



Title	鋼線とCFRPで断面構成したHybrid cableの超長大吊橋主ケーブルへの適用性に関する基礎的研究
Author(s)	三好, 崇夫
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1350">https://hdl.handle.net/11094/1350</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

工博 9893

鋼線と CFRP で断面構成した Hybrid cable の  
超長大吊橋主ケーブルへの適用性に関する基礎的研究

2004 年 1 月

三 好 崇 夫

鋼線と CFRP で断面構成した Hybrid cable の  
超長大吊橋主ケーブルへの適用性に関する基礎的研究

2004 年 1 月

三好 崇夫

## 目 次

### 第1章 序論

1. 1 研究の背景	1
1. 2 超長大吊橋の構想	2
1. 3 FRP の概要	3
1. 4 FRP の橋梁主部材への適用に関する現状	4
1. 5 研究の目的	7
1. 6 本論文の構成	8
参考文献 (第1章)	

### 第2章 平行線ケーブルの力学挙動に関する実験

2. 1 概説	13
2. 2 実験概要	14
2. 2. 1 ケーブル供試体とその機械的特性	
2. 2. 2 実験方法と測定項目	
2. 2. 3 ケーブル張力の設定	
2. 2. 4 ラッピング張力の設定とケーブルバンドの設計	
2. 2. 5 実験ケース	
2. 3 実験結果とその考察	23
2. 3. 1 ケーブル張力とラッピングひずみの関係	
2. 3. 2 ラッピングワイヤの履歴挙動	
2. 3. 3 曲げ荷重と変位の関係	
2. 3. 4 最大曲げ荷重時のたわみ分布	
2. 3. 5 変位と二次応力の関係	
2. 3. 6 最大曲げ荷重時の二次応力分布	
2. 4 結論	31
参考文献 (第2章)	

### 第3章 ケーブルバンド部における素線間すべりの発生に関する検討

3. 1 概説	34
3. 2 超長大吊橋の解析ケース	34
3. 3 素線間すべりの推定式	35
3. 3. 1 推定式の確立に対する実験結果の適用性	
3. 3. 2 推定式に用いるパラメータ	
3. 3. 3 ケーブルバンド部における素線間すべりの推定式	
3. 3. 4 実測結果を用いた推定式の検証	
3. 4 吊橋全体系を対象とした骨組有限変位解析手法	41
3. 5 超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの検討	42
3. 5. 1 相対回転角度の算出に用いる骨組解析モデルと解析条件	
3. 5. 2 超長大吊橋のケーブルバンドとケーブル部材間の相対回転角度	
3. 5. 3 超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの推定	
3. 6 結論	44
参考文献 (第3章)	

### 第4章 ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの力学モデルと有限要素解析法

4. 1 概説	46
---------	----

4. 2 有限変位問題の有限要素解析手法	4 7
4. 2. 1 非線形問題の分類と有限変位問題の有限要素定式化	
4. 2. 2 接線剛性方程式とその計算式	
4. 2. 3 有限変位解析手法の妥当性の検証	
4. 3 円形ケーブル断面モデルとその断面内の空隙を考慮した有限要素解析法	5 5
4. 3. 1 損傷力学の概要	
4. 3. 2 円形ケーブル断面モデルへの損傷力学的手法の適用	
4. 3. 3 円形ケーブル断面モデルを用いた解析に適用する構成式	
4. 4 平行線ケーブル実験結果を用いた解析手法の検証	6 4
4. 4. 1 解析手法の有限変位問題への拡張	
4. 4. 2 対象とする実験ケースと実験供試体のモデル化	
4. 4. 3 平行線ケーブル実験結果と解析結果の比較	
4. 5 結論	6 8
参考文献（第4章）	

## 第5章 超長大吊橋主ケーブルの応力解析に向けた局所解析方法の検討

5. 1 概説	7 1
5. 2 局所解析の対象とするケーブルバンドの決定方法	7 1
5. 2. 1 ケーブルバンド部のせん断力に着目した影響線	
5. 2. 2 影響線を用いたケーブルバンドの決定	
5. 3 超長大吊橋の全体解析と全体解析結果	7 3
5. 4 骨組要素を用いた局所解析方法の検討	7 5
5. 4. 1 トラス要素を用いた局所解析	
5. 4. 2 傾斜部を対象とした局所解析における温度変化量	
5. 4. 3 Euler はり要素を用いた局所解析	
5. 5 局所解析モデルにおけるケーブルバンドの設定	8 2
5. 6 直交異方性材料を対象とした有限要素解析への拡張	8 3
5. 6. 1 直交異方性材料の弾性構成式	
5. 6. 2 直交異方性材料の有限要素解析法	
5. 6. 3 拡張された解析コードの検証	
5. 7 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析	9 0
5. 7. 1 局所解析モデル設定上の仮定	
5. 7. 2 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析方法	
5. 7. 3 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析の検証	
5. 8 結論	9 7
参考文献（第5章）	

## 第6章 ケーブルバンド部における CFRP の強度評価と Hybrid cable の防食対策

6. 1 概説	1 0 0
6. 2 直交異方性材料の破損則	1 0 0
6. 2. 1 二次相関規準	
6. 2. 2 二次相関基準における強度パラメータの決定	
6. 2. 3 本研究で CFRP の強度評価に適用する破損則	
6. 3 CFRP に作用する応力の低減効果と破損則を用いた CFRP の強度評価	1 0 5
6. 4 Hybrid cable における鋼線と CFRP 間の防食対策	1 0 7
6. 5 結論	1 0 7
参考文献（第6章）	

## 第7章 結論

7. 1 研究成果の総括	110
7. 2 今後の展望と課題	112

## 謝辞

## 本研究に関する既発表論文

## 図表一覧

### 第1章

- Fig.1-1 Projects of ultra-long span suspension bridge in Japan
- Fig.1-2 Projects of ultra-long span suspension bridge in the world
- Fig.1-3 Relationships between stress and strain of materials
- Fig.1-4 Failures of CFRP cable at the vicinity of a cable band
- Fig.1-5 Concept of Hybrid cable

- Table 1-1(a) Highway bridges using FRP members
- Table 1-1(b) Foot bridge and so on by using FRP members

### 第2章

- Fig.2-1 Parallel wire cable subjected to tension and bending load
- Fig.2-2 Cross-section of the specimen
- Fig.2-3 Gauge and grip length of the test piece (Galvanized steel wire)
- Fig.2-4 Grip length and gluing position of the strain gauge (Wrapping wire)
- Fig.2-5 Test setup
- Fig.2-6 Gluing points of strain gauges on a cable band
- Fig.2-7 Gluing sections of strain gauges
- Fig.2-8 Measurement points of axial strain on steel wires
- Fig.2-9 Model for calculation of the bending experiment
- Fig.2-10 Model for calculation of actual bridge cables and the bending experiment
- Fig.2-11 Relationships between non-dimensional deflection and ratio of tension and bending stiffness
- Fig.2-12 Cross-section and side view of a cable band
- Fig.2-13 Steps in the tensile experiment
- Fig.2-14 Definition of bending angle  $\theta_b$
- Fig.2-15 Definition of the name of bending experimental case
- Fig.2-16 Gluing sections and points of strain gauges on wrapping wire
- Fig.2-17(a) Relationships between tension and wrapping strain (WSG1 and WSG8)
- Fig.2-17(b) Relationships between tension and wrapping strain (WSG6 and WSG7)
- Fig.2-17(c) Relationships between tension and wrapping strain (WSG4 and WSG5)
- Fig.2-18 Changes of total value of residual strain
- Fig.2-19 Relationships between bending load and displacement
- Fig.2-20(a) Distribution of deflection (C623S)
- Fig.2-20(b) Distribution of deflection (C623N)
- Fig.2-20(c) Distribution of deflection (A623N)
- Fig.2-20(d) Distribution of deflection (A1470N)
- Fig.2-20(e) Distribution of deflection (U623S)
- Fig.2-20(f) Distribution of deflection (U623N)
- Fig.2-21 Constitution of the secondary stress
- Fig.2-22 Distributions of the secondary stress in a wrapped cable
- Fig.2-23 Gluing sections and measurement points on the steel wire

- Fig.2-24 Relationships between the secondary stress and displacement  
 Fig.2-25 Notations for calculation of the secondary stress in an unwrapped cable  
 Fig.2-26 The secondary stress distributions

- Table 2-1 Dimensions of the specimen  
 Table 2-2 Mechanical properties of wires  
 Table 2-3 Non-dimensional deflection at existing experiments  
 Table 2-4 Non-dimensional deflection at actual bridge cables  
 Table 2-5 Non-dimensional deflection at present experiment  
 Table 2-6 Specimens and wrapping tensions  
 Table 2-7 Cases of the tensile experiment  
 Table 2-8 Cases of the bending experiment

- Photo 2-1 Grip equipment of the test piece  
 Photo 2-2 Wrapping construction

### 第3章

- Fig.3-1 Analytical cases and constitutions of the cross-section of main cable  
 Fig.3-2 Side view of a ultra-long span suspension bridge (ex. analytical case Type-s)  
 Fig.3-3 Side view of main cable located near tower saddle  
 Fig.3-4 Definition of rotation angle in the bending experiment  
 Fig.3-5 Definition of the name of bending experimental case  
 Fig.3-6 Relationships between bending load and rotation angle  
 Fig.3-7 Relationship between limit bending angle and effective tension of wrapping wire  
 Fig.3-8 Cable members and cable bands located vicinity of main tower  
 Fig.3-9 Live load of each suspension bridge  
 Fig.3-10 Analytical model with cable band of a ultra-long span suspension bridge and load condition  
 Fig.3-11 Definition of rotation angles of cable member and cable band  
 Fig.3-12 Distributions of relative rotation angle along the axial direction of main cable

- Table 3-1 Dimensions of ultra-long span suspension bridges and properties of members  
 Table 3-2 Non-dimensional parameter  $L_w/D$  in an actual, ultra-long span suspension bridge, and specimen by author  
 Table 3-3 Bending experimental cases, initial wrapping tension, cable tension and limit bending angle  
 Table 3-4 Dimensions of cable specimen and wrapping wire  
 Table 3-5 Effective wrapping tension of experimental cases on sliding between the wires  
 Table 3-6 Relative rotation angle between 1st. cable member and 1st. cable band

### 第4章

- Fig.4-1 Classification of nonlinear problems in finite element analysis  
 Fig.4-2 Motion of body in stationary Cartesian coordinate system  
 Fig.4-3 Outline of Newton-Raphson iterations in incremental analysis  
 Fig.4-4 Flowchart of finite displacement analysis  
 Fig.4-5 Analytical model of a 45-degree curved beam  
 Fig.4-6 Relationships between non-dimensional tip deflection and load parameter

- Fig.4-7 Analytical model of truss in one degree of freedom  
 Fig.4-8 Relationships between load and displacement (Snap-through problem)  
 Fig.4-9 Analytical model for the cross-section of parallel wire cable  
 Fig.4-10 Referential volume element  $V$  and damage variable  
 Fig.4-11 Damage of a bar under uniaxial tension  
 Fig.4-12 Analytical model of a rectangular parallel wire strand  
 Fig.4-13 Distributions of deflection for a rectangular parallel wire strand  
 Fig.4-14 Distributions of bending stress in the cross-section of a rectangular parallel wire strand (Anisotropic damage analysis)  
 Fig.4-15 Distributions of bending stress in the cross-section of a rectangular parallel wire strand (Isotropic damage analysis)  
 Fig.4-16(a) Cross-section of the specimen for experimental case C623N  
 Fig.4-16(b) Relation between the specimen and analytical model in the cross-section  
 Fig.4-16(c) Side view of the specimen for experimental case C623N (under loading of initial tension)  
 Fig.4-17 Analytical model for experimental case C623N  
 Fig.4-18 Relationships between load and displacement (comparison between bending experiment and FE analysis)  
 Fig.4-19 Distributions of deflection (comparison between bending experiment and FE analysis)  
 Fig.4-20 Bending stress distributions in each section (comparison between bending experiment and FE analysis)

- Table 4-1 Classification of nonlinear analyses  
 Table 4-2 Outline of analytical codes  
 Table 4-3 Accuracies of displacements at point-A  
 Table 4-4 Dimensions of a rectangular parallel wire strand and its analytical model  
 Table 4-5 Dimensions of experimental case C623N

## 第5章

- Fig.5-1 2-dimensional analytical model (Type-s) and definition of shear force acted on main cable  
 Fig.5-2 Influence lines for shear forces acted on main cable at cable bands (Type-H3)  
 Fig.5-3 Distribution of approximate shear force along the direction of bridge axis (Type-H3)  
 Fig.5-4 Locations of noticed cable bands in analytical cases  
 Fig.5-5 Definition of points-*a*, *b*, *c* and *d* in local analytical model  
 Fig.5-6 Local analytical model by using truss elements, its boundary and load conditions  
 Fig.5-7 Local analytical model and analytical method for inclined portion  
 Fig.5-8 Relationships between increment for live load and displacement at point-*b* (local analytical model by using truss element)  
 Fig.5-9 Local analytical model by using Euler's beam element, its boundary and load conditions  
 Fig.5-10 Distributions of cable tension along the axial direction of main cable of local and global analyses  
 Fig.5-11 Definition of principal axes and engineering stresses  
 Fig.5-12 Examples of monoclinic material  
 Fig.5-13 Example of orthotropic material  
 Fig.5-14 Definition of local coordinate system in finite elements of cable band and main cable  
 Fig.5-15 Analytical model of a CFRP ring subjected to inner pressure  
 Fig.5-16 Distributions of hoop stress along the circumferential direction  
 Fig.5-17 A solid subjected to the rigid rotation  
 Fig.5-18 Change of Cauchy stress in local coordinate system  
 Fig.5-19 Local analytical model by using circular cross-section model of main cable (Inclined portion)  
 Fig.5-20 Flowchart of local analysis by using circular cross-section model of main cable  
 Fig.5-21 Compulsory displacements in local analytical model  
 Fig.5-22 Principal axes in a CFRP

Fig.5-23 Cable and suspender tensions in local analytical model, and total displacement at point-*b*

- Table 5-1 Cable and suspender tensions and nodal coordinate of the global analysis under dead and live load
- Table 5-2 Dimensions of local analytical model by using frame elements
- Table 5-3 Cable and suspender tensions of local analysis by using truss element and their accuracies
- Table 5-4 Nodal displacement at point-*b* of local analysis by using truss element and their accuracies
- Table 5-5 Modified temperature change of each analytical case for inclined portion
- Table 5-6 Cable and suspender tensions of local analysis by using modified temperature change and their accuracies
- Table 5-7 Nodal displacements at point-*b* of local analysis by using modified temperature change and their accuracies
- Table 5-8 Cable and suspender tensions of local analysis by using Euler's beam element and their accuracies
- Table 5-9 Nodal displacements at point-*b* of local analysis by using Euler's beam element and their accuracies
- Table 5-10 Dimensions and mechanical properties of cable band and band-bolt in local analytical model
- Table 5-11 Dimensions of cable band and inner pressure in cable band
- Table 5-12 Mechanical properties of a CFRP ring
- Table 5-13 Displacements at point-*B* and *C* in a CFRP ring
- Table 5-14 Dimensions of each local analytical model by using circular cross-section model of main cable
- Table 5-15 Mechanical properties of each material in local analytical model
- Table 5-16 Apparent initial stress, compulsory displacement, temperature change, and so on in each analytical case
- Table 5-17 Cable and suspender tensions in local and global analysis under dead load and their accuracies
- Table 5-18 Cable and suspender tensions in local and global analysis under live load and their accuracies
- Table 5-19 Nodal displacements from dead load to live load at point-*b* and their accuracies

## 第6章

- Fig.6-1 AIAA Failure criteria survey response
- Fig.6-2 Definition of principal axis system and the strength
- Fig.6-3 Definition of principal axis system and the strength in three-dimensional space
- Fig.6-4 Normalized stress in each analytical case
- Fig.6-5 Maximum value of failure judgment in each analytical case
- Fig.6-6 Relation between local coordinate system and division of finite elements
- Fig.6-7 System of galvanic corrosion between CFRP and metals
- Fig.6-8 Cross-section of insulated steel wire
- Fig.6-9 Cross-section of insulated Hybrid cable

Table 6-1 Strength parameters of failure criteria

Table 6-2 Safety factor and allowable stress of CFRP

## 第1章 序論

### 1. 1 研究の背景

我国における、次期海峡横断道路プロジェクトでは、明石海峡大橋（主径間長 1991m）を上回る大規模な吊橋が必要とされている。そこでは、今まで本州四国連絡橋の建設で培われてきた技術を大きく革新する技術が必要とされるであろう。また、明石海峡大橋を上回る規模の吊橋として、メッシナ海峡を挟んでイタリア本土とシチリア島を結ぶメッシナ海峡大橋（主径間長 3300m）の建設が計画中である<sup>1,1)</sup>。これらの超長大吊橋を実現するには、まず、吊橋の成立条件である耐風安定性や耐震性の確保、設計や施工の信頼性が必要である。メッシナ海峡大橋は、4本の主ケーブルを明石海峡大橋に採用された 180 キロ級鋼線、主塔はグレートベルト橋と同様に主にコンクリートを用いて建設される予定であり、従来の吊橋を踏襲した形式を採用している。しかしながら、超長大吊橋を実現するためのもう一つの条件として、国民が納得できる建設費に見合った経済性が挙げられる。一般に、超長大吊橋を建設するには、自重を軽くすることが有効である。超長大吊橋はその自重を支えるために架けられているようなものであるから、軽ければそれだけケーブルを細くできる。主ケーブル、補剛桁、主塔など吊橋の主体部分には、既往の吊橋に用いられてきた材料よりも軽く、強く、安い材料や構造を使うことが望まれる<sup>1,2)</sup>。

既存の長大吊橋の実現を可能にした最大の要因は、平行線ケーブルの発明と、ワイヤに鋼線を用いることによる断面効率の良い高強度ケーブルの生産である<sup>1,3)</sup>。しかしながら、上記のような超長大吊橋を考えた場合、主ケーブルの自重の増加による適用限界長の制約は依然として解決すべき課題として残されている<sup>1,4),1,5)</sup>。吊橋主ケーブルに適用する材料に求められる機械的特性としては、引張強度と弾性係数が重要である<sup>1,6)</sup>。超長大吊橋の主ケーブルは、このような特性を保持しつつ、従来の鋼線にはない軽量性が求められる<sup>1,7),1,8)</sup>。そこで、航空・宇宙や機械分野等で利用実績の高い、プラスチックに炭素繊維やガラス繊維などを混入した、強化プラスチックを吊橋主ケーブルの素線に活用することが考えられる<sup>1,9),1,10)</sup>。これらは従来の鋼線と比較して極めて軽量であり、特に、炭素繊維強化プラスチック (CFRP) は、鋼材と比較して、単位体積重量が 1/5 と軽量であり、引張疲労強度と耐食性が高いうえに、高い引張強度と遜色のない引張弾性係数を有する画期的な素材である。しかしながら、せん断強度が低い、脆性材料である、電位差の異なる異種材と接触する場合に、両者間に水分が進入すると異種材が電食される、耐火性に劣るという短所も有する。また、材料コストが鋼材に比べて非常に高価であり、これまで、吊橋では、主ケーブル架設時のワイヤブリッジのストームロープに採用された実績<sup>1,11)</sup>のみが報告される。即ち、材料コストのみに着目すれば、超長大吊橋の実現のための重要な課題である経済性の向上に反する材料である。しかしながら、従来形式の吊橋では、主径間長の増大とともに主ケーブルの自重が指數関数的に増加し、特に、主径間長 2500m を超えると、主ケーブルの重量は上部構造全体重量の 50%以上を占めるようになる。このため、明石海峡大橋では、180 キロ級鋼線の採用と安全率を従来の吊橋よりも低く設定して主ケーブル断面を細くし、吊橋全体の鋼重を 3 万トン削減することに成功した<sup>1,2)</sup>。また、近年、既設吊橋の主ケーブルに腐食が認められている。したがって、超長大吊橋の主ケーブル材料に求められる機械的性質として、引張強度、弾性係数の向上が重要であるが、比強度が高く耐食性に優れた CFRP は、さらに上部構造全体重量が軽減でき、吊橋全体の製作と架設から維持管理に亘るコストの低下がもたらされることが期待できるため理想的である。

主ケーブル材料に CFRP を適用した超長大吊橋を考えた場合、CFRP の軽量性によって自重による復元力が低下するため耐風安定性の確保が問題となる。また、CFRP のせん断強度が低いため、ケーブルバンド部でのハンガー張力によるせん断力や、サドル部での側圧と曲げの作用に起因して CFRP が破損する可能性が懸念される<sup>1,12),1,13)</sup>。耐風安定性に関しては、自重による復元力の低下を補剛桁下に配置したサブケーブルのプレストレスで補い、さらに、ケーブル自重に比例する慣性モーメントの増加を抑えて、耐風安定性に影響するねじれ固有振動数を向上させるデュアル形式の吊橋<sup>1,14)</sup>が考案された。これまでに、大阪大学と武らとの共同研究<sup>1,14)~1,16)</sup>によって、CFRP を主ケーブルとサブケーブルに適用したデュアル形式の超長大吊橋（主径間長 3000m）の試設計と、試設計されたデュアル形式吊橋に対して耐風安定性の検討を行い、耐風安定性が確保できることが明らかにされてきた。また、鋼線を主ケーブルに適用した従来型の超長大吊橋（主径間長 3000m）と経済性を比較し、CFRP を主ケーブルに適用した超長大吊橋が成立可能であることも示された<sup>1,14)</sup>。一方、ケーブルバンド部での破損の問題に対しては、これまでに、CFRP より線ケーブルの吊橋主ケーブルへの適用性を実験的に検討した研究<sup>1,17)</sup>が報告され、そこでは、主ケーブルを構成する CFRP より線ケーブルに対して一面せん断実験<sup>1,18)</sup>を実施して、CFRP より線ケーブルの平均せん断強度が測定されている。また、平均せん断強度と主ケーブルの有効断面積から主ケーブルのせん断耐力を算出し、これがケーブルバンド部で作用するハンガー張力によるせん断力以下であることから、ケーブルバンド部でのせん断破損は問題ないとされている。しかしながら、ケーブ

ルバンド部で発生するせん断応力の集中など、主ケーブル断面内における応力の分布などを考慮した検討は行われていない。

## 1. 2 超長大吊橋の構想

21世紀において、我国では、新しい広域経済圏の基盤を形成するため、太平洋新国土軸に代表される新交通軸の必要性が議論されている。この新交通軸プロジェクトにより、全国各地において明石海峡大橋（主径間長 1991m）を上回る規模の超長大吊橋で海峡部を横断する構想が提唱されている<sup>1.4),1.19),1.20),1.21)</sup>。我国における超長大吊橋の構想を Fig.1-1 に示す。

また、世界的にも、これまで世界最大の支間長を誇っていたハンバー（Humber）橋（1410m）の記録を、20世紀末となる1998年に、明石海峡大橋、グレート・ベルト（Great Belt East）橋（1624m）が相次いで完成することで更新されることとなった。そして、これらの架橋経験は、今後の超長大吊橋の建設プロジェクトに反映され、建設計画がスタートしている。これらのプロジェクトには、主径間長 3000m を超える超長大吊橋である、メッシナ（Messina）海峡横断橋（3300m）<sup>1.7),1.22),1.23),1.24),1.25)</sup>、ジブラルタル（Gibraltar）海峡横断橋（3500m）<sup>1.26),1.27),1.28),1.29)</sup>、あるいはスンダ海峡横断橋（3300m）<sup>1.30)</sup>などを含んでおり、21世紀は主径間長 3000m の超長大吊橋の時代といわれている。海外における超長大吊橋の構想を Fig.1-2 に示す。以下に、これらのプロジェクトの詳細について述べる。

### ① 第2国土軸上の橋梁群

1987年、第四次全国総合開発計画で、伊勢湾広域幹線網、大阪湾環状交通体系、および四国・九州連絡交通体系が明記されて以来、第二国土軸構想推進の機運が高まった。1995年国土審議会計画部会は全国を4つの国土軸で構成する構想を提言し、1998年に第五次全国総合開発計画に盛り込まれた。従来の第二国土軸は太平洋新国土軸と名称を変えた。ここには、伊勢湾口・紀淡海峡および豊予海峡が含まれており、これらの地点に吊橋を建設するとなれば、それらの規模は、明石海峡大橋以上の規模となる 2500~5000m 級の超長大吊橋となる。また、東京湾横断道路を形成する東京湾港連絡橋、および北東国土軸には、津軽海峡大橋の構想も検討され始めた<sup>1.31)</sup>。

このうち、東京湾口、伊勢湾口、および紀淡海峡の吊橋の主径間長は 2500m 前後で、基本的には従来形式を踏襲しながら、経済性を追及するための新技術の採用が検討されている。

1995年1月には紀淡海峡大橋の工法案がまとめられた。斜めケーブル併用方式、クロスハンガー形式によるメインケーブルへの荷重軽減、翼型橋桁により耐風安定性を高めることなどが構造的特徴として挙げられる。しかし、しばしば台風の進路となることや、明石海峡よりも深い水深、早い潮流など、様々な問題が残っている。

これに対して、津軽海峡および豊予海峡の吊橋構想は、基礎設置水深が 100m 以上、かつ中央径間長が 2000~3000m 以上の多径間吊橋を要求され、ジブラルタル海峡横断橋などと同様にこれまでの吊橋の概念と異なる新技術、新工法の開発が必要である。

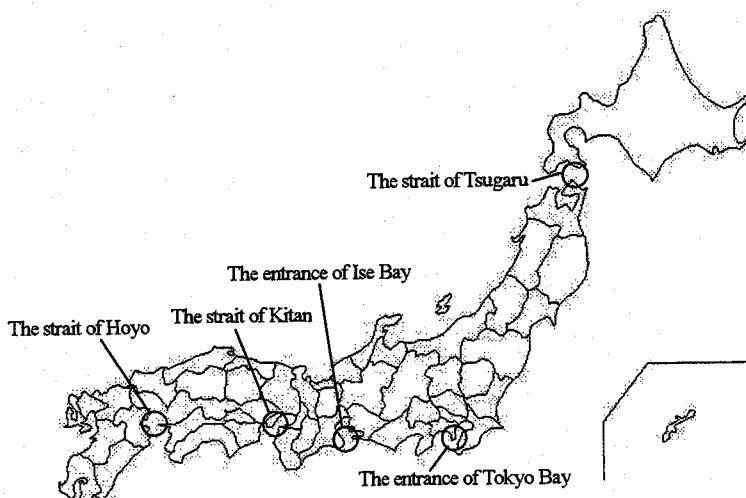


Fig.1-1 Projects of ultra-long span suspension bridge in Japan

### ② メッシナ海峡横断橋（イタリア）<sup>1.1)</sup>

イタリア半島の先端とシチリア島の間の海峡を結ぶ道路鉄道併用橋である。1968年に海峡を吊橋で結ぶ計画設計が公募され、1981年にメッシナ海峡公団が設立された。海峡中央部に橋脚をもつ 2 連スパン橋梁案、単一スパン橋梁案

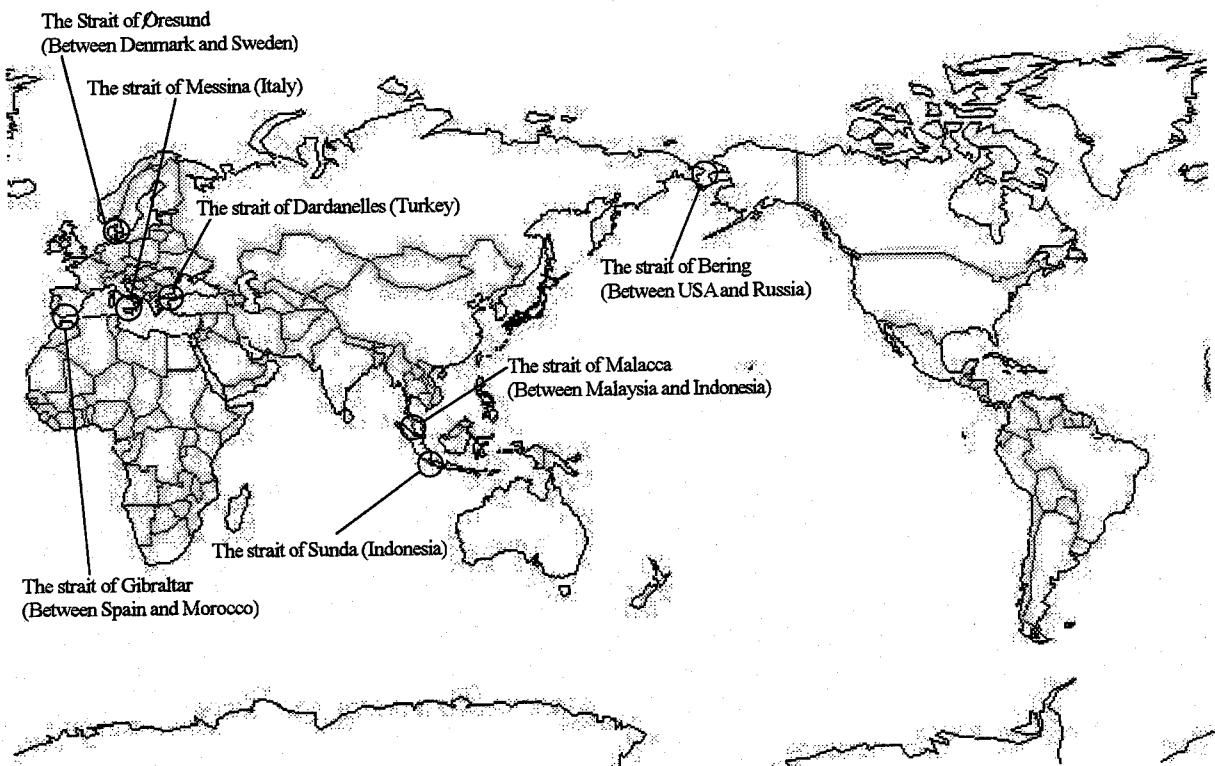


Fig. 1-2 Projects of ultra-long span suspension bridge in the world

など各種の提案がなされていたが、1992年に、中央径間 3300m、側径間は本土側で 810m（うち、吊り区間 180m）、シチリア島側で 960m の橋長 5070m の 3 径間連続補剛吊橋が最終設計案として提示された。主ケーブルは片側吊材構面あたり 2 本で構成され、主ケーブル材には明石海峡大橋に採用された 180 キロ級鋼線が採用される。また、幅員 60.4m、ケーブル間隔 52m と既設吊橋に比べ間隔を広くとり、ねじれ剛性の向上によるケーブル復元力に期待している。さらに、空力特性を高めるため、補剛桁は航空機翼のような形をした断面形状をしており、鋼製ボックスを 3 本並べ、その間を横桁で支持する多箱桁法を用いてエアスロットを設け、桁端の高欄には耐風対策として大きなフランップを設けているという斬新な構造的特徴を持つ。完成すれば、現在、道路橋として世界最長の支間長を有する明石海峡大橋、および道路鉄道併用橋として世界最長の支間長を有する南備讃瀬戸大橋（主径間長 1100m）の記録を同時に塗り替えることとなる。さらに、主径間長 3300m は 180 キロ級鋼線を主ケーブルに適用した吊橋の限界支間長に近い。

### ③ ジブラルタル海峡横断橋（スペイン—モロッコ）

ヨーロッパ大陸とアフリカ大陸を陸路で結ぶジブラルタル海峡連絡計画は、20世紀初頭からトンネルまたは橋梁の構想が発表されてきたが、1979年に、正式にスペインとモロッコ間の国際協定に基づいて開始され、両国に設立された調査公社で、トンネルと橋梁の両案についての検討作業が進められている。この海峡は水深が大きく、その最深部は約 15km 続くため、明石海峡大橋のような設置式の基礎構造の建設は困難で、これまでの構想は海底にケーブルなどで係留したセミサブの基礎構造上に主塔を建設し、中央径間長 3000m から 5000m 級の吊橋で結ぶ多径間吊橋案、斜張橋と吊橋との複合橋梁案、新素材の軽量・高強度ケーブルの開発による長大吊橋案などが提案されている。それぞれの構想の技術的可能性と経済性についての調査が進められており、橋梁案は中長期的事業に位置付けて技術的検討を継続し、その実現を図ることとなっている。

## 1. 3 FRP の概要

Fibre Reinforced Plastic (FRP) は、繊維強化プラスチックという文字通り、樹脂中に繊維を混入して強化した材料であり、強化繊維には、炭素繊維、アラミド繊維やガラス繊維等が用いられ、さらに、それぞれの繊維も原料や製造方法の違いによって数種類に分類される。例えば、炭素繊維は、原材料として石油ピッチを原材料とするピッチ系とポリアクリルニトリルを原料とする PAN 系が挙げられ、前者は弾性係数、後者は引張強度が卓越する。一方、樹脂は熱硬化性樹脂と熱可塑性樹脂に大別され、前者では、不飽和ポリエステル樹脂、エポキシ樹脂やポリイミド樹脂等が、後者で

は、塩化ビニル樹脂、ポリエチレンやポリアミド等がそれぞれ代表的なものとして挙げられる。これらは、繊維との付着性や使用性が最も良好なものが用いられる。一般には、前者を樹脂に用いたFRPが広く用いられ、後者は特にFRTPと呼ばれ、区別されることもある。また、FRPは強化繊維の種類に応じ、強化繊維に炭素繊維(Carbon fibre)を用いたものをCFRP、アラミド繊維(Aramid fibre)を用いたものをAFRP、ガラス繊維(Glass fibre)を用いたものをGFRPなどと細分している。さらに、FRPは、強化繊維を一方向に連続的に配置したラミナ、強化繊維のある一定の長さに切断して樹脂中に分散させたショッップドストランドマット、予め、長繊維を織って樹脂中に含浸させたロービングクロス、ニットファブリックなど、強化繊維の配置方法によって分類され、それぞれで強化機構や力学的特性が異なる。即ち、強化繊維の配置方法など強化形態によって自由に設計が可能な画期的材料であり、Taylor madeな材料とも呼ばれる。FRPの基本的な機械的特性を比較するため、高強度タイプ(HT系)CFRP、高弾性タイプ(HM系)CFRP、AFRP、GFRP、明石海峡大橋のケーブル素線として採用された高強度鋼線(ST1770)および一般構造用鋼材(SM490Y)の応力とひずみの関係をFig.1-3に示す。なお、Fig.1-3において、FRPは全て一方向連続繊維強化ラミナであり、繊維配向方向の応力とひずみの関係を示している。Fig.1-3より、CFRPの弾性係数はその他のFRPの弾性係数に比べて高く、鋼材とほぼ同等かそれ以上である。また、HT系のCFRPはST1770より引張強度が高いこと、およびいずれのFRPも明らかな降伏点が無く脆的に破壊する。即ち、破断伸びの小さい脆性材料であることが分かる。このような機械的特性を考えれば、高強度や高弾性の要求される構造部材としてCFRP、一般構造用鋼材以上の強度で弾性係数の低さが許容される構造部材としてGFRPは魅力的である。

#### 1. 4 FRP の橋梁主部材への適用に関する現状

FRPは、1. 3節で述べた機械的特性に加えて、これまで土木構造材料の主流を占めてきた、鋼材やコンクリートに軽量性や耐食性の点で優ることから、現在、土木構造材料として注目される新素材の1つである。既に、航空宇宙機体、自動車部品、釣り竿などのレジャー用品、ゴルフのクラブやテニスラケットなどのスポーツ用品、水槽や浄化槽などの圧力容器等、航空宇宙工学、機械工学、あるいは材料工学等の分野で使用実績がある。一方、我国の土木工学の分野では、これまで、建設材としてFRPを使用する際の設計基準が確立していなかったため、建設材としての利用が限定されてきた面がある<sup>1,32)</sup>。このため、平成8年度に土木学会から制定された「連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針(案)<sup>1,33)</sup>により、PC橋梁上部構造の緊張材や橋梁の補修・補強の際の補強材として使用されるようになってきたが、目下のところ、グラウンドアンカー、PCやRCの鋼線や補強筋の代替としての使用が大半であり、橋梁主部材としての使用実績は少ないのが現状である。しかしながら、近年、独立行政法人土木研究所を中心に、FRPを橋梁主部材に適用する際の設計基準を確立するための基礎的な検討が続けられており<sup>1,34)~1,38)</sup>、その成果として、2000年には、上部工の殆どがFRP部材で製作された歩道橋が沖縄県に建設されている<sup>1,39)</sup>。また、海外では、橋梁主部材としてのFRPの利用がさらに積極的であり、米国、欧州等で小規模橋梁の床版や桁等の部材として利用され、その設計・施工方法等に関する報告が発表されており<sup>1,40)~1,83)</sup>、既に、FRPを橋梁主部材に適用した道路橋や歩道橋も建設されている。橋梁主部材にFRPを適用して建設された道路橋、あるいはその他の橋梁について、橋梁名、竣工年、架設場所、構造形式、およびFRPの適用箇所等について文献調査した結果をそれぞれTable 1-1に示す。なお、Table 1-1は試験施工された橋梁も含み、橋梁名が不明である場合は“”囲んで示した。また、文献1.66)と1.67)、および1.79)と1.80)はそれぞれゴルフ場のカート、および5tfの除雪車と救急車の通行は可能であるが、通常は歩道橋として利用されるためその他の橋梁と見なした。

文献調査の結果では、FRPの橋梁主部材への適用性に関する研究が始まったのは1990年頃からであり、発表論文の件数は米国が最も多く、FRPを橋梁主部材に適用した橋梁の施工実績が最も多いのも米国である。

Table 1-1より、FRPを橋梁主部材に適用した橋梁種別を比較すると、歩道橋が最も多く、次いで道路橋、桟橋の順である。また、老朽化した橋梁の架け替えや部材の取り替えに適用するという試験的な意味合いが強いため、これらの支間長は10m以下である場合が殆どであるが、施工実績が増加し信頼性が高まっているため、年々支間長は増大しているようである。さらに、橋梁主部材としての利用が最も多いのはGFRPであり、次いでCFRP、AFRP(ケブラを強化繊維とするFRPも含む)の順である。GFRPの利用が多い理由としては、CFRPやAFRPに比較して安価であることと、採用実績の多いことが挙げられるが、一方で弾性係数が鋼材の約1/10と非常に低いため、応力よりもたわみ制限

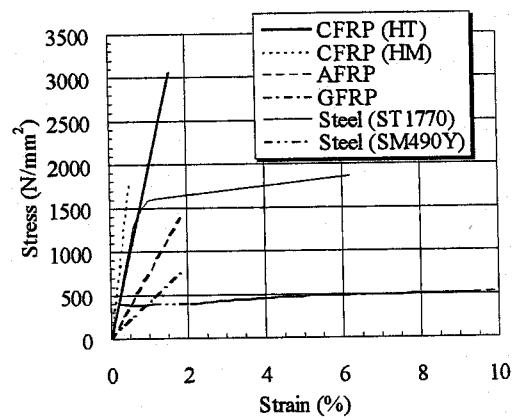


Fig. 1-3 Relationships between stress and strain of materials

<sup>1,32)</sup>このため、  
<sup>1,33)</sup>により、  
<sup>1,34)~1,38)</sup>、  
<sup>1,39)</sup>。また、海外では、  
<sup>1,40)~1,83)</sup>、  
<sup>1,66)と1.67)</sup>、  
<sup>1.79)と1.80)</sup>はそれぞれゴルフ場のカート、  
および5tfの除雪車と救急車の通行は可能であるが、通常は歩道橋として利用されるためその他の橋梁と見なした。

Table 1-1(a) Highway bridges using FRP members

Name of bridge	Completion years	Location of bridge	Type of structure and so on	Member applied FRP	Ref.
Historic bridge in Nebraska	1960～	Nebraska, USA	Honeycomb panel	Deck	1.47
Second Severn Crossing	1960s	Severn River, England and Wales, UK	U-shaped FRP	Drain channel	1.48
"Moduled vehicular bridge"	Uncertain	Philadelphia, USA	Uncertainty	All members	1.49
Bonds Mill Lift Bridge	Uncertain	England, UK	Uncertainty	All members	1.50
Bow Meadow Bridge	1995	Lake Crescent, Washington, USA	X-braced truss	Support frame	1.51
INEEL	1995	Idaho Falls, Idaho, USA	U-shaped FRP, rectangular pipe and laminate	Deck and girder	1.52
Winterthur Bridge	1996	Winterthur, Switzerland	Cable stayed bridge	Stay cable	1.53
Laurel Lick Bridge	1997	Lewis Country, West Virginia, USA	H-shaped FRP deck	Deck and beam member	1.54 and 1.55
"The West Virginia FRP composite bridge"	1997	West Virginia, USA	H-shaped FRP deck	Deck, girder and support pile	1.56
Magazine Ditch Bridge	1997	Delaware, USA	1 span simple support bridge	Deck	1.57
Tom's Creek Bridge	1997	Blacksburg, Virginia, USA	1 span simple support bridge	Girder	1.58 and 1.59
TECH21	1997	Route 128, Butler country, Ohio, USA	U-shaped FRP, rectangular pipe and laminate	Deck and girder	1.60
Wickwire Run Bridge	1997	West Virginia, USA	H-shaped FRP deck	Deck	1.55 and 1.61
Russel County Bridge	Uncertain	Russel County, Kanzas, USA	Honeycomb panel	All members	1.62
The Mckinleyville Bridge	Uncertain	Mckinleyville, West Virginia, USA	3-span continuous bridge	Reinforcement in the concrete deck	1.63
Kings Stormwater Channel Bridge	2000	Salton Sea, California, USA	2-span continuous bridge (Concrete-filled FRP shell)	Deck, girder and pier	1.64
I-5/Gilman Advanced Technology Bridge	2003	University of California, San Diego campus, California, USA	Cable stayed bridge (Concrete-filled FRP shell)	Deck, girder, pilon and stay cable	1.64

が設計上クリティカルとなることも特徴である。したがって、GFRP を桁や床版に適用した橋梁は、支間長を短くするか桁高を大きくとるのが有効であり、橋梁形式としては斜張橋<sup>1.66),1.67),1.77)～1.80)</sup>やトラス橋<sup>1.51),1.65),1.68),1.72),1.76),1.82)</sup>の採用が多い。なお、桁橋も採用されるが、支間長の短い場合<sup>1.47),1.54)～1.59),1.61),1.62)</sup>を除けば剛性の確保できる箱桁形式が採用され<sup>1.52),1.60)</sup>、それでもなお剛性の不足する場合には、PC との合成構造<sup>1.57)</sup>やフィラメントワインディング成形した CFRP パイプにコンクリートを充填した桁を採用する場合<sup>1.64)</sup>もある。

ところで、FRP の代表的な製造方法として、型の上に繊維を配置して樹脂をハケ等で含浸させながら必要な厚さまで積み重ねて硬化させるハンドレイアップ法、ロービングを円筒型の周囲に樹脂を含浸させながら巻きつけて樹脂の硬化後に脱型するフィラメントワインディング法、あるいは、連続的にロービングやマット等に樹脂を含浸させた後に I 型やアンダル型のダイスに挿入して加熱硬化させ連続的に引抜成形を行う引抜成形法等が挙げられる。橋梁主部材に適用する FRP は、これらのうち長尺の製品を安価に大量生産できる引抜成形法によって製造された引抜成形材の利用が多く、必要な長さに切断して部材とする。また、その断面形状は、斜張橋の桁には矩形や I 型断面、トラス橋の弦材や斜材等には I 型、H 型やチャンネル型断面、および箱桁には矩形、I 型断面を接合して閉断面としたダブル I 型断面等が採用されることが多いようである。さらに、FRP 製の床版を有する橋梁も建設されており、床版には GFRP や CFRP を積層した積層板でコアを挟み込んだサンドイッチパネルが用いられることが多く、コアには GFRP 製のハニカム構造<sup>1.47),1.54)～1.57),1.61),1.62)</sup>、矩形や台形断面のパイプが用いられることが多い<sup>1.52),1.60),1.64),1.67),1.70),1.71),1.77),1.78)</sup>。なお、道路橋の FRP 製の床版では、輪荷重による応力集中に伴うせん断力が直接的に FRP に作用するのを回避するため、サンドイッチパネル上にレジンコンクリートを打設する、あるいは木材を敷き並べるなどの措置がとられる。

さらに、Table 1-1 には、斜張橋のステイケーブル<sup>1.53),1.64),1.66),1.67),1.77)～1.80)</sup>、吊橋の主ケーブルとハンガーロープ<sup>1.75)</sup>、あるいは外ケーブル補強された GFRP 製のトラス橋<sup>1.68)</sup>の外ケーブルに FRP を用いた事例を示しているが、ケーブル材に適用する FRP は、橋梁の規模が小さい場合<sup>1.79),1.80)</sup>を除けば CFRP<sup>1.53),1.66),1.77),1.78),1.83)</sup>や AFRP<sup>1.42),1.67),1.68)</sup>が多用される。これは、Fig.1-3 から明らかなように、GFRP に比較して CFRP や AFRP が剛性や強度の点で有利であることが考えられ、し

たがって、現状では、吊橋主ケーブルに適用する FRP としては CFRP が最も相応しいと判断される。なお、本研究で文献調査を行った結果、FRP を主ケーブルに適用した吊橋として文献 1.75)が報告される。これは、米国、ケンタッキー州のジョンソン群レビサフォークに架かる老朽化した歩道橋の架け替えに伴い建設された、主径間長約 64m および側径間長約 32m の 3 径間連続吊橋形式の歩道橋であり、部材は主ケーブルも含めて全て GFRP の引抜成形材を採用している。文献 1.75)では、吊橋全体の設計は弾性理論を用い、桁と主塔の有限要素解析と破損則を用いた強度評価、および主塔の座屈解析結果が報告されるが、主ケーブルのハンガーロープ接続部での破壊については全く触れられていない。これは、全ての部材を GFRP としたため、部材に生ずる応力よりもたわみが問題となつたこと、歩道橋であるため活荷重の小さいことが考えられる。なお、本研究で調査を行った範囲では、文献 1.75)を除いて、主ケーブルに FRP を適用した吊橋の建設に関する報告はない。

Table 1-1(b) Foot bridge and so on using FRP members

Name of bridge	Type of bridge	Completion years	Location of bridge	Type of structure and so on	Member applied FRP	Ref.
Longspan Prestek™ (E. T. Techtonics Inc.)	Footbridge	1990s	San Francisco, USA	FRP member (Channel and hollow section)	All members	1.65
Konaji Bridge	Pedestrian and vehicular bridge	1992	Iwafuna-town, Tochigi pref., Japan	Cable stayed bridge	Stay cable	1.66
Aberfeldy Footbridge	Footbridge	1992	Aberfeldy, Scotland, UK	Cable stayed bridge	All members	1.67
Longspan Prestek™ (E. T. Techtonics Inc.)	Footbridge	1994	Olympic National Park, Port Angeles, Washington, USA	Prestressed truss (Channel and hollow section)	All members except deck	1.68
"Public pier"	Pedestrian pier	1994	Huntington Beach, California, USA	Simple girder	Deck	1.69
"US Navy test pier"	Pier	1994	Port Hueneme, California, USA	Simple girder (Hollow section)	Deck	1.70
"Foot bridge in West Virginia Univ."	Footbridge	1990s	West Virginia University, USA	FRP member (Channel and hollow section)	Deck and girder	1.71
Longspan Prestek™ (E. T. Techtonics Inc.)	Footbridge	1995	Haleakala national park, Maui, Hawaii, USA	FRP member (Channel and hollow section)	All members	1.72
"Pedestrian pier"	Pedestrian pier	1995	Bar Harbor Yacht Club, Maine, USA	3-span continuous bridge	Super structure	1.73
"Pedestrian bridge in a park"	Footbridge	Uncertain	Sea life park, Hawaii, USA	I-shaped FRP	Girder	1.74
Levisa Fork Bridge	Footbridge	Uncertain	Jenson County, Kentucky, USA	Suspension bridge (Pultruded FRP member)	All members	1.75
Work platform for nuclear power plant	Work platform	Uncertain	Oyster Creek Nuclear Power Plant, New Jersey, USA	Pratt truss (Pultruded FRP)	All members	1.76
"Cable stayed foot bridge"	Footbridge	1996	Tsukuba city, Ibaragi pref., Japan	Cable stayed bridge (Pultruded FRP)	All members	1.77 and 1.78
Kolding Bridge	Footbridge	1997	Kolding, Denmark	Cable stayed bridge (Pultruded FRP)	All members	1.79 and 1.80
The Mooring Construction at Harlingen	Footbridge	1997	Harlingen, Netherlands	Simple girder	All members	1.81
Pontresina Bridge	Footbridge	1997	Pontresina, Switzerland	Truss bridge (Pultruded FRP member)	All members	1.82
Herning Footbridge	Footbridge	1999	Herning, Denmark	Cable stayed bridge	Stay cable and post-tensioning tendon and reinforcement in deck	1.83

## 1. 5 研究の目的

世界各地に構想される超長大吊橋を実現するには、社会的なコンセンサスを得る必要があるため、経済的で合理的な構造形式が要求される。しかしながら、このような構造形式の超長大吊橋を実現するためには、既往の技術の延長では対応しきれない問題がある。例えば、既往の主ケーブル材料である鋼線を超長大吊橋の主ケーブルに適用すると、主ケーブルの自重のみならず吊橋全体の自重が増大するほか、部材の輸送・架設等に要するコストも増大するため不経済となる。主ケーブルの安全率の低減やさらなる高強度鋼線の開発により、主ケーブル断面を細くすることで対応できる可能性も残されるが、米国における既設吊橋の主ケーブル鋼線に腐食による破断が報告されること<sup>1,84),1,85),1,86)</sup>や遅れ破壊の問題を考えれば、超長大吊橋主ケーブルの安全率を明石海峡大橋（安全率 2.2）よりもさらに低く設定するのは相当の検討が必要であることが想定される。また、現在、量産が可能なのは  $2000\text{N/mm}^2$  級（200 キロ級）の高強度鋼線までとされる<sup>1,87),1,88)</sup>。したがって、現状で量産可能な高強度鋼線以上の引張強度と、鋼材とほぼ同等の弾性係数を保持しつつ、軽量性と耐食性に優れた主ケーブル材料が必要である。

以上の背景から、従来の鋼線に比べて、高い引張強度とほぼ同等の弾性係数を有しながら軽量性と耐食性に優れた、PAN 系の炭素繊維とエポキシ樹脂を用いて製作される、一方向連続繊維強化 CFRP ロッドを超長大吊橋の主ケーブル材料に適用することに着目した。なお、本論では、一方向連続繊維強化 CFRP ロッドを CFRP と称することにする。しかしながら、CFRP はせん断強度が低く、Fig.1-4 に示すように、ケーブルバンド部において、活荷重時のハンガー張力によるせん断力に起因した破損が懸念される。そこで、従来の鋼線が有する高いせん断強度と CFRP の軽量性という互いの長所を引き出すことにより、ケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力の低減効果と、経済性の確保に期待した主ケーブル構造を考案した。これは、Fig.1-5 に示すように、ケーブルバンドを介してハンガー張力によるせん断力の直接的な作用を受ける、主ケーブルの外郭へ軽量性に影響を及ぼさない範囲で鋼線、その内部に CFRP を配置したハイブリッド構造の Hybrid cable である。また、超長大吊橋に鋼製ケーブルバンドの採用を考えた場合、CFRP と鋼製ケーブルバンド間に比べて鋼線と鋼製ケーブルバンド間の摩擦係数が高いため<sup>1,17)</sup>、ケーブルバンドのすべり耐力が大きく、ケーブルバンド長を短くすることで、製作・架設コストの削減と補剛桁架設時の二次応力の低減も期待できる。

超長大吊橋の主ケーブルに Hybrid cable を適用することによる、CFRP に作用するせん断応力の低減効果を把握するためには、活荷重時において、ケーブルバンド部の主ケーブル断面内に生ずる応力の分布を調査する必要がある。主ケーブル断面内の応力分布は、吊橋全体系を対象とした立体骨組有限変位解析に通常用いられるトラス要素などの構造要素では、主ケーブルを一本の直線部材と捉えるため把握できない。したがって、3 次元的な応力分布を把握することが可能な連続体有限要素で主ケーブルを離散化した有限要素解析が必要となる。しかしながら、主ケーブルを連続体要素で離散化した有限要素解析では、構造要素を用いた解析とは異なり、微視的に主ケーブルを捉えるため、多数の素線を平行に束ね、ワイヤラッピングによってある程度締め付けられた主ケーブルの力学的、構造的な特徴をどのように表現するかが問題となる。主ケーブルの力学的な特徴として、主ケーブルの幾何剛性やハンガー張力の作用によって発生する可能性を有する素線間すべりが挙げられる。また、構造的な特徴として、素線間に多数の空隙を有することが挙げられる。これらの特徴を連続体有限要素を用いた解析でどのように表現するか検討するためには、まず、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド近傍における力学的な挙動を解明する必要がある。さらに、ケーブルバンド部において CFRP

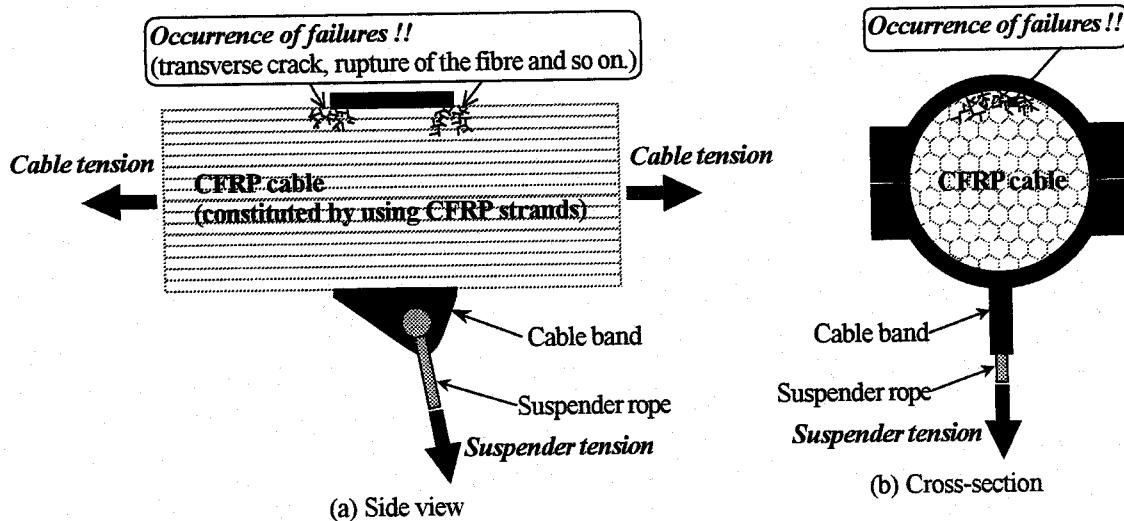


Fig.1-4 Failures of CFRP cable at the vicinity of a cable band

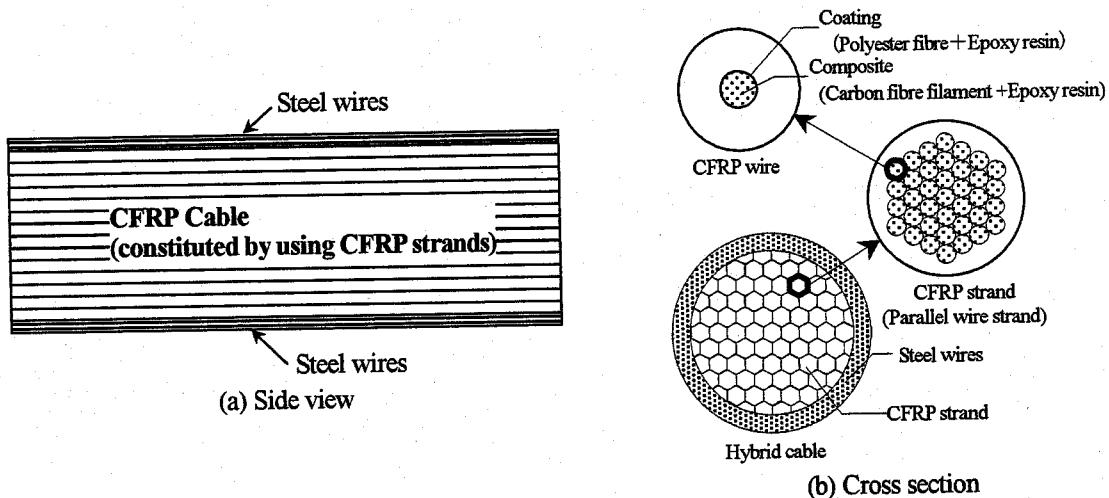


Fig. 1-5 Concept of Hybrid cable

に作用するせん断応力の低減効果を把握する場合には、ケーブルバンド部はハンガー張力によるせん断力のほかに、ケーブル張力も作用する多軸応力状態にあることを考慮した強度評価が必要となる。

以上の観点から、本研究では、活荷重時において、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルに生ずる応力を有限要素解析により把握することを目的として、まず、吊橋のケーブルバンド近傍における主ケーブルの力学的な状況を再現した実験を実施することで、ケーブルバンド近傍の主ケーブルの力学的な挙動を解明し、ワイヤラッピングが施された主ケーブルのケーブルバンド近傍に発生する可能性のある素線間すべりについて検討した後に、主ケーブルの力学的、構造的な特徴を表現することの可能な有限要素解析手法と有限要素解析モデルを考案する。しかしながら、連続体有限要素を使用した解析モデルでは解析効率が問題となる。そこで、局所的にケーブルバンド近傍の主ケーブルに着目した効率的な解析方法について検討した上で、考案した有限要素解析手法と有限要素解析モデルを用いて、ケーブルバンド近傍における主ケーブルの応力解析を実施する。最終的に、**Hybrid cable** を構成する鋼線の断面積を変化させた場合に CFRP に作用するせん断応力の低減効果を比較し、破損則を用いた強度評価を実施することで、ケーブルバンド部における CFRP のせん断破損に対して **Hybrid cable** が有効であることを示す。

## 1. 6 本論文の構成

本論文は、7章で構成されており、それぞれの内容を以下に要約する。

第1章では、本研究の研究背景を示し、世界各地に構想される超長大吊橋の概要、およびFRPの概要とFRPの橋梁主部材への適用状況について調査を行い、現状では、超長大吊橋の主ケーブル材料としてPAN系のCFRPが最も適用性の高いことを示した。また、超長大吊橋の主ケーブルに**Hybrid cable**を適用するに至った経緯と研究の目的について述べた。

第2章では、ケーブルバンド近傍における主ケーブルの力学的な挙動の解明と、ケーブルバンド部における素線間すべりの発生を検討するために実施した、平行線ケーブルの力学挙動に関する実験結果とその考察について述べる。実験では、鋼線で断面構成した平行線ケーブルを供試体として用い、吊橋の主ケーブルと力学的な効果が同等となるようにケーブル張力とワイヤラッピングの締め付け力を設定した。また、実験パラメータとして、ケーブル張力と、ハンガーパーク張力の作用によって主ケーブルに生ずる回転角度に相当する曲げ角度を設定した。さらに、実験では、ケーブル張力の載荷によるラッピングワイヤの挙動に着目した引張実験と、曲げ載荷時の平行線ケーブルの力学的な挙動の把握を目的とした曲げ実験を実施し、実験結果を簡易的な計算結果と比較することにより、平行線ケーブルの力学的な挙動について考察した。

第3章では、第2章で述べた実験結果に基いて提案した、主ケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりの発生を判定する推定式と、推定式を用いた超長大吊橋ケーブルバンド部における素線間すべりの発生に関する検討について述べる。推定式は、活荷重時のケーブル張力の変動に起因したワイヤラッピングによる締め付け力の変化が考慮でき、実用性を考慮して、吊橋全体系を対象とした骨組解析から容易に素線間すべりの発生が推定できる式とした。また、本研究でCFRPの主ケーブルへの適用性を比較・検討するために試設計した超長大吊橋について述べた上で、これらの超長大吊橋に対して骨組解析を実施する。さらに、これらの骨組解析で得られた解析結果に対して、提案した推定式を用

いることにより、本研究で対象とする超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの発生を検討する。

第4章では、活荷重時における、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルを連続体有限要素でモデル化した有限要素解析を実施するにあたって考案した、平行線ケーブルの力学的、構造的な特徴が考慮できる有限要素解析手法と有限要素解析モデルについて述べる。主ケーブルを離散化するのに用いる連続体有限要素には、ケーブルの曲線形状を精度良く表現できる2次のアイソパラメトリック連続体有限要素を採用し、解析手法として、主ケーブルの幾何剛性の評価と有限変位挙動に対応するため、Updated Lagrangian formulationに基づく有限変位解析を採用した。また、解析効率を考慮した主ケーブルの有限要素解析モデルとして、平行線ケーブルの外径を直径とする見かけの円形断面を連続体有限要素で離散化した円形ケーブル断面モデルを考案し、この解析モデルで問題となる平行線ケーブル内の空隙を考慮するため、連続体内部の分布空隙の評価が連続体力学の枠内で展開できる損傷力学に着目し、円形ケーブル断面モデル内の空隙による剛性の低下と、実質断面に作用する応力を評価する解析手法を考案した。さらに、これらの考案した解析手法と解析モデルの妥当性を第2章に示した実験結果を用いて検証し、素線間すべりを生じない平行線ケーブル構造に適用できることを示す。

第5章では、第4章で考案した解析手法と解析モデルを用いて、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部における応力解析を効率的に実施するため、ケーブルバンド近傍の主ケーブル局所系を対象として、吊橋全体系の挙動を再現することを目的とした局所解析手法、CFRPに対して連続体有限要素を適用する場合に問題となる直交異方性に対応するため、直交異方性材料を対象とした有限要素解析法への拡張、および拡張された有限要素解析コードと円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析について示す。まず、局所解析の対象とするケーブルバンドを決定するために用いた、ケーブルバンド部で主ケーブルに作用するせん断力の影響線と、局所解析の入力データや局所解析の検証に必要となる、吊橋全体系に着目した全体解析結果について示す。また、局所解析の対象とするケーブルバンド近傍を骨組要素を用いてモデル化した局所解析を実施し、局所解析結果を全体解析結果と比較することで、基本的な局所解析方法について検討する。次に、直交異方性材の弾性特性と有限要素解析法について述べ、有限要素解析コードを直交異方性材を対象として拡張し、その妥当性を検証する。また、この有限要素解析コード、円形ケーブル断面モデルと局所解析手法を用いて、活荷重時のケーブルバンド部を対象とした局所解析を実施し、解析結果を全体解析と比較することでこれらの妥当性を検証する。

第6章では、第5章で得られた局所解析結果を用いて、Hybrid cableの採用によるCFRPに作用するせん断応力の低減効果とCFRPの強度評価について述べる。まず、CFRPに代表される繊維強化プラスチックの破損則について概要を述べ、第5章に示した局所解析結果に対して、Hybrid cableとして超長大吊橋主ケーブルにCFRPを適用した場合のケーブルバンド部でCFRPに作用するせん断応力の低減効果と、破損則を用いた強度評価について考察を加えた。また、Hybrid cableを適用する場合に新たな問題となる、CFRPと鋼線間の電食の問題について、その防食対策にも言及した。

第7章では、本研究で得られた知見を取り纏め、今後の展望と課題について述べる。

## 参考文献（第1章）

- 1.1) <http://www.strettodimessina.it/index.html>
- 1.2) 福井幸夫：新素材をケーブルに使用した超長大吊橋の構造検討、海峡横断、Vol.14, pp.19-22, 1998.
- 1.3) 富樫凱一：わが国における長径間吊橋の計画に関する研究、土木学会論文集、Vol.379, pp.1-16, 1988.
- 1.4) 横山功一：海峡横断プロジェクトを支える橋梁技術の動向、土木学会論文集、Vol.546, pp.1-12, 1996.
- 1.5) 三田村武、中井 博、渡邊英一、杉井謙一：橋梁用ケーブルの最近の話題と展望、土木学会論文集、Vol.444, pp.97-106, 1992.
- 1.6) 高橋稔彦、樽井敏三、今野信一：橋梁ケーブル用  $180\text{kgf/mm}^2$  ワイヤの開発、鋼構造論文集、第1巻4号, pp.119-126, 1994.
- 1.7) Diana, G et al : Aerodynamic Design of Very Long-Span Suspension Bridges, IABSE Symposium, Kobe, Japan, pp.115-128, 1998.
- 1.8) Head, P. : High Performance Structural Materials, Advanced Composites, IABSE, pp.301-317, 1996.
- 1.9) 日本鋼構造協会：新素材の構造部材への適用調査、JSSC テクニカルレポート No.23, pp.131-181, 1993.
- 1.10) Meier, U. : Carbon Fiber-Reinforced Polymers, Modern Materials in Bridge Engineering, SEI, pp.7-12, 1992.
- 1.11) 北条哲男、山崎伸介、平野信一：炭素繊維ロープを用いた来島大橋キャットウォーク構造、土木学会年次講演会、I-A276, pp.550-551, 1997.

- 1.12) 今野信一, 聖生守雄, 高橋稔彦, 竹田敏和: 超長大吊橋ケーブルに関する検討, 本州・北海道架橋シンポジウム論文集, pp.167-184, 1996.
- 1.13) 徳光 卓, 桶野勝巳, 丸山久一, 瞳好宏史: 外ケーブル用マルチタイプ連続繊維補強材の定着システムと曲げ引張性状, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.15, No.2, pp.813-816, 1993.
- 1.14) 武 伸明: 超長大吊橋の合理的構造と新素材ケーブルの応用に関する研究, 大阪大学学位論文, 2000.
- 1.15) 武 伸明, 木谷紋太, 小西英明, 西村宣男: 新素材を適用したデュアル形式吊橋に関する考察, 土木学会関西支部年次学術講演会概要集, I-139, 1997.
- 1.16) 武 伸明, 木谷紋太, 小西英明, 西村宣男: 新素材を適用したデュアルケーブル形式吊橋に関する考察, 日本鋼構造協会鋼構造年次論文報告集, Vol.5, pp.1-8, 1997.
- 1.17) 江口立也, 前田研一, 森園康之, 中村一史, 藤野陽三: 超長大吊橋メインケーブルへの CFRP の適用に関する 2,3 の考察, 土木学会第 1 回 FRP 橋梁に関するシンポジウム論文集, pp.81-86, 2001.
- 1.18) 土木学会: 連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針(案), コンクリートライブラー 88 号, pp.148-149, 1996.
- 1.19) 中神陽一: 地域の交流・連携ネットワークの充実, 道路, pp.14-17, 1996.
- 1.20) 駒田敬一: 次世代海峡横断プロジェクト概論, JSSC, NO.19, pp.3-15, 1996.
- 1.21) 海峡横断プロジェクト技術調査委員会報告書, 土木研究所資料 No.3205, 1993.
- 1.22) Diana, G et al.: Experience Gained in the Messina Bridge Aeroelastic Project, International Seminar on Long-Span Bridges Aerodynamics Perspective '98 Kobe, Japan, pp.115-128, 1998.
- 1.23) Brown, W.: Development of the Deck for the 3300m Span Messina Crossing, 15th Congress LABSE, Copenhagen, Denmark, pp.1019-1030, 1996.
- 1.24) 川島一彦: メッシナ海峡連絡橋の近況と耐震設計, 橋梁と基礎, pp.33-35, 1993.
- 1.25) 原崎郁夫: メッシナ海峡連絡橋, 道路, pp.62-66, 1992.
- 1.26) Astiz, M.A.: Wind Resistant Design of the Gibraltar Strait Crossing Bridge, International Seminar on Utilization of Large Boundary Layer Wind Tunnel, Tsukuba, Japan, 1993.
- 1.27) 藤原 稔, 大野静男, 谷口信彦, 中西雅時: 超長大橋梁(ジブラルタル連絡橋)の検討, 橋梁と基礎, pp.19-25, 1994.
- 1.28) 山川朝生, 飯塚力也: ジブラルタル海峡連絡計画, 道路, pp.76-81, 1995.
- 1.29) 古川恒雄: ジブラルタル海峡連絡計画, 道路, pp.57-61, 1992.
- 1.30) 矢部哲雄: スンダ海峡連絡計画, 橋梁と基礎, pp.141-144, 1990.
- 1.31) 坂本嘉紀, 長谷川明, 塩井幸武: 超長大橋への FRP の適用による変形特性に関する考察, 土木学会第 57 回年次学術講演会, I-638, pp.1275-1276, 2002.
- 1.32) 丸山武彦: 連続繊維材(FRP)を用いたコンクリートの現状と将来, コンクリート工学, pp.3-11, 1997.
- 1.33) 土木学会: 連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針(案), コンクリートライブラー 88 号, 1996.
- 1.34) 建設省土木研究所材料施工部化学研究室, 社団法人強化プラスチック協会, 石川島播磨重工株式会社, 佐藤工業株式会社, ショーポンド建設株式会社, 東急建設株式会社, 株式会社富士ピース: 繊維強化プラスチックの土木構造材料への適用に関する共同研究報告書(I) 一一次構造材料としての FRP の適用事例調査一, 共同研究報告書 第 210 号, 1998.
- 1.35) 西崎 到, 明嵐政司, 木嶋 健, 佐々木巖: 繊維強化プラスチック引抜成形材の橋梁構造材料としての安全率に関する考察, 土木学会第 54 回年次学術講演会, I-A10, pp.20-21, 1999.
- 1.36) 木嶋 健, 西崎 到, 明嵐政司: FRP 部材の力学的挙動に関する数値計算法, 土木学会第 54 回年次学術講演会, I-A11, pp.22-23, 1999.
- 1.37) 西崎 到, 明嵐政司, 木嶋 健, 佐々木巖: CF/GF ハイブリッド FRP の引張強度特性, 土木学会第 55 回年次学術講演会, I-A210, 2000.
- 1.38) 西崎 到, 佐々木巖, 木嶋 健, 明嵐政司: 土木構造材料用 FRP 引抜成形材の疲労試験, 土木学会第 56 回年次学術講演会, I-A220, 2001.
- 1.39) 沖縄県土木建築部中部土木事務所, 財団法人 土木研究センター: 平成 11 年度 伊計平良川線ロードパーク連絡歩道橋設計業務報告書, 2001.

