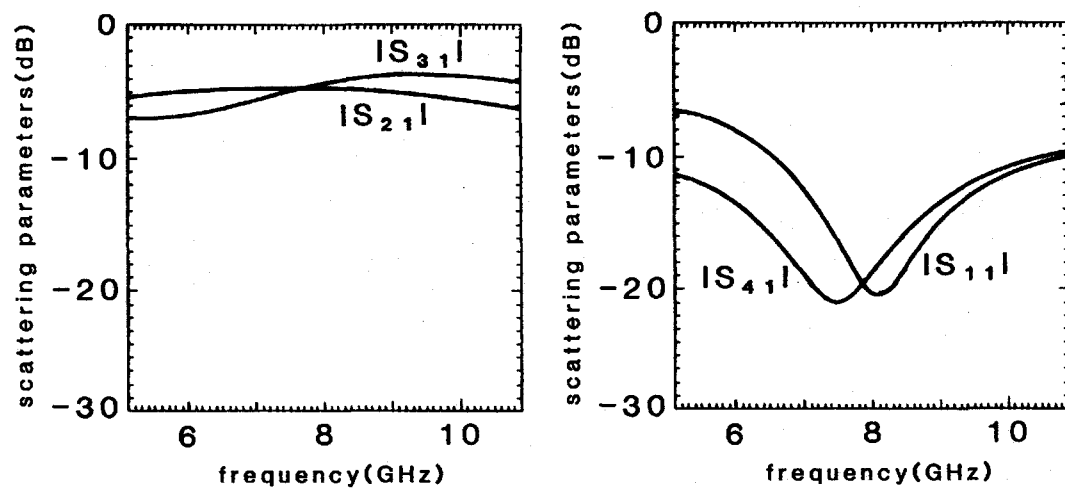
ここで、 $\hat{V}_1(\omega, z_1)$  は入力端(1)への入射波電圧、 $\hat{V}_i(\omega, z_i)$  は出力端( $i$ )への透過( $i=1$  の時は反射)波電圧を示す。散乱パラメタの基準点  $z_i$  はブランチラインから  $20\Delta z$  離れた点である。

特性例を図 4.4 に示す。 $nc=1.5\times 10^{14}/\text{cm}^2$  のとき、7.7GHz において  $|S_{31}|=|S_{21}|=-4.6\text{dB}$  であり、出力端(2), (3)に等分配される。また、入力端(1)への反射は  $|S_{11}|=-18\text{dB}$ 、漏洩端(4)への出力は  $|S_{41}|=-20\text{dB}$  であり、実用上問題はない。 $nc=0/\text{cm}^2$  のときは 7.7GHz で  $|S_{31}|=-20\text{dB}$  であり、約 15dB にわたって  $|S_{31}|$  を連続的に制御できることがわかる。この間、 $|S_{11}|$ ,  $|S_{41}|$  は共に  $-15\text{dB}$  以下に抑えられている。

なお、計算に用いた  $nc$  の値は発光ダイオードによる実験報告値[33], [56] よりもかなり大きな値であり、光源としては半導体レーザ等を用いる[34]必要がある。



(a)



(b)

図 4.4 光制御ブランチラインカップラの散乱パラメタ

- (a)  $nc=0/\text{cm}^2$
- (b)  $nc=1.5 \times 10^{14}/\text{cm}^2$

## 4.4 結言

本章では，差分時間領域法と半導体中の電子・正孔プラズマ領域の複素比誘電率の式とを用いて，光制御マイクロ波ストリップ回路の解析を行った．

まず，光導電効果により制御するコプレーナ線路の解析を行い，本章で述べた手法により，実用上十分な計算精度が得られることを確認した．

次に，回路構造の一部に半導体領域を設けて光導電効果により制御するブランチラインカップラを提案し，その散乱パラメタの周波数特性を求め，光照射によるマイクロ波の制御に有効な回路であることを明らかにした．

## 第 5 章

# スリットを有する平板状逆 F アンテナの放射特性

### 5.1 序言

平板状逆 F アンテナ(Planar Inverted F Antenna, 以下 PIFA)は小型軽量で機器に内蔵可能である, 垂直水平両偏波に対応できる等の特徴を有するため携帯型無線機用アンテナ素子として期待されており, 広く研究開発が進められている[37]-[39]. PIFA は接地板に平行に置かれた平板状放射素子と, 接地板と放射素子とを短絡する短絡ピン, そして放射素子への給電線から構成されている.

このアンテナの共振周波数を決定する主なパラメータは, 放射素子の 2 辺の長さの和であることが実験的に知られているが[37], 最近, より小型化を図るため, 接地板と放射素子の間に誘電体を装荷し, 更に放射素子にスリットを設けた PIFA が提案された[42]. 誘電体およびスリットは共振周波数を低下させる効果を持つので, より小型の放射素子を用いて所望の共振周波数を得ることができる. しかし, スリットを有する PIFA の諸特性を明らかにした報告は少なく, 特に, スリットが放射指向性に与える影響について検討されているのは, マイクロ波集積回路との一体構造を目指して, 平面線路により励振される

PIFA の解析と実験を著者等が行った報告[36]のみのようである。

一方、マイクロ波・ミリ波回路に対する汎用的な解析法の一つである差分時間領域法によって得られたアンテナの近傍界から、時間領域における遠方界を求める手法が提案されており、この遠方界をフーリエ変換すると特定の周波数におけるアンテナの放射指向性を得ることができる[12]。この手法を通常の PIFA に適用した例は既に幾つか報告されている[40], [41]。

本章においては、解析手法は基本的には文献[40]の手法に従い、同軸線路により励振され、かつ、接地板と放射素子の間に誘電体を装荷し、放射素子にスリットを有する PIFA の解析を行う。携帯電話を想定して、接地板は完全導体からなる筐体とし、放射素子は筐体内部から引き出された同軸線路により励振されるものとする。まず、スリットが共振周波数に与える影響を明らかにし、上述の手法を用いて放射指向性に対する影響について明らかにする。

## 5.2 時間領域における遠方界

ホイゲンス・フレネルの原理とフーリエ変換を用いて時間領域の遠方界を求める手法[12]について簡単に述べておく。

ホイゲンス・フレネルの原理より、一次波源を囲む任意の閉曲面を  $S$  とし、 $S$  上に式(5.1)、式(5.2)で表される面電磁流源  $\mathbf{J}_s$ ,  $\mathbf{M}_s$  を考えると、外部の電磁界は、内部の一次波源を取り去り、この面電磁流源  $\mathbf{J}_s$ ,  $\mathbf{M}_s$  を新たな源として生ずると考えることができる。

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{n}} \quad (5.2)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{n}}$  は観測点の存在する領域に向かう  $S$  上の単位法線ベクトルを表し、 $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  はそれぞれ  $S$  上での磁界および電界を表す。



波源と観測点間の距離が波長に比べて十分に大きいとし、放射ベクトル  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{L}$  を次のように定義する.

$$\mathbf{N} = \int_S \mathbf{J}_S \exp(jk\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}) dS \quad (5.3)$$

$$\mathbf{L} = \int_S \mathbf{M}_S \exp(jk\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}) dS \quad (5.4)$$

$j$  は虚数単位,  $k$  は波数,  $\hat{\mathbf{r}}$  は原点から観測点に向かう単位法線ベクトル,  $\mathbf{r}'$  は原点から積分面上の面電磁流源へ向かうベクトルを表す.

遠方界は球面波であると仮定すると、電界は  $E_\theta$  成分,  $E_\phi$  成分のみになる. 放射ベクトル  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{L}$  を用いて、この遠方界の  $E_\theta$  成分,  $E_\phi$  成分を表すと次のようになる.

$$E_\theta = \frac{-j \exp(-jkR) (\eta N_\theta + L_\phi)}{2\lambda R} \quad (5.5)$$

$$E_\phi = \frac{j \exp(-jkR) (-\eta N_\phi + L_\theta)}{2\lambda R} \quad (5.6)$$

ここで、 $\eta$  は自由空間中の電波インピーダンス,  $R$  は原点から観測点までの距離,  $\lambda$  は波長,  $N_\theta$ ,  $L_\theta$  は  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{L}$  の  $\theta$  方向成分,  $N_\phi$ ,  $L_\phi$  は  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{L}$  の  $\phi$  方向成分を表す.

さて、式(5.7), 式(5.8)を時間領域へ逆フーリエ変換するために、次のような  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{U}$  を定義する.

$$\mathbf{W}(\omega) = \frac{j \exp(-jkR) \mathbf{N}(\omega)}{2\lambda R} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{U}(\omega) = \frac{j \exp(-jkR) \mathbf{L}(\omega)}{2\lambda R} \quad (5.8)$$

$v_c$  を光速として、 $k = \omega/v_c$ ,  $\lambda = 2\pi v_c/\omega$  なる関係を用いて式(5.7), 式(5.8)の逆フーリエ変換を行うと次のようになる.

$$\mathbf{W}(t) = \frac{1}{4\pi R v_c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_S \mathbf{J}_S \left[ t + \frac{(\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}})}{v_c} - \frac{R}{v_c} \right] dS \right\} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{U}(t) = \frac{1}{4\pi R v_c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_S \mathbf{M}_S \left[ t + \frac{(\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}})}{v_c} - \frac{R}{v_c} \right] dS \right\} \quad (5.10)$$

$J_s[t]$ ,  $M_s[t]$ は、それぞれ時間領域での閉曲面  $S$  上の面電流源、面磁流源を表す。

式(5.9), 式(5.10)を用いると、式(5.5), 式(5.6)の逆フーリエ変換は、

$$E_\theta(t) = -\eta W_\theta(t) - U_\phi(t) \quad (5.11)$$

$$E_\phi(t) = -\eta W_\phi(t) + U_\theta(t) \quad (5.12)$$

で与えられ、時間領域における電界の遠方界を求めることができる。更に、この遠方界をフーリエ変換すると所望の周波数におけるアンテナの放射指向性を得ることができる。

## 5.3 解析結果

### 5.3.1 解析モデル

解析を行う PIFA および使用する座標系を図 5.1 に示す。座標系の原点は接地板中央直下の導体管体表面である。解析モデルは、面積  $a \times b$  の放射素子を持ち、接地板と放射素子との間に厚さ  $t$ , 比誘電率  $\epsilon_r = 3.6$ , 損失角  $\tan\delta = 0.003$  の誘電体を装荷している。また、放射素子の上端から 1.5mm, 左端から 1.5mm の位置において直径  $d$  の短絡ピンで接地板と放射素子とを短絡している。給電点は、放射素子の上端から 1.5mm, 左端から 3mm の位置とし、内導体半径  $r_a$ , 外導体半径  $r_b$  の同軸線路によって接地板の下方から給電する[40]。スリットは放射素子の上端から  $P$  の位置に挿入し、スリット長  $L$ , スリット幅  $W$  とする。

