

Title	SHIFTS ON THE HYPERFINITE FACTOR OF TYPE II_1
Author(s)	Enomoto, Masatoshi
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1343">https://hdl.handle.net/11094/1343</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	えの 榎	もと 本	まさ 雅	とし 俊
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	8363	号	
学位授与の日付	昭和63年10月26日			
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当			
学位論文題目	II <sub>1</sub> 型の超有限因子上のシフト			
論文審査委員	(主査)			
	教授 竹之内 脩			
	(副査)			
	教授 稲垣 宣生 教授 永井 治 教授 水野 克彦			

### 論文内容の要旨

この論文は、II<sub>1</sub>型の超有限因子上のシフトの研究についてまとめたものである。任意の等距離作用素は、ユニタリー作用素と片側シフトのいくつかのコピーとの直和に書ける。これは Wold の分解としてよく知られている。ユニタリー作用素は、作用素環上の  $*$ -自己同型に対応している。それでは、 $C^*$ -環上の  $*$ -自己準同型と  $*$ -自己同型とを対比させるものは何かと考えるとき、等距離作用素に対する指数 (インデックス) に対応するものは、 $*$ -自己準同型では何か問題になる。Powers は、まず、単位元をもつ  $C^*$ -環上のシフト  $\alpha$  を、 $\alpha$  が  $C^*$ -環  $A$  の  $*$ -自己準同型写像であり、 $\alpha(I) = I$ 、 $\bigcap_{n=1}^{\infty} \alpha^n(A) = \{\lambda I\}$  なるものとして定義した。II<sub>1</sub>型の  $*$ -自己準同型については、その指数は、有名な Jones の指数を用いることで定義される。

Powers は、指数 2 のシフトのクラスであるバイナリーシフトの共役性の完全決定に続いて、その外部共役性を次に問題とした。このことについて、Powers は、超有限因子  $R$  上のバイナリーシフト  $\alpha$  について、 $\min\{k \in \mathbb{N}; \alpha^k(R)' \cap R \neq C\}$  が、外部共役性の完全不変量かという問題を提出した。このことが否定的であることを、この論文では示す。Ocneanu の分類において、重要性を増している相対可換子総体を考えることで、このことが示される。Powers の導入した  $R$  上の指数 2 のシフトであるバイナリーシフトの外にも、指数 2 のシフトが 1 つは存在することを、Price が示したが、この論文では、実は非可算個、共役でない指数 2 のシフトがあることを示す。

また、指数が一般の整数であるときも、Powers の出した、バイナリーシフトの共役性を特徴付ける条件 (可換関係子を用いて) が成り立つこと、また、バイナリーシフトに当るものを指数  $n$  のときに考えて、その帰納極限のクラスを考えることにより、共役でないものが非可算個、そのクラスのなかにあ

ることが示せる。

### 論文の審査結果の要旨

本論文は R. T. Powers の定義による作用素環に働く shift という作用について論じている。これは、もともと基礎の Hilbert 空間における shift の、作用素環への働きを一般にとりあげたものであるが、どのようなものが存在し得るかについて、特に  $\text{II}_1$  型超有限因子について、詳細に追求したものである。

$X$  を群  $\{0, 1\}$  の制限無限直積とする。これには、座標を一つずらすという自然な作用で shift がある。いま、あらかじめ符号列を一つ与え、これから定義される multiplier を使って、 $X$  の multiplier 表現をつくる。そして、この表現から生成された von Neumann 環として定められる (超有限)  $\text{II}$  型因子  $M$  をとりあげる。この上には群  $X$  の shift に呼応した shift が自然に導入される。さらに、Powers の扱った binary shift とは異なる新しいタイプのもとするため、適当な操作によって帰納極限をつくる。そうすると、これらは、符号列が異なれば、 $M$  の自己同型で、互いに移り変わることはない。したがって、符号列の数だけ、すなわち非可算無限個の異なったタイプの shift があることが示されている。

さらに著者は、出発点の群を  $\{0, 1\}$  でなく、任意の可算群としての構成を考えることにより、shift によって移る部分環にいろいろの大きさの index の値をとらせ、同様の問題を論じている。

以上、本論文は、shift について疑問となっていた多くの点に明解な解答を与えており、学位論文として価値あるものと認める。