- 1.40) Burgoyne, C. J. : Advanced Composites in Civil Engineering in Europe, Structural Engineering International 4/99, pp.267-273, 1999.
- 1.41) Meier, U. : Structural Tensile Elements made of Advanced Composite Materials, Structural Engineering International 4/99, pp.281-285, 1999.
- 1.42) Khalifa, M. A., Hodhod, O. A. and Zaki, M. A. : Analysis and Design Methodology for an FRP Cable-stayed Pedestrian Bridge, Composites, Part B, 27B, pp.307-317, 1996.
- 1.43) Bakhoum, M. M., Sammaan, S., Bahie-el-din, Y., Arockiasamy, M., Gammal, A.E. and Kady, H. E. : An Approach to Study the Effect of Sudden Failure of Steel and CFRP Cables in Cable-stayed Bridges, Proceedings of The First International Conference on Steel & Composite Structures, Vol.2, pp.1001-1009, 2001.
- 1.44) GangaRao, H. and Craig II, C. A. : Fibre-Reinforced Composite Bridge Decks in the USA, Structural Engineering International 4/99, pp.286-288, 1999.
- 1.45) Karbhari, V. M. and Seible, F. : Fiber-Reinforced Polymer Composites for Civil Infrastructure in the USA, Structural Engineering International 4/99, pp.274-277, 1999.
- 1.46) Keller, T. : Forwards Structural Forms for Composite Fibre Materials, Structural Engineering International 4/99, pp.297-300, 1999.
- 1.47) Natalie, B. : Honeycomb -the Bridge Building Material-, Reinforced Plastics, PP.40-42, 1995.
- 1.48) Composites begin to bridge the gap, Reinforced Plastics, November 1996, PP.22-26, 1996.
- 1.49) Busel, J. P. ed. : Advanced Composite Materials Vehicular Bridge, FRP Composites in Construction Application A Profile in Progress, pp.81, 1995.
- 1.50) Busel, J. P. ed. : Lift Bridge Solves Problem in England, FRP Composites in Construction Application A PROFILE IN PROGRESS, pp.13, 1995.
- 1.51) Johansen, G E., Wilson, R. W., Roll, F., Olson, N., Millman, M. H. and Silvey, M. : Advanced Composite Material Support Frames -An Evaluation of the Bow Meadow Bridge at Lake Crescent, WA-, SPI, 51st, Session 7-D, pp.1-9, 1996.
- 1.52) Richards, D., Dumiao, C., Henderson, M. and Foster, D. : Methods of Installation and the Structural Analysis of Two Short Span Composite Highway Bridges, International Composites EXPO'98, Session4-E, 1998.
- 1.53) Meier, U. and Meier, H. : CFRP Finds Use in Cable Support for Bridges, Modern Plastics International, pp.84-87, 1996.
- 1.54) Lopez-anido, R., Gangarao, H. V. S., Trovillion, J. and Busel, J. : Development and Demonstration of a Modular FPR Deck for Bridge Construction and Replacement, 52nd SPI, Session 16-D, 1997.
- 1.55) Lopez-anido, R., Gangarao, H. V. S., Troutman, D. and Williams, D. : Design and Construction of Short-Span Bridges with Modular FRP Composite Deck, ICCS 2, pp.705-714, 1998.
- 1.56) Creative Pultrusions Inc. co. : Light but Strong, Roads & Bridges, pp.38-40, 1997.
- 1.57) Chajes, M., Gillespie, J. , Mertz, D. and Shenton, H. : Advanced Composite Bridges in Delaware, ICCT'98 Vol.1, pp.645-650, 1998.
- 1.58) Lesko, J. L. et. al. : Laboratory & Field Characterization of the Tom's Greek Bridge Composite Superstructure, ICCT'98 Second International Conference on Composites in Infrastructure, pp.634-644, 1998.
- 1.59) Lesko, J. L. et. al. : The Tom's Greek Bridge Rehabilitation and Field Durability Study, SPI 52nd, Session 9-E, pp.1-6, 1997.
- 1.60) Richard, D. et al : Methods of Installation and the Structural Analysis of Two Short Span Composite Highway Bridges, International Composite EXPO'98, Session 4-E, 1998.
- 1.61) Lopez-Anido, R., Gangarao, H. V. S., Trovillion, J. and Busel, J. : Development and Demonstration of a Modular FRP Deck for Bridge Construction and Replacement, 52nd. SPI, Session 16-D, 1997.
- 1.62) Kansas Structural Composites inc. et. al. : Bridges are Best at SPI, Reinforced Plastics April 1997, Vol.41, No.4, PP.72-75, 78, 1997.
- 1.63) Dickson, B., Kumar, S. and Thippeswamy, H. : The McKinleyville Bridge-An Innovative Fiber Reinforced Plastic, Concrete and Steel Bridge, Official Proceeding Annual International Bridge Conference, Vol.13th, PP.304-309, 1996.
- 1.64) Seible, F., Karbhari, V. M. and Burgueno, R. : Kings Stormwater Channel and I-5/Gilman Bridges, USA, Structural Engineering International 4/99, pp.250-253, 1999.
- 1.65) Johansen, G E., Wilson, R. J., Roll, F., Gaudini, P. G and Gray, K. : Design and Construction of FRP Pedestrian Bridges, Reopening the Point Bonita Lighthouse Trail, 52nd. SPI, Session 3-F 1997.

- 1.66) 本田 勉, 橘田敏之, 加藤武彦, 脇嶋秀行: FRP ステーケーブルの開発と小名路橋における適用例, プレストレストコンクリート技術協会第3回シンポジウム論文集, pp.297-300, 1992.
- 1.67) Harvey, W. J.: A Reinforced Plastic Footbridge, Aberfeldy, UK, Structural Engineering International 4/93, Recent Structures, pp.229-232, 1993.
- 1.68) Johansen, G E. and Hanson, R.: Strength/Stiffness Characteristics of a Prestressed RP Truss Structural System, 50th. SPI, Session 5-E, pp.1-3, 1995.
- 1.69) Busel, J. P. ed.: Composite Grating for Public Pier, FRP Composites in Construction Application, A Profile in Progress, pp.25, 1995.
- 1.70) Busel, J. P. ed.: U. S. Navy Test Pier Showcases Composites, FRP Composites in Construction Application, A Profile in Progress, pp.19, 1995.
- 1.71) Sotiropoulos, S. N., GangRao, H. V. S. and Mongi, A. N. K.: Theoretical and Experimental Evaluation of FRP Components and Systems, J. Struct. Engng., Vol.120, No.2, pp.464-485, 1994.
- 1.72) Johansen, G E., Wilson, R. J., Roll, P., Gaudini, P. G., Ribble, S. T., Fogle, A. J., Gray, K. E., Mehdi, R. M. and Choy, V. M. S.: Design and Construction of Two FRP Pedestrian Bridges in Haleakala National Park, Maui, Hawaii, Advanced Composite Materials in Bridges and Structures-II, pp.975-982, 1996.
- 1.73) Busel, J. P. ed.: World's First FRP-Ghulam Ocean Pier, FRP Composites in Construction Application A Profile in Progress, pp.76, 1995.
- 1.74) Busel, J. P. ed.: Sea Life Park-Fiber glass Bridges, FRP Composites in Construction Application A Profile in Progress, pp.81, 1995.
- 1.75) Robson, B. N., Whitney, M. W., Harik, I. E. and Hopwood II, T.: Design of the Longest RP Suspension Bridge in the World, 50th. Annual Conference Session11-A, 1995.
- 1.76) Wilson, R. J., Johansen, G E., Ribble, S. and Fogle, A.: Design and Construction of a Light Weight FRP Work Platform for Use at Oyster Creek Nuclear Power Plant, SPI 52th. Annual Conference (1997), 1-6/Session 3B, 1997.
- 1.77) Sasaki, I., Nishizaki, I., Sakamoto, H. and Katawaki, K.: A Bridge Constructed Entirely of Composites; and the Results of Load Testing, ICCI'98, Vol.1, pp.657-666, 1998.
- 1.78) Nishizaki, I., Sasaki, I. and Sakamoto, H.: Feasibility Study of the Application of FRP to Pedestrian Bridges, ICCI'96, pp.1174-1185, 1996.
- 1.79) Polyester Span, New Civil Engineer, PP.36-37, 21/28 August, 1997.
- 1.80) Braestrup, M. W.: Footbridge Constructed from Fibre-Reinforced Profiles, Denmark, Structural Engineering International 4/99, pp.256-258, 1999.
- 1.81) Noordzij, R.: Design and Manufacturing of Full Composites Pedestrian Bridge, 2nd. International Conference on Composites in Infrastructure, Vol.1, pp.443-455, 1998.
- 1.82) Strehler, B. and Künzle, O.: Static and Dynamic Testing of Fibre-Reinforced Bridge Girders, Structural Engineering International 4/99, pp.300-301, 1999.
- 1.83) Christoffersen, J., Hauge, L. and Bjerrum, J.: Footbridge with Carbon-Fibre-Reinforced Polymers, Denmark, Structural Engineering International 4/99, pp.254-256, 1999.
- 1.84) Service, T. H., Latanision, R. M., Ockert, J., Schijff, V. D., Molina, C., Mayrbaurl, R. and Paskova, T.: Strength Degradation, Cracking and Corrosion of Galvanized High-Strength Suspension Bridge Cable Wire, Proceedings of The 3rd International Suspension Bridge Operator's Conference, pp.77-82, 2002.
- 1.85) Mayrbaurl, R. and Como, S.: Strength and Reliability of Corroded Wire Cables, Proceedings of The 3rd International Suspension Bridge Operator's Conference, pp.83-88, 2002.
- 1.86) 鈴村恵太, 中村俊一, 樽井敏三: 吊橋ケーブル鋼線の破断原因に関する一考察, 土木学会論文集, No.738/I-64, pp.297-306, 2003.
- 1.87) 高橋稔彦, 大橋章一, 樽井敏三, 浅野巖之, 植森龍治, 丸山直紀:  $200\text{kgf/mm}^2$ 級橋梁ケーブル用亜鉛めつき鋼線の開発, CAMP-ISIJ, Vol.7, pp.777, 1994.
- 1.88) 樽井敏三, 西田世紀, 吉江淳彦, 大羽 浩, 浅野巖之, 落合征雄, 高橋稔彦:  $2000\text{MPa}$ 級亜鉛めつき鋼線及び $2300\text{MPa}$ 級ストランド線材の開発, 新日鐵技報, Vol.370, pp.45-50, 1999.

## 第2章 平行線ケーブルの力学挙動に関する実験

### 2. 1 概説

一般的な吊橋の主ケーブルや本研究で考案した Hybrid cable は、多数の素線を平行に束ね、スクリーニングによりその外郭を円形に仕上げて断面構成される。このため、主ケーブルの内部には多数の素線間の接触領域と空隙が存在する。また、スクリーニング終了後に補剛桁を架設するのに先行して、主ケーブルには補剛桁を吊り下げるハンガーロープと主ケーブルを接続するためのケーブルバンドが一定間隔で取り付けられ、主ケーブルはケーブルバンドによって把持される。さらに、補剛桁の架設と橋面の舗装が完成すると、亜鉛めつき鋼線を主ケーブル材とする吊橋や、本研究で考案した Hybrid cable を有する超長大吊橋では、主ケーブルの防錆を目的として、ケーブルバンドを取り付けた区間に除いた主ケーブルにワイヤラッピングが施される。ワイヤラッピングは、いかなる荷重状態においても主ケーブル内部への遮水性を確保するため、張力を導入したラッピングワイヤを主ケーブルに巻き付けて施工される。これらの要因により、主ケーブル内部の素線間の接触領域には締め付け力が発生し、一般的に、素線間の締め付け力の大きさはケーブルバンドが締め付けられる区間に比べてケーブルバンド内部が大きく、ケーブルバンド内部の素線間は剛結と見なされることが多い。したがって、ハンガー張力が作用する主ケーブルの状態として、①一定間隔で取り付けられたケーブルバンドのみによって締め付けられた状態、および②一定間隔で取り付けられたケーブルバンドとワイヤラッピングによって締め付けられた状態が存在する。本研究では、①の状態にある平行線ケーブルをアンラップトケーブル、および②の状態にある平行線ケーブルをラップトケーブルと称することにする。また、本研究では、ケーブルバンドによる締め付けが施されていない平行線ケーブルをケーブル部材と称することにする。

ここで、Fig.2-1(a)に示すように、アンラップトケーブルを取り出し、一端を拘束して他端に張力を導入した後に、曲げ載荷する状況を考えると、アンラップトケーブル内の素線間には何らの拘束もないため、素線間は自由にすべりを生じて重ねはりと同じ挙動を示す。これに対して、ラップトケーブルでは、素線間にワイヤラッピングによる締め付け力が作用するため、Coulomb の摩擦則に従って、素線間の締め付け力と静止摩擦係数の積で表される限界せん断応力が定義できる。Fig.2-1(b)と(c)に示すように、ラップトケーブルに対して曲げ引張状態を考えると、素線間にはケーブル部材のせん断変形に伴ってせん断応力が発生する。Fig.2-1(b)に示すように、このせん断応力が限界せん断応力を超過すると素線間にすべりが発生するため、ラップトケーブルは複雑な挙動を示す。しかしながら、Fig.2-1(c)に示すように、素線間に発生するせん断応力が限界せん断応力を超えなければ、すべりが発生しないため断面は平面を保つ。即ち、平面保持の仮定が成立するため、ケーブル部材は張力と曲げ荷重の作用する充実はりとして、極めて取り扱いが容易になる。また、これらの考察は吊橋主ケーブルにも当てはまる。即ち、ケーブルバンドにハンガー張力が作用してケーブルバンド間に相対的な変形が生ずることによって、ワイヤラッピングが施されたケーブル部材がせん断変形する場合、素線間すべりが発生するとケーブル部材は複雑な挙動を示す。これに対して、素線間すべりを生じなければ、ケーブル部材は充実はりとしての取り扱いが可能となるため、本研究で実施する、主ケーブルに連続体有限要素を適用する有限要素解析においても解析上の取り扱いは容易になると考えられる。したがって、ワイヤラッピングが施された主ケーブルを対象とした有限要素解析を実施する上で、吊橋で通常想定される荷重状態における、ケーブルバンド部での素線間すべりの発生を検討する必要がある。

ところで、平行線ケーブルの力学挙動の把握を目的とした実験として、文献2.1)～2.8)が報告される。このうち、文献2.1)～2.3)は、ワイヤラッピングされた平行線ケーブル供試体にケーブルバンドを取り付け、ケーブル張力を載荷しない状態で曲げ載荷した実験を報告しているが、ケーブル張力による幾何剛性およびラッピング張力の低下が再現されない等の問題がある。その後、本四連絡橋で我国初の長大吊橋の検討がなされ、ケーブル設計の合理化が要求されたことに伴い、西村、新家ら<sup>24)25)</sup>は、平行線ケーブルの二次応力と素線間すべりに関する解析理論を考案し、その妥当性の検証を目的として、ケーブル張力を載荷したアンラップトおよびラップトケーブルに曲げ載荷した実験を実施している。しかしながら、供試体として用いたPWS217と実橋主ケーブルの断面形状には相違があり、実橋のケーブルバンド部における素線間すべりに関しては言及していない。さらに、本四連絡橋以降も吊形式橋梁の長大化は進み、曲げの作用する平行線ケーブルに関する様々な実験的研究が報告されるが、ケーブルバンド部における素線間すべりの発生に言及した研究は報告されていない<sup>26)～28)</sup>。一方、吊橋主ケーブルの力学挙動の調査を目的とした実測として、文献2.9)～2.13)が報告される。このうち、文献2.9)および2.10)は、それぞれ George Washington 橋および閨門橋の補剛桁架設時における、主ケーブルの変形や二次応力の実測であり、ワイヤラッピングされた主ケーブルに対する実測は実施されていない。また、文献2.11)と2.13)は、東大維橋（主径間長 262.8m）における、補剛桁架設時と活荷重時の

主ケーブルの変形や二次応力を実測した結果、および文献2.12)と2.13)は、平戸大橋(主径間長460m)における、活荷重時の主ケーブルの変形や二次応力を実測した結果を報告しており、ワイヤラッピングによる主ケーブルの締め付け力が高い場合には、活荷重時に主ケーブルに生ずる応力は塔頂サドル側近のワイヤラッピングが施されないケーブル部材で最大となるのに対して、一般的なケーブルバンド部の主ケーブルに生ずる応力はほぼ一様に分布し、かつ主ケーブルの変形状態もケーブルバンド部で集中荷重が作用する充実はりのたわみ曲線と類似の滑らかな分布を呈すると結論付けている。これらの実測結果によれば、ワイヤラッピングが施された実橋主ケーブルのケーブルバンド部に素線間すべりが発生しないことが想定されるが、いずれも中小支間の吊橋を対象とした実測結果である。さらに、平行線ケーブルの力学的挙動の解明を目的とした理論的研究として、文献2.4), 2.5)と、2.14)~2.17)が報告されている。このうち、アンラップトケーブルの力学挙動を対象とした解析理論はほぼ確立されており、T.A.Wyattによる二次応力の算定式<sup>214)</sup>や、T.A.Wyattの式をマトリックス変位法に組み込んだ有限変位解析理論<sup>24)215)216)</sup>が報告されている。これに対し、ラップトケーブルの力学挙動を対象とした理論的研究は少なく、T.A.Wyattにより誘導された二次応力の簡易算定式<sup>214)</sup>、中村・新家らによるラップトケーブルのたわみと素線間すべりの連成効果を考慮した解析理論<sup>25)</sup>や、塔頂サドル近傍の主ケーブルを弾塑性積層はり要素を用いてモデル化して平面骨組解析を実施した結果<sup>217)</sup>が報告されるが、簡易算定式の誘導過程でケーブル断面を矩形の重ね板はりと仮定したことによる実際の主ケーブル断面形状との相違があること<sup>214)</sup>、および煩雑な双曲線関数を含む関係式を用いた数値解析<sup>25)</sup>や、汎用構造解析コードによる数値解析が必要となること<sup>217)</sup>から、ケーブルバンド部での素線間すべりを検討する際の実用的な手段にはならない。

以上から、主ケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりは、中小支間の吊橋に対して、文献2.11)と2.13)に考察されるのみであり、ラップトケーブルに関する曲げ実験<sup>25)</sup>においてもケーブルバンド部における素線間すべりは言及されていない。また、現状では、ケーブルバンド近傍における、ラップトケーブルの素線間すべりの発生を理論的に検討するのも困難である。そこで、アンラップトおよびラップトケーブルの二次曲げを中心とした力学挙動の解明と、ラップトケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりの発生を実験的に検討することを目的として、ケーブル張力載荷によるラッピングワイヤの力学挙動に着目した引張実験、およびラッピング張力の有無あるいはラッピング張力の大きさが平行線ケーブルの力学挙動に及ぼす影響に着目した曲げ実験を実施した。

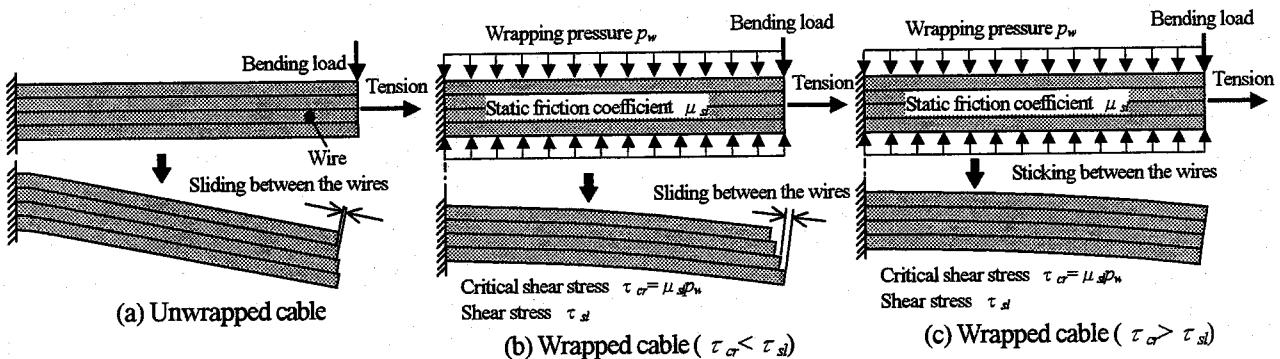


Fig.2-1 Parallel wire cable subjected to tension and bending load

## 2. 2 実験概要

本研究では、CFRPと鋼線で断面構成したHybrid cableを考案したが、基本的な平行線ケーブルの力学的挙動は材料による相違はないと判断して、ケーブル供試体として鋼線を用いて断面構成した平行線ケーブルを用いた。また、実験においては、実橋のケーブルバンド近傍における主ケーブルの荷重状態を再現するため、実験パラメータの設定は実橋における実績に基づいて設定した。

### 2. 2. 1 ケーブル供試体とその機械的特性

本実験では、実橋主ケーブルの荷重状態を再現するため、基本的に直径5.0mmの亜鉛めつき鋼線で構成したPWS253の外周に、極力、その外郭が円形となるように直径3.2mm、2.6mm、および2.0mmの亜鉛めつき鋼線をポイントトップに配置した断面構成の供試体3体を用いた。ケーブル供試体の断面図をFig.2-2に示す。ただし、ケーブル供試体の外郭が円形断面となるように配慮したものの、実橋の素線径と主ケーブル径の比は、例えば大島大橋(主ケーブル径464mm、素線径5.1mm)で0.011となるのに対し、本供試体(素線径の代表値5.0mmとする)は0.057であり、ケーブル外郭の形状は実橋に比して多角形に近い形状となつた。なお、各々の鋼線の機械的特性はST1570<sup>218)</sup>とほぼ同等

とし、ケーブル両端は亜鉛合金鋳込みのアンカーソケット定着とした。平行線ケーブル供試体の諸元を Table 2-1 に示す。また、ラッピングワイヤは、細径の平行線ケーブル供試体に対する施工性と既往の実験<sup>25)</sup>で用いられた実績を考慮して、実橋で用いられる亜鉛めっき鋼線に代えて、直径 1.96mm のなまし鉄線を用いた。

まず、平行線ケーブル供試体を構成する素線の機械的特性を把握するため、実験に先行して素線の材料試験を実施した。材料試験では、平行線ケーブル供試体を構成する、直径の異なる 4 種類の亜鉛めっき鋼線に対して各 6 本ずつ試験体を作成した。なお、Fig.2-3 に示すように、試験体の寸法はつかみ間隔  $P$  を 350mm 以上、および標点間距離  $L$  を 200mm とし、各試験体とも脱酸によって亜鉛めっきを除去した。また、試験方法は、本州四国連絡橋公団、HBS ケーブル材料規格・同解説<sup>219)</sup>において、「HBS G 3501-1979 平行線ケーブル用亜鉛めっき鋼線」の引張特性を確認する試験方法として規定される、JIS Z 2241 「金属材料引張試験方法」に準拠した。載荷は 100kN 級小型疲労試験機を用いて行い、試験片の定着部は、Photo.2-1 に示すように、丸鋼に試験片の直径とほぼ等しい径の穴を開け、これを二つ割りとした専用の治具を製作し、治具に試験体を通して試験機のチャックに締め付けた。載荷速度は、直径 5.0mm 鋼線は 15kN、直径 3.2mm 鋼線は 6kN、直径 2.6mm 鋼線は 4kN、および直径 2.0mm 鋼線は 2kN の載荷荷重までは適宜の力で載荷し、これ以降は試験体の破断まで、毎秒の応力増加率 3~30N/mm<sup>2</sup>/s で載荷した。さらに、材料試験では、破断荷重をはじめ、一軸ゲージにより素線のひずみ等を測定した。試験結果の一例として、各素線の実測引張強度と弾性係数を Table 2-2 に示す。試験結果より、直径 5.0mm 鋼線は HBS G 3501-1979 に規定される、160 キロ級鋼線の規格値 (1570N/mm<sup>2</sup> 以上 1770N/mm<sup>2</sup> 以下) を満足することが分かる。また、弾性係数として全ての試験体で 200000 N/mm<sup>2</sup> 以上が得られた。

さらに、ラッピングワイヤとして用いるなまし鉄線の機械的特性を把握するため、なまし鉄線の材料試験も実施した。試験体として、なまし鉄線の巻き取られたコイルから、極端な折れ曲がりやねじれがなく、つかみ間隔  $P$  が 60mm を確保できるように切り出した 8 体を用いた。試験方法として、100kN 級小型疲労試験機を用いた引張試験を採用し、Fig.2-4 に示すように、単軸ゲージを用いたひずみと、試験機のロードセルにより破断荷重を測定した。なお、いずれの供試体も直線性を確保するためプレストレッ칭を与えてから載荷を行った。試験結果の一例として実測引張強度と弾性係数を Table 2-2 に示す。

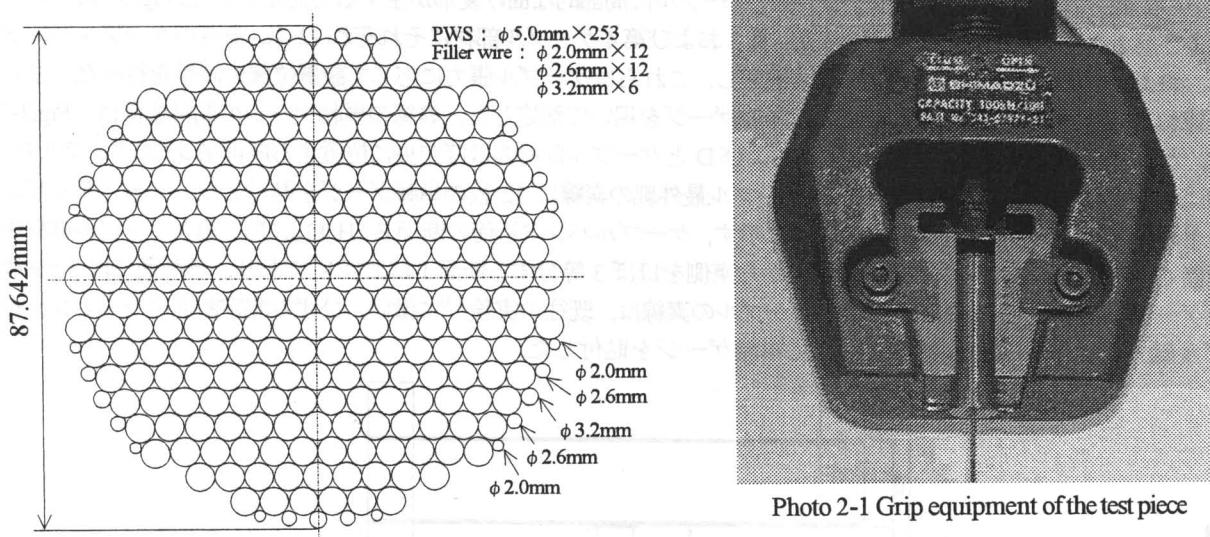


Fig.2-2 Cross-section of the specimen

Table 2-1 Dimensions of the specimen

Effective cross-section of area (mm <sup>2</sup> )	5117
Longitudinal elastic modulus (N/mm <sup>2</sup> )	212301
Outer diameter (mm)	87.642
Void ratio (%)	15.2

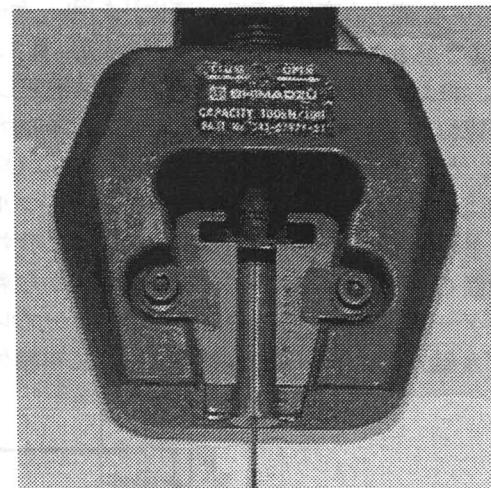
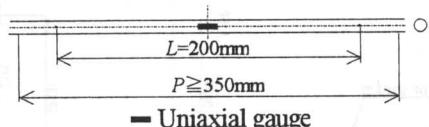


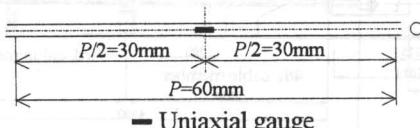
Photo 2-1 Grip equipment of the test piece

Fig.2-3 Gauge and grip length of the test piece (Galvanized steel wire)



— Uniaxial gauge

Fig.2-4 Grip length and gluing position of the strain gauge (Wrapping wire)



— Uniaxial gauge

Table 2-2 Mechanical properties of wires

	Diameter (mm)	Total no. of the wire	Tensile strength (N/mm <sup>2</sup> )	Elastic modulus (N/mm <sup>2</sup> )
Galvanized steel wire in cable specimen	5.0	253	1741	212543
	2.0	12	1809	199799
	2.6	12	1550	208035
	3.2	6	1546	202723
Wrapping wire	1.96	—	325	202176

## 2. 2. 2 実験方法と測定項目

本実験では、ケーブル張力載荷によるケーブル供試体とラッピングワイヤの力学挙動を調査するため、引張実験を先行して実施した後に、二次曲げを中心とした平行線ケーブルの力学挙動と、ラップトケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりの発生を調査するため、曲げ実験を実施した。また、これらの荷重の載荷にはFig.2-5に示す載荷装置を用いた。このうち、ケーブル張力の載荷は、ケーブル供試体を水平面内に挟む形で設置した2台の2000kN級油圧ジャッキを用いて荷重制御で載荷し、曲げ荷重はケーブル上のフレームに設置した600kN級油圧アクチュエータを用いて、ケーブル供試体中央に取り付けたケーブルバンドを介して変位制御で載荷した。曲げ実験における載荷の手順は、所定のケーブル張力をケーブル供試体に載荷した状態から、Fig.2-5の東西、中央の合計3ヵ所のケーブルバンドを締め付けた後に、曲げ荷重を載荷する手順で実施した。なお、ケーブルバンドの締め付けは、ケーブル軸方向に沿ったケーブルバンド外面のフープひずみの分布がほぼ一様となるように、Fig.2-6に示す、バンドボルト孔の中心を結ぶケーブルバンド外面に貼付した単軸ゲージ6点のひずみの読みの平均値を管理して行った。また、素線の再配列の影響を取り除くため、曲げ荷重は載荷・除荷を3回繰り返した。

本実験における測定項目は、引張実験ではケーブル張力とラッピングワイヤのひずみ、および曲げ実験ではケーブル張力、曲げ荷重、ケーブル供試体とケーブルバンドの鉛直方向変位と、素線のひずみである。このうち、ケーブル張力の測定はジャッキヘッドと載荷桁間に挿入した1000kN級ロードセルを用いた。また、ケーブル供試体とケーブルバンドの鉛直方向変位の測定は変位計を用い、ケーブルに局部的な曲げ変形が生ずると想定された、Fig.2-5に示す、第1および第2ケーブル部材にそれぞれ7点、第3および第4ケーブル部材にそれぞれ12点、東西のケーブルバンドに2点、および中央のケーブルバンドに3点設置し、これらはケーブル張力に応じて設置位置の調整を行った。さらに、素線およびラッピングワイヤのひずみは単軸ゲージを用いて測定した。素線の単軸ゲージの貼付位置は、Fig.2-7に示す、ケーブルバンド近傍の断面A、C、およびDとケーブル部材のほぼ中央に位置する断面BおよびEであり、各断面においては、Fig.2-8に示すように、ケーブル最外郭の素線に12枚の単軸ゲージを貼付した。一方、ラッピングワイヤの単軸ゲージの貼付位置は、Fig.2-7に示す、ケーブルバンド近傍の断面F、HおよびI、第3ケーブル部材中央の断面G、および第3ケーブル部材の中央から東側をほぼ3等分する断面JおよびKであり、各断面では3~9枚の単軸ゲージを貼付した。なお、ラップトケーブルの素線は、既往の実験<sup>25)</sup>に倣い、ひずみ測定断面のラッピングをケーブル軸方向に10~30mm程度省略して単軸ゲージを貼付した。

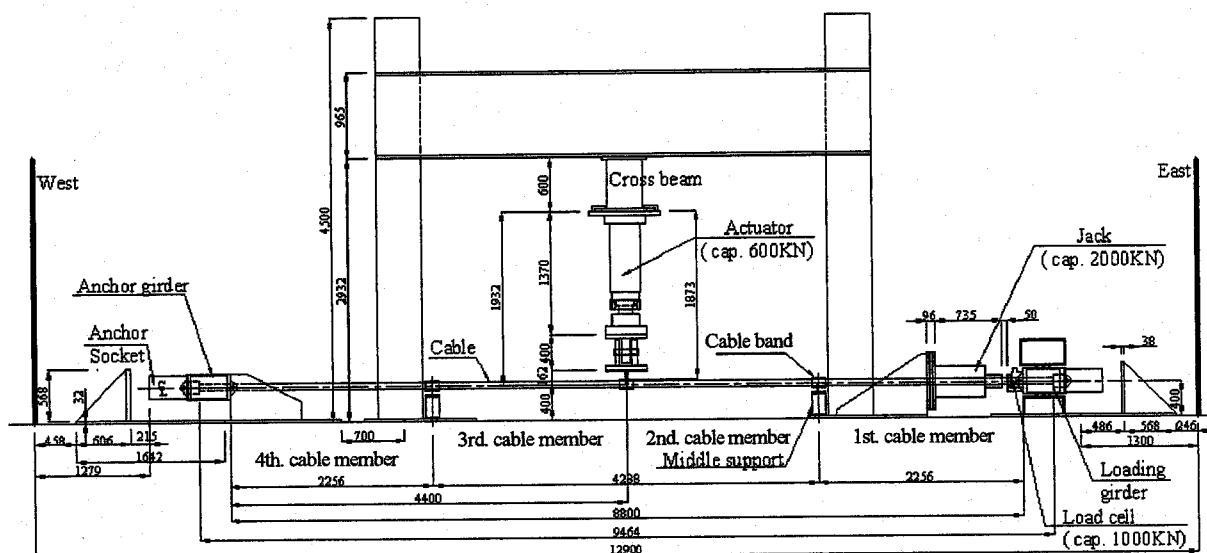
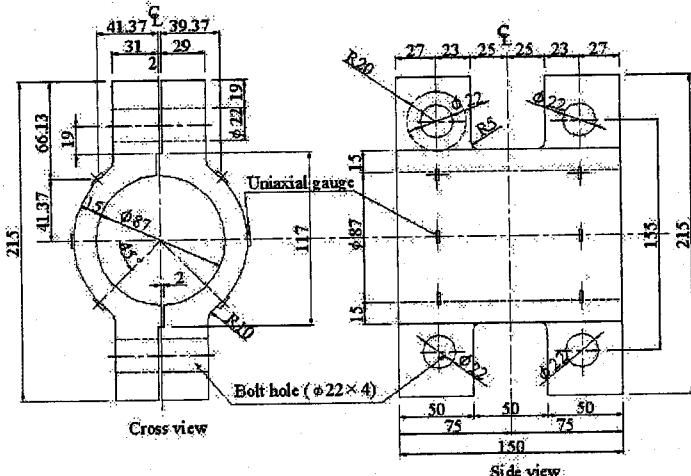


Fig.2-5 Test setup



$$\gamma_2 = \frac{1}{4} - \frac{\sinh^2 \frac{\mu l_2}{2}}{\mu l_2 \sinh \mu l_2} \quad (2.5)$$

$$\beta^s = \frac{(1 - \cosh \mu l_2 + \sinh \mu l_2 \tanh \mu l_2)(\varepsilon \mu l_2 - \sinh \mu l_2) + (1 - \cosh \mu l_2)(\tanh \mu l_2 - \varepsilon \mu l_2)}{(\tanh \mu l_2 - \varepsilon \mu l_2) \sinh \mu l_2} \quad (2.6)$$

および

$$\varepsilon = \frac{l_1}{l_2} \quad (2.7)$$

である。

一方,  $I$  をケーブル供試体を充実はりと仮定した断面二次モーメント, あるいは実橋主ケーブルの素線間を剛結と仮定した断面二次モーメント,  $T$  をケーブル供試体に載荷された初期ケーブル張力, あるいは実橋主ケーブルの死荷重時に作用する水平力, および  $E$  をケーブル供試体, あるいは実橋主ケーブルの弾性係数として, Fig.2-10 の単径間はりに対する張力曲げ剛性比を

$$\mu l_3 = l_3 \sqrt{\frac{T}{EI}} \quad (2.8)$$

で表すと, Fig.2-10 の点 F あるいは主径間中央のケーブルバンドにおける無次元たわみは次式で表される。

$$\frac{\nu^c}{\nu^N} = \frac{192}{(\mu l_3)^2} (\gamma_3 + \gamma_4 \gamma_5^2) \quad (2.9)$$

ここに,

$$\gamma_3 = \frac{1}{4} - \frac{\sinh^2 \frac{\mu l_3}{2}}{\mu l_3 \sinh \mu l_3} \quad (2.10)$$

$$\gamma_4 = \frac{2 \sinh \mu l_3}{\mu l_3 (1 - \cosh \mu l_3)} \quad (2.11)$$

および

$$\gamma_5 = \frac{1}{2} - \frac{\sinh \frac{\mu l_3}{2}}{\sinh \mu l_3} \quad (2.12)$$

である。

なお, 張力曲げ剛性比の算定にあたっては, 弹性係数 200000N/mm<sup>2</sup>を用い, 実橋主ケーブルに関する初期ケーブル張力, 即ち, Fig.2-10 における初期ケーブル張力  $T$  は, 次式で表される死荷重状態における水平力  $H$  を用いた。

$$T = H = \frac{w_d l_m^2}{8f} \quad (2.13)$$

ここに,  $f$ : サグ,  $l_m$ : 主径間長, および  $w_d$ : 等分布死荷重である。

既往の実験<sup>24)25)</sup>における, 初期ケーブル張力, 実験供試体の主要諸元と無次元たわみを Table 2-3, および本四連絡橋の吊橋 6 橋<sup>220)~223)</sup>の主要諸元と式(2.1)~(2.13)を用いて算出した無次元たわみを Table 2-4 に示す。Table 2-3 より, 既往の実験におけるケーブル供試体は無次元たわみにして 0.4 および 0.25 の剛性を有することが分かる。また, Table 2-4 より, 死荷重時における, 実橋主ケーブルは無次元たわみにして 0.26~0.59 の剛性を有することが分かる。そこで, 本実験において, 初期ケーブル張力を載荷したケーブル供試体に対しても, これらとほぼ同程度の無次元たわみを示す剛性を有するように, 初期ケーブル張力として 623, 980, 1225, および 1470kN を設定した。

これらの初期ケーブル張力を本実験で用いるケーブル供試体に載荷した場合の無次元たわみについて, 中間支点を設置した場合と取り外した場合に対してそれぞれ Table 2-5 に示す。Table 2-5 より, これらの初期ケーブル張力に対する無次元たわみは 0.3~0.59 であり, いずれも既往の実験および実橋の無次元たわみの範囲内にあることから, これらの初期ケーブル張力を載荷することで, 既往の実験のケーブル供試体や実橋主ケーブルとほぼ同程度の剛性が再現されると考えられる。また, ケーブル供試体の剛性に占める, 初期ケーブル張力による幾何剛性の効果を示すため, 式(2.2)および(2.9)を用いて算出される, 本実験における軸力曲げ剛性比  $\mu l_2$  あるいは  $\mu l_3$  と無次元たわみの関係について, 中間支点を設置した場合と取り外した場合に対してそれぞれ Fig.2-11 に示す。なお, Fig.2-11 には, 設定したケーブル張力に対応する無次元たわみ, および既往の実験と実橋 6 橋に関する両者の関係をプロットした。

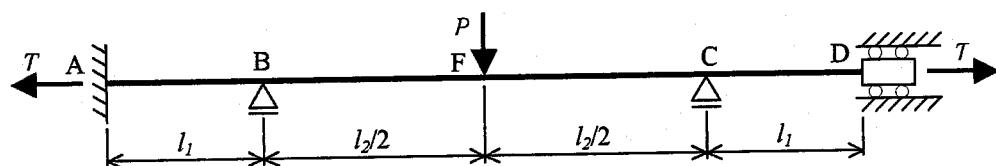


Fig.2-9 Model for calculation of the bending experiment

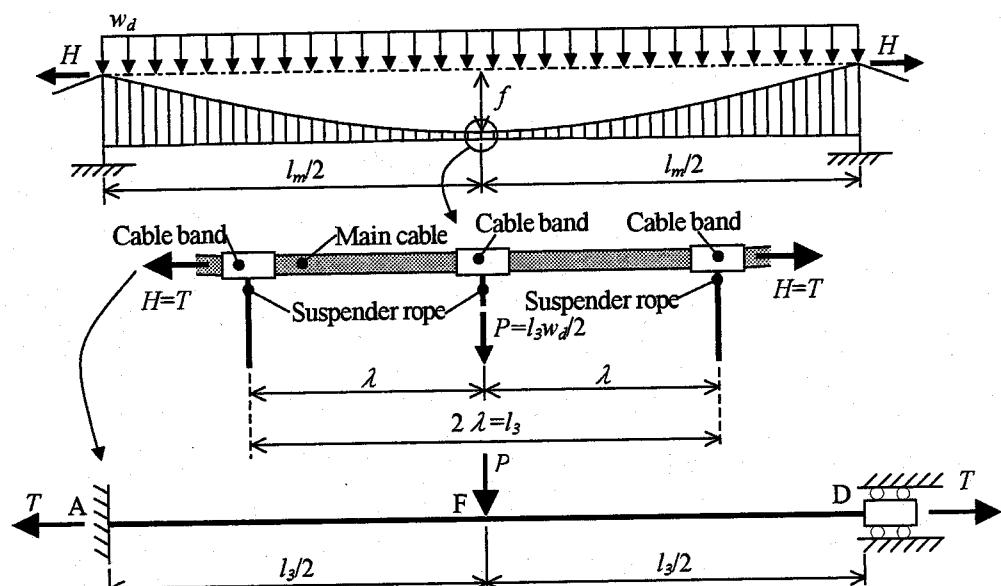


Fig.2-10 Model for calculation of actual bridge cables and the bending experiment

Table 2-3 Non-dimensional deflection at existing experiments<sup>24)25)</sup>

Exp. Case	Initial cable tension T (kN)	Moment of inertia of area of specimen I (mm <sup>4</sup> )	Length of side span l <sub>1</sub> (m)	Length of main span l <sub>2</sub> (m)	Ratio of tension and bending stiffness $\mu l_2$	Non-dimensional deflection $v^C/v^N$
Case-1	417	1605924	2.178	5.644	6.4	0.40
Case-2	834				9.1	0.25

Table 2-4 Non-dimensional deflection at actual bridge cables

Bridge	Span length of main span l <sub>m</sub> (m)	Sag span ratio f/l <sub>m</sub>	Pitch of suspender ropes λ (m)	Uniform dead load w <sub>d</sub> (kN/m/br.)	Horizontal force T (MN)	Moment of inertia of area of main cable I (m <sup>4</sup> )	Ratio of tension and bending stiffness $\mu l_3$	Non-dimensional deflection $v^C/v^N$
Akashi-Kaikyo Bridge	1991	0.10	14.2	417.48	520	0.050	6.5	0.49
Ohnaruto Bridge	876	0.09	10.6	372.05	216	0.016	5.6	0.56
Shimotsui-Seto Bridge	940	0.10	13.1	413.46	243	0.024	5.9	0.54
Kita Bisan-Seto Bridge	990	0.09	13.1	414.83	282	0.031	5.6	0.57
Minami Bisan-Seto Bridge	1100	0.09	13.1	440.02	333	0.040	5.3	0.59
Ohshima Bridge	560	0.10	12.0	164.33	58	0.001	10.7	0.26

Table 2-5 Non-dimensional deflection at present experiment

Tension <i>T</i> (kN)	Non-dimensional deflection $\nu^C/\nu^N$	
	Non-supported	Supported
1470	0.38	0.30
1225	0.42	0.34
980	0.47	0.39
623	0.59	0.50

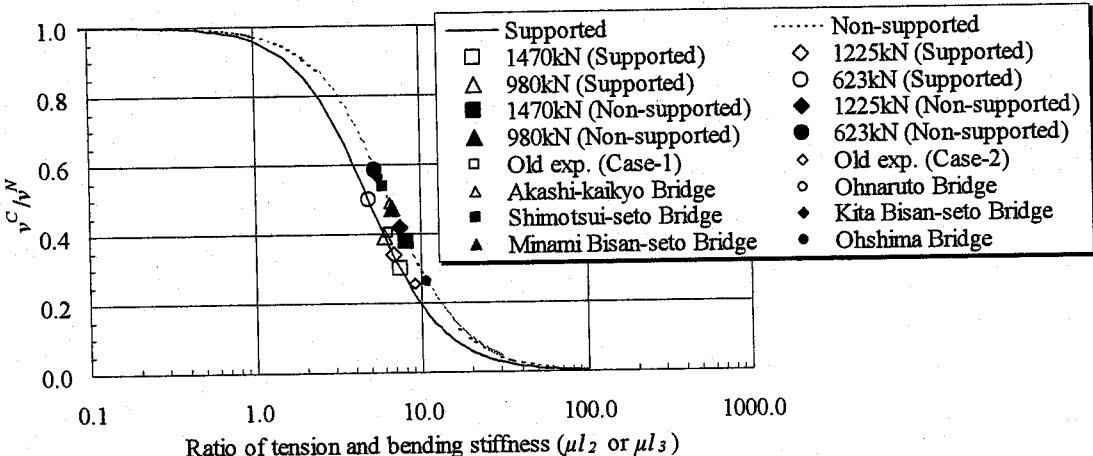


Fig.2-11 Relationships between non-dimensional deflection and ratio of tension and bending stiffness

## 2. 2. 4 ラッピング張力の設定とケーブルバンドの設計

本実験では、ワイヤラッピングによる締め付け力の影響がラップトケーブルの力学的挙動に及ぼす影響を比較するため、ラッピング施工時のラッピング張力を変化させた3体のラップトケーブル供試体を製作した。ラッピング施工時のラッピング張力は、本四連絡橋の吊橋6橋<sup>225)～228)</sup>の実績調査を行い、本実験で載荷する最大ケーブル張力(1470kN)の載荷状態においても、ポアソン効果によるラッピング張力の抜けが生じず、実橋主ケーブルとほぼ同等の締め付け効果が得られるように設定した。供試体名、ラッピング施工時のラッピング張力とラッピング張力の作用によりラッピングワイヤに生じたひずみをTable 2-6に示す。なお、Table 2-6のU供試体は、先行してラップトケーブル供試体Aとして使用後に、ラップトケーブルとアンラップトケーブルの力学挙動を比較するために、ワイヤラッピングを取り除いて追加した。

ラップトケーブル供試体の製作は、無応力状態でケーブル供試体を自転させてラッピングワイヤを巻き取る方法で行い、ケーブルバンドでケーブル供試体を把持する区間と、素線のひずみを測定する区間を除いた全ての区間にワイヤラッピングを施した。また、実橋主ケーブルと同様に、ラッピングワイヤ間はケーブル軸方向に一定間隔で2～3本のラッピングワイヤにテルミット溶接<sup>229)～231)</sup>を施して定着した。ワイヤラッピング施工状況をPhoto 2-2に示す。

一方、本実験では、実橋のケーブルバンドに見立てて、ケーブルバンドとバンドボルトでケーブル供試体を把持し、曲げ荷重や支点反力はケーブルバンドを介してケーブル供試体に伝達させた。また、ケーブルバンドは、基本的に本州四国連絡橋公団、本州四国連絡橋ケーブルバンド設計要領(案)<sup>232)</sup>に従い、ケーブルバンド内部における素線間すべりの発生を防ぐため、バンドボルトの降伏荷重の75%の締め付け力によってケーブルバンドに生ずるフープ応力がケーブルバンドの降伏応力以下となるように設計した。なお、ケーブルバンドは、文献2.32)において、ケーブルバンド材として標準とされるJIS G 5102(溶接構造用鉄鋼品)に規定するSCW480に代えて、一般構造用圧延鋼材SS400の切削加工により製作し、バンドボルトには、JIS B 1186に規定するF10Tの機械的性質を有する高力ボルトM22を用いた。また、ケーブルバンド内面は、実橋のケーブルバンド内面と同じ状況を再現するため、本州四国連絡橋公団、鋼橋等塗装基準・同解説(案)<sup>233)</sup>に従って、ショットブラストによって内面を粗した後に、内面を清掃し、無機ジンクリッヂペイントを1層塗布した。本実験で使用するケーブルバンドの断面図と側面図をあわせてFig.2-12に示す。

Table 2-6 Specimens and wrapping tensions

Specimen	Wrapping tension (kN)	Wrapping strain ( $\mu$ )
A	0.40	659
U	0 (Unwrapped cable)	—
B	0.29	482
C	0.57	932

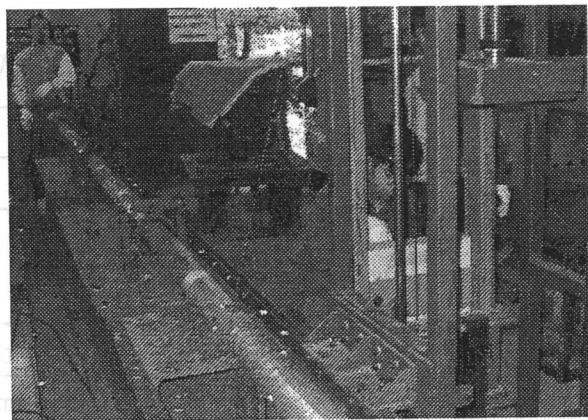


Photo 2-2 Wrapping construction

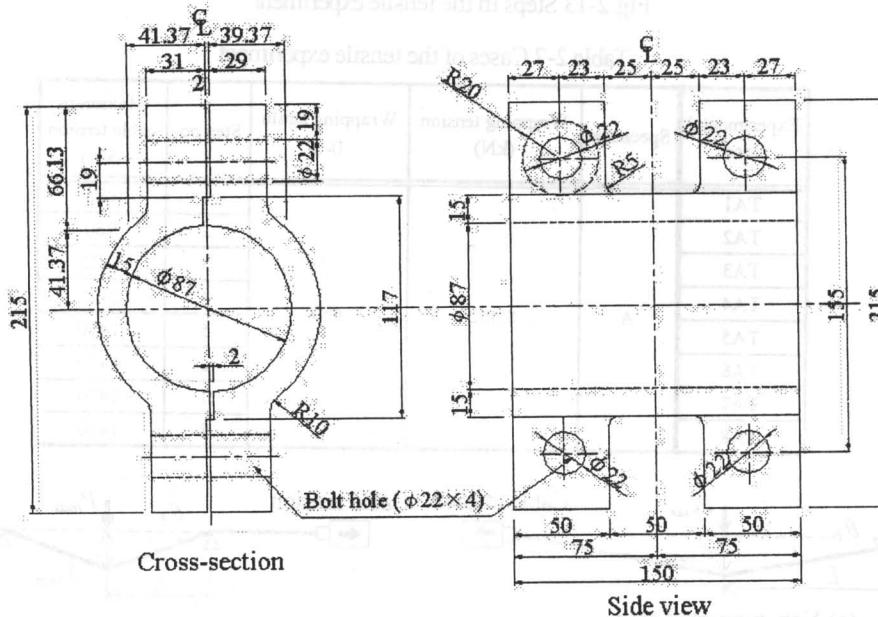


Fig.2-12 Cross-section and side view of a cable band

## 2. 2. 5 実験ケース

本実験における、引張実験は、ケーブル張力を繰返し載荷することによる平行線ケーブルの力学挙動に履歴効果を伴うことが想定されたため、ケーブル張力の載荷過程と除荷過程について測定を行い、Fig.2-13 に示すように、曲げ実験時に載荷する最大ケーブル張力 1470kN の範囲内で、初期載荷する最大ケーブル張力を段階的に引き上げる 4 ケースと、これに引き続いて一定のケーブル張力 1470kN まで繰返し載荷する 4 ケースを設定した。また、引張実験結果の比較から、各供試体間に本質的な差異は認められなかったため、本論では、A 供試体について結果を示し、考察を行う。引張実験ケース名、および載荷した最大ケーブル張力を Table 2-7 に示す。

一方、曲げ実験は、各供試体に対して、ケーブル張力、曲げ荷重に対応する強制変位、および中間支点の有無をパラメータとする複数のケースを設定した。このうち、本論では、ケーブル張力および曲げ荷重の大きさによる影響が比較的明瞭である、ケーブル張力 1470 あるいは 623kN 載荷時に最大強制変位 40mm を導入したケースについて結果を示し、考察を行う。ただし、U 供試体は、幾何剛性の変化を除いてケーブル張力による影響が認められないため、ケーブル張力 623kN を載荷したケースのみを対象とした。曲げ実験ケース名、使用した供試体名、ラッピング施工時のラッピング張力、中間支点の有無、曲げ載荷前の初期ケーブル張力、最大曲げ荷重、および Fig.2-14 に示す最大強制変位導入時の幾何学的関係より次式で定義する曲げ角度  $\theta_b$  を Table 2-8 に示す。

$$\theta_b = \tan^{-1} \left( \frac{\delta_{max}}{L} \right) \quad (2.14)$$

ここに、 $\delta_{max}$ ：最大強制変位量、および  $L$ ：回転変形が顕著な支間長である。  
なお、供試体名は Fig.2-15 に定義する意味を持つ。

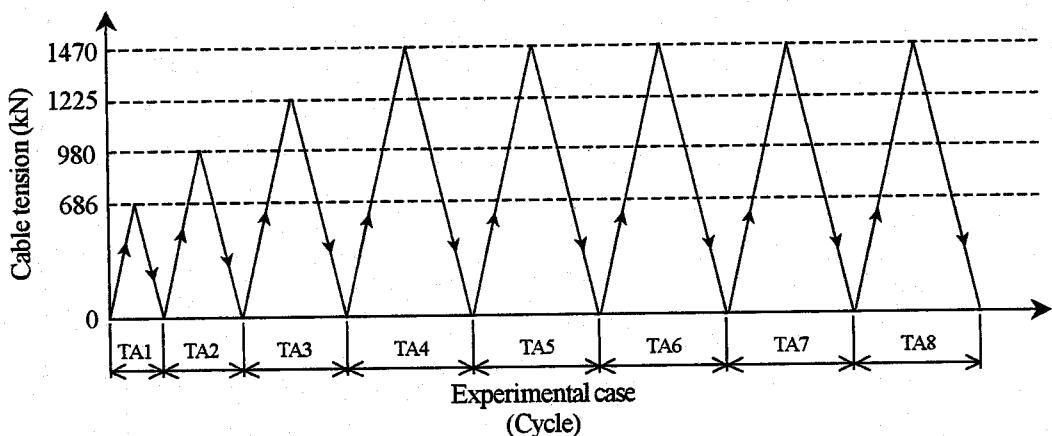


Fig.2-13 Steps in the tensile experiment

Table 2-7 Cases of the tensile experiment

Experimental case	Specimen	Wrapping tension (kN)	Wrapping strain ( $\mu$ )	Step no.	Maximum cable tension (kN)
TA1	A	0.402	659	1	686
TA2				2	980
TA3				3	1225
TA4				4	1470
TA5				5	1470
TA6				6	1470
TA7				7	1470
TA8				8	1470

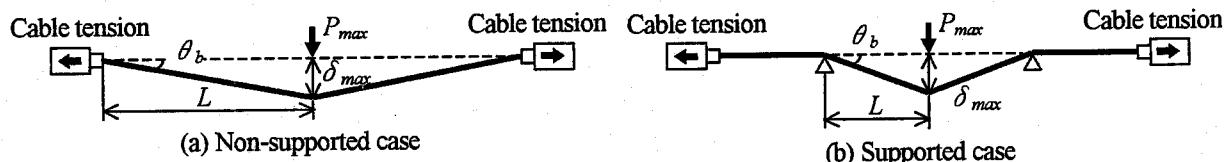


Fig.2-14 Definition of bending angle  $\theta_b$

Table 2-8 Cases of the bending experiment

Experimental case	Specimen	Wrapping tension (kN)	Middle Support	Initial tension (kN)	Maximum bending load $P_{max}$ (kN)	$\theta_b$ (rad.)
A623N	A	0.4 (Wrapped cable)	Non-supported	623	16.4	0.008
A623S			Supported		41.1	0.019
A1470N			Non-supported	1470	29.3	0.008
A1470S			Supported		67.5	0.019
B623N	B	0.29 (Wrapped cable)	Non-supported	623	16.7	0.008
B623S			Supported		37.4	0.019
B1470N			Non-supported	1470	29.5	0.008
B1470S			Supported		66.6	0.019
C623N	C	0.57 (Wrapped cable)	Non-supported	623	16.2	0.008
C623S			Supported		52.8	0.019
C1470N			Non-supported	1470	31.1	0.008
C1470S			Supported		76.6	0.019
U623N	U	0 (Unwrapped cable)	Non-supported	623	12.2	0.008
U623S			Supported		28.2	0.019

B623N  
Supported or not  
N : Non-supported  
S : Supported  
Initial cable tension : 623 or 1470 kN  
Wrapping tension  
A : 0.40 kN (Specimen-A)  
B : 0.57 kN (Specimen-B)  
C : 0.29 kN (Specimen-C)  
U : 0 kN (Specimen-U)

Fig.2-15 Definition of the name of bending experimental case

## 2. 3 実験結果とその考察

### 2. 3. 1 ケーブル張力とラッピングひずみの関係

本論では、ケーブル張力の載荷によりラッピングワイヤに生ずるひずみをラッピングひずみと称することにする。なお、ケーブル張力とラッピングひずみの関係は、2. 3. 2 項で述べるが、実験ケース TA5 以降で履歴効果が見られなかったため、ここでは、実験ケース TA8 のみを対象とする。

Fig.2-16 に示す断面 G の各測定点における、ケーブル張力とラッピングひずみの関係を Fig.2-17 に示す。また、Fig.2-17 には、両者間の関係の計算値もあわせて示す。なお、計算値の算出は、ケーブル断面を円形と仮定し、素線とラッピングワイヤ間の摩擦を無視して誘導された、ケーブル張力変動によるラッピング張力変動を推定する設計式<sup>22)</sup>を変形して得られる次式を用いた。

$$\Delta \varepsilon_w = \frac{\nu \Delta T_c D_c}{D_w E_c A_c} \quad (2.15)$$

ここに、 $\Delta \varepsilon_w$  : ラッピングひずみの低下、 $\Delta T_c$  : ケーブル張力の増分、 $D_c$  : ケーブル供試体の外径、 $d_w$  : ラッピングワイヤの直径、 $D_w$  : ラッピングワイヤ巻き付け最外径( $=2d_w + D_c$ )、 $A_c$  : ケーブル供試体の有効断面積、 $E_c$  : ケーブル供試体の弾性係数、および  $\nu$  : ケーブルのポアソン比( $=0.3$ )<sup>22)</sup>である。

Fig.2-17 より、ケーブル張力とラッピングひずみの関係の傾きは測定点ごとに異なることが分かる。また、ケーブル張力を増大するとラッピングひずみの変化量が小さくなる非線形性を呈することが分かる。さらに、計算値と測定値を比較すると、素線との線接触によるラッピングワイヤの曲げ変形が最も大きいと想定される、直径 3.2mm のフィラーワイヤ上が計算値とほぼ一致し、時計回りに 30, 90, および 150° の対角線上に位置し、素線との点接触が想定される、直径 5.0mm の素線上が最も計算値との差が大きい傾向にあることが分かる。したがって、ケーブル外径に比して素線径の大きな本供試体は、ケーブル最外郭に位置する素線の凹凸形状の影響を受け、ラッピングワイヤ軸に沿ってラッピングひずみにばらつきを生ずると考えられる。しかしながら、ケーブル外径に比して素線径の十分小さい実橋主ケーブルではこの影響は殆ど無視でき、式(2.15)による計算値とほぼ一致すると考えられる。

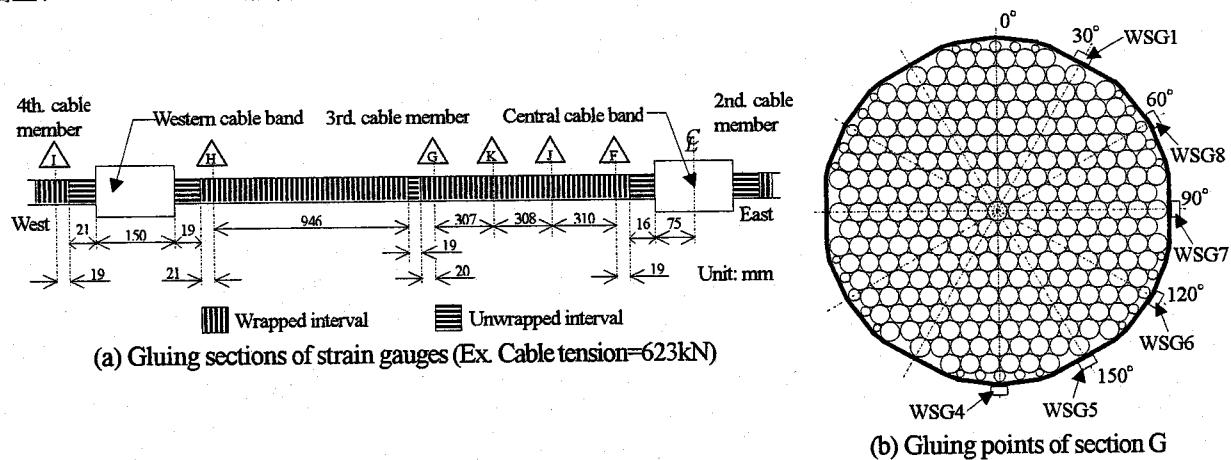


Fig.2-16 Gluing sections and points of strain gauges on wrapping wire

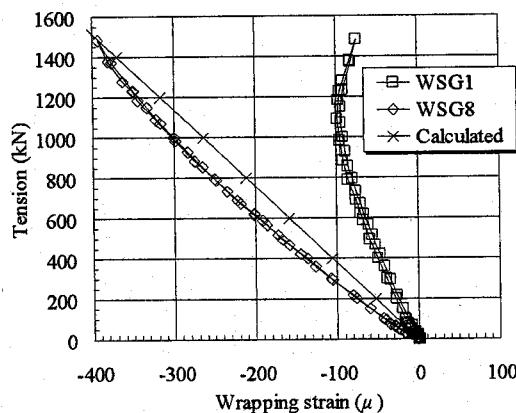


Fig.2-17(a) Relationships between tension and wrapping strain (WSG1 and WSG8)

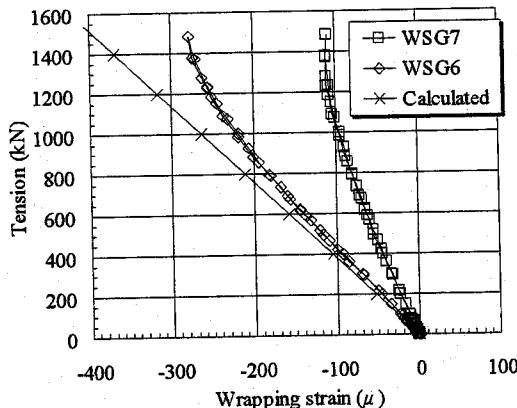


Fig.2-17(b) Relationships between tension and wrapping strain (WSG6 and WSG7)

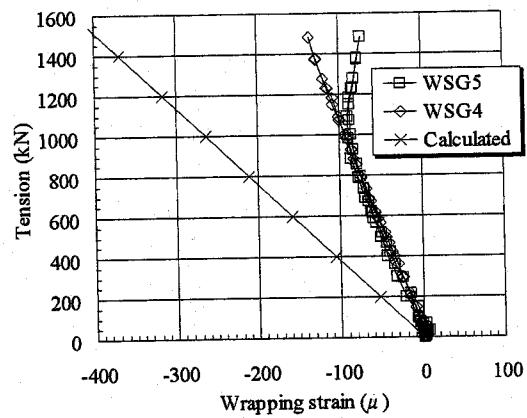


Fig.2-17(c) Relationships between tension and wrapping strain (WSG4 and WSG5)

### 2. 3. 2 ラッピングワイヤの履歴挙動

ケーブル張力の繰返し載荷による、ケーブル張力除荷後のラッピングワイヤの残留ひずみの変化を把握するため、実験ケース TA1～TA8 について、Fig.2-16(a)に示す各ラッピングひずみ測定断面における、各実験ケース終了後の残留ひずみの平均値を累算して得られる、残留ひずみのトータル値の変化を Fig.2-18 に示す。

Fig.2-18 より、実験ケース TA2 終了後の断面 K における残留ひずみの増加が殆ど無いものの、全体的な傾向として、各断面とも実験ケース TA1～TA4 において、引張側で残留ひずみが増加し、ケーブル張力 1470kN を繰返し載荷した TA5 以降は残留ひずみのトータル値がほぼ一定であることから、ケーブル張力を初期載荷すると引張側に残留ひずみを生ずることが分かる。この原因として、本実験では、素線の配列が安定しない無応力状態でワイヤラッピング施工を実施したため、ケーブル張力載荷により素線とラッピングワイヤ間の摩擦の影響を受けたことが考えられるが、最大ケーブル張力を載荷する引張実験終了後の曲げ実験時の残留ラッピングひずみは小さいと考えられる。

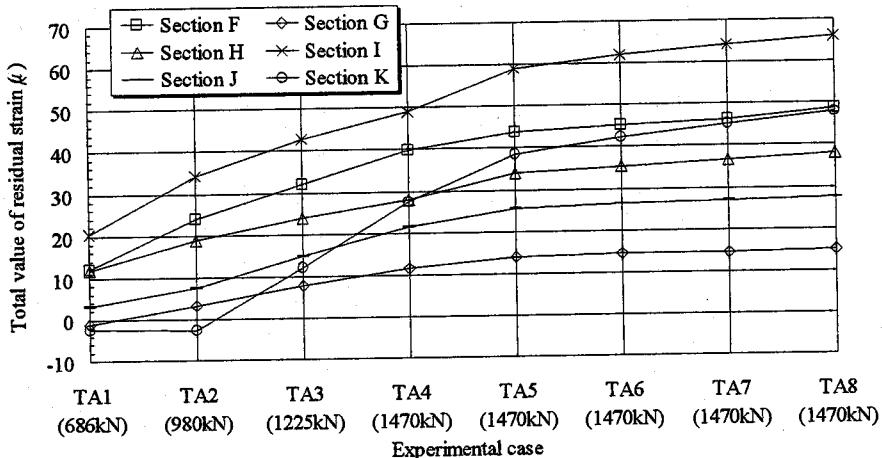


Fig.2-18 Changes of total value of residual strain

### 2. 3. 3 曲げ荷重と変位の関係

ケーブル張力、曲げ角度、およびラッピング施工時のラッピング張力が平行線ケーブルの剛性に及ぼす影響の把握を目的として、各ケースの曲げ荷重と曲げ載荷点の変位の関係を Fig.2-19 に示す。なお、Fig.2-19において、測定値は繰返し 3 回の載荷・除荷過程をプロットし、計算値は実測した曲げ荷重に対して、ケーブルの曲げ剛性を充実はりあるいは重ねはり（独立なワイヤ）と仮定して算出した値を比較として示したものである。また、計算値の算出は、ソケット口元の境界条件を両端固定あるいはヒンジ支持と仮定し、ケーブルの変形による張力変動およびケーブルバンドの締め付けの影響は無視した。さらに、Fig.2-19 の凡例で、S.B.は充実はりの計算値、I.W.は重ねはりの計算値、括弧内の Fixed は境界条件として両端固定支持を仮定したこと、および Hinged は両端ヒンジ支持を仮定したことを示す。

Fig.2-19(a)～(c)より、ケーブル張力 623kN を載荷して曲げ角度 0.008rad を導入した、いずれのラップトケーブルの実験ケースも両端固定の充実はりの計算値とほぼ一致し、Fig.2-19(e)～(j)、および(l)～(n)より、ラップトケーブルにつ

いて、ケーブル張力 623kN を載荷して曲げ角度 0.019rad を導入した実験ケース、あるいはケーブル張力 1470kN 以上を載荷した実験ケースで、最大曲げ荷重時の変位が両端固定の充実はりから重ねはりの計算値に近づくことから、ケーブル張力 623kN を載荷して曲げ角度 0.008rad を導入したケースを除いて、ラップトケーブルは充実はりと重ねはりの中間的な曲げ剛性を有することが分かる。この原因として、中間的な曲げ剛性を示したケースでは、ケーブル張力の増加によるポアソン効果に起因したラッピング張力の低下で素線間の締め付け力が低下すること、および曲げ角度の増加に伴い素線間のせん断力が増加することにより、素線間すべりを生じたことが考えられる。

ラップトケーブルで曲げ剛性の低下を生じた、Fig.2-19(e)~(j)および(l)~(n)について、それぞれケーブル張力および曲げ角度を同一として、最大強制変位導入時の曲げ荷重を比較すると、概ね C, A, および B 供試体を用いた実験ケースの順に最大曲げ荷重が低下しており、ラッピング施工時のラッピング張力が小さい供試体ほど曲げ剛性が低下す

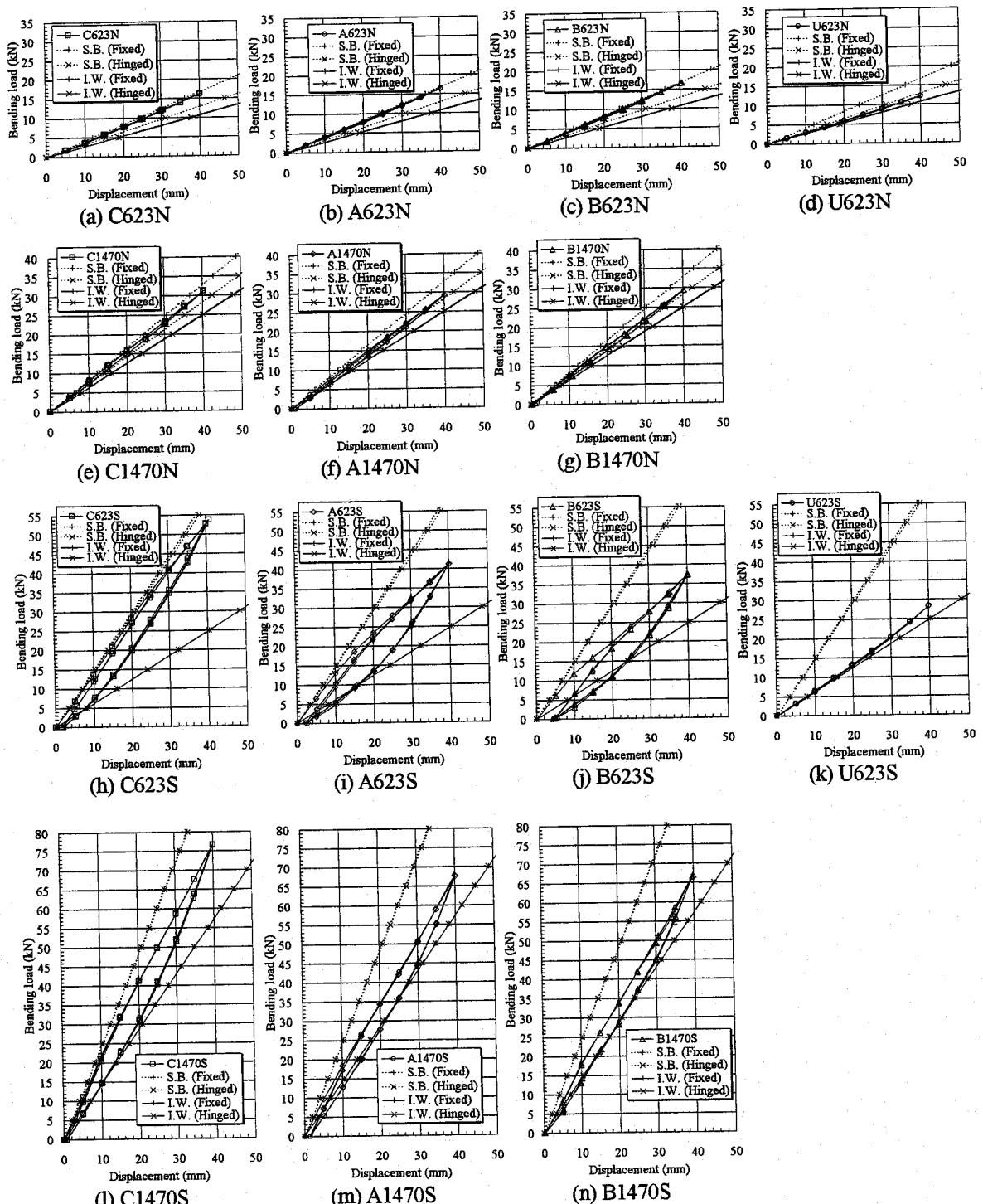


Fig.2-19 Relationships between bending load and displacement

ることが分かる。

また、Fig.2-19(e)～(j)、および(l)～(n)より、ラップトケーブルの曲げ荷重と変位の関係に素線間すべりを生ずる過程の摩擦に起因した Hysteretic loop を伴う非線形性を呈し、このうち、ケーブル張力 623kN を載荷して曲げ角度 0.019rad を与えた Fig.2-19(h)～(j)の Hysteretic loop の幅が最大であることから、ケーブル張力を低下し、ケーブルの曲げ角度を増加するほど、素線間摩擦の影響が現れると考えられる。なお、Fig.2-19(h)～(j)より、各ラップトケーブル供試体から曲げ荷重の除荷後に、その他のケースに比して比較的大きな残留変位が認められるが、これらのケースは、各供試体に対して最初に曲げ載荷したケースであるため、素線間摩擦による非可逆的な変位が残留したことが考えられる。

さらに、Fig.2-19(d)および(k)より、素線間すべりに対する拘束が無く、自由に素線間すべりを生ずるアンラップトケーブルはいずれも曲げ角度に関係なく荷重と変位の関係は重ねはりの計算値近傍に分布することから、重ねはり程度の曲げ剛性を有することが分かる。なお、Fig.2-19(k)の実験ケース U623S で荷重と変位の関係に若干の非線形性が認められるが、ケーブルの変形に起因したケーブル張力の変動による幾何剛性の増加の影響と考えられる。

### 2. 3. 4 最大曲げ荷重時のたわみ分布

素線間すべりの有無によるたわみ分布の比較と、たわみ分布から素線間すべりの発生箇所について考察するため、A、C および U 供試体を用いた曲げ実験 6 ケースを対象として、繰返し載荷 3 回目の最大曲げ荷重時のたわみ分布を Fig.2-20 に示す。また、Fig.2-20 には、ソケット口元の境界条件を固定支持、ケーブルの曲げ剛性を充実はりあるいは重ねはりと仮定し、2. 3. 3 項と同様の手法で算出したたわみ曲線を比較として示す。なお、Fig.2-20 において、横軸 X はソケット口元を原点とする座標を表す。