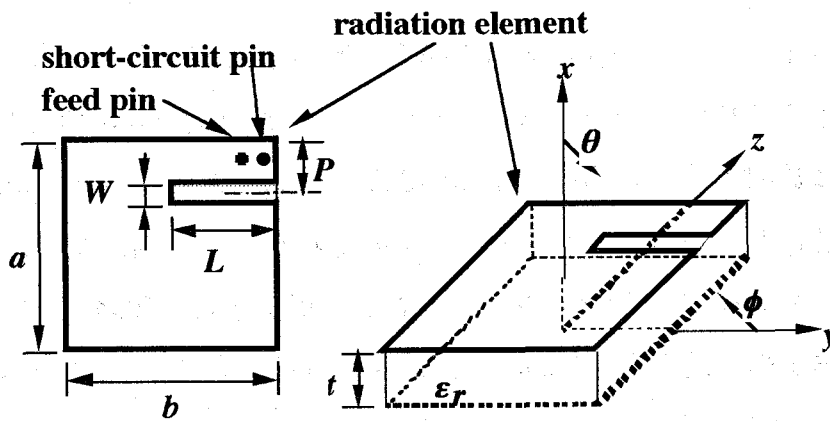
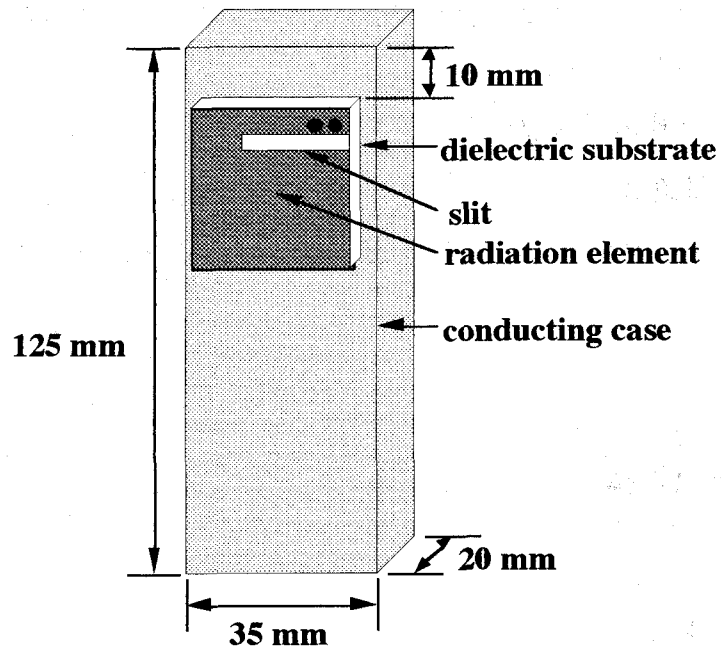


図 5.1 放射素子にスリットを有する平板状逆 F アンテナ

### 5.3.2 共振周波数に対するスリットの効果

ここでは、 $a=b=30\text{mm}$ 、 $t=2.5\text{mm}$ 、 $d=0.4\text{mm}$ 、 $W=3\text{mm}$  とし、スリット長  $L$  を変化させた場合の共振周波数の変化について検討する。スリット挿入位置  $P$  については、文献[36]で明らかにしたように、給電点からスリットが遠ざかるにつれその効果が失われることから、本章においては  $P=4.5\text{mm}$  に固定する。また、同軸線路については簡単のために PIFA 部分と同じ誘電体が充填されているものとし、その特性インピーダンスがほぼ  $50\Omega$  になるよう、 $r_a=0.2\text{mm}$ 、 $r_b=1.0\text{mm}$  とした。

スリット長  $L$  に対する共振周波数の変化を図 5.2 に示す。図より、スリット長が長いほど共振周波数がより低下し、この計算例の場合、スリットがない場合の  $761\text{MHz}$  から共振周波数を約  $250\text{MHz}$  低下させられることがわかる。

共振周波数の変化については、スリットが放射素子の実効長を大きくする効果を持つことから定性的に説明できる。尚、文献[42]に示されている実験式によるスリットの無い場合の共振周波数  $747\text{MHz}$  に比べて、今回の結果は約  $1.9\%$  周波数の高い方へずれているが、文献[42]は  $1\text{m}^2$  の接地板上での実験結果であることを指摘しておく。

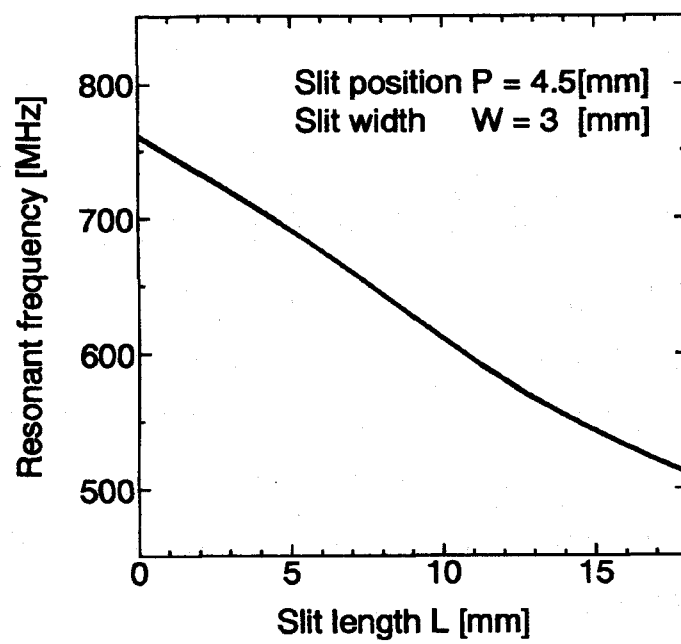


図 5.2 共振周波数とスリット長

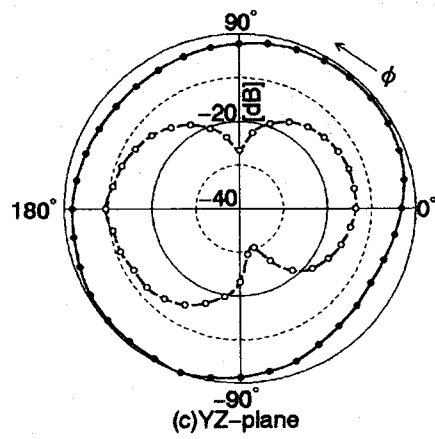
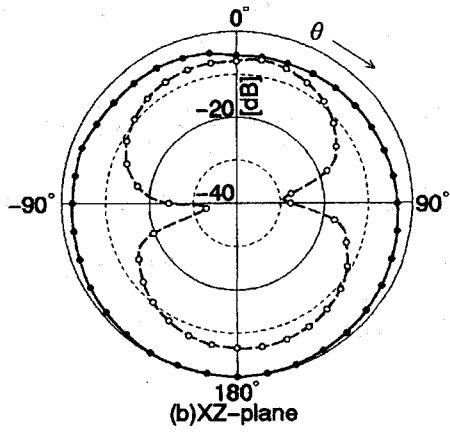
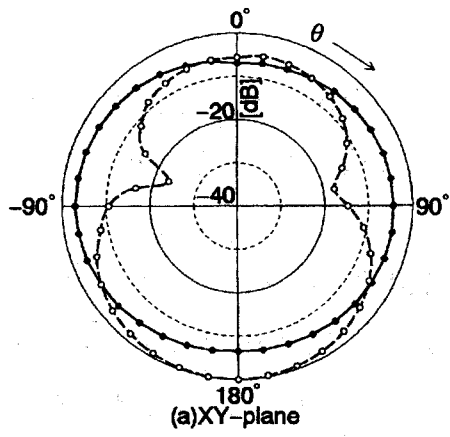
### 5.3.3 放射指向性に対するスリットの効果

ここでは、放射素子に設けたスリットが PIFA の放射指向性に与える影響について検討する。PIFA の構造および寸法は前節で述べたものと同じであるとする。

スリットが無い場合の放射指向性を図 5.3 に、スリット長  $L=12\text{mm}$  の場合、スリット長  $L=18\text{mm}$  の場合の放射指向性をそれぞれ図 5.4, 図 5.5 に示す。但し、各図とも、そのスリット長に応じた共振周波数での放射指向性であり、また、電界強度は、各座標平面ごとに放射電界  $E_\theta$ ,  $E_\phi$  の内の最大値に対して規格化し、デシベルで表示している。

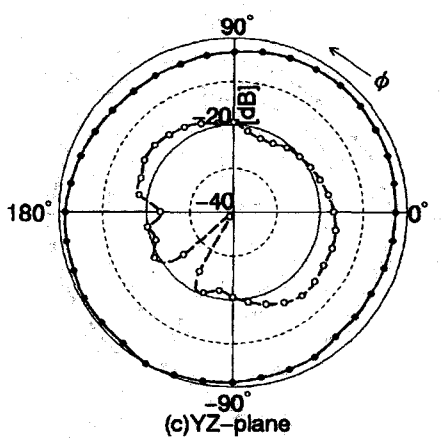
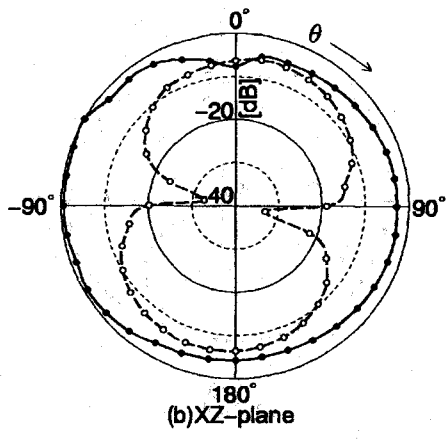
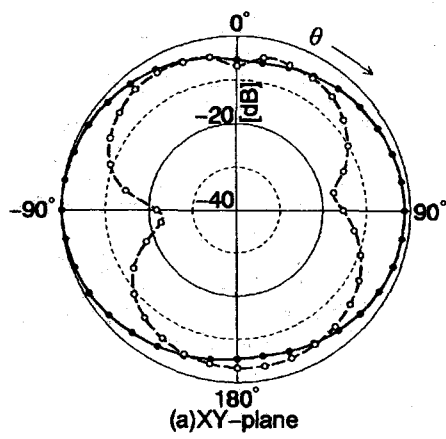
$E_\theta$  成分は、 $XY$ ,  $XZ$ ,  $YZ$  平面の全てでほぼ無指向性であり、スリットを設けた場合にもほとんど影響を受けていない。 $E_\phi$  成分については、 $XY$ ,  $XZ$  平面では、その 8 の字特性の傾きがスリットを設けた場合にわずかに変化する。 $YZ$  平面ではやや複雑な変化が起こるが、電界強度は  $E_\phi$  成分に比べてかなり小さい。

従って、スリットを設けると、放射指向性にほとんど影響を与えることなく共振周波数を低下させることができる。また、同一周波数に対してはより小型の PIFA を用いることができるようになる。



$E_\theta$  —●—  $E_\phi$  -○-

図 5.3 スリットが無い場合の放射指向性



$E_\theta$  ———  $E_\phi$  - - -

図 5.4  $L=12\text{mm}$  の場合の放射指向性



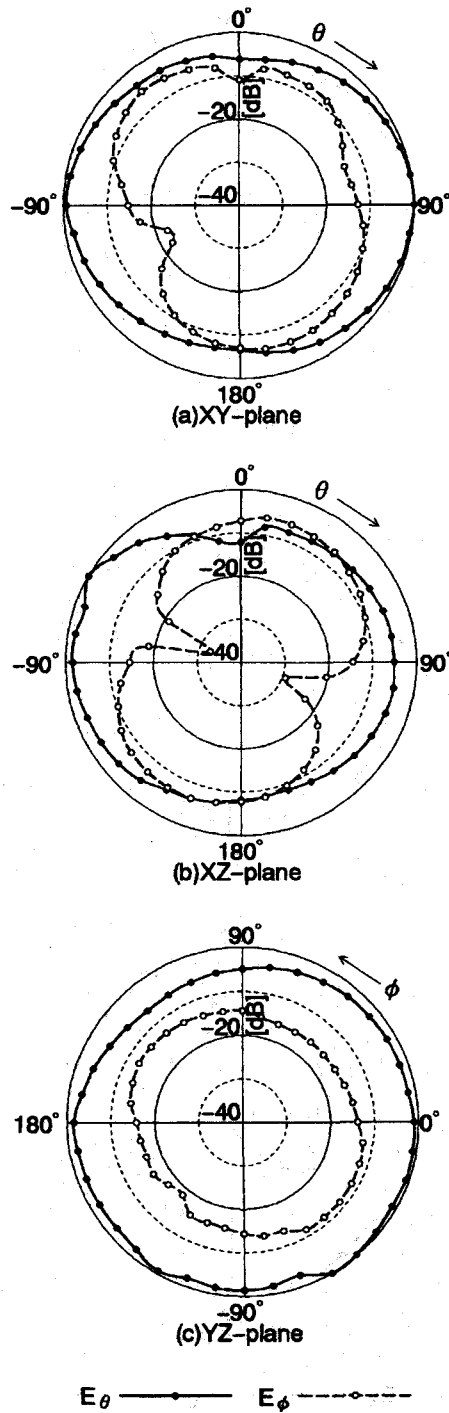


図 5.5  $L=18\text{mm}$  の場合の放射指向性

## 5.4 結言

本章では，導体筐体と放射素子の間に誘電体を装荷し，放射素子にスリットを設けた PIFA の解析を行った．

差分時間領域法を用いてスリットが共振周波数と放射指向性に与える影響について検討し，スリットを長くして大幅に共振周波数を低下させても，放射指向性にはほとんど影響がないことを明らかにした．

