

Title	The second variation of the Bergman kernel of ellipsoids
Author(s)	平地, 健吾
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3075266
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	平 地 健 吾
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 11156 号
学位授与年月日	平成6年3月15日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学位論文名	The second variation of the Bergman kernel of ellipsoids (実エリプソイドのベルグマン核の二次変分)
論文審査委員	(主査) 教授 井川 満 (副査) 教授 田辺 広城 助教授 小松 玄

論文内容の要旨

この論文では、複素 n 次元ユークリッド空間内の実エリプソイドに対するベルグマン核の漸近展開を考察した。エリプソイドをウェブスターによって与えられた n 個の双正則不変な実パラメータ(ウェブスター不変量)を持つ球の摂動とみなし、その領域の族のベルグマン核のパラメータに関する変分を計算することにより、ベルグマン核の漸近展開の対数項のウェブスター不変量に関する二次までのテーラー展開を具体的に表示した。特にこの表示から、核関数の対数項が消滅するのは球に限るという、ベルグマン核による球の特徴付けを得た。また、この計算のアルゴリズムを考察することにより、異なる次元のエリプソイドの核関数の間には形式的な微分関係式が成立することを示した。

一般にベルグマン核は領域上の二乗可積分、正則関数空間上の再生核として定義される関数であり、領域の境界においてのみ特異性を持っている。この特異性は現在に至るまで多くの研究者によって解析され、その結果は領域の間の正則変換の研究に応用されている。しかしながら、強擬凸領域に限れば、ベルグマン核の具体的な表示が知られているのは(局所的に)球の場合だけであった。また、二次元の場合には、フェッファーマン、グラハムによる不変式論により対数項を含む部分的な核関数の表示が得られているが、高次元の場合には漸近展開の対数項については殆ど情報は得られていなかった。この論文では、強擬凸領域(特に高次元の場合)でのベルグマン核の対数項の研究の第一歩として、比較的単純であるが、幾何学的対象として意味のある、エリプソイドでの具体的な計算を行った。

核関数の変分の計算は次の手順で実行された。

(1) まず一般の実解析的な強擬凸領域の族に対して、そのベルグマン核(の特異性)のパラメータに関する実解析性を示した。このために我々は、柏原によるベルグマン核のホロノミー系による特徴付けを用いた。彼の特徴付けは単独の領域に対して成立するものであった。我々は、パラメータに関する方程式を付け加えることにより、柏原のホロノミー系を領域の族に対応するように拡張し、その方程式系の一意的なマイクロ関数解が、ベルグマン核の漸近展開を与えることを示した。

(2) 次に、1で与えられたホロノミー系の解を構成することにより、ベルグマン核のパラメータに関する変分公式を導いた。得られた公式は、パラメータに関する方程式だけに依存するため、特に球の実解析的な摂動に対しては、変分を計算する代数的なアルゴリズムを与えている。

(3) このアルゴリズムをエリプソイドに適用することによりベルグマン核の変分を計算した。この計算は、エリプ

ソイドの対称性に注目し次元 n に依存しない形に定式化すれば、確定特異点型の常微分方程式の解の構成に帰着することができる。上で述べた異なる次元の核関数の間の関係式は、この常微分方程式を考察することにより得られる。

論文審査の結果の要旨

平地君は本論文において、複素ユークリッド空間内の実エリプソイドを単位球の摂動とみなし、付随するベルグマン核のパラメータに関する変分を2次まで計算した。これを用いて、ベルグマン核の境界近傍での展開の対数部分を2次まで表示する事に成功した。彼の表示により、実エリプソイドのベルグマン核がパラメータにどう依存しているかがはっきりと読み取れるようになった。

この結果自身が価値あるものであるとともに、証明の展開のなかにうかがえる平地君の解析学の知識の広さと力量も、注目すべきものである。従って、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。