Fig.2-20(a)～(d)より、実験ケース C623S と A1470N は、それぞれ、曲げ荷重と支点反力の作用するケーブルバンド、および曲げ荷重の作用するケーブルバンド前後のケーブル部材のたわみの曲率がやや急になり、充実はりと重ねはりのたわみ曲線の中間にたわみが分布するのに対し、実験ケース C623N と A623N のたわみは充実はりのたわみ曲線に沿って滑らかに分布することが分かる。後者のたわみ分布は、活荷重時の実橋主ケーブルにおいて、ケーブルバンドとケーブル部材の変形状態を実測した結果<sup>211)～213)</sup>と同様の傾向にある。一方、Fig.2-20(e)と(f)より、ケーブル部材に自由に素線間すべりを生ずる、実験ケース U623S と U623N のたわみ分布は、いずれも各ケーブルバンド前後のケーブル部材に曲率の急な折れ曲がりを生じ、実験ケース U623N の第 2 と第 3 ケーブル部材を除けば、重ねはりのたわみ曲線とほぼ一致することが分かる。実験ケース U623N の第 2 と第 3 ケーブル部材のたわみ分布の測定値と重ねはりのたわみ曲線が一致しない原因として、重ねはりのたわみ曲線の計算において、ケーブルバンドの締め付けの影響を考慮していないことが考えられる。以上から、本実験のラップトケーブル供試体では、曲げ角度やケーブル張力を増大すると、曲げ荷重や支点反力が作用するケーブルバンド端からケーブル部材側に素線間すべりが生ずると考えられる。

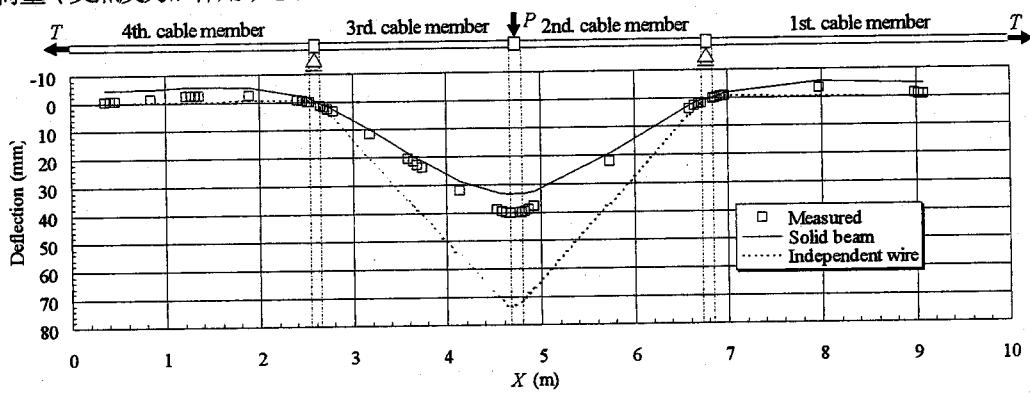


Fig.2-20(a) Distribution of deflection (C623S)

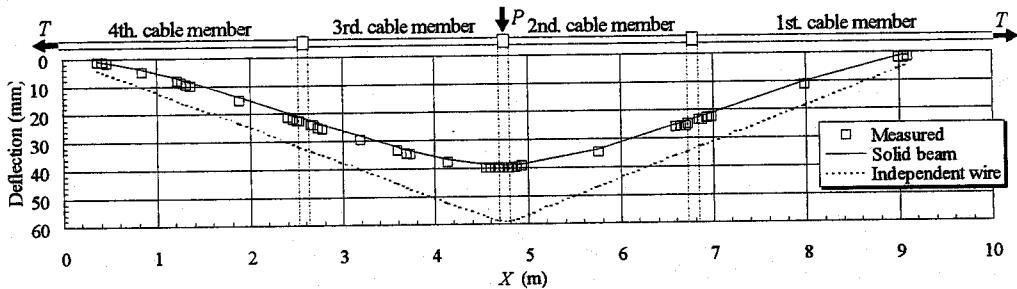


Fig.2-20(b) Distribution of deflection (C623N)

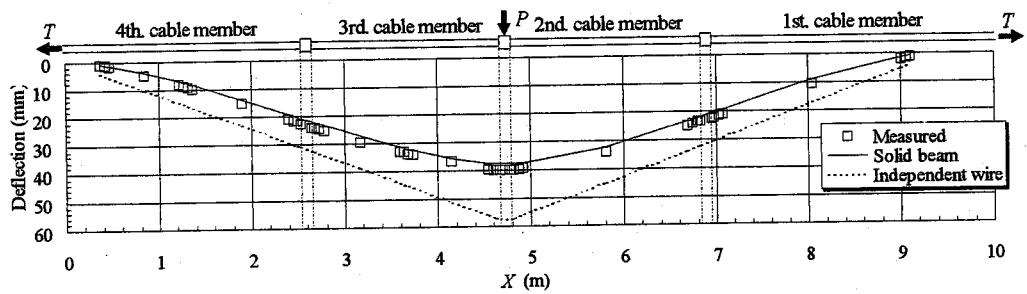


Fig. 2-20(c) Distribution of deflection (A623N)

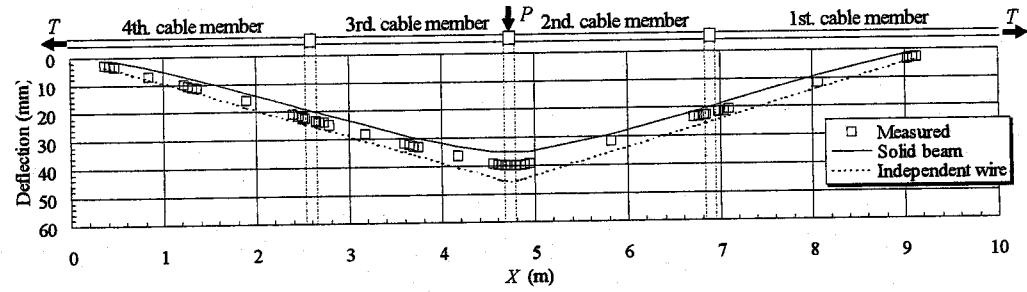


Fig. 2-20(d) Distribution of deflection (A1470N)

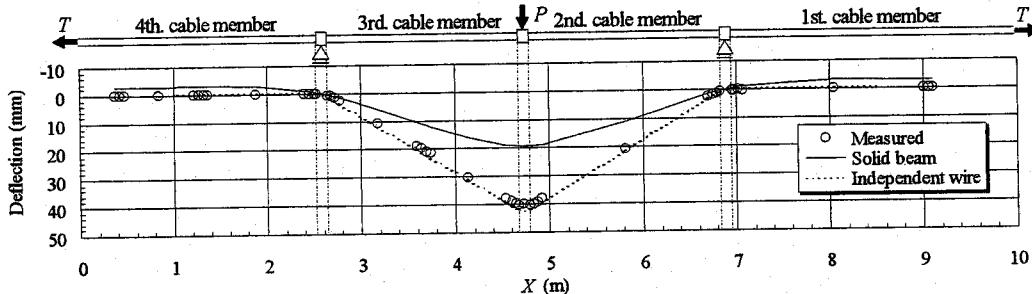


Fig. 2-20(e) Distribution of deflection (U623S)

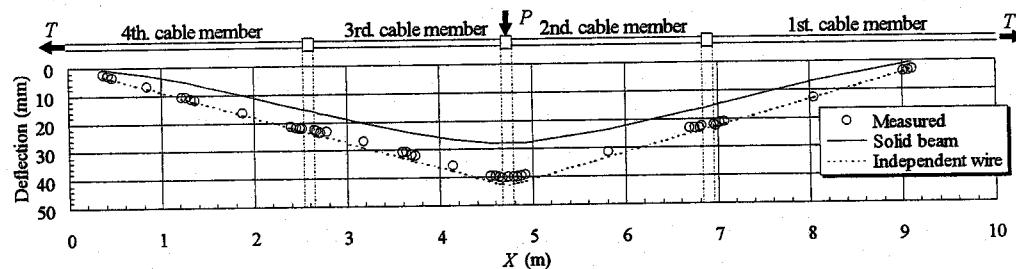


Fig. 2-20(f) Distribution of deflection (U623N)

### 2. 3. 5 変位と二次応力の関係

平行線ケーブルに曲げ荷重が作用することにより、その内部の素線に生ずる二次応力は、Fig.2-21(a)に示すように、偏差軸応力と称するケーブル全体の曲げによる応力成分と、Fig.2-21(b)に示すように、局部曲げ応力と称する素線自身の局部的な曲げ変形によって生ずる応力成分の2つからなる。また、ラップトケーブルに曲げ荷重が作用する場合を考えると、Fig.2-22(a)に示すように、素線間すべりが発生せず、曲げ変形下のケーブル断面が平面を保つ場合には、充実はりの曲げ応力と等価な偏差軸応力のみが作用する。これに対し、Fig.2-22(b)に示すように、素線間すべりが発生してケーブルの曲率が増大し、曲げ変形下のケーブル断面が平面でなくなる場合には、偏差軸応力が低下するのに加えて、各素線には、素線自身の曲げによる局部曲げ応力が発生する。

本実験では、各素線に単軸ゲージ1枚を貼付して、曲げ載荷前にひずみのゼロ調整を行い、曲げ載荷によるケーブルの変形に起因して生ずるケーブル張力変動分の一次ひずみ、ケーブル全体の曲げによるひずみ、およびケーブルの曲率変化による素線自身の曲げひずみの総和を測定した。本論文では、このうち、ロードセルで測定したケーブル張力変動をケーブルの伸び剛性で除した一次ひずみを差し引き、ひずみの曲げ成分のみから算出した二次応力を示す。

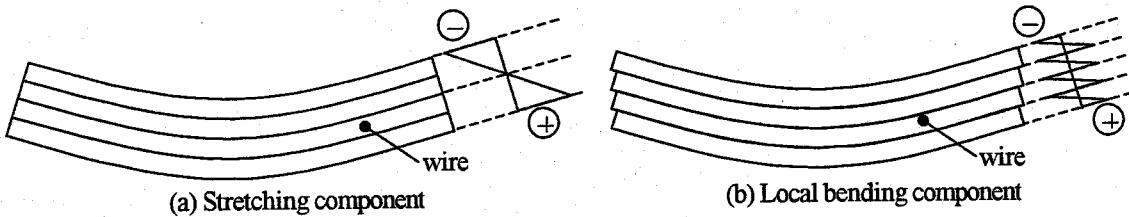


Fig. 2-21 Constitution of the secondary stress

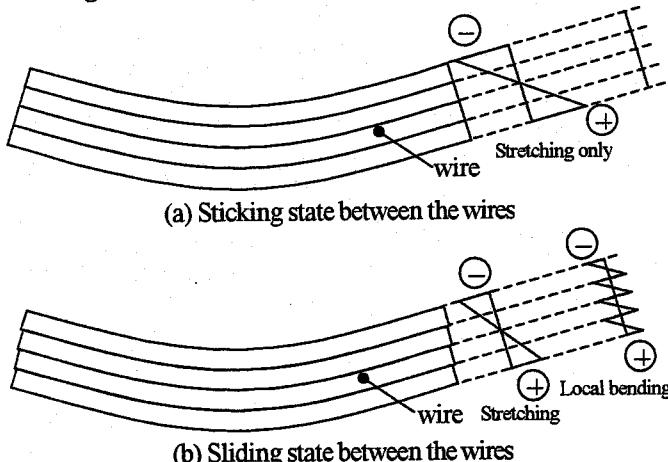
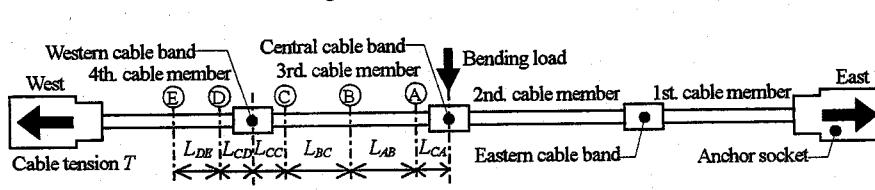


Fig. 2-22 Distributions of the secondary stress in a wrapped cable



Specimen	Cable tension (kN)	$L_{CA}$ (mm)	$L_{AB}$ (mm)	$L_{BC}$ (mm)	$L_{CC}$ (mm)	$L_{CD}$ (mm)	$L_{DE}$ (mm)
C	623	85	983	984.5	85	90	1208
		83.5	981.5	998	86	85	1211
C	1470	85	983	991.5	86	90	1209
		86.5	984	993	86	85	1204.5

(a) Gluing sections of strain gauges

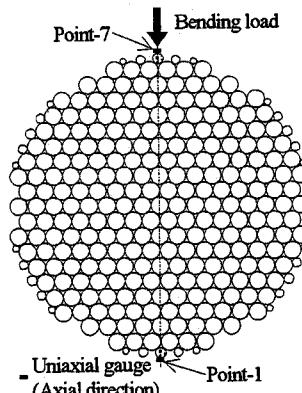
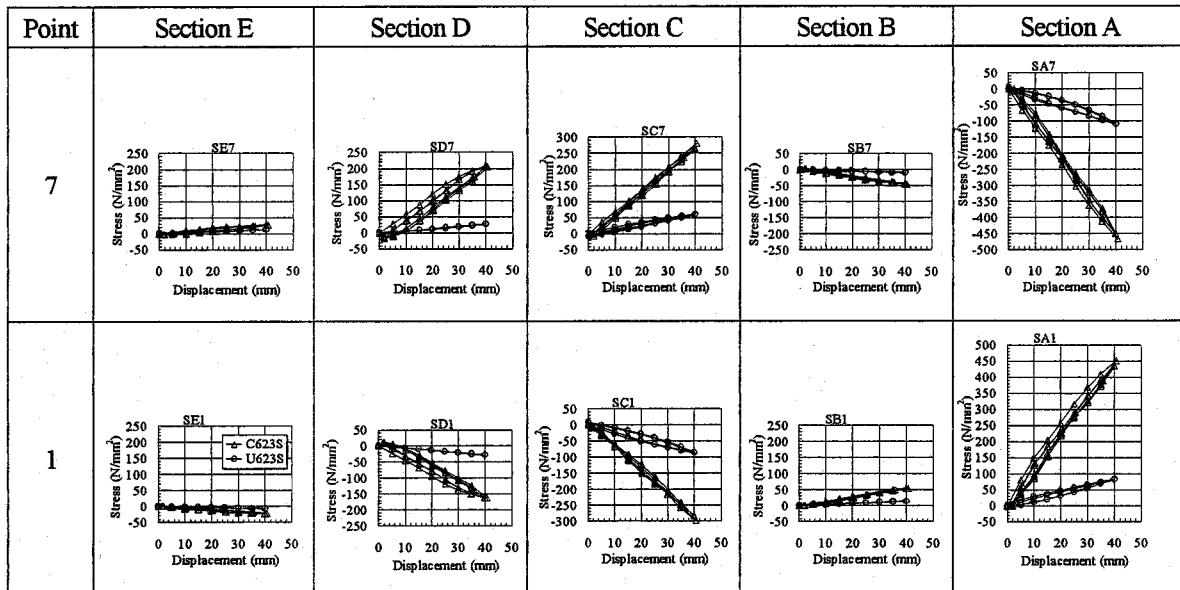


Fig. 2-23 Gluing sections and measurement points on the steel wire

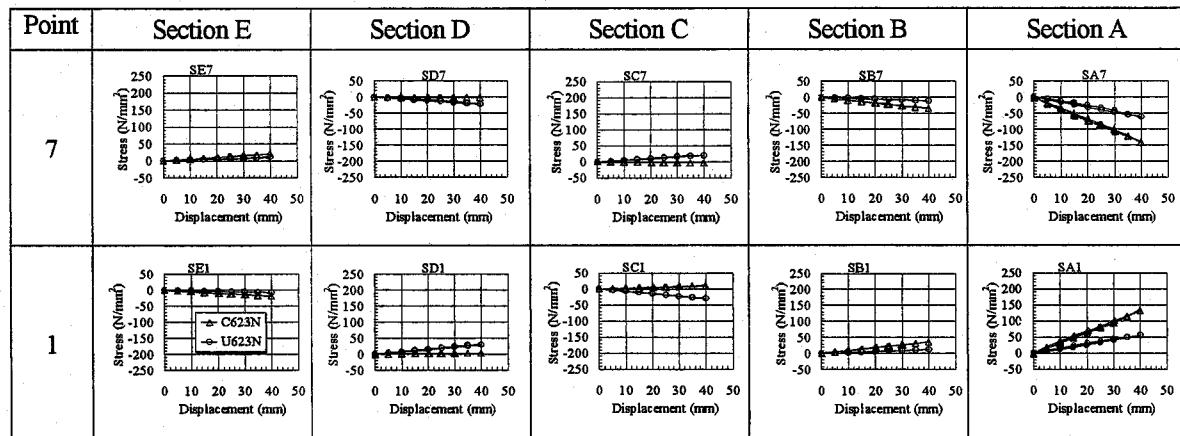
ラッピングの有無による平行線ケーブルの変形と二次応力の関係の比較と、ラップトケーブルに素線間すべりの発生した場合のケーブルの変形と二次応力の関係を把握するため、実験ケース U623N, U623S, C623N, および C623S について、曲げ載荷・除荷過程の載荷点の変位と Fig. 2-23 の断面 A～E の測定点 1 および 7 における二次応力の関係を曲げ角度ごとに Fig. 2-24 に示す。

Fig. 2-24 より、変位と二次応力の関係の傾きは、実験ケース C623S, U623S, および U623N の断面 B および E に比して、たわみの曲率が局所的に増大する断面 A, C, および D で大きく、また、実験ケース C623N の断面 B～E に比してたわみの曲率が局所的に増大する断面 A で大きいことが分かる。これらの断面についてアンラップトケーブルである、実験ケース U623S と U623N と、ラップトケーブルである実験ケース C623S と C623N の傾きを比較すると、前者に比して後者の傾きが大きく、同一初期ケーブル張力、および同一曲げ角度で比較した場合、アンラップトケーブルに比してラップトケーブルの二次応力が大きいと考えられる。ただし、曲げ荷重を同一とした場合は、ラップトケーブルに比して剛性の低いアンラップトケーブルのたわみが増大し、ケーブルバンド前後で生ずるケーブル部材の曲率も増大するため、ラップトケーブルに比してアンラップトケーブルの二次応力が増大すると考えられる。さらに、実験ケース C623S と C623N について、断面 A, C, および D の変位と二次応力の関係を比較すると、前者は Hysteretic loop を呈するのに対し、後者はほぼ線形挙動を呈することが分かる。これは、後者に比して前者の曲げ角度が大きく、曲げ載荷過程で素線間に作用するせん断力が増加して素線間すべりを生じたため、摩擦の影響を受けたと考えら

れる。なお、Fig.2-24(a)より、実験ケース U623S の断面 A および C の変位と二次応力の関係においても Hysteretic loop が見られるが、実験ケース U623S の曲げ角度が大きいために、ケーブルバンドの内部で素線間すべりを生じ、摩擦の影響を受けたことが考えられる。



(a)  $T=623\text{kN}$ ,  $\theta_b=0.019\text{rad}$ .



(b)  $T=623\text{kN}$ ,  $\theta_b=0.008\text{rad}$ .

Fig.2-24 Relationships between the secondary stress and displacement

### 2. 3. 6 最大曲げ荷重時の二次応力分布

ケーブル断面内の二次応力の分布特性、ラッピングの有無とラッピング施工時のラッピング張力の大きさが二次応力分布に及ぼす影響、および二次応力の測定値と計算値との比較を目的として、実験ケース U623N, U623S, C623N, C623S, C1470N, C1470S, B1470N, および B1470S について、最大曲げ荷重時における、Fig.2-23(a)に示す断面 A～E のケーブル高さ方向の二次応力分布を各供試体のケーブル張力ごとに Fig.2-26 に示す。なお、Fig.2-26 において、ケーブル断面内の同一高さに位置する測定点は両測定点のひずみの平均から二次応力を算出した。また、計算値は、アンラップトケーブルは式(2.16)より算出した値、およびラップトケーブルはソケット口元が固定支持された充実はりと仮定して算出した曲げ応力を比較として示す。

T. A. Wyatt<sup>214)</sup>は、ケーブルバンド内部で素線間すべりは生じないと仮定し、ケーブルバンドが締め付けられたアンラップトケーブルの二次応力  $\sigma_b$  を算出する次式を与えており。式(2.16)の右辺第 1 項は偏差軸応力、第 2 項は局部曲げ応力を示す。

$$\sigma_b = \frac{\tan\theta_A - \tan\theta_B}{L_p} E_c z - \phi E_w z_w \mu \exp(-\mu x) \quad (2.16)$$

ここに、

$$\mu = \sqrt{\frac{T}{E_c I_n}} \quad (2.17)$$

であり、 $\theta_A$ および $\theta_B$ ：それぞれFig.2-25に示すケーブルバンドAおよびBの回転角、 $L_p$ ：ケーブル部材長、 $E_c$ ：ケーブルの弾性係数、 $z$ ：ケーブルの図心軸法線方向の座標、 $\phi$ ：ケーブル部材とケーブルバンドの相対回転角、 $E_w$ ：素線の弾性係数、 $z_w$ ：各素線の図心軸法線方向の座標、 $x$ ：Fig.2-25に示す、ケーブルバンドAからBの向きを正とする素線の図心軸に沿った座標、 $T$ ：ケーブル張力変動を考慮したケーブル張力、および $I_n$ ：ケーブルを重ねはりと見なして算出される断面二次モーメントである。

Fig.2-26(a)と(b)の断面CおよびDについて、実験ケースU623NとC623Nを比較すると、後者に比して前者の二次応力が若干増加することが分かる。これは、ラップトケーブルのたわみ分布がケーブルバンド前後ではほぼ連続であるのに対し、Fig.2-20(d)に示すように、アンラップトケーブルはケーブルバンド前後で折れ曲がり、局部曲げ応力を生じるためであり、アンラップトケーブルの二次応力は、偏差軸応力に比較して局部曲げ応力によって変化すると考えられる。

Fig.2-26(b)と(c)より、初期ケーブル張力のみが異なる実験ケースC623SとC1470S、およびFig.2-26(c)と(d)より、ラッピング施工時のラッピング張力のみが異なる実験ケースC1470SとB1470Sについて、それぞれ断面A、C、およびDにおける二次応力の大きさを比較すると、それぞれ、C623Sに比してC1470S、およびC1470Sに比してB1470Sの二次応力が若干低下する傾向が伺える。このことから、それぞれ、ケーブル張力の増加によるラッピング張力の低下、およびラッピング施工時のラッピング張力の大きさの違いに起因した素線間すべりの発生により、局部曲げ応力は増加し、偏差軸応力は低下するが、これらのトータルとしての二次応力の低下は、それぞれ実験ケースC1470SおよびB1470Sが大きいことから、ラップトケーブルに素線間すべりが発生すると、局部曲げ応力の増加よりも偏差軸応力の低下が大きいと考えられる。

Fig.2-26(a)より、アンラップトケーブルの二次応力の測定値と計算値を比較すると、両者ほぼ一致するものの、ケーブルバンド近傍の断面で測定値が計算値を下回る傾向が伺える。この原因として、2. 3. 5項で述べたように、曲げ角度の増大により、ケーブルバンド内部で素線間すべりが発生したため、ケーブル部材に発生する偏差軸応力が低下したと考えられる。一方、Fig.2-26(b)～(d)より、ラップトケーブルの二次応力の測定値と曲げ応力の計算値を比較すると、いずれのケースも断面BとE、および実験ケースC623N、C1470N、およびB1470Nの断面CとDでは、両者がほぼ一致することが分かる。このことから、ラップトケーブルに曲げが作用することによって生ずるたわみの曲率が小さい断面では、ケーブルバンド前後のケーブル部材であっても殆ど素線間すべりを生じないと考えられる。また、各ケースの断面A、および実験ケースC623S、C1470S、およびB1470Sの断面CおよびDについて二次応力の測定値と曲げ応力の計算値を比較すると、いずれの断面においても、測定値は計算値に比して線形な分布でなくなることが分かる。この原因として、これらの断面における素線間すべりの発生により、局所的にケーブルの曲げ剛性が低下して、局部曲げ応力を生じたと考えられる。さらに、ケーブル上縁から時計回りに30度あるいは150度上の測定値が計算値に比して極めて低いことが分かる。この原因として、2. 3. 1項で述べたように、これらの素線はラッピングワイヤの点接触が想定されるため十分なラッピング張力による締め付けが生じず、素線間すべりを生じて偏差軸応力が低下したと考えられる。

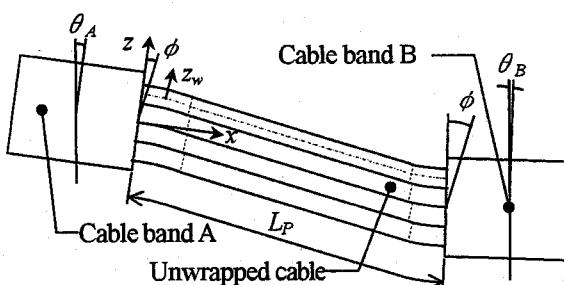


Fig.2-25 Notations for calculation of the secondary stress in an unwrapped cable

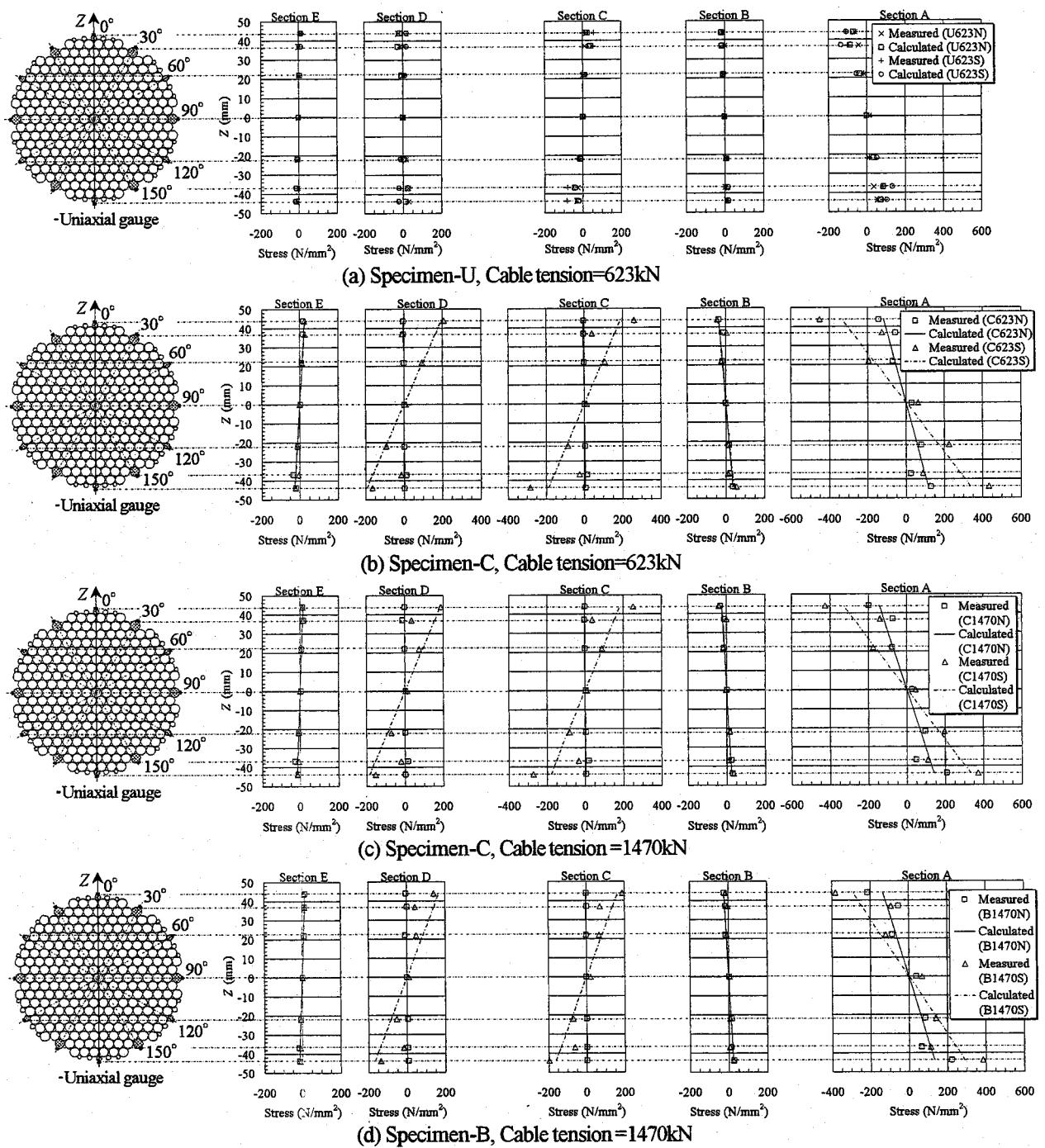


Fig.2-26 The secondary stress distributions

## 2. 4 結論

本章では、アンラップトおよびラップトケーブルの二次曲げを中心とした力学挙動の解明と、ラップトケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりの発生を実験的に検討することを目的として、ケーブル張力載荷によるラッピングワイヤの力学挙動に着目した引張実験、およびケーブル張力、ラッピング張力の大きさ、およびケーブルの曲げ角度が平行線ケーブルの力学挙動に及ぼす影響に着目した曲げ実験を実施した。引張実験では、ケーブル張力とラッピングひずみの低下の関係およびケーブル張力を繰返し載荷することによるラッピングワイヤの残留ひずみの変化を示した。また、曲げ実験では、曲げ荷重と変位の関係、たわみ分布、変位と二次応力の関係、および二次応力分布を示し、比較を行った。本章で得られた知見を以下に要約する。

- (1) ケーブル張力とラッピングひずみの低下の関係は、ケーブル張力を増加するとラッピングひずみの低下が小さくなる非線形性を呈し、ケーブル張力を初期載荷すると、ケーブル最外郭の素線とラッピングワイヤ間の摩擦によるラッピング張力の再配分に起因して引張側の残留ひずみを生ずる。
- (2) 本供試体のラッピングひずみは、ケーブル最外郭に配置された素線の凹凸形状の影響を受け、ラッピングワイヤ軸方向に沿ってばらつくが、素線とラッピングワイヤの線接触が想定される測定点は、式(2.15)による計算値とほぼ一致する。
- (3) ラップトケーブルの曲げ剛性はアンラップトケーブルに比して相対的に増加するが、ケーブル張力あるいは曲げ角度を増加すると低下して、アンラップトケーブルの剛性に近づく。ただし、本実験では、無応力状態でワイヤラッピング施工を実施しているため、死荷重状態でワイヤラッピング施工を施す実橋主ケーブルでは、本実験のように大きなケーブル張力変動によるラッピング張力の低下は生じないと想定される。
- (4) ラップトケーブルの曲げ剛性の低下は、ケーブル張力および曲げ角度のほか、ラッピング施工時のラッピング張力にも支配される。
- (5) 曲げ剛性を充実はりと仮定した計算値に比して曲げ剛性の低下したラップトケーブルのたわみは、曲げ載荷点近傍や支点近傍のケーブルバンド部で急な曲率で分布することから、ラップトケーブルの素線間すべりは、ケーブルバンドからケーブル部材側に生ずる。
- (6) ラップトケーブルの二次応力は、これらの断面でのケーブル全体の曲げ剛性とともに低下し、さらに、その分布形状は、局部曲げ応力の発生により、曲げ応力としての計算値に比して線形でなくなる。
- (7) ラップトケーブルに繰返し曲げ載荷した際に、曲げ荷重と変位の関係、およびケーブル全体の曲げ剛性が低下すると想定される断面の変位と二次応力の関係に Hysteretic loop を伴う非線形性を呈する。

#### 参考文献（第2章）

- 2.1) Final Report of the Board of Engineers to the Delaware River Bridge Joint Commission of the States of Pennsylvania and New Jersey, 1927.
- 2.2) John A. Roebling and Sons Co : Construction of Parallel Wire Cables for Suspension Bridge, Trenton, New Jersey, Nov. 21. 1963.
- 2.3) 渡 理宙：吊橋用平行線ケーブルに関する実物大実験、神戸製鋼技報 R&D, Vol.18, No.2, pp.29-36, 1968.
- 2.4) 西村 昭, 新家 徹, 中村憲市, 土居憲司：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析、土木学会論文報告集, 第 260 号, pp.1-15, 1977.
- 2.5) 中村憲市, 新家 徹, 西村昭：ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの二次応力解析、土木学会論文報告集, 第 288 号, pp.67-81, 1979.
- 2.6) 田中義人, 長井洋, 原口俊男, 小松定夫:平行線ケーブルの2次曲げ応力に関する研究, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.15-25, 1989.
- 2.7) 遠藤武夫, 奥川淳志, 竹之内博行, 三木千壽：橋梁用ケーブルの曲げ疲労強度、鋼構造論文集, 第 1 卷 3 号, pp.91-102, 1994.
- 2.8) Takenouchi, H. and Ono, S. : Bending Fatigue test for Bridge Cables, Proceedings of The First International Conference on Steel & Composite Structures, Vol.2, pp.1127-1134, 2001.
- 2.9) American Society of Civil Engineers : Transactions, Paper No.1819, George Washington Bridge, Design of Superstructures
- 2.10) 本州四国連絡橋公団：吊橋ケーブルに関する検討, pp.84-85, 1978.
- 2.11) 北川 信：東大維橋におけるケーブル応力の測定調査、本四技報, No.1, pp.10-18, 1977.
- 2.12) 北川 信：吊橋ケーブルの二次応力測定（平戸大橋）、本四技報, No.3, pp.8-13, 1978.
- 2.13) 北川 信：吊橋におけるケーブル応力の測定、橋梁と基礎 78-11, pp.17-22, 1978.
- 2.14) Wyatt, T. A. : Secondary Stresses in Parallel wire Suspension Cables, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.86, No.ST7, pp.37-59, 1960.
- 2.15) 前田幸雄, 林 正, 前田研一：主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析、土木学会論文報告集, 第 315 号, pp.37-47, 1981.
- 2.16) 三品吉彦, 中崎俊三, 野村国勝, 前田研一：主ケーブルの2次応力による長大吊橋の架設誤差問題と解析法、橋梁と基礎 81-11, pp.8-14, 1981.

- 2.17) 川西直樹, 橋口康三, 大橋治一: 塔頂サドル部のケーブル曲げ応力が強度評価に及ぼす影響, 土木学会第51回年次学術講演会概要集 I-A310, pp.620-621, 1994.
- 2.18) 日本鋼構造協会: 構造用ケーブル材料規格, pp.31-43, pp.61-69, 1994.
- 2.19) 本州四国連絡橋公団: HBS ケーブル材料規格・同解説, pp.1-12, 1991.
- 2.20) Honshu-Shikoku Bridge Authority : THE AKASHI-KAIKYO BRIDGE -Design and Construction of the World's longest Bridge-, pp.32-33, pp.84-85, 1998.
- 2.21) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 大鳴門橋工事誌, pp.427, pp.440, pp.492, 1987.
- 2.22) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 瀬戸大橋工事誌, pp.602, pp.618, pp.620, pp.622, 1988.
- 2.23) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 伯方・大島大橋工事誌, pp.395, pp.400, pp.416, 1989.
- 2.24) Hawranek, A., Steinhardt, O. (小松定夫, 橋 善雄 共訳): 鋼橋の理論と計算, pp.363-391, 山海堂, 1965.
- 2.25) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 大鳴門橋工事誌, pp.263-265, 1987.
- 2.26) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 瀬戸大橋工事誌, pp.416-417, 1988.
- 2.27) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 伯方・大島大橋工事誌, pp.223-225, 1989.
- 2.28) 下村稔, 杉山剛史, 西岡早和子: 明石海峡大橋のケーブル後期工事施工報告, 本四技報, No.92, pp.15-24, 1999.
- 2.29) 吉岡徳人: 長大吊橋ケーブルのワイヤ・ラッピング, 神戸製鋼技報 R&D, Vol.18, No.2, pp.78-83, 1968.
- 2.30) 香川祐次: 因島大橋のケーブル後期工事, 本四技報, No.29, pp.33-40, 1984.
- 2.31) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 因島大橋工事誌, pp.224-227, 1985.
- 2.32) 本州四国連絡橋公団: 吊橋ケーブルに関する検討, pp.161-190, 1978.
- 2.33) 本州四国連絡橋公団: 鋼橋等塗装基準・同解説(案), 1990.

### 第3章 超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの発生に関する検討

#### 3. 1 概説

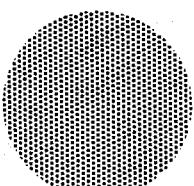
第2章で述べたように、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験では、ラップトケーブル供試体に導入する曲げ角度を増大するか、ラップトケーブル供試体に載荷する初期ケーブル張力を増大すると、それぞれ、素線間に作用するせん断力の増大、ポアソン効果によるケーブル断面の細りに起因したラッピング張力の低下によって素線間すべりを発生することが明らかとなつた。素線間すべりを生ずると、変形後のケーブル軸に直交する断面が平面でなくなり、平面保持の仮定が適用できなくなるため、変形や二次応力の発生機構などが極めて複雑になり、解析的な取り扱いも困難となる<sup>31)</sup>。これに対して、素線間すべりを生じなければ、平面保持則の適用が可能であるため、ラップトケーブルの解析的な取り扱いは極めて容易となる。

ところで、本研究では、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルに、活荷重時に作用する応力を有限要素解析によって調査するため、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの力学的な特徴の一つである素線間すべりが、ケーブルバンド部に発生するか否かによって解析手法が大きく左右される。即ち、活荷重時において、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルに素線間すべりを生ずるのであれば、素線間すべりを考慮した有限要素解析が要求されるが、主ケーブルの断面内に多数存在する素線間の接触領域に発生するすべりに対して、摩擦接觸問題として有限要素解析を適用するのは、現状でも解の収束性や解析効率に問題を抱えているため、極めて困難である<sup>32)~313)</sup>。これに対して、素線間すべりを生じなければ、有限要素解析において接觸問題としての取り扱いが不要となるため解析上の取り扱いは容易となる。しかしながら、複数の実験パラメータとしてケーブル供試体に導入した曲げ角度の大きさは任意であり、活荷重時における、超長大吊橋のケーブルバンド部に素線間すべりを生ずる因子と考えられるケーブルバンドとケーブル部材間の相対的な回転角度との整合性はないため、実験結果のみからケーブルバンド部における素線間すべりの発生を判断することはできない。そこで、超長大吊橋の活荷重時における、この相対的な回転角度を解析的に調査し、素線間すべりを生じせしめる回転角度が生ずるか否かについて検討することとした。このため、まず、活荷重時において、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部での素線間すべりの発生を判定する基準として、活荷重時のケーブル張力の変動に起因したワイヤラッピングによる締め付け力の変化が考慮でき、吊橋全体系を対象とした骨組解析結果から素線間すべりの発生が簡易的に判断できる推定式を提案した。次に、本研究で CFRP の超長大吊橋主ケーブルへの適用性を比較、検討するために試設計した超長大吊橋に対して骨組解析を実施し、骨組解析結果に対して、提案した推定式を適用することで素線間すべりの発生を検討することとした。

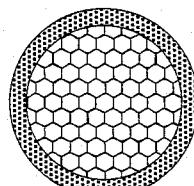
本章では、まず、試設計した超長大吊橋と、素線間すべりの発生を判定する推定式について示した後に、本研究の骨組解析に用いる立体骨組有限変位解析コードについて述べる。さらに、試設計した超長大吊橋に対して骨組解析を実施し、提案した推定式を用いて素線間すべりの発生を検討する。

#### 3. 2 超長大吊橋の解析ケース

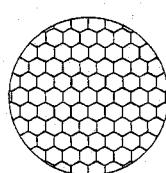
本研究では、超長大吊橋のケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力を比較するため、Fig.3-1 に示すように、主ケーブル断面を CFRP のみ (Type-sc)，CFRP と鋼線の断面積比を 1:1, 2:1, および 3:1 と変化させた Hybrid cable について 3 ケース (Type-H1, Type-H2, Type-H3)，および鋼線のみ (Type-s) で断面構成した 5 ケースの単径間超長大吊橋を試設計した<sup>314)</sup>。一例として、解析ケース Type-s の側面図を Fig.3-2 に示す。また、これら解析ケースの主要諸元を Table 3-1 に示す。なお、いずれの解析ケースの主ケーブルも片側吊材構面あたり主ケーブル 2 本吊り（主ケーブルの合計 4 本/Br.）を想定するが、影響線載荷や骨組有限変位解析など、吊橋全体系を対象とした解析モデルでは、これら片側吊材構面に 2 本配置された主ケーブルおよびハンガーロープを一本に集約してモデル化するため、Table 3-1 にはこれらを集約した断面積を示す。



Type-s (All steel)



Type-Hi ( $A_s/A_F=1:i$ )



Type-sc (All CFRP)

$$\begin{aligned} A_s:A_F=1:1 & \text{ Type-H1} \\ A_s:A_F=1:2 & \text{ Type-H2} \\ A_s:A_F=1:3 & \text{ Type-H3} \end{aligned}$$

$A_s$ : Cross-sectional area of steel portion  
 $A_F$ : Cross-sectional area of CFRP portion

Fig.3-1 Analytical cases and constitutions of the cross-section of main cable

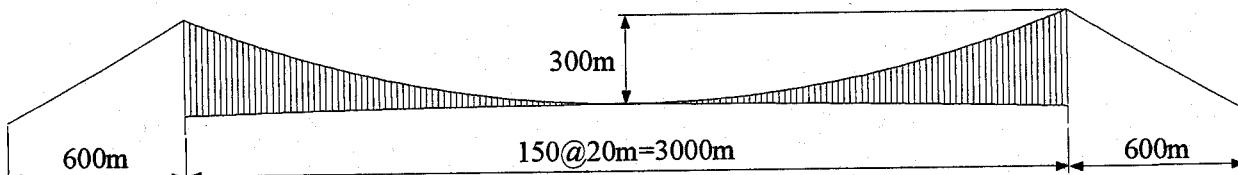


Fig.3-2 Side view of a ultra-long span suspension bridge (ex. analytical case Type-s)

Table3-1 Dimensions of ultra-long span suspension bridges and properties of members

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Constitution of the span (m)	600+3000+600				
Sag span ratio	1/10				
Pitch of suspender ropes $\lambda$ (m)	20				
Main cable	Elastic modulus $E_c$ (kN/m <sup>2</sup> )	2.000E+08	1.500E+08	1.750E+08	1.667E+08
	Unit volume weight $\gamma_c$ (kN/m <sup>3</sup> )	76.9	15.7	46.3	36.1
	Surcharge coefficient of the weight $\beta_c$	1.1	1.1	1.1	1.1
	Coefficient of thermal expansion $\alpha_c$ (1/deg.)	1.10E-05	6.00E-07	6.54E-06	4.76E-06
	Effective cross-section of area $A_c$ (m <sup>2</sup> )	1.9236	1.6513	1.8146	1.7554
	Cross-sectional area of the CFRP $A_F$ (m <sup>2</sup> )		1.6513	0.9073	1.1703
Suspender rope	Cross-sectional area of the steel $A_s$ (m <sup>2</sup> )	1.9236		0.9073	0.5851
	Elastic modulus $E_h$ (kN/m <sup>2</sup> )		2.000E+08		
	Unit volume weight $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )		76.9		
	Surcharge coefficient of the weight $\beta_s$		1.1		
	Coefficient of thermal expansion $\alpha_s$ (1/deg.)		1.10E-05		
Stiffening girder	Effective cross-section of area $A_g$ (m <sup>2</sup> )	0.0133	0.0123	0.0133	0.0123
	Elastic modulus $E_g$ (kN/m <sup>2</sup> )		2.000E+08		
	Effective width $B_g$ (m)		40		
	Height $H_g$ (m)		8		
	Equivalent thickness of the plate $T_g$ (m)	0.0385	0.0325	0.0365	0.035
	Unit volume weight $\gamma_g$ (kN/m <sup>3</sup> )		76.9		
	Surcharge coefficient of the weight $\beta_g$	1.4	1.4	1.4	1.4
	Coefficient of thermal expansion $\alpha_g$ (1/deg.)		1.20E-05		
	Weight of the additive $w_{ad}$ (kN/m/Br.)		84.084		
	Cross-section of area $A_g$ (m <sup>2</sup> )	3.86	3.31	3.68	3.54
Wing girder	Moment of inertia of area (in-plane) $I_y$ (m <sup>4</sup> )	48.98	41.91	46.66	44.91
	Moment of inertia of area (out of plane) $I_z$ (m <sup>4</sup> )	609.54	521.53	580.82	559.28
	Coefficient of torsion $J$ (m <sup>4</sup> )	143.22	120.63	135.76	130.17

### 3. 3 素線間すべりの推定式

素線間すべりの発生に関する因子は、以下の[1]～[4]であると考えられる。

- [1] 主ケーブル径
- [2] ワイヤラッピングの施されない区間長
- [3] ケーブル張力
- [4] ケーブル部材とケーブルバンドの相対的な回転（折れ）角度

上の[1]～[4]のうち、[1]と[2]は素線間すべりに対する寸法効果を表す因子であり、Fig.3-3に示すように、[2]は主ケーブル外郭から素線間すべりに対する直接的な拘束力を受けない区間の長さ  $L_u$  である。一般的な吊橋は、端（整形）バンドを境として、塔頂サドルの前後に主ケーブル一般部と塔頂サドル内部における素線の配置を変更するための区間が設けられ、この区間はワイヤラッピングが施されない。また、Fig.3-3に示すように、ケーブルバンドの前後にもワイヤラッピング施工ができない、ごく短い区間が存在し、本州四国連絡橋公団の実績では、この区間の長さは吊橋の規模によらず概ね 10～20mm 程度とされる。北川<sup>3.15,3.16</sup>は、東大維橋（主ケーブル径 231mm）と平戸大橋（主ケーブル径 365mm）において、活荷重載荷によって生ずる塔頂サドル近傍の主ケーブルの二次応力や変形状態などの力学的な挙動を実測し、端バンドの主塔側出口のワイヤラッピングが施されていないケーブル部材（長さ、東大維橋 700mm、

平戸大橋 2515mm) に素線間すべりが発生し、主ケーブル一般部のケーブルバンド前後では素線間すべりが発生しないと想定されることを報告している。一方、第2章で述べた、本研究におけるワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験（ケーブル供試体の直径 87.6mm）では、素線のひずみを測定するために、ケーブルバンドの出口に最大 30mm 程度ワイヤラッピングを省略した区間を設けたが、導入した曲げ角度によっては、この区間で素線間すべりを生じたケースもあった。以上のことから、素線間すべりの発生は、ワイヤラッピングが施されない区間の長さにも関係し、この区間が長くなると素線間すべりを生じやすくなることは明らかである。さらに、[3]は素線間すべりを生ずる直接的な因子ではないが、ケーブル張力の変動によるポアソン効果で主ケーブル径が変化するため、結果的にラッピングワイヤの張力も変動して素線間の拘束力が変化することとなる。[4]は素線間にせん断力を発生させるため、素線間すべりの発生を支配する本質的な要因である。

本節では、ケーブルバンド前後における素線間すべりの発生を判定する推定式を提案するため、まず、本研究で対象とするケーブルバンド部における素線間すべりの発生に対する寸法効果を表す因子である、ケーブルバンド前後のアンラップト区間長について、ラップトケーブル供試体と超長大吊橋あるいは実橋の関係を調査し、推定式の確立に対する実験結果の適用性を検討する。次に、推定式のパラメータである限界曲げ角度と有効ラッピング張力の定義と算出方法を示し、両者の関係からケーブルバンド部における素線間すべりを判定するための推定式を提案する。最終的に、提案した推定式と実橋において活荷重時に生ずるケーブル部材とケーブルバンドの回転角度の実測結果<sup>3.15), 3.16)</sup>を用いて推定式を検証する。

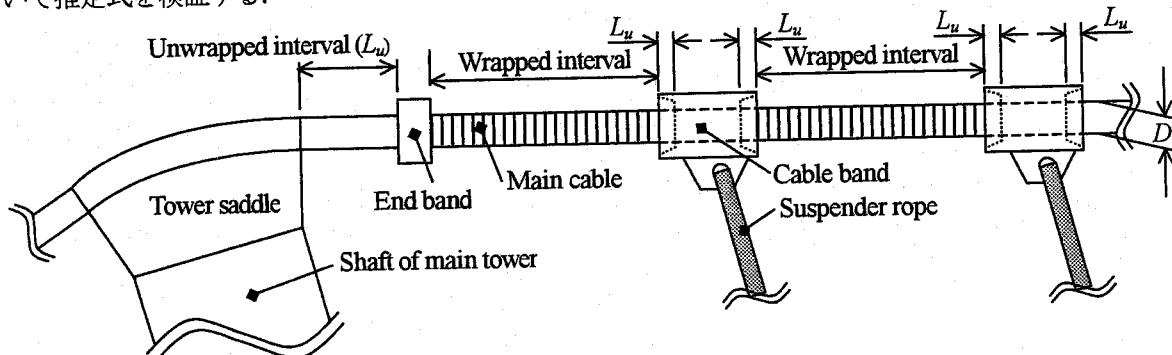


Fig. 3-3 Side view of main cable located near tower saddle

Table 3-2 Non-dimensional parameter  $L_u/D$  in an actual, ultra-long span suspension bridge, and specimen by author

Bridge	$L_u/D$
Type-s	0.0164
Type-sc	0.0177
Type-H1	0.0169
Type-H2	0.0172
Type-H3	0.0173
Akashi-Kaikyo Bridge	0.0189
Ohnaruto Bridge	0.0260
Shimotsui-Seto Bridge	0.0233
Kita Bisan-Seto Bridge	0.0211
Minami Bisan-Seto Bridge	0.0196
Ohshima Bridge	0.0439
Specimen by author	0.3276

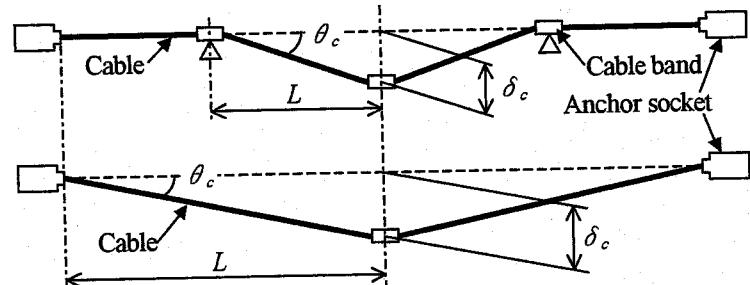


Fig. 3-4 Definition of rotation angle in the bending experiment

### 3. 3. 1 推定式の確立に対する実験結果の適用性

本研究の実験で用いたラップトケーブル供試体、本研究で対象とする超長大吊橋、および実橋の主ケーブルにおける、素線間すべりに対する寸法効果を表す無次元パラメータとして、ケーブルバンド前後におけるアンラップト区間長  $L_u$  と主ケーブル径  $D$  の比  $L_u/D$  を定義し、これらに対する  $L_u/D$  の関係を Table 3-2 に比較して示す。なお、Table 3-2 において、実橋あるいは超長大吊橋の  $L_u$  は、安全側を考えて 20mm を採用した。

Table 3-2 より、本研究の実験で用いたラップトケーブル供試体の  $L_u/D$  が極めて大きく、実橋および超長大吊橋の  $L_u/D$  が非常に小さいことが分かる。このことから、ラップトケーブル供試体が素線間すべりに対して危険側にあると考えられる。したがって、本研究で実施した実験結果を用いて、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部における

素線間すべりの発生について検討を行う場合には、安全側の評価を下すと考えられる。

### 3.3.2 推定式に用いるパラメータ

吊橋の主ケーブルにおける素線間すべりの発生を支配する本質的な因子は、ケーブル部材とケーブルバンド間の相対的な回転角度であると考えられ、Fig.3-4に定義するように、本研究で実施した、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験における、任意の変位 $\delta_c$ を導入した際のラップトケーブル供試体の回転角度 $\theta_c$ に相当する。 $\theta_c$ は次式で表される。

$$\theta_c = \tan^{-1}\left(\frac{\delta_c}{L}\right) \quad (3.1)$$

ここに、 $L$ ：本研究で実施したワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験における、ラップトケーブル供試体の回転変形の卓越するパネル長である。

また、式(3.1)に示すように、回転角度 $\theta_c$ はケーブル部材の長さを含んだ無次元量であるため、本研究の実験によつて得られた素線間すべりを生ずる回転角度が、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部で素線間すべりを生ずるケーブル部材とケーブルバンド間の相対的な回転角度として適用できると考えられる。本研究では、素線間すべりを生じたときの回転角度を限界曲げ角度 $\theta_L$ と称することとし、推定式を構成するパラメータの一つとして、限界曲げ角度 $\theta_L$ を採用する。

一方、回転角度とは逆に、素線間すべりの発生を拘束する因子として、ラッピングワイヤに導入された張力による締め付け力がある。しかしながら、ラッピングワイヤに導入された張力は、活荷重等の作用下におけるケーブル張力の変動に伴って変化するため、素線間の締め付け効果を議論する場合、ケーブル張力の変動によるラッピング張力の変化を考慮する必要がある。本研究では、この張力を有効ラッピング張力 $T_{we}$ と称することにする。したがって、推定式を構成するもう一つのパラメータとして有効ラッピング張力 $T_{we}$ を採用する。

以下では、本研究で実施した実験から得られた限界曲げ角度と、有効ラッピング張力の算出方法について示す。

#### (1) 限界曲げ角度

第2章で述べた、本研究におけるワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験は、ラッピング施工時のラッピング張力、初期ケーブル張力、曲げ角度 $\theta_b$ をパラメータとして、合計72ケースを実施した。限界曲げ角度はこれら全ての実験ケースに対する曲げ荷重とケーブルの回転角度 $\theta_b$ の関係を用いて調査した。限界曲げ角度は、実験で測定された曲げ載荷過程3回目の曲げ荷重とケーブルの回転角度の関係に対して、載荷初期の線形領域に初期剛性を表す近似直線を引き、近似直線と測定値の関係に開きが生ずる回転角度、即ち、初期剛性的低下が始まる回転角度として定義した。調査を行った結果、実験ケース72ケースのうち、近似直線から測定値が低下したケースは僅か12ケースであった。これら12ケースの実験ケース名、ラッピング施工時のラッピング張力、限界曲げ角度に到達した時点のケーブル張力、および限界曲げ角度とともにTable 3-3に示す。また、これらの実験ケースについて、曲げ荷重とケーブルの回転角度の関係を近似直線とあわせてFig.3-6に示す。なお、Fig.3-6およびTable 3-3において、実験ケース名はFig.3-5に定義する意味を持つ。

Table 3-3 Bending experimental cases, initial wrapping tension, cable tension and limit bending angle

Experimental case	Initial wrapping tension (N)	Cable tension (kN)	Limit bending angle (rad.)
B1480S40	294	1469.0	0.005
B1225S40	294	1224.2	0.006
B980S40	294	977.3	0.005
B623S40	294	622.4	0.005
A1480S40	402	1469.9	0.005
A1225S40	402	1225.2	0.005
A980S40	402	979.2	0.006
A623S40	402	623.6	0.007
C1480S40	568	1484.9	0.007
C1225S40	568	1227.9	0.008
C980S40	568	981.7	0.009
C623S40	568	622.4	0.011

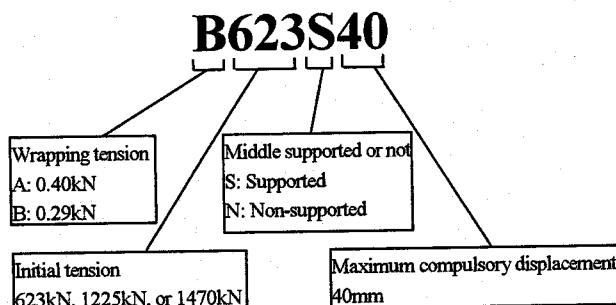


Fig.3-5 Definition of the name of bending experimental case

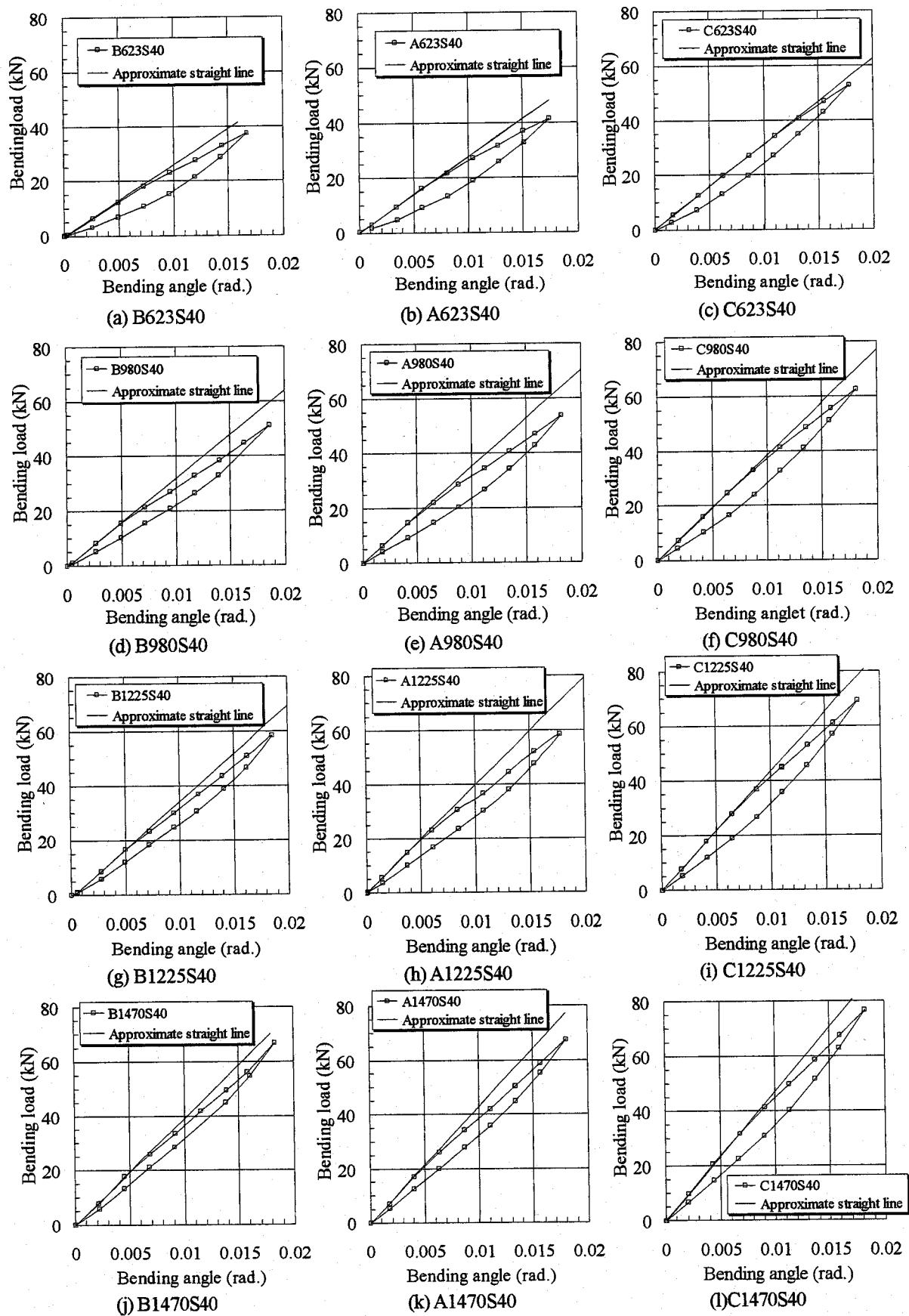


Fig.3-6 Relationships between bending load and rotation angle

## (2) 有効ラッピング張力

有効ラッピング張力は、ワイヤラッピング施工時のラッピング張力によってラッピングワイヤに生ずるひずみ  $\varepsilon_{wi}$  から、ケーブル張力の増大によって低下するラッピングワイヤのひずみ  $\Delta \varepsilon_w$  を差し引いて、ラッピングワイヤの伸び剛性  $E_c A_w$  を乗じて算出した。本研究で実施した実験で用いたケーブル供試体とラッピングワイヤの諸元を Table 3-4 に示す。まず、ケーブル張力の増加によってラッピングワイヤに生ずるひずみの低下  $\Delta \varepsilon_w$  は、ケーブル断面が円形かつ連続であり、空隙率の変化やラッピングワイヤと素線間の摩擦が無視できると仮定すれば、ケーブル張力の変動によるラッピング張力の低下の推定に用いられる設計式<sup>3,17)</sup>を変形した次式で表される。

$$\Delta \varepsilon_w = \frac{\Delta T_c v D_c}{(D_c + 2d_w) E_c A_c} \quad (3.2)$$

ここに、 $\Delta T_c$ ：本研究で実施した実験において限界曲げ角度に達した時点のケーブル張力、あるいは超長大吊橋の主ケーブルにおいて、死荷重時から任意の活荷重状態に至るまでのケーブル張力の増加、 $v$ ：本研究で実施した実験における、ケーブル供試体あるいは超長大吊橋主ケーブルのポアソン比 (=0.3)<sup>3,17)</sup>、 $D_c$ ：本研究で実施した実験における、ケーブル供試体あるいは超長大吊橋主ケーブルの外径、 $d_w$ ：本研究で実施した実験で用いたラッピングワイヤあるいは超長大吊橋のラッピングワイヤの直径、 $E_c$ ：本研究で実施した実験における、ケーブル供試体あるいは超長大吊橋主ケーブルの弾性係数、および  $A_c$ ：本研究で実施した実験における、ケーブル供試体あるいは超長大吊橋主ケーブルの有効断面積である。したがって、実験において限界曲げ角度に到達した時点でラッピングワイヤに作用するひずみ、あるいは任意の活荷重状態における超長大吊橋のラッピングワイヤに生ずるひずみは次式で表される。

$$\varepsilon_w = \varepsilon_{wi} - \Delta \varepsilon_w \quad (3.3)$$

式(3.3)より、任意のケーブル張力が作用する状態でラッピングワイヤに実質的に作用する、有効ラッピング張力  $T_{we}$  は次式で表される。

$$T_{we} = \varepsilon_{we} E_w A_w \quad (3.4)$$

ここに、 $E_w$ ：本研究で実施した実験、あるいは超長大吊橋のラッピングワイヤの弾性係数、および  $A_w$ ：本研究で実施した実験、あるいは超長大吊橋のラッピングワイヤの断面積である。

素線間すべりを生じたと考えられる、12 ケースの実験ケースについて、式(3.2)～(3.4)を用いて算出した有効ラッピング張力を Table 3-5 に示す。

Table 3-5 Effective wrapping tension of experimental cases on sliding between the wires

Table 3-4 Dimensions of cable specimen and wrapping wire

Elastic modulus of cable specimen $E_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	212301
Total cross sectional area of cable specimen $A_c$ (mm <sup>2</sup> )	5117
Outer diameter of cable specimen $D_c$ (mm)	87.642
Elastic modulus of wrapping wire $E_w$ (N/mm <sup>2</sup> )	202176
Diameter of wrapping wire $d_w$ (mm)	1.96
Cross sectional area of wrapping wire $A_w$ (mm <sup>2</sup> )	3.017

Experimental case	Initial wrapping strain $\varepsilon_{wi}$ ( $\mu$ )	Reduction of wrapping strain $\Delta \varepsilon_w$ ( $\mu$ )	Cable tension $\Delta T_c$ (kN)	Effective wrapping tension $T_{we}$ (N)
B1480S40	482	-388.3	1469.0	57.4
B1225S40	482	-323.6	1224.2	96.8
B980S40	482	-258.3	977.3	136.6
B623S40	482	-164.5	622.4	193.7
A1480S40	659	-388.5	1469.9	165.2
A1225S40	659	-323.8	1225.2	204.6
A980S40	659	-258.8	979.2	244.3
A623S40	659	-164.8	623.6	301.5
C1480S40	932	-392.5	1484.9	328.8
C1225S40	932	-324.6	1227.9	370.2
C980S40	932	-259.5	981.7	409.9
C623S40	932	-164.5	622.4	467.7

### 3. 3. 3 ケーブルバンド部における素線間すべりの推定式

有効ラッピング張力は、吊橋全体系を対象とした一般的な骨組解析等によって、死荷重時から任意の活荷重状態に至るまでのケーブル張力の変動を把握することができれば、式(3.2)～(3.4)を用いて算出することができる。したがって、本研究で実施した実験結果に基づき、有効ラッピング張力を独立変数、およびこの従属変数として限界曲げ角度を与える推定式を確立すれば、任意のケーブル張力に対する限界曲げ角度を把握することが可能となる。そこで、Table 3-3 および Table 3-5 に示した、限界曲げ角度と限界曲げ角度に到達した時点の有効ラッピング張力の関係に対して線形回帰分析を適用して、推定式を確立した。実験結果から得られたこれらの関係、および確立した推定式を Fig.3-7 に示す。なお、Fig.3-7 にプロットで示すように、有効ラッピング張力 200N 以下の範囲では、限界曲げ角度はほぼ一定であり、また、200N 以上の範囲では、有効ラッピング張力の増大に伴って線形的に限界曲げ角度が増大することが分

かる。そこで、式(3.5)に示すように、有効ラッピング張力 200N を境界とする定義域を有する推定式とした。

$$\begin{cases} \theta_L = 0.005 & (T_{we} < 200) \\ \theta_L = (2.0 \times 10^{-5}) T_{we} + 0.5 \times 10^{-3} & (T_{we} \geq 200) \end{cases} \quad (3.5)_{1,2}$$

ここに、 $\theta_L$ ：限界曲げ角度 (rad.)、および  $T_{we}$ ：有効ラッピング張力 (N) である。

したがって、超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりを判定する場合には、吊橋全体系の骨組解析を実施して、ケーブル部材とケーブルバンド間の相対的な回転角と、任意の活荷重状態での有効ラッピング張力を式(3.2)～(3.4)を用いて求め、また、式(3.5)によりこの有効ラッピング張力が作用する状況下における限界曲げ角度を求めてから、相対的な回転角が限界曲げ角度以下であるか否かを判定する。

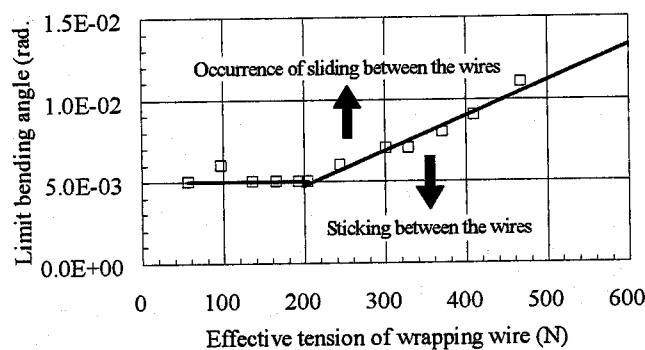


Fig. 3-7 Relationship between limit bending angle and effective tension of wrapping wire

### 3. 3. 4 実測結果を用いた推定式の検証

本研究で提案した、ケーブルバンド部における素線間すべりの推定式を検証するため、東大維橋と平戸大橋のケーブルバンド部における、死荷重時から活荷重状態に至るまでのケーブル部材とケーブルバンドの回転角度、ケーブルの応力分布とたわみの実測結果<sup>3,15), 3,16)</sup>を用いてケーブルバンド部における素線間すべりの発生を検討した。本研究で実施したケーブル実験におけるケーブル供試体の回転角度は、Fig. 3-8 に示すように、実橋における死荷重時から活荷重時に至るまでのケーブル部材の回転角度とケーブルバンドの回転角度間の相対的な回転角度に相当する。なお、本論ではこの相対的な回転角度を相対回転角度と称することにする。即ち、時計回りを正とした相対回転角度は次式で表される。

$$\theta_R = \Delta\theta_B - \Delta\theta_P \quad (3.6)$$

ここに、 $\theta_R$ ：相対回転角度、 $\Delta\theta_P$ ：ケーブル部材の回転角度、および  $\Delta\theta_B$ ：ケーブルバンドの回転角度である。

東大維橋と平戸大橋の回転角度やケーブル応力の実測は、気温の安定した深夜に実施されており、活荷重は、両吊橋ともその載荷位置を変化させた数ケースが設定されているが、本論では、このうち、Fig. 3-9 に示すように、第 1 ケ

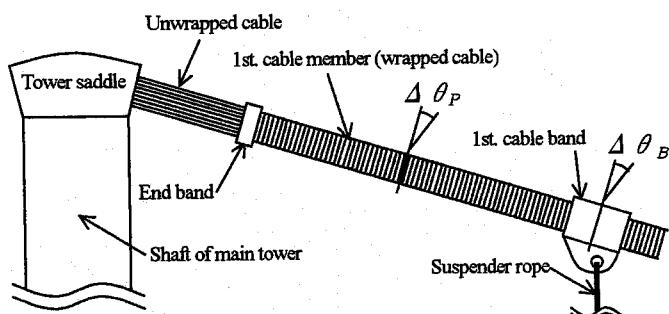
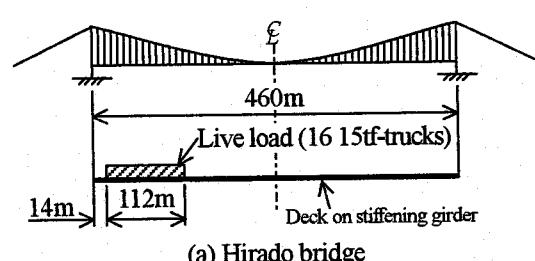


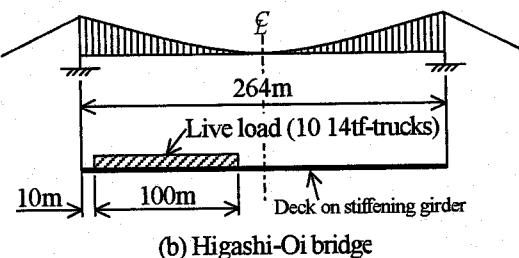
Fig. 3-8 Cable members and cable bands located vicinity of main tower

Table 3-6 Relative rotation angle between 1st cable member and 1st. cable band

Name of the bridge	$\Delta\theta_P$ (rad.)	$\Delta\theta_B$ (rad.)	$\theta_R$ (rad.)
Higashi-Oi bridge	$6.00 \times 10^{-3}$	$5.46 \times 10^{-3}$	$-0.54 \times 10^{-3}$
Hirado bridge	$6.00 \times 10^{-3}$	$6.80 \times 10^{-3}$	$0.80 \times 10^{-3}$



(a) Hirado bridge



(b) Higashi-Oi bridge

Fig. 3-9 Live load of each suspension bridge

一ケーブル部材と第1ケーブルバンドの相対回転角度が最大となる載荷状態に対して、Fig.3-8に示す第1ケーブルバンドと第1ケーブル部材間を対象として、推定式を検証した。なお、活荷重は、平戸大橋では15tf トラック16台の後輪を14m間隔で橋軸方向に2列、および東大維橋では14tf トラックを車頭間隔10mで10台車道上に停車させることによって載荷している。Fig.3-8に示す、第1ケーブル部材と第1ケーブルバンドの回転角度 $\Delta\theta_P$ 、 $\Delta\theta_B$ および相対回転角度 $\theta_R$ をTable 3-6に示す。

Table 3-6より、両吊橋とも相対回転角度の絶対値の最大値は0.001radオーダーを下回り、このほかの実測結果<sup>3,15,3,16</sup>によれば、第1ケーブルバンドの塔頂側出口における主ケーブルの応力はほぼ一様に分布し、主ケーブルのたわみ分布もほぼ直線状である。このことから両吊橋とも第1ケーブル部材の第1ケーブルバンド近傍では素線間すべりを生じていないと推察される。一方、素線間すべりの推定式(3.5)およびFig.3-7によれば、相対回転角度の絶対値が0.005rad以下では素線間すべりは発生しないと判定される。したがって、実測結果および提案した推定式とも素線間すべりを生じない判定が下されており、提案した推定式は妥当であると判断される。