共振周波数の低下は同一共振周波数に対しては放射素子面積を小さくできることを意味し，放射素子にスリットを設けることは，PIFA を小型化するために極めて有効な手法である．

## 第6章

# 境界要素法による埋込形誘電体光導波路およびカプラの解析

### 6.1 序言

光ファイバとマイクロ 옵ティックスによる現行の光通信方式はほぼ完成をみているが、次世代の光通信方式を実現するためには、単一モード・単一偏波の光を容易に制御でき、信頼性、安定性にすぐれる光集積回路の実用化が重要な課題となる[44].

光集積回路中の誘電体導波路としては、埋込形導波路が最も適しているとされる[45]. 埋込形導波路は、選択的な熱拡散やイオン交換などにより、誘電体基板の表面近くに周囲よりわずかに屈折率の高いコアを形成したもので、作製が容易であること、低損失であること、表面が平滑であるために制御電極の装荷が容易であること等多くの特徴を持つ。この埋込形導波路を軸方向に平行に接近させて配置したカプラは、本来の受動素子としてだけでなく、光スイッチ、光変調器等の機能素子の構成要素としても重要なものである。

埋込形導波路やカプラのような、複雑な断面構造を有する導波系を解析するためには、何らかの数值解法を用いなければならない。本章においては境界要

素法による解析を行う。境界要素法は、誘電体導波路のような開領域問題も取り扱えること、少ない計算量で高い計算精度が得られること、任意形状の導波系に容易に適用できること等の利点を持つ優れた解析法であることがすでに明らかにされている[3][4][46]。

従来から、この種の導波路については、近似解法[57], [58], あるいは数値解法[59]-[62]によるさまざまな解析が行われているが、そのほとんどが方形のコアのみを取り扱い、また、近似解法はもちろん、数値解法においても計算値の精度について明確に述べられているものは少ない。

本章においては、境界要素法の任意形状への適用の容易さと計算精度の高さに着目し、実際のコア断面に近い形状のモデルを選んで解析を行う。まず、単独のコアを持つモデルについてその分散特性を明らかにし、さらに、そのコアを2本平行に配置してカプラとしたモデルについて、主としてその結合特性について解析する。また、解の収束などの計算精度についても詳しく検討する。

## 6.2 境界要素法による定式化

### 6.2.1 解析モデル

本章においては、 $z$ 軸方向に一様で、図6.1(a), (b)にしめすような断面を持つ導波路を取り扱う。(a)は半円形、(b)は二つの四分円を方形で接続した形のコアを持つ。カプラとしては、(a), (b)それぞれのコアを $z$ 軸方向に平行に配置した図6.1(c), (d)のモデルについて解析する。以下、図6.1(a)および(c)をコア形状Aの導波路およびカプラ、図6.1(b)および(d)をコア形状Bの導波路およびカプラと称する。

実際には、解析モデルは $x=0$ なる対称壁を有するものとし、後述の定式化の際にこの対称性を考慮することにより、図6.2(a)および(b)のような1/2モデル

ルについて境界要素法を適用する[4]. 図 6.2 において, 領域  $\Omega_1$  がコア,  $\Omega_2$  が基板,  $\Omega_3$  がクラッドである. 各々の領域の比誘電率を  $\epsilon_i (i=1,2,3)$ , また, コア深さを  $t$ , コア幅を  $w$ , カプラの場合のコア間隔を  $d$  とする.

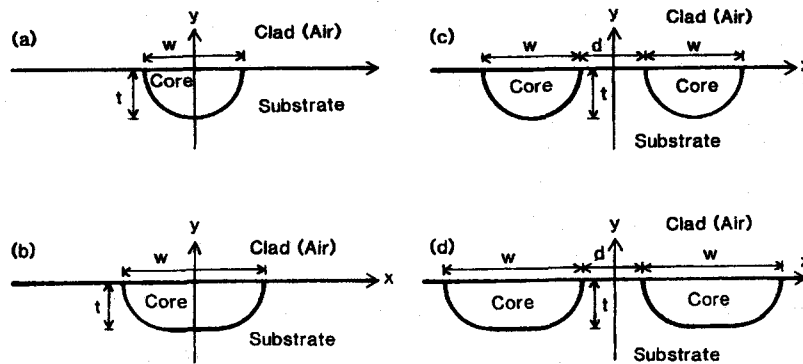


図 6.1 埋込形導波路および 2 本の平行な埋込形導波路で構成されたカプラ

- (a) コア形状 A の導波路
- (b) コア形状 B の導波路
- (c) コア形状 A のカプラ
- (d) コア形状 B のカプラ

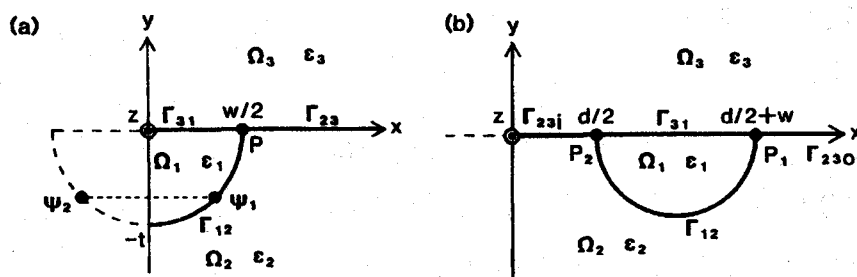


図 6.2 解析対象の 1/2 モデル

- (a) 導波路
- (b) カプラ

## 6.2.2 境界要素法

境界要素法は、当初、導波管開放問題[64]等の電磁波初期値問題の数値解析に用いられたが、その後、偏波保存光ファイバの固有モード解析[3], [4]等の電磁波固有値問題へとその適用範囲が拡大された。

非軸対称屈折率分布を有する偏波保存光ファイバの解析には、従来、界を円筒波の和で表現してポイントマッチング法を適用する方法[65]、変分表現式を立て有限要素法を適用する方法[66]、変分表現式を立て摂動法を適用する方法[67]等が用いられている。これらの方法に対して、境界積分方程式を立て境界要素法を適用する手法は、計算精度の高さ・複雑な断面構造への適用の容易さなどから、実用的に優れた数値解析法であることが明らかにされている[3]。

従って、本章において解析する埋込型光導波路のようにやはり非軸対称屈折率分布を有し、また、同導波路で構成されるカプラの解析のような特に高い計算精度が要求されるような場合においては、境界要素法による解析を行うことが適切であると考えられる。

境界要素法は、境界積分方程式に対する数値解析法の一つであり、その特徴は、境界を線分要素に分割し、境界における界を補間関数の和で近似表現することにある。電磁波の伝搬方向を  $z$  軸にとると、電界の  $z$  成分および磁界の  $z$  成分をそれぞれ  $e_z(x, y)\exp(-j\beta z)$ ,  $h_z(x, y)\exp(-j\beta z)$  と表すことができる。ただし、 $\beta$ ,  $j$  はそれぞれ位相定数および虚数単位である。各領域内において媒質が均一であるとすれば、これら  $e_z$ ,  $h_z$  は各領域内において以下の微分方程式を満たす。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 e_z + (k_i^2 - \beta^2)e_z &= 0 \\ \nabla^2 h_z + (k_i^2 - \beta^2)h_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

ここで、 $\nabla^2$  は断面内で定義される二次元ラプラス演算子であり、 $k_i$  は領域  $\Omega_i$  における波数である。式(6.1)と、各領域の境界条件より、この系の導波モードが一意的に決定される。

式(6.1)をグリーンの定理を用いて積分方程式に変換し、グリーン関数の源点

を境界に漸近させる操作を行えば、領域ごとに以下のような境界積分方程式が得られる[4].

$$\left. \begin{aligned} c_i e_z(\mathbf{r}_0) + \int_{\Gamma_i} \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial n} e_z(\mathbf{r}) dl &= \int_{\Gamma_i} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \frac{\partial e_z(\mathbf{r})}{\partial n} dl \\ c_i h_z(\mathbf{r}_0) + \int_{\Gamma_i} \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial n} h_z(\mathbf{r}) dl &= \int_{\Gamma_i} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \frac{\partial h_z(\mathbf{r})}{\partial n} dl \\ c_i &= \frac{\theta_i}{2\pi} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

これが境界要素法の基本式となる。ここで、 $\Psi$ はヘルムホルツ方程式に対する二次元自由空間グリーン関数であり、 $\mathbf{r}_0$ はその源点を示す位置ベクトル、 $\mathbf{r}$ は観測点を示す位置ベクトルである。また、 $\Gamma_i$ は $\Omega_i$ の境界であり、 $\int_{\Gamma_i} dl$ は点 $\mathbf{r}_0$ を除く境界上での主値積分、 $\partial/\partial n$ は外向き法線方向微分、 $\theta_i$ は点 $\mathbf{r}_0$ から内部領域を見込んだ角度を表す。 $\Psi$ は次の関数形で与えられる[63].

$$\left. \begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) &= -\frac{1}{4} N_0(\gamma |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \quad \text{for } k_i > \beta \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) &= \frac{1}{2\pi} K_0(\gamma |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \quad \text{for } k_i < \beta \\ \gamma &= \sqrt{|k_i^2 - \beta^2|} \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

上式において、 $N_0$ 、 $K_0$ はそれぞれ零次のノイマン関数および第二種変形ベッセル関数である。

式(6.2)を離散化により線形代数方程式に変換するが、以下、簡単にその手順について説明しておく。まず、境界の要素分割と、各要素上の座標および未知関数の補間多項式による表現を採用する。計算精度は補間多項式の次数を上げることによって高めて行くことができる[4]が、ここでは、光導波路の断面内での各領域の境界は曲線となる場合が多いことを考慮して、曲線との整合性の高い3節点2次要素を用いた場合について述べる。図6.3のように境界を分割したとき、要素 $j$ 上での $x$ 、 $y$ 座標は、要素の各端点での $x$ 、 $y$ 座標と、図6.4に示すような要素上での無次元座標で表現される補間関数を用いて、以下のように表現される。

$$\left. \begin{aligned}
 x(\xi) &= [N_1(\xi), N_2(\xi), N_3(\xi)] \begin{bmatrix} x_{2j-1} \\ x_{2j} \\ x_{2j+1} \end{bmatrix} \\
 y(\xi) &= [N_1(\xi), N_2(\xi), N_3(\xi)] \begin{bmatrix} y_{2j-1} \\ y_{2j} \\ y_{2j+1} \end{bmatrix} \\
 N_1(\xi) &= \xi(1-\xi)/2 \\
 N_2(\xi) &= (1-\xi)(1+\xi) \\
 N_3(\xi) &= \xi(1+\xi)/2
 \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

要素上における未知関数  $e_z$ ,  $\partial e_z / \partial n$ ,  $h_z$ ,  $\partial h_z / \partial n$  の表現においても,  $x, y$  座標と同様に 2 次の補間関数を用いる.

式(6.4)を用いて境界の分割および未知関数の補間を行えば, 式(6.2)は, 領域ごとに次の連立代数方程式に変換される.

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{H}^{(i)} \mathbf{u}_e^{(i)} &= \mathbf{G}^{(i)} \mathbf{q}_e^{(i)} \\
 \mathbf{H}^{(i)} \mathbf{u}_h^{(i)} &= \mathbf{G}^{(i)} \mathbf{q}_h^{(i)}
 \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

ここで,  $\mathbf{u}_e$ ,  $\mathbf{q}_e$ ,  $\mathbf{u}_h$ ,  $\mathbf{q}_h$  は, 各々の節点上における  $e_z$ ,  $\partial e_z / \partial n$ ,  $h_z$ ,  $\partial h_z / \partial n$  の値を成分とする列ベクトルであり, さらに, 上添字の  $(i)$  は, 領域  $\Omega_i$  に対して適用されるものであることを示し,  $\mathbf{H}$  および  $\mathbf{G}$  は, その  $(i, j)$  成分が次式で与えられるような正方行列である.

$$\left. \begin{aligned}
 h_{ij} &= c_i \delta_{ij} + \sum_J \int_{\Gamma_J} \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)}{\partial n} N_k dl \\
 g_{ij} &= \sum_J \int_{\Gamma_J} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) N_k dl
 \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

$\sum$  は節点  $j$  に関係する要素に関しての和を求めることを表し,  $N_k$  は, 節点  $j$  の要素内部での番号  $k$  に対応して, 式(6.4)の  $N_k (k=1, 2, 3)$  となる. また,  $\mathbf{r}_i$  は節点  $i$  の位置ベクトル,  $\delta_{i,j}$  はクロネッカーのデルタを示す. 式中の積分は数値積分により評価する.

このようにして領域ごとに求められた式(6.5)の形の連立方程式を境界条件を



導入して結びつけることにより，系全体に対する方程式が得られる．系全体に対する方程式が非自明な解を持つ条件，すなわち係数行列式=0 が固有方程式であるが，その詳細については次節以降にゆずる．媒質数，境界の形状等によって係数行列の形は変化するが，その導出法は変わらない．

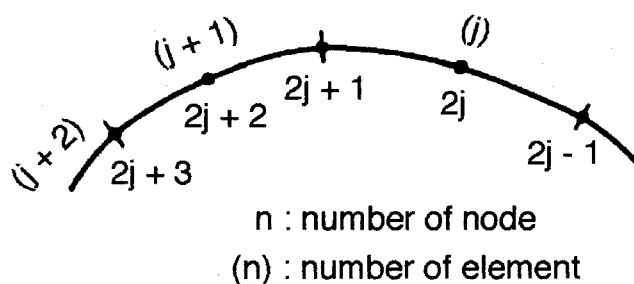


図 6.3 境界要素と節点

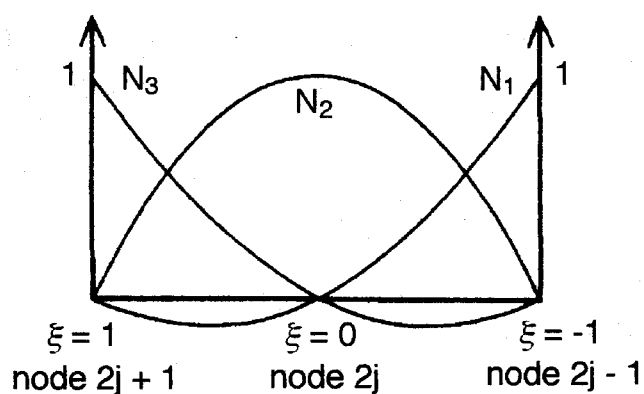


図 6.4 無次元座標と補間関数

### 6.2.3 埋込形導波路に対する定式化

ここでは、図 6.2(a)の導波路に対する定式化について述べる。同図(a)中の点  $P$  および同図(b)の点  $P_1, P_2$  に節点をおくとその点には境界条件が適用できないため、点  $P$  および点  $P_1, P_2$  の前後の要素上における未知関数  $e_z, \partial e_z / \partial n, h_z, \partial h_z / \partial n$  の表現には非適合要素を用いる。非適合要素においては、節点は図 6.4 のような要素端ではなく、要素内部に定義される。要素内の無次元座標  $\xi$  上で  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  なる点に節点が配置されているときの  $j$  番目の要素上での補間関数は、

$$\left. \begin{aligned} \phi(\xi) &= [M_1(\xi), M_2(\xi), M_3(\xi)] \begin{bmatrix} \phi_{2j-1} \\ \phi_{2j} \\ \phi_{2j+1} \end{bmatrix} \\ \phi &\dots e_z, \frac{\partial e_z}{\partial n}, h_z, \frac{\partial h_z}{\partial n} \\ M_1(\xi) &= (\xi - \xi_2)(\xi - \xi_3) / (\xi_1 - \xi_2)(\xi_1 - \xi_3) \\ M_2(\xi) &= (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_3) / (\xi_2 - \xi_1)(\xi_2 - \xi_3) \\ M_3(\xi) &= (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) / (\xi_3 - \xi_1)(\xi_3 - \xi_2) \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

で与えられる[4].

次に、対称性の導入法について述べる。これは、図 6.2(a)の  $\psi_1$  と  $\psi_2$  のような  $x=0$  について鏡像の位置にある点に源点を持つ二つのグリーン関数を組み合わせて、解析に用いるグリーン関数を構成することにより行える。このとき、 $x=0$  を電気壁とする場合と磁気壁とする場合が考えられるため、解析モデルを縮小して扱えるだけでなく、解析の対象となるモードを二種類に分けることができ、分散曲線の間隔が密になる場合はもちろん、縮退が生じている場合の解析も容易に行えるようになる。 $e_z$  に対するグリーン関数  $\psi_e$  と  $h_z$  に対するグリーン関数  $\psi_h$  の構成法を次式に示す。

$$\left. \begin{aligned} \psi_e &= \psi_1 - \psi_2 \\ \psi_h &= \psi_1 + \psi_2 \end{aligned} \right\} x=0 \text{ が電気壁のとき} \quad (6.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_e &= \Psi_1 + \Psi_2 \\ \Psi_h &= \Psi_1 - \Psi_2 \end{aligned} \right\} x=0 \text{ が磁気壁のとき} \quad (6.9)$$

このような対称性を導入したとき、境界要素法を適用すべき境界は、図 6.2(a) の、 $\Gamma_{12}$ 、 $\Gamma_{23}$ 、 $\Gamma_{31}$  の三つになる。 $\Gamma_{23}$  については、この上での電磁界はコアから離れるにしたがって指数関数的に減少するので、後述のとおり十分な精度が得られる長さまで要素を配置するにとどめる。

まず、領域  $\Omega_1$  について次の線形代数方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_{e12}^{(1)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} + \mathbf{H}_{e31}^{(1)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)} &= \mathbf{G}_{e12}^{(1)} \mathbf{q}_{e12}^{(1)} + \mathbf{G}_{e31}^{(1)} \mathbf{q}_{e31}^{(1)} \\ \mathbf{H}_{h12}^{(1)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} + \mathbf{H}_{h31}^{(1)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} &= \mathbf{G}_{h12}^{(1)} \mathbf{q}_{h12}^{(1)} + \mathbf{G}_{h31}^{(1)} \mathbf{q}_{h31}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

行列  $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{G}$ 、また後出の  $\mathbf{A}$  はグリーン関数、補間関数などの数値積分により得られ、その下添字  $e$  と  $h$  は、それぞれ式(6.8)あるいは(6.9)の  $\Psi_e$ 、 $\Psi_h$  を用いたものであることを示すが、その  $(i, j)$  成分などの計算手法の詳細は文献[4]に譲る。下添字の  $mn$  は境界  $\Gamma_{mn}$  に関するものであることを示し、例えば  $\mathbf{u}_{e12}^{(1)}$  は  $\Gamma_{12}$  を  $\Omega_1$  の境界としてみた場合の、その上の節点の  $e_z$  の値を成分とする列ベクトルを表している。ゆえに、 $\mathbf{H}_{12}^{(1)}$  は  $\mathbf{H}^{(1)}$  のうちの  $\Gamma_{12}$  上の節点に関する列のみを含むものであり、 $[\mathbf{H}_{12}^{(1)} \mathbf{H}_{31}^{(1)}]$  としてはじめて前節で述べた行列  $\mathbf{H}$  に相当する正方行列となる。

さて、 $\Gamma_{12}$ 、 $\Gamma_{23}$ 、 $\Gamma_{31}$  のそれぞれにおいて次の境界条件が成立する。

$$\left. \begin{aligned} e_{z2} &= e_{z1}, e_{t2} = -e_{t1}, h_{z2} = h_{z1}, h_{t2} = -h_{t1} & \text{on } \Gamma_{12} \\ e_{z3} &= e_{z2}, e_{t3} = -e_{t2}, h_{z3} = h_{z2}, h_{t3} = -h_{t2} & \text{on } \Gamma_{23} \\ e_{z3} &= e_{z1}, e_{t3} = -e_{t1}, h_{z3} = h_{z1}, h_{t3} = -h_{t1} & \text{on } \Gamma_{31} \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

ここで、 $e_t$ 、 $h_t$  は断面内における電界および磁界の接線方向成分であり、下添字は領域を表している。各境界上において外向き単位法線方向ベクトル  $\mathbf{n}$  と、単位接線ベクトル  $\mathbf{t}$  の間には、 $\mathbf{t} = \mathbf{i}_z \times \mathbf{n}$  なる関係が成立する。 $\mathbf{i}_z$  は  $z$  方向の単位ベクトルである。式(6.2)は、電磁界の  $z$  成分及びその法線方向微係数を未知関数とするものであるから、式(6.11)の  $e_t$ 、 $h_t$  に関する境界条件はそのままでは用いることができない。そこで、

$$\left. \begin{aligned} e_{ii} &= \frac{j\omega\beta}{k_i^2 - \beta^2} \left( \frac{\partial h_{zi}}{\partial n_i} - \frac{\beta}{\omega\mu_0} \frac{\partial e_{zi}}{\partial t_i} \right) \\ h_{ii} &= -\frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_i}{k_i^2 - \beta^2} \left( \frac{\partial e_{zi}}{\partial n_i} + \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_i} \frac{\partial h_{zi}}{\partial t_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