### 3. 4 吊橋全体系を対象とした骨組有限変位解析手法

本研究では、実橋における主ケーブルの力学挙動を解析的に調査するため、慣用的なFishboneモデルや平面モデルを用いて吊橋全体系を対象とした骨組有限変位解析を実施できる、立体骨組有限変位解析コードを開発した。また、開発した解析コードは、第5章で述べる、局所解析方法の検討にも使用した。開発した立体骨組有限変位解析コードの概要を以下に示す。

#### (1) 要素ライブラリ

吊橋の主ケーブルとハンガーロープをモデル化するため、両端2節点トラス要素、および吊橋の主塔と補剛桁をモデル化するため、両端2節点Eulerはり要素を要素ライブラリに有する。なお、前者は方向余弦の変化量<sup>3,18)</sup>を用いて接線剛性マトリックスの定式化を行った。また、後者の剛性マトリックスとして、変位を成分とする非線形剛性マトリックス<sup>3,19)</sup>と、収束性に優れた、部材力を成分に有する接線幾何剛性マトリックス<sup>3,20)</sup>が挙げられるが、本解析コードでは、部材力を幾何剛性マトリックス成分に有する、後藤の接線幾何剛性マトリックス<sup>3,20)</sup>を用いた。

#### (2) 有限変位問題の定式化と非線形解析手法

有限変位問題の定式化として、第4章で述べるように、Total Lagrangian formulationとUpdated Lagrangian formulationの2つが挙げられ、いずれの定式化を用いても吊橋を対象とした有限変位解析は可能であるが、本解析コードは、有限変位解析における計算誤差の累積が少ない、前者による定式化を採用する。また、非線形問題の解法として、有限変位による非線形挙動を区分的に線形化し、複数の増分ステップを積み重ねて最終的な荷重状態に到達させる増分法を採用した。また、各増分内では、Full Newton-Raphson法により平衡条件が満足されるまで解の補正を実施する反復法を併用した。

#### (3) 数値計算の効率化

吊橋を対象とする構造解析は、一般に大規模構造解析となることが多く、かつては吊橋の立体有限変位解析を実施するために、Representation法<sup>3,21)</sup>等を用いて必要メモリの低減や計算時間の短縮が図られるのが一般的であった。しかしながら、現在は、急速な数値計算環境の発展により、これらの手法を適用することなくパーソナルコンピュータレベルで吊橋の立体有限変位解析が可能な状況にある。このため、本解析コードにおいても、これらの手法は採用せず、さらなる必要メモリの低減や計算時間の短縮を図るために、Reverse Cuthill-McKee法によるバンド幅の自動最適化<sup>3,22)</sup>と、接線剛性マトリックスの記憶領域を最小限とするSkyline matrix<sup>3,22)</sup>を採用した。

#### (4) 荷重条件と境界条件

本解析コードでは、荷重条件として、節点集中荷重と線形分布荷重をはじめ、吊橋の設計荷重の組み合わせとして温度変化も考慮されることから、部材内一様な温度変化に対する熱応力解析機能を有する。また、吊橋の補剛桁端と主塔の水平材間などの接続条件を考慮できるように、Penalty法による多点拘束機能<sup>3,23)</sup>も有する。

開発した解析コードの妥当性は、後藤<sup>3,24,3,25)</sup>の報告する柔ケーブル構造を対象としたカテナリー要素を用いた解析結果との比較、および汎用有限要素解析コードABAQUSを利用した解析結果との比較により検証した。なお、本解析コードをベースとして、第5章で述べる、超長大吊橋の影響線載荷を実施するための立体骨組線形解析コードも開

発した。

### 3. 5 超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの検討

超長大吊橋のケーブルバンド近傍における主ケーブル断面内の応力を把握するにあたって、主ケーブルに連続体有限要素を適用して離散化する場合に問題となる素線間すべりの発生を検討するため、3. 2節で示した超長大吊橋の各解析ケースについて、活荷重時にケーブル部材とケーブルバンド間に生ずる相対回転角度を調査した。

本節では、まず、活荷重時における、超長大吊橋の相対回転角度を精度良く算出するために考案した骨組解析モデルと解析条件について述べる。次に、考案した解析モデルに対して有限変位解析を実施して得られた、相対回転角度を示す。そして、最終的に、有限変位解析によって得られた相対回転角度と、提案した推定式を用いて得られた限界曲げ角度との比較を行うことで、超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの発生を検討する。ただし、本研究の実験で用いたケーブル供試体は、全て亜鉛めっき鋼線で断面構成されるのに対して、本研究で対象とする超長大吊橋の主ケーブルは CFRP で断面構成されるケースもある。このため、鋼線を用いた実験結果から確立した推定式を用いて超長大吊橋主ケーブルの素線間すべりを検討する場合、両者の摩擦係数の相違が問題となる。しかしながら、本研究で調査した限り、目下のところ、CFRP の摩擦係数に関する報告はないため、CFRP を有する主ケーブルに対しても式(3.5)を用いて素線間すべりが判定できるとする。なお、CFRP の摩擦係数は表面に滲み出すエポキシ樹脂によって支配されることが想定され、エポキシ樹脂の摩擦係数は変形速度や温度にも依存することが知られる<sup>326)</sup>。

#### 3. 5. 1 相対回転角度の算出に用いる骨組解析モデルと解析条件

超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの発生に関する検討では、ケーブル部材とケーブルバンド間の相対回転角度を精度良く算出するため、ケーブルバンドとケーブル部材を別個にモデル化した骨組解析モデルを用いた。骨組解析モデルは、Fig.3-10 に示すように、鉛直面内の問題を対象とすることから、橋軸直角方向の対称性を利用した平面モデルとし、ケーブルバンドが取り付けられる主径間の主ケーブルは、ケーブル部材をトラス要素 1 分割、ケーブルバンドを十分大きな曲げ剛性を有する Euler はり要素 2 分割でモデル化した。また、ケーブルバンドは本州四国連絡橋公団・来島大橋ケーブルバンド設計要領（案）<sup>3,27)</sup>に基づいて設定し、ケーブルバンド長を Euler はり要素の長さとして考慮した。一方、活荷重は、本州四国連絡橋公団・上部構造設計基準<sup>3,28)</sup>に規定される、等価 L 荷重を 1-0 分配法により片側吊材構面の等分布荷重および集中荷重に換算して載荷した。また、これらの載荷範囲は東大橋と平戸大橋における活荷重載荷時のケーブル部材とケーブルバンドの回転角度の実測結果<sup>3,15,3,16)</sup>によると、活荷重を主径間中央に関して非対称に載荷し、なおかつその載荷範囲を拡大するほど塔頂サドル近傍の相対回転角度が増大する傾向にあることから、Fig.3-10 に示すように、主径間に等分布活荷重を半載し、主径間の  $L/4$  点に集中荷重を載荷することとした。このほか、荷重条件として、全部材の死荷重および基準温度 20°C からの温度上昇 30°C を考慮した。

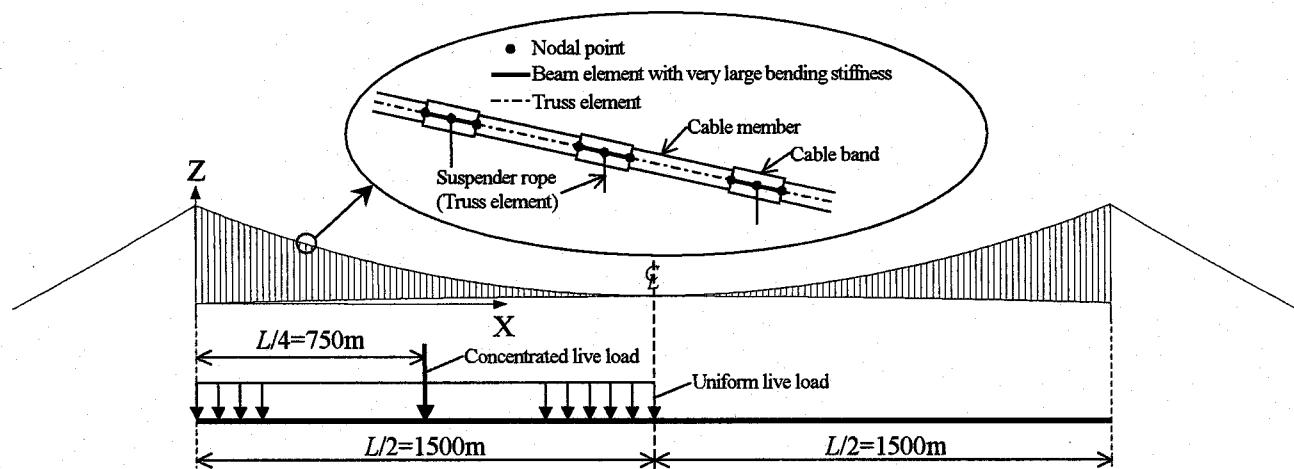


Fig.3-10 Analytical model with cable band of a ultra-long span suspension bridge and load condition

#### 3. 5. 2 超長大吊橋のケーブルバンドとケーブル部材間の相対回転角度

活荷重の載荷によって、超長大吊橋のケーブルバンドとケーブル部材間に生ずる相対回転角度は、Fig.3-11 に示すように、死荷重時から活荷重時に至るまでのケーブルバンド両端の節点を結んだ直線の回転角度とケーブル部材の回

転角度の差として式(3.6)を用いて算出できる。なお、相対回転角度は時計回りを正と定義する。

Table 3-1 に示した超長大吊橋の各解析ケースについて、Fig.3-10 に示す解析モデルと荷重条件に対して実施した有限変位解析により得られた相対回転角度  $\theta_R$  のケーブル軸方向に沿った分布を Fig.3-12 に示す。Fig.3-12 より、いずれのケースにおいても相対回転角度は 0.001rad オーダーを下回っており、非常に小さいことが分かる。また、等価 L 荷重の集中荷重を載荷した点の近傍では、相対回転角度の急激な変化は無く、相対回転角度は集中荷重の影響を受けないと考えられる。

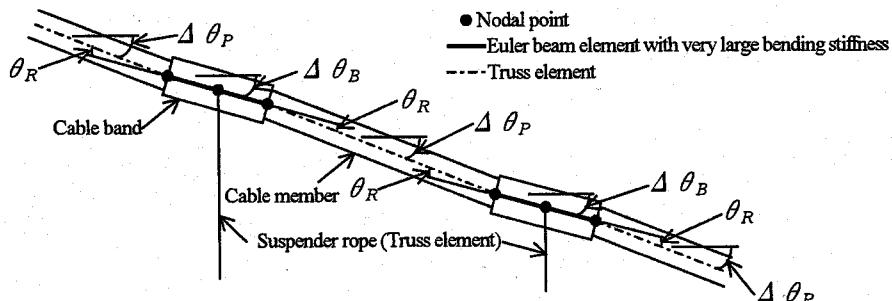


Fig.3-11 Definition of rotation angles of cable member and cable band

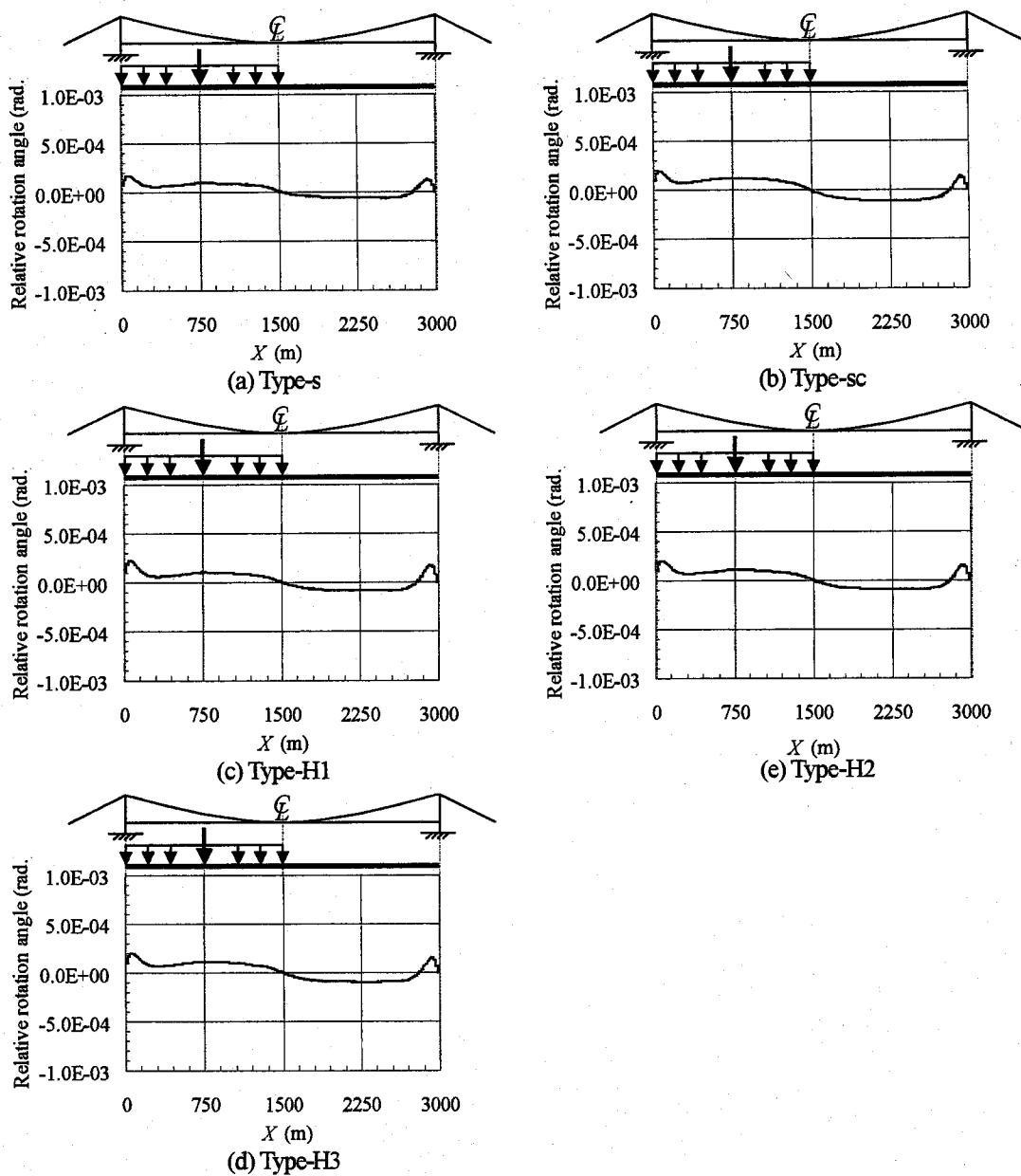


Fig.3-12 Distributions of relative rotation angle along the axial direction of main cable

### 3. 5. 3 超長大吊橋のケーブルバンド部における素線間すべりの推定

Fig.3-12 に示した、超長大吊橋の相対回転角度に対して、式(3.5)を用いて素線間すべりの判定を実施する。Fig.3-12 より、相対回転角度はいずれのケースも  $0.001\text{rad}$  を下回っており、式(3.5)は相対回転角度が  $0.005\text{rad}$  を下回ると、いかなる有効ラッピング張力の作用下においても素線間すべりが発生しないことを示すことから、Fig.3-10 に示す活荷重の条件下では、素線間すべりが発生しないと判定される。ただし、Fig.3-10 に示した活荷重の載荷範囲と異なった載荷範囲を設定することで、Fig.3-12 に比べて相対回転角度が増大することも考えられるが、Fig.3-12 に示す相対回転角度の 10 倍以上に相当する  $0.005\text{rad}$  を超過する相対回転角度が生ずることは考えにくく、活荷重時において、本研究で対象とする超長大吊橋のケーブルバンド部に素線間すべりは生じないと判断される。したがって、本研究で実施する、主ケーブルに連続体有限要素を適用したケーブルバンド近傍を対象とした応力解析では、素線間すべりの影響が無視できると考えられる。

## 3. 6 結論

本章では、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部において、活荷重時に生ずる可能性を有する、素線間すべりの発生を判定する推定式を提案し、活荷重時において、超長大吊橋のケーブルバンド部に生ずる相対回転角度を解析的に調査した。また、解析的に得られた相対回転角度に対して、提案した推定式を適用して素線間すべりの発生を検討した。本章で得られた成果を以下に要約する。

- (1) 活荷重時において、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部での素線間すべりの発生を判定する基準として、活荷重時のケーブル張力の変動に起因した素線間の締め付け力の変化を有効ラッピング張力として入力し、これに対してケーブルバンド部で素線間すべりを発生する限界曲げ角度を与える簡易的な推定式を提案した。また、その妥当性を実橋の実測結果を用いて検証した。
- (2) 試設計された超長大吊橋に対して、骨組有限変位解析によりケーブルバンドとケーブル部材の相対回転角度を調査し、相対回転角度の絶対値の最大値は  $0.001\text{rad}$  オーダーを下回ることを明らかとした。また、提案した推定式を用いてケーブルバンド部における素線間すべりの発生を判定し、これら超長大吊橋のケーブルバンド部に素線間すべりが発生しないことを示した。したがって、本研究で実施する、主ケーブルに連続体有限要素を適用したケーブルバンド近傍を対象とする応力解析では、素線間すべりの影響は無視できる。

## 参考文献（第3章）

- 3.1) 中村憲市, 新家 徹, 西村 昭 : ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの二次応力解析, 土木学会論文報告集, No.288, pp.67-81, 1979.
- 3.2) Simo, J. C., Wriggers, P. and Taylor, R. L. : A Perturbed Lagrangian Formulation for Finite Element Solution of Contact Problems, Comp. Mech. in Appl. Mech. and Engng., Vol.51, pp.163-180, 1985.
- 3.3) Parisch, H. : A Consistent Tangent Stiffness Matrix for Three-dimensional Non-linear Contact Analysis, Int. J. for num. meth. in engng., Vol.28, pp.1803-1812, 1989.
- 3.4) Simo, J. C. and Laursen, T. A. : An Augmented Lagrangian Treatment of Contact Problems Involving Friction, Comp. & Struc., Vol.42, No.1, pp.97-116, 1992.
- 3.5) Shyu, S. C., Yang, T. Y., Saleeb, A. F. : Friction-contact Analysis Using a Mixed Finite Element Method, Comp. & Struc., Vol.32, No.1, pp.223-242, 1989.
- 3.6) 陳 献, 森 昌彦, 久田俊明, 野口裕久 : 大変形弾塑性無摩擦接触問題の感度解析, 日本機械学会論文集 A 編, 第 Vol.61, No.589, pp.2100-2107, 1995.
- 3.7) 武田 洋, 草深守人, 吉田 保, 田中 弘, 黒川信子 : 有限要素法による接触問題の数値解法とシールドトンネルへの適用, 土木学会論文集, III-44, No.603, pp.1-11, 1998.
- 3.8) 陳 献, 中村和博, 森 昌彦, 久田俊明 : 大変形摩擦接触問題の感度解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.65, No.637, pp.1859-1866, 1999.
- 3.9) 嘉味田清, 牧野内昭武 : 静的陽解法弾塑性有限要素法における接触問題, 日本計算工学会計算工学講演会論文集, Vol.4, pp.633-636, 1999.
- 3.10) 藤本岳洋, 牧野内昭武 : 弹塑性変形体同士の接触・摩擦問題の有限要素法定式, 日本計算工学会計算工学講演会論文集, Vol.4, pp.633-636, 1999.

- 3.11) 陳 献, 中村和博, 森 昌彦, 久田俊明: 有限すべりを考慮した大変形摩擦接触問題の有限要素解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.64, No. 627, pp.2718-2725, 1998.
- 3.12) H.L.Xing, A.Makinouchi: Thermal-Elastic-Plastic FE Modeling of Frictional Contact Between Finite Deformation Bodies, Proceedings of Computational Engineering Conference, J.S.C.E.S., Vol.4, pp.629-632, 1999.
- 3.13) 飯塚幹夫, 奥田洋司, 矢川元基: 大規模並列有限要素法における接触解析, 日本計算工学会計算工学講演会論文集, Vol.4, pp.649-652, 1999.
- 3.14) 武 伸明: 超長大吊橋の合理的構造と新素材ケーブルの応用に関する研究, 大阪大学学位論文, 2000.
- 3.15) 北川 信: 東大維橋におけるケーブル応力の測定調査, 本四技報, No.1, pp.10-18, 1977
- 3.16) 北川 信: 吊橋ケーブルの二次応力測定, 本四技報, No.3, pp.8-13, 1978.
- 3.17) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋 伯方・大島大橋工事誌, 1989
- 3.18) 土木学会編: 構造力学公式集例題集, 1981.
- 3.19) 前田幸雄, 林正: 立体骨組構造の有限変位解析, 土木学会論文報告集, 第 253 号, pp.13-27, 1976.
- 3.20) 後藤茂夫: 立体構造物における接線剛性マトリックスの定式化, 土木学会論文報告集, 第 335 号, pp.1-11, 1983.
- 3.21) 小松定夫, 西村宣男, 中川知和: グループ変形法による吊橋の立体解析, 土木学会論文報告集, Vol.279, pp.1-13, 1978.
- 3.22) 小国 力, 村田健郎, 三好俊郎, ドンガラ, J. J., 長谷川秀彦: 行列計算ソフトウエア WS, スーパーコン, 並列計算機, 丸善, 1991.
- 3.23) Bathe, K.-J. : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982.
- 3.24) 後藤茂夫: 柔ケーブル材の接線剛性方程式について, 土木学会論文報告集, 第 270 号, pp.41-49, 1978.
- 3.25) 後藤茂夫: 柔ケーブル部材を有する構造物の解析, 橋梁, Vol.13, No.2, pp.9-15, 1977.
- 3.26) 田中久一郎: 摩擦のおはなし, 日本規格協会, 1985.
- 3.27) 本州四国連絡橋公団 第三建設局: 来島大橋ケーブルバンド設計要領 (案), 1993.
- 3.28) 本州四国連絡橋公団: 上部構造設計基準・同解説, 1989.

## 第4章 ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの力学モデルと有限要素解析法

### 4. 1 概説

超長大吊橋の主ケーブルに Hybrid cable を適用することによる、CFRP に作用するせん断応力の低減効果を把握するためには、活荷重時において、ケーブルバンド部の主ケーブル断面内に生ずる応力を調査する必要がある。主ケーブル断面内の応力分布は、吊橋全体系を対象とした立体骨組有限変位解析に通常用いられるトラス要素等の構造要素では、主ケーブルを一本の直線部材と捉えるため把握できない。したがって、ケーブル断面内における 3 次元的な応力分布を把握することが可能な解析手法を用いる必要がある。

ケーブルやロープなどの素線を束ねて構成される構造部材について、断面内の力学挙動を対象とした解析的研究として、文献 4.1)~4.6) が報告されている。このうち、ワイヤラッピングされた平行線ケーブル断面内の力学挙動を対象とした解析的研究として、T. A. Wyatt<sup>4.1)</sup> および中村、新家ら<sup>4.2)</sup> による研究が報告される。これらはいずれも二次応力や素線間すべりを対象に考案された理論であるため、平行線ケーブル断面内に生ずる 3 次元的な応力分布の把握に応用するのは困難である。これらの解析的な手法に対して、近年の数値計算環境の急速な発展により、離散的な解析手法を用いた研究として文献 4.3)~4.6) が報告される。A. D. Carlson<sup>4.3)</sup> は、細径のより線ロープの素線間を剛結と仮定して、各素線を連続体有限要素で離散化し、汎用有限要素解析コードを用いて素線間に生ずる接触力を計算した結果を報告しているが、数万本オーダーの素線を有する吊橋主ケーブルに対して、各素線を有限要素に離散化した解析を実施するのは困難である。また、大橋<sup>4.4)</sup> は、ピン定着式ケーブルバンド断面内に生ずる応力の把握を目的として、主ケーブル部の弾性係数をテストスケイ징で得られたばね定数を用いて評価した二次元有限要素解析を実施し、ケーブルバンドに生ずる応力分布が実験と解析でほぼ一致することを報告しているが、ばね定数を把握するためには、対象とする主ケーブルのテストスケイ징が必要となる。さらに、中崎ら<sup>4.5)</sup> および清水、岸野ら<sup>4.6)</sup> は、解析手法として、ケーブルやロープの断面を構成する素線間の接触状況を直接的に表現できる離散粒子法を用いている。このうち、前者は吊橋補剛桁架設時のリフティングビームの通過による平行線ケーブル断面の形崩れの予測を目的として、素線を個別要素に離散化した陽解法による準静的解析と、模型実験による検証を報告している。一方、後者は、架空送電線のクランプ支持部における素線切れのメカニズムを数値解析的に検討するため、素線を粒状要素に離散化した陰解法による準静的解析を実施した結果を報告している。しかしながら、これらはいずれも主ケーブルやロープ断面内の 2 次元的な挙動の把握には適用できるものの、3 次元的な応力分布の把握には適用できない。

以上から、本研究では、活荷重時におけるケーブルバンド近傍の主ケーブルの応力分布を把握する解析手法として、素線が平行に束ねられた主ケーブルをその外径を直径とした円形の断面積を有する連続体と見なし、3 次元的に主ケーブルを連続体有限要素で離散化した有限要素解析を採用する。主ケーブルの離散化に適用する有限要素として、主ケーブルの曲線的な形状を精度良く表現するため、要素形状や変位を 2 次関数で補間できる 2 次のアイソパラメトリック連続体有限要素を採用する。

ところで、吊橋は死荷重の殆どを主ケーブルで担い、主ケーブルには大きなケーブル張力による幾何剛性が生ずる。また、長支間の吊橋では、変形が大きくなり、主ケーブルの幾何剛性に及ぼす形状変化の影響が無視出来なくなるため、有限変位問題としての取り扱いが必要となる。一方、一般的な吊橋の主ケーブルや本研究で考案した Hybrid cable の内部は、多数の素線間の空隙が存在し、素線が平行に束ねられた主ケーブルをその外径を直径とする円形断面と見なして有限要素に離散化する場合、円形断面に多数分布する空隙の影響が全く無視されることになる。したがって、主ケーブルを連続体有限要素で離散化した有限要素解析を実施するためには、主ケーブルの力学的な特徴である有限変位挙動と、構造的な特徴である主ケーブル内の空隙の効果をどのように評価するかが問題となる。

本研究では、これらの問題のうち、主ケーブルの有限変位問題に対する有限要素の定式化として Updated Lagrangian formulation に基づく有限変位解析を採用した。また、主ケーブルのみかけの円形断面内に存在する空隙による剛性の低下と実質断面に作用する応力を評価する手法として、連続体内部に発生するクラックやボイド等の損傷の進展と、損傷により劣化した連続体の特性の評価を連続体力学の枠内で展開することが可能な損傷力学に着目し、主ケーブル内に存在する空隙による剛性の低下と実質断面に作用する応力を評価する手法を考案した。

本章では、まず、連続体有限要素を用いた有限変位解析手法について述べた後に、損傷力学の概要を示し、主ケーブルの見かけの円形断面内に分布する空隙を考慮するために考案した解析手法について述べる。さらに、第 2 章で述べた、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験を対象として、考案した有限要素解析手法を用いた有限変位解析を実施し、解析結果と実験結果を比較することで、考案した解析手法の妥当性を示す。

## 4. 2 有限変位問題の有限要素解析手法

本節では、まず、有限要素法における非線形問題を分類し、有限変位問題の位置付けと定式化を概説した後に、具体的に有限変位解析に用いる接線剛性方程式と、開発した有限変位解析コードのフローチャートを示す。さらに、有限変位問題に対する、汎用解析コードによる解析結果と理論式を用いて、開発した解析コードの妥当性を検証する。

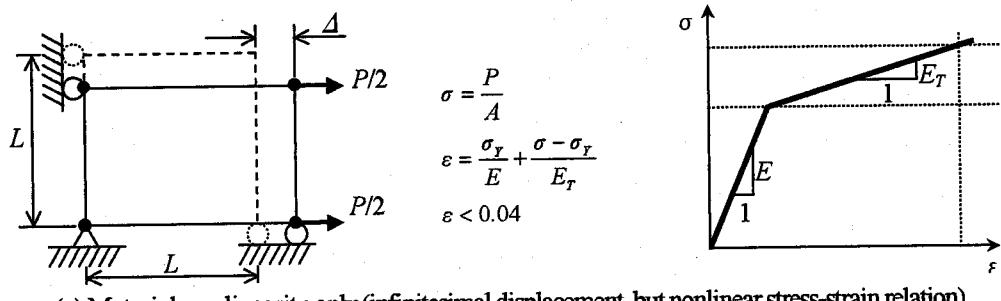
### 4. 2. 1 非線形問題の分類と有限変位問題の有限要素定式化

連続体力学では、連続体に対する[1]ひずみと変位の関係式、[2]釣り合い条件式、[3]応力とひずみの関係式、[4]表面力や物体力の条件式、および[5]変位の境界条件式から、応力、ひずみ、および変位を未知数とする連立偏微分方程式を記述して諸問題の解が求められる。これらの関係（条件）式が全て線形である場合は線形連立偏微分方程式を解く問題となるのに対し、これらの式のいずれか一つでも非線形であれば、非線形連立偏微分方程式を解く問題となる。具体的には、[3]の関係式が非線形である場合は材料非線形問題と呼ばれ、また、大きな変形を生ずることで、[1]の関係式が非線形となる有限変位問題は幾何学的非線形問題とも呼ばれる。さらに、[5]の関係式が非線形である場合が接触問題である<sup>47)</sup>。しかしながら、現在の連続体力学に基く工学分野の解析では、これらの偏微分方程式を解くことは通常行われず、これらの偏微分方程式の近似解法として有限要素解析を用いるのが一般的である。

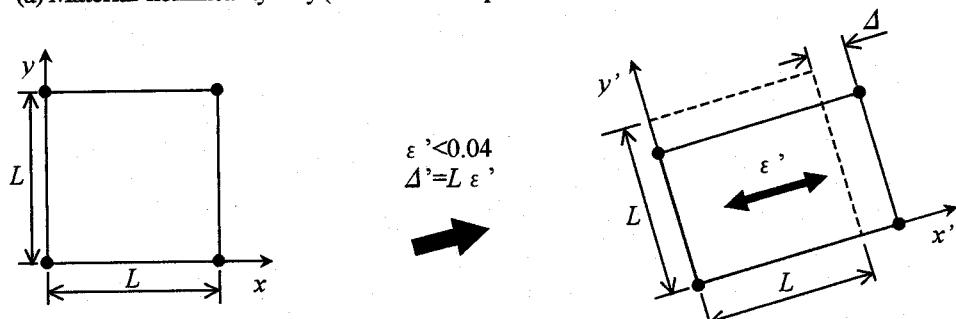
K.-J. Bathe<sup>48)</sup>は有限要素解析におけるこれらの非線形問題を Table 4-1 および Fig. 4-1 のように分類し、それれにに対する有限要素の定式化を与えており。このうち、本研究で実施する有限要素解析で問題となる有限変位問題は、主ケーブルの変形は大きいが、主ケーブル内の素線に生ずるひずみは微小であることから、有限変位・微小ひずみ問題（Large displacement, large rotation, but small strain）に相当する。有限変位・微小ひずみ問題の仮想仕事式は変位に関して非線形な方程式であるため、仮想仕事式を増分解して定式化される接線剛性方程式を用いて釣り合い状態の解を求める場合は、増分区間内で反復計算を行い、これを積み重ねて最終的な荷重状態に到達させる増分解析が一般に採用される。Fig. 4-2 は、増分解析の過程を示しており、それぞれ、インクリメント 0 が初期状態（初期配置）、インクリメント  $i-1$  が増分を開始する解析済みの釣り合い状態（既知配置）、およびインクリメント  $i$  が求めようとする未知の釣り合い状態（未知配置）を示す。増分解析に用いる接線剛性方程式の定式化は、インクリメント  $i$  の仮想仕事式を Lagrange 表記するにあたって、インクリメント 0 を参照するか、インクリメント  $i-1$  を参照するかによって異なり<sup>49)</sup>、前者による定式化は Total Lagrangian formulation (T.L.F.)、後者による定式化は Updated Lagrangian formulation (U.L.F.) と呼ばれる<sup>410), 411)</sup>。本研究における有限変位解析では、いずれの定式化によって得られた接線剛性方程式を適用することも可能であるが、本研究では、初期変位マトリックスが不要であるため、プログラミング上の煩雑さの少ない Updated Lagrangian formulation により定式化された接線剛性方程式を用いる。なお、以下では、有限変位問題に関連した物理量を表記するにあたって、反復計算を併用した増分解析の過程で使用する計算式の意味を明瞭にするため、ベクトル、マトリックスやテンソルに対して、その量を生ずるインクリメントを左肩符号、参照するインクリメントを左下添え字、左肩に符号のつかない諸量で増分、反復サイクルを右肩符号、および Cauchy 応力のようにその量を生ずるインクリメントと参照するインクリメントが一致する場合は、左下添え字を省略して示すこととする。

Table 4-1 Classification of nonlinear analyses<sup>48)</sup>

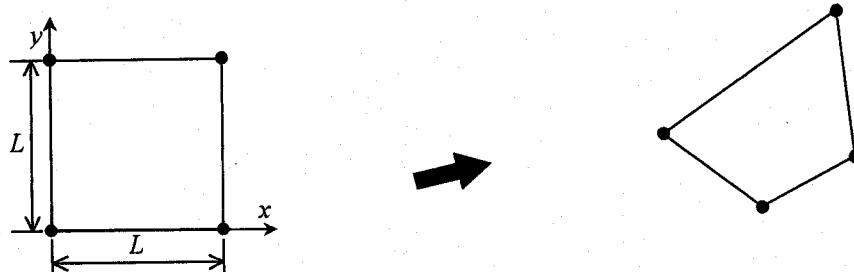
Type of Analysis	Description	Typical Formulation Used	Stress and Strain Measures
Material -nonlinearity-only	Infinitesimal displacements and strains, stress-strain relation is nonlinear	Material nonlinearity only (M.N.O.)	Engineering stress and strain
Large displacement, large rotation, but small strain	Displacements and rotations of fibres are large, but fibre extensions and angle changes between fibers are small; the stress-strain relation may be linear or nonlinear	Total Lagrangian (T.L.) Updated Lagrangian (U.L.)	Second Piola-Kirchhoff stress, Green-Lagrange strain Cauchy stress, Almansi strain
Large displacement, large rotation, but large strain	Fiber extensions and angle changes between fibres are large, fibre displacements and rotations may also be large; the stress-strain relation may be linear or nonlinear	Updated Lagrangian-Jaumann (U.L.J.) Total Lagrangian (T.L.)	Jaumann stress rate, velocity strain Second Piola-Kirchhoff stress, Green-Lagrange strain



(a) Material-nonlinearity-only (infinitesimal displacement, but nonlinear stress-strain relation)



(b) Large displacement and large rotation but small strain. Linear or nonlinear material behavior



(c) Large displacement, large rotation and large strain. Linear or nonlinear material behavior

Fig.4-1 Classification of nonlinear problems in finite element analysis<sup>48</sup>

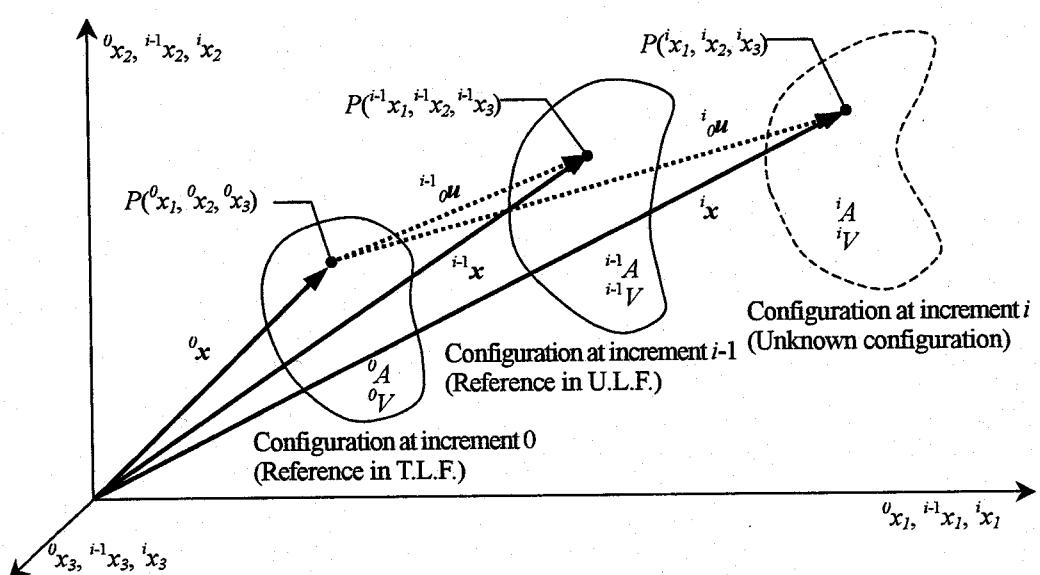


Fig.4-2 Motion of body in stationary Cartesian coordinate system

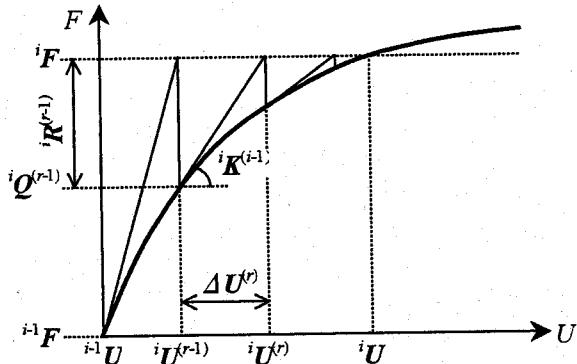


Fig.4-3 Outline of Newton-Raphson iterations in incremental analysis

#### 4. 2. 2 接線剛性方程式とその計算式

Updated Lagrangian formulation に基き、仮想仕事式を増分分解および離散化して定式化される接線剛性方程式は、Fig.4-3 に示すように、既知配置であるインクリメント  $i-1$  から、次の増分後の未知配置であるインクリメント  $i$  を Full Newton-Raphson 法による反復計算で求める場合、反復  $r$  サイクル目の増分変位ベクトル  $\Delta \mathbf{U}^{(r)}$  を未知ベクトルとして次式で表される<sup>48)</sup>.

$${}_{i-1}\mathbf{K}^{(r-1)}\Delta \mathbf{U}^{(r)} = {}^i\mathbf{F} - {}^i\mathbf{Q}^{(r-1)} \quad (4.1)$$

ここに、 ${}_{i-1}\mathbf{K}^{(r-1)}$ ：接線剛性マトリックス、 ${}^i\mathbf{F}$ ：全分外力ベクトル、および ${}^i\mathbf{Q}^{(r-1)}$ ：全分内力ベクトルである。なお、増分内の反復計算において、インクリメント  $i$  に生ずる全分変位は次式で更新される。

$${}^i\mathbf{U}^{(r)} = {}^{i-1}\mathbf{U}^{(r-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(r)} \quad (4.2)$$

また、増分を開始するインクリメント  $i$  は、釣り合い状態にある収束点であるため、以下の関係が成立する。

$${}_{i-1}\mathbf{K}^{(0)} = {}^{i-1}\mathbf{K} \quad (4.3)$$

$${}^i\mathbf{Q}^{(0)} = {}^{i-1}\mathbf{Q} \quad (4.4)$$

$${}^i\mathbf{U}^{(0)} = {}^{i-1}\mathbf{U} \quad (4.5)$$

式(4.1)は、有限要素の種類を問わず成立するが、以下では、主ケーブルを離散化するのに用いる、2 次のアイソパラメトリック連続体有限要素に関して、接線剛性マトリックスや内力ベクトルの計算式を示す。

##### (1) 接線剛性マトリックス

連続体有限要素の形状関数を  $N^n$ 、および自然座標系を  $r_1, r_2$  と  $r_3$  で示すと、対象とする構造系を構成する任意の連続体有限要素  $ie$  に対する接線剛性マトリックス  ${}_{i-1}\mathbf{K}_{ie}^{(r-1)}$  は次式で表わされる<sup>49)</sup>.

$${}_{i-1}\mathbf{K}_{ie}^{(r-1)} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( {}_{i-1}\mathbf{B}_{L0}^{(r-1)T} {}_{i-1}\mathbf{C}^{(r-1)} {}_{i-1}\mathbf{B}_{L0}^{(r-1)} \right) \det {}_{i-1}\mathbf{J}^{(r-1)} dr_1 dr_2 dr_3 + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( {}_{i-1}\mathbf{B}_{NL}^{(r-1)T} {}^i\mathbf{T}^{(r-1)} {}_{i-1}\mathbf{B}_{NL}^{(r-1)} \right) \det {}_{i-1}\mathbf{J}^{(r-1)} dr_1 dr_2 dr_3 \quad (4.6)$$

式(4.6)において、 ${}_{i-1}\mathbf{B}_{L0}^{(r-1)}$  は線形ひずみ一変位変換マトリックス、 ${}_{i-1}\mathbf{C}^{(r-1)}$  は構成則マトリックス、 ${}_{i-1}\mathbf{J}^{(r-1)}$  は Jacobian マトリックス、 ${}_{i-1}\mathbf{B}_{NL}^{(r-1)}$  は非線形ひずみ一変位変換マトリックス、および ${}^i\mathbf{T}^{(r-1)}$  は Cauchy 応力マトリックスを表し、略記を用いてそれぞれ次式で表される。

$${}_{i-1}\mathbf{B}_{L0}^{n(r-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & & \\ & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & \\ & & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (n=1,2,\dots,N_d, N_d : \text{Total number of nodal points in an element}) \quad (4.7)$$

$${}_{i-1}^i C^{(r-1)} = \begin{bmatrix} {}_{i-1}^i C_{1111}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1122}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1133}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1112}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1123}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1131}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}^i C_{2211}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2222}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2233}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2212}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2223}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2231}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}^i C_{3311}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3322}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3333}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3312}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3323}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3331}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}^i C_{1211}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1222}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1233}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1212}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1223}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{1231}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}^i C_{2311}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2322}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2333}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2312}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2323}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{2331}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}^i C_{3111}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3122}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3133}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3112}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3123}^{(r-1)} & {}_{i-1}^i C_{3131}^{(r-1)} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$${}_{i-1}^i J^{(r-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}_i x_1^{(r-1)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}_i x_1^{(r-1)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}_i x_1^{(r-1)}}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}_i x_2^{(r-1)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}_i x_2^{(r-1)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}_i x_2^{(r-1)}}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}_i x_3^{(r-1)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}_i x_3^{(r-1)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}_i x_3^{(r-1)}}{\partial r_3} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$${}^i T^{(r-1)} = \begin{bmatrix} {}^i T_{11}^{(r-1)} I & {}^i T_{12}^{(r-1)} I & {}^i T_{31}^{(r-1)} I \\ {}^i T_{12}^{(r-1)} I & {}^i T_{22}^{(r-1)} I & {}^i T_{23}^{(r-1)} I \\ {}^i T_{31}^{(r-1)} I & {}^i T_{23}^{(r-1)} I & {}^i T_{33}^{(r-1)} I \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$${}_{i-1}^i B_{NL}^{n(r-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \\ \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \\ \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (n=1,2,\dots,N_d, N_d : \text{Total number of nodal points in an element}) \quad (4.11)$$

なお、式(4.10)において、3階の単位マトリックスを  $I$ 、および Cauchy 応力テンソル成分を  $T_{ij}$  で表した。また、式(4.7)、(4.8)および(4.9)における、 ${}_i x_1^{(r-1)}$ 、 ${}_i x_2^{(r-1)}$  および  ${}_i x_3^{(r-1)}$  は、全体座標系で記述した節点位置ベクトル成分を表しており、これらのベクトル表示を  ${}_i x^{(r-1)}$  で表すと、増分内の反復計算過程において次式で更新される。

$${}_i x^{(r)} = {}_i x^{(r-1)} + \Delta u^{(r-1)} \quad (4.12)$$

ここに、 $\Delta u^{(r-1)}$ ：任意の節点の増分変位ベクトルである。

また、増分を開始するインクリメント  $i-1$  は、釣り合い状態にある収束点であるため、節点位置ベクトルに関して以下の関係が成立する。

$${}_i x^{(0)} = {}_i x^{(r-1)} \quad (4.13)$$

さらに、式(4.6)は構造系内に位置する任意の1要素に対する接線剛性マトリックスの計算式であり、構造系全体の接線剛性マトリックスはこれらを集めて表される。即ち、構造系を構成する総要素数を  $M$  とすると、系全体の接線剛性マトリックス  ${}_{i-1}^i K^{(r-1)}$  は式(4.14)で表される。

$${}_{i-1}^i K^{(r-1)} = \sum_{k=1}^M {}_{i-1}^i K_k^{(r-1)} \quad (4.14)$$

## (2) 有限変位問題における構成式の記述

応力は要素の内部状態を測る指標のみならず、有限変位解析では、不平衡力の算出に必要な内力や接線剛性マトリ

クスが、その配置で生ずる応力を用いて評価されるため、増分変位から増分ひずみ、および増分ひずみから構成式を用いて増分応力を算出する過程が重要になる。

ところで、Table 4-1 に示すように、構成式を記述するのに使用するひずみと応力の尺度は、微小変位の材料非線形問題では、工学的ひずみと工学的応力など使用する尺度の制約を受けないのに対し、有限変位・微小ひずみ問題や、有限変位・有限ひずみ問題では、要素の剛体回転の影響を受けない、客観性を有する（標準無差別性が保証される<sup>412)</sup>）ひずみと応力の尺度を使用しなければならない<sup>48),49)</sup>。このうち、有限変位・微小ひずみ問題に使用されるひずみや応力の尺度としては、客観性のみが要求されることから、Green-Lagrange ひずみと第 2Piola-Kirchhoff 応力の組み合わせが一般的に用いられ、Total Lagrangian formulation により接線剛性方程式を定式化した場合は両者の全分関係、および Updated Lagrangian formulation により接線剛性方程式を定式化した場合は両者の増分関係が用いられる<sup>48),49)</sup>。一方、有限変位・有限ひずみ問題に使用される尺度としては、客観性が要求されるのみならず、有限ひずみ挙動は使用する尺度によって全く異なってくるため、解析の対象とする材料によって使用する尺度の適切な選択がなされる。一例として、金属などの弾塑性材料の単軸状態での構成式を真応力と対数ひずみの関係で記述した場合は、ストレッチングテンソルと Cauchy 応力や Kirchhoff 応力に対する Jaumann 速度や Green-Naghdi 速度の組み合わせが、ゴムや固体燃料などの超弾性材料のモデル化に Mooney-Livlin モデルを適用した場合は全分 Green-Lagrange ひずみと全分第 2Piola-Kirchhoff 応力の組み合わせが一般に用いられる<sup>48),49),414)~416)</sup>。したがって、有限変位・微小ひずみ問題の接線剛性方程式を Updated Lagrangian formulation で定式化した、本研究における有限要素解析では、ひずみと応力の尺度として、それぞれ、増分 Green-Lagrange ひずみと増分第 2Piola-Kirchhoff 応力の組み合わせを用いて構成式を記述する。以下では、各要素のガウス点単位で、増分変位からこれらの増分ひずみと応力、さらには、全分内力や接線剛性の評価に必要な Cauchy 応力の算出に至る過程で用いる計算式を示す。

まず、インクリメント  $i-1$  から次のインクリメント  $i$  における釣り合い状態を反復計算によって求める場合、反復  $r$  サイクル目の増分 Green-Lagrange ひずみテンソル  ${}_{i-1}E^{(r)}$  の成分は、増分変位ベクトル  $\Delta u^{(r)}$  を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} {}_{i-1}E_{11}^{(r)} &= \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \right)^2 \right\} \\ {}_{i-1}E_{22}^{(r)} &= \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \right)^2 \right\} \\ {}_{i-1}E_{33}^{(r)} &= \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \right)^2 \right\} \\ {}_{i-1}E_{12}^{(r)} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \right) \\ {}_{i-1}E_{23}^{(r)} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \right) \\ {}_{i-1}E_{31}^{(r)} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} + \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} \right) \end{aligned} \quad (4.15)_{1-6}$$

また、 ${}_{i-1}E^{(r)}$  と構成則マトリックス  ${}_{i-1}C^{(r-1)}$  を用いることにより、増分第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル  ${}_{i-1}S^{(r)}$  の成分は式(4.16)で表される。ただし、式(4.16)において、本来、4 階テンソルとして表される構成テンソルを 6 階の正方マトリックス表示としたため、増分 Green-Lagrange ひずみテンソルは、対称性を利用してそのせん断成分を 2 倍した、工学せん断ひずみとしてベクトル表示している。また、式(4.16)左辺のベクトルは、増分第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル  ${}_{i-1}S^{(r)}$  の対称性を利用して、その成分を並べたベクトルを示す。

$$\begin{bmatrix} {}_{i-1}S_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}S_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}S_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}S_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}S_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}S_{31}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_{i-1}C_{1111}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1122}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1133}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1112}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1123}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1131}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}C_{2211}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2222}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2233}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2212}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2223}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2231}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}C_{3311}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3322}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3333}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3312}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3323}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3331}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}C_{1211}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1222}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1233}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1212}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1223}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{1231}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}C_{2311}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2322}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2333}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2312}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2323}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{2331}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}C_{3111}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3122}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3133}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3112}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3123}^{(r-1)} & {}_{i-1}C_{3131}^{(r-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{i-1}E_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}E_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}E_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}E_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}E_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}E_{31}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

さらに、有限変位・微小ひずみ問題を Updated Lagrangean formulation で定式化すると、インクリメント  $i-1$  を参照してインクリメント  $i$  に生ずる第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル成分は、応力の増分分解により、式(4.17)で表される。

$$\begin{bmatrix} {}_{i-1}^i S_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{31}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i T_{11}^{(r-1)} \\ {}^i T_{22}^{(r-1)} \\ {}^i T_{33}^{(r-1)} \\ {}^i T_{12}^{(r-1)} \\ {}^i T_{23}^{(r-1)} \\ {}^i T_{31}^{(r-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}_{i-1} S_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1} S_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1} S_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1} S_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1} S_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1} S_{31}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

式(4.17)から  ${}^i S^{(r)}$  が得られると、最終的に、式(4.18)に示す Nanson の面積変換公式<sup>4.8), 4.14)</sup>によって、インクリメント  $i$  に生ずる、反復  $r$  サイクル目の Cauchy 応力に変換される。

$${}^i T^{(r)} = \frac{1}{\det {}_{i-1}^i X^{(r)}} {}_{i-1}^i X^{(r)} {}_{i-1}^i S^{(r)} {}_{i-1}^i X^{(r)^T} \quad (4.18)$$

式(4.18)の  ${}_{i-1}^i X^{(r)}$  は変形勾配テンソルであり、式(4.19)で表される。

$${}_{i-1}^i X^{(r)} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & \frac{\partial \Delta u_1^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \\ \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & 1 + \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & \frac{\partial \Delta u_2^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \\ \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_1^{(r-1)}} & \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_2^{(r-1)}} & 1 + \frac{\partial \Delta u_3^{(r)}}{\partial {}^i x_3^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

また、式(4.18)の  ${}_{i-1}^i S^{(r)}$  はインクリメント  $i$  に生ずる第 2Piola-Kirchhoff 応力の式(4.20)のテンソル表示を示す。

$${}_{i-1}^i S^{(r)} = \begin{bmatrix} {}_{i-1}^i S_{11}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{12}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{31}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{12}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{22}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}^i S_{31}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{23}^{(r)} & {}_{i-1}^i S_{33}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

さらに、式(4.18)の行列式は要素の変形前と変形後の体積変化を表す、体積変化率である<sup>4.8), 4.14)</sup>。

### (3) 内力の評価

インクリメント  $i-1$  から次のインクリメント  $i$  における釣り合い状態を反復計算によって求める場合、反復  $r$  サイクル目の構造系を構成する任意の 1 要素に対する全分内力ベクトル  ${}^i Q_e^{(r)}$  は、インクリメント  $i$  で生ずる Cauchy 応力を用いて式(4.21)で表される<sup>4.8), 4.9)</sup>。

$${}^i Q_e^{(r)} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( {}_{i-1}^i B_{L0}^{(r)^T} {}^i T^{(r)} \right) \det {}_{i-1}^i J^{(r)} dr_1 dr_2 dr_3 \quad (4.21)$$

ただし、反復  $r$  サイクル目の増分変位  $\Delta u^{(r)}$  を用いて更新された配置を参照した、線形ひずみ一変位変換マトリックス  ${}_{i-1}^i B_{L0}^{(r)}$  と Jacobian マトリックス  ${}_{i-1}^i J^{(r)}$  はそれぞれ次式で表される。

$${}_{i-1}^i B_{L0}^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_1^{(r)}} & & \\ & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_2^{(r)}} & \\ & & \frac{\partial N^n}{\partial {}^i x_3^{(r)}} \end{bmatrix} \quad (n=1,2,\dots,N_d, \quad N_d : \text{Total number of nodal points in an element}) \quad (4.22)$$

$${}_{i-1}^i J^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^i x_1^{(r)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^i x_1^{(r)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^i x_1^{(r)}}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}^i x_2^{(r)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^i x_2^{(r)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^i x_2^{(r)}}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}^i x_3^{(r)}}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^i x_3^{(r)}}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^i x_3^{(r)}}{\partial r_3} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

また、 ${}^i\mathbf{T}^{(r)}$ は Cauchy 応力テンソルの対称性を利用して、その成分を並べたベクトルを示しており、式(4.24)で表される。

$${}^i\mathbf{T}^T = \{ {}^i T_{11} {}^i T_{22} {}^i T_{33} {}^i T_{12} {}^i T_{23} {}^i T_{31} \} \quad (4.24)$$

式(4.21)に示す全分内力ベクトルは、構造系を構成する任意の 1 要素に対する計算式を示しており、構造系全体の全分内力ベクトルはこれらを集めて表される。即ち、構造系を構成する総要素数を  $M$  とすると、系全体の全分内力ベクトル  ${}^i\mathbf{Q}^{(r)}$  は式(4.25)で表される。

$${}^i\mathbf{Q}^{(r)} = \sum_{i=1}^M {}^i\mathbf{Q}_e^{(r)} \quad (4.25)$$

以上の計算式を式(4.1)の接線剛性方程式に代入して、Full Newton-Raphson 法と増分解析を併用した有限変位解析を実施するために開発した、有限変位解析コードのフローチャートを Fig.4-4 に示す。

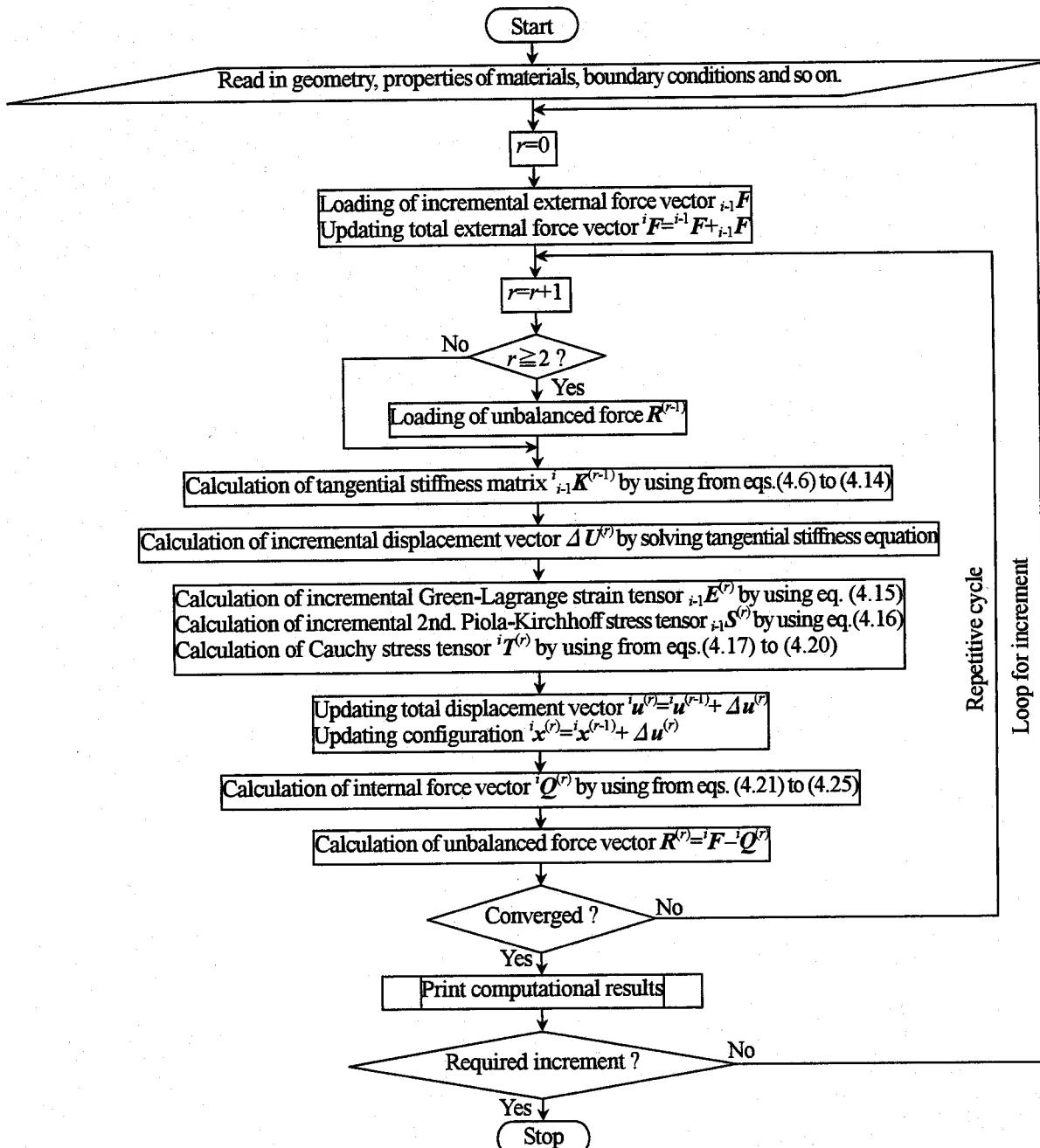


Fig.4-4 Flowchart of finite displacement analysis

#### 4. 2. 3 有限変位解析手法の妥当性の検証

4. 2. 2 項で示した、有限要素解析手法に対する定式化の検証を目的として、自由端に集中荷重を受ける曲がりはりの有限変位解析、および 1 自由度系トラスの Snap-through 解析を実施し、汎用有限要素解析コードによる解析結果および理論式と比較した。以下にこれらの解析の概要と解析結果について示す。

##### (1) 曲がりはりの有限変位解析

3 次元的な有限変位挙動に対する妥当性を検証するため、Fig.4-5 に示す、自由端に集中荷重が作用する曲がりはりの有限変位解析を実施し、解析結果を K.-J. Bathe ら<sup>41)</sup>が実施した汎用有限要素解析コード ADINA による解析結果と比較した。なお、集中荷重はいずれの解析とも荷重制御で載荷し、その作用方向は要素の変形に対して独立とした。また、曲がりはりは、本解析コードは 20 節点アイソパラメトリック連続体要素、および ADINA による解析は 16 節点アイソパラメトリック連続体要素で離散化しており、要素分割のアスペクト比は両者同じである。各解析コードの概要を Table 4-2 に示す。

解析結果の一例として、無次元化した荷重パラメータと無次元化した自由端の節点 A における変位成分の関係を Fig.4-6 に、最大荷重時の節点 A における各変位成分の比較を Table 4-3 に示す。Fig.4-6 および Table 4-3 より、本解析コードおよび ADINA による解析結果ともほぼ一致しており、本解析と ADINA による解析において、曲りはりの離散化に用いた要素の相違を考慮すれば、本解析コードによる解析結果は妥当と判断される。

##### (2) 1 自由度系トラスの Snap-through 解析

軟化を伴う有限変位挙動に対する妥当性を椰証するため、1 自由度系のトラスの有限変位解析を実施し、式(4.26)による計算結果と比較した。1 自由度系トラスの解析モデルと諸元を Fig.4-7 に示す。なお、トラスの自由端の荷重は、J.-L. Batoz ら<sup>418)</sup>および吉田<sup>419)</sup>の変位制御法を一般化した変位制御法により載荷した。

トラスの伸び剛性を  $EA$  とすれば、1 自由度系トラスの自由端における荷重  $P$  と変位  $\Delta$  の関係は次式で表される<sup>420)</sup>。

$$P = EA \left( \frac{\Delta^2}{2L^2} - \frac{H\Delta}{L^2} \right) \frac{H - \Delta}{L} \quad (4.26)$$

ここに、 $L$ ：初期状態におけるトラスの部材長、および  $H$ ：初期状態におけるトラスのライズである。

解析結果の一例として、本解析コードと式(4.26)を用いて得られた、-Z 軸方向を正とする、トラスの自由端の荷重と変位の関係を Fig.4-8 に示す。Fig.4-8 より、本解析コードと式(4.26)による荷重と変位の関係はほぼ一致することが分かる。以上の検証より、本解析コードの有限変位問題に対する定式化は妥当であると判断できる。

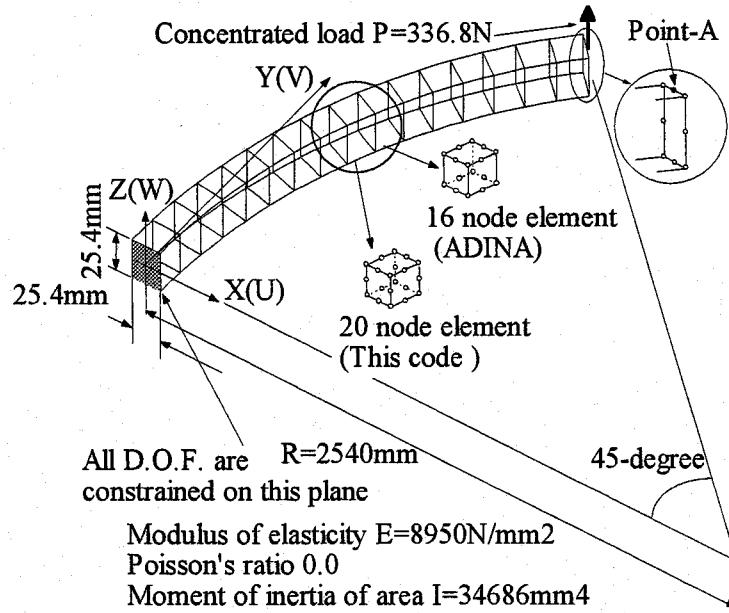


Fig.4-5 Analytical model of a 45-degree curved beam

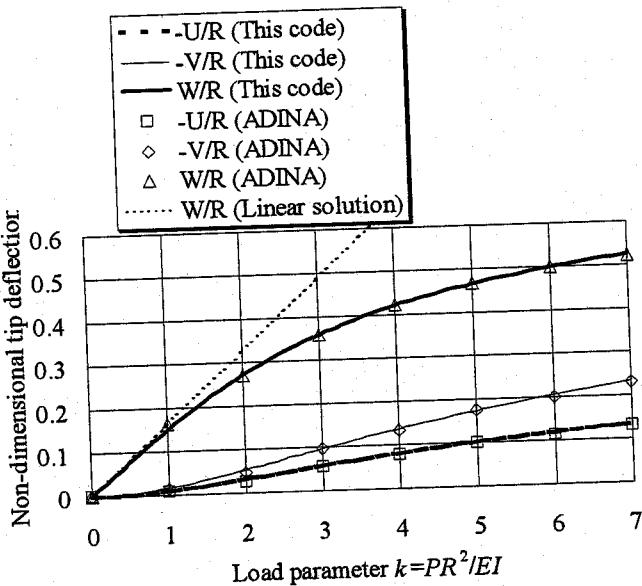


Fig. 4-6 Relationships between non-dimensional tip deflection and load parameter

Table 4-2 Outline of analytical codes

Analytical code	Used formulation	Applied finite element	Total no. of the increment	Order of Gauss integration
This code	Updated Lagrangian	20 node isoparametric solid element	70	3×3×3
ADINA		16 node isoparametric solid element	60	2×2×2

Table 4-3 Accuracies of displacements at point-A

Component of displacement at point-A under maximum load	This code (T)	ADINA (A)	Accuracy (A/T) (%)
U (mm)	-345.0	-330.2	95.7
V (mm)	-589.5	-584.2	99.1
W (mm)	1333.9	1328.4	99.6

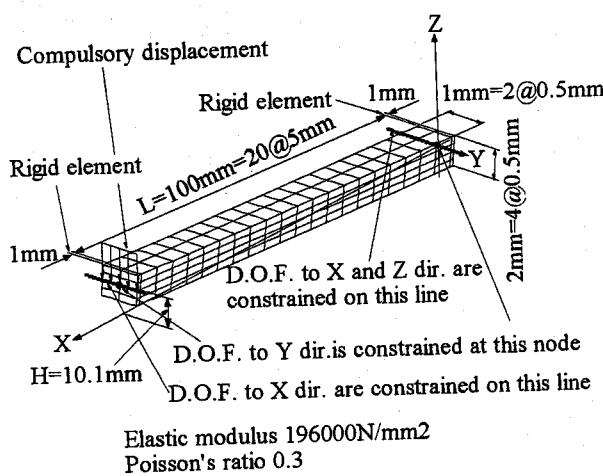


Fig. 4-7 Analytical model of truss in one degree of freedom

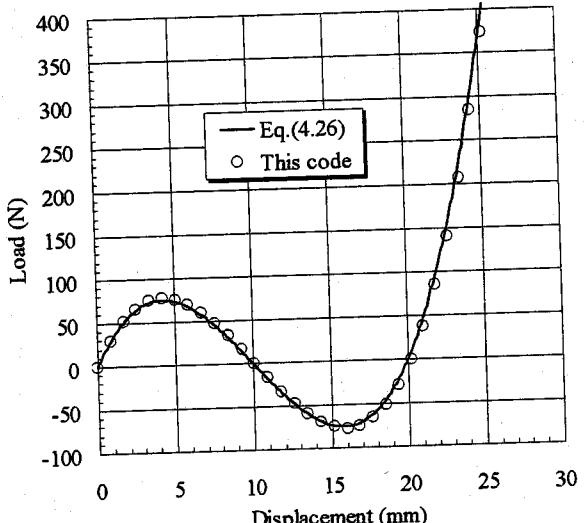


Fig. 4-8 Relationships between load and displacement (Snap-through problem)

#### 4. 3 円形ケーブル断面モデルとその断面内の空隙を考慮した有限要素解析法

一般的な吊橋の主ケーブルや本研究で考案した Hybrid cable は、その外郭が円形断面となるように、多数の素線を平行に束ねて構成される平行線ケーブル構造であり、円形断面の素線間には多数の空隙が存在する。このような平行線ケーブルの3次元的な応力分布などを有限要素法で把握することを考えた場合、個々の素線に対して有限要素に離散化した解析モデルを用いるのは、解析効率を考えた上で殆ど不可能である。実用的なモデル化の一つとして、Fig. 4-9 に示すように、巨視的に平行線ケーブルのみかけの円形断面を連続体と見なしして離散化した有限要素解析モデルを適切に示す。

用する考えられる。しかしながら、この解析モデルは実際の断面内に多数存在する素線間の空隙が無視されるため、断面積が過大に評価されることが問題となる。即ち、この解析モデルの断面内に存在する空隙による剛性の低下と、実質断面に作用する応力の評価が困難になる。以下では、この解析モデルを円形ケーブル断面モデルと称することにする。

ところで、断面内に多数の空隙が分布する、円形ケーブル断面モデルと類似した状況として、荷重の負荷等によつて、高温下の金属材料、コンクリートや岩盤等の材料の内部に微視的な亀裂や空隙等の損傷を生じた状況が挙げられる。これらの材料中に生じた損傷は、さらなる負荷の増大に伴つて進展し、最終的にこれらが合体して材料を破壊する。これらの材料の強度や剛性等の低下を予測する立場からは、損傷の発生から進展に至る過程の力学至らしめるため、これらの材料の強度や剛性等の低下を予測する立場からは、損傷の発生から進展に至る過程の力学挙動を把握することが重要となる。しかしながら、この過程の力学挙動を把握するために、詳細に個々の微視的な亀裂や空隙の発生箇所や進展状況に着目することは不可能であり、適当な力学的変数を用いて、材料中に分布する亀裂や空隙の効果を平均化する、連続体近似を行つて把握するのが現実的である。近年、このような連続体近似により、や空隙の効果を平均化する、連続体近似を行つて把握するのが現実的である。近年、このような連続体近似により、材料内部に生じた損傷による劣化した材料特性の評価と、損傷の進展過程も含めた力学挙動を連続体力学の枠内で展開する学問体系として連続体損傷力学が形成されている。なお、本研究では、連続体損傷力学を損傷力学と称することする。そこで、円形ケーブル断面モデルの断面内に多数分布する空隙の効果を考慮することを目的として、損傷における、劣化した材料特性や実質断面に作用する応力の評価手法を円形ケーブル断面モデルに応用することが考えられる。即ち、円形ケーブル断面モデルを擬似的な損傷材料と見なして取り扱う解析手法を適用することが考えられる。

本節では、まず、円形ケーブル断面モデルを擬似的な損傷材料と見なす解析手法を考案する過程で着目した損傷力学の概要を示した後に、考案した解析手法について具体的に述べる。また、この解析手法の妥当性を検証するため、第2章で述べた、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験を対象として、考案した解析手法を導入した有限要素解析を実施し、実験結果と解析結果を比較することで、円形ケーブル断面モデルと考案した解析手法を用いて平行線ケーブルの力学的な挙動が再現できることを示す。

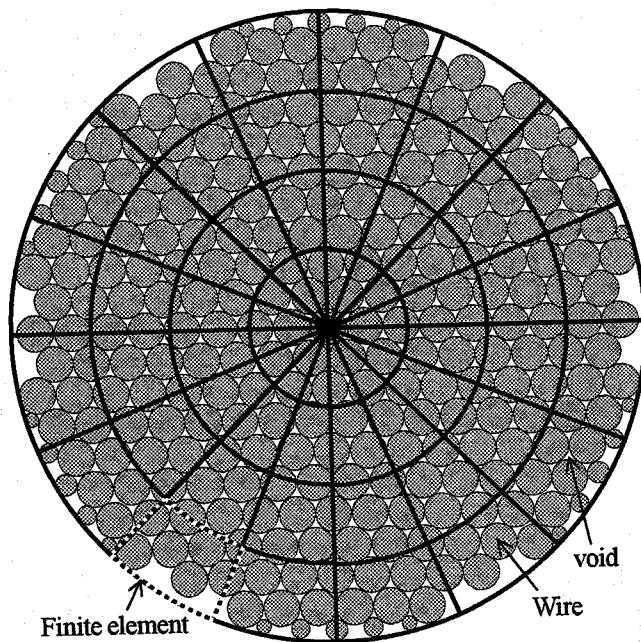


Fig. 4-9 Analytical model for the cross-section of parallel wire cable

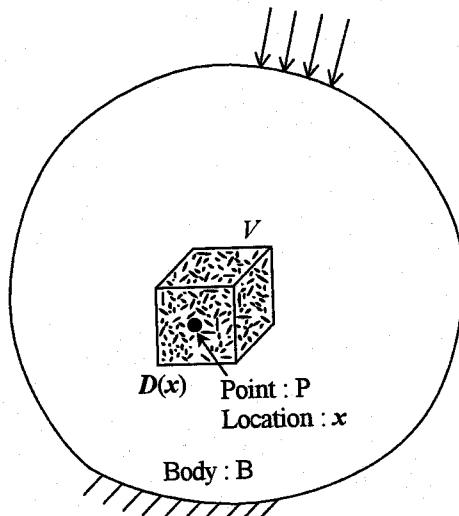


Fig. 4-10 Referential volume element  $V$  and damage variable

#### 4. 3. 1 損傷力学の概要

一般に、材料の破壊は、材料中の微視的空隙の発生と、その成長・合体による巨視的亀裂の発生によってもたらされる<sup>421)</sup>。また、微視的空隙の発生と生長は、強度、剛性、韌性の低下、あるいは残存寿命の減少などのような材料特性の劣化をもたらす。損傷力学では、このような材料の力学的特性の劣化を伴う微視的空隙の存在を損傷と定義し、空隙の発生や生長は損傷の発達あるいは発展と呼ばれる<sup>422)</sup>。損傷力学は、このような微視的な空隙の分布による材料の損傷を材料の内部状態の変化として捉えるとともに、その内部状態（損傷状態）を損傷変数（巨視的力学変数）で表現することにより、損傷の発達と損傷材料の力学的挙動を連続体力学観点から記述する<sup>423)</sup>。このため損傷力学は、

分布空隙の局所的発生から巨視的亀裂の発生・生長による最終的破壊に至る損傷・破壊の過程を統一的に解析する可能性を持ち、その発達が期待されている<sup>4,23),4,24)</sup>。これまでにも、疲労破壊の基礎的な解析<sup>4,25)-4,28)</sup>、クリープや脆性破壊を対象とした解析<sup>4,29)-4,31)</sup>、繊維強化複合材料の破損などの損傷問題への適用<sup>4,32)-4,39)</sup>、さらに均質化法を併用して強化繊維の破損も対象とした解析<sup>4,40)-4,42)</sup>等の数多くの材料損傷を伴う問題に適用され一定の成果をあげている。しかしながら、損傷力学と有限要素法に基づいた局所的な破壊解析を実施する場合には、材料内の亀裂発生時間、亀裂進展速度、最終破壊時間等の解析結果が、用いた有限要素やその寸法に依存し、結果の収束性が確保できない場合がある<sup>4,23)</sup>。結果の要素寸法依存性を回避するための研究<sup>4,43)</sup>も精力的に続けられている。

損傷の発達と損傷材料の力学的挙動を連続体力学的観点から記述する過程を示すために、材料中に多数の微視的空隙が発達した、Fig.4-10に示す状況を考える。この場合、これら個々の空隙の発達を詳細に記述することは不可能であり、このような問題に対する一つの現実的な取り扱い方法として、適当な均一化によって損傷材料を連続体近似することができる。即ち、Fig.4-10に示すように、物体Bの内部の位置 $x$ にある点Pの周りに、物体Bに比して十分小さな基準体積要素 $V$ をとり、その要素の損傷状態を適当な損傷変数 $D(x)$ で表現する。このとき、体積要素 $V$ は均一化できるだけの十分な数の空隙を含み、しかも $V$ 中の空隙分布、応力、ひずみ、その他の材料変数は十分一様であると見なせるものとする。

損傷力学では、以上の仮定が成立するとき、分布空隙の発達による損傷・破壊の問題を次の手順によって通常の連続体力学の枠内で展開することができる。即ち、

- [1] 分布空隙の力学的效果を適當な損傷変数  $D(x)$  で記述する.  
[2] これらの損傷変数の発展を支配する式（発展式）を定式化する.  
[3] 分布空隙により損傷を受けた材料の力学的挙動を記述する式（構成式）を定式化する.  
[4] これらの式によって初期値・境界値問題を解く.