なる式を、式(6.11)の  $e_t$ ,  $h_t$  の式に代入して次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial e_{z2}}{\partial n_2} &= -\frac{\varepsilon_1(k_2^2 - \beta^2)}{\varepsilon_2(k_1^2 - \beta^2)} \frac{\partial e_{z1}}{\partial n_1} + \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \left( 1 - \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial h_{z1}}{\partial t_1} \\ \frac{\partial h_{z2}}{\partial n_2} &= -\frac{k_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \frac{\partial h_{z1}}{\partial n_1} - \frac{\beta}{\omega\mu_0} \left( 1 - \frac{k_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial e_{z1}}{\partial t_1} \\ \frac{\partial e_{z3}}{\partial n_3} &= -\frac{\varepsilon_2(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_2^2 - \beta^2)} \frac{\partial e_{z2}}{\partial n_2} + \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_3} \left( 1 - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial h_{z2}}{\partial t_2} \\ \frac{\partial h_{z3}}{\partial n_3} &= -\frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \frac{\partial h_{z2}}{\partial n_2} - \frac{\beta}{\omega\mu_0} \left( 1 - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial e_{z2}}{\partial t_2} \\ \frac{\partial e_{z3}}{\partial n_3} &= -\frac{\varepsilon_1(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_1^2 - \beta^2)} \frac{\partial e_{z1}}{\partial n_1} + \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_3} \left( 1 - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial h_{z1}}{\partial t_1} \\ \frac{\partial h_{z3}}{\partial n_3} &= -\frac{k_3^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \frac{\partial h_{z1}}{\partial n_1} - \frac{\beta}{\omega\mu_0} \left( 1 - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \right) \frac{\partial e_{z1}}{\partial t_1} \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

上式と、式(6.11)中の  $e_z$ ,  $h_z$  の式を境界条件として用いる。ここで、 $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  はそれぞれ自由空間における誘電率および透磁率である。

この境界条件を、式(6.2)の積分方程式に代入した後に離散化を行えば、領域  $\Omega_2$  と  $\Omega_3$  について、式(6.10)に相当する式として次式を得る。

$$\begin{aligned}
& \mathbf{H}_{e12}^{(2)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} + \mathbf{H}_{e23}^{(2)} \mathbf{u}_{e23}^{(2)} \\
&= -\frac{\varepsilon_1(k_2^2 - \beta^2)}{\varepsilon_2(k_1^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e12}^{(2)} \mathbf{q}_{e12}^{(1)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_2} \mathbf{A}_{e12}^{(2)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} + \mathbf{G}_{e23}^{(2)} \mathbf{q}_{e23}^{(2)} \\
& \mathbf{H}_{h12}^{(2)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} + \mathbf{H}_{h23}^{(2)} \mathbf{u}_{h23}^{(2)} \\
&= -\frac{k_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h12}^{(2)} \mathbf{q}_{h12}^{(1)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h12}^{(2)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} + \mathbf{G}_{h23}^{(2)} \mathbf{q}_{h23}^{(2)} \\
& \mathbf{H}_{e23}^{(3)} \mathbf{u}_{e23}^{(2)} + \mathbf{H}_{e31}^{(3)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)} \\
&= -\frac{\varepsilon_2(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_2^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e23}^{(3)} \mathbf{q}_{e23}^{(2)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_3} \mathbf{A}_{e23}^{(3)} \mathbf{u}_{h23}^{(2)} \\
&\quad - \frac{\varepsilon_1(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_1^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e31}^{(3)} \mathbf{q}_{e31}^{(1)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_3} \mathbf{A}_{e31}^{(3)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} \\
& \mathbf{H}_{h23}^{(3)} \mathbf{u}_{h23}^{(2)} + \mathbf{H}_{h31}^{(3)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} \\
&= -\frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h23}^{(3)} \mathbf{q}_{h23}^{(2)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h23}^{(3)} \mathbf{u}_{e23}^{(2)} \\
&\quad - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h31}^{(3)} \mathbf{q}_{h31}^{(1)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h31}^{(3)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)}
\end{aligned} \tag{6.14}$$

$Z_0$  は自由空間の特性インピーダンスである。式(6.14)は、領域  $\Omega_1(\Gamma_{23}$  については  $\Omega_2$ ) の未知関数で記述された、 $\Omega_2$  および  $\Omega_3$  に関する線形代数方程式である。式(6.10)と、式(6.14)を連立させたものが、導波系全体に対する方程式となる。

この連立方程式が非自明な解を持つ条件、すなわち係数行列式=0 がこの系の固有方程式であり、これから固有値として固有モードの位相定数  $\beta$  が定まり、固有ベクトルとして境界上の電磁界分布である、 $\mathbf{u}_e$ ,  $\mathbf{q}_e$ ,  $\mathbf{u}_h$ ,  $\mathbf{q}_h$  が定まる。

#### 6.2.4 カプラに対する定式化

カプラにおいても  $x=0$  なる対称壁を持つとし、図 6.2(b)の 1/2 モデルについて解析する。対称性の導入法は前節と同様であり、境界  $\Gamma_{12}$ ,  $\Gamma_{23i}$ ,  $\Gamma_{23o}$ ,  $\Gamma_{31}$  に対してのみ境界要素法を適用すればよい。下添字 23*i* および 23*o* は、 $\Omega_2$  と  $\Omega_3$  が接する境界のうち、それぞれコア間の境界およびコアの外側の境界を示す。

また,  $\Gamma_{230}$  には後述のとおり十分な精度が得られる長さまで要素を配置するにとどめる. 各境界で, 次の境界条件が成立する.

$$\left. \begin{aligned} e_{z2} &= e_{z1}, e_{t2} = -e_{t1}, h_{z2} = h_{z1}, h_{t2} = -h_{t1} && \text{on } \Gamma_{12} \\ e_{z3} &= e_{z2}, e_{t3} = -e_{t2}, h_{z3} = h_{z2}, h_{t3} = -h_{t2} && \text{on } \Gamma_{23i}, \Gamma_{23o} \\ e_{z3} &= e_{z1}, e_{t3} = -e_{t1}, h_{z3} = h_{z1}, h_{t3} = -h_{t1} && \text{on } \Gamma_{31} \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

領域  $\Omega_2$  と  $\Omega_3$  について, 式(6.15)の境界条件を組み込むことにより, 次の方程式が得られる.

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}_{e12}^{(2)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} + \mathbf{H}_{e23i}^{(2)} \mathbf{u}_{e23i}^{(2)} + \mathbf{H}_{e23o}^{(2)} \mathbf{u}_{e23o}^{(2)} \\ &= -\frac{\varepsilon_1(k_2^2 - \beta^2)}{\varepsilon_2(k_1^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e12}^{(2)} \mathbf{q}_{e12}^{(1)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_2} \mathbf{A}_{e12}^{(2)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} \\ & \quad + \mathbf{G}_{e23i}^{(2)} \mathbf{q}_{e23i}^{(2)} + \mathbf{G}_{e23o}^{(2)} \mathbf{q}_{e23o}^{(2)} \\ & \mathbf{H}_{h12}^{(2)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} + \mathbf{H}_{h23i}^{(2)} \mathbf{u}_{h23i}^{(2)} + \mathbf{H}_{h23o}^{(2)} \mathbf{u}_{h23o}^{(2)} \\ &= -\frac{k_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h12}^{(2)} \mathbf{q}_{h12}^{(1)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h12}^{(2)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} \\ & \quad + \mathbf{G}_{h23i}^{(2)} \mathbf{q}_{h23i}^{(2)} + \mathbf{G}_{h23o}^{(2)} \mathbf{q}_{h23o}^{(2)} \\ & \mathbf{H}_{e23i}^{(3)} \mathbf{u}_{e23i}^{(2)} + \mathbf{H}_{e23o}^{(3)} \mathbf{u}_{e23o}^{(2)} + \mathbf{H}_{e31}^{(3)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)} \\ &= -\frac{\varepsilon_2(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_2^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e23i}^{(3)} \mathbf{q}_{e23i}^{(2)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_3} \mathbf{A}_{e23i}^{(3)} \mathbf{u}_{h23i}^{(2)} \\ & \quad - \frac{\varepsilon_2(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_2^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e23o}^{(3)} \mathbf{q}_{e23o}^{(2)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_3} \mathbf{A}_{e23o}^{(3)} \mathbf{u}_{h23o}^{(2)} \\ & \quad - \frac{\varepsilon_1(k_3^2 - \beta^2)}{\varepsilon_3(k_1^2 - \beta^2)} \mathbf{G}_{e31}^{(3)} \mathbf{q}_{e31}^{(1)} + \frac{Z_0}{\varepsilon_3} \mathbf{A}_{e31}^{(3)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} \\ & \mathbf{H}_{h23i}^{(3)} \mathbf{u}_{h23i}^{(2)} + \mathbf{H}_{h23o}^{(3)} \mathbf{u}_{h23o}^{(2)} + \mathbf{H}_{h31}^{(3)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} \\ &= -\frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h23i}^{(3)} \mathbf{q}_{h23i}^{(2)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h23i}^{(3)} \mathbf{u}_{e23i}^{(2)} \\ & \quad - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_2^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h23o}^{(3)} \mathbf{q}_{h23o}^{(2)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h23o}^{(3)} \mathbf{u}_{e23o}^{(2)} \\ & \quad - \frac{k_3^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \mathbf{G}_{h31}^{(3)} \mathbf{q}_{h31}^{(1)} - \frac{1}{Z_0} \mathbf{A}_{h31}^{(3)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)} \end{aligned} \quad (6.16)$$

領域  $\Omega_1$  については,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_{e12}^{(1)} \mathbf{u}_{e12}^{(1)} + \mathbf{H}_{e31}^{(1)} \mathbf{u}_{e31}^{(1)} &= \mathbf{G}_{e12}^{(1)} \mathbf{q}_{e12}^{(1)} + \mathbf{G}_{e31}^{(1)} \mathbf{q}_{e31}^{(1)} \\ \mathbf{H}_{h12}^{(1)} \mathbf{u}_{h12}^{(1)} + \mathbf{H}_{h31}^{(1)} \mathbf{u}_{h31}^{(1)} &= \mathbf{G}_{h12}^{(1)} \mathbf{q}_{h12}^{(1)} + \mathbf{G}_{h31}^{(1)} \mathbf{q}_{h31}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

となる. 式(6.16)と, 式(6.17)を連立させたものが系全体に対する方程式である. この方程式の係数行列式=0 が固有方程式であり, これからカプラ全体を一つの導波系と考えたときの固有モードの位相定数  $\beta$  が求まる.

## 6.3 解析結果

### 6.3.1 導波モード

正規化周波数  $V/\pi$  と正規化位相定数  $B$  を次のように定義する.

$$\left. \begin{aligned} V/\pi &= \frac{2t}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \\ B &= \frac{(\beta/k_0)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

また, コア, 基板, クラッドの屈折率をそれぞれ  $n_1=1.526$ ,  $n_2=1.512$ ,  $n_3=1.0$  とする. これは, クラッドを空気とした  $K^+$  交換ガラス導波路に相当する値で, 同導波路は Ti 拡散  $\text{LiNbO}_3$  導波路とともに, 低損失の単一モード導波路が得られやすいために良く利用されるものであり, また, 同導波路はほぼステップ型の屈折率分布を持つ[45]. これらのパラメータを用いて, まず, コア形状 A, B の導波路の基本モードについて解析する. このとき,  $x=0$  を電気壁と磁気壁のいずれとするかによって, 偏波方向の異なる二つの基本モードを独立に解析できる. すなわち, 電気壁としたときは電界の主成分が  $x$  軸方向を向くモードの, 磁気壁としたときには電界の主成分が  $y$  軸方向を向くモードの  $\beta$  が得られる. モードの名称は, 真円コア光ファイバに準じてそれぞれ  $HE_{11}^x$ ,

$HE_{11}^y$ と表示することにする。また、カプラについては、 $x=0$ に関する電磁界分布の対称性の違いと前述の二つの偏波方向を考慮した、全部で4つのモードについて解析する。それらのモードを $HE_{11\text{even}}^x$ ,  $HE_{11\text{odd}}^x$ ,  $HE_{11\text{even}}^y$ ,  $HE_{11\text{odd}}^y$ と表示する。下添字 even, odd が  $x=0$ に関する電磁界分布の対称性を示している。 $HE_{11\text{even}}^x$ モードと $HE_{11\text{odd}}^y$ モードが対称壁を電気壁としたときに、 $HE_{11\text{odd}}^x$ モードと $HE_{11\text{even}}^y$ モードが対称壁を磁気壁としたときに解析の対象となる。

### 6.3.2 計算精度

境界要素法においては、配置する境界要素の数、すなわち境界上の節点間隔が計算精度を支配する。また、本章の場合には、境界  $\Gamma_{23}$  および  $\Gamma_{23o}$  の長さについても検討しなければならない。

はじめに、最も重要であると考えられる、コア領域  $\Omega_1$  の境界  $\Gamma_{12} + \Gamma_{31}$  上の境界要素数  $N$  に対する  $B$  の収束特性を検討する。表 6.1(a)に、形状 A の導波路について、 $HE_{11}^x$  モードの  $B$  の収束の様子を示す。表より、 $N \geq 13$  で収束し、 $B$  の値にして4桁程度の精度が得られていることがわかる。 $\Gamma_{23}$  の長さ  $s$  については、ひとまず  $s/t=3.0$  とし、この上にもコア境界と同じ節点間隔になるように境界要素を配置した。文献[62]のグラフと比較すると、モデルの形状が異なるため一概にはいえないが、少なくとも1桁は良い精度が得られているようである。以後、本章においては、 $N=13$  のときの節点間隔を基準に各モデルにおける境界要素数を決定している。

次に、 $\Gamma_{23}$  の長さについて検討する。 $s/t$  と  $B$  の関係を表 6.1(b)に示す。これは  $N=13$  としたときのものであるが、 $s$  は特に短くないかぎり計算値には影響を与えないことがわかる。表中の  $s/t=3.0$  において、コアから最も離れた節点上の界は、コア上での最大値の約  $10^{-4}$  になっている。以後、これをめやすに  $\Gamma_{23}$  の長さを決定している。 $N=13$ ,  $s/t=3.0$ ,  $\Gamma_{23}$  も含めた総境界要素数 28 と



したとき、 $B$  を求めるのに要する CPU 時間は、本学大型計算機センターの sx-1 において 20~25 秒であった。

なお、本章で用いたプログラムを真円コア光ファイバに適用した場合、 $V/\pi = 2.0/\pi$ ,  $n_1/n_2 = n_1/n_3 = 1.01$  のときの厳密解  $B = 0.4133597$  に対して、 $N = 14$  において  $B = 0.4133677$  なる値が得られた。以上のことから、本章の手法は、高い精度を有し、CPU 時間についても実用上問題がないことが明らかとなった。

$N$	$B$	$s/t$	$B$
8	0.2662631	1.6	0.2657879
10	0.2652843	2.0	0.2657952
13	0.2657955	2.6	0.2657959
15	0.2657874	3.0	0.2657955
18	0.2657224	3.6	0.2657948
		4.0	0.2657943

表 6.1 正規化位相定数  $B$  の計算精度

- (a) コア境界上の要素数  $N$  に対する  $B$  の変化  
(コア形状 A の導波路,  $V/\pi = 1.0$ ,  $s/t = 3.0$ )
- (b) 境界  $\Gamma_{23}$  の長さ  $s$  に対する  $B$  の変化  
((a)の  $N = 13$  の場合)

### 6.3.3 埋込形導波路の特性

コア形状 A の導波路について，図 6.5(a)に分散曲線を，(b)に正規化モード複屈折率  $D$  の正規化周波数依存性を示す。

$D$  は次式で定義される。

$$D = \frac{\beta_x - \beta_y}{k_0} \quad (6.19)$$

ここで， $\beta_x$ ， $\beta_y$  はそれぞれ  $HE_{11}^x$  モード， $HE_{11}^y$  モードの位相定数， $k_0$  は自由空間における波数である。 $D$  は， $V/\pi=0.9$  付近において最大値をとる。このグラフは，各種の導波路について報告されているもの[3]，[4]，[59]と良く似た形をしている。偏波面保持型ファイバの  $D$ [4] と比べると 1 桁大きい。これは，本章では，上部クラッドを空気としていることにより，系の非軸対称性が大きいからであると考えられる。

次に，コア形状 B の導波路について，図 6.6(a)に分散曲線を，(b)に  $D$  と  $V/\pi$  の関係を示す。 $D$  は  $V/\pi=0.75$  付近で最大となる。 $D$  の値は形状 A に比べて大きくなっているが，これはコアがさらに扁平になり非軸対称性が増したためである。

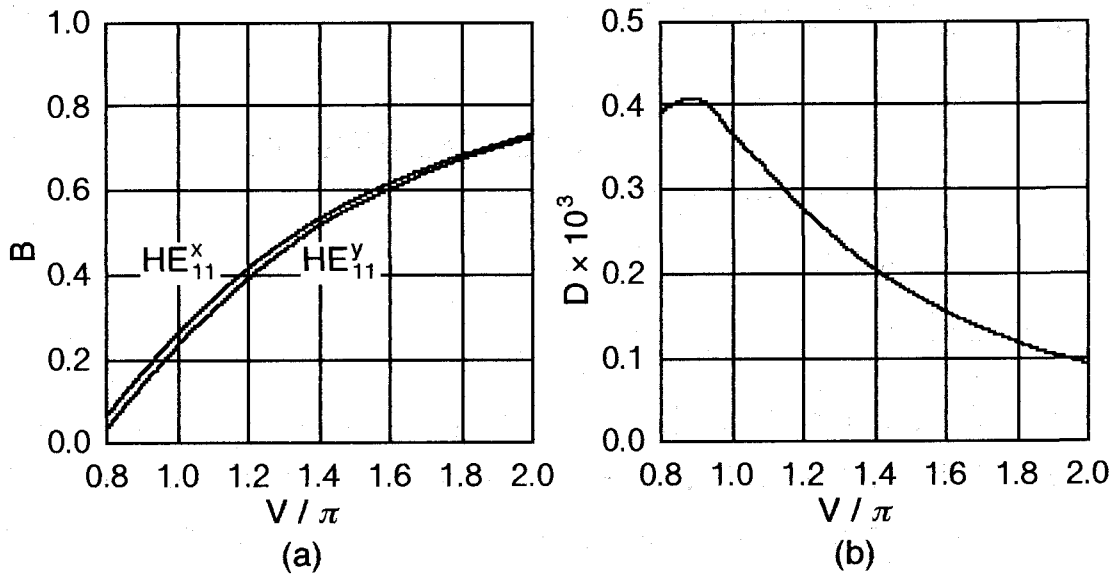


図 6.5 コア形状 A の導波路の特性  
 (a) 分散曲線  
 (b) 正規化モード複屈折率

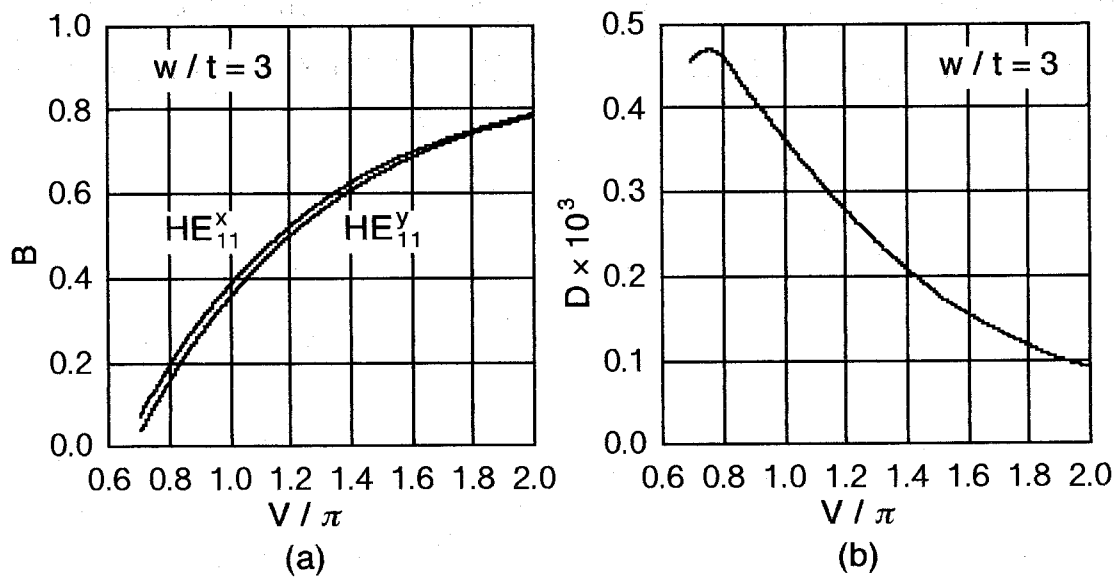


図 6.6 コア形状 B( $w/t=3.0$ )の導波路の特性  
 (a) 分散曲線  
 (b) 正規化モード複屈折率

### 6.3.4 カプラの特性

カプラについては、境界要素数、境界  $\Gamma_{230}$  の長さ等は前節の議論を基準として決定した。まず、コア形状 A のカプラについて解析する。図 6.7(a)に分散曲線を示す。この図では、 $d/t=2.0$ 、すなわち、コア間隔とコア幅を同じとしている。このグラフから、各々の偏波方向におけるカプラの結合長が算出できる。0dB 結合長  $L$  は次式で定義される。

$$L = \frac{\pi}{\beta_{\text{even}} - \beta_{\text{odd}}} \quad (6.20)$$

ここで、 $\beta_{\text{even}}$ 、 $\beta_{\text{odd}}$  は、それぞれの偏波方向における、偶対称モードおよび奇対称モードの位相定数である。 $L$  の正規化周波数依存性を図 6.7(b)に示す。偏波方向により、結合長に差がみられる。K<sup>+</sup>交換ガラス導波路の場合、コア厚さは  $1.5 \sim 2.0 \mu\text{m}$  である[45]ので、図 6.7(b)では  $t=1.5 \mu\text{m}$  として算出している。次に、形状 A の導波路が最大の正規化モード複屈折率を示す  $V/\pi=0.9$  において、 $L$  のコア間距離依存性を求め、図 6.7(c)に示した。やはり、 $t=1.5 \mu\text{m}$  としている。実際のカプラを作製する際には、コア幅とコア間距離を同程度、すなわち  $d/t=2.0$  付近とし、そのときの 0dB 結合長が数 mm から 10mm 位であることが望ましいが、このモデルは十分その要求を満たしていることがわかる。 $d/t=2.0$  において、 $x$  方向偏波モードの  $L$  は 8.2mm、 $y$  方向偏波モードでは 6.8mm であった。

同様に、形状 B のカプラの場合について、 $V/\pi=0.75$  としたときの  $L$  と  $d/t$  の関係を図 6.8 に示す。この場合には、図から  $d/t=2.0$  程度、すなわちコア間距離をコア幅の約 2/3 として用いれば、0dB 結合長が数 mm になることがわかる。