[4] これらの式によつて初期値・境界値問題を解く場合、上で述べた[1]の段階において、材料の損傷状態、即ち、準微視的分布空隙の効果を巨視的力学変数で記述する場合、二つの問題が生じる。その一つは、損傷状態をどのような数学的特性（テンソル的特性）で記述するかであり、二つ目の问题是その大きさをどのように定量化するかという問題である。

以下では、円形ケーブル断面モデル内に分布する空隙による、剛性の低下と実質断面に作用する応力を評価するためには、有効面積の減少率に着目した損傷のモデル化と、上で述べた[3]の段階における構成式の定式化について具体的に示す。

### (1) 損傷のモデル化

(1) 損傷のアヒル化  
Fig.4-11(a)のように、初期断面積 $A_0$ の棒が応力 $\sigma$ の作用によって損傷を受けるとともに変形し、Fig.4-11(b)のように、断面積が $A$ に変化するものとする。L. M. Kachanov<sup>[45]</sup>によってはじめて提案され、後に Yu. N. Rabotonov<sup>[46]</sup>によって若干修正された損傷理論によれば、Fig.4-11(b)の損傷状態は、次式で定義する損傷変数 $D$ によって表現される。  
(4.27)

$$D = 0 \quad (\text{for initial undamaged state}) \quad (4.27)$$

$$D=1 \quad (\text{for final failure state}) \quad (4.28)$$

式(4.27)および(4.28)の損傷変数  $D$  は、損傷に伴う微視的空隙の存在による有効断面積の減少率を表すものと解釈することができる。ここで、有効断面積の減少には、単なる幾何学的な面積減少だけでなく、空隙の存在による応力集中的な効果も含まれるものとする。このとき、Fig.4-11(b)の棒では、実質的に荷重を負担する棒の断面積は、分布空隙の中の効果も含まれるものとする。このとき、 $A^*$  に減少する。このとき、損傷変数  $D$  は、

$$D = \frac{A - A^*}{A} = 1 - \frac{A^*}{A} \quad (4.29)$$

のように定義できる。なお、式(4.29)は吊橋主ケーブルの空隙率の定義と同一である。また、この式から  $A^*$  は、  
(4.30)

$$A^* = (1 - D)A$$

のように表される.

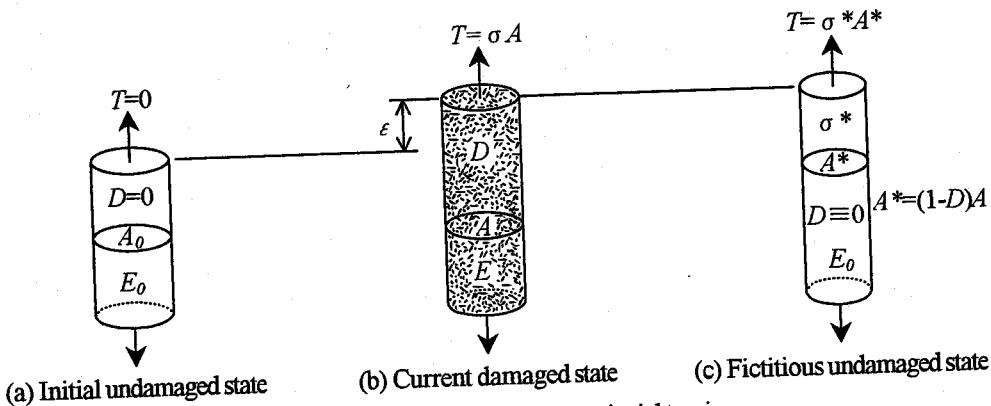


Fig. 4-11 Damage of a bar under uniaxial tension

断面積の減少は、同時に外力  $T$  によってもたらされる応力  $\sigma$  の効果を拡大する。この  $\sigma^*$  は式(4.30)により、

$$\sigma^* = \frac{T}{A^*} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (4.31)$$

となる。Yu. N. Rabotnov は、式(4.31)の  $\sigma^*$  を「有効応力」と呼び、クリープ損傷問題に対して初めて適用した。式(4.30)および(4.31)によれば、Fig. 4-11(b)の棒は、Fig. 4-11(c)のように、同一の外力  $T$  を受け、断面積が  $A^*$ 、応力が  $\sigma^*$  である空隙を含まない仮想的な棒と等価であると考えることができる。しかしながら、損傷による材料の内部構造  $\sigma^*$  である空隙を含まない仮想的な棒と等価であると考えことができる。しかしながら、損傷による材料の内部構造  $\sigma^*$  である空隙を含まない仮想的な棒と等価であると考え能够在。しかしながら、損傷による材料の内部構造  $\sigma^*$  である空隙を含まない仮想的な棒と等価であると考え能够在。

$$D = \sum_{i=1}^3 D_i n_i \otimes n_i \quad (4.32)$$

$$dA^* = (I - D)dA \quad (4.33)$$

$$\sigma^* = (I - D)^{-1}\sigma \quad (4.34)$$

$$S_e = [\sigma^*] = \frac{1}{2}[(I - D)^{-1} : \sigma + \sigma : (I - D)^{-1}] \quad (4.35)$$

ここに、 $\sigma^*$ ：みかけの応力テンソル、 $D_i$ ：損傷テンソル  $D$  の主値（損傷変数）、 $n_i$ ：損傷テンソル  $D$  の主方向、および  $I$ ：2 階の単位テンソルである。

## (2) 損傷材料の構成式の定式化

式(4.34)に示す有効応力は、損傷効果テンソルと呼ばれ<sup>423)</sup>、4 階のテンソル  $M(D)$  を用いた一般的な形として次式で表すことができる。

$$\sigma' = M(D) : \sigma \quad (4.36)$$

Fig. 4-11 より、損傷材料において実際に外力を支えるのは、空隙による断面積の減少分を除いた有効断面積  $A^*$  の非損傷材料であり、損傷材料の変形は、有効断面積  $A^*$  の非損傷材料に有効応力  $\sigma^*$  が作用するときの変形に等しいことに損傷材料である。J. Lemaire<sup>451)</sup>はこの考え方を一般化した。即ち、非損傷材料の構成式が、

$$(4.37)$$

$\varepsilon = F_0(\sigma, \alpha)$   
で表される場合、損傷状態が  $D$  で記述される損傷材料の構成式は、式(4.37)中の  $\sigma$  を式(4.34)の有効応力  $\sigma^*$  で置き換えることによって、次式で与えられると考えた。

$$(4.38)$$

$$\varepsilon = F_0(\sigma, \alpha, D) = F_0(\sigma^*, \alpha)$$

ここに、 $\alpha$ ：損傷以外の内部構造変化を表す内部状態変数である。  
式(4.37)と(4.38)の概念はひずみ等価性仮説と呼ばれ<sup>452)</sup>、損傷材料の構成式の定式化に広く用いられている。ここで、

$$A(D) = M(D)^{-1} : A_0 \quad (4.39)$$

で表される。しかしながら、熱力学的条件から、この  $A(D)$  は 4 階の対称テンソルでなければならないが、これは損傷効果テンソル  $M(D)$  に非常に強い制約を与える、それは一般に満足されない<sup>423)</sup>。このため、J.P.Cordebois と F.Sidoroff<sup>453)</sup> は、ひずみ等価仮説の代わりに、以下のようなエネルギー等価仮説を提案した。即ち、損傷材料に対する Gibbs の熱力学ポテンシャル（補足エネルギー関数） $W(\sigma, D)$  は、非損傷材料に対する熱力学ポテンシャル

$$W_0(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma : A_0^{-1} : \sigma \quad (4.40)$$

の中の応力を式(4.36)の有効応力テンソルで置き換えて、

$$W(\sigma, D) = \frac{1}{2} \sigma : A(D)^{-1} : \sigma = W_0(\sigma^*) \quad (4.41)$$

によって与えられると考えた。このとき、損傷材料のコンプライアンステンソルは、

$$A(D)^{-1} = M(D)^T : A_0^{-1} : M(D) \quad (4.42)$$

となる。また、損傷材料の弾性構成式は、式(4.40)の損傷材料の補足エネルギー関数を用いて、

$$\varepsilon = \frac{\partial W(\sigma, D)}{\partial \sigma} = A(D)^{-1} : \sigma = M(D)^T : A_0^{-1} : M(D) : \sigma \quad (4.43)$$

即ち、

$$\sigma = M(D)^T : A_0 : M(D) : \varepsilon \quad (4.44)$$

のように求められる。

さらに、新たに、有効ひずみテンソルを

$$\varepsilon^* = [M(D)^T]^{-1} : \varepsilon \quad (4.45)$$

と定義すれば、式(4.41)～(4.43)により、有効ひずみと有効応力の関係、および補足エネルギー関数は以下で表される。

$$\varepsilon^* = A_0^{-1} : \sigma^* \quad (4.46)$$

$$W = \frac{1}{2} \sigma^* : \varepsilon^* \quad (4.47)$$

#### 4. 3. 2 円形ケーブル断面モデルへの損傷力学的手法の適用

Fig.4-9 に示すように、円形ケーブル断面モデルは断面内に多数の空隙を含む。また、本研究で対象とする、超長大吊橋の主ケーブルを円形ケーブル断面モデルでモデル化することを考えた場合、超長大吊橋の主ケーブルは、ケーブル外径に比して素線径が十分小さいため、Fig.4-10 に示したように、各要素は均一化できるだけの十分な空隙を含んでいると考えられる。このため、Fig.4-10 に示す、微小体積要素中における空隙分布、応力、ひずみ、およびその他他の材料変数は十分一様であると見なせる。さらに、これらの空隙は、通常の荷重状態における主ケーブルの変形状態の材料変数は十分一様であると見なせる。また、負荷を受ける損傷材料に見られるように、亀裂の進展を考えた場合には、拡大や縮小はしないと考えられる。即ち、負荷を受ける損傷材料に見られるように、亀裂の進展や空隙の拡大はないと考えられる。したがって、円形ケーブル断面モデルに損傷力学的手法を適用するにあたっては、初期状態から任意の荷重状態に至るまで、内部の空隙の分布状況が変化しない擬似的な損傷材料であるため、損傷力学における損傷の発展は無視できるとする。

以上から、円形ケーブル断面モデルに対して、断面内に分布する空隙による剛性の低下と実質断面に作用する応力を評価できる解析を連続体力学の枠内で展開するためには、4. 3. 1 項で述べた、損傷力学を適用するための条件のうち、[1]分布空隙の効果を表現する損傷変数を記述すること、[2]分布空隙の存在による力学挙動を記述する構成式を定式化すること、および[3]これらの式によって初期値・境界値問題を解くことが必要となる。

上に示した[1]～[3]のうち、[1]の分布空隙の効果を記述する損傷変数としては、座標系の回転に対する損傷変数の不変性が要求されること<sup>444)</sup>、および高階のテンソルを取り扱うのは実用的でないことから、2 階損傷テンソルあるいは 2 階等方損傷テンソル（スカラー損傷）を用いることとした。また、損傷状態（内部状態）の大きさを表す量として、平行線ケーブルの空隙率を用いることとした。さらに、[2]の構成式の定式化に対しては、エネルギー等価仮説あるいは

はひずみ等価仮説を用いて定式化することとした。これらの損傷変数と構成式の定式化は、4. 3. 3項で述べるよう、平行線ケーブル構造に対して、損傷変数と構成式の定式化を変えた有限要素解析を実施し、理論解との比較により決定した。なお、[3]の初期値・境界値問題の解法として、本研究では有限要素法を適用することになる。

### 4.3.3 凹形ケーブル断面モデルを用いた解析に適用する構成式

(1) 2階異方損傷テンソルとエネルギー等価仮説を用いた定式化

(1) 2階異方損傷テンソルとエネルギー等価仮説を用いた構成式  
Fig.4-9 からも明らかなように、円形ケーブル断面モデル内部の空隙はケーブル軸方向に連続しており、ケーブル軸直交方向には不連続かつ周期的に分布する。このことから、円形ケーブル断面モデル内の空隙の分布は異方的であると考えるのが自然である。したがって、損傷変数として、空隙分布の異方性を考慮したテンソル的特性が適切であると考えられる。そこで、このような損傷変数として、式(4.32)に示す、2階異方損傷テンソルの適用を考えた。しかしながら、2階異方損傷テンソルを用いた構成式の定式化において、ひずみ等価仮説を用いると構成則マトリックスに非対称を生ずる<sup>423), 438)</sup>。このため、エネルギー等価仮説を用いて構成式の定式化を行った。2階異方損傷テンソルに対する構成式は、直交異方性材料に対して座古ら<sup>439)~442)</sup>により与えられており、これに対する構成式に変形すると、次式で表される。

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{matrix} \right\} = \frac{E(1-v)}{(1+v)(1-2v)} \begin{vmatrix} d_1^2 & \frac{d_1d_2v}{1-v} & \frac{d_3d_1v}{1-v} & 0 & 0 & 0 \\ d_2^2 & \frac{d_3d_1v}{1-v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{2d_2^2d_3^2(1-2v)}{(d_2+d_3)^2(1-v)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{2d_3^2d_1^2(1-2v)}{(d_3+d_1)^2(1-v)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{2d_1^2d_2^2(1-2v)}{(d_1+d_2)^2(1-v)} & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (4.48)$$

sym.

ここに、 $E$ ：弾性係数、および $\nu$ ：ポアソン比である。

ただし、式(4.48)において、

$$d_i = 1 - D_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

とおいた。また、式(4.46)左辺のベクトルはみかけの応力テンソル成分を並べたベクトル、および式(4.48)右辺のベクトルは、構成則マトリックスを6階の正方マトリックス表示したことを考慮した、みかけのひずみテンソル成分を並べたベクトルである。さらに、式(4.49)における損傷変数  $D_i$  ( $i=1,2,3$ ) は、式(4.32)に示す損傷テンソルの主値を示したベクトルである。さらに、損傷テンソルの主方向に垂直な平面上での空隙の面積密度と解釈できる<sup>4.38)</sup>。

一方、損傷変数に2階異方損傷テンソルを用いた場合の有効応力ベクトル $\sigma^*$ は、式(4.35)に示す、村上、大野の有効応力テンソル<sup>4.47)~4.50)</sup>に式(4.32)を代入して、ベクトルマトリックス表示することにより、次式で表される。

$$\sigma^* = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^* \\ \sigma_{22}^* \\ \sigma_{33}^* \\ \sigma_{12}^* \\ \sigma_{23}^* \\ \sigma_{31}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{d_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{d_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_1+d_2}{2d_1d_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_2+d_3}{2d_2d_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_3+d_1}{2d_3d_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

sym.

### (2) 2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説を用いた定式化

一方、一般的に、平行線ケーブル構造はケーブル軸方向に細長く、その挙動は、Fig.4-11に示す、張力を受けて損傷の進展する棒と類似して、ケーブル軸方向の特性による影響が支配的であると考えることもできる。即ち、Fig.4-11(b)および(c)に示すように、断面内に分布する空隙の存在が軸方向のひずみに及ぼす影響は小さいと考えることもできる。これに対して、式(4.48)の構成式は、空隙の存在によって応力のみならずひずみも変化するとした、エネルギー等価仮説を用いて定式化されるため、剛性の低下を過大に見積もある可能性があることが推察される。そこで、空隙の存在によってひずみに影響が及ばない構成式を定式化するため、円形ケーブル断面モデルにおける空隙分布の異方性を無視して、2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説を用いた構成式を定式化した。2階等方損傷テンソルは、式(4.32)において、損傷テンソルの各主方向の主値の値が全て同じである特別な場合を考えると、次式で表される。

$$D = D \sum_{i=1}^3 n_i \otimes n_i \quad (4.51)$$

また、式(4.51)を式(4.35)に代入してベクトルマトリックス表示し、さらに、式(4.39)を用いて、等方性材料の構成則マトリックスを変換すると、平行線ケーブル解析モデル内に分布する空隙による剛性の低下を考慮した、以下の対称な構成則マトリックスが得られる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \frac{E(1-v)(1-D)}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{v}{1-v} & \frac{v}{1-v} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{v}{1-v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-2v}{2(1-v)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-2v}{2(1-v)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-2v}{2(1-v)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

sym.

なお、式(4.52)の左辺は見かけの応力テンソル成分を並べたベクトル、および式(4.52)右辺のベクトルは、構成則マトリックスを6階の正方マトリックス表示したことを考慮した、微小ひずみテンソル成分を並べたベクトルである。

一方、2階等方損傷テンソルを用いた場合の有効応力は、式(4.51)、(4.35)と(4.36)より、有効応力テンソル成分を並べたベクトル  $\underline{\sigma}^*$  として次式で表される。

$$\underline{\sigma}^* = (1-D)^{-1} \{ \sigma_{11}^* \ \sigma_{22}^* \ \sigma_{33}^* \ \sigma_{12}^* \ \sigma_{23}^* \ \sigma_{31}^* \}^T \quad (4.53)$$

なお、式(4.52)と(4.53)から明らかのように、2階等方損傷テンソルを用いて構成式と有効応力を定義するのは、空隙の分布がない非損傷材料の構成則マトリックスと応力テンソルに対してスカラーを乗じることで、それぞれ、空隙の分布による剛性の低下と実質断面に作用する拡大された応力を評価するスカラー損傷と等価である。スカラー損傷は、このように物理的な意味が明瞭であるため、多くの材料損傷の構成式として用いられている<sup>4.24), 4.27), 4.28), 4.30), 4.31)</sup>。

### (3) 適用する構成式

2階異方損傷テンソルとエネルギー等価仮説によって定式化した構成式を用いた有限要素解析（以下、異方損傷解

析と略称), および2階等方損傷テンソル(スカラー損傷)とひずみ等価仮説によって定式化した構成式を用いた有限要素解析(以下, 等方損傷解析と略称)の円形ケーブル断面モデルへの適用性を比較するため, Fig.4-12に示す, 直径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。解析径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。解析径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。解析径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。解析径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。解析径5mmの鋼線で構成された, 3点曲げを受ける矩形断面の平行線ストランドに対して有限要素解析を実施した。

解析結果として, 各々のたわみ分布を初等はり理論による理論解と比較してFig.4-13, およびL/2点とL/4点近傍の断面内における曲げ応力分布を初等はり理論による理論解と比較してそれぞれ, Fig.4-14とFig.4-15に示す。なお, 曲げ応力は, 異方損傷解析は式(4.50), および等方損傷解析は式(4.53)で得られる, 有効応力である。

Fig.4-13より, 等方損傷解析によるたわみ分布は理論解と一致するのに対して, 異方損傷解析によるたわみ分布は理論解に比して大きいことが分かる。この原因として, 異方損傷解析では, 構成式の定式化の過程でエネルギー等価仮説を用いたため, 剛性の低下を過大に見積もったと考えられる。即ち, 式(4.48)の構成則マトリックスにおいて, 弾性定数に対して変数  $d_i$  の自乗で剛性低下の影響が考慮されることが考えられる。しかしながら, Fig.4-14およびFig.4-15より, 曲げ応力は両解析とも理論解と一致する結果が得られることが分かる。

以上を比較して, 円形ケーブル断面モデル内の空隙分布は異方的と考えるのが自然であるため, 損傷変数として2階等方損傷テンソルを用いるのが適切であると考えられるが, Fig.4-13より, 異方損傷解析は剛性の低下を過大に評価するのに対して, 等方損傷解析のたわみ分布は理論解と一致する。また, 空隙密度が小さい場合には, 空隙配置が異方的であっても, 大域的特性としての変形特性はほぼ等方であること<sup>422)</sup>から, 本研究における, 円形ケーブル断面モデルを用いた有限要素解析では, 断面内に分布する空隙による剛性の低下を評価するのに, 2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説により定式化した式(4.52)の構成式, および実質断面に作用する拡大された応力を評価するのに, 式(4.53)の有効応力を用いた手法を採用する。

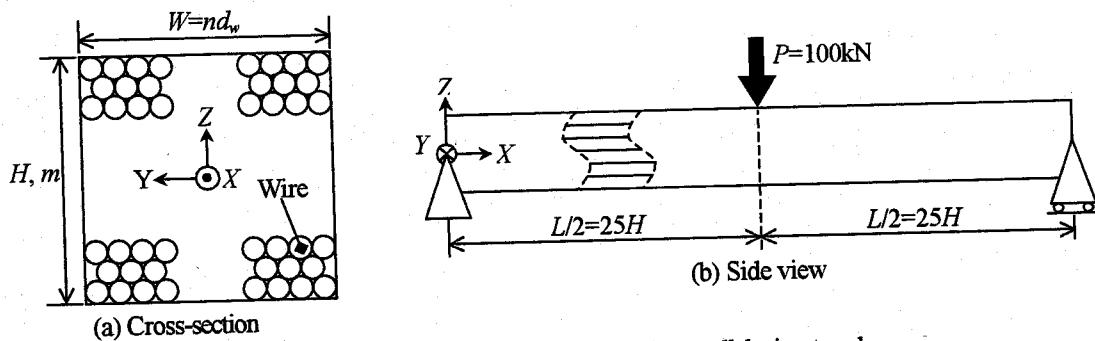
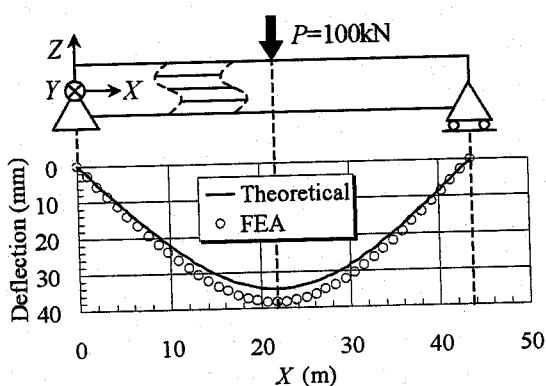


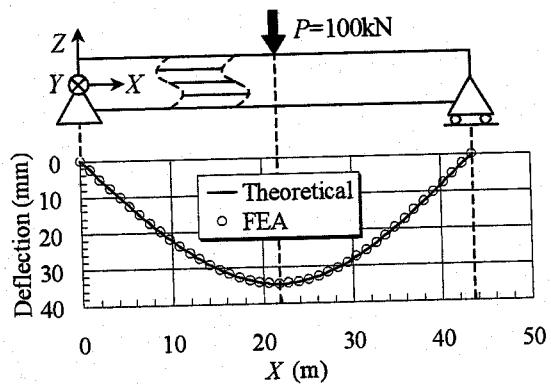
Fig.4-12 Analytical model of a rectangular parallel wire strand

Table 4-4 Dimensions of a rectangular parallel wire strand and its analytical model

Diameter of steel wire $d_w$ (mm)	5.0
Total number of the steel wire to lateral direction $n$	100
Total number of the layer to the vertical direction $m$	201
Width of a rectangular strand $W$ (mm)	500.0
Height of a rectangular strand $H$ (mm)	871.0254
Effective cross-sectional area $A_e$ ( $\text{mm}^2$ )	392699.1
Apparent cross-sectional area $A_a$ ( $\text{mm}^2$ )	435512.7
Void ratio $V_r$ (%)	9.8
Length of a rectangular strand $L$ (mm)	43551.3
Elastic modulus $E$ ( $\text{N/mm}^2$ )	200000
Poisson's ratio $\nu$	0.3
Moment of inertia of area of a rectangular section $I_Y$ ( $\text{mm}^4$ )	0.0275
Moment of inertia of area of a rectangular strand $I_Y''$ ( $\text{mm}^4$ )	0.0248
Moment of inertia of area of a wire $I_w$ ( $\text{mm}^4$ )	30.6796

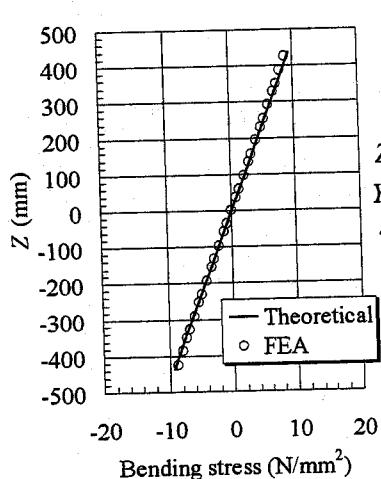


(a) Anisotropic damage analysis

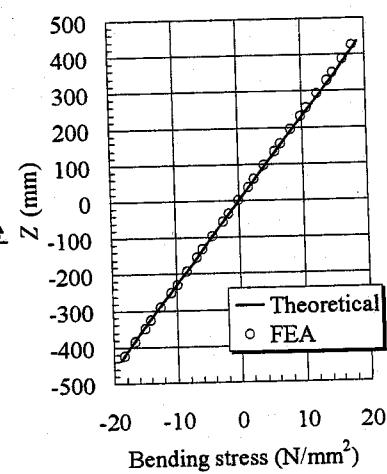
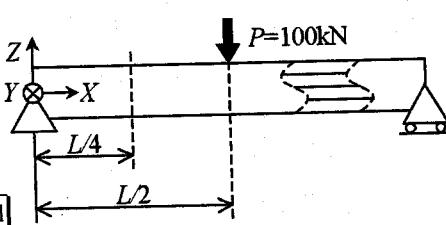


(b) Isotropic damage analysis

Fig.4-13 Distributions of deflection for a rectangular parallel wire strand

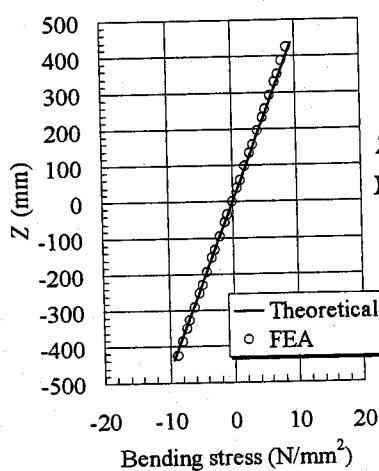


(a) Vicinity of  $L/4$ -point

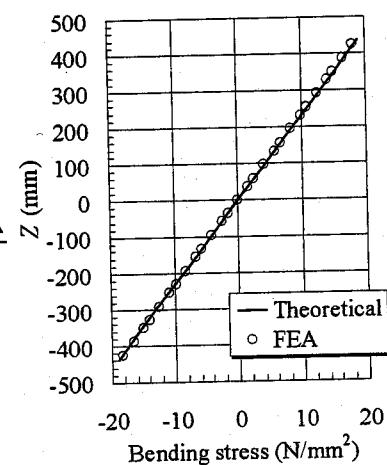
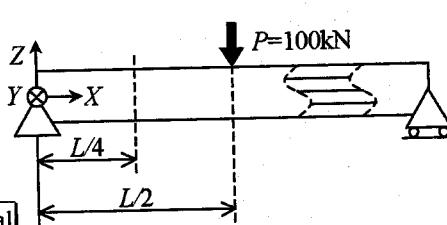


(b) Vicinity of  $L/2$ -point

Fig.4-14 Distributions of bending stress in the cross-section of a rectangular parallel wire strand (Anisotropic damage analysis)



(a) Vicinity of  $L/4$ -point



(b) Vicinity of  $L/2$ -point

Fig.4-15 Distributions of bending stress in the cross-section of a rectangular parallel wire strand (Isotropic damage analysis)

#### 4. 4 平行線ケーブル実験結果を用いた解析手法の検証

4. 3節で考案した解析手法の実際の平行線ケーブル構造への適用性を検証するため、第2章で述べた、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験を対象とした有限変位解析を実施し、実験結果と解析結果を比較した。しかししながら、4. 3節で考案した解析手法は、微小変位問題に対して定式化されているため、まず、4. 3節で考案した解析手法の有限変位問題への拡張を実施した。

##### 4. 4. 1 解析手法の有限変位問題への拡張

4. 3. 2項で述べたように、円形ケーブル断面モデル内の空隙は、初期状態から任意の荷重状態に至るまで変化しないと仮定する。即ち、式(4.51)の2階等方損傷テンソルはいかなる配置においても常に一定である。したがって、Fig.4-3に示すように、インクリメント $i-1$ の収束解を得た後に次のインクリメント $i$ における収束解を反復計算によって求める場合、式(4.35)に示す有効応力テンソルは、反復 $r$ サイクル目の計算で得られたインクリメント $i$ に生ずるCauchy応力テンソル $\mathbf{T}^{(r)}$ に対する有効応力テンソル $\mathbf{T}^{*(r)}$ として次式で表される。

$$\mathbf{T}^{*(r)} = \frac{1}{2} [(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} : {}_{i-1}\mathbf{T}^{(r)} + {}_i\mathbf{T}^{(r)} : (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}] \quad (4.54)$$

また、式(4.51)は増分や反復計算と無関係に成立するため、Cauchy応力のみならず、増分第2Piola-kirchhoff応力に対しても、式(4.54)と同様に、見かけの応力テンソルに対する有効応力テンソルとして次式が成立する。

$${}_{i-1}\mathbf{S}^{*(r)} = \frac{1}{2} [(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} : {}_{i-1}\mathbf{S}^{(r)} + {}_i\mathbf{S}^{(r)} : (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}] \quad (4.55)$$

ここに、 ${}_{i-1}\mathbf{S}^{*(r)}$ : インクリメント $i-1$ からインクリメント $i$ に至る過程の反復 $r$ サイクル目の計算で得られた、増分第2Piola-kirchhoff応力に対する有効応力テンソル、および ${}_i\mathbf{S}^{(r)}$ : インクリメント $i-1$ からインクリメント $i$ に至る過程の反復 $r$ サイクル目の計算で得られた、増分第2Piola-kirchhoff応力に対する見かけの応力テンソルである。

さらに、式(4.54)および(4.55)の関係を線形変換 $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ を用いて、それぞれ次式で表すこととする。

$$\mathbf{T}^{*(r)} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) {}_i\mathbf{T}^{(r)} \quad (4.56)$$

$${}_{i-1}\mathbf{S}^{*(r)} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) {}_{i-1}\mathbf{S}^{(r)} \quad (4.57)$$

本研究では、4. 3. 3項で述べたように、構成式をひずみ等価仮説で定式化するため、式(4.36)～(4.39)より、円形ケーブル断面モデル内の空隙による剛性の低下を考慮した増分形式の構成式は次式で表される。

$${}_{i-1}\mathbf{S}^{*(r)} = {}_{i-1}\mathbf{C}^{(r-1)} : {}_{i-1}\mathbf{E}^{(r)} \quad (4.58)$$

ここに、 ${}_{i-1}\mathbf{C}^{(r-1)}$ : インクリメント $i-1$ からインクリメント $i$ に至る過程の反復 $r-1$ サイクル目の4次の構成テンソル、および ${}_{i-1}\mathbf{E}^{(r)}$ : インクリメント $i-1$ からインクリメント $i$ に至る過程の反復 $r$ サイクル目の増分Green-Lagrangeひずみテンソルである。

したがって、式(4.58)に式(4.57)を代入すると、有限変位問題に拡張された構成式として、Green-Lagrangeひずみ増分とみかけの第2Piola-Kirchhoff応力増分で記述した次式が得られる。

$${}_{i-1}\mathbf{S}^{(r)} = \{\mathbf{M}(\mathbf{D})\}^{-1} : {}_{i-1}\mathbf{C}^{(r-1)} : {}_{i-1}\mathbf{E}^{(r)} \quad (4.59)$$

等方性材料を想定し、式(4.59)の関係をベクトルマトリックス表示すると、次式で表される。

$$\begin{bmatrix} {}_{i-1}\mathbf{S}_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{S}_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{S}_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{S}_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{S}_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{S}_{31}^{(r)} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\nu)(1-D)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ sym. & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{i-1}\mathbf{E}_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{31}^{(r)} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}] \begin{bmatrix} {}_{i-1}\mathbf{E}_{11}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{22}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{33}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{12}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{23}^{(r)} \\ {}_{i-1}\mathbf{E}_{31}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

ここに、 $E$ : 弾性係数、および $\nu$ : ポアソン比である。

一方、第2Piola-Kirchhoff応力増分からインクリメント $i$ に生ずるCauchy応力への変換は、以下の手続きで実施できる。即ち、各々の応力の見かけの応力に対する増分分解は、式(4.54)および(4.55)に示すように、線形変換 $M(D)$ が増分や反復計算に対して独立であることから、式(4.17)と同様にテンソル表記を用いて次式で表される。

$${}^iS^{(r)} = {}^iT^{(r-1)} + {}_{i-1}S^{(r)} \quad (4.61)$$

同様に、線形変換 $M(D)$ が増分や反復計算に対して独立であることから、みかけの第2Piola-kirchhoff応力からみかけのCauchy応力への変換は、式(4.18)に示すNansonの面積変換公式を用いて次式で表される。

$${}^iT^{(r)} = \frac{1}{\det {}^iX^{(r)}} {}^iX^{(r)} \cdot {}^iS^{(r)} \cdot {}^iX^{(r)\top} \quad (4.62)$$

なお、式(4.54)～(4.57)の有効応力は、円形ケーブル断面モデル内に分布する空隙による、拡大された応力の効果を表す仮想的応力であるから、これらはそれぞれの配置における平衡条件は満足しない<sup>4.54)</sup>。したがって、全分内力や接線剛性マトリックスの評価に用いるCauchy応力はみかけの応力を用いなければならない。また、実質断面に作用するCauchy応力に対する有効応力は、式(4.54)と(4.56)より、ベクトル表示を用いて次式で表される。

$$\{T_{11}^* \ T_{22}^* \ T_{33}^* \ T_{12}^* \ T_{23}^* \ T_{31}^*\}^T = (1-D)^{-1} \{T_{11} \ T_{22} \ T_{33} \ T_{12} \ T_{23} \ T_{31}\}^T \quad (4.63)$$

以上に示した、有限変位問題に拡張された計算式を有限変位解析コードに組み込むにあたっては、Fig.4-4に示すフローチャートの接線剛性マトリックスの計算において、式(4.8)の構成則マトリックス ${}^iC^{(r)}$ に代えて、式(4.60)の空隙分布による剛性の低下を考慮した $C$ を用いる。また、式(4.16)の増分第2Piola-Kirchhoff応力の計算においても、 ${}^iC^{(r-1)}$ に替えて $C$ を用いる。さらに、Cauchy応力に対する有効応力は、収束点において、式(4.63)を用いて算出できる。

#### 4. 4. 2 対象とする実験ケースと実験供試体のモデル化

第3章における検討により、本研究で対象とする超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部には素線間すべりが発生しないと考えられる。そこで、第2章で述べた、平行線ケーブルの曲げ実験のうち、素線間すべりを発生していないと考えられる実験ケースC623Nを対象として、円形ケーブル断面モデルと考案した解析手法を適用した有限要素解析を実施し、解析結果と実験結果を比較した。実験ケースC623Nは、Fig.4-16(a)に示す断面構成のラップトケーブル供試体を用い、初期ケーブル張力623kNを載荷後にケーブルバンドを締め付け、ケーブルの中央に強制変位40mmを導入した実験である。初期軸力、強制変位、および供試体の機械的特性など実験の概要をTable 4-5に示す。また、初期ケーブル張力載荷時のケーブル長、ラッピング区間、およびひずみゲージの貼付位置等をFig.4-16(c)に示す。

Fig.4-16に示す、初期ケーブル張力載荷状態の実験供試体に対して、Fig.4-17に示す解析モデルを設定した。モデル化にあたっては、アンカーソケットを無視して、初期ケーブル張力載荷状態でサグの無視できる直線部材と仮定した。また、ケーブル断面は、Fig.4-16(b)に示すように、ケーブル軸直交方向の対称性を利用した1/2モデルとした。さらに、ラッピングワイヤとケーブル間の接触の取り扱いが困難であること、および曲げ載荷によるケーブル張力の増大によるラッピング圧の低下は小さいと判断して、ラッピングワイヤは解析モデルから省略した。

Fig.4-17に対する荷重条件として、みかけの引張応力が断面内一様に分布する初期応力として初期ケーブル張力を導入し、実験と同様に、強制変位40mmを10インクリメントで中央のケーブルバンド上に導入した。一方、境界条件として、アンカーソケット口元は固定支持、およびケーブルバンドとケーブル間は剛結と仮定した。また、ケーブル断面内の中央を切る鉛直面上の水平方向変位は拘束した。なお、損傷変数 $D$ は、供試体ケーブルの空隙率を用いた。

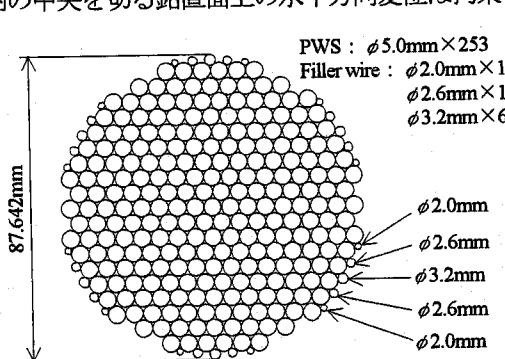


Fig.4-16(a) Cross-section of the specimen for experimental case C623N

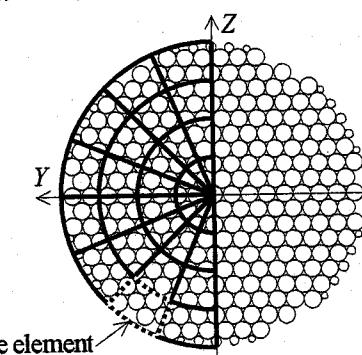


Fig.4-16(b) Relation between the specimen and analytical model in the cross-section

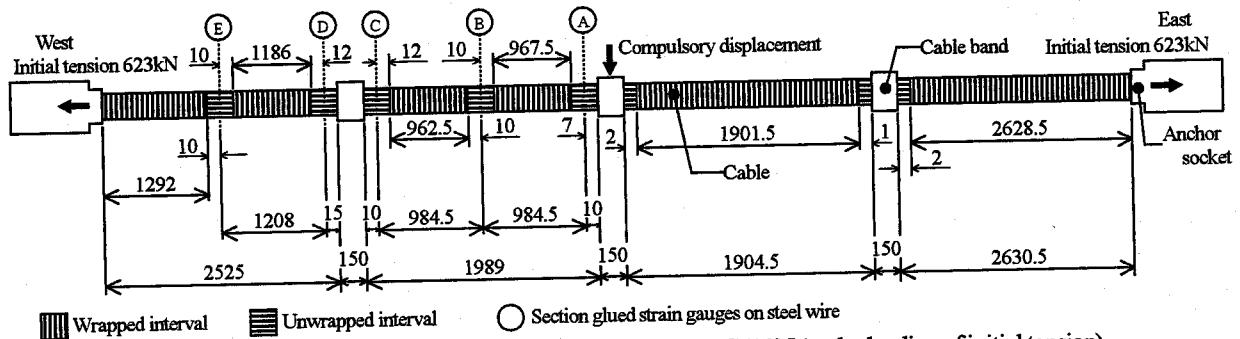


Fig. 4-16(c) Side view of the specimen for experimental case C623N (under loading of initial tension)

Table 4-5 Dimensions of experimental case C623N

Elastic modulus of cable specimen $E_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	212301
Poisson's ratio of cable specimen $\nu$	0.3
Outer diameter of cable specimen $D_c$ (mm)	87.642
Effective cross-sectional area of cable specimen $A_e$ (mm <sup>2</sup> )	5117.3
Apparent cross-sectional area of cable specimen $A_a$ (mm <sup>2</sup> )	6032.7
Void ratio of cable specimen $V_r$ (%)	15.2
Moment of inertia of area as a solid beam $I_c$ (m <sup>4</sup> )	2.30342E-06
Moment of inertia of area as a built-up beam $I_0$ (m <sup>4</sup> )	7.82917E-09
Wrapping tension under wrapping construction $T_w$ (kN)	0.57
Initial cable tension $T_i$ (kN)	623
Initial tensile stress as apparent stress $\sigma_i$ (N/mm <sup>2</sup> )	103.3
Maximum bending load $P_{max}$ (kN)	16.2
Maximum compulsory displacement $\delta_c$ (mm)	40

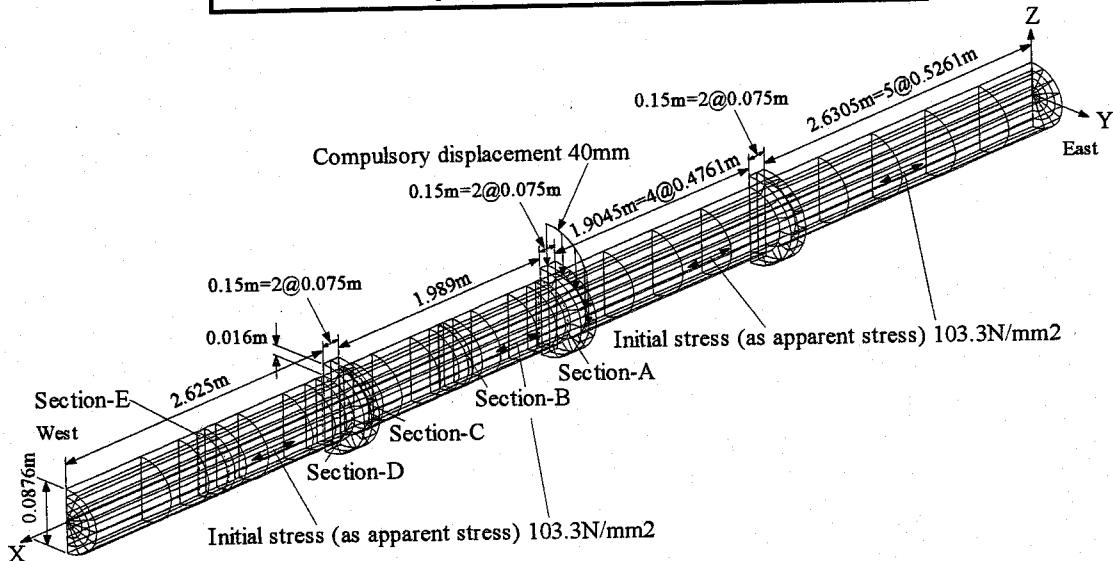


Fig.4-17 Analytical model for experimental case C623N

#### 4.4.3 平行線ケーブル実験結果と解析結果の比較

解析結果として、載荷点における曲げ荷重と変位の関係を Fig.4-18 に示す。Fig.4-18 より、最大変位 40mm 導入時の曲げ荷重は、実験結果が解析結果に比べて 1.5kN 程度低下することが分かる。この原因として、Fig.4-17 に示す解析モデルにおけるケーブルバンドとケーブル間を剛結と仮定したため、ケーブルバンド部の剛性を過大に見積もったことが考えられる。また、最大変位 40mm 導入時のたわみ分布を Fig.4-19 に示す。Fig.4-19 より、解析結果と実験結果は良好に一致しており、Fig.4-17 に示す解析モデルにおいて、ケーブルバンドとケーブル間を剛結と仮定した影響は、ケーブル全体の変形状態に影響を及ぼすレベルでないと考えられる。さらに、最大変位導入時の各ひずみ測定断面における、ケーブル断面内高さ方向の曲げ応力分布を Fig.4-20 に示す。なお、ここで曲げ応力は、最大変位導入

時の応力から初期ケーブル張力載荷による断面内一様な初期応力を差し引いた、曲げ載荷による張力変動の影響を含んだ応力を示す。Fig.4-20 より、断面 B～E では、実験結果と解析結果は概ね一致することが分かる。また、断面 A における、ケーブル上縁より時計回りに  $30^\circ$  および  $150^\circ$  上に位置する素線上の曲げ応力の測定値が低下するが、この原因として、第2章で述べたように、これらの素線はラッピングワイヤによる締め付けが十分でなく、素線間すべりが発生し、ケーブル全体の曲げによる応力が低下したことが考えられる。

以上の実験結果と解析結果の比較から、円形ケーブル断面モデルと本章で考案した有限要素解析手法は、素線間すべりを生じない、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの応力解析に適用できると考えられる。

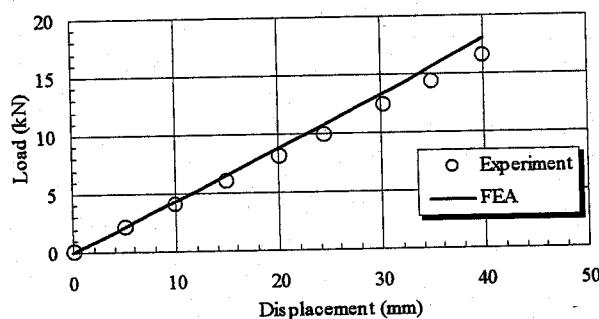


Fig. 4-18 Relationships between load and displacement (comparison between bending experiment and FE analysis)

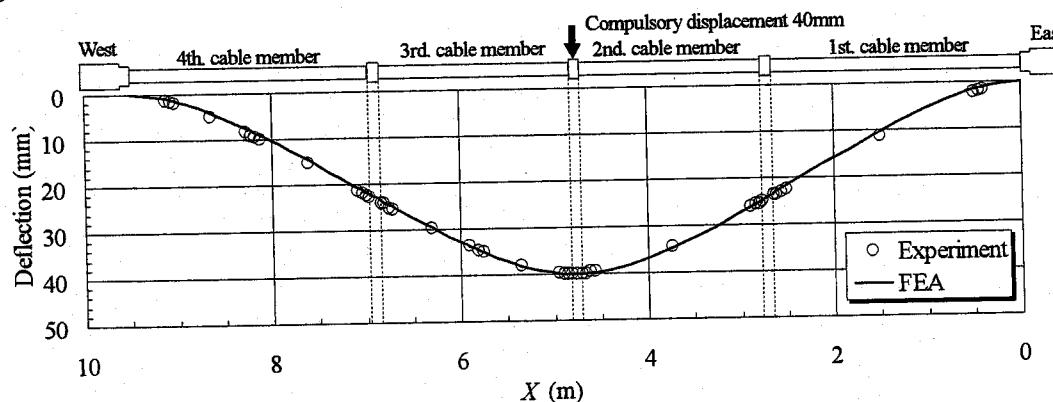


Fig. 4-19 Distributions of deflection (comparison between bending experiment and FE analysis)

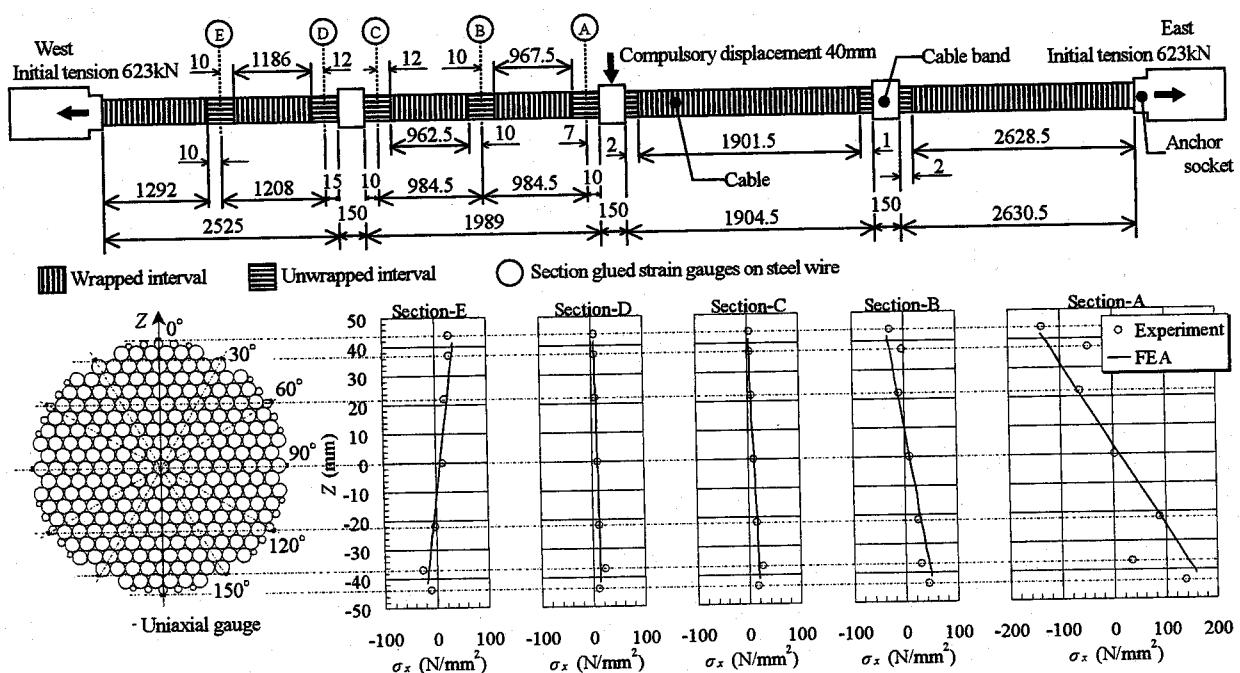


Fig. 4-20 Bending stress distributions in each section (comparison between bending experiment and FE analysis)

#### 4.5 結論

本章では、ワイヤラッピングされた超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド近傍における応力解析を実施するための解析手法、および解析モデルとして円形ケーブル断面モデルを考案した。また、ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの曲げ実験を対象として、これらの考案した解析手法と解析モデルを適用した有限要素解析を実施し、妥当性を検証した。本章で得られた成果を以下に要約する。

- (1) 超長大吊橋の有限変位挙動を考慮した有限要素解析コードを開発するにあたって、有限要素解析における非線形問題を分類し、有限変位問題の位置付けと Updated Lagrangian formulation に基づく接線剛性方程式の計算式を示した。また、これらの計算式を用いた有限変位解析コードを開発し、有限変位解析の過程をフローチャートを用いて示した。さらに、開発した有限変位解析コードの妥当性について、汎用有限要素解析コードによる解析結果、および1自由度系トラスの Snap-through 解析を通して検証し、開発した解析コードが有限変位問題に対して矛盾のないことを示した。
- (2) 超長大吊橋主ケーブルの応力解析を効率的かつ実用的に実施することが可能な有限要素解析モデルとして、ケーブル外径を直径とする円形ケーブル断面モデルを考案した。また、円形ケーブル断面モデルを解析モデルとして適用する場合にその断面内に分布する空隙の評価が問題となることを指摘した。
- (3) 円形ケーブル断面モデル内に分布する空隙の影響を考慮するための解析手法として損傷力学に着目し、空隙が断面内に分布することによる剛性の低下を表現する構成式の定式化と、空隙の存在によって実質断面に作用する拡大された応力の効果を表す有効応力テンソルを示した。また、具体的に、円形ケーブル断面モデルを用いた解析に適用する構成式として、2階異方損傷テンソルとエネルギー等価仮説による定式化、および2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説による定式化を示し、各々の構成式を用いた有限要素解析を平行線ストランドに対して実施した結果から、前者によって定式化された構成式を用いると、空隙の分布による剛性の低下を過大に評価することを示した。
- (4) 円形ケーブル断面モデルを用いて、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド近傍における応力解析を実施するため、2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説を用いて有限変位問題に拡張した構成式、および有効応力テンソルを誘導し、それぞれを有限変位解析コードに導入した。また、これらを導入した解析コードの妥当性を平行線ケーブルの曲げ実験を対象として検証し、考案した解析手法がワイヤラッピングされた平行線ケーブル構造に適用できることを示した。

#### 参考文献（第4章）

- 4.1) Wyatt, T. A. : Secondary Stresses in Parallel wire Suspension Cables, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.86, No.ST7, pp.37-59, 1960.
- 4.2) 中村憲市, 新家 徹, 西村昭: ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの二次応力解析, 土木学会論文報告集, 第 288 号, pp.67-81, 1979.
- 4.3) Carlson, A. D. : Finite element analysis of cables, Proc. 2nd. Int. Offshore Mech. Arct. Engng. Symp., pp.365-371, 1983.
- 4.4) 大橋治一: ピン定着ケーブルバンドの構造特性, 本四技報, Vol.17, No.67, pp.22-32, 1993.
- 4.5) 中崎俊三, 片山哲夫, 大野克紀, 田巻嘉彦: 吊橋主ケーブルの形崩れを解析する, 川田技報, Vol.16, pp.120-121, 1997.
- 4.6) 清水幹夫, 岸野佑次, 岩井有人: 架空送電線の素線切れに関する数値的検討, 構造工学論文集, Vol.45A, pp.19-26, 1999.
- 4.7) 矢川元基, 半谷裕彦: 有限要素法の基礎, 朝倉書店, 1994.
- 4.8) Bathe, K.-J. : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982.
- 4.9) 野口裕久, 久田俊明: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.
- 4.10) 大坪英臣: 幾何学的非線形問題の解析, 数理科学, No.260, pp.66-75, 1985.
- 4.11) 野口裕久, 久田俊明: 幾何学的非線形問題における total/updated Lagrangian 統合型有限要素法定式化, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.59, No.559, pp.828-834, 1993.
- 4.12) 川井謙一: 有限変形弾塑性力学の初步, II. 連続体力学の基礎, 塑性と加工, Vol.24, No.267, pp.330-342, 1983.

- 4.14) (社)日本塑性加工学会編：非線形有限要素法 一線形弾性解析から塑性加工解析までー，コロナ社，1994.
- 4.15) 牧野内昭武：有限変形弾塑性力学の初步，III. 有限弾塑性変形の定式化，塑性と加工，Vol.24, No.267, pp.343-351, 1983.
- 4.16) Bathe, K.-J., Ramm, E. and Wilson, E. L. : Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol.9, pp.353-386, 1975.
- 4.17) Bathe, K.-J. and Bolourchi, S. : Large Displacement Analysis of Three-Dimensional Beam Structures, Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol.14, pp.961-986, 1979.
- 4.18) Batoz, J-L and Dhatt, G : Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems, Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol.14, pp.1262-1267, 1979.
- 4.19) 吉田裕：有限要素法による幾何学的非線形構造解析法の現状と課題，土木学会論文集，No.374, I-6, pp.25-37, 1986.
- 4.20) Crisfield, M.A. : Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures Volume 1, John Wiley & Sons, pp.2-6, 1991
- 4.21) 村上澄男：損傷力学 一材料の損傷と破壊への連続体力学的アプローチー，材料，Vol.31, No.340, pp.1-13, 1982.
- 4.22) 村上澄男：損傷力学とその最近の発達，日本機械学会論文集A編，Vol.51, No.467, pp.1651-1659, 1985.
- 4.23) 村上澄男：損傷力学と破壊解析に対するその応用，応用数理，Vol.5, No.4, pp.329-345, 1995.
- 4.24) 都井 裕：材料損傷を考慮した構造物の非線形有限要素解析，機械の研究，Vol.52, No.11, pp.1109-1116, 2000.
- 4.25) 河井昌道，谷嶋真一，高野洋一，八戸敦司：一方向炭素繊維強化複合材料の室温および高温における非主軸疲労とその損傷力学的モデル化，日本機械学会論文集A編，Vol.64, No.627, pp.2838-2846, 1998.
- 4.26) 河井昌道，工田一貴，八戸敦司，川瀬裕子：ハイブリッド複合材料GLARE2の非主軸疲労挙動とその損傷力学的モデル化，日本機械学会論文集A編，Vol.64, No.627, pp.2847-2855, 1998.
- 4.27) 都井 裕，山崎伸也：損傷力学モデルによるアルミニウム合金の低サイクルおよび高サイクル疲労シミュレーション，生産研究，Vol.52, No.8, pp.28-31, 2000.
- 4.28) 森本文子，森久史，岩渕研吾，都井裕，李帝明，姜成洙：損傷力学に基づく疲労現象の基礎的解析，鉄道総研報告，Vol.15, No.7, pp.41-46, 2001.
- 4.29) 都井 裕，李 帝明：溶融亜鉛めっき時の構造部材の三次元損傷解析，日本機械学会論文集A編，Vol.66, No.643, pp.618-625, 2000.
- 4.30) 都井 裕，李 帝明：鉄塔用山形鋼のめっき時の損傷解析，生産研究，Vol.50, No.7, pp.239-242, 1998.
- 4.31) 都井 裕，門脇秀樹：氷のクリープ脆性挙動に対する損傷力学モデルと有限要素解析，生産研究，No.51, Vol.12, pp.823-826, 1999.
- 4.32) 荒井政大，立石康博，足立忠晴，松本浩之：有限要素法による CFRP 積層はりの損傷進展解析，日本機械学会論文集A編，Vol.64, No.627, pp.2686-2693, 1998.
- 4.33) 萩原慎二，武田展雄，小林訓史，小林 昭：複合材料積層板におけるトランスバースクラックの損傷力学解析，材料，Vol.47, No.1, pp.68-72, 1998.
- 4.34) 和田昭浩，元木信弥，福田武人：非線形性を考慮した FRP 積層板のき裂損傷発達過程の損傷力学的定式化，日本複合材料学会誌，Vol.24, No.2, pp.61-68, 1998.
- 4.35) 和田昭浩，元木信弥，福田武人：損傷力学的手法による複合材料積層板の弾性率低下の予測，材料，Vol.48, No.5, pp.454-458, 1998.
- 4.36) 和田昭浩，元木信弥，福田武人：FRP 積層板のき裂損傷発達過程の損傷力学的定式化（第1報，き裂発生層の構成式の定式化），日本機械学会論文集A編，Vol.64, No.622, pp.1493-1500, 1998.
- 4.37) 和田昭浩，元木信弥，福田武人：FRP 積層板のき裂損傷発達過程の損傷力学的定式化（第2報，積層板構成式の定式化），日本機械学会論文集A編，Vol.64, No.622, pp.1501-1508, 1998.
- 4.38) 座古 勝，辻上哲也，高野直樹，津村卓也：損傷力学に基づく複合材料用3次元有限要素法の開発，材料，Vol.44, No.502, pp.921-926, 1995.
- 4.39) Zako, M., Takano, N. and Tsumura, T. : Numerical Prediction of Strength of Notched UD Laminates by Analyzing the Propagation of Intra- and Inter-laminar Damage, Material Science Research International, Vol.2, No.2, pp.117-122, 1996.
- 4.40) 上辻靖智，座古 勝：織物複合材料の損傷進展解析，材料，Vol.48, No.9, pp.1029-1034, 1999.
- 4.41) 上辻靖智，座古 勝：ミクロ構造を考慮した平織強化複合材料の損傷進展解析，日本機械学会論文集A編，

- Vol.68, No.671, pp.1032-1037, 2002.
- 4.42) 上辻靖智, 座古 勝, 西藪和明: 織物複合材料の損傷進展解析ならびにその場 SEM 觀察, 材料, Vol.51, No.10, pp.1147-1153, 2002.
- 4.43) 都井 裕, 李 権廷, 井奥 寛: 要素寸法に依存しない骨組構造体の弾塑性損傷解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.67, No.653, pp.8-15, 2001.
- 4.44) Onat, E. T. and Leckie, F. A. : Representation of Mechanical Behavior in the Presence of Changing Internal Structure, J. of Appl. Mech. Trans. of the ASME, Vol.55, pp.1-10, 1988.
- 4.45) Kakanov, L. M. : Time to failure under creep condition, Izvestia Akademii Nauk, SSSR, Tech. Nauk, No.8, pp.26-31, 1958.
- 4.46) Rabotnov, Yu. N. : Creep Problems in Structural Members, North-Holland, Amsterdam, 1969.
- 4.47) Murakami, S. and Ohno, N. : A continuum theory of creep and creep damage, Creep in structures (ed. by Ponter, A. R. S. and Hayhurst, D. R.), Springer-Verlag, Berlin, pp.422-444, 1981.
- 4.48) Murakami, S. : Anisotropic Damage Theory and its Application to Creep Crack Growth Analysis, Constitutive Laws for Engineering Materials : Theory and Applications (ed. by C. S. Desai et al.), Elsevier, pp.187-194, 1987.
- 4.49) Murakami, S. : Mechanical modeling of material damage, J. of Appl. Mech. Trans. of the ASME, Vol.55, pp.280-286, 1988.
- 4.50) Radayev, Y. N., 村上澄男, 早川邦夫: 連続体損傷力学における異方損傷状態の数学的モデル化, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.60, No.580, pp.2750-2758, 1994.
- 4.51) Lemaitre, J. : Evaluation of dissipation and damage in metals submitted to loading, Proc. of Int. Conf. Mech. Behavior Mater., 1991.
- 4.52) Lemaitre, J. : A course on damage mechanics 2nd. ed., Springer, 1996.
- 4.53) Cordebois, J. P. and Sidoroff, F. : Damage induced elastic anisotropy, Mechanical Behavior of Anisotropic Solids (ed. by Boehler, J. P.), Martinus Nijhoff, The Hague, pp.761-774, 1982.
- 4.54) 村上澄男: 連続体損傷力学における損傷変数と有効応力, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.54, No.500, pp.831-838, 1988.