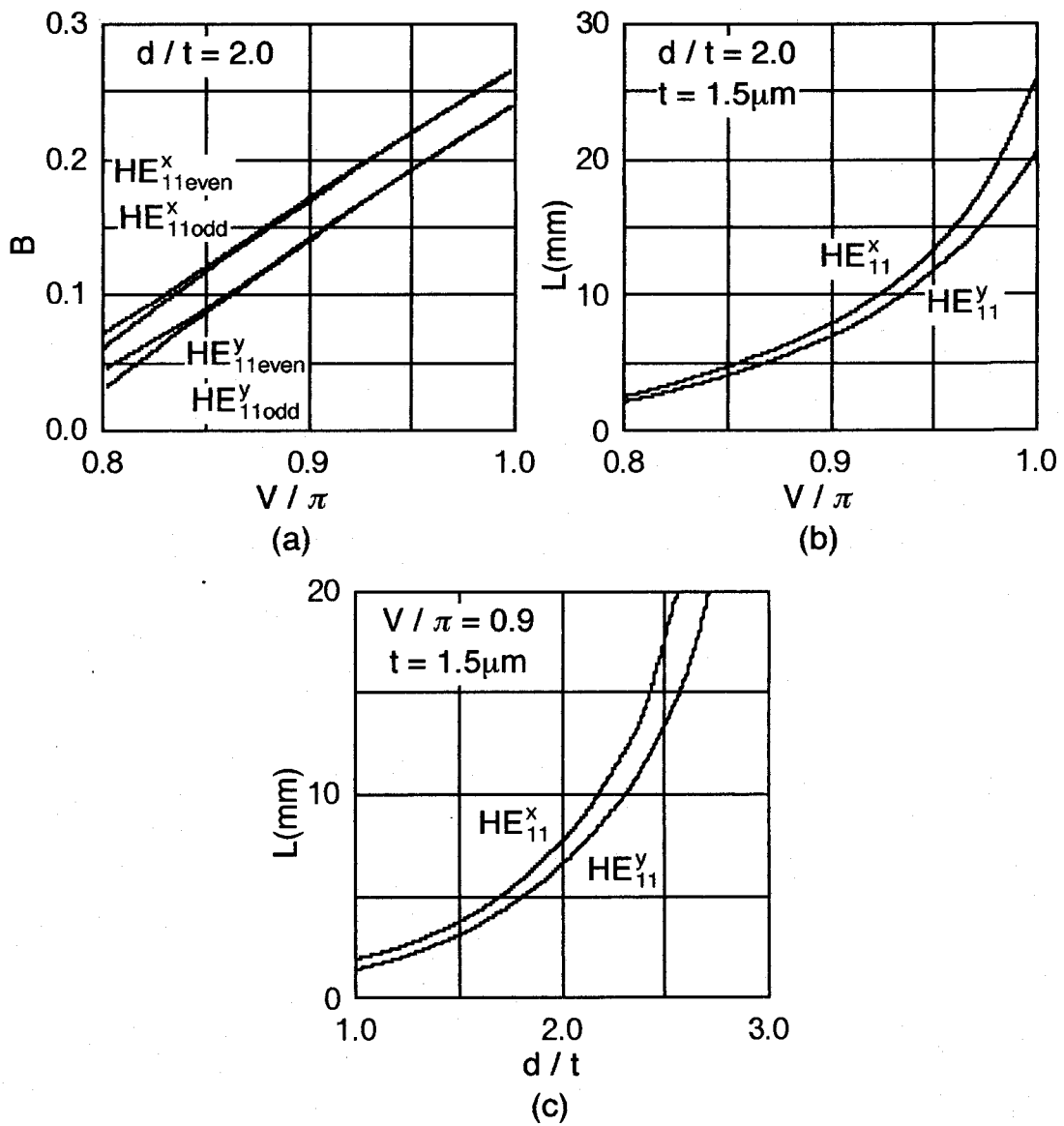


図 6.7 コア形状 A のカプラの特性

- (a) 分散曲線
- (b) 0dB 結合長の正規化周波数依存性
- (c) 0dB 結合長の正規化コア間距離依存性

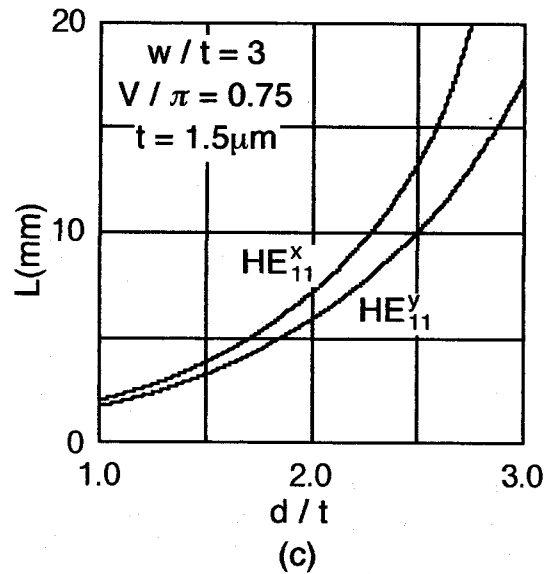


図 6.8 コア形状 B( $w/t=3.0$ ,  $t=1.5\mu\text{m}$ )のカプラの 0dB 結合長

## 6.4 結言

本章においては、光集積回路中の代表的な導波構造である埋込形導波路と、そのカプラへの応用について、境界要素法を用いて理論的に検討した。

半円形のコアをもつ導波路およびカプラを中心に解析し、その分散特性、モード複屈折、カプラの 0dB 結合長の正規化周波数依存性、コア間距離依存性等を明らかにした。その結果、これらの導波路はモード複屈折がかなり大きいこと、カプラのサイズは実用的な範囲内であること等が明らかになり、光集積回路の設計上、有意義な成果が得られたものと考えられる。また、境界要素法の応用という点に関しても、この手法の任意形状への適応性の高さが改めて確認され、また、このような複雑なモデルについても、十分な計算精度を有していることがわかった。

## 第7章

### 結論

本研究では，通信工学の発展に伴い益々複雑化高機能化する電磁波回路素子の研究開発に供し得る，汎用的でありかつ精度の高い数値解析法が必要であるとの観点から，境界要素法および差分時間領域法を用いた電磁波回路素子の数値解析を行った。

本章では，得られた成果を総括して述べる。

第2章では，高温超伝導コプレーナ線路の解析を行った。この種の線路においては，高温超伝導薄膜の厚さと電磁界の侵入長が同じオーダーであるため，従来の報告のように表皮抵抗等を用いた近似的な手法では無く，任意の超伝導体厚を取り扱える精密な手法が必要となる。本章では，分散性媒質を取り扱えるよう改良された差分時間領域法に二流体モデルから得られる超伝導体の複素導電率を組み込み，高温超伝導線路の解析に適用することを提案した。高温超伝導コプレーナ線路の減衰定数・位相速度の周波数特性を求め，種々の導体厚について常伝導コプレーナ線路との比較を行い，その低損失性・低分散性を明らかにした。また，全ての格子で時間領域における電磁界が計算される差分時間領域法の特徴を活かし，フーリエ変換によって周波数領域における高温超伝導体内の電磁界分布を詳しく検討した。

第3章では，非対称コプレーナストリップ線路構造の進行波形光変調器用高

高温超伝導ミリ波電極の解析を行った。異方性を有する誘電体電気光学結晶基板上に高温超伝導材料で構成された電極を、第2章で提案した手法を用いて解析し、常伝導体電極の場合にその損失や分散によって引き起こされる変調効率の低下・変調帯域の減少等の問題を解決できることを明らかにした。また、変調波であるミリ波に対する実効屈折率を被変調波である光波に対する実効屈折率に近づけて位相速度の不整合を改善するために、高温超伝導電極の近傍に低誘電率のバッファ層を挿入した場合の減衰定数・位相速度・特性インピーダンスの周波数特性の変化の様相を明らかにし、このような媒質・構造共に複雑なミリ波線路に対する差分時間領域法の有効性を明らかにした。

第4章では、光制御マイクロ波ストリップ回路の解析を行った。本章では、差分時間領域法に半導体中の電子・正孔プラズマ領域の複素比誘電率の式を組み込むことにより、光導電効果により制御するマイクロ波線路の解析を行った。また、回路構造の一部に半導体領域を設けて光導電効果により制御するブランチャインカップラを提案し、その特性を明らかにした。差分時間領域法は、元来、不連続部を持つ線路の散乱行列の計算が容易であるので、本章で用いた計算手法はこのような分散性媒質を含みかつ不連続部を持つマイクロ波ストリップ回路の解析には特に適しており、その有効性が評価されて既に他の文献でも用いられている。

第5章では、スリットを有する平板状逆Fアンテナの解析を行った。放射素子に設けたスリットは共振周波数を低下させる効果を持ち、より小型の放射素子を用いて所望の共振周波数を得ることができるが、スリットが放射指向性について与える影響について検討した報告は本研究が初めてである。本章では、携帯電話を想定した導体筐体上に装着された、スリットを有する平板状逆Fアンテナの特性を差分時間領域法を用いて検討した。その結果、スリットは共振周波数を大幅に低下させるが、放射指向性にはほとんど影響を与えず、平板状逆Fアンテナを小型化するために極めて有効な方法であることを明らかにした。



第6章では、埋込形誘電体光導波路およびカップラの解析を行った。光集積回路の重要な構成要素である埋込形誘電体光導波路と、それを二本平行に配置したカップラの特性を、境界要素法を用いて明らかにした。境界要素法は誘電体導波路のような開領域問題が扱え、また、任意の断面形状をもつ導波路に容易に適用できる。実際の埋込形導波路の構造に近いものとして考えた二種のコア形状の導波路についてベクトル波動解析を行い、分散特性とモード複屈折を求めた。更に、これらの導波路によって構成したカップラについて、結合長の周波数依存性およびコア間距離依存性等を求めた。その結果、この種の複雑な導波路の場合にも、境界要素法により十分高い計算精度が得られること、数値計算に要する時間についても実用上問題の無いことを確認した。

以上、本研究で得られた成果が、電磁波回路工学の発展に多少なりとも貢献し得るならば、著者の幸いとするところである。

## 参考文献

- [1] 赤池正巳, “ミリ波技術とその応用論文小特集の発刊にあたって,” 信学論 C-I, vol. J77-C-I, no. 11, pp. 583-584, Nov. 1994.
- [2] 山下栄吉, 電磁波問題解析の実際, 電子情報通信学会, 東京, 1993.
- [3] 松原正則, “偏波保存光ファイバの境界要素法解析,” 信学論(B), vol. J67-B, no. 9, pp. 968-973, Sept. 1984.
- [4] 佐野博久, 倉藺貞夫, “境界要素法による誘電体線路の解析,” 信学論(B), vol. J68-B, no. 12, pp. 1419-1427, Dec. 1985.
- [5] 山下栄吉, 電磁波問題の基礎解析法, 電子情報通信学会, 東京, 1987.
- [6] K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media,” IEEE Trans. Antennas & Propag., vol. AP-14, no. 3, pp. 302-307, May 1966.
- [7] G. Mur, “Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations,” IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-23, no. 4, pp. 377-382, Nov. 1981.
- [8] 北村敏明, 平雅文, 倉藺貞夫, “損失のある薄膜マイクロストリップ線路の差分時間領域法による理論解析,” 信学論(C-I), vol. J76-C-I, no. 5, pp. 101-108, May 1993.
- [9] X. Zhang and K. K. Mei, “Time-domain finite-difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities,” IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol. MTT-36, no. 12, pp. 1775-1787, Dec. 1988.
- [10] R. Luebbers, P. F. Hunsberger, and K. S. Kunz, “A frequency-dependent