## 第5章 超長大吊橋主ケーブルの応力解析に向けた局所解析方法の検討

### 5. 1 概説

第4章で考案した、円形ケーブル断面モデルは、主ケーブルの見かけの円形断面を連続体と見なして有限要素に離散化する。これに対し、近年、より線ロープやPC鋼より線の応力解析において、各素線単位で有限要素に離散化した解析モデル<sup>5.1), 5.2)</sup>が報告される。ケーブルやロープの断面内における要素数や節点数は、後者のモデル化に比較して前者のモデル化は大幅に低減できる。しかしながら、3次元的に平行線ケーブル構造の解析を実施する場合、ケーブルの軸方向にも有限要素で離散化する必要があり、解析の対象とする主ケーブルが長くなると、要素数や節点数が増大して解析効率が悪化するため、円形ケーブル断面モデルの適用範囲にも限界がある。したがって、解析の目的に応じて、円形ケーブル断面モデルを主ケーブルに適用する範囲を適切に決定する必要がある。

本研究では、円形ケーブル断面モデルを超長大吊橋の主ケーブルに適用して、活荷重時にケーブルバンド近傍に生ずる応力を解析的に把握することを目的とするため、吊橋全体を骨組要素でモデル化した慣用的な骨組モデルから、着目するケーブルバンド近傍の主ケーブルやハンガーロープを局所的に取り出し、主ケーブルに対して円形ケーブル断面モデルを適用して詳細な応力分布等を把握する、いわゆるズーミング法<sup>5.3)~5.5)</sup>の利用が効率的であると考えられる。ただし、局所的に取り出された主ケーブルやハンガーロープの活荷重時における部材力や変形状態は、吊橋全体系の骨組モデルにおける活荷重時の部材力や変形が再現されていなくてはならない。このため、局所的に取り出されたモデルに対して、吊橋全体系の挙動が精度良く再現できる解析手法を適用する必要がある。本研究では、吊橋全体系の骨組解析モデルのうち、ケーブルバンドを挟む2つのケーブル部材と、これに接続されるハンガーロープを局所的に取り出し、より詳細なモデル化を行って応力解析を実施することにした。なお、本論では、吊橋全体系を骨組要素で離散化した解析モデル、およびこのモデルに対する骨組有限変位解析をそれぞれ、全体解析モデルおよび全体解析と称することにする。また、これに対応して、全体解析モデルから取り出した解析モデル、およびこのモデルに対する有限変位解析をそれぞれ、局所解析モデルおよび局所解析と称することにする。

一方、CFRPは、これまで吊橋の主ケーブル材として用いられてきた鋼線に比べて軽量性、引張強度、あるいは耐食性等に優れた特徴を有する材料であるものの、鋼線と異なり、弾性特性や強度の直交異方性が卓越する材料である<sup>5.6)~5.8)</sup>。したがって、CFRPを有する主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用する場合、直交異方性の影響を考慮する必要がある。また、円形ケーブル断面モデルを主ケーブルに適用して活荷重時の応力解析を実施する場合、その断面内の空隙の影響を考慮して主ケーブルの死荷重を算出する必要があり、荷重の組み合わせとして温度変化を考慮するため、有限要素解析コードに温度応力解析機能を追加する必要もある。さらに、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析モデルは、連続体として主ケーブルがモデル化されるため、より現実的なケーブルバンドやハンガーロープなどのモデル化が必要となる。

本章では、まず、第3章で述べた超長大吊橋の解析ケースに対して、局所解析の対象とするケーブルバンドを決定するために用いた、ケーブルバンド部の主ケーブルに作用するせん断力に関する影響線について述べる。また、局所解析モデルの作成と局所解析の入力データや妥当性の検証に必要となる、全体解析の概要と全体解析結果について示す。また、全体挙動が精度良く再現される基本的な局所解析方法について、全体解析結果との比較が容易かつ効率的であることを考慮して、対象とするケーブルバンド近傍を骨組要素でモデル化した局所解析モデルを用いて検討する。さらに、円形ケーブル断面モデルを用いて主ケーブルをモデル化するのに必要となる、ケーブルバンドの諸元について示す。次に、CFRPを有する主ケーブルの直交異方性に対応するため、直交異方性材料の構成式を定式化し、定式化した構成式を第4章で示した有限変位を考慮した有限要素解析コードへ導入する。また、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施するにあたって、ケーブルバンドやハンガーロープを含めた局所解析モデル設定上の仮定、および主ケーブルの死荷重の算出手法と有限要素解析コードへの温度応力解析機能の導入について示す。さらに、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施し、全体解析結果との比較により考案した解析手法と解析モデルの妥当性を検証する。

### 5. 2 局所解析の対象とするケーブルバンドの決定方法

ケーブルバンド部におけるCFRPのせん断破損は、ケーブルバンドを介して主ケーブルに伝達されるハンガー張力によるせん断力によって引き起こされる。そこで、第3章に示した超長大吊橋の各解析ケースに対して、ケーブルバンド部で主ケーブルに作用するせん断力の影響線を利用して、活荷重によって生ずるせん断力が最大となるケーブル

バンドを局所解析の対象として決定した。

### 5. 2. 1 ケーブルバンド部のせん断力に着目した影響線

せん断力の影響線は、解析効率を考慮して、橋軸直角方向の対称性を利用した平面モデルに対して、主ケーブルとハンガーロープの初期剛性を考慮した立体骨組線形解析コードを用いて算出した。影響線の算出に用いた解析モデルの一例として、解析ケース Type-s の解析モデルを Fig.5-1 に示す。なお、主ケーブルに作用するせん断力  $S$  は、次式に示すように、ハンガー張力の主ケーブル軸法線方向の分力で表される。

$$S = T_h \cos i_m \quad (5.1)$$

ここに、 $T_h$ ：着目するケーブルバンドに作用するハンガー張力、および  $i_m$ ：ケーブルバンド部における死荷重時の主ケーブルの傾斜角である。

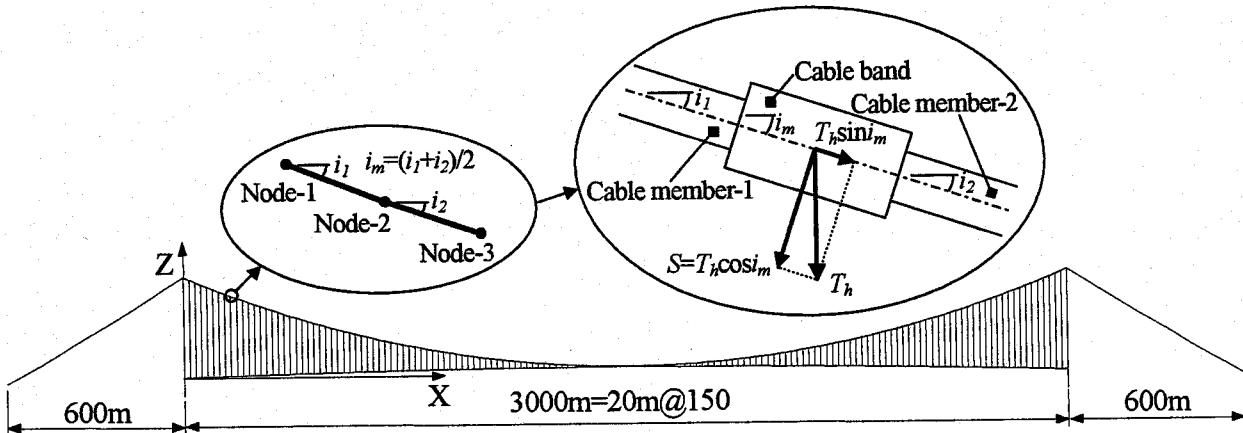


Fig. 5-1 2-dimensional analytical model (Type-s) and definition of shear force acted on main cable

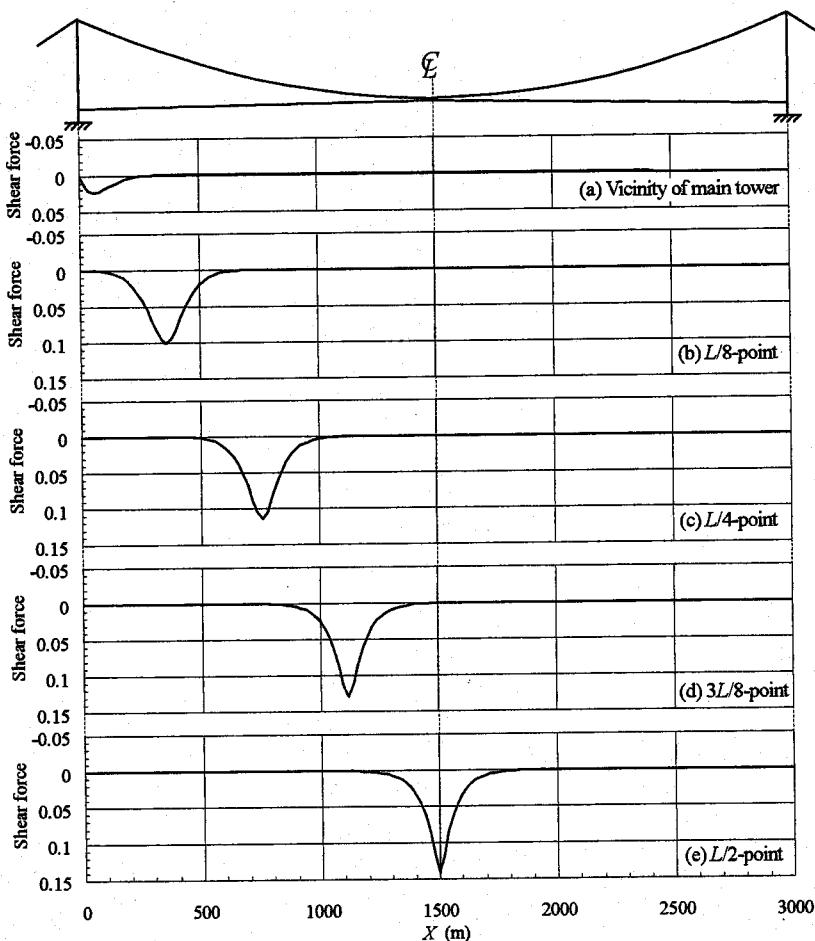


Fig. 5-2 Influence lines for shear forces acted on main cable at cable bands (Type-H3)

また、ケーブルバンドの傾斜角  $i_m$  は、Fig.5-1 に示すように、主ケーブル上の節点を挟むケーブル部材の傾斜角の平均値を用いて次式で表されたとした。

$$i_m = \frac{i_1 + i_2}{2} \quad (5.2)$$

ここに、 $i_1$  と  $i_2$ ：それぞれ、死荷重時における、着目するケーブルバンドを挟むケーブル部材の傾斜角である。

ケーブルバンド部の主ケーブルに作用するせん断力の影響線の一例として、解析ケース Type-H3 について、主径間の主塔側近、 $L/8$  点近傍、 $L/4$  点近傍、 $3L/8$  点近傍、および  $L/2$  点の影響線を Fig.5-2 に示す。Fig.5-2 より、主ケーブルに作用するせん断力に関する影響線の総距、および影響面積は主塔側近で小さく、総距は主径間中央で最大値を生じ、一側の値は示さないことが分かる。なお、この傾向は全ての解析ケースで同じであった。

### 5. 2. 2 影響線を用いたケーブルバンドの決定

5. 2. 1 項に示した、せん断力に関する影響線を用いて、活荷重の載荷により各解析ケースの各ケーブルバンド部に生ずる近似的なせん断力  $S_a$  を算出した。活荷重の載荷によりケーブルバンド部に生ずる近似的なせん断力  $S_a$  は、1・0 分配法により、本州四国連絡橋公団・上部構造設計基準<sup>56)</sup>に規定される等価 L 荷重を片側吊材構面の集中荷重および等分布荷重に換算し、それぞれ、各影響線の+側総距の最大値と集中荷重の積、および+側の影響面積の総和と等分布荷重の積の和として算出した。 $S_a$  の一例として、解析ケース Type-H3 について、主塔側近から主径間中央のケーブルバンドの  $S_a$  の分布を Fig.5-3 に示す。Fig.5-3 より、 $S_a$  は主塔側近で急激に増大し、主径間中央に向かって漸増することが分かる。なお、この傾向は全てのケースで同じであった。このことから、近似的なせん断力が最大となる主径間中央のケーブルバンド部と、多軸応力状態を考慮して、せん断力のみならずケーブル張力も増大する主塔側近で近似的なせん断力が最大となるケーブルバンド部を局所解析の対象として決定した。なお、本論では、前者を中心部、後者を傾斜部と称することにする。各解析ケースで局所解析の対象とするケーブルバンドを Fig.5-4 に示す。

### 5. 3 超長大吊橋の全体解析と全体解析結果

局所解析モデルの設定、局所解析における荷重条件、および局所解析の妥当性の検証に必要となる、死荷重時と活荷重時のケーブル張力、ハンガー張力、および主ケーブルと補剛桁の変位を求めるため、試設計した超長大吊橋の死

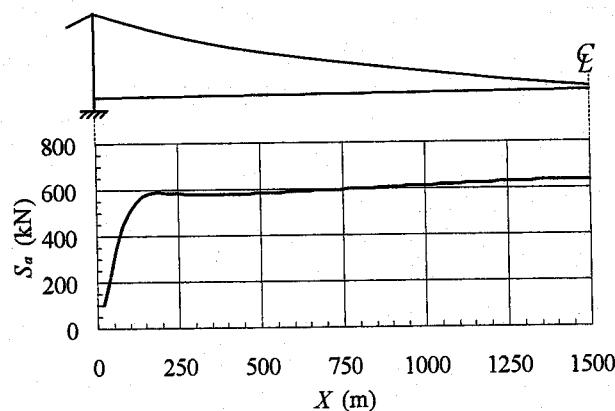


Fig.5-3 Distribution of approximate shear force along the direction of bridge axis (Type-H3)

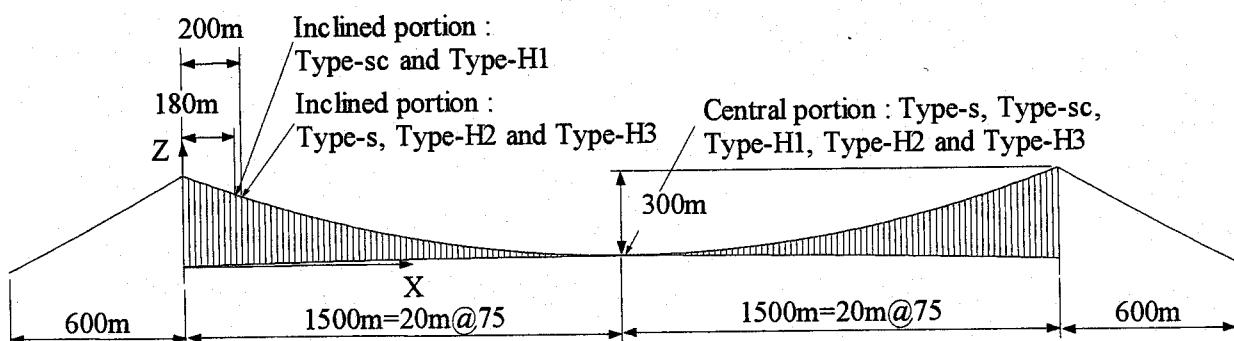


Fig.5-4 Locations of noticed cable bands in analytical cases

荷重時と活荷重時に対する有限変位解析を実施した。なお、一般的に、載荷する活荷重の組み合わせは、着目する部材力に関する影響線を利用して、その部材力が最大となるように決定されるが、ケーブルバンド部に生ずるせん断力の影響線の一例を Fig.5-2 に示したように、いずれの解析ケースにおいても影響線の縦距は一側の値を示さなかった。そこで、活荷重の組み合わせとして、本州四国連絡橋公団・上部構造設計基準<sup>5,9)</sup>に従い、等価 L 荷重 (L) の等分布荷重を主径間の補剛桁に全載、等価 L 荷重の線荷重を傾斜部あるいは中央部ケーブルバンド直下の補剛桁に載荷し、全部材一様に基準温度 20°C から -30°C の温度降下 (T) を与える組み合わせを設定した。また、有限変位解析は、Fig.5-1 に示す平面モデルに対して実施し、等分布荷重および線荷重はそれぞれ 1-0 分配法により、片側吊材構面の単位長さあたりの分布荷重および集中荷重に置き直して載荷した。

全体解析結果として、死荷重時および活荷重時における、着目するケーブルバンドを挟む主ケーブルのケーブル張

Table 5-1 Cable and suspender tensions and nodal coordinate of global analysis under dead and live load

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Portion	Inclined					Central					
Cable tension under dead load (kN)	Member-ab	829256.5	501535.0	670118.5	607786.5	582271.0	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
	Member-bc	827824.5	500656.5	668944.0	606738.0	581266.5	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
Cable tension under live load (kN)	Member-ab	878838.5	544983.0	716383.5	652954.0	626954.0	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5
	Member-bc	877296.5	543985.5	715093.5	651790.0	625833.5	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5
Suspender tension under dead load (kN)		2563.646	2264.898	2468.730	2386.711	2365.060	2499.555	2203.431	2402.730	2327.106	2305.704
Suspender tension under live load (kN)		2884.904	2579.741	2787.820	2704.159	2681.761	2827.070	2518.405	2724.215	2646.435	2624.005
Nodal coordinate at point-a under dead load (m)	X	180.001	159.999	160.000	180.000	180.000	1480.000	1480.000	1480.000	1480.000	1480.000
	Z	256.173	263.306	263.305	256.186	256.183	24.546	24.551	24.548	24.549	24.550
Nodal coordinate at point-b under dead load (m)	X	200.001	180.000	180.000	200.000	200.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000
	Z	249.141	256.163	256.162	249.155	249.152	24.493	24.499	24.495	24.496	24.497
Nodal coordinate at point-c under dead load (m)	X	220.001	200.000	200.000	220.000	220.000	1520.000	1520.000	1520.000	1520.000	1520.000
	Z	242.221	249.131	249.129	242.236	242.233	24.546	24.551	24.548	24.549	24.550
Nodal coordinate at point-d under dead load (m)	X	200.000	180.000	180.000	200.000	200.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000
	Z	5.609	5.088	5.086	5.610	5.611	22.493	22.499	22.495	22.496	22.497
Nodal coordinate at point-a under live load (m)	X	180.060	160.187	160.116	180.123	180.132	1480.002	1479.994	1479.999	1479.997	1479.996
	Z	256.030	262.465	262.868	255.574	255.500	24.432	20.759	22.898	22.255	21.918
Nodal coordinate at point-b under live load (m)	X	200.059	180.165	180.106	200.110	200.117	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000
	Z	249.000	255.240	255.691	248.496	248.415	24.379	20.704	22.844	22.201	21.863
Nodal coordinate at point-c under live load (m)	X	220.058	200.145	200.097	220.098	220.104	1519.998	1520.006	1520.001	1520.003	1520.004
	Z	242.083	248.129	248.627	241.532	241.443	24.432	20.759	22.898	22.255	21.918
Nodal coordinate at point-d under live load (m)	X	200.459	180.415	180.445	200.429	200.424	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000	1500.000
	Z	5.476	4.170	4.624	4.956	4.877	22.379	18.704	20.845	20.201	19.864

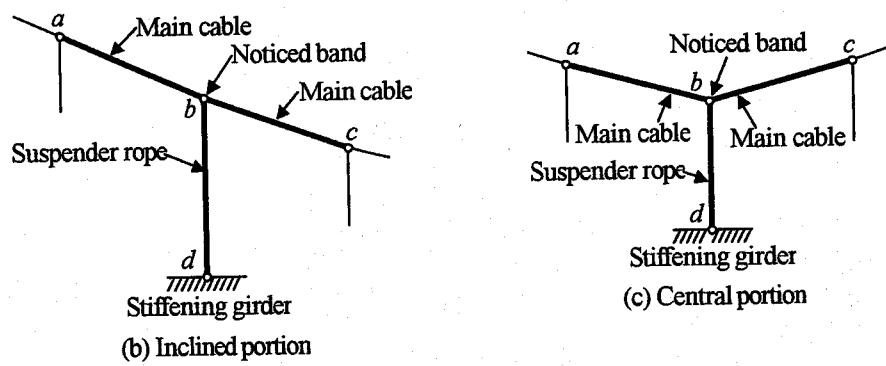
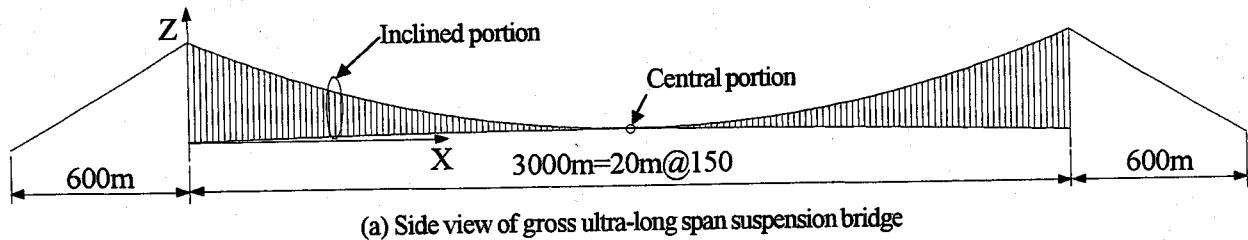


Fig.5-5 Definition of points-a, b, c and d in local analytical model

力、これに接続されるハンガーロープのハンガー張力、およびこれらの部材を構成する節点座標を Table 5-1 に示す。なお、ケーブル張力およびハンガー張力は、本研究で試設計した超長大吊橋は、片側吊材構面あたり主ケーブル 2 本吊り構造であることを考慮して、全体解析モデルに対して得られた張力を 1/2 倍した値を示す。なお、Table 5-1 において、点  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , および  $d$  は Fig.5-5 に示す、局所解析モデルの節点に対応する。

#### 5. 4 骨組要素を用いた局所解析方法の検討

本節では、全体挙動が精度良く再現される局所解析方法について検討するため、Fig.5-5 に示す、局所解析モデルを骨組要素でモデル化した有限変位解析を実施し、Table 5-1 に示す、全体解析結果との比較により、局所解析における

Table 5-2 Dimensions of local analytical model by using frame elements

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Portion	Inclined					Central					
Coordinate of point-a under dead load (m)	$X_a$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	$Z_a$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Coordinate of point-b under dead load (m)	$X_b$	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	
	$Z_b$	-7.031	-7.143	-7.144	-7.030	-7.031	-0.053	-0.053	-0.053	-0.053	
Coordinate of point-c under dead load (m)	$X_c$	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	
	$Z_c$	-13.952	-14.175	-14.176	-13.950	-13.950	0.000	0.000	0.000	0.000	
Coordinate of point-d under dead load (m)	$X_d$	19.999	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	
	$Z_d$	-250.56	-258.22	-258.22	-250.58	-250.57	-2.05	-2.05	-2.05	-2.05	
Axial force in cable member-ab under dead load $T_{ab}$ (kN)	829257	501535	670119	607787	582271	782321	472315	631075	573395	549322	
Axial force in cable member-bc under dead load $T_{bc}$ (kN)	827825	500657	668944	606738	581267	782321	472315	631075	573395	549322	
Axial force in suspender rope under dead load $T_s$ (kN)	2563.65	2264.90	2468.73	2386.71	2365.06	2499.55	2203.43	2402.73	2327.11	2305.70	
Void ratio $V_r$ (%)	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	
Substantial ratio $j$ (%)	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	
Ratio of cross-sectional area $n_r$			1.0	2.0	3.0			1.0	2.0	3.0	
Elastic modulus of CFRP wire $E_c$ (kN/m <sup>2</sup> )		1.5E+08	1.5E+08	1.5E+08	1.5E+08		1.5E+08	1.5E+08	1.5E+08	1.5E+08	
Elastic modulus of steel wire $E_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	2.0E+08		2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08		2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	
Cross-sectional area of main cable $A_{eq}$ (m <sup>2</sup> )	0.9618	0.8256	0.7939	0.7314	0.7036	0.9618	0.8256	0.7939	0.7314	0.7036	
Equivalent moment of inertia of area of main cable $I_z$ (m <sup>4</sup> )	0.09202	0.06781	0.07677	0.06811	0.06411	0.09202	0.06781	0.07677	0.06811	0.06411	
Coefficient of thermal expansion of main cable $\alpha_{eq}$ (1/deg.)	1.1E-05	6.0E-07	6.5E-06	4.8E-06	3.8E-06	1.1E-05	6.0E-07	6.5E-06	4.8E-06	3.8E-06	
Unit volume weight of main cable $\gamma_{eq}$ (kN/m <sup>3</sup> )	76.93	15.68	46.31	36.10	30.99	76.93	15.68	46.31	36.10	30.99	
Surcharge coefficient of the weight of main cable $\beta_c$	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	
Cross-sectional area of suspender rope $A_{sr}$ (m <sup>2</sup> )	0.006637	0.006136	0.006637	0.006136	0.006136	0.006637	0.006136	0.006637	0.006136	0.006136	
Elastic modulus of suspender rope $E_{sr}$ (kN/m <sup>2</sup> )	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	2.0E+08	
Coefficient of thermal expansion of suspender rope $\alpha_{sr}$ (1/deg.)	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	1.1E-05	
Unit volume weight of suspender rope $\gamma_{sr}$ (kN/m <sup>3</sup> )	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	76.93	
Relative displacement at point-c for point-a (m)	$C_{\alpha}$	-0.0018	-0.0425	-0.0189	-0.0249	-0.0284	-0.0040	0.0120	0.0020	0.0060	0.0080
	$C_{\alpha z}$	0.0041	-0.1607	-0.0651	-0.0923	-0.1072	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Relative displacement at point-d for point-a (m)	$C_{\alpha}$	0.3999	0.2283	0.3294	0.3065	0.2925	-0.0020	0.0060	0.0010	0.0030	0.0040
	$C_{\alpha z}$	0.0099	-0.0772	-0.0248	-0.0428	-0.0502	-0.0008	-0.0019	-0.0012	-0.0015	-0.0016

荷重条件、境界条件、および解析手法について考察した。検討の方針として、まず、全体解析と同様に、主ケーブルとハンガーロープをトラス要素でモデル化した局所解析モデルに対して全体挙動の再現性を検証し、基本的な局所解析方法について考察する。また、主ケーブルに対して円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析では、主ケーブル両端の境界条件の設定が問題となるため、主ケーブルに複数の Euler はり要素を適用してモデル化した局所解析モデルに対して境界条件の設定方法を検討する。これらの骨組要素でモデル化した局所解析に用いた諸元を Table 5-2 に示す。なお、Table 5-2において、点  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , および  $d$  は Fig.5-5 に示す、局所解析モデルの節点に対応する。

#### 5. 4. 1 トラス要素を用いた局所解析

基本的な局所解析方法を検討するため、骨組要素を用いた局所解析モデルとして、全体解析モデルと同様に、死荷重時における、着目するケーブルバンド前後のケーブル部材とこれに接続されるハンガーロープを全て両端 2 節点トラス要素を 1 分割で適用したモデルを設定した。初期状態（死荷重時）の解析モデルを Fig.5-6 に点線で示す。なお、解析モデルは、Fig.5-6 に示すように、主ケーブルとハンガーロープの幾何剛性を考慮するため、死荷重時のケーブル張力とハンガーパー力を初期軸力として導入し、荷重条件として、全部材の死荷重、および活荷重時の変形状態を再現

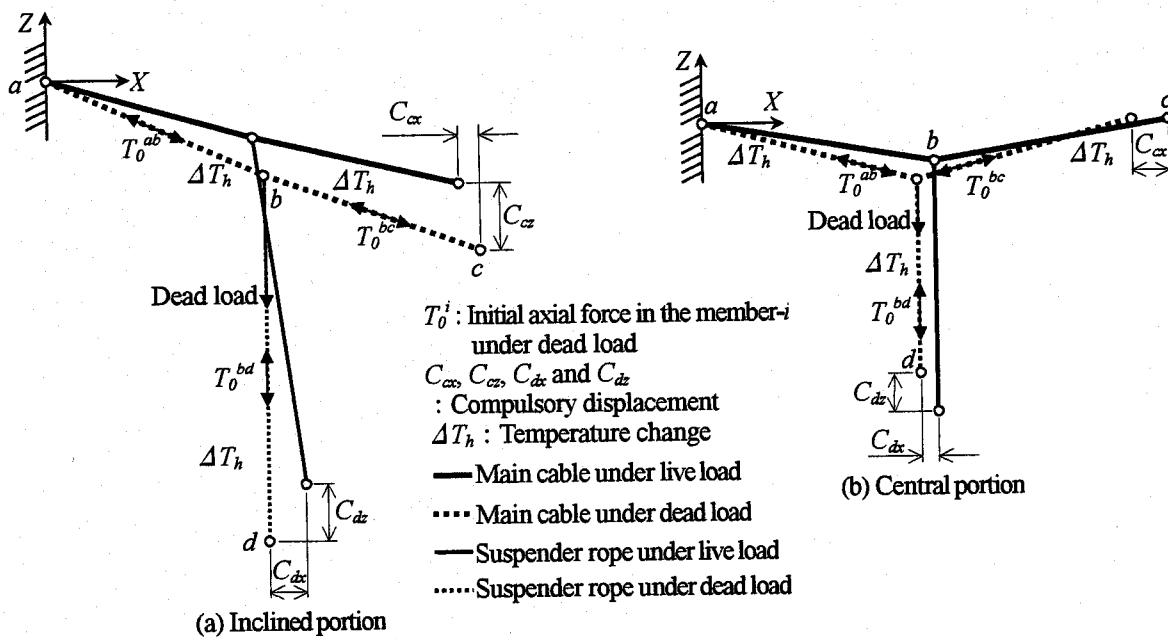


Fig. 5-6 Local analytical model by using truss elements, its boundary and load conditions

Table 5-3 Cable and suspender tensions of local analysis by using truss element and their accuracies

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Noticed portion	Inclined										
Cable tension in cable member-ab under dead load	Global analysis $T_G$ (kN)	829256.5	501535.0	670118.5	607786.5	582271.0	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
	Local analysis $T_L$ (kN)	829256.6	501535.2	670118	607786.6	582270.3	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Cable tension in cable member-bc under dead load	Global analysis $T_G$ (kN)	827824.5	500656.5	668944.0	606738.0	581266.5	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
	Local analysis $T_L$ (kN)	827824.5	500656.4	668943.7	606737.8	581265.5	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Suspender tension under dead load	Global analysis $T_G$ (kN)	2563.646	2264.898	2468.730	2386.711	2365.060	2499.555	2203.431	2402.730	2327.106	2305.704
	Local analysis $T_L$ (kN)	2563.634	2264.884	2468.834	2386.728	2365.306	2499.468	2203.422	2402.692	2326.469	2305.681
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.00	100.00	100.00	100.00	99.99	100.00	100.00	100.00	100.03	100.00
Cable tension in cable member-ab under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	878838.5	544983.0	716383.5	652954.0	626954.0	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5
	Local analysis $T_L$ (kN)	878927.8	544727.4	716363.3	653016.3	627199.9	826511.6	511874.6	670241.5	616343.7	593650.4
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	99.99	100.05	100.00	99.99	99.96	100.32	100.03	100.57	99.82	99.48
Cable tension in cable member-bc under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	877296.5	543985.5	715093.5	651790.0	625833.5	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5
	Local analysis $T_L$ (kN)	877363.2	543708.9	715049.7	651831.6	626058.8	826511.6	511874.6	670241.5	616343.7	593650.4
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	99.99	100.05	100.01	99.99	99.96	100.32	100.03	100.57	99.82	99.48
Suspender tension under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	2884.904	2579.741	2787.820	2704.159	2681.761	2827.070	2518.405	2724.215	2646.435	2624.005
	Local analysis $T_L$ (kN)	2953.037	2642.521	2857.384	2765.94	2743.887	2814.883	2517.315	2705.532	2650.882	2639.288
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	97.69	97.62	97.57	97.77	97.74	100.43	100.04	100.69	99.83	99.42

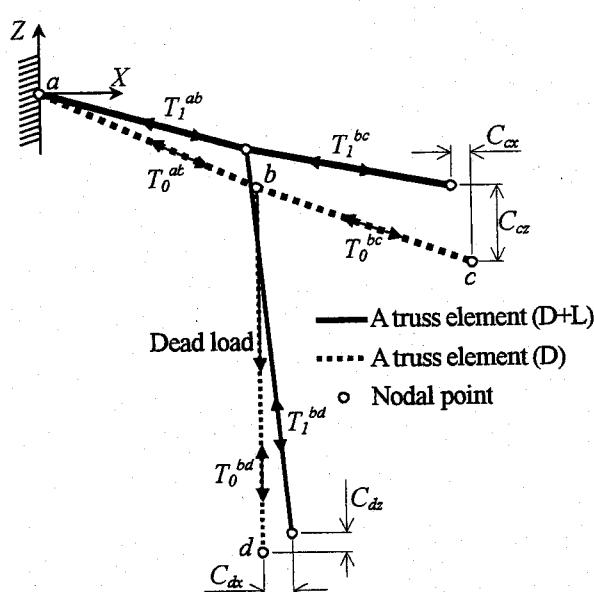
することを目的として、点  $c$  と  $d$  に死荷重から活荷重状態に至るまでの点  $a$  に対する相対変位を強制変位として導入した。また、各部材には全体解析と同様に一様な温度降下  $30^{\circ}\text{C}$  を与えた。さらに、荷重の載荷方法は、全体解析と同様に、1ステップ目で死荷重のみを1インクリメントで載荷し、2ステップ目で活荷重時に相当する強制変位と温度変化を10インクリメントで同時載荷した。

トラス要素を用いた局所解析結果として、死荷重時と活荷重時のケーブル張力およびハンガー張力を全体解析結果と精度比較して Table 5-3 に示す。また、活荷重時の点  $b$  の変位を全体解析結果と精度比較して Table 5-4 に示す。なお、Table 5-4において、 $U$  および  $W$  は、それぞれ、Fig.5-6 に示す、全体座標系  $X$  および  $Z$  方向の変位成分に対応する。

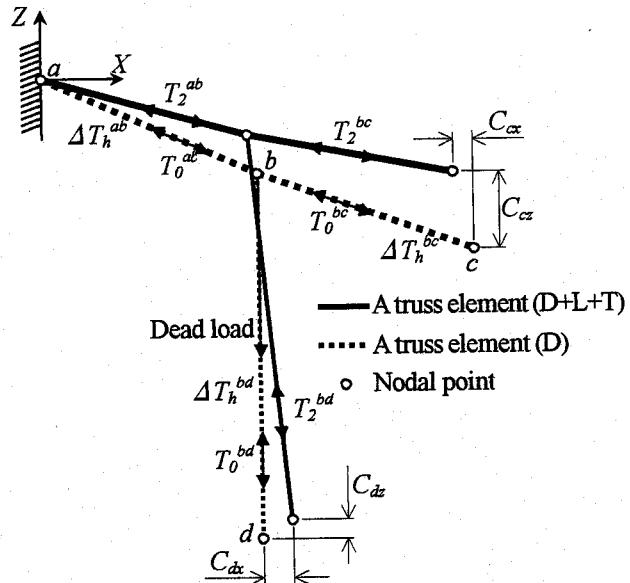
Table 5-3 より、死荷重時のケーブル張力とハンガー張力は、全てのケースで 100%の精度が得られており、Fig.5-6 の解析モデルと解析方法を用いて死荷重時の全体挙動は再現できると考えられる。しかしながら、Table 5-4 より、活荷重時は、傾斜部の節点  $b$  における変位、およびハンガー張力の精度が全体的に低下することが分かる。この原因として、傾斜部は死荷重時のハンガー長が 240m 以上と中央部に比べて長く、強制変位として導入した点  $a$  に対する点  $d$  の相対変位に温度変化による変位が含まれ、全体解析と同じ  $30^{\circ}\text{C}$  の温度降下を与えると、ハンガー張力を高めに見積もることが考えられる。

Table 5-4 Nodal displacement at point- $b$  of local analysis by using truss element and their accuracies

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Noticed portion	Inclined					Central					
Relative displacement to $X$ -direction at point- $b$ for point- $a$	Global analysis $U_G$ (mm)	-1.1	-22.0	-9.9	-12.9	-14.8	-2.0	6.0	1.0	3.0	4.0
	Local analysis $U_L$ (mm)	-1.4	-22.4	-10.2	-13.3	-15.1	-2.0	6.0	1.0	3.0	4.0
	Accuracy $U_G/U_L$ (%)	80.5	98.4	97.1	97.2	98.2	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Relative displacement to $Z$ -direction at point- $b$ for point- $a$	Global analysis $W_G$ (mm)	1.4	-81.8	-33.5	-47.3	-54.7	-1.0	-2.1	-1.4	-1.6	-1.7
	Local analysis $W_L$ (mm)	0.7	-82.9	-34.4	-48.2	-55.7	-1.0	-2.1	-1.4	-1.6	-1.7
	Accuracy $W_G/W_L$ (%)	205.6	98.7	97.3	98.2	98.2	97.6	100.1	98.4	100.6	101.4



$T_0^i$ : Initial axial force in member- $i$  (D)  
 $T_1^i$ : Axial force in member- $i$  (D+L)  
 $C_{ix}$ : X-component of compulsory displacement at point- $i$   
 $C_{iz}$ : Z-component of compulsory displacement at point- $i$   
 (Relative displacement of the configuration at D+L+T to D)  
 (a) Local analysis under D+L



$T_0^i$ : Initial axial force in member- $i$  (D)  
 $T_2^i$ : Axial force in member- $i$  (D+L+T)  
 $C_{ix}$ : X-component of compulsory displacement at point- $i$   
 $C_{iz}$ : Z-component of compulsory displacement at point- $i$   
 (Relative displacement of the configuration at D+L+T to D)  
 $\Delta T_h^i$ : Temperature change in member- $i$   
 (b) Local analysis under D+L+T

Fig.5-7 Local analytical model and analytical method for inclined portion

### 5. 4. 2 傾斜部を対象とした局所解析における温度変化量

5. 4. 1 項で述べた、全体解析と同様に30°Cの温度降下を各部材に与える方法では、傾斜部のハンガーロープに導入した相対変位に占める温度変化による伸びの割合が高くなり、ハンガー張力を高めに評価し、ひいては着目するケーブルバンドの節点bの変位の精度の低下に繋がることが考えられる。そこで、傾斜部を対象とした局所解析では、活荷重時における局所解析と全体解析の部材力が等しくなるように、各部材の温度変化量を補正することが考えられる。即ち、重ねあわせの原理が適用できるとすれば、部材*i*に対する補正された温度変化量 $\Delta T_h^i$ は、Fig.5-7(a)に示すように、傾斜部の局所解析モデルに対して、活荷重に相当する相対変位のみ(D+L時)を載荷して生ずる軸力 $T_1^i$ 、全体解析において活荷重と温度変化を載荷した場合(D+L+T時)の各部材軸力 $T_G^i$ 、各部材の伸び剛性と線膨張係数を用いて次式で算出される。

$$\Delta T_h^i = \frac{T_1^i - T_G^i}{AE_i\alpha_i} \quad (5.3)$$

ここに、 $A_i$ ：部材*i*の有効断面積、 $E_i$ ：部材*i*の弾性係数、および $\alpha_i$ ：部材*i*の線膨張係数である。

まず、重ねあわせの原理の適用性を検証するため、Fig.5-6(a)に示した局所解析モデルに対する有限変位解析から得られた平衡経路を用いて、傾斜部の有限変位による非線形性の影響を調査した。各解析ケースについて、活荷重に対するインクリメントと**b**点の全体座標系XおよびZ軸方向変位の関係をFig.5-8に示す。

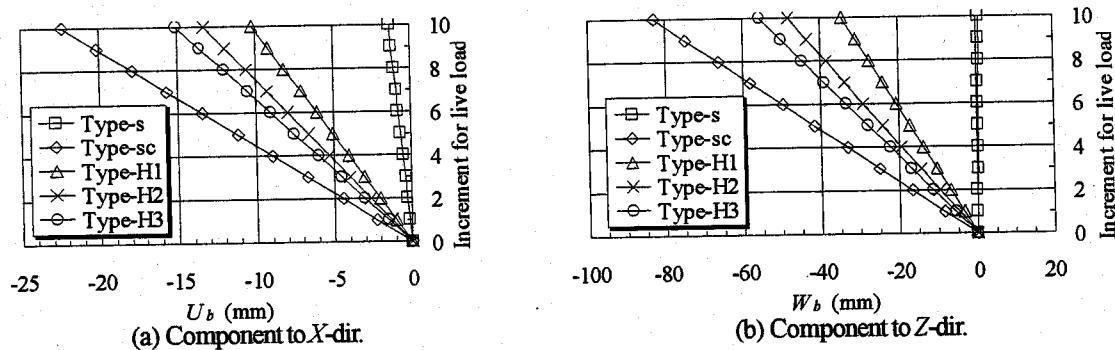


Fig.5-8 Relationships between increment for live load and displacement at point-b  
(local analytical model by using truss element)

Table 5-5 Modified temperature change of each analytical case for inclined portion

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Effective cross-sectional area of main cable $A_c$ ( $m^2$ )	0.96180841	0.82564982	0.90729196	0.87769227	0.86598983	
Equivalent elastic modulus of main cable $E_c$ (kN/m <sup>2</sup> )	200000000	150000000	175000000	166666667	162500000	
Equivalent coefficient of thermal expansion of main cable $\alpha_c$ (1/deg.)	0.000011	0.0000006	0.0000065	0.0000048	0.0000038	
Cable tension in cable member-ab under live load	Global analysis $T_c^{ab}$ (kN)	878838.5	544983.0	716383.5	652954.0	626954.0
	Local analysis $T_1^{ab}$ (kN)	815351.7	542339.4	685059.3	631989.9	611014.7
	$T_1^{ab} - T_c^{ab}$ (kN)	-63486.8	-2643.6	-31324.2	-20964.1	-15939.3
Modified temperature change in cable member-ab $\Delta T_h^{ab}$ (deg.)	-30.0035	-35.5760	-30.1528	-30.1077	-29.8071	
Cable tension in cable member-bc under live load	Global analysis $T_c^{bc}$ (kN)	877296.5	543985.5	715093.5	651790.0	625833.5
	Local analysis $T_1^{bc}$ (kN)	813930.1	541447.7	683887.1	630933.2	610000.8
	$T_1^{bc} - T_c^{bc}$ (kN)	-63366.4	-2537.8	-31206.4	-20856.8	-15832.7
Modified temperature change in cable member-bc $\Delta T_h^{bc}$ (deg.)	-29.9466	-34.1522	-30.0394	-29.9536	-29.6077	
Effective cross-sectional area of suspender rope $A_s$ ( $m^2$ )	0.00663661	0.00613592	0.00663661	0.00613592	0.00613592	
Equivalent elastic modulus of suspender rope $E_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	200000000	200000000	200000000	200000000	200000000	
Equivalent coefficient of thermal expansion of suspender rope $\alpha_s$ (1/deg.)	0.000011	0.000011	0.000011	0.000011	0.000011	
Suspender tension under live load	Global analysis $T_c^{bd}$ (kN)	2884.904	2579.741	2787.820	2704.159	2681.761
	Local analysis $T_1^{bd}$ (kN)	2520.701	2268.253	2437.541	2381.326	2361.818
	$T_1^{bd} - T_c^{bd}$ (kN)	-364.2	-311.5	-350.3	-322.8	-319.9
Modified temperature change in suspender rope $\Delta T_h^{bd}$ (deg.)	-24.9444	-23.0748	-23.9908	-23.9153	-23.7011	

Table 5-6 Cable and suspender tensions of local analysis by using modified temperature change and their accuracies

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Cable tension in cable member-ab under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	878838.5	544983.0	716383.5	652954.0	626954.0
	Local analysis $T_L$ (kN)	878845.4	545050.1	716427.5	653004.2	627009.1
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.00	99.99	99.99	99.99	99.99
Cable tension in cable member-bc under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	877296.5	543985.5	715093.5	651790.0	625833.5
	Local analysis $T_L$ (kN)	877303.9	544060.8	715141.4	651845.1	625894.3
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.00	99.99	99.99	99.99	99.99
Suspender tension under live load	Global analysis $T_G$ (kN)	2884.904	2579.741	2787.820	2704.159	2681.761
	Local analysis $T_L$ (kN)	2883.305	2556.483	2775.4	2689.398	2664.805
	Accuracy $T_G/T_L$ (%)	100.06	100.91	100.45	100.55	100.64

Table 5-7 Nodal displacements at point-b of local analysis by using modified temperature change and their accuracies

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Relative displacement to X-direction at point-b for point-a	Global analysis $U_G$ (mm)	-1.1	-22.0	-9.9	-12.9	-14.8
	Local analysis $U_L$ (mm)	-1.1	-21.8	-9.8	-12.9	-14.7
	Accuracy $U_G/U_L$ (%)	98.7	100.8	100.8	100.1	100.9
Relative displacement to Z-direction at point-b for point-a	Global analysis $W_G$ (mm)	1.4	-81.8	-33.5	-47.3	-54.7
	Local analysis $W_L$ (mm)	1.4	-81.4	-33.3	-47.1	-54.5
	Accuracy $W_G/W_L$ (%)	98.0	100.5	100.5	100.5	100.3

Fig.5-8 より、傾斜部における平衡経路は、いずれの解析ケースに対しても殆ど直線であり、有限変位による非線形性の影響は極めて小さいと判断される。したがって、重ねあわせの原理が適用できると考えられる。そこで、Fig.5-7(a)に示す傾斜部の局所解析モデルに対して、死荷重と強制変位のみを載荷する有限変位解析を実施し、式(5.3)を用いて各部材の温度変化量を補正した。Fig.5-7(a)に対する解析結果として、ケーブル張力、ハンガー張力、および補正された温度変化量を Table 5-5 に示す。また、傾斜部を対象とした局所解析に対する、これらの補正された温度変化量の適用性を検証するため、Fig.5-7(b)に示すように、死荷重時の釣り合い状態から活荷重に相当する強制変位と、これららの補正された温度変化量を同時に載荷する有限変位解析を実施し、全体解析結果と比較した。解析結果として、活荷重時のケーブル張力とハンガー張力を Table 5-6、および活荷重時における点 b の変位を全体解析結果と精度比較して Table 5-7 に示す。

活荷重時のケーブル張力、ハンガー張力および点 b の変位の精度について、それぞれ、Table 5-6 と 5-7、および Table 5-3 と 5-4 を比較すると、傾斜部を対象としたいずれのケースにおいても精度はほぼ 100%に改善され、活荷重時の全体挙動が再現されることが分かる。したがって、傾斜部を対象とした局所解析では、活荷重時の温度変化量として、Table 5-5 に示す、補正された温度変化量を適用する必要がある。

#### 5. 4. 3 Euler はり要素を用いた局所解析

主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した有限要素解析では、複数の高次連続体有限要素で主ケーブルを離散化するため、必然的に主ケーブルの曲げや死荷重によるサグが評価される。このため、局所解析モデルにおける、主ケーブル両端の境界条件の設定が問題となる。そこで、局所解析モデルにおける主ケーブル両端の境界条件を検討するため、Fig.5-9 に示すように、各ケーブル部材を Euler はり要素で 20 等分割した局所解析モデルに対して有限変位解析を実施した。なお、Fig.5-9 に示す、局所解析モデルの主ケーブル両端の境界条件は、ケーブル部材の剛体的な回転が卓越すると推察される傾斜部に対してはヒンジ支持、およびケーブル部材の剛体的な回転が小さいと推察される中央部に対しては固定支持を仮定した。また、ケーブル部材に Euler はり要素を適用するにあたって必要となる、素線間が剛結された主ケーブルの断面二次モーメント  $I_c$  は、主ケーブルの見かけの円形断面積に比べて素線の断面積が小さく、主ケーブル断面内の空隙分布が一様であると仮定すると以下のように表される。

同一材料で断面構成される、解析ケース Type-s と Type-sc に対しては、次式で表される。

$$I_c = \frac{j}{100} \times \frac{D_t^4}{64} \pi \quad (5.4)$$

ここで、j は主ケーブル断面の充実率 (%) であり、および  $D_t$  は主ケーブルの有効断面積を  $A_e$  として、次式で表さ

れる、空隙率  $V_r=20$  (%) を見込んだ主ケーブルの直径である。

$$D_t = 20 \sqrt{\frac{A_e}{\pi(100-V_r)}} \quad (5.5)$$

同様に、鋼線と CFRP で断面構成される、解析ケース Type-H1, Type-H2, および Type-H3 に対しては、鋼線の弾性係数との積で曲げ剛性を表すことを考慮して、次式で表される。

$$I_c = \frac{n D_t^4 \pi}{64} + \frac{j \pi (D_t^4 - D_c^4)}{64} \quad (5.6)$$

ここに、 $n$  は CFRP と鋼線の弾性係数比であり、 $D_c$  は CFRP と鋼線の断面積比を  $n_r$  として、次式で表される空隙を見込んだ CFRP 部の直径を表す。

$$D_c = 20 \sqrt{\frac{n_r A_e}{\pi(100-V_r)(n_r+1)}} \quad (5.7)$$

一方、断面二次モーメントと同様に、解析ケース Type-H1, Type-H2, および Type-H3 の有効断面積  $A$  は、鋼線の弾性係数との積で伸び剛性を表すことを考慮して、次式で表される。

$$A = \frac{D_c^2}{4} j \pi n + j \pi \left( \frac{D_t^2}{4} - \frac{D_c^2}{4} \right) \quad (5.8)$$

また、解析ケース Type-H1, Type-H2, および Type-H3 の線膨張係数  $\alpha$  は、ケーブル断面全体の伸び剛性を CFRP と鋼線の合成断面の伸び剛性として評価することを考慮して、次式で表される。

$$\alpha = \frac{E_s A_s \alpha_s + E_c A_c \alpha_c}{E_s A_s + E_c A_c} \quad (5.9)$$

ここに、 $E_s$  : 鋼線の弾性係数、 $A_s$  : 鋼線の有効断面積、 $\alpha_s$  : 鋼線の線膨張係数、 $E_c$  : CFRP の弾性係数、 $A_c$  : CFRP の有効断面積、および  $\alpha_c$  : CFRP の線膨張係数である。

Euler はり要素を用いた局所解析モデルに対する解析結果として、死荷重時と活荷重時の主ケーブル軸に沿ったケーブル張力の分布を全体解析結果と比較して、傾斜部と中央部についてそれぞれ Fig.5-10 に示す。また、死荷重時と活荷重時における、Fig.5-9 に示す、点  $a$ ,  $c$  と  $d$  における支点反力を合成して算出したケーブル張力とハンガー張力を全体解析結果と精度比較して Table 5-8 に示す。さらに、活荷重時における点  $b$  の変位を全体解析結果と精度比較して Table 5-9 に示す。なお、Fig.5-9 の凡例において、「L」は Euler はり要素を用いた局所解析結果、および「G」は全体解析結果を示す。

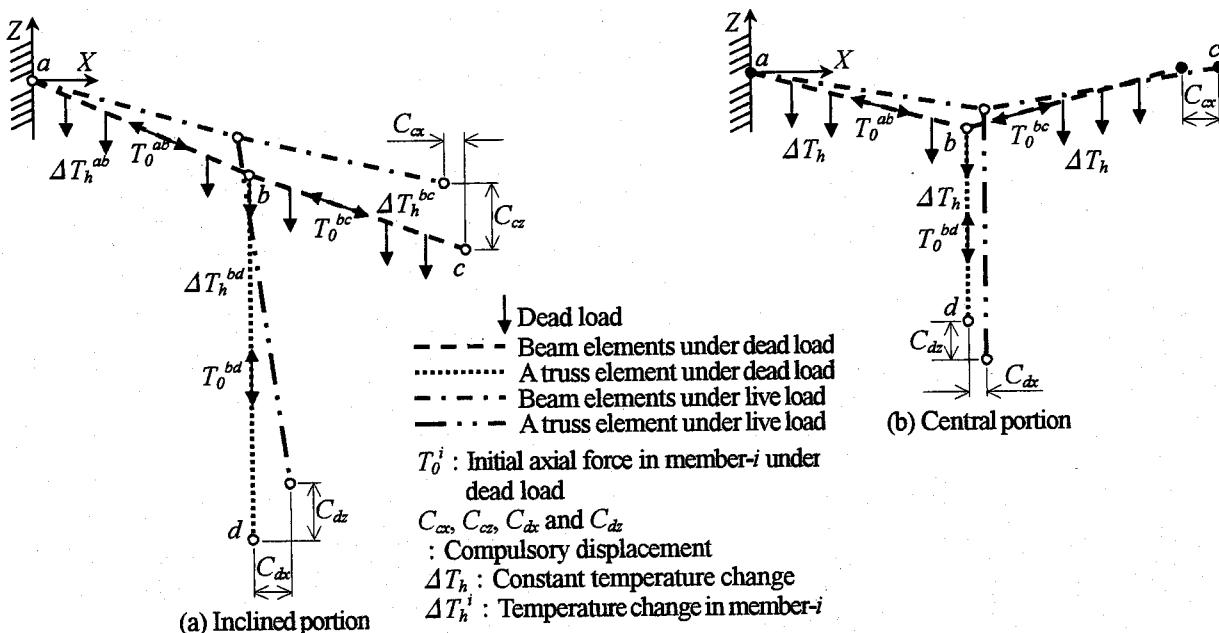


Fig.5-9 Local analytical model by using Euler's beam element, its boundary and load conditions

Fig.5-10 より、死荷重時と活荷重時のケーブル張力の分布は、傾斜部および中央部とも、Euler はり要素を用いた局所解析と全体解析で良好に一致しており、また、Table 5-8 より、支点反力を合成して得られたケーブル張力とハンガーパー張力も良好に一致することが分かる。さらに、Table 5-9 より、傾斜部を対象とした解析ケース Type-s, および中央部を対象とした解析ケースの Z 方向変位を除けば、点 b の変位も良好に一致することが分かる。これらの節点変位の精度が低下した原因として、点 b に生ずる変位は、良好に変位の一一致したケースに比べて小さいため、変位に占める計算誤差の割合が高いこと、および中央部を対象とした局所解析モデルのケーブル両端の境界条件は、実際には弾性支持に近い条件であることが考えられるが、Table 5-8 に示す、支点反力を合成して得られたケーブル張力とハンガーパー張力はいずれの解析ケースとも 97~101% の精度が得られていることから許容することとする。なお、中央部を対象とした局所解析モデルの主ケーブル両端をヒンジ支持とした解析も別途実施したが、活荷重時のハンガーパー張力および節点 b に生ずる変位の精度は、固定支持と仮定した場合に比べて大幅に低下することを確認している。したがって、主ケーブルの曲げと、ケーブル軸方向に複数の要素分割を行うことによりサグの影響が評価される、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析では、主ケーブル両端の境界条件として、傾斜部に対してはヒンジ支持、および中央部に対しては固定支持を適用する必要があると考えられる。

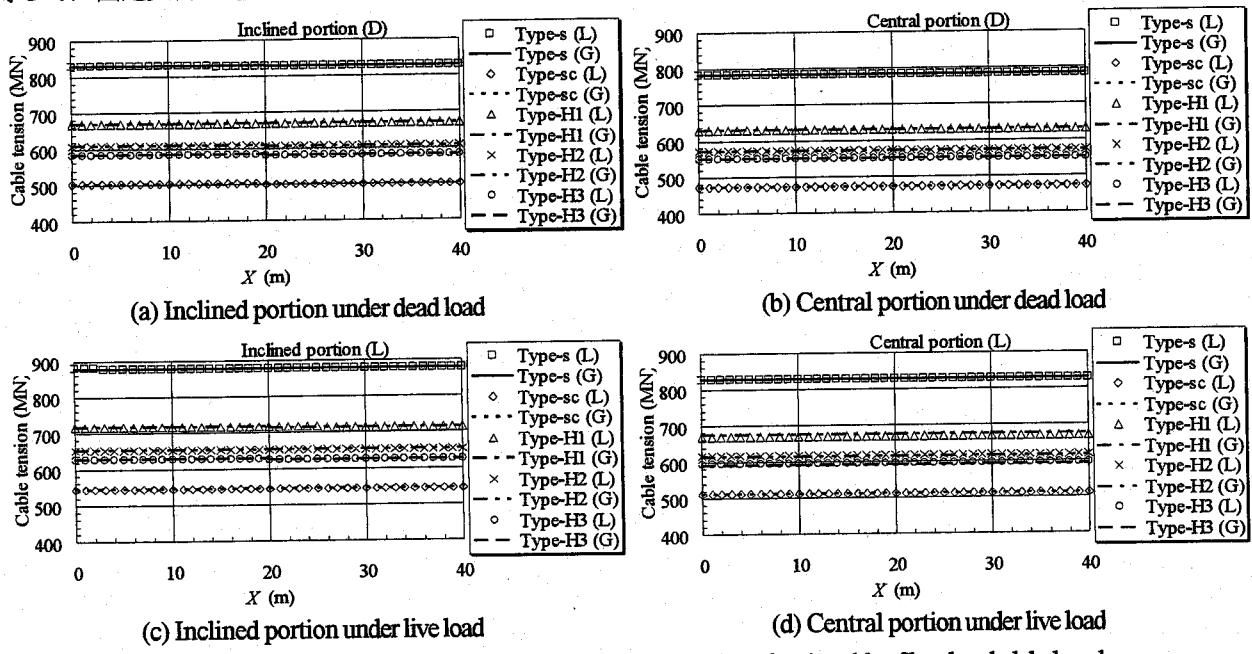


Fig.5-10 Distributions of cable tension along the axial direction of main cable of local and global analyses

Table 5-8 Cable and suspender tensions of local analysis by using Euler's beam element and their accuracies

Analytical case			Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3		
Portion			Inclined						Central					
Cable tension under dead load (kN)	Member -ab	Global analysis $T_G$	829256.5	501535.0	670118.5	607786.5	582271.0	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5		
		Local analysis $T_L$	829589.5	501593.3	670308.4	607928.0	582390.0	782325.3	472315.5	631077.1	573396.5	549322.7		
		Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0		
	Member -bc	Global analysis $T_G$	827824.5	500656.5	668944.0	606738.0	581266.5	782321.0	472315.0	631075.0	573395.0	549321.5		
		Local analysis $T_L$	827624.5	500620.0	668827.1	606651.5	581192.4	782325.3	472315.5	631077.1	573396.5	549322.7		
		Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0		
Cable tension under live load (kN)	Member -ab	Global analysis $T_G$	878838.5	544983.0	716383.5	652954.0	626954.0	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5		
		Local analysis $T_L$	879230.9	545114.5	716645.7	653165.8	627145.5	826515.7	511873.4	670242.1	616343.5	593649.8		
		Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.3	100.0	100.6	99.8	99.5		
	Member -bc	Global analysis $T_G$	877296.5	543985.5	715093.5	651790.0	625833.5	829140.0	512038.5	674058.5	615219.5	590584.5		
		Local analysis $T_L$	877160.3	544030.2	715053.5	651779.1	625837.8	826515.7	511873.4	670242.1	616343.5	593649.8		
		Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.3	100.0	100.6	99.8	99.5		
Suspender tension under dead load (kN)	Global analysis $T_G$	2563.646	2264.898	2468.730	2386.711	2365.060	2499.555	2203.431	2402.730	2327.106	2305.704			
	Local analysis $T_L$	2550.899	2261.706	2460.168	2379.912	2359.264	2499.484	2203.423	2402.698	2326.516	2305.684			
	Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.5	100.1	100.3	100.3	100.2	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0			
Suspender tension under live load (kN)	Global analysis $T_G$	2884.904	2579.741	2787.820	2704.159	2681.761	2827.070	2518.405	2724.215	2646.435	2624.005			
	Local analysis $T_L$	2859.922	2551.562	2760.021	2677.593	2654.483	2871.636	2588.100	2775.730	2720.411	2709.302			
	Accuracy $T_G/T_L (\%)$	100.9	101.1	101.0	101.0	101.0	98.4	97.3	98.1	97.3	96.9			

Table 5-9 Nodal displacements at point-b of local analysis by using Euler's beam element and their accuracies

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
Portion	Inclined					Central					
Component to $X$ -direction of total displacement at point-b under live load (mm)	Global analysis $U_G$	-1.10	-22.00	-9.90	-12.90	-14.80	-2.00	6.00	1.00	3.00	4.00
	Local analysis $U_L$	-0.98	-21.73	-9.69	-12.77	-14.55	-2.00	6.00	1.00	3.00	4.00
	Accuracy $U_G/U_L$ (%)	112.1	101.3	102.1	101.1	101.7	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Component to $Z$ -direction of total displacement at point-b under live load (mm)	Global analysis $W_G$	1.40	-81.80	-33.50	-47.30	-54.70	-0.97	-2.08	-1.42	-1.61	-1.72
	Local analysis $W_L$	1.81	-81.09	-32.98	-46.69	-54.18	-0.91	-1.96	-1.34	-1.49	-1.58
	Accuracy $W_G/W_L$ (%)	77.4	100.9	101.6	101.3	101.0	106.7	106.0	106.2	108.3	108.7

Table 5-10 Dimensions and mechanical properties of cable band and band-bolt in local analytical model

Effective cross-section of band-bolt (M45) ( $\text{mm}^2$ )	1412
Yield stress of band-bolt (SCM435) (N/mm $^2$ )	710
Elastic modulus of cable band (SCW480) (N/mm $^2$ )	200000
Yield stress of cable band (SCW480) (N/mm $^2$ )	275

## 5. 5 局所解析モデルにおけるケーブルバンドの設定

主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析では、ハンガー張力を主ケーブルに伝達するケーブルバンドのモデル化により、ケーブルバンド近傍の主ケーブルに作用する局部的なせん断応力の集中を評価することが可能となる。このためには、現実的な諸元のケーブルバンドを設定する必要がある。そこで、CFRP で断面構成される主ケーブルに対しても、既設吊橋のケーブルバンドの設計方法が準用できるものと見なして、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析モデルに用いるケーブルバンドの諸元を設定した。また、ケーブルバンドの締め付けによってバンド内部の主ケーブルに生ずるバンド内圧についても考察を加えた。

本研究で試設計した超長大吊橋のハンガーロープは、防錆上の観点から PWS ハンガーを想定する。PWS ハンガーは太径であり、既設吊橋のハンガーロープとして多用されてきた CFRC のように小さな曲率半径でケーブルバンドに鞍掛けができないため、ケーブルバンドに定着ピンを設けたピン定着形式が採用される<sup>5.10)~5.12)</sup>。しかしながら、主ケーブルの応力解析を目的とする本研究では、これらの構造は一種の境界条件であるため、詳細な定着ピンの設計は省略し、ケーブルバンドの設計によって、ケーブルバンド長、その肉厚、およびバンドボルトの締め付けによって生ずるバンド内圧を決定する。

ケーブルバンドの設計は、本研究で想定する超長大吊橋のハンガーロープと同様に、PWS ハンガー 1 本吊りが採用された来島第三大橋の設計方法<sup>5.12),5.13)</sup>に準拠し、5. 3 節で示した全体解析結果を用いて実施した。また、バンドボルトとして材質 SCM435 の M45、およびケーブルバンド材として SCW480 を想定した<sup>5.12),5.14)</sup>。これらの諸元や機械的特性を Table 5-10 に示す。

設計計算を行って決定した、各解析ケースのケーブルバンドのボルト本数、ケーブルバンド長、および簡易的に試算したバンド内圧を Table 5-11 に示す。なお、いずれのケーブルバンドも、バンド肉厚 36mm、ケーブルバンドの肉厚中心からバンドボルトの中心までの偏心距離 14.5mm、およびバンドボルト間隔 230mm とした。また、CFRP とケーブルバンド内面が接触する、解析ケース Type-sc の主ケーブルとケーブルバンド内面間の摩擦係数は、近似的な値として、今野ら<sup>5.7)</sup>による実験結果である 0.11 を用いた。

Table 5-11 より、ケーブルバンド長は、傾斜部の解析ケース Type-sc で最長の 2300mm となったが、本研究で試設計した超長大吊橋とほぼ同等の主ケーブル径を有する南備讃瀬戸大橋では、ケーブルバンド長 2950mm のケーブルバンドが採用されており<sup>5.15)</sup>、現実的な諸元と判断される。ところで、バンドボルトの締め付けによって主ケーブルに生ずるバンド内圧、即ち、索線に生ずる側圧<sup>5.15)</sup>が増大すると索線が強度低下を引き起こすことが知られており<sup>5.16)</sup>、今野ら<sup>5.7)</sup>は直径 5.0mm の CFRP ロッドを 18 本よりとした CFRP ケーブルに側圧を負荷した状態で引張実験を実施し、側圧 19.6N/mm $^2$  以上となると強度低下が発生することを報告している。この結果と Table 5-11 に示す、解析ケース Type-sc、Type-H1、Type-H2、および Type-H3 の内圧を比較すると、これらの解析ケースのバンド内圧はいずれも 3.0 ~ 4.0N/mm $^2$  程度であることから、CFRP の強度低下に対しては安全であると考えられる。

Table 5-11 Dimensions of cable band and inner pressure in cable band

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Portion	Inclined					Central				
Total number of the band-bolt	14	18	14	14	14	12	10	12	10	10
Length of cable band (mm)	1840	2300	1840	1840	1840	1610	1380	1610	1380	1380
Inner pressure in cable band (N/mm <sup>2</sup> )	3.3	3.6	3.4	3.4	3.5	3.2	3.4	3.3	3.3	3.3

## 5. 6 直交異方性材料を対象とした有限要素解析への拡張

FRP ラミナや FRP ロッドに代表される一方向連続繊維強化材料は、一方向に配置した炭素繊維やアラミド繊維等により、エポキシや不飽和ポリエステルなどの樹脂を強化した材料であり、これらはそれぞれ弾性特性や強度の異なる異種材料で構成された複合材料であるため、巨視的な材料特性として直交異方性が卓越する。また、強化繊維と樹脂で構成された材料内の弾性係数等の分布が巨視的に一様でない場合は、不均質性を考慮する必要もある。しかしながら、一方向連続繊維強化材料の多くは、材料内の弾性係数や強度等の分布が巨視的に一様な巨視的均質直交異方性材料と見なして取り扱われるのが一般的である<sup>5,17)</sup>。したがって、本研究では、CFRP を巨視的均質直交異方性材料として取り扱う。なお、本論では、巨視的均質直交異方性を直交異方性と略称することにする。

本節では、直交異方性材料を対象とした有限要素解析の拡張に必要な直交異方性材料の構成式について示した後に、具体的に、有限変位問題を考慮して、構成式を有限要素解析に導入する過程を示す。

### 5. 6. 1 直交異方性材料の弾性構成式

微小変位問題における、弾性主軸系で記述した弾性構成式は、ベクトルマトリックス表示を用いて式(5.10)で表される<sup>5,17)</sup>。なお、式(5.10)左辺は工学的応力テンソル成分を並べたベクトル、および右辺のベクトルは、微小ひずみテンソルの対称性を利用してせん断成分を2倍したテンソル成分を並べたベクトルを示す。また、応力成分と弾性主軸系の関係を Fig.5-11 に定義する。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1131} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2231} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3331} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1223} & C_{1231} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2323} & C_{2331} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3112} & C_{3123} & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

ここに、 $C_{ijk}$  ( $i, j, k = 1, 2, 3$ ) : は構成テンソル成分である。なお、式(5.10)において、

$$\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}, \quad \gamma_{23} = 2\varepsilon_{23}, \quad \gamma_{31} = 2\varepsilon_{31} \quad (5.11)_{1 \sim 3}$$

である。

ところで、ひずみエネルギー密度の増分は次式で表される。

$$dU^* = \sigma_{11}d\varepsilon_{11} + \sigma_{22}d\varepsilon_{22} + \sigma_{33}d\varepsilon_{33} + \gamma_{12}d\varepsilon_{12} + \gamma_{23}d\varepsilon_{23} + \gamma_{31}d\varepsilon_{31} \quad (5.12)$$

また、Green の弾性構成式は、式(5.12)を任意の微小ひずみ成分で偏微分することにより、次式で表される。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U^*}{\partial \varepsilon_{11}} = \sigma_{11}, \quad \frac{\partial U^*}{\partial \varepsilon_{22}} = \sigma_{22}, \quad \frac{\partial U^*}{\partial \varepsilon_{33}} = \sigma_{33} \\ \frac{\partial U^*}{\partial \gamma_{12}} = \sigma_{12}, \quad \frac{\partial U^*}{\partial \gamma_{23}} = \sigma_{23}, \quad \frac{\partial U^*}{\partial \gamma_{31}} = \sigma_{31} \end{array} \right\} \quad (5.13)$$

式(5.13)を式(5.10)に代入すると、以下の関係が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U^*}{\partial \varepsilon_{11}} = C_{1111}\varepsilon_{11} + C_{1122}\varepsilon_{22} + C_{1133}\varepsilon_{33} + C_{1112}\gamma_{12} + C_{1123}\gamma_{23} + C_{1131}\gamma_{31} \\ \vdots \\ \frac{\partial U^*}{\partial \gamma_{31}} = C_{3111}\varepsilon_{11} + C_{3122}\varepsilon_{22} + C_{3133}\varepsilon_{33} + C_{3112}\gamma_{12} + C_{3123}\gamma_{23} + C_{3131}\gamma_{31} \end{array} \right\} \quad (5.14)_{1 \sim 6}$$

ここで、例えば、式(5.14)の第1式を $\gamma_{31}$ 、および式(5.14)の第6式を $\varepsilon_{11}$ で偏微分すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U^*}{\partial \varepsilon_{11} \partial \gamma_{31}} &= C_{1131} \\ \frac{\partial^2 U^*}{\partial \gamma_{31} \partial \varepsilon_{11}} &= C_{3111} \end{aligned} \right\} \quad (5.15)_{1,2}$$

なる関係が得られる。即ち、式(5.15)の左辺は同一であることから、 $C_{1131}=C_{3111}$  なる関係が成立する。以上と同様の操作を繰り返すことにより、以下の関係が成立する。

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (5.16)$$

式(5.16)の関係を式(5.10)に代入すれば、弾性主軸系で記述した弾性構成式は

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1131} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2231} \\ & & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3331} \\ & & & C_{1212} & C_{1223} & C_{1231} \\ & & & & C_{2323} & C_{2331} \\ & & & & & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad sym. \quad (5.17)$$

で表されることになる。即ち、式(5.16)および(5.17)は、弾性構成式の独立な弾性係数が最大 21 成分あることを示しており、独立な弾性係数を 21 成分有する材料が一般異方性材料である<sup>5.18)</sup>。したがって、一般異方性材料の弾性構成式は式(5.17)で表される。

一方、Fig.5-12 に示すように、1 軸周り、あるいは 2 軸周りに 180° 回転してもその特性が不変である、構成式を記述する座標系の回転に対してもその成分が不変である単斜晶系材料では、各軸まわりの回転前後の特性が同一となるなければならないので、式(5.17)に示す弾性構成式は、次式のように 13 個の独立な弾性係数を持つ式で表される<sup>5.17)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1131} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2231} \\ & & C_{3333} & C_{3331} \\ & & & C_{1212} & C_{1223} \\ & & & & C_{2323} \\ & & & & & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad sym. \quad (5.18)$$

また、Fig.5-13 に示すように、3 軸に対しても対称性を有するのが直交異方性材料であり<sup>5.17)</sup>、1、2 あるいは 3 軸周りに回転してもその特性は不変であるため、式(5.18)に対して次の関係が成立する。

$$C_{1131} = C_{2231} = C_{3331} = C_{1223} \quad (5.19)$$

したがって、直交異方性材料の弾性構成式は、以下のように 9 個の独立な弾性係数を有する式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1131} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2231} \\ & & C_{3333} & C_{3331} \\ & & & C_{1212} \\ & & & & C_{2323} \\ & & & & & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad sym. \quad (5.20)$$

直交異方性材料は材料特性が各弾性主軸方向で異なるため、一般化された Hooke の法則は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{12} \frac{\sigma_{22}}{E_2} - \nu_{31} \frac{\sigma_{33}}{E_3} \\ \varepsilon_{22} &= -\nu_{12} \frac{\sigma_{11}}{E_1} + \frac{\sigma_{22}}{E_2} - \nu_{32} \frac{\sigma_{33}}{E_3} \\ \varepsilon_{33} &= -\nu_{13} \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \nu_{23} \frac{\sigma_{22}}{E_2} + \frac{\sigma_{33}}{E_3} \\ \gamma_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}, \quad \gamma_{23} = \frac{\sigma_{23}}{G_{23}}, \quad \gamma_{31} = \frac{\sigma_{31}}{G_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (5.21)_{1 \sim 6}$$

ここに、 $E_i$ ：弾性主軸  $i$  軸方向の弾性係数、 $G_{ij}$ ：弾性主軸系  $i-j$  面内のせん断弾性係数、および  $\nu_{ij}$ ：弾性主軸系  $i-j$  面内のポアソン比である。

式(5.20)の構成テンソル成分は、式(5.21)を各応力成分について解くことにより次式で表される<sup>5.17)</sup>.

$$\left. \begin{aligned} C_{1111} &= \frac{1}{E_2} \left( \frac{1}{E_3} - \frac{\nu_{23}^2}{E_2} \right) / A, \quad C_{2222} = \frac{1}{E_3} \left( \frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{31}^2}{E_3} \right) / A, \quad C_{1111} = \frac{1}{E_1} \left( \frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{12}^2}{E_1} \right) / A \\ C_{1122} &= \frac{1}{E_3} \left( \frac{\nu_{23}\nu_{31}}{E_2} + \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) / A, \quad C_{2233} = \frac{1}{E_2} \left( \frac{\nu_{12}\nu_{23}}{E_1} + \frac{\nu_{31}}{E_3} \right) / A, \quad C_{3311} = \frac{1}{E_1} \left( \frac{\nu_{31}\nu_{12}}{E_3} + \frac{\nu_{23}}{E_2} \right) / A \\ C_{1212} &= G_{12}, \quad C_{2323} = G_{23}, \quad C_{3131} = G_{31} \\ A &= \frac{1}{E_1 E_2 E_3} \left( 1 - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \frac{E_2\nu_{12}^2}{E_1} - \frac{E_3\nu_{23}^2}{E_2} - \frac{E_1\nu_{31}^2}{E_3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.22)_{1 \sim 10}$$

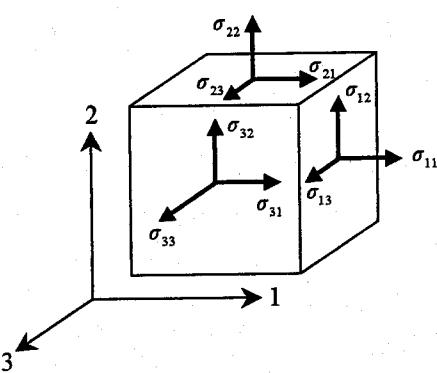


Fig. 5-11 Definition of principal axes and engineering stresses

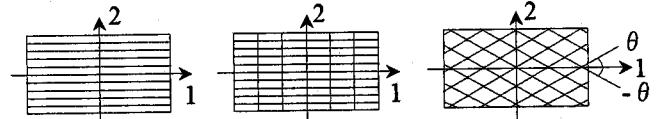


Fig. 5-12 Examples of monoclinic material

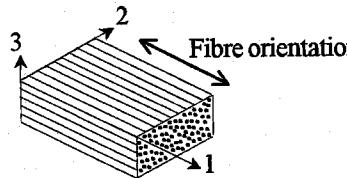


Fig. 5-13 Example of orthotropic material

## 5. 6. 2 直交異方性材料の有限要素解析法

直交異方性材料で構成される3次元連続体を解析する場合、等方性材料に比べて独立な弾性係数が増加するため、特に、解析手法として有限要素法を適用するのは有効である<sup>5.19)</sup>. これまでにも、直交異方性材料で構成される3次元連続体に対して有限要素解析を実施した多くの研究が報告されている<sup>5.17), 5.19)~5.31)</sup>. 直交異方性材料を対象とした有限要素解析では、式(5.20)と(5.22)で表される構成式を用いるが、等方性材料では構成式を記述する座標系に関して構成テンソル成分が独立であるのに対して、直交異方性材料では弾性主軸から回転した座標系で構成式を記述すると構成テンソル成分が変化するため、有限要素の要素剛性や内力を記述する座標系と弾性主軸系の相対的な関係を座標変換によって考慮する必要がある。この座標変換を適用する手法として、次の2つの手法が挙げられる。

- [1] 直交異方性材料の弾性主軸と一致させた局所座標系を定義し、この局所座標系で要素剛性を評価した後に、構造系を構成する全要素に共通な全体座標系の要素剛性に座標変換する。また、応力の評価にあたっては、ひずみを評価するのに参考する座標と変位を弾性主軸と一致させた局所座標系に変換し、この局所座標系を参照してひずみを評価した後に、構成式を用いて応力を評価する<sup>5.17), 5.20)~5.22)</sup>.
- [2] 直交異方性材料の弾性主軸と一致させた局所座標系を定義し、この局所座標系から構造系を構成する全要素に共通な全体座標系に式(5.20)の構成則マトリックスを座標変換した後に、要素剛性を全体座標系で記述する。また、応力の評価においても、同様に構成則マトリックスを局所座標系から全体座標系に変換して、全体座標系で応力を評価し、必要に応じて全体座標系で記述した応力を局所座標系に座標変換する<sup>5.23)~5.31)</sup>.

数学的には、上に示した[1]の手法はベクトル変換であり、[2]の手法はテンソルの基底変換である<sup>5.32)</sup>. なお、いずれの手法も、積層板のように弾性主軸と局所座標系間に配向角がある場合は、予め、式(5.20)の構成則マトリックスを弾性主軸系から局所座標系に変換する必要がある<sup>5.17)</sup>. ただし、本研究では、全ての炭素繊維が主ケーブル軸方向に配向されたCFRPを想定するため、弾性主軸系と局所座標系は一致するとして取り扱う。

本研究における、連続体要素を用いた有限要素解析では、第4章で述べたように、Updated Lagrangian formulationで定式化した有限要素解析コードを用いる。この解析コードでは、内力や幾何剛性を評価するのに使用される応力の尺度は、全体座標系で記述したCauchy応力の全分であるため、直交異方性材料を取り扱う場合には、構成則マトリックス成分を全体座標系に変換し、計算上使用する応力やひずみの尺度は全て全体座標系で記述するのが明解である。したがって、本解析コードの座標変換を適用する手法として、上に示した[2]の手法を用いる。なお、第6章で述べるように、CFRPの強度評価では、直交異方性材料の弾性主軸で記述したCauchy応力が必要になるが、弾性主軸系と一致させた局所座標系のCauchy応力は、上の[2]に示したように、全体座標系からの変換によって算出できる。

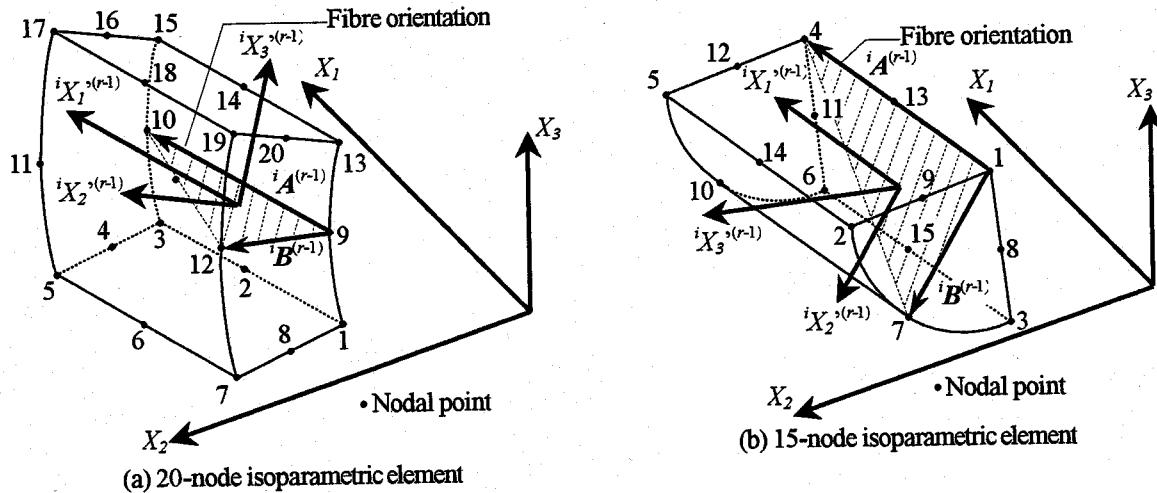


Fig. 5-14 Definition of local coordinate system in finite elements of cable band and main cable.

以下では、有限変位問題を考慮して、第4章で述べたようにインクリメント  $i-1$  から次のインクリメント  $i$  での収束解を Full Newton-Raphson 法による反復計算で求める場合を考え、まず、座標変換マトリックスの成分を構成する局所方向余弦について述べた後に、具体的に構成則マトリックスの全体座標系への座標変換、および全体座標系で記述した Cauchy 応力の局所座標系への座標変換に用いる計算式を示す。

### (1) 局所方向余弦

Fig.5-14 に示すように、空間固定の全体座標系  $(X_1, X_2, X_3)$  から、反復  $r$  サイクル目の計算に使用する、要素の変形に追従する（増分と増分内の反復計算過程の配置の更新とともに回転する）局所座標系  $(iX_1^{(r-1)}, iX_2^{(r-1)}, iX_3^{(r-1)})$  へのベクトル変換は、以下に示す局所方向余弦  $iL^{(r-1)}$  を用いて実施できる。

$$\begin{Bmatrix} iX_1^{(r-1)} \\ iX_2^{(r-1)} \\ iX_3^{(r-1)} \end{Bmatrix} = [iL^{(r-1)}] \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

$$[iL^{(r-1)}] = \begin{bmatrix} \cos(iX_1^{(r-1)}, X_1) & \cos(iX_1^{(r-1)}, X_2) & \cos(iX_1^{(r-1)}, X_3) \\ \cos(iX_2^{(r-1)}, X_1) & \cos(iX_2^{(r-1)}, X_2) & \cos(iX_2^{(r-1)}, X_3) \\ \cos(iX_3^{(r-1)}, X_1) & \cos(iX_3^{(r-1)}, X_2) & \cos(iX_3^{(r-1)}, X_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iI_{11}^{(r-1)} \\ iI_{12}^{(r-1)} \\ iI_{13}^{(r-1)} \end{Bmatrix}^T = \begin{bmatrix} iI_{11}^{(r-1)} & iI_{12}^{(r-1)} & iI_{13}^{(r-1)} \\ iI_{21}^{(r-1)} & iI_{22}^{(r-1)} & iI_{23}^{(r-1)} \\ iI_{31}^{(r-1)} & iI_{32}^{(r-1)} & iI_{33}^{(r-1)} \end{Bmatrix} \quad (5.24)$$

式(5.24)に示す、局所方向余弦の成分は、全体座標系で記述した要素内の 3 点の節点位置ベクトルを用いて面を定義することで算出できる。即ち、Fig.5-14 に示すように、直交異方性材料の弾性主軸が、20 節点アイソパラメトリック要素の節点番号 9 から 10 の方向、あるいは 15 節点アイソパラメトリック要素の節点番号 1 から 4 の方向と平行であるとして、この方向を局所座標系の  $iX_1^{(r-1)}$  軸とする。また、20 節点アイソパラメトリック要素の節点番号 12 から節点番号 9 および 10、あるいは 15 節点アイソパラメトリック要素の節点番号 4 から節点番号 1 および 7 と結び、 $iX_1^{(r-1)}$  軸と平行な平面を Fig.5-14 の斜線部に示すように定義する。さらに、この平面の外向き法線として  $iX_3^{(r-1)}$  軸を定義する。最終的に、 $iX_2^{(r-1)}$  軸は  $iX_1^{(r-1)}$  軸と  $iX_3^{(r-1)}$  軸の方向ベクトルの外積として定義することができる。なお、以下では、Fig.5-14(a)に示す、20 節点アイソパラメトリック要素に対して、局所方向余弦の計算式を示すが、15 節点アイソパラメトリック要素に対しても同様の手続きにより局所方向余弦が得られる。

方向ベクトル  $\{iI_i^{(r-1)}\}$  は、節点番号 9 から 10 を結ぶベクトル  $iA^{(r-1)}$  を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \{iI_i^{(r-1)}\} &= \begin{Bmatrix} iI_{11}^{(r-1)} \\ iI_{12}^{(r-1)} \\ iI_{13}^{(r-1)} \end{Bmatrix} = \frac{\{iA^{(r-1)}\}}{\|iA^{(r-1)}\|} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(iX_1^{10(r-1)} - iX_1^{9(r-1)})^2 + (iX_2^{10(r-1)} - iX_2^{9(r-1)})^2 + (iX_3^{10(r-1)} - iX_3^{9(r-1)})^2}} \begin{Bmatrix} iX_1^{10(r-1)} - iX_1^{9(r-1)} \\ iX_2^{10(r-1)} - iX_2^{9(r-1)} \\ iX_3^{10(r-1)} - iX_3^{9(r-1)} \end{Bmatrix} \quad (5.25) \end{aligned}$$

ここに、 ${}^iX_1^{n(r-1)}$ ,  ${}^iX_2^{n(r-1)}$ ,  ${}^iX_3^{n(r-1)}$  ( $n=9,10,12$ ) : インクリメント  $i-1$  からインクリメント  $i$  の反復  $r$  サイクル目の計算に用いる全体座標系で記述した節点  $n$  の位置ベクトル成分である。

次に、方向ベクトル  $\{{}^iI_3^{(r-1)}\}$  は、 ${}^iA^{(r-1)}$  と節点番号 9 から 12 を結ぶベクトル  ${}^iB^{(r-1)}$  でなる面の外向き法線ベクトルとして次式で表される。

$$\{{}^iI_3^{(r-1)}\} = \frac{\{{}^iA^{(r-1)}\} \times \{{}^iB^{(r-1)}\}}{\|{}^iA^{(r-1)}\| \times \|{}^iB^{(r-1)}\|} = \frac{1}{\|{}^iA^{(r-1)}\| \times \|{}^iB^{(r-1)}\|} \begin{pmatrix} {}^iA_2^{(r-1)i}B_3^{(r-1)} - {}^iB_2^{(r-1)i}A_3^{(r-1)} \\ {}^iA_3^{(r-1)i}B_1^{(r-1)} - {}^iB_3^{(r-1)i}A_1^{(r-1)} \\ {}^iA_1^{(r-1)i}B_2^{(r-1)} - {}^iB_1^{(r-1)i}A_2^{(r-1)} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

なお、式(5.26)において、

$$\{{}^iB^{(r-1)}\} = \begin{pmatrix} {}^iX_1^{12(r-1)} - {}^iX_1^{9(r-1)} \\ {}^iX_2^{12(r-1)} - {}^iX_2^{9(r-1)} \\ {}^iX_3^{12(r-1)} - {}^iX_3^{9(r-1)} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

$$\left. \begin{aligned} \{{}^iA^{(r-1)}\} \times \{{}^iB^{(r-1)}\} &= \sqrt{({}^iY_{21}^{(r-1)i}Z_{31}^{(r-1)} - {}^iY_{31}^{(r-1)i}Z_{21}^{(r-1)})^2 + ({}^iZ_{21}^{(r-1)i}X_{31}^{(r-1)} - {}^iX_{21}^{(r-1)i}Z_{31}^{(r-1)})^2 + ({}^iX_{21}^{(r-1)i}Y_{31}^{(r-1)} - {}^iX_{31}^{(r-1)i}Y_{21}^{(r-1)})^2} \\ {}^iX_{21}^{(r-1)} &= {}^iX_1^{10(r-1)} - {}^iX_1^{9(r-1)}, \quad {}^iX_{31}^{(r-1)} = {}^iX_1^{12(r-1)} - {}^iX_1^{9(r-1)} \\ {}^iY_{21}^{(r-1)} &= {}^iX_2^{10(r-1)} - {}^iX_2^{9(r-1)}, \quad {}^iY_{31}^{(r-1)} = {}^iX_2^{12(r-1)} - {}^iX_2^{9(r-1)} \\ {}^iZ_{21}^{(r-1)} &= {}^iX_3^{10(r-1)} - {}^iX_3^{9(r-1)}, \quad {}^iZ_{31}^{(r-1)} = {}^iX_3^{12(r-1)} - {}^iX_3^{9(r-1)} \end{aligned} \right\} \quad (5.28)_{1 \sim 7}$$

である。

最後に、方向ベクトル  $\{{}^iI_2^{(r-1)}\}$  は、方向ベクトル  $\{{}^iI_1^{(r-1)}\}$  と  $\{{}^iI_3^{(r-1)}\}$  の外積として次式で表される。

$$\{{}^iI_2^{(r-1)}\} = \{{}^iI_3^{(r-1)}\} \times \{{}^iI_1^{(r-1)}\} = \begin{pmatrix} {}^iI_{22}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{13}^{(r-1)} - {}^iI_{12}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{33}^{(r-1)} \\ - {}^iI_{31}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{13}^{(r-1)} + {}^iI_{11}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{33}^{(r-1)} \\ {}^iI_{31}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{12}^{(r-1)} - {}^iI_{11}^{(r-1)} \cdot {}^iI_{22}^{(r-1)} \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

## (2) 構成則マトリックスの座標変換

有限変位・微小ひずみ問題を対象とした直交異方性材料の弾性構成式に拡張するため、式(5.20)に示した、微小変位問題における直交異方性材料の弾性構成式から、ひずみと応力の尺度として、局所座標系で記述した増分 Green-Lagrange ひずみ、および増分第 2Piola-Kirchhoff 応力を用いて以下のように書き直す。なお、弾性主軸系を参照した構成テンソル成分を区別するため、全て右肩にプライムを付した。

$$\{{}_{i-1}\underline{S}'^{(r-1)}\} = \begin{pmatrix} {}_{i-1}S'_{11}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{22}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{33}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{12}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{13}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{23}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}S'_{31}^{(r-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_{1111} & C'_{1122} & C'_{1133} \\ C'_{2222} & C'_{2233} & \\ C'_{3333} & & \\ & C'_{1212} & \\ & sym. & \\ & & C'_{2323} & \\ & & & C'_{3131} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}_{i-1}E'_{12}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}E'_{22}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}E'_{33}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}\Gamma'_{12}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}\Gamma'_{23}^{(r-1)} \\ {}_{i-1}\Gamma'_{31}^{(r-1)} \end{pmatrix} = [C']_{i-1}\underline{E}'^{(r-1)} \quad (5.30)$$

ここに、 ${}_{i-1}S'_{ij}^{(r-1)}$  : 増分第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル成分、および  ${}_{i-1}E'_{ij}^{(r-1)}$  : 増分 Green-Lagrange ひずみテンソル成分であり、式(5.30)の増分 Green-Lagrange ひずみテンソル成分を並べたベクトルにおいて、

$$2_{i-1}E'_{12}^{(r-1)} = {}_{i-1}\Gamma'_{12}^{(r-1)}, \quad 2_{i-1}E'_{23}^{(r-1)} = {}_{i-1}\Gamma'_{23}^{(r-1)}, \quad 2_{i-1}E'_{31}^{(r-1)} = {}_{i-1}\Gamma'_{31}^{(r-1)} \quad (5.31)_{1 \sim 3}$$

とおいた。また、式(5.30)の構成テンソル成分は式(5.22)と同様に、

$$\left. \begin{aligned} C'_{1111} &= \frac{1}{E_2} \left( \frac{1}{E_3} - \frac{v_{23}^2}{E_2} \right) / A, \quad C'_{2222} = \frac{1}{E_3} \left( \frac{1}{E_1} - \frac{v_{31}^2}{E_3} \right) / A, \quad C'_{1111} = \frac{1}{E_1} \left( \frac{1}{E_2} - \frac{v_{12}^2}{E_1} \right) / A \\ C'_{1122} &= \frac{1}{E_3} \left( \frac{v_{23}v_{31}}{E_2} + \frac{v_{12}}{E_1} \right) / A, \quad C'_{2233} = \frac{1}{E_2} \left( \frac{v_{12}v_{23}}{E_1} + \frac{v_{31}}{E_3} \right) / A, \quad C'_{3311} = \frac{1}{E_1} \left( \frac{v_{31}v_{12}}{E_3} + \frac{v_{23}}{E_2} \right) / A \\ C'_{1212} &= G_{12}, \quad C'_{2323} = G_{23}, \quad C'_{3131} = G_{31} \\ A &= \frac{1}{E_1 E_2 E_3} \left( 1 - 2v_{12}v_{23}v_{31} - \frac{E_2 v_{12}^2}{E_1} - \frac{E_3 v_{23}^2}{E_2} - \frac{E_1 v_{31}^2}{E_3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.32)_{1 \sim 9}$$

である。

式(5.30)を用いると、インクリメント  $i-1$  からインクリメント  $i$  の収束解を求める過程の反復  $r$  サイクル目の計算における、全体座標系で記述した直交異方性材料の構成則マトリックス  $[^iC^{(r-1)}]$  は、以下の変換で得られる。

$$[^iC^{(r-1)}] = [^iT_B^{(r-1)}][^C][^iT_C^{(r-1)}] \quad (5.33)$$

なお、式(5.33)の変換マトリックス  $[^iT_B^{(r-1)}]$  は式(5.34)、および変換マトリックス  $[^iT_C^{(r-1)}]$  は式(5.35)で表される。

$$[^iT_B^{(r-1)}] = \begin{bmatrix} i_l_{11}^{(r-1)2} & i_l_{21}^{(r-1)2} & i_l_{31}^{(r-1)2} & 2i_l_{11}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & 2i_l_{21}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & 2i_l_{31}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \\ i_l_{12}^{(r-1)2} & i_l_{22}^{(r-1)2} & i_l_{32}^{(r-1)2} & 2i_l_{12}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & 2i_l_{22}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & 2i_l_{32}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} \\ i_l_{13}^{(r-1)2} & i_l_{23}^{(r-1)2} & i_l_{33}^{(r-1)2} & 2i_l_{13}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & 2i_l_{23}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & 2i_l_{33}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} \\ i_l_{11}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} & i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{12}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{32}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \\ i_l_{12}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{13}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{22}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{22}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{33}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} \\ i_l_{13}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{11}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{23}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & i_l_{21}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{23}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{31}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$[^iT_C^{(r-1)}] = \begin{bmatrix} i_l_{11}^{(r-1)2} & i_l_{12}^{(r-1)2} & i_l_{13}^{(r-1)2} & i_l_{11}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} & i_l_{12}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} & i_l_{13}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \\ i_l_{21}^{(r-1)2} & i_l_{22}^{(r-1)2} & i_l_{23}^{(r-1)2} & i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} \\ i_l_{31}^{(r-1)2} & i_l_{32}^{(r-1)2} & i_l_{33}^{(r-1)2} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} \\ 2i_l_{11}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & 2i_l_{12}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & 2i_l_{13}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & i_l_{12}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{13}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{21}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{31}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} \\ 2i_l_{21}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & 2i_l_{22}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & 2i_l_{23}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{22}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} + i_l_{33}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} \\ 2i_l_{31}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & 2i_l_{32}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} & 2i_l_{33}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{31}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{32}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{33}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

### (3) Cauchy 応力の全体座標系から局所座標系への変換

インクリメント  $i-1$  からインクリメント  $i$  の収束解を求める過程の反復  $r$  サイクル目の計算における、全体座標系で記述した Cauchy 応力テンソルの成分を並べたベクトルを  $\{^iT^{(r-1)}\}$  とすると、局所座標系で記述した Cauchy 応力テンソルの成分を並べたベクトル  $\{\underline{T}^{(r-1)}\}$  は式(5.36)で表される。

$$\{\underline{T}^{(r-1)}\} = \{^iT_A^{(r-1)}\} \underline{\underline{I}} \{^iT^{(r-1)}\} \quad (5.36)$$

式(5.36)において、

$$[^iT_A^{(r-1)}] = \begin{bmatrix} i_l_{11}^{(r-1)2} & i_l_{12}^{(r-1)2} & i_l_{13}^{(r-1)2} & 2i_l_{11}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} & 2i_l_{12}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} & 2i_l_{13}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \\ i_l_{21}^{(r-1)2} & i_l_{22}^{(r-1)2} & i_l_{23}^{(r-1)2} & 2i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & 2i_l_{22}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & 2i_l_{23}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} \\ i_l_{31}^{(r-1)2} & i_l_{32}^{(r-1)2} & i_l_{33}^{(r-1)2} & 2i_l_{31}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & 2i_l_{32}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & 2i_l_{33}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} \\ i_l_{11}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & i_l_{12}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{13}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} & i_l_{12}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{13}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{21}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{31}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} \\ i_l_{21}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{22}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{21}^{(r-1)i_l_{32}^{(r-1)}} & i_l_{23}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{22}^{(r-1)i_l_{33}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{23}^{(r-1)}} + i_l_{33}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} \\ i_l_{31}^{(r-1)i_l_{21}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} & i_l_{32}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} + i_l_{31}^{(r-1)i_l_{22}^{(r-1)}} & i_l_{33}^{(r-1)i_l_{12}^{(r-1)}} + i_l_{32}^{(r-1)i_l_{31}^{(r-1)}} & i_l_{31}^{(r-1)i_l_{13}^{(r-1)}} + i_l_{33}^{(r-1)i_l_{11}^{(r-1)}} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

$$\{\underline{T}^{(r-1)}\} = \{^iT_{11}^{(r-1)} \quad ^iT_{22}^{(r-1)} \quad ^iT_{33}^{(r-1)} \quad ^iT_{12}^{(r-1)} \quad ^iT_{23}^{(r-1)} \quad ^iT_{31}^{(r-1)}\}^T \quad (5.38)$$

$$\{\underline{T}^{(r-1)}\} = \{^iT_{11}^{(r-1)} \quad ^iT_{22}^{(r-1)} \quad ^iT_{33}^{(r-1)} \quad ^iT_{12}^{(r-1)} \quad ^iT_{23}^{(r-1)} \quad ^iT_{31}^{(r-1)}\}^T \quad (5.39)$$

である。

### 5. 6. 3 拡張された解析コードの検証

有限要素解析コードに導入した、局所座標系で記述された直交異方性構成則マトリックスの全体座標系への変換アルゴリズム、および全体座標系で記述した Cauchy 応力の局所座標系への変換アルゴリズムの妥当性を検証するため、内圧を受ける CFRP リングの微小変位解析、および初期応力が導入された固体の剛体回転解析を行い、理論解と比較した。以下にこれらの検証結果を示す。

#### (1) 内圧を受ける CFRP リングの微小変位解析

Fig.5-15 に示すように、フィラメントワインディング成形された CFRP 製のリングに、内圧 200N/mm<sup>2</sup> を作用させる微小変位解析を実施し、リングに生ずるフープ応力と変位について解析結果を理論解と比較した。CFRP の機械的特

性を Table 5-12 に示す。なお、リングは炭素繊維がその円周方向に配向されており、要素分割は円周方向に沿って 32 等分割とした。

解析結果の一例として、Fig.5-15 に示す、点 B および C における変位の有限要素解析結果、リングを平面円弧アーチに見立てて得られる変位の理論解、および各々を比較した精度を Table 5-13 に示す。また、リングの断面内の図心位置における円周方向に沿ったフープ応力を理論解と比較して Fig.5-16 に示す。点 B および C における変位の理論解は、それぞれ次式で表される。ただし、左辺に示す、変位の右下符号は全体座標系を示す。

$$u_1^B = \frac{2p_r R_r^2 H_r}{E_r A_r} \quad (5.40)$$

$$u_1^C = u_2^C = \frac{p_r R_r^2 H_r}{E_r A_r} \quad (5.41)$$

ここに、 $p_r$ ：内圧、 $R_r$ ：肉厚中心線までの半径、 $H_r$ ：リングの高さ、 $E_r$ ：リングの円周方向に沿った弾性係数（CFRP の繊維配向方向の弾性係数  $E_1$ ）、および  $A_r$ ：リングの断面積である。

また、フープ応力  $\sigma_t$  の理論解は次式で表される。

$$\sigma_t = \frac{p_r R_r}{t_r} \quad (5.42)$$

ここに、 $t_r$ ：リングの肉厚である。

Table 5-13 より、変位の有限要素解析結果は理論解とほぼ一致しており、理論解の算出過程で、せん断変形の影響を無視したことを見たれば、妥当な精度であると判断される。また、Fig.5-16 より、フープ応力の有限要素解析結果と理論解は良好に一致しており、理論解を算出する際の骨組モデルと厳密な連続体解析モデル間の相違を考慮すれば妥当であると判断できる。したがって、直交異方性構成則マトリックスの全体座標系への変換は妥当に実施されていると判断される。

## (2) 初期応力が導入された固体の剛体回転解析

Fig.5-17 に示すように、初期状態で引張応力  $100\text{N/mm}^2$  が導入されて平衡状態にある固体を 20 節点アイソパラメトリック要素 1 要素でモデル化し、 $90^\circ$  剛体回転させる有限変位解析を実施した。なお、剛体回転角は  $90$  インクリメントの等分割で変位制御法により導入した。剛体回転角と局所座標系で記述した Cauchy 応力成分  $T_{11}'$ 、 $T_{22}'$  と、 $T_{12}'$  の関係を Fig.5-18 に示す。

Fig.5-18 より、 $90^\circ$  の剛体回転中、全体座標系から局所座標系に変換した Cauchy 応力成分のうち、 $T_{11}'$  のみが一定値  $100\text{N/mm}^2$  を示し、 $T_{22}'=T_{12}'=0$  であることが分かる。したがって、Cauchy 応力の全体座標系から局所座標系への変換は妥当に実施されていると判断される。

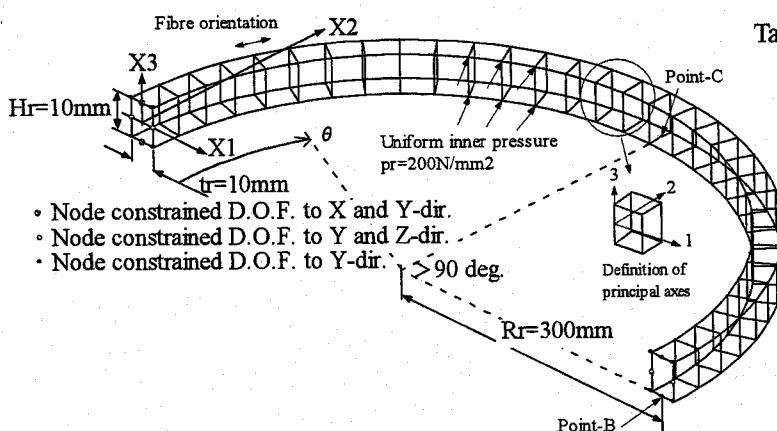


Fig.5-15 Analytical model of a CFRP ring subjected to inner pressure

Table 5-12 Mechanical properties of a CFRP ring

Elastic modulus (N/mm <sup>2</sup> )	$E_1$	152000
	$E_2$	8600
	$E_3$	8600
Shearing modulus (N/mm <sup>2</sup> )	$G_{12}$	5000
	$G_{23}$	3209
	$G_{31}$	5000
Poisson's ratio	$\nu_{12}$	0.32
	$\nu_{23}$	0.34
	$\nu_{31}$	0.018

Table 5-13 Displacements at point-B and C in a CFRP ring

$u_1^B$ (mm)		Accuracy (%)	$u_1^C$ (mm)		Accuracy (%)	$u_2^C$ (mm)		Accuracy (%)
FEA	Theoretical		FEA	Theoretical		FEA	Theoretical	
23.42	23.68	98.9	11.71	11.84	98.9	11.71	11.84	98.9

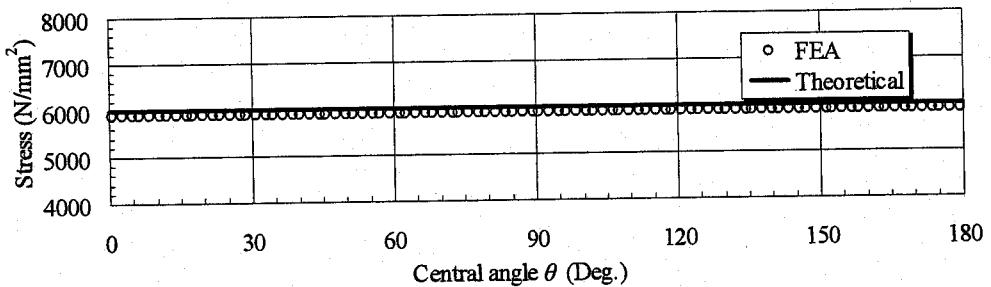


Fig. 5-16 Distributions of hoop stress along the circumferential direction

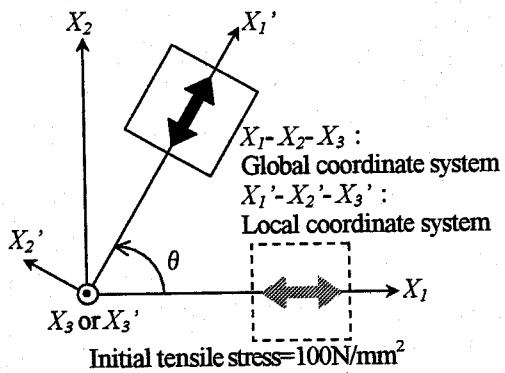


Fig. 5-17 A solid subjected to the rigid rotation

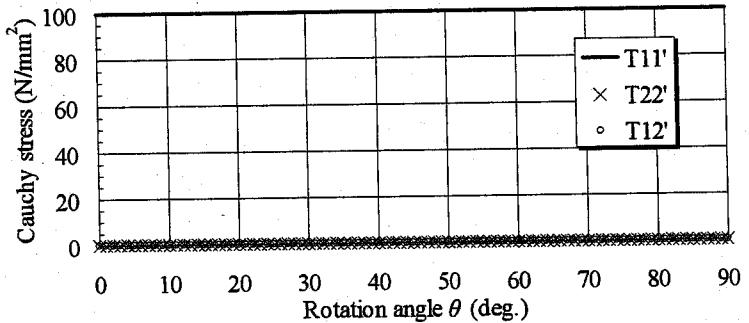


Fig. 5-18 Change of Cauchy stress in local coordinate system

## 5. 7 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析

ケーブルバンド近傍の主ケーブル断面内における応力分布を把握するため、5. 4節で述べた、基本的な局所解析方法に関する検討を踏まえて、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用して局所解析を実施する。本節では、まず、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析モデルの設定上の仮定と局所解析方法について示す。さらに、円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析を実施し、解析結果を全体解析結果と比較することで、局所解析モデルの設定に用いた仮定と考案した局所解析手法の妥当性を検証する。

### 5. 7. 1 局所解析モデル設定上の仮定

円形ケーブル断面モデルを主ケーブルに適用した局所解析モデルは、超長大吊橋の全体解析モデルに対する死荷重時と活荷重時の解析結果を利用して、以下に列記する仮定の下に設定した。

- [1] 主ケーブル断面は、空隙率 20%を見込んだ主ケーブルの外郭を直径とする真円形断面であり、その断面形状はケーブル軸方向に一様である。また、主ケーブルの空隙率は変形によって変化しない。
- [2] 鉛直面内の力学挙動を対象とするため、主ケーブルの軸線に対して橋軸直交方向の対称性が成立する。即ち、ケーブル図心を含む鉛直平面で切断した 1/2 モデルが適用できる。
- [3] 初期状態の主ケーブルは、骨組有限変位解析で得られた死荷重時のケーブル張力を主ケーブルの見かけの断面積で除した一次応力が一様に分布する、サグを生じない直線部材である。また、その軸線は、全体解析で得られた死荷重時の主ケーブルの軸線に一致する。
- [4] 初期状態のハンガーロープは、骨組有限変位解析で得られた死荷重時のハンガー張力が初期軸力として作用する。また、その軸線は、全体解析で得られた死荷重時のハンガーロープの軸線に一致する。
- [5] 解析効率を考慮して、ラッピングワイヤは局所解析モデルから省略する。ただし、ワイヤラッピングによる締め付け圧は、ワイヤラッピングがケーブル部材に密に施されるとみなし、ケーブル部材の主ケーブル断面内の静水圧分布として考慮する。なお、締め付け圧は主ケーブルの変形によっても変化しないとする。
- [6] ケーブルバンド内の主ケーブル断面内には、バンドボルト軸力による締め付け圧（バンド内圧）が静水圧分布し、バンド内圧は主ケーブルの変形によっても変化しない。
- [7] ケーブルバンド内面と主ケーブル間、および Hybrid cable の鋼線と CFRP 間は剛結と仮定する。

- [8] 死荷重時において、主ケーブル断面、ハンガーロープ断面、およびケーブルバンドの変形は無視できる、即ち、原断面積を有する部材と見なせる。
- [9] 5. 4節の検討から、主ケーブル端の境界条件として、傾斜部はヒンジ支持、および中央部は固定支持される。また、荷重の集中を防ぐため、主ケーブル端には剛要素を挿入する。
- [10] 横割り・縦締め型のピン定着型ケーブルバンドは、バンドボルト、バンドボルトのアタッチメント、およびピンプレート等を無視した円筒体と見なせる。
- [11] 仮定[10]において、ピンプレートやバンドボルトを無視するため、ピン定着型ケーブルバンドの力学的な効果が模擬できるように、ケーブルバンド表面には仮想要素を巻き付け、ハンガーロープはケーブルバンドの鉛直投影面内におけるケーブルバンドの中心に位置する仮想要素の表面に剛要素を介して接続される。なお、仮想要素の厚さはハンガーロープの有効断面積をケーブルバンド長で除して表されるとする。

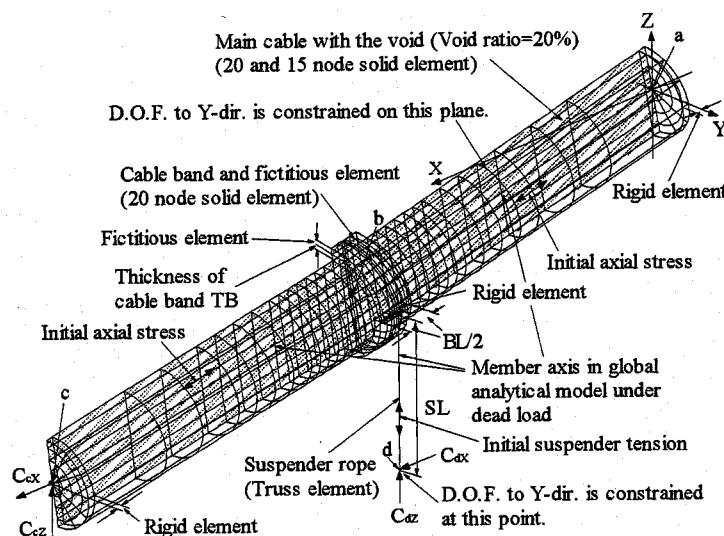


Fig.5-19 Local analytical model by using circular cross-section model of main cable (Inclined portion)

Table 5-14 Dimensions of each local analytical model by using circular cross-section model of main cable

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Portion		Inclined					Central				
Nodal coordinate at point-a under dead load (m)	X	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Z	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Nodal coordinate at point-b under dead load (m)	X	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000
	Z	-7.031	-7.143	-7.144	-7.030	-7.031	-0.053	-0.053	-0.053	-0.053	-0.053
Nodal coordinate at point-c under dead load (m)	X	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000	40.000
	Z	-13.952	-14.175	-14.176	-13.950	-13.950	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Nodal coordinate at point-d under dead load (m)	X	19.999	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000	20.000
	Z	-250.564	-258.219	-258.219	-250.575	-250.572	-2.053	-2.053	-2.053	-2.053	-2.053
Effective cross-sectional area of main cable ( $m^2$ )		0.9618	0.8256	0.9073	0.8777	0.8660	0.9618	0.8256	0.9073	0.8777	0.8660
Ratio of the cross-sectional area of CFRP to steel portion		0.0	$\infty$	1.0	2.0	3.0	0.0	$\infty$	1.0	2.0	3.0
Void ratio (%)		20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
Diameter of main cable with the void (m)		1.237	1.146	1.202	1.182	1.174	1.237	1.146	1.202	1.182	1.174
Thickness of cable band TB (m)		0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
Length of cable band BL (m)		1.840	2.300	1.840	1.840	1.840	1.610	1.380	1.610	1.380	1.380
Thickness of fictitious element (m)		0.00361	0.00267	0.00361	0.00333	0.00333	0.00412	0.00445	0.00412	0.00445	0.00445
Effective cross-sectional area of suspender rope ( $m^2$ )		0.00664	0.00614	0.00664	0.00614	0.00614	0.00664	0.00614	0.00664	0.00614	0.00614
Length of suspender rope SL (m)		243.532	251.075	251.075	243.545	243.542	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000

設定した局所解析モデルを傾斜部について Fig.5-19 に示す。各部に適用した要素は、主ケーブルに 20 および 15 節点アイソパラメトリック連続体要素、ケーブルバンドと仮想要素は 20 節点アイソパラメトリック連続体要素、およびハンガーロープは両端 2 節点の立体ト拉斯要素を適用した。各解析ケースに対する局所解析モデルの諸元を Table 5-14 に示す。

### 5. 7. 2 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析方法

本研究では、円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析方法として、基本的に 5. 4 節で述べた局所解析方法に従い、死荷重時の釣り合い計算を実施した後に、温度変化、および活荷重によって生ずる主ケーブルとハンガーロープの変形を強制変位で導入する 2 つのステップに分離した有限変位解析を採用した。しかしながら、主ケーブルの死荷重の計算は、通常のアイソパラメトリック要素の体積力に関する離散化式を用いると、断面内に分布する空隙を含んだ円形ケーブル断面モデルに対して、死荷重時の主ケーブル長を参照した死荷重が算出され、死荷重を過大に評価するため、円形ケーブル断面モデル内の空隙、および無応力時と死荷重時の主ケーブル長の相違を考慮した死荷重の算出方法を考案した。また、有限要素の温度変化の影響が考慮できるように有限変位解析コードの機能を拡張する必要もある。以下では、これらの算出手法および解析方法について具体的に計算式を示し、さらに、円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析のフローを示す。

#### (1) 死荷重の算出方法

死荷重時の釣り合い計算に必要となる主ケーブルの死荷重は、全体解析におけるケーブル自重と等価となるように、アイソパラメトリック要素の体積力の離散化式<sup>53)</sup>に補正係数を乗じて算出した。また、全体解析では、ハンドロープやラッピングワイヤ等の自重は主ケーブルの自重に対する割増係数で考慮されるため、主ケーブルを構成する任意の要素  $i_e$  に対する死荷重  ${}^0F_{bie}$  を式(5.43)で算出し、ケーブルバンドの自重は無視した。なお、式(5.43)において、左肩符号 0 は初期状態の主ケーブルを参照した量であることを示す。

$${}^0F_{bie} = \beta_s \frac{A_e}{A_a} \frac{{}^0L}{{}^0L} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^{i_e} \gamma \cdot \det {}^0J dr_1 dr_2 dr_3 \quad (i=1,2,3,\dots,N_d, N_d : \text{Total number of nodal points in an element}) \quad (5.43)$$

ここに、 $\beta_s$ : ハンドロープ、ラッピングワイヤ、ケーブルバンド、およびピンプレートに対する自重割増係数、 $A_e$ : 主ケーブルの有効断面積、 $A_a$ : 主ケーブルのみかけの円形断面積、 ${}^0L$ : 主ケーブル部材の無応力長、 ${}^0L$ : 主ケーブル部材の死荷重時部材長、 $N$ : 要素内の節点  $i$  に対する形状関数、 ${}^0\gamma$ : 要素の単位体積重量、 $r_1$ 、 $r_2$  と  $r_3$ : 自然座標、および ${}^0J$  は、幾何関数を  ${}^0x = N{}^0x$  として、式(5.44)で表される Jacobian マトリックスである。

$${}^0J = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}^0x_2}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^0x_2}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^0x_2}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}^0x_3}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^0x_3}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^0x_3}{\partial r_3} \\ \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_1} & \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_2} & \frac{\partial {}^0x_1}{\partial r_3} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

また、式(5.43)右辺の補正係数はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{A_e}{A_a} = 1 - \frac{V_r}{100} \quad (5.45)$$

$$\frac{{}^0L}{{}^0L} = \frac{A_e E}{{}^0N + A_e E} \quad (5.46)$$

ここに、 $V_r$ : 空隙率(%)、 $E$ : 全体解析で用いた主ケーブルのケーブル軸方向の弾性係数、および ${}^0N$ : 各ケーブル部材の死荷重時のケーブル張力である。

ただし、式(5.43)に示す死荷重ベクトルは、主ケーブルを構成する任意の 1 要素に対する計算式を示しており、主ケーブル全体の死荷重ベクトルはこれらを集めて表される。即ち、主ケーブルを構成する総要素数を  $M$  とすると、系全体の死荷重ベクトル  ${}^0F_b$  は式(5.47)で表される。

$${}^0F_b = \sum_{i=1}^M {}^0F_{bie} \quad (5.47)$$

## (2) 温度応力解析アルゴリズム

本研究では、温度応力解析法として、温度変化量を増分分解し、温度増分による増分熱荷重ベクトルを各インクリメントの反復計算初回の内力として評価する手法を採用了。したがって、活荷重を載荷するステップにおいて、インクリメント  $i-1$  から次のインクリメント  $i$  における収束解を反復計算によって求める過程を考えると、各インクリメントの反復 1 サイクル目のみで、活荷重による増分 Green-Lagrange ひずみから全体座標系で記述した増分熱ひずみを差し引いて第 2Piola-Kirchhoff 応力を算出し、さらには、Cauchy 応力の全分から内力の評価を行った。各要素の任意のガウス点に対する、反復  $r=1$  サイクル目の温度変化を考慮した増分第 2Piola-Kirchhoff 応力の計算式を以下に示す。

まず、Fig.5-14 に定義する、直交異方性材の弾性主軸系で定義される線膨張係数  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  と  $\alpha_3$ 、および増分分解された任意の要素の温度増分  $\Delta T_h$  を用いると、弾性主軸系で記述した熱ひずみ増分は  $\Delta \varepsilon'_{th}$  は次式で算出できる。

$$\{\Delta \varepsilon'_{th}\} = \{\Delta \varepsilon'_{th11} \quad \Delta \varepsilon'_{th22} \quad \Delta \varepsilon'_{th33} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T = \Delta T_h \{a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (5.48)$$

また、式(5.48)の弾性主軸系で記述した増分熱ひずみベクトルは、インクリメント  $i-1$  からインクリメント  $i$  の増分過程の反復  $r=1$  サイクル目は座標変換マトリックス  ${}^{i-1}T_D^{(0)} = {}^{i-1}T_D$  であるため、 ${}^{i-1}T_D$  を用いた次式により全体座標系に変換される。

$$\{\Delta \varepsilon_{th}\} = \{\Delta \varepsilon_{th11} \quad \Delta \varepsilon_{th22} \quad \Delta \varepsilon_{th33} \quad \Delta \varepsilon_{th12} \quad \Delta \varepsilon_{th23} \quad \Delta \varepsilon_{th31}\}^T = [{}^{i-1}T_D] \{\Delta \varepsilon'_{th}\} \quad (5.49)$$

$$[{}^{i-1}T_D] = \begin{bmatrix} {}^{i-1}I_{11}^2 & {}^{i-1}I_{21}^2 & {}^{i-1}I_{31}^2 & {}^{i-1}I_{11} {}^{i-1}I_{21} & {}^{i-1}I_{21} {}^{i-1}I_{31} & {}^{i-1}I_{31} {}^{i-1}I_{11} \\ {}^{i-1}I_{12}^2 & {}^{i-1}I_{22}^2 & {}^{i-1}I_{32}^2 & {}^{i-1}I_{12} {}^{i-1}I_{22} & {}^{i-1}I_{22} {}^{i-1}I_{32} & {}^{i-1}I_{32} {}^{i-1}I_{12} \\ {}^{i-1}I_{13}^2 & {}^{i-1}I_{23}^2 & {}^{i-1}I_{33}^2 & {}^{i-1}I_{13} {}^{i-1}I_{23} & {}^{i-1}I_{23} {}^{i-1}I_{33} & {}^{i-1}I_{33} {}^{i-1}I_{13} \\ 2{}^{i-1}I_{11} {}^{i-1}I_{12} & 2{}^{i-1}I_{21} {}^{i-1}I_{22} & 2{}^{i-1}I_{31} {}^{i-1}I_{32} & {}^{i-1}I_{12} {}^{i-1}I_{21} + {}^{i-1}I_{11} {}^{i-1}I_{22} & {}^{i-1}I_{22} {}^{i-1}I_{31} + {}^{i-1}I_{21} {}^{i-1}I_{32} & {}^{i-1}I_{31} {}^{i-1}I_{12} + {}^{i-1}I_{32} {}^{i-1}I_{11} \\ 2{}^{i-1}I_{12} {}^{i-1}I_{13} & 2{}^{i-1}I_{22} {}^{i-1}I_{23} & 2{}^{i-1}I_{32} {}^{i-1}I_{33} & {}^{i-1}I_{13} {}^{i-1}I_{22} + {}^{i-1}I_{12} {}^{i-1}I_{23} & {}^{i-1}I_{23} {}^{i-1}I_{32} + {}^{i-1}I_{22} {}^{i-1}I_{33} & {}^{i-1}I_{32} {}^{i-1}I_{13} + {}^{i-1}I_{33} {}^{i-1}I_{12} \\ 2{}^{i-1}I_{13} {}^{i-1}I_{11} & 2{}^{i-1}I_{23} {}^{i-1}I_{21} & 2{}^{i-1}I_{33} {}^{i-1}I_{31} & {}^{i-1}I_{11} {}^{i-1}I_{23} + {}^{i-1}I_{13} {}^{i-1}I_{21} & {}^{i-1}I_{21} {}^{i-1}I_{33} + {}^{i-1}I_{23} {}^{i-1}I_{31} & {}^{i-1}I_{33} {}^{i-1}I_{11} + {}^{i-1}I_{31} {}^{i-1}I_{13} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

なお、式(5.50)のマトリックス成分は、式(5.24)に対して、インクリメント  $i-1$  の収束点における配置から算出した局所方向余弦  ${}^{i-1}L$  の成分を用いて表される。

さらに、式(5.33)で表される、全体座標系で記述した直交異方性材料の弾性構成式を用いると、熱ひずみ増分を考慮した反復  $r=1$  サイクル目の増分第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル  ${}_{i-1}S^{(1)}$  の成分は次式で算出される。

$$\begin{Bmatrix} {}_{i-1}S_{11}^{(1)} \\ {}_{i-1}S_{22}^{(1)} \\ {}_{i-1}S_{33}^{(1)} \\ {}_{i-1}S_{12}^{(1)} \\ {}_{i-1}S_{23}^{(1)} \\ {}_{i-1}S_{31}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^iC_{1111}^{(0)} & {}^iC_{1122}^{(0)} & {}^iC_{1133}^{(0)} & {}^iC_{1112}^{(0)} & {}^iC_{1123}^{(0)} & {}^iC_{1131}^{(0)} \\ {}^iC_{2222}^{(0)} & {}^iC_{2233}^{(0)} & {}^iC_{2223}^{(0)} & {}^iC_{2212}^{(0)} & {}^iC_{2221}^{(0)} & {}^iC_{2231}^{(0)} \\ {}^iC_{3333}^{(0)} & {}^iC_{3312}^{(0)} & {}^iC_{3323}^{(0)} & {}^iC_{3322}^{(0)} & {}^iC_{3331}^{(0)} & {}^iC_{3311}^{(0)} \\ sym. & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}_{i-1}E_{11}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th11} \\ {}_{i-1}E_{22}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th22} \\ {}_{i-1}E_{33}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th33} \\ 2{}_{i-1}E_{12}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th12} \\ 2{}_{i-1}E_{23}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th23} \\ 2{}_{i-1}E_{31}^{(1)} - \Delta \varepsilon_{th31} \end{Bmatrix} \quad (5.51)$$

ここに、 ${}_{i-1}E_{kl}^{(1)}$  ( $k,l=1,2,3$ ) : 第 4 章の式(4.15)に示した、増分 Green-Lagrange ひずみテンソル成分である。

## (3) 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析のフロー

円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析のフローを Fig.5-20 に示す。なお、第 4 章で述べた、円形ケーブル断面内に分布する空隙の影響を考慮するため、局所解析で使用する全ての構成則マトリックスには、 $D$  を空隙率として  $(1-D)$  で表されるスカラー損傷変数を乗ずる。

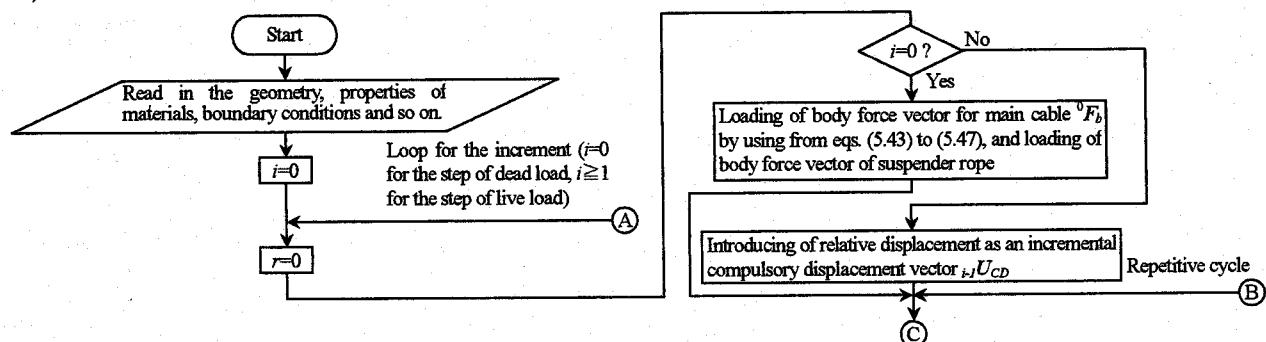


Fig.5-20 Flowchart of local analysis by using circular cross-section model of main cable

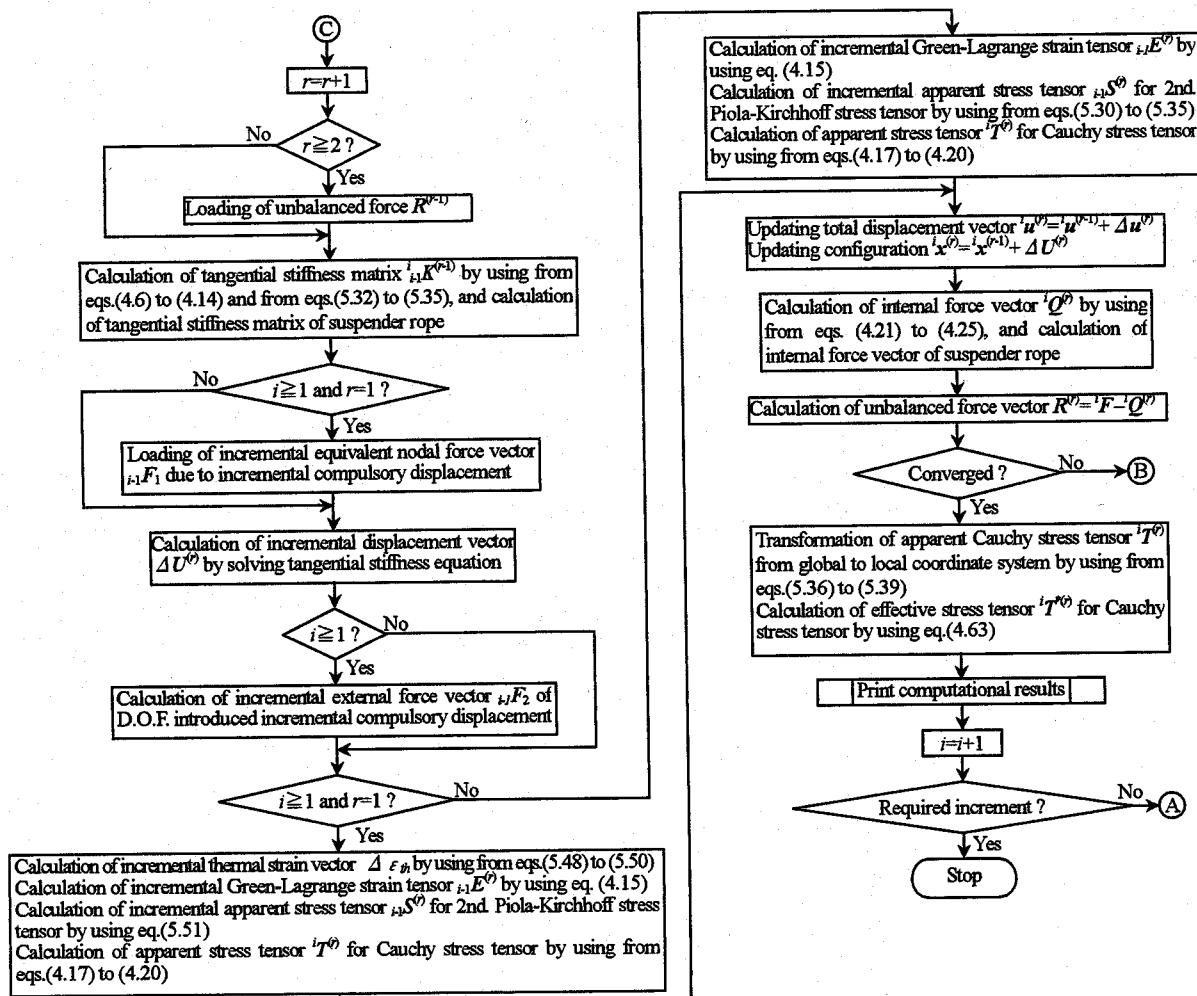


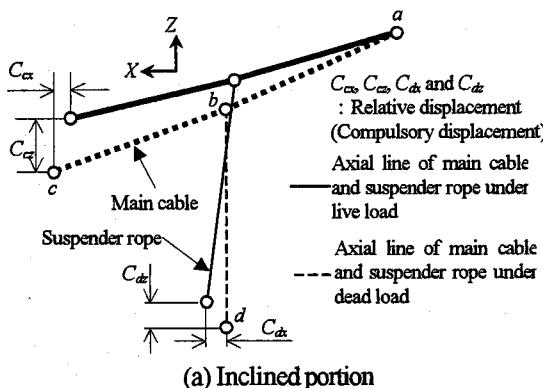
Fig. 5-20 Flowchart of local analysis by using circular cross-section model of main cable (continued)

### 5. 7. 3 円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析の検証

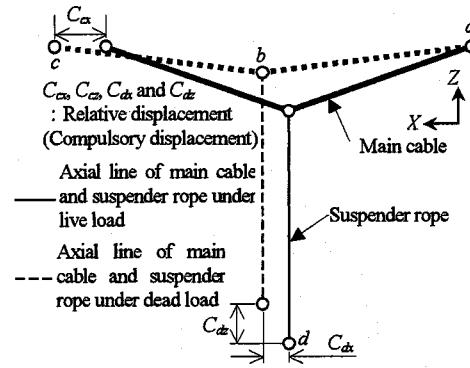
主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用し、考案した局所解析手法を用いた場合の全体挙動の再現性を検証した。局所解析における活荷重は、5. 4節で述べた局所解析方法に従い、Fig.5-19とFig.5-21に示すように、死荷重時から活荷重時に至るまでの点  $a$  に対する点  $c$  と  $d$  の相対変位をそれぞれ点  $c$  と  $d$  に変位制御で導入した。また、温度変化量は、傾斜部を対象とした解析ケースの主ケーブルとハンガーロープに対しては、5. 4節で示した温度変化量を導入した。局所解析モデルに含まれる各材料の機械的特性を Table 5-15 に示す。また、各みかけの初期応力、ハンガー張力、強制変位量、および各部の温度変化量を Table 5-16 に示す。なお、Table 5-15において、CFRP の弾性係数、線膨張係数や強度の右下添字は、Fig.5-22 の弾性主軸（局所座標系）系を参照した値であることを意味する。

死荷重時および活荷重時におけるケーブル張力とハンガー張力を全体解析結果と精度比較してそれぞれ Table 5-17 および Table 5-18 に示す。なお、局所解析におけるケーブル張力およびハンガー張力は、Fig.5-23 に示すように、点  $a$ 、 $c$ 、および  $d$  の全体座標系で記述した支点反力ベクトルを合成して算出した。また、Fig.5-23 に示す、死荷重から活荷重時までのケーブルバンド中心に位置する節点  $b$  の変位を全体解析と比較して Table 5-19 に示す。

Table 5-17 および Table 5-18 より、死荷重時および活荷重時ともケーブル張力およびハンガー張力は全体解析と良好に一致し、全体解析で得られた荷重状態を再現できることが分かる。一方、Table 5-19 より、活荷重時の節点  $b$  の変位は、傾斜部の解析ケース Type-s、および中央部の各解析ケースにおける Z 軸方向成分の精度が低下するが、傾斜部の解析ケース Type-s の誤差は、変位が小さいこと、および Table 5-18 より、幾何学的な形状の影響も考慮して算出した活荷重時の部材力は、全体解析と局所解析で良好に一致することから許容することにする。また、中央部の各解析ケースの Z 方向変位の誤差については、主ケーブル端の境界条件を固定支持と仮定したことによると考えられるが、Table 5-18 の部材力はほぼ一致することから許容することにする。以上より、考案した局所解析モデルと局所解析手法を適用すれば、活荷重時における吊橋全体系の挙動がほぼ再現できると考えられる。



(a) Inclined portion



(b) Central portion

Fig. 5-21 Compulsory displacements in local analytical model

Table 5-15 Mechanical properties of each material in local analytical model

(a) CFRP

Elastic modulus (kN/m <sup>2</sup> )	$E_1$	150000000
	$E_2$	8600000
	$E_3$	8600000
Poisson's ratio	$\nu_{12}$	0.32
	$\nu_{23}$	0.02
	$\nu_{31}$	0.0183
Shearing modulus (kN/m <sup>2</sup> )	$G_{12}$	5000000
	$G_{23}$	4215686
	$G_{31}$	5000000
Coefficient of thermal expansion (1/Deg.)	$\alpha_1$	0.0000006
	$\alpha_2$	0.0000207
	$\alpha_3$	0.0000207
Unit volume weight (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_{cc}$	15.68

(b) Steel wire, cable band and suspender rope

Elastic modulus (kN/m <sup>2</sup> )	$E_s$	200000000
Poisson's ratio	$\nu_s$	0.3
Coefficient of thermal expansion (1/Deg.)	$\alpha_s$	0.000011
Unit volume weight (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_s$	76.93

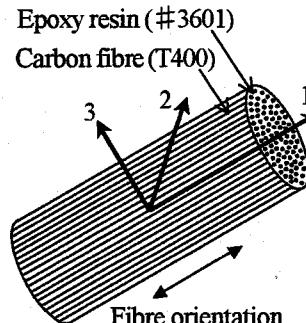


Fig. 5-22 Principal axes in a CFRP

Table 5-16 Apparent initial stress, compulsory displacement, temperature change, and so on in each analytical case

Analytical case	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	
	Inclined					Central					
Initial apparent stress in cable member-ab (kN/m <sup>2</sup> )	CFRP $\sigma_{ab}^c$	485954.2	506463.0	498587.4	496524.0		457641.9	476954.7	470374.9	468426.7	
	Steel $\sigma_{ab}^s$	689747.8		675284.0	664783.2	662032.0	650708.4		635939.6	627166.5	624569.0
Initial apparent stress in cable member-bc (kN/m <sup>2</sup> )	CFRP $\sigma_{bc}^c$	485103.0	505575.4	497727.3	495667.4		457641.9	476954.7	470374.9	468426.7	
	Steel $\sigma_{bc}^s$	688556.7		674100.5	663636.3	660889.9	650708.4		635939.6	627166.5	624569.0
Initial tension in suspender rope (kN)	$T_{sr}$	2563.646	2264.898	2468.730	2386.711	2365.060	2499.555	2203.431	2402.730	2327.106	2305.704
Wrapping pressure (kN/m <sup>2</sup> )	$p_w$	252.6		265.3	272.7	275.7	252.6		265.3	272.7	275.7
Inner pressure in cable band (kN/m <sup>2</sup> )	$p_c$	3277.0	3637.9	3374.0	3430.4	3453.5	3210.1	3368.4	3305.1	3267.0	3289.0
Temperature change in cable member-ab (Deg.)	$\Delta T_h^{ab}$	-30.00352	-35.57602	-30.15279	-30.10775	-29.80708	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0
Temperature change in cable member-bc (Deg.)	$\Delta T_h^{bc}$	-29.94662	-34.15222	-30.03939	-29.95365	-29.60774	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0
Temperature change in suspender rope (Deg.)	$\Delta T_h^{sr}$	-24.94443	-23.07484	-23.99081	-23.91527	-23.70115	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0
Temperature change in cable band (Deg.)	$\Delta T_h^{cb}$	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0	-30.0
Surcharge coefficient of self-weight	$\beta_s$	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
Compulsory displacement at point-c (m)	$C_{cx}$	-0.00180	-0.04250	-0.01890	-0.02490	-0.02840	-0.00400	0.01200	0.00200	0.00600	0.00800
	$C_{cz}$	0.00410	-0.16070	-0.06510	-0.09230	-0.10720	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Compulsory displacement at point-d (m)	$C_{dx}$	0.39990	0.22830	0.32940	0.30650	0.29250	-0.00200	0.00600	0.00100	0.00300	0.00400
	$C_{dz}$	0.00991	-0.07719	-0.02485	-0.04285	-0.05024	-0.00081	-0.00193	-0.00124	-0.00147	-0.00158

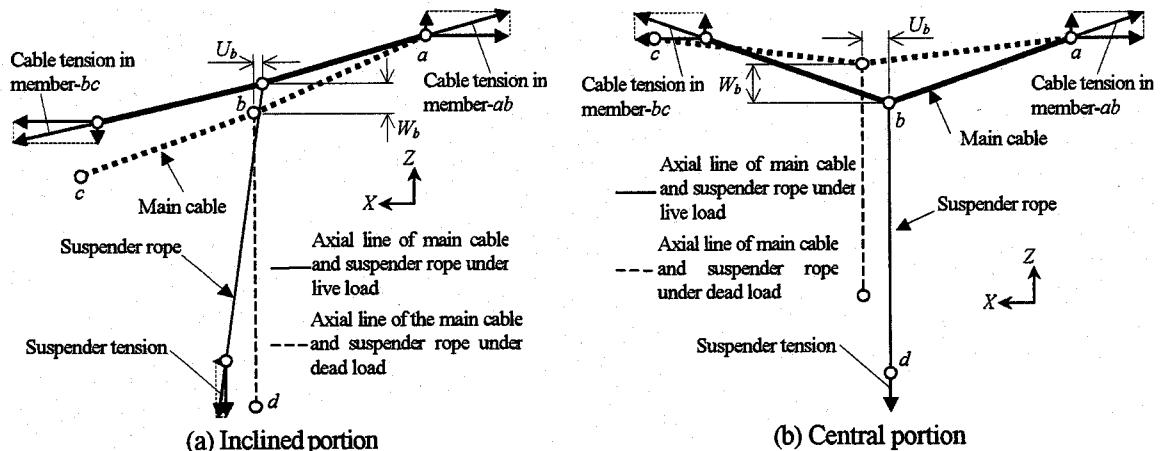


Fig.5-23 Cable and suspender tensions in local analytical model, and total displacement at point-*b*

Table 5-17 Cable and suspender tensions in local and global analysis under dead load and their accuracies

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Portion		Inclined					Central				
Cable tension in member-ab (MN)	Local analysis ( $T_L$ )	823.8	499.2	666.2	604.9	579.7	782.5	472.3	631.2	573.5	549.5
	Global analysis ( $T_G$ )	829.3	501.5	670.1	607.8	582.3	782.3	472.3	631.1	573.4	549.3
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.3	99.5	99.4	99.5	99.6	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Cable tension in member-bc (MN)	Local analysis ( $T_L$ )	821.8	498.2	664.7	603.6	578.5	782.5	472.3	631.2	573.5	549.5
	Global analysis ( $T_G$ )	827.8	500.7	668.9	606.7	581.3	782.3	472.3	631.1	573.4	549.3
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.3	99.5	99.4	99.5	99.5	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Suspender tension (kN)	Local analysis ( $T_L$ )	2548.6	2260.5	2458.4	2378.5	2357.9	2507.9	2199.1	2404.5	2326.9	2305.1
	Global analysis ( $T_G$ )	2563.6	2264.9	2468.7	2386.7	2365.1	2499.6	2203.4	2402.7	2327.1	2305.7
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.4	99.8	99.6	99.7	99.7	100.3	99.8	100.1	100.0	100.0

Table 5-18 Cable and suspender tensions in local and global analysis under live load and their accuracies

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Portion		Inclined					Central				
Cable tension in member-ab (MN)	Local analysis ( $T_L$ )	874.3	544.9	714.0	651.8	626.2	828.0	513.9	672.1	618.4	595.8
	Global analysis ( $T_G$ )	878.8	545.0	716.4	653.0	627.0	829.1	512.0	674.1	615.2	590.6
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.5	100.0	99.7	99.8	99.9	99.9	100.4	99.7	100.5	100.9
Cable tension in member-bc (MN)	Local analysis ( $T_L$ )	872.2	543.8	712.4	650.4	624.9	828.0	513.9	672.1	618.4	595.8
	Global analysis ( $T_G$ )	877.3	544.0	715.1	651.8	625.8	829.1	512.0	674.1	615.2	590.6
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.4	100.0	99.6	99.8	99.8	99.9	100.4	99.7	100.5	100.9
Suspender tension (kN)	Local analysis ( $T_L$ )	2869.8	2553.5	2766.4	2682.7	2658.8	2884.4	2583.2	2781.9	2724.8	2712.2
	Global analysis ( $T_G$ )	2884.9	2579.7	2787.8	2704.2	2681.8	2827.1	2518.4	2724.2	2646.4	2624.0
	Accuracy ( $T_L/T_G$ ) (%)	99.5	99.0	99.2	99.2	99.1	102.0	102.6	102.1	103.0	103.4

Table 5-19 Nodal displacements from dead load to live load at point-*b* and their accuracies

Analytical case		Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3	Type-s	Type-sc	Type-H1	Type-H2	Type-H3
Portion		Inclined					Central				
Displacement to X-direction $U_b$ (mm)	Local analysis ( $U_L$ )	-1.944	-21.974	-10.357	-13.294	-14.993	-2.000	6.000	1.000	3.000	4.000
	Global analysis ( $U_G$ )	-1.100	-22.000	-9.900	-12.900	-14.800	-2.000	6.000	1.000	3.000	4.000
	Accuracy ( $U_L/U_G$ ) (%)	176.7	99.9	104.6	103.1	101.3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Displacement to Z-direction $W_b$ (mm)	Local analysis ( $W_L$ )	-0.943	-81.759	-34.839	-48.193	-55.440	-0.796	-1.743	-1.172	-1.307	-1.393
	Global analysis ( $W_G$ )	1.400	-81.800	-33.500	-47.300	-54.700	-0.970	-2.080	-1.420	-1.610	-1.720
	Accuracy ( $W_L/W_G$ ) (%)	-67.4	99.9	104.0	101.9	101.4	82.1	83.8	82.5	81.2	81.0

## 5. 8 結論

本章では、まず、円形ケーブル断面モデルを超長大吊橋の主ケーブルに適用して、ケーブルバンド部における応力解析を効率的に実施するため、死荷重時において、着目するケーブルバンドを挟むケーブル部材とこれに接続されるハンガーロープを解析の対象とする局所解析を考案し、ケーブルバンド部で主ケーブルに作用するせん断力に関する影響線を用いて着目するケーブルバンドを決定した。また、局所解析において、吊橋全体系の挙動が精度良く再現できる局所解析方法を検討するため、骨組要素を用いた局所解析モデルに対して有限変位解析を実施し、全体解析で得られたケーブル張力、ハンガー張力や変形状態を精度比較することにより、局所解析モデルの境界条件や荷重条件の設定など、基本的な局所解析手法を示した。さらに、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析で必要となる、ケーブルバンドの諸元を設定し、ケーブルバンドの締め付けによる CFRP の強度低下について、既往の実験結果に基づいて考察を加えた。次に、CFRP を有する主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施するため、有限要素解析における直交異方性の評価方法について述べた。また、円形ケーブル断面モデルを適用する場合の局所解析モデルの設定に用いた仮定を列記し、円形ケーブル断面モデルを適用した主ケーブルの死荷重の算出方法および温度応力解析方法について示した。さらに、これらの解析モデルと局所解析手法を用いて局所解析を実施し、全体解析結果と局所解析結果を比較することにより全体挙動の再現性を検証した。本章で得られた成果を以下に要約する。

- (1) ケーブルバンド部で主ケーブルに作用するせん断力に関する影響線を用いて、活荷重によって作用する近似的なせん断力を算出し、活荷重によるせん断力が最大となる主径間中央のケーブルバンド（中央部）、および多軸応力状態を考慮して、せん断力のみならずケーブル張力も増大する主塔近傍でせん断力が最大となるケーブルバンド（傾斜部）を局所解析の対象として決定した。
- (2) 死荷重時の全体解析結果に基づいて、対象とするケーブルバンドを挟むケーブル部材とこれに接続されるハンガーロープを取り出して、それぞれ死荷重時のケーブル張力とハンガー張力を導入した局所解析モデルを作成し、1ステップ目で死荷重、および2ステップ目で温度変化と死荷重時から活荷重時に至るまでの局所系の相対変位を同時に載荷する、基本的な局所解析方法を考案した。
- (3) 骨組要素を用いた局所解析方法の検討により、活荷重時の傾斜部を対象とした局所解析では、死荷重から活荷重状態に至るまでの相対的な変形と全部材に-30°Cの温度降下を導入すると、温度変化によるハンガーロープ自身の伸びが強制変位量に占める割合が高くなり、活荷重時のハンガー張力や変形状態の精度が低下するため、局所解析と全体解析で、活荷重時に生ずる部材力が等しくなるように補正された温度変化量を用いる必要のあることを示した。また、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析で問題となる、主ケーブル両端の境界条件として、傾斜部に対してヒンジ支持、および中央部に対して固定支持を仮定することで、死荷重時と活荷重時のケーブル張力とハンガー張力や変形状態が再現できることを示した。
- (4) 主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析モデルで必要となる、ケーブルバンドの諸元を来島第三大橋の設計要領に基づいて設定した。また、ケーブルバンドの締め付けによって生ずるバンド内圧を簡易的に試算し、既往の実験結果との比較により、CFRP に発生する可能性のある強度低下に対して安全であることを確認した。
- (5) CFRP の直交異方性に対応するため、CFRP を巨視的直交異方性材料と見なし、直交異方性材料に対する有限変位問題を考慮した構成式を定式化した。また、構成則マトリックスを弾性主軸系から全体座標系に変換する手法を用いて、直交異方性材料の構成式を有限変位問題に対応した有限要素解析コードに導入した。さらに、内圧を受けるリングの微小変位解析および初期応力が導入された固体の剛体回転解析を実施して理論解と比較し、直交異方性材料の構成式を導入した解析コードの妥当性を検証した。
- (6) 主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施するため、局所解析モデルの設定上の仮定を示し、新たに必要となった主ケーブルの死荷重の算出方法を考案した。また、有限要素解析コードに温度応力解析機能も導入した。さらに、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施し、局所解析結果と全体解析結果を比較することにより、考案した局所解析モデルと局所解析手法を用いて吊橋全体の挙動が再現できることを示した。

## 参考文献（第5章）

- 5.1) Carlson, A. D. : Finite Element Analysis of Cables, Proc. 2nd. Int. Offshore Mech. Arct. Engng. Symp., pp.365-371, 1983.
- 5.2) 松田浩, 出水享, 田口保男, 古賀掲維, 上阪康雄: PC 外ケーブル偏向部のフレッチング現象解明のための FEM

- 解析、コンクリート技術シリーズ「PC 鋼筋物の現状の問題点とその対策」に関するシンポジウム論文集、土木学会、pp.321-326、2003。
- 5.3) Hirai, I., Wang, B. and Pilkey, W. D. : An Efficient Zooming Method for Finite Element Analysis, Int. J. of Num. Meth. in Engng., Vol.20, pp.1971-1978, 1984.
- 5.4) 西垣一朗、横張孝志、斎藤直人：三次元形状モデリングをベースとしたズーミング解析システム、日本機械学会第10回計算力学講演会講演論文集、pp.423-424、1997。
- 5.5) 西垣一朗、横張孝志、斎藤直人：三次元形状モデルを用いたズーミング解析システムの開発、日本機械学会論文集A編、Vol.65, No.635, pp.1474-1479, 1999.
- 5.6) 福井幸夫：新素材をケーブルに使用した超長大吊橋の構造検討、海峡横断、Vol.14, pp.19-22, 1998.
- 5.7) 今野信一、山崎伸介、野呂直以、毎熊宏則：炭素繊維ケーブルの強度特性－橋梁構造物への適用性の検討－、橋梁と基礎、99-9, pp.29-32, 1999.
- 5.8) 前田研一、森園康之、中村一史、江口立也、藤野陽三：新素材（FRP）ケーブルを用いた超長大吊橋の構造特性と経済性、構造工学論文集、Vol.46A, pp.1343-1352, 2000.
- 5.9) 本州四国連絡橋公団：上部構造設計基準・同解説、1989。
- 5.10) 川口浩二、福永 効：明石海峡大橋のバンド・ハンガー構造（その1）、本四技報、Vol.18, No.70, pp.22-28, 1994.
- 5.11) 川口浩二、福永 効：明石海峡大橋のバンド・ハンガー構造（その2）、本四技報、Vol.18, No.71, pp.29-34, 1994.
- 5.12) 平野信一、麓 興一郎、薄井稔弘：来島大橋ハンガー・バンドの設計、本四技報、Vol.22, No.85, pp.56-64, 1998.
- 5.13) 本州四国連絡橋公団：来島大橋ケーブルバンド設計要領（案）、1993。
- 5.14) 大橋治一、平山純一：吊橋ピン定着ケーブルバンドの力学特性、構造工学論文集、Vol.42A, pp.937-945, 1996.
- 5.15) 本州四国連絡橋公団：吊橋のケーブルに関する検討、1978。
- 5.16) 今野信一、聖生守雄、高橋稔彦、竹田敏和：超長大吊橋ケーブルに関する検討、本州・北海道架橋シンポジウム、'96.6, pp.167-184, 1996.
- 5.17) 座古 勝、松本金矢：複合材料の挙動解析、朝倉書店、1998.
- 5.18) 小松定夫：構造解析学III 一弾性連続体の解析－、丸善、1986.
- 5.19) 座古 勝：先端複合材料をめぐる諸問題 2. 複合材料の構造設計と有限要素法、材料、Vol.38, No.426, 319-325, 1989.
- 5.20) 座古 勝、辻上哲也、上辻靖智：複合材料の三次元熱応力解析、材料、Vol.43, No.487, pp.402-407, 1994.
- 5.21) 座古 勝、辻上哲也、高野直樹、津村卓也：損傷力学に基づく複合材料用3次元有限要素法の開発、材料、Vol.44, No.502, pp.921-926, 1995.
- 5.22) Zako, M., Takano, N. and Tsumura, T. : Numerical Prediction of Strength of Notched UD Laminates by Analyzing the Propagation of Intra- and Inter-laminar Damage, Material Science Research International, Vol.2, No.2, pp.117-122, 1996.
- 5.23) Lim, T. C., Fujiwara, M., Zako, M., Ramakrishna, S. and Shang, H. M. : Deep Drawing Simulation of Knitted Fabric Composites Considering Geometrical Non-Linearity, Sci. and Engng. of Composite Material, Vol.8, No.2, pp.113-122, 1999.
- 5.24) 上辻靖智、座古 勝：織物複合材料の損傷進展解析、材料、Vol.48, No.9, pp.1029-1034, 1999.
- 5.25) 高野直樹、寺田賢二郎、座古 勝、吉岡智美：均質化法によるテキスタイル複合材料の樹脂浸透係数の評価、日本複合材料学会誌、Vol.26, No.5, pp.171-178, 2000.
- 5.26) 座古 勝、藤原 誠：面内周期性と幾何学的非線形性を考慮した織物繊維強化複合材料の変形挙動解析手法、繊維機械学会誌、Vol.54, No.1, pp.45-52, 2001.
- 5.27) 座古 勝、藤原 誠、Lim, T. C., 坂田誠一郎：編み構造の幾何学的非線形性を考慮した編物複合材料の深絞り成形解析、繊維機械学会誌、Vol.54, No.2, pp.41-48, 2001.
- 5.28) 高野直樹、大西慶弘、西敷和明、座古 勝：均質化法による編物強化熱可塑性プラスチックの深絞り成型解析とその検証、材料、Vol.50, No.5, pp.461-467, 2001.
- 5.29) 高野直樹、座古 勝、岡崎 亨：せん断変形した織布の樹脂浸透テンソルの数値解析、日本機械学会論文集A編、Vol.68, No.668, pp.529-536, 2002.

- 5.30) 上辻靖智, 座古 勝: ミクロ構造を考慮した平織強化複合材料の損傷進展解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.68, No.671, pp.1032-1037, 2002.
- 5.31) 上辻靖智, 座古 勝, 西戸和明: 織物複合材料の損傷進展解析ならびにその場 SEM 観察, 材料, Vol.51, No.10, pp.1147-1153, 2002.
- 5.32) 石原 繁: テンソル 一科学技術のためにー, 裳華房, 1991.
- 5.33) Bathe, K.-J : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall, 1982.