- finite-difference time-domain formulation for transient propagation in plasma," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol. AP-39, no. 1, pp. 29-34, Jan. 1991.
- [11] R. J. Luebbers, F. P. Hunsberger, K. S. Kunz, R. B. Standler, and M. Schneider, "A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-32, no. 3, pp. 222-227, August 1990.
- [12] R. J. Luebbers, K. S. Kunz, M. Schneider, and F. P. Hunsberger, "A finite-difference time-domain near zone to far zone transformation," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-39, no. 4, pp. 429-433, April 1991.
- [13] 平雅文, 久保隆之, 北村敏明, 倉園貞夫, "差分時間領域法による高温超伝導コプレーナ線路の解析," 信学論(C-I), J77-C-I, 2, pp. 81-87, Feb. 1994.
- [14] 早川尚夫, "超伝導テクノロジーの展望," 信学誌, vol. 75, no. 11, pp. 1223-1229, Nov. 1992.
- [15] 古沢聡, 森末道忠, 朝比奈讓次, "高温超伝導線路のパルス応答特性," 信学論(C-II), vol. J74-C-II, no. 6, pp. 549-555, June 1991.
- [16] Z. Cai and J. Bornemann, "Generalized spectral-domain analysis for multilayered complex media and high- $T_c$  superconductor applications," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol. MTT-40, no. 12, pp. 2251-2257, Dec. 1991.
- [17] J. Kessler, R. Dill, and P. Russer, "Field theory investigation of high- $T_c$  superconducting coplanar waveguide transmission lines and resonator," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol. MTT-39, no. 9, pp. 1566-1574, Sept. 1991.
- [18] W. Heinrich, "Mode-matching approach for superconducting planer transmission lines including finite conductor thickness," IEEE Microwave & Guided Wave Lett., vol. 1, no. 10, pp. 294-296, Oct. 1991.
- [19] V. T. Duzer and C. W. Turner, 超伝導デバイスおよび回路の原理, 第3

- 章, コロナ社, 東京, 1983.
- [20] K. K. Mei and G. C. Liang, "Electromagnetics of superconductors," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol. MTT-39, no. 9, pp. 1545-1552, Sept. 1991.
- [21] M. Hira, Y. Mizomoto, and S. Kurazono, "Frequency-dependent finite-difference time-domain analysis of high- $T_c$  superconducting asymmetric coplanar strip line," IEICE Transactions on Electronics, E78-C, 7, pp. 873-877, July 1995.
- [22] 平雅文, 溝本安展, 倉菌貞夫, "高温超伝導体を用いた非対称コプレーナストリップ線路の FD-TD 法による解析," 輻射科学研究会資料, RS94-11, Oct. 1994.
- [23] 皆方誠, "LiNbO<sub>3</sub> 光導波路デバイス," 信学論(C-I), vol. J77-C-I, no. 5, pp. 194-205, May 1994.
- [24] 榎原晃, 東野秀隆, 瀬恒謙太郎, 和佐清孝, "超伝導電極を用いた進行波形光変調素子の特性," 信学技報, vol. MW90, no. 44, June 1990.
- [25] K. Yoshiara, F. Uchikawa, K. Sato, T. Mizuochi, T. Kitayama, M. Izutsu, T. Sueta, K. Imada, and H. Watarai, "A study on transmission properties of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>y</sub> coplanar waveguide on LiNbO<sub>3</sub> substrate," IEICE Trans. Electron., vol. E75-C, no. 8, pp. 888-893, Aug. 1992.
- [26] 並木武文, 清野實, 女鹿田直之, 山根隆志, 倉橋輝男, 中島啓幾, "Ti : LiNbO<sub>3</sub> 進行波型変調器の帯域拡大の検討—有限要素法を用いた最適設計—," 信学技報, vol. OQE88, no. 18, May 1988.
- [27] K. Kawano, K. Noguchi, T. Kitoh, and H. Miyazawa, "A finite element method (FEM) analysis of a shielded velocity-matched Ti, LiNbO<sub>3</sub> optical modulator," IEEE Photonics Tech. Letters, vol. 3, no. 10, pp. 919-921, Oct. 1991.
- [28] 鬼頭勤, 河野健治, "バッファ層を考慮した Ti : LiNbO<sub>3</sub> 光変調器用電極の解析とモデル," 信学論(C-I), vol. J75-C-I, no. 6, pp. 422-429, June

- 1992.
- [29] 井筒雅之, 末田正, “広帯域導波形光変調素子,” 信学論(C), vol. J64-C, no. 4, pp. 264-271, April 1981.
  - [30] K. Kubota, J. Noda, and O. Mikami, “Traveling wave optical modulator using a directional coupler LiNbO<sub>3</sub> waveguide,” IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-16, no. 7, pp. 754-760, July 1980.
  - [31] 平雅文, 北村敏明, 溝本安展, 倉藺貞夫, “差分時間領域法による光制御マイクロ波ストリップ回路の解析,” 信学論(C-I), vol. J75-C-I, no. 9, pp. 600-602, Sept. 1992.
  - [32] Y. Horii, M. Hira, T. Nakagawa, and S. Kurazono, “Optical control of the short terminated microstrip filter utilizing current distribution of the standing wave”, IEICE Transactions on Fundamentals, E76-A, 12, pp. 2085-2088, Dec. 1993.
  - [33] 小楠和彦, “光導電効果を用いたストリップ線路形マイクロ波変調器,” 信学論(B), vol. J68-B, no. 5, pp. 578-585, May 1985.
  - [34] W. Platte, “High-speed optoelectronic switching in silicon gap-shunt microstrip structures,” Electron. Lett., vol. 12, no. 17, pp. 437-438, Aug. 1976.
  - [35] 堀井康史, 堤誠, “レーザ照射シリコン基板マイクロストリップ線路の伝搬特性,” 信学論(C-I), vol. J79-C-I, no. 10, pp. 389-395, Oct. 1996.
  - [36] M. Hira, M. Miyaji, K. Ogawa, and S. Kurazono, “Radiation characteristics of planar inverted F antennas with a slit,” Technology Reports of the Osaka University, vol. 46, no. 2239, pp. 55-60, April, 1996.
  - [37] 春木宏志, 小林敦, “携帯無線機用逆 F 形アンテナ,” 昭 57 信学総全大, no. 613, March 1982.
  - [38] T. Taga and K. Tsunekawa, “Performance analysis of a built-in planar inverted F antenna for 800 MHz band portable radio units,” IEEE J. Select. Areas Commun. , vol. SAC-5, no. 5, pp. 921-929, June 1987.
  - [39] 佐藤和夫, 松本一弘, 藤本京平, 平沢一紘, “直方導体に取り付けられた

- 平板逆 F アンテナの特性,” 信学論(B), vol. J71-B, no. 11, pp. 1237-1243, Nov. 1988.
- [40] L. Chen, T. Uno, K. Sawaya, and S. Adachi, “FDTD analysis of built-in antennas for portable telephone,” 電学会電磁界理論研資, vol. EMT-93, no. 98, pp. 11-20, Nov. 1993.
- [41] M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, “Performance analysis of antennas for hand-held transceivers using FDTD,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-42, no. 8, pp. 1106-1113, August 1994.
- [42] K. Ogawa and T. Uwano, “A diversity antenna for very small 800-MHz band portable telephones,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-42, no. 9, pp. 1342-1345, Sept. 1994.
- [43] 平雅文, 倉藺貞夫, “埋込形誘電体光導波路およびカプラの理論解析,” 信学論(C), vol. J71-C, no. 5, pp. 620-627, May 1988.
- [44] 菊池和朗, “コヒーレント光通信用デバイス,” 信学誌, vol. 69, no. 8, pp. 816-823, June 1986.
- [45] 西原浩, 春名正光, 栖原敏明, 光集積回路, オーム社, 東京, 1985.
- [46] 平雅文, 上田哲也, 倉藺貞夫, “半円形コアファイバ間の結合に関する理論解析,” 信学論(C), vol. J69-C, no. 8, pp. 1082-1083, Aug. 1986.
- [47] 北村敏明, 平雅文, 倉藺貞夫, “損失のある薄膜マイクロストリップ線路の差分時間領域法による理論解析,” 信学技報, vol. MW90, no. 151, Feb. 1991.
- [48] 飯島泰三, 電磁界の近代解析法, 電子通信学会, 東京, 1979
- [49] K. Yoshida, K. Ikeda, and Y. Kanda, “LiNbO<sub>3</sub> optical modulator with superconducting electrodes,” IEICE Trans. Electron., vol. E75-C, no. 8, pp. 894-899, Aug. 1992.
- [50] 北村敏明, 中村聡, 平雅文, 倉藺貞夫, “任意座標系に適用できる差分時間領域法を用いたマイクロストリップ線路立体交差部のクロストーク解析,” 信学論(C-I), J76-C-I, 9, pp. 358-364, Sept. 1993.
- [51] T. Kitamura, T. Koshimae, M. Hira, and S. Kurazono, “Analysis of cylin-

- dricul microstrip lines utilizing the finite difference time-domain method," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, MTT-42, 7, pp. 1279-1282, July 1994.
- [52] 北村敏明, 中村聡, 平雅文, 倉藺貞夫, "任意座標系に適用できる差分時間領域法を用いたマイクロストリップ線路交差部のクロストーク解析," 信学技報, vol. SAT92, no. 33, Sept. 1992.
- [53] 北村敏明, 腰前利樹, 平雅文, 倉藺貞夫, "円筒形マイクロストリップ線路の差分時間領域法による解析," 信学技報, vol. SAT92, no. 34, Sept. 1992.
- [54] 堀井康史, 平雅文, 中川健, 倉藺貞夫, "定在波電流分布を利用した半導体プラズマによるマイクロ波の光制御法," 信学技報, vol. MW93, no. 56, July 1993.
- [55] 堀井康史, 平雅文, 中川健, 倉藺貞夫, "定在波電流分布を利用した光制御マイクロストリップフィルタの特性解析," 1993 信学秋季全大, no. C-90, Sept. 1993.
- [56] 小楠和彦, 田中郁雄, 伊藤英利, "光によって制御されたプラズマ層を持つ誘電体導波路の伝搬特性," 信学論(C), vol. J66-C, no. 1, pp. 39-46, Jan. 1983.
- [57] A. J. Marcatali, "Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics," Bell syst. Tech. J., vol. 48, no. 7, pp. 2071-2102, Sept. 1969.
- [58] G. B. Hocker and W. K. Burns, "Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method," Appl. Opt., vol. 16, no. 1, pp. 113-118, Jan. 1977.
- [59] S. Akiba and H. A. Haus, "Variational analysis of optical waveguides with rectangular cross section," Appl. Opt., vol. 21, no. 5, pp. 804-808, March 1982.
- [60] C. Yeh, K. Ha, S. B. Dong, and W. P. Brown, "Single-mode optical waveguides," Appl. Opt., vol. 18, no. 10, pp. 1490-1504, May 1979.

- [61] 平島明, 安元清俊, “二平行埋込み形光導波路の精密な数值解析,” 信学技報, vol. MW85, no. 137, Feb. 1986.
- [62] 宮本徳夫, “埋込み形光導波路の解析,” 昭 61 連大, no. 22-4, Sept. 1986.
- [63] M. D. Greenberg, 応用グリーン関数, ブレイン図書, 東京, 1983.
- [64] 鷺巣慎, 深井一郎, “境界要素法による電磁界開放領域問題の解析,” 信学論(B), vol. J64-B, no. 12, pp. 1359-1365, Dec. 1981.
- [65] E. Yamashita, K. Atsuki, O. Hashimoto, and K. Kamijo, “Modal analysis of homogeneous optical fibers with deformed boundaries,” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, MTT-27, 4, pp. 352-356, April 1979.
- [66] K. Oyamada, and T. Okoshi, “Two-dimensional finite-element method calculation of propagation characteristics of axially non-symmetrical optical fibers,” Radio Science, vol. 17, 1, pp. 109-116, Jan.-Feb. 1982.
- [67] 松原正則, “任意屈折率分布単一モード光ファイバの近似ベクトル解析,” 信学論(C), vol. J65-C, no. 10, pp. 762-766, Oct. 1982.