## 第6章 ケーブルバンド部における CFRP の強度評価と Hybrid cable の防食対策

### 6. 1 概説

第5章で述べたように、CFRP は強度特性も直交異方性が卓越するため、これまで吊橋の主ケーブル材として用いられてきた鋼線に比べて引張強度は高いものの、せん断強度は極めて低く、ケーブルバンド部におけるせん断破損が懸念される<sup>61),62)</sup>。このため、本研究では、ケーブルバンド部のハンガー張力によって CFRP に作用するせん断応力の低減を目的として Hybrid cable を考案した。したがって、Hybrid cable の有効性を明らかとするためは、活荷重時における、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部で CFRP に作用する応力の低減効果の把握が必要となる。また、主ケーブルにはハンガー張力のほかにケーブル張力も作用することで多軸応力状態となることから、強度の直交異方性と多軸応力状態を考慮した強度評価が必要となる。一方、ケーブルバンド部におけるせん断応力の低減という、力学的な問題の解決を図るために考案した Hybrid cable であるが、CFRP は導電体であるため、電位差を有する鋼線と直接的に接触し、両者間に水分が凝集すると、局部電池が形成されることによって陽極側の鋼線が電池腐食する可能性を有するという電気化学的な問題を新たに生ずる。したがって、Hybrid cable の超長大吊橋への適用性を検討する上では、鋼線の防食対策を提示する必要もある。

本章では、まず、CFRP の強度評価を実施するため、その直交異方性に対応した破壊規準について、CFRP に代表される繊維強化プラスチックの強度評価に広く用いられる破壊則の概要について示す。特に、破壊則のうち、多軸応力状態を考慮した二次相関規準、二次相関規準の二軸応力状態に対する強度パラメータの決定方法、および本研究において CFRP の強度評価に用いる破壊則について述べる。また、第5章で示した局所解析結果を用いて、超長大吊橋の主ケーブルに Hybrid cable として CFRP を適用した場合、活荷重時のケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力の低減効果の比較と、破壊則を用いた強度評価を行う。さらに、Hybrid cable とすることで新たに問題になると考えられる、CFRP と鋼線間の電食の問題について、その防食対策にも言及した。

### 6. 2 直交異方性材料の破壊則

CFRP に代表される一方向連続繊維強化プラスチックでは、材料が 2 つに分離するなどの破壊と、材料の内部に生ずる繊維と樹脂間の割れなどの微視的な破壊を区別して取り扱われ、特に、後者は微視的な破壊によっても材料の剛性などが低下することから破損と呼ばれる。一般に、これらの材料の強度を考える場合には、これ以上の荷重を負荷すると危険であるという状態を基準に設計を行うため破壊強度を用いることが多い<sup>63)</sup>。したがって、本研究においても、CFRP の強度評価に対しては、巨視的に均質な材料内の応力が一定の値以上になったときに破損が生じるとする巨視的強度評価論<sup>63)</sup>を適用することにする。

設計等で一般に行われているのは、破壊発生時期と破壊位置における応力の算出である。等方性材料においては、強度と破壊機構を知るために最大引張応力、最大圧縮応力、および最大せん断応力の決定のみが必要であるのに対して、CFRP 等の直交異方性材料においては、剛性と強度に対し繊維方向の弾性係数や引張強度など、ただ一つの定数を求めるだけでは十分ではない。したがって、いかなる負荷状態においても破壊を判定する前に応力成分全てを調べなくてはならない。破壊を引き起こした特定の応力成分を指摘することはおそらく全ての応力成分が原因であり得るので困難である。そこで、これら組み合わせ応力の効果を系統的に決定する必要がある<sup>64)</sup>。

このような組み合わせ応力下における、直交異方性材料に適用される破壊則には種々の理論が提案されており、主に、最大応力説、最大ひずみ説、二次相関規準の三つが挙げられる<sup>65)</sup>。最大応力説および最大ひずみ説では、各応力成分による多軸応力状態を考慮せず、応力成分が独立に破壊に関与するものとしているのに対し<sup>64)</sup>、二次相関規準では、多軸応力状態が考慮される。また、直交異方性材料に適用する破壊則の採用実績は、米国で実施された破壊則に関する国際的なアンケート調査<sup>66)</sup>によれば、Fig.6-1 に示すように、最大ひずみ説、あるいは Tsai-Wu 則によって決定した強度パラメータを適用した二次相関基準などがよく用いられている。破壊則の適用範囲については、弾性主軸と主荷重の作用方向が一致する場合には、最大応力（ひずみ）説で実用上十分であり、弾性主軸と主荷重の作用方向が一致しない特性（off-axis 特性）が支配的な場合には、最大応力（ひずみ）説の適用に問題があることが多い。このため、本研究では、破壊則として二次相関規準を用いる。なお、これら破壊則は、CFRP などの一方向に連続繊維強化された直交異方性材料で構成される構造の設計を行うための単なる計算上のモデルであって、その破壊機構の説明に用いることはできない<sup>67)</sup>。即ち、これらの材料の破壊は、繊維破壊、マトリックス破壊、界面破壊、層間剥離、あるいは座屈などの多くの微視的な破壊モードに端を発し、さらに、これら種々のモードは、相互作用して、同時に、そ

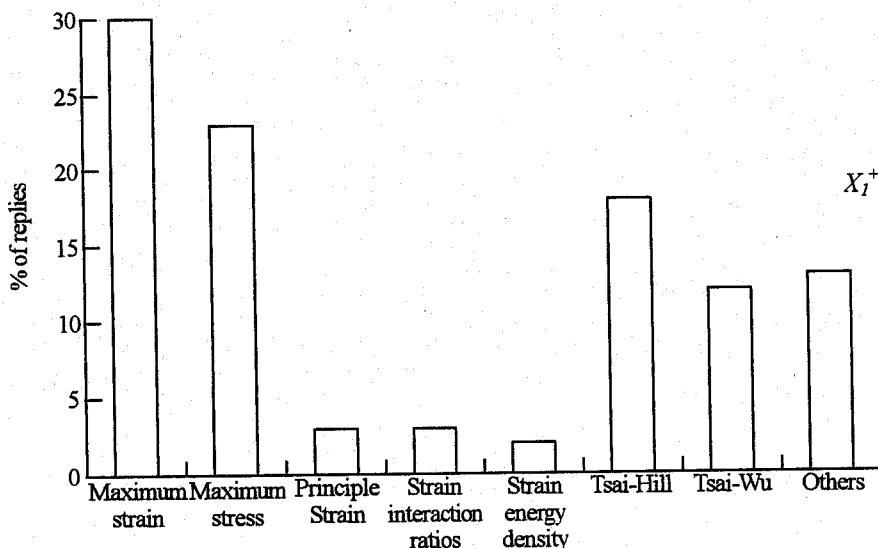


Fig.6-1 AIAA Failure criteria survey response<sup>6,6)</sup>

して連続的に起こり得るため、これらの巨視的強度評価論に基づく破損則によって説明はできない。

以下では、まず、微小ひずみ状態において、巨視的に均質である板状の一向向強化材料（面内等方性材料）を考え、強化材配向方向の強度、強化材直交方向の強度、および面内のせん断強度が既知である場合に関して、巨視的強度評価論のうち二次相関規準の概要、および二次相関規準の強度パラメータの決定方法について示す。

### 6. 2. 1 二次相関規準

二次相関規準は、解析上の取り扱いが容易であるだけでなく、変換、不变性、および対称性に関する規則が含まれ、なおかつ、応力やひずみ成分の相関項を含んだ規準である。また、二次相関規準は、強度パラメータの決定方法の相違によって種々の理論が提案されており<sup>6,8)~6,11)</sup>、最も妥当な形の一つとして、二軸応力場での強度を決定する際の応力成分の相互作用を明白にした Tsai-Wu 則<sup>6,9)</sup>が挙げられる。また、Tsai-Wu 則の提案以降も Tsai-Wu 則を修正した Chamis 則<sup>6,10)</sup>など様々な理論が提案されている。

一般に、二次相関規準は総和規約を用いて式(6.1)で表され、式(6.1)を満足した場合に破損が生ずるとしている。

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i \geq 1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (6.1)$$

ここに、 $F_{ij}$ および $F_i$ ( $i, j = 1, 2, \dots, 6$ )：各弾性主軸系に関して得られた強度を関数とする強度パラメータである。式(6.2)を $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$ とした、平面応力状態で記述すると次式のように成分表示できる。

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 \geq 1 \quad (6.2)$$

### 6. 2. 2 二次相関規準における強度パラメータの決定

式(6.2)に示す、平面応力状態における強度パラメータは、理想化された条件下における、一向向強化材料の材料試験結果に基づいて以下のように算出される<sup>6,12)</sup>。

まず、一向向強化材料の弾性主軸は、Fig.6-2 に示すような直交座標系であるため、強度はせん断応力成分の向きに影響されず、せん断応力の向きを逆に変えても強度は変わらない。しかし、直応力成分の符号を引張から圧縮に変えると、一向向強化材料の強度に大きな影響を与えることが考えられる。このため、式(6.1)および(6.2)において一次のせん断応力を含むすべての項が消去されなければならない。その様な項は、式(6.2)においては、 $F_{16}\sigma_1\sigma_6$ ,  $F_{26}\sigma_2\sigma_6$  および  $F_6\sigma_6$  の 3 つであり、応力成分は一般に 0 でないことから、次式が満足されなければならない。

$$F_{16} = F_{26} = F_6 = 0 \quad (6.3)$$

平面応力状態にある一向向強化材料の強度パラメータ  $F_{ij}$  および  $F_i$  は、強化材配向方向および強化材直角方向の単軸圧縮試験と単軸引張試験、および面内純せん断試験を実施することにより、そのうちの 5 つまでは容易に求めることができる。即ち、Fig.6-2 において、1 軸方向の引張試験と圧縮試験を行い、各々の強度  $X_1^+$  および  $X_1^-$  が得られると、式(6.2)に  $\sigma_i = X_1^+$  あるいは  $\sigma_i = X_1^-$ 、および  $\sigma_2 = \sigma_6 = 0$  を代入することで次の連立方程式が得られる。

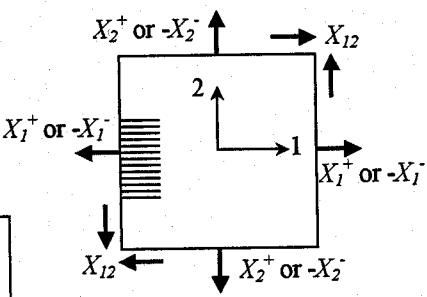


Fig.6-2 Definition of principal axis system and the strength

$$\begin{cases} F_{11}X_1^{+2} + F_1X_1^+ = 1 \\ F_{11}X_1^{-2} - F_1X_1^- = 1 \end{cases} \quad (6.4)_{1,2}$$

式(6.4)を強度パラメータについて解けば、それぞれ次式が得られる。

$$F_{11} = \frac{1}{X_1^+X_1^-}, \quad F_1 = \frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-} \quad (6.5)$$

同様に、Fig.6-2 に示す 2 軸方向の引張試験と圧縮試験を行い、各々の強度  $X_2^+$  及び  $X_2^-$  が得られると、強度パラメータは式(6.5)と同様の手続きによって次のように得られる。

$$F_{22} = \frac{1}{X_2^+X_2^-}, \quad F_2 = \frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-} \quad (6.6)_{1,2}$$

また、純せん断試験を行い、純せん断強度  $X_{12}$  が得られると、式(6.2)に  $\sigma_6 = X_{12}$  あるいは  $\sigma_6 = -X_{12}$ 、および  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$  を代入することで、次式が得られる。

$$X_{12}^2 F_{66} = 1 \quad (6.7)$$

式(6.7)を強度パラメータ  $F_{66}$  について解くと次式が得られる。

$$F_{66} = \frac{1}{X_{12}^2} \quad (6.8)$$

以上の一連の手続きで唯一求まっていないのが、二軸応力状態における応力成分の相互干渉作用を表す強度パラメータ  $F_{12}$  であり、 $F_{12}$  を求めるための方法として二軸試験を実施することが考えられる。しかしながら、一方強化材料に対する二軸試験は一般に容易ではないため、通常は実験以外の理論的な方法で  $F_{12}$  が評価される<sup>6.12)</sup>。これらの方針として 3 つの代表的な手法がある。各々の手法について以下に示す。

### (1) Tsai-Hill 則

Hill の金属材料に対する直交異方性降伏条件は、von Mises の金属材料に対する等方性降伏条件を拡張することにより次式で表される。

$$(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (F+G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\sigma_4^2 + 2M\sigma_5^2 + 2N\sigma_6^2 = 1 \quad (6.9)$$

ここに、 $F, G, H, L, M$ 、および  $N$ ：それぞれ強度パラメータである。

S. W. Tsai は、式(6.9)に基づいて、一方強化材料において面外等方性を想定し、平面応力状態での Hill の破損則を簡単化している。まず、単軸引張状態における 1, 2 および 3 軸方向の強度パラメータは、式(6.9)に  $\sigma_1 = X_1^+$ ,  $\sigma_2 = X_2^+$ , あるいは  $\sigma_3 = X_3^+$  を代入し、これ以外の応力成分を全て 0 とおくことにより、それぞれ次式が得られる。

$$G+H = \frac{1}{X_1^{+2}}, \quad F+H = \frac{1}{X_2^{+2}}, \quad F+G = \frac{1}{X_3^{+2}} \quad (6.10)_{1 \sim 3}$$

ここで、面内等方性  $X_2^+ = X_3^+$  を考慮すると、式(6.10)より次の関係が得られる。

$$H = G = \frac{1}{2X_1^{+2}} \quad (6.11)$$

また、1-2 面内に対する純せん断試験から次の関係が得られる。

$$N = \frac{1}{2X_{12}^2} \quad (6.12)$$

以上を式(6.9)に代入すると、平面応力状態に対する Tsai-Hill 則は次式で表される。

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_1^+}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{(X_1^+)^2} + \left(\frac{\sigma_2}{X_2^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{X_{12}}\right)^2 \geq 1 \quad (6.13)$$

式(6.2)と式(6.13)を比較すると、Tsai-Hill 則における強度パラメータの相互干渉項が次式で表されることが分かる。

$$F_{12} = \frac{1}{2(X_1^+)^2} \quad (6.14)$$

しかしながら、Tsai-Hill 則では、純二次式を用いているため、一般的に引張強度と圧縮強度が異なるという、一方強化材料の本質的な特性に対する矛盾が生じる。

## (2) Hoffman 則

Hoffman 則<sup>68)</sup>は二次相関規準の一次成分を導入することで、 Tsai-Hill 則における圧縮強度と引張強度の相違を考慮できない矛盾を克服しており、 三次元応力状態に対して次式で表される。

$$C_1(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + C_2(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + C_3(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + C_4\sigma_1 + C_5\sigma_2 + C_6\sigma_3 + C_7\sigma_4^2 + C_8\sigma_5^2 + C_9\sigma_6^2 \geq 1 \quad (6.15)$$

ここで、  $C_i$  ( $i=1,2,3,\dots,9$ ) : Hoffman 則における強度パラメータである。

まず、 1 軸方向の単軸引張試験により 1 軸方向の引張強度  $X_1^+$  が得られたとすると、 単軸引張状態において式(6.15)は次のように表される。

$$(C_2 + C_3)X_1^+ + C_4 = \frac{1}{X_1^+} \quad (6.16)$$

同様に 1 方向の単軸圧縮状態において、 式(6.15)は次式で表される。

$$(C_2 + C_3)X_1^- - C_4 = \frac{1}{X_1^-} \quad (6.17)$$

式(6.16)および(6.17)より、 強度パラメータは次式で表される。

$$C_4 = \frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-}, \quad C_2 + C_3 = \frac{1}{X_1^+ X_1^-} \quad (6.18)_{1,2}$$

式(6.18)と同様の手続きにより、 次式も成立する。

$$C_5 = \frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-}, \quad C_1 + C_3 = \frac{1}{X_2^+ X_2^-} \quad (6.19)_{1,2}$$

$$C_6 = \frac{1}{X_3^+} - \frac{1}{X_3^-}, \quad C_1 + C_2 = \frac{1}{X_3^+ X_3^-} \quad (6.20)_{1,2}$$

一方向強化材料を想定し、 2 および 3 軸方向の強度が等しいとすれば、 式(6.19)および(6.20)はまとめて次式で表される。

$$C_1 = \frac{1}{X_2^+ X_2^-} - \frac{1}{2X_1^+ X_1^-}, \quad C_2 = C_3 = \frac{1}{2X_1^+ X_1^-} \quad (6.21)$$

また、 1-2 面内における純せん断試験により、 純せん断強度  $X_{12}$  が得られたとすれば、 式(6.15)の強度パラメータ  $C_9$  は次式で表される。

$$C_9 = \frac{1}{X_{12}^2} \quad (6.22)$$

以上から、 平面応力状態における Hoffman 則は次式で表される。

$$\frac{\sigma_1^2}{X_1^+ X_1^-} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_1^+ X_1^-} + \frac{\sigma_2^2}{X_2^+ X_2^-} + \left( \frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-} \right) \sigma_1 + \left( \frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-} \right) \sigma_2 + \left( \frac{\sigma_6}{X_{12}} \right)^2 = 1 \quad (6.23)$$

Hoffman 則における相互干渉項は次式で表される。

$$F_{12} = -\frac{1}{2X_1^+ X_1^-} \quad (6.24)$$

式(6.24)は、 次に述べる Tsai-Wu 則の特別な場合となっている。

## (3) Tsai-Wu 則

Tsai-Wu 則<sup>69)</sup>は、 以下に示すように、 二次相関規準の応力成分の相互干渉に対する強度パラメータを決定する際の応力成分の相互干渉効果を明白にした手法である。 二次相関規準は等方性材料における von Mises 則の拡張であり<sup>64)</sup>、 平面応力状態における等方性材料に対する von Mises の降伏条件は次式で表される。

$$\left( \frac{\sigma_1}{X_y} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_y^2} + \left( \frac{\sigma_2}{X_y} \right)^2 = 1 \quad (6.25)$$

$X_y$  は降伏応力であり、  $x = \sigma_1/X_y, y = \sigma_2/X_y$  を用いて置換すると、 式(6.25)は次式で表される。

$$x^2 - xy + y^2 = 1 \quad (6.26)$$

式(6.26)は、  $x=y=0$  を原点とする橿円を表す式であり、 長軸は  $x$  軸と  $45^\circ$  の傾きをなす。 即ち、 式(6.2)が式(6.26)で表される場合、 二次相関規準は等方性材料における von Mises 則の拡張と考えることができる。 式(6.2)に示す二次相関

Table 6-1 Strength parameters of failure criteria

Failure criteria	Tsai-Hill	Hoffman	Tsai-Wu
Equation	$F_y \sigma_i \sigma_j \geq 1$	$F_y \sigma_i \sigma_j + F_i \sigma_i \geq 1$	$F_y \sigma_i \sigma_j + F_i \sigma_i \geq 1$
$F_{11}$	$\frac{1}{X_1^2}$	$\frac{1}{X_1^+ X_1^-}$	$\frac{1}{X_1^+ X_1^-}$
$F_{22}$	$\frac{1}{X_2^2}$	$\frac{1}{X_2^+ X_2^-}$	$\frac{1}{X_2^+ X_2^-}$
$F_{12}$	$-\frac{1}{2X_1^2}$	$-\frac{1}{2X_1^+ X_1^-}$	$\frac{F_{12}^*}{\sqrt{X_1^+ X_1^- X_2^+ X_2^-}}$
$F_{12}^*$			$-1 < F_{12}^* < 1$
$F_{66}$	$\frac{1}{X_{12}^2}$	$\frac{1}{X_{12}^2}$	$\frac{1}{X_{12}^2}$
$F_1$		$\frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-}$	$\frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-}$
$F_2$		$\frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-}$	$\frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-}$

規準が直応力成分の平面において閉じた曲線を示すには、橢円となることが必要である。即ち、この曲線は強度が無限大となる矛盾を避けるために閉じていなくてはならない<sup>64)</sup>。式(6.26)が橢円になるためには、半別式の値が次式を満足する必要がある。

$$F_{11} F_{22} - F_{12}^2 > 0 \quad (6.27)$$

式(6.27)を解くと、次式で表される。

$$-\sqrt{F_{11} F_{22}} < F_{12} < \sqrt{F_{11} F_{22}} \quad (6.28)$$

ここで、次式のように無次元化された強度パラメータを考える。

$$F_{12}^* = \frac{F_{12}}{\sqrt{F_{11} F_{22}}} = F_{12} \sqrt{X_1^+ X_1^- X_2^+ X_2^-} \quad (6.29)$$

したがって、式(6.29)を用いると、式(6.28)は次式で表される。

$$-1 < F_{12}^* < 1 \quad (6.30)$$

Tsai-Wu 則では、 $F_{12}$ の決定について、式(6.30)の範囲の自由な材料定数として考慮している。十分な実験値がない場合には、式(6.24)に示す Hoffman 則により、 $F_{12}^* = -0.5$ をとることを提案している<sup>69)</sup>。

以上に示した、各破損則の平面応力状態に対する二次相関規準における強度パラメータを Table 6-1 に比較して示す。

### 6. 2. 3 本研究で CFRP の強度評価に適用する破損則

有限要素法によって一方向強化材料で構成される構造の巨視的な強度評価を実施する場合、一方向強化材料特有の引張強度と圧縮強度の相違が考慮できること、および多軸応力状態における応力の相互干渉効果を考慮できることから、Hoffman 則<sup>613)~618)</sup>や Tsai-Wu 則<sup>619)~621)</sup>によって決定した強度パラメータを用いた二次相関基準を適用した研究が報告されるが、採用実績としては Tsai-Wu 則が最も多い<sup>64)</sup>。そこで、本研究では、CFRP の強度評価に適用する破損則として、Tsai-Wu 則により強度パラメータを決定した二次相関規準を用いることとする。したがって、3 次元連続体有限要素に対して、Tsai-Wu 則を適用することを考慮して、次式で表される二次相関基準を用いて強度評価を行う。

$$F_1^i T_{11}^{i^2} + F_2^i T_{22}^{i^2} + F_{33}^i T_{33}^{i^2} + F_{12}^i T_{11}^{i^2} T_{22}^{i^2} + F_{23}^i T_{22}^{i^2} T_{33}^{i^2} + F_{31}^i T_{33}^{i^2} T_{11}^{i^2} \\ + F_1^i T_{11}^{i^2} + F_2^i T_{22}^{i^2} + F_3^i T_{33}^{i^2} + F_{44}^i T_{12}^{i^2} + F_{55}^i T_{23}^{i^2} + F_{66}^i T_{31}^{i^2} \geq 1 \quad (6.31)$$

ここに,  $T_{ij}^*(i,j=1,2,3)$ : インクリメント  $i$  の収束点における Cauchy 応力に対する有効応力テンソル成分である。  
また, 式(6.31)において, 相互干渉項  $F_{12}$ ,  $F_{23}$  および  $F_{31}$  以外の強度パラメータ  $F_{ij}$  と  $F_i$  ( $i,j=1,2,3$ ) は Tsai-Wu 則によれば次式で表される。

$$F_1 = \frac{1}{X_1^+} - \frac{1}{X_1^-}, \quad F_2 = \frac{1}{X_2^+} - \frac{1}{X_2^-}, \quad F_3 = \frac{1}{X_3^+} - \frac{1}{X_3^-}, \quad F_{11} = \frac{1}{X_1^+ X_1^-}, \quad F_{22} = \frac{1}{X_2^+ X_2^-}, \quad F_{33} = \frac{1}{X_3^+ X_3^-}$$

$$F_{44} = \frac{1}{X_{12}^2}, \quad F_{55} = \frac{1}{X_{23}^2}, \quad \text{および} \quad F_{66} = \frac{1}{X_{31}^2} \quad (6.32)_{1 \sim 9}$$

ここに,  $X_i^+$  ( $i=1,2,3$ ): Fig.6-3 に示した, 直交異方性材料の弾性主軸系の各軸方向に関する引張強度,  $X_i^-$  ( $i=1,2,3$ ): 弾性主軸系の各軸方向に関する圧縮強度, および  $X_{ij}$  ( $i,j=1,2,3$ ): 弾性主軸系の各面内の純せん断強度である。  
さらに, 面内の直応力 2 成分の相互干渉作用を示す強度パラメータは, 二軸応力状態の強度が得られていないものとみなして, 式(6.29)において,  $F_{12}^* = -0.5$ ,  $F_{23}^* = -0.5$ ,  $F_{31}^* = -0.5$  を適用し, 次式を用いて表す<sup>6.21)</sup>.

$$F_{12} = -\frac{1}{2\sqrt{X_1^+ X_1^- X_2^+ X_2^-}}, \quad F_{23} = -\frac{1}{2\sqrt{X_2^+ X_2^- X_3^+ X_3^-}}, \quad F_{13} = -\frac{1}{2\sqrt{X_1^+ X_1^- X_3^+ X_3^-}} \quad (6.33)_{1 \sim 3}$$

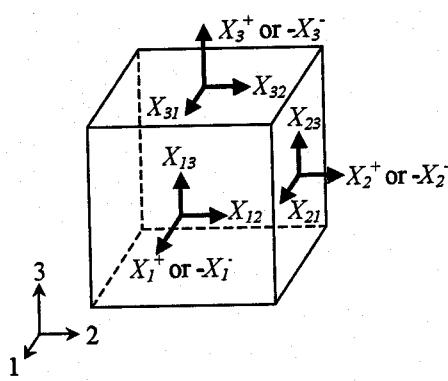


Fig.6-3 Definition of principal axis system and the strength in three-dimensional space

Table 6-2 Safety factor and allowable stress of CFRP

Ultimate strength (kN/m <sup>2</sup> )		Safety factor	Allowable stress (kN/m <sup>2</sup> )
Tensile strength	$X_1^+$	2290000	2.5
	$X_2^+$	80000	2.5
	$X_3^+$	80000	2.5
Compressive strength	$X_1^-$	1760000	2.5
	$X_2^-$	327000	2.5
	$X_3^-$	327000	2.5
Shear strength	$X_{12}$	32000	5
	$X_{23}$	32000	5
	$X_{31}$	32000	5

### 6. 3 CFRP に作用する応力の低減効果と破損則を用いた強度評価

第3章で述べた, 本研究で試設計した超長大吊橋の主ケーブルに CFRP を Hybrid cable として適用した場合に, ケーブルバンド部で CFRP に作用する応力の低減効果を把握するため, 第5章で述べた, 主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用してモデル化した各解析ケースに対する局所解析結果に対して, CFRP の各弾性主軸系で生ずる, 引張応力と圧縮応力の最大値, およびせん断応力の絶対値の最大値をそれぞれの成分に対応する許容応力で除した無次元パラメータとして, 正規化応力を定義した。また, 多軸応力状態を考慮して CFRP の破損に対する強度を評価するため, 式(6.31)左辺で表される Tsai-Wu 則による破損判定値の最大値  $F_{max}$  を定義した。なお, 許容応力の算出に必要な CFRP の安全率は直応力成分に対して 2.5 およびせん断応力成分に対して 5.0 を適用した。また, 安全側の強度評価を行うため, 式(6.32)および(6.33)に示す, Tsai-Wu 則の強度パラメータは強度に代えて許容応力を用いて算出した。CFRP の各弾性主軸方向の強度に対する安全率と許容応力を Table 6-2 に示す。

傾斜部と中央部について, 第5章で述べた, 解析ケース Type-sc, Type-H1, Type-H2, および Type-H3 の正規化応力の変化を Fig.6-4 に示す。また, Type-sc, Type-H1, Type-H2, および Type-H3 の破損判定値の最大値の変化を Fig.6-5 に示す。なお, 主ケーブルの要素分割と弾性主軸 (局所座標系) の関係を Fig.6-6 に示す。また, Fig.6-4 において, ケーブル軸方向の圧縮応力は発生しないため省略し, ケーブル軸直交方向の引張応力は有限要素解析上は発生するものの, 実際の主ケーブル構造では発生しないため省略した。ただし, 正規化応力が 1.0 を下回ることは確認している。

Fig.6-4 より, 主ケーブルの全断面を CFRP で構成した解析ケース Type-sc のみがせん断応力成分  $T_{12}^*$  に対する正規化応力の最大値が 1.0 を超過し, これ以外の成分は全て 1.0 を下回ることが分かる。また, Hybrid cable とした解析ケース Type-H1, H2 と H3 のせん断応力  $T_{12}^*$  と  $T_{31}^*$  に対する正規化応力はケーブル外郭に鋼線を配置することで劇的に低下することも分かる。さらに, 傾斜部と中央部の Hybrid cable を適用した解析ケースのせん断応力成分  $T_{12}^*$  に対する正規化応力に着目すると, 傾斜部では CFRP の断面積の増大に伴ってこれらの正規化応力が低下するのに対して, 中央部

では CFRP の断面積の増大に伴ってこれらの正規化応力が増大する。この原因として、局所解析モデルの CFRP と鋼線間を剛結と仮定したことにより、傾斜部では、活荷重時のハンガー張力のケーブル軸方向成分によって層間せん断応力が生じたため、CFRP の表面積が最小、かつハンガー張力が Hybrid cable の解析ケースで最大である、解析ケース Type-H1 の  $T_{12}^*$  に対する正規化応力が増大したことが考えられる。これに対して、中央部はケーブル軸がほぼ水平であり、ハンガー張力によるケーブル軸方向の分力は作用せず、ハンガー張力による直接的なせん断の影響が大きいため、鋼線部の断面積が低下するほど CFRP 部に作用するせん断応力が増大したことが考えられる。なお、Hybrid cable の解析ケースで CFRP の断面積が低下するとハンガー張力が増大するのは、吊橋全体のねじれ剛性を向上させるため、補剛桁断面を増大させたことに伴い、補剛桁重量が増大したことによる<sup>622)</sup>。一方、Fig.6-5 より、Tsai-Wu 則による破損判定値の最大値は、傾斜部と中央部のいずれにおいても、全断面 CFRP で構成した Type-sc は 1.0 を超過するが、Hybrid cable を用いた場合は全て 1.0 を下回ることが分かる。また、Fig.6-4 と比較すると、破損判定値の変化の傾向は、 $T_{12}^*$  に対する正規化応力の変化と類似であり、CFRP の破損がせん断応力成分  $T_{12}^*$  によって支配されると考えられる。

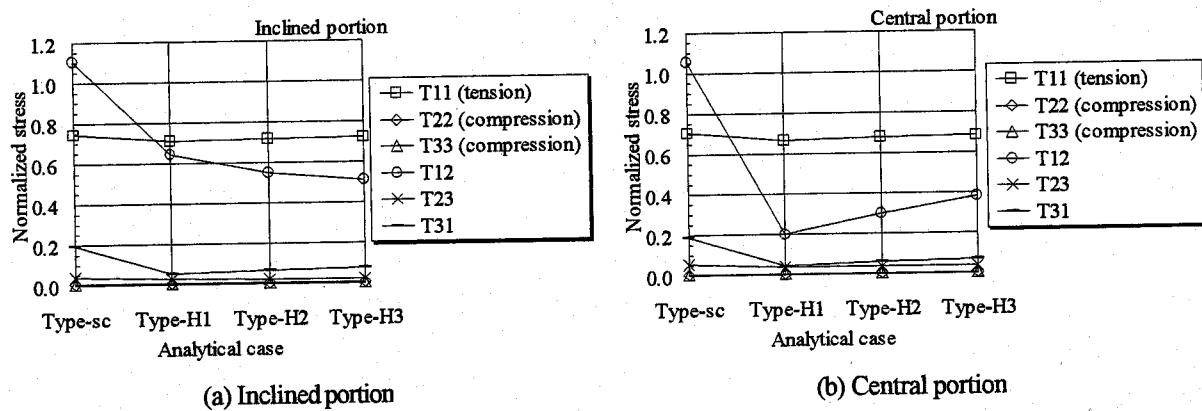


Fig.6-4 Normalized stress in each analytical case

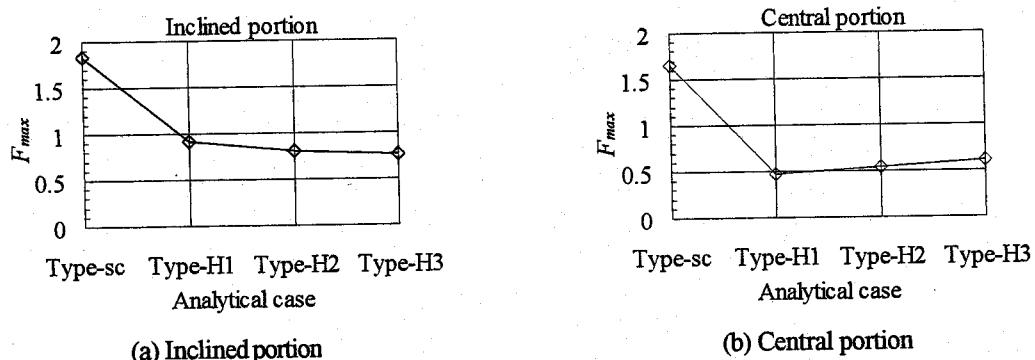


Fig.6-5 Maximum value of failure judgment in each analytical case

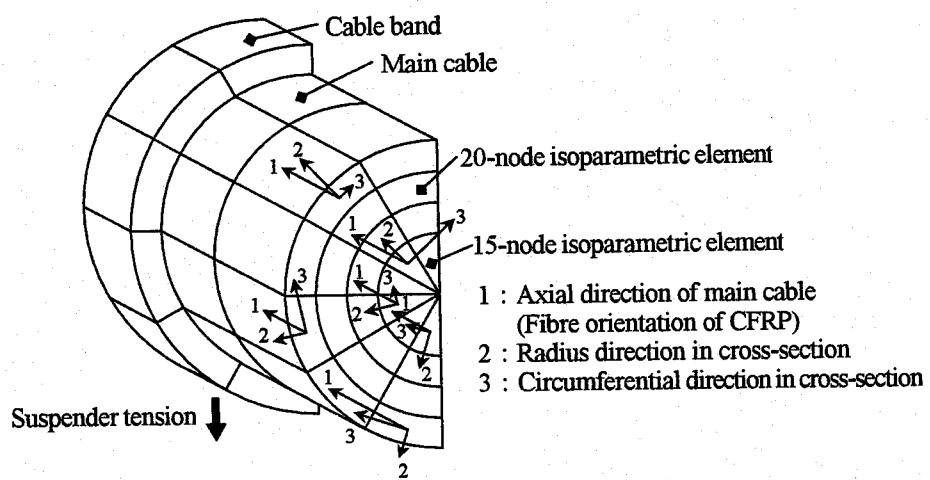


Fig.6-6 Relation between local coordinate system and division of finite elements

#### 6.4 Hybrid cable における鋼線と CFRP 間の防食対策

CFRP を Hybrid cable として超長大吊橋主ケーブルに適用する場合、以上で議論した力学的な問題のほかに、Hybrid cable 断面内の CFRP と鋼線が接触する箇所で鋼線が電池腐食する可能性を有するという、電気化学的な問題を新たに生ずる。これは、高密度で炭素繊維を含有した CFRP は、導電体である炭素繊維と絶縁体である樹脂層が分離しているのではなく、CFRP として一つの導電体となっているため<sup>623)</sup>、Fig.6-7 に示すように、CFRP が雨水や海水等の電解質の介在下で異なる電位を持った鋼線等の金属と接触すると、そのイオン化傾向の差によって起電力が発生、即ち、局部電池を形成し、陽極側である金属に電池腐食を発生する<sup>624)~629)</sup>。このため、CFRP と鋼線が接触する箇所では、何らかの防食対策を施す必要がある。CFRP と接する金属の電池腐食に対する防食対策として、Haga ら<sup>630)</sup>は CFRP とアルミ合金シートで積層されたスーパー・ハイブリッド複合材料 (CFRP/AI) を水中で使用する場合の防食対策として、両者間に KFRP で製作した絶縁層を介在させる方法を考案している。また、一般的には、CFRP と電解質の間にコーティング、シーラントを介在させる手法が採用されることが多い<sup>624)</sup>。これらの防食対策を参考として、Hybrid cable を超長大吊橋の主ケーブルに適用する場合、CFRP と鋼線間の防食対策として以下が考えられる。

- [1] 主ケーブル内の換気を行い、主ケーブル内に水分が凝集しないようにする。
- [2] Fig.6-8 に示すように、鋼線の表面にエポキシをコーティングし、CFRP と電気的に絶縁する。
- [3] Fig.6-9 に示すように、CFRP と鋼線間に AFRP で製作された絶縁ストランド配置し、両者を電気的に絶縁する。なお、これら防食対策の有効性は、確性実験等を通して明らかにする必要がある。また、上記の対策とは別に、近年、CFRP の強化材である炭素繊維とほぼ同等の比重であり、炭素繊維よりさらに高強度、高弾性で、導電性のない繊維として PBO (ポリパラフェニレンベンゾビスオキサゾール) 繊維<sup>631)632)</sup>が開発されており、PBO 繊維強化プラスチック製ケーブルの超長大吊橋への適用も考えられる。

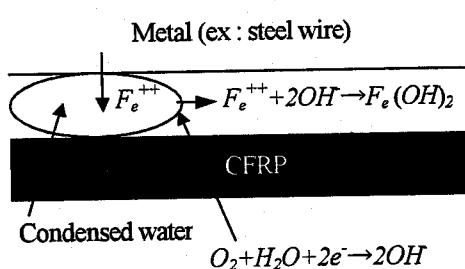


Fig.6-7 System of galvanic corrosion between CFRP and metals

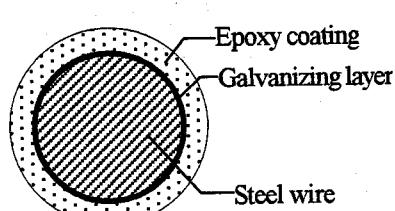


Fig.6-8 Cross-section of insulated steel wire

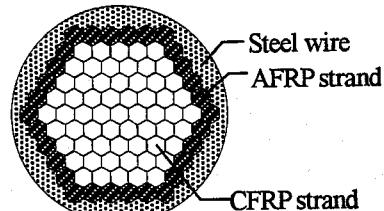


Fig.6-9 Cross-section of insulated Hybrid cable

#### 6.5 結論

本章では、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析結果に対して、CFRP に作用する応力の低減効果の把握と、多軸応力状態を考慮した強度評価を実施するにあたり、CFRP の直交異方性と多軸応力状態を考慮した破損則について述べた。また、第 5 章で示した、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析結果に対して、CFRP に作用する応力の低減効果の把握と破損則を用いた強度評価を実施した。さらに、Hybrid cable の構造上、問題となる鋼線の電池腐食に対する防食対策を推奨した。本章で得られた成果を以下に要約する。

- (1) 直交異方性材料の巨視的強度評価論に基づいた強度評価に用いられる破損則について示し、CFRP の強度評価に適用する破損則として、多軸応力状態が考慮できる二次相関規準の採用を決定した。さらに、二次相関規準の強度

パラメータの決定方法として、CFRP の引張強度と圧縮強度の相違が考慮できること、および二軸応力状態に対する強度パラメータの決定方法が明確であることから、Tsai-Wu 則を適用することを決定した。

- (2) 第5章で示した、ケーブルバンド近傍を対象とした局所解析に対して、正規化応力を用いて CFRP に作用するせん断応力の低減効果を比較した結果、Hybrid cable として CFRP を超長大吊橋の主ケーブルに適用すると、ケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力が劇的に低下することを示した。
- (3) 第5章で示した、ケーブルバンド近傍を対象とした局所解析結果を用いて、ケーブルバンド近傍の CFRP に対して Tsai-Wu 則を用いた強度評価を実施し、Hybrid cable として CFRP を超長大吊橋の主ケーブルに適用すると、多軸応力状態を考慮した破損判定値は劇的に低下することを示した。同時に、破損判定値は CFRP に作用するせん断応力によって支配されることも示した。
- (4) CFRP を Hybrid cable として超長大吊橋主ケーブルに適用する場合に問題となる、CFRP と鋼線が接触する箇所での鋼線の電池腐食に対する防食対策として、主ケーブル内の換気を行った上で、両者間に AFRP 等の絶縁ストランドを介在させる方法、鋼線の表面をエポキシ樹脂等の絶縁材料でコーティングする対策が推奨できる。

#### 参考文献 (第6章)

- 6.1) 今野信一、聖生守雄、高橋稔彦、竹田敏和：超長大吊橋ケーブルに関する検討、本州・北海道架橋シンポジウム論文集、pp.167-184、1996.
- 6.2) 徳光 卓、桶野勝巳、丸山久一、睦好宏史：外ケーブル用マルチタイプ連続繊維補強材の定着システムと曲げ引張性状、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.15, No.2, pp.813-816, 1993.
- 6.3) 三木光範、福田武人、元木信弥、北條正樹：複合材料（機械システム入門シリーズ），共立出版、1997.
- 6.4) 座古 勝、倉敷哲生：複合材料力学入門 第10章 複合材料の強度則、日本複合材料学会誌、Vol.23, No.4, pp.144-150, 1997.
- 6.5) Echaabi, J., Trochu, F. and Gauvin, E. : Review of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials, Polymer Composites, Vol.17, No.6, pp.786-798, 1996.
- 6.6) Soni, S. R. : A Comparative Study of Failure Envelopes in Composite Laminates, J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol.2, pp.34-42, 1983.
- 6.7) Tsai, S. W. and Hahn, H. T. (藤井太一 監訳)：複合材料の強度解析と設計入門、日刊工業新聞社、1986.
- 6.8) Hoffman, O. : The Brittle Strength of Orthotropic Materials, J. of Composite Materials, Vol.1, pp.200-207, 1967.
- 6.9) Tsai, S. W. and Wu, E. M. : A General Theory of Strength for Anisotropic Materials, J. of Composite Materials, Vol.5, pp.58-80, 1971.
- 6.10) Chamis, C.C. : Simplified Composite Micromechanics for Predicting Microstresses, J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol.6, pp.268-289, 1987.
- 6.11) Pang, S.-S., Bradshaw, R. D. and Pandian, A. : Modified Expression of the Tsai-Wu Failure Criterion for Fiber-reinforced Composite Laminates, Plastics and Plastic Composite, ASME, Vol.29, pp.243-257, 1991.
- 6.12) Gommers, B., Verpoest, I. and Van Houtte, P. : Determination of the Mechanical Properties of Composite Materials by Tensile Tests. Part II, Strength Properties, J. of Composite Materials, Vol.32, No.2, pp.102-122, 1998.
- 6.13) 座古 勝、辻上哲也、高野直樹、津村卓也：損傷力学に基づく複合材料用3次元有限要素法の開発、材料、Vol.44, No.502, pp.921-926, 1995.
- 6.14) Zako, M., Takano, N. and Tsumura, T. : Numerical Prediction of Strength of Notched UD Laminates by Analyzing the Propagation of Intra- and Inter-laminar Damage, Material Science Research International, Vol.2, No.2, pp.117-122, 1996.
- 6.15) 上辻靖智、座古 勝：織物複合材料の損傷進展解析、材料、Vol.48, No.9, pp.1029-1034, 1999.
- 6.16) 上辻靖智、座古 勝：ミクロ構造を考慮した平織強化複合材料の損傷進展解析、日本機械学会論文集A編、Vol.68, No.671, pp.1032-1037, 2002.
- 6.17) 上辻靖智、座古 勝、西敷和明：織物複合材料の損傷進展解析ならびにその場SEM観察、材料、Vol.51, No.10, pp.1147-1153, 2002.
- 6.18) Oplinger, D. W. and Serabian, S. M. : An Experimental and Finite Element Investigation into the Mechanical Response of 0/90 Pin-Loaded Laminates, J. of Composite Materials, Vol.21, pp.631-649, 1987.
- 6.19) Zocher, M. A. and Allen, D. H. : Evaluation of First Ply Failure in a Three-Dimensional Load space, J. of Composite

- Materials, Vol.29, No.12, pp.1649-1678, 1995.
- 6.20) Sun, H. -Y and Qiao, X.: Prediction of the Mechanical Properties of Three-Dimensionally Braided Composites, Composites Science and Technology, Vol.57, pp.623-629, 1997.
- 6.21) Goswami, S. : Failure Analysis of Polymer Composite Stiffened Laminates Using the Finite Element Method, J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol.18, No.1, pp.2-14, 1999.
- 6.22) 武 伸明: 超長大吊橋の合理的構造と新素材ケーブルの応用に関する研究, 大阪大学学位論文, 2000.
- 6.23) 中井 博, 北田俊行, 鳩山正幸, 三田村武, 小林 剛, 島本 明: 新素材と鋼線とで構成されるハイブリッド・ケーブル素線の特性, 材料, Vol.48, No.6, pp.623-628, 1999.
- 6.24) 中村 実: 炭素繊維強化複合材料の接合技術, 工業材料, Vol.35, No.10, pp.142-148, 1987.
- 6.25) 島内勝則: CFRP と接着, ジョイティック, Vol.5, No.10, pp.25-31, 1989.
- 6.26) Bellucci, F. and Capobianco, G.: Corrosion Characteristics of Composite/Metallic Material Couples, Br. Corros. J., Vol.24, No.3, pp.219-221, 1989.
- 6.27) Boyd, J., Chang, G., Webb, W. and Speak, S.: Galvanic Corrosion Effects on Carbon Fiber Composites, Proc. of 36th Int. SAMPE Symp., pp.15-18, 1991.
- 6.28) Hihara, L. H. and Latamision, R. M. : Galvanic Corrosion of Aluminum-Matrix Composites, Corrosion, Vol.48, No.7, pp.546-552, 1992.
- 6.29) Mantong, G., Changgan, X., Zeyi, D. and Tiemin, W. : Contact Corrosion Between Carbon Fiber Reinforced Composite Materials and High-strength Metals, Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica (Hangkong Xuebao), Vol.14, No.12, 1993.
- 6.30) Haga, O., Koyama, H. and Kawada, K. : Mechanical Properties of a New Type Super Hybrid Material, Adv. Composite Mater., Vol.5, No.2, pp.139-149, 1996.
- 6.31) 吳 智深, 岩下健太郎, 林 啓司, 樋口哲郎, 村上信吉, 小関徳昭: PBO 連続繊維シート緊張接着による RC 曲げ部材の補強法, 日本複合材料学会誌, Vol.28, No. 4, pp.146-155, 2002.
- 6.32) Wu, Z. S., Iwashita, K., Hayashi, K., Higuchi, T., Murakami, S. and Koseki, Y. : Strengthening PC Structures with Externally Prestressed PBO Fiber Sheets, Proc. of Int. Conf. on FRP Composites in Civil Engng., Hong Kong, pp.1085-1092, 2001.

## 第7章 結論

### 7. 1 研究成果の総括

本論文では、超長大吊橋を経済的、合理的に実現するため、主ケーブル材料として CFRP を適用することに着目し、適用上の問題となるケーブルバンド部におけるせん断破損に対応するため、CFRP の外郭に鋼線を配置した Hybrid cable を考案した。また、Hybrid cable の有効性を示すため、超長大吊橋主ケーブルの力学的、構造的な特徴が表現できる有限要素解析手法を考案した。さらに、考案した解析手法を用いて、活荷重時におけるケーブルバンド近傍の主ケーブルの応力解析を実施し、ケーブルバンド部における CFRP のせん断破損に対して Hybrid cable が有効であることを明らかとした。

以下では、本研究で得られた成果を章ごとに示す。

第1章では、超長大吊橋の主ケーブル材として CFRP を適用することに着目した経緯と適用上の問題点について述べた。日本国内および世界各地に構想される超長大吊橋を概観し、社会基盤の充実のためには中央支間長 3000m 級の超長大吊橋が必要とされており、その実現には経済性と合理性が要求されるため、特に、主ケーブル材には軽量な材料を適用するのが有効であることを示した。また、軽量な材料として FRP に着目し、各種 FRP と鋼材について、吊橋主ケーブルの機械的特性として重要である弾性係数と引張強度を比較し、PAN 系の CFRP は、これまでの吊橋主ケーブル材として用いられてきた鋼線とほぼ同等の弾性係数を有し、鋼線に比べて引張強度の高いことを示した。さらに、FRP の橋梁主部材への適用状況を示し、現状では、超長大吊橋の主ケーブル材料として PAN 系の CFRP が最も適用性の高いことを示した。一方で、CFRP を超長大吊橋の主ケーブル材として適用する場合の問題点に触れ、このうち、CFRP のせん断強度の低さに起因して、ケーブルバンド部での CFRP のせん断破損が懸念されることを指摘し、ケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力の低減を目的として、主ケーブルの外郭に鋼線を配置した Hybrid cable を考案した。

第2章では、アンラップトおよびラップトケーブルのケーブルバンド近傍における力学挙動の解明と、ラップトケーブルのケーブルバンド部における素線間すべりの発生を検討するために実施した、平行線ケーブルの力学挙動に関する引張実験と曲げ実験について述べた。

引張実験では、ケーブル張力載荷によるラッピングひずみの低下の関係を示し、ケーブル張力を載荷すると、本実験のケーブル供試体のラッピングひずみはケーブル最外郭に配置された素線の凹凸形状の影響を受けてラッピングワイヤ軸方向に沿ってばらつくこと、素線とラッピングワイヤの線接触が想定される測定点は、ラッピング張力の推定に用いられる設計式を変形した計算式による計算値とほぼ一致することを明らかにし、本実験供試体に比べてケーブル外郭の素線の凹凸形状の影響が小さいと想定される超長大吊橋の主ケーブルに対しては、この計算式によりケーブル張力の変動によるラッピングひずみの変動が算出できることを指摘した。また、ケーブル張力を増大するとラッピングひずみの低下が小さくなる非線形性を呈すること、およびケーブル張力を初期載荷すると素線とラッピングワイヤ間の摩擦に起因して引張側の残留ひずみを生ずることも示した。

曲げ実験では、まず、曲げ載荷点の曲げ荷重と変位の関係を示し、ラップトケーブルの曲げ剛性はアンラップトケーブルに比して相対的に増加するが、ケーブル張力の増大によるラッピング張力の低下、あるいは曲げ角度の増大による素線間に作用するせん断力の増大に起因して、素線間すべりを生じて低下し、アンラップトケーブルの剛性に近づくこと、およびラッピング施工時のラッピング張力を変化させたラップトケーブル供試体を用いた曲げ実験を実施することにより、ラップトケーブルの曲げ剛性の低下は、ラッピング施工時のラッピング張力にも支配されることを明らかとした。また、特に、ラップトケーブルの曲げ角度を増大して素線間すべりを生じた場合には、曲げ荷重と変位の関係に強い Hysteretic loop を伴うことも示した。次に、最大曲げ荷重時のたわみ分布を示し、曲げ剛性の低下しないラップトケーブルのたわみ分布は、ケーブルの曲げ剛性を充実はりと見なしたたわみ曲線の計算値と一致すること、および曲げ剛性の低下したラップトケーブルは、ケーブルバンド前後でたわみ分布の曲率が急になることから、支点や曲げ載荷点のケーブルバンド前後に素線間すべりが発生することを明らかとした。また、曲げ載荷点の変位と二次応力の関係を示し、曲げ載荷点や支点のケーブルバンド近傍で素線間すべりを生じた断面に、素線間すべりを生ずる過程の摩擦に起因して Hysteretic loop を伴う非線形性を呈することを明らかとした。最後に、最大曲げ荷重載荷時のケーブル断面内の二次応力分布をアンラップトケーブルおよびラップトケーブルに対して、それぞれ T. A. Wyatt

の計算式を用いた計算値、およびラップトケーブルの曲げ剛性を充実はりと見なして得られる曲げ応力の計算値と比較し、ラップトケーブルに素線間すべりが発生した断面では、二次応力の分布形状は局部曲げ応力の発生によって計算値に比較して滑らかでなくなり、局部曲げ応力の増加よりも偏差軸応力の低下が大きいこと、およびたわみの曲率の小さい断面では、素線間すべりを生じず、二次応力の分布は曲げ応力の計算値とほぼ一致することを示した。また、アンラップトケーブルの二次応力分布は T. A. Wyatt の式を用いた計算値とほぼ一致することを示した。

第3章では、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部において、活荷重時に生ずる可能性を有する素線間すべりの発生を判定する推定式と、推定式を用いた素線間すべりの検討について述べた。まず、第2章で実施した実験結果から、活荷重時において、超長大吊橋主ケーブルのケーブルバンド部での素線間すべりの発生を判定する基準として、活荷重時のケーブル張力の変動に起因した素線間の締め付け力の変化を有効ラッピング張力として入力し、これに対して素線間すべりを発生する限界曲げ角度を与える簡易的な推定式を提案した。また、その妥当性を実橋における実測結果を用いて検証した。さらに、試設計された超長大吊橋に対して、骨組有限変位解析によりケーブルバンドとケーブル部材の相対回転角度を調査した。最終的に、提案した推定式を適用することによって、これら超長大吊橋のケーブルバンド部に素線間すべりが発生しないことを示し、本研究で実施する、主ケーブルに連続体有限要素を適用したケーブルバンド近傍を対象とする応力解析では、素線間すべりの影響は無視できることを示した。

第4章では、連続体有限要素を用いて、ワイヤラッピングされた超長大吊橋主ケーブルの応力解析を実施するため、平行線ケーブルの力学的な特徴である主ケーブルの幾何剛性の評価と有限変位問題、および構造的な特徴であるケーブル断面内に分布する空隙の影響を考慮した解析手法および解析モデルについて示した。

まず、平行線ケーブルの幾何剛性の評価と有限変位問題に対応するため、有限要素解析における非線形問題を分類および概観し、有限変位問題の位置付けと Updated Lagrangian formulation に基づく接線剛性方程式の計算式を示した。また、これらの式を導入した有限変位解析コードを開発し、有限変位問題に関する既往の解析例および 1 自由度系トラスの Snap-through 解析を対象にその妥当性を検証することにより、開発した有限変位解析コードが有限変位問題に対して矛盾の無いことを確認した。

続いて、主ケーブルに連続体有限要素を適用するため、解析効率を考慮して、実用的にケーブル外径を直径とする円形断面に対して連続体有限要素で離散化する円形ケーブル断面モデルを考案し、平行線ケーブルの構造的な特徴である、ケーブル断面内に分布する素線間の空隙を考慮した解析手法として、連続体内部の分布空隙の評価が連続体力学の枠内で展開できる損傷力学を応用することに着目した。損傷力学的手法を適用するため、損傷力学の概要を示した上で、空隙が断面内に分布することによる剛性の低下を表現する構成式の定式化と、空隙の存在によって実質断面に作用する拡大された応力の効果を表す有効応力テンソルを示した。また、具体的に、円形ケーブル断面モデルを用いた有限要素解析に適用する構成式として、2 階異方損傷テンソルとエネルギー等価仮説による定式化、および 2 階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説による定式化を示し、各々の構成式を用いた有限要素解析を平行線ストランドに対して実施した結果から、前者によって定式化された構成式を用いると、空隙の分布による剛性の低下を過大に評価することを明らかとした。さらに、円形ケーブル断面モデルを用いて、超長大吊橋主ケーブルを対象とした応力解析を実施するため、2 階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説を用いて有限変位問題に拡張した構成式、および有効応力テンソルを誘導し、それぞれを有限変位解析コードに導入した。そして、第2章で述べた平行線ケーブルの曲げ実験を対象として、これらの考案した解析モデルと解析手法の妥当性を検証し、素線間すべりを生じない平行線ケーブル構造に適用できることを示した。

第5章では、円形ケーブル断面モデルを超長大吊橋の主ケーブルに適用して、活荷重時におけるケーブルバンド部の応力解析を効率的に実施するため、着目するケーブルバンド近傍の局所系を対象とする局所解析モデルと、局所解析モデルに対して吊橋全体の挙動を精度良く再現することを目的とした局所解析手法について示した。また、CFRP に対して連続体有限要素を適用する場合の直交異方性に対応するため、直交異方性材料を対象とした有限要素解析法への拡張、および拡張された有限要素解析コードと円形ケーブル断面モデルを用いた局所解析結果の全体解析結果との比較について示した。

まず、局所解析の対象として、ケーブルバンド部で主ケーブルに作用するせん断力に着目した影響線を用いて近似的な活荷重によるせん断力を算出し、せん断力が最大となる中央部、およびせん断力のみならずケーブル張力も卓越する傾斜部を決定した。また、骨組要素を用いた局所解析方法の検討により、死荷重時の全体解析結果に基づき、対

象とするケーブルバンドを挟むケーブル部材とこれに接続されるハンガーロープにそれぞれ死荷重時のケーブル張力とハンガー張力を導入した局所解析モデルに対する荷重条件として、1ステップ目で死荷重、2ステップ目で温度変化と死荷重時から活荷重時に至るまでの局所系の相対変位を同時に載荷する局所解析方法を考案した。ただし、傾斜部を対象とした局所解析では、ハンガーロープの温度変化による伸びが相対変位に占める割合が高くなるため、局所解析と全体解析の活荷重時における部材力が等しくなるように補正した温度変化量を用いる必要のあることと、局所解析モデルの主ケーブル両端の境界条件として、中央部を対象とした解析ケースでは固定支持、傾斜部を対象とした解析ケースではヒンジ支持を仮定する必要のあることを示した。さらに、主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析モデルにおけるケーブルバンドの諸元とバンド内圧を設定し、既往の実験結果との比較により、設定したバンド内圧は、CFRPの強度低下を引き起こすレベルでないことも示した。

次に、CFRPを有する主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析を実施するため、有限変位問題を考慮して直交異方性材料の構成式を定式化し、この構成則マトリックスを弾性主軸系から全体座標系に変換する手法を有限要素解析コードに導入した。また、内圧を受けるリングの微小変位解析および初期応力が導入された固体の剛体回転解析を通して、拡張された解析コードの妥当性を検証した。この有限要素解析コード、円形ケーブル断面モデルと局所解析手法を用いて、活荷重時のケーブルバンド部を対象とした局所解析を実施し、解析結果を全体解析と比較することでこれらの妥当性を検証した。さらに、円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析モデルの設定に用いた仮定を示し、円形ケーブル断面モデルを適用した主ケーブルの死荷重の算出方法および温度応力解析方法について示した。そして、最終的に、これらを踏まえて、円形ケーブル断面モデルを主ケーブルに適用した局所解析を実施し、全体解析結果との比較によって、これらの考案した解析モデルと解析手法を用いて全体挙動が再現できることを示した。

第6章では、CFRPの強度の直交異方性と多軸応力状態を考慮した破損則について述べ、第5章で示した、超長大吊橋のケーブルバンド近傍の主ケーブルに円形ケーブル断面モデルを適用した局所解析結果を用いて、CFRPに作用する応力の低減効果の把握と強度評価を実施し、Hybrid cableがケーブルバンド部におけるCFRPのせん断破損に対して有効であることを示した。また、導電体であるCFRPと電位差を有する鋼線が直接的に接触し、両者間に水分が凝集することによって生ずる可能性を有する、鋼線の電池腐食の問題に対して、その防食対策を推奨した。

まず、CFRPの多軸応力状態を考慮した強度評価を実施するため、巨視的強度評価論に基づいた破損則の概要を示し、多軸応力状態とCFRPの引張・圧縮強度の相違が考慮できる二次相関規準、および二次相関規準の強度パラメータの設定に対しては、二軸応力状態に対する強度パラメータの決定方法が明確にされているTsai-Wu則を適用することを決定した。次に、第5章で示した、ケーブルバンド近傍を対象とした局所解析結果に対して、CFRPに作用するせん断応力の低減効果について、正規化応力を用いて比較することにより、Hybrid cableとしてCFRPを超長大吊橋の主ケーブルに適用すると、ケーブルバンド部でCFRPに作用するせん断応力が劇的に低下できることを明らかとした。また、多軸応力状態を考慮した、二次相関規準を用いた強度評価により、Hybrid cableとすることで、CFRPの破損判定値が劇的に低下すること、および破損判定値はCFRPに作用するせん断応力によって支配されることも明らかとした。さらに、CFRPをHybrid cableとして超長大吊橋主ケーブルに適用する場合に新たに問題となる、CFRPと鋼線が接触する箇所での鋼線の電池腐食に対する防食対策として、主ケーブル内部の換気を行った上で、両者間にAFRP等のストランドを介在させる方法、鋼線の表面をエポキシ樹脂等でコーティングする対策を推奨した。

## 7. 2 今後の展望と課題

本研究では、超長大吊橋主ケーブルへのCFRPの適用上の問題とされる、ケーブルバンド部のせん断破損に対して、主ケーブルの外郭に鋼線を配置することで、CFRPの軽量性および鋼線のせん断強度の高さという互いの長所を引き出したHybrid cableを考案し、その有効性を有限要素解析によって明らかとした。しかしながら、有限要素解析では、主ケーブルとケーブルバンド間およびHybrid cable内のCFRPと鋼線間を剛結とする仮定を用いた。このため、傾斜部を対象とした局所解析では、ハンガー張力のケーブル軸方向分力によってCFRPに層間せん断応力が発生したことが考えられる。そこで、CFRPに作用するせん断応力をより厳密に把握するためには、これらの領域に対して微小すべりを仮定して摩擦接触を考慮した有限要素解析が必要である。また、有限要素解析においては、円形ケーブル断面モデル内に分布する空隙の効果を表現するのに2階等方損傷テンソルとひずみ等価仮説を用いて、二次応力などのケーブル軸方向の応力や変形特性は精度良く再現できることを示した。しかしながら、主ケーブル断面内の素線間に存在する空隙はケーブル軸に沿って連続的に分布しており、分布状態は異方的である。したがって、厳密には2階異方

損傷テンソルなど、空隙分布の異方性を表現できるテンソル的特性を用いて空隙の効果を考慮すべきであるが、ケーブル軸直交方向の損傷変数をどのように定量化するかという問題が生ずる。このため、ケーブル軸直交方向の損傷変数を定量化するための解析あるいは実験が必要であると考えられる。以上から、精度良く主ケーブル断面内に生ずる応力を評価するためには、数値解析の高精度化とワイヤラッピングされた平行線ケーブル断面内の挙動が表現できるより厳密な力学モデルの開発が必要である。

一方、ケーブルバンド部における CFRP のせん断破損のほかに、**Hybrid cable** を主ケーブルに適用した超長大吊橋を実現するためには、以下に列記する問題を解決する必要があると考えられる。

- (1) CFRP は繊維配向方向の引張強度に比較して繊維直交方向の強度やせん断強度が低いため、スクリーニング施工時に破損する可能性を有する。
- (2) CFRP は繊維配向方向に比べて繊維直交方向の弾性係数が低いため、従来形式のケーブルバンドを締め付ける場合に、断面方向に主ケーブルが大きく変形し、従来型のケーブルバンド構造が適用できない可能性を有する。また、ケーブルバンドの把持力に対する CFRP の局部的なせん断破壊が懸念される。
- (3) CFRP は曲率の急な曲げによって強度低下するため、主ケーブルにワイヤラッピングが施されていない補剛桁架設時のケーブルバンド部や、活荷重時における塔頂サドル近傍の主ケーブルに生ずる局部的な曲げによる強度低下が発生することが懸念される。同時に、これらの箇所に生ずる二次応力によって CFRP が破損することが懸念される。
- (4) 塔頂サドル部では、サドルによる曲げと積み上げられた上方のストランドから下方のストランドに側圧が作用するため、CFRP が破損する可能性があり、従来型の塔頂サドル構造の適用が困難であることが想定される。
- (5) CFRP は直交異方性であるため、ケーブル張力変動によってラッピングワイヤに導入された張力の変動を推定することが従来の鋼製ケーブルを用いた場合に比べて困難であり、鋼製ケーブルに比較してケーブル張力の増加によるラッピング張力の低下が大きいことも懸念される。
- (6) CFRP は静的なせん断強度が低く、せん断疲労強度も低いことが想定されるため、ケーブルバンド部における疲労による破損を生ずる可能性を有する。
- (7) 第 6 章で述べたように、CFRP は導電体であるだけでなく、CFRP を構成するエポキシ樹脂は耐火性が低いため、CFRP と鋼線が接触する箇所における鋼線の電池腐食、および火災や落雷による破損が問題になる

上に示した(1)～(7)の問題に対して、以下の検討や対策が必要であると考えられる。

- (1) Hybrid cable 断面内を対象として、個別要素法や紛体要素法などの離散粒子法に基づく動的シミュレーションを実施して、スクリーニング時の素線間に作用する接触力を算出し、CFRP に破損をもたらす接触力と比較する。なお、動的シミュレーションに先行して CFRP 間の摩擦係数や破損をもたらす接触力を要素実験によって把握する。
- (2) 主ケーブルに対してより厳密な力学モデルを適用し、また、ケーブルバンドと主ケーブル間および Hybrid cable の鋼線と CFRP 間の摩擦接触問題を考慮できる有限要素解析コードを用いて、従来形式のケーブルバンドを把持する過程の有限要素解析を実施し、主ケーブルの変形状態や主ケーブルに生ずる応力を把握する。また、模型実験によって、ケーブルバンドの締め付ける過程で生ずる把持力に対する Hybrid cable の変形特性や局部せん断破壊を調査する。
- (3) ラップトケーブルの曲げ剛性、およびアンラップトケーブルの曲げ剛性や素線に生ずる二次応力の評価が可能なケーブル要素を主ケーブルに適用した骨組有限変位解析によって、これらの主ケーブルに生ずる二次応力や曲率を把握する。なお、死荷重時のケーブルバンド部に生ずる二次応力の算出にあたっては、骨組有限変位解析に解体計算のアルゴリズムを付与する必要がある。また、アンラップトケーブルの変形や素線に生ずる二次応力を評価するケーブル要素は考案されているものの、節点数を低減する目的からケーブルバンドとケーブル部材を一体化するための煩雑な定式化がなされており、現状の計算機能力を考慮すればこの定式化は不要と考えられる。
- (4) 既往の吊橋に採用してきた塔頂サドル構造の Hybrid cable に対する適用性について、既往の設計方法に則して検討する。このためには、塔頂サドル部の力学状態を模した要素実験が必要であると考えられる。既往のサドル構造が適用できなければ、新たなサドル構造を提案する。
- (5) ラッピングワイヤと Hybrid cable の鋼線間は、既往の吊橋の設計で仮定されるように、ほぼ無摩擦と考えられるため、(3)の力学モデルと有限要素解析コードを用いて、ケーブル張力を載荷する過程の有限要素解析を実施し、

断面方向の変形状態とケーブル外周の長さの変化を把握する。

- (6) ケーブルシント部を模した疲労実験によって、CFRP のせん断疲労に関する設計 S-N 曲線を確立し、有限要素解析によって得られるケーブルバンド部で CFRP に作用するせん断応力とせん断疲労強度を比較する。
- (7) 鋼線の電池腐食に対しては第 6 章で述べた防食対策に対して、模型供試体を用いた確性実験が必要である。また、火災や落雷に対しては、避雷針を設置する、Hybrid cable の外周を絶縁材や断熱材で覆う等の措置を施す。

## 謝 辞

本論文は、著者が、大阪大学大学院博士前期課程・後期課程の6年間、大阪大学大学院工学研究科 西村宣男教授の御指導のもとに行なった、鋼線と CFRP で断面構成された Hybrid cable の超長大吊橋主ケーブルへの適用性に関する基礎的研究についての成果を取り纏めたものであります。

本研究を遂行するにあたり、終始一貫して親切なる御指導および貴重な御助言を賜りました、西村宣男教授に深く感謝致します。また、本論文を取り纏めるにあたり、貴重な御助言を賜りました、大阪大学大学院工学研究科 松井繁之教授には厚く御礼申し上げます。大阪大学接合科学研究所 金裕哲教授、著者が博士前期課程1年次に大阪大学大学院工学研究科助教授でおられた神戸大学工学部建設学科（土木系） 川谷充郎教授、大阪大学大学院工学研究科 大倉一郎助教授、ならびに大阪大学大学院工学研究科 小野潔助教授には有益な御助言を賜り感謝致します。さらに、著者が博士後期課程2年次まで大阪大学大学院工学研究科技官でおられた西山六郎氏には実験の遂行、安全管理に御尽力頂き感謝致します。著者が博士前期課程2年次に大阪大学大学院工学研究科助手でおられた権映録博士（現（株）ニチゾウテック）には研究に纏わる様々な御助言を頂き感謝しております。なお、大阪大学大学院工学研究科土木工学専攻の松井保教授、中辻啓二教授、出口一郎教授、ならびに新田保次教授をはじめとする教官の方々には日頃から御配慮頂き、ここに御礼申し上げます。

本研究を遂行するには、多くの方々の御世話をになりました。（株）建設企画コンサルタント 武伸明博士には、本研究に関して様々な御指摘や御助言を頂いたほか、研究に有用なデータや資料を提供して頂きました。駒井鉄工（株）秋山寿行博士には本研究の実験を実施するにあたり載荷装置の設計・製作に便宜を図って頂きました。また、実験の計画段階におきましては（株）修正建設コンサルタント 新家徹博士、大日本コンサルタント（株）堀田毅博士、高田機工（株） 山田靖則博士、ならびに JFE エンジニアリング（株） 加藤久人博士からも有益な御助言を賜りました。なお、実験供試体の製作におきましては、東京製綱（株） 北沢寛氏、ならびに菅原公理氏に御協力頂きました。慶應義塾大学大学院理工学研究科開放環境科学専攻 野口裕久教授、（株）神戸製鋼所 中川知和博士、大阪大学大学院工学研究科土木工学専攻 小田和広内講師、ならびに鳥取大学工学部土木工学科 池内智行助手には有限要素解析に関する有益な御教示、御助言を賜りました。大阪大学大学院工学研究生産科学専攻 座古勝教授、ならびに高野直樹助教授には CFRP はじめ繊維強化複合材料の力学や有限要素解析法等につきまして御教示、御助言を賜りました。愛知工科大学工学部機械システム工学科 村上澄男教授（名古屋大学名誉教授）には損傷力学に関する御教示、御助言を賜りました。新日本製鐵（株） 野呂直以氏には CFRP ケーブルに関する有益な情報を御提供頂きました。現大阪大学大学院博士後期課程3年の（株）神戸製鋼所 内藤純也氏には、ともに吊形式橋梁の問題を対象とした研究に取り組み、本研究で実施した実験の遂行や数値解析プログラムの開発にあたり御協力頂いたほか、様々な御指摘、御教示、御助言を頂きました。また、著者とともに本研究に取り組んだ、当時大阪大学大学院工学研究科博士前期課程 Nguyen Quoc Thai 氏には本研究で実施した実験の載荷装置の設計と解析の取り纏めに御協力頂きました。現大阪大学大学院博士前期課程2年 鷲塚敏之氏には本研究における実験、解析と研究の取り纏めの補助を頂きました。当時大阪大学工学部地球総合工学科4年 Si Soon Beng 氏（現 東京大学大学院工学系研究科）には本研究における実験と解析に御協力頂きました。以上の方々に対し、ここに心から深く御礼申し上げます。

著者とともに大阪大学大学院工学研究科土木工学専攻構造工学領域で研究に励む、研究員の日本橋梁（株） 竹内正一氏、駒井鉄工（株） 玉田和也氏、石川島播磨重工業（株） 岡田誠司氏、ならびに片山ストラテック（株） 宇井崇氏、博士後期課程2年の李昌勲氏、今田滋則氏、谷口智史氏、ならびに西村佳大氏をはじめとする博士前期課程、学部の在学生、また、著者とともに研究に励んできた多くの卒業生、さらに、松橋加寿江事務補佐員、ならびに楠木晴美事務補佐員には公私に亘り本研究を遂行するために御協力を頂きました。ここに重ねて心から深く御礼申し上げます。

最後に、著者の大阪大学大学院への進学を勧めて下さった、福山大学工学部建設環境工学科 福本勝士教授（大阪大学・名古屋大学名誉教授）に深く感謝しております。また、福山大学工学部建設環境工学科の教官の方々には、陰ながら著者を温かく見守つて頂き感謝しております。さらに、著者の健康を気遣い、学生生活を最大限に支援してくれた両親に感謝し、本論文の謝辞とさせて頂きます。

2004年1月  
三好 崇夫

## 本研究に関する既発表論文

- ① 三好崇夫, 武 伸明, 西村宣男 : 超長大吊橋バンド部でのハイブリッド構成した CFCC の強度評価, 鋼構造年次論文報告集, Vol.8, pp.571-578, 2000.
- ② 三好崇夫, 武 伸明, 西村宣男 : CFRP wire と鋼線で構成した Hybrid Cable の超長大吊橋ケーブルバンド部における強度評価, 第1回 FRP 橋梁に関するシンポジウム論文集 土木学会, pp.95-102, 2001.
- ③ Miyoshi, T., Nishimura, N., Take, N. and Hwang, W.-S. : Evaluation of Strength for Hybrid Cable Which Composed CFRP Wire & Steel Wire at the Cable Strap of Ultra Long Span Suspension Bridge, Proceedings of The First International Conference on Steel & Composite Structures, Pusan, Korea, Vol. 2, pp.1277-1284, 2001.
- ④ Miyoshi, T., Washizuka, T. and Nishimura, N. : A Fundamental Experiment For Constructing The Mechanical Model of The Parallel Wire Cable, Proceedings of International Symposium for Young Researchers on Modeling and their Applications, Osaka Univ., Japan, pp.195-202, 2002.
- ⑤ 三好崇夫, 鷲塚敏之, 内藤純也, 西村宣男 : アンラップト及びラップト平行線ケーブルの力学挙動に関する実験, 鋼構造年次論文報告集, Vol.10, pp.119-126, 2002.
- ⑥ 三好崇夫, 鷲塚敏之, 西村宣男 : ワイヤラッピングされた平行線ケーブルの力学挙動に関する実験的研究, 鋼構造論文集, Vol.9, No.36, pp.55-68, 2002.