

Title	フェリ磁性体を含む系の電磁界に関する研究
Author(s)	岡本, 允夫
Citation	大阪大学, 1967, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1359
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

フェリ磁性体を含む系の電磁界に関する研究

岡 本 允 夫

昭和41年11月

内 容 梗 概

本論文は、著者が大阪大学工学部通信工学教室ならびに近畿大学理工学部電気工学教室において行なったフェリ磁性体を含む系の電磁界に関する研究をまとめたものである。本文は7章からなっている。

オ1章は本論文に関する序論で、まずフェリ磁性体の電磁波媒質および共振系としての性質ならびにフェリ磁性体を含む系の特異性を説明して、本研究を始めた動機と目的を明らかにし、さらに本研究に関連する従来の研究を概説して、本論文がこの分野においてしめる地位を明らかにしたものである。

オ2章は、円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空洞の電磁界を厳密に解析して、この系の固有振動姿態およびその性質を明らかにしたものである。解析にあたっては、2次元的な電磁界に限定せず、境界値問題を解いて、この系の電磁界を決定する特性方程式を導出している。さらに、この方程式を数値的に解いて、この系の固有振動姿態を明らかにし、その性質をのべている。本章の内容は、電気通信学会誌、オ48巻、オ2号、226-233頁（昭和40年）に掲載されている。

オ3章は、空動摂動法の適用限界を論じたものである。すなわち、円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空洞に摂動法を適用してこの空洞の固有振動数を求め、これをオ2章で得た厳密な解と比較して、空洞摂動法では、フェリ磁性体の体積をいくら小さく選んでも、真空空洞の共振周波数とフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が接近するところでは、大きな誤差を与えることを示している。本章の内容は、電気通信学会磁性材料研究会（昭和39年3月）に発表されたものである。

オ4章は、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数の近似解法を論じたものである。空洞摂動法は、フェリ磁性体を含む空洞に適用することに限界のあることはオ3章において明らかにしたとおりである。本章では、空洞摂動法のような限界をもたず一般的に適用できる近似解法を見出すために、フェリ磁性体を含む空洞の境界値問題を変分法で解くことを考え、まず固有振動数の変分表現を導いている。ついで、この変分表現の式中に代入する試験関数

として、(1) 真空空洞姿態と一様才差運動姿態； (2) 一般には、誘電体装荷空洞姿態と静磁姿態をとるといふ近似解法を提案している。さらに、この近似解法によって得た近似解を厳密解と比較して、この近似解法の適切なることを示している。本章の内容は、前記の電気通信学会誌の同頁に所載されている。

オ5章は、2つの平行に配置された無限長のフェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を解析したものである。はじめに、この系による散乱電磁界を一般的に求めているが、とくに、2つの円柱が相互に関係しあう程度を明瞭にとらえることができるような表式で求めるため、散乱界を逐次近似の考えのもとで級数で表わし、級数各項の係数を与える形で散乱界の表式を導出している。ついで、このような系による散乱界の模様について考察しているが、散乱界を与える式を、一定の円柱半径、一定の円柱間隔の場合について、磁界をパラメータにして数値計算し、散乱界を両円柱に加える磁界に関係させてとらえている。本章の内容は、電気通信学会誌に掲載されることが決定している。

オ6章は、オ5章の内容を拡張して一般的にしたものである。すなわち、無限の自由空間に平行に配置されている N 個の無限に長いフェリ磁性体円柱による平面波の散乱を解析して、このような系による散乱界の表式を一般的に導出している。

オ7章は、本論文に関する結論で、本研究の成果を総括してのべたものである。

目 次

内容梗概

オ 1 章	序論	1
1.1	電磁波媒質としてのフェリ磁性体の特異性	1
1.2	本研究の分野に関連する従来の研究概要と本論文の地位	9
オ 2 章	円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞の電磁界	12
2.1	序言	12
2.2	基礎方程式と空洞内電磁界成分の表式	13
2.2.1	異方性媒質中における Maxwell 方程式の解	13
2.2.2	空洞内電磁界成分の表式	16
2.3	空洞内電磁界を決定する特性方程式	21
2.4	固有振動姿態	25
2.5	固有振動姿態の直交性	28
2.6	結言	33
オ 3 章	空洞摂動法の評価	32
3.1	序言	32
3.2	円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞の固有振動数に対する摂動解	32
3.2.1	空洞摂動法	33
3.2.2	無摂動空洞電磁界	35
3.2.3	フェリ磁性体内部の磁界	36
3.2.4	固有振動数の摂動解	38
3.3	摂動解の近似度	41
3.4	結言	44
オ 4 章	フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数に対する近似解法	45
4.1	序言	45
4.2	フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数に対する変分表現	45
4.3	変分表現にもとづく近似解法	48
4.4	結言	56

才 5 章	平行配置された 2 つの無限長フェリ磁性体円柱による	
	平面電磁波の散乱	57
5.1	序言	57
5.2	散乱電磁界	58
5.2.1	座標系と入射波	58
5.2.2	基礎方程式	61
5.2.3	逐次近似解法	62
5.2.4	$E_{\alpha}^{(i)}, H_{\beta}^{(i)}$ の決定	65
5.2.5	全散乱電磁界と遠方散乱電磁界	75
5.3	遠方散乱電磁界のパターン	78
5.4	結言	83
才 6 章	平行配置された N 個の無限長フェリ磁性体円柱による	
	平面電磁波の散乱	84
6.1	序言	84
6.2	散乱電磁界	84
6.2.1	座標系・入射波・基礎方程式	84
6.2.2	逐次近似解法	87
6.2.3	$E_{\beta}^{(i)}, H_{\beta}^{(i)}$ の決定	89
6.2.4	全散乱電磁界と遠方散乱電磁界	90
6.3	結言	92
才 7 章	結論	93
	文献	96
	謝辞	101

第 1 章 序 論

1.1 電磁波媒質としてのフェリ磁性体の特異性

磁氣的物質として古くから知られている磁鉄鉱 (Fe_3O_4) およびそれより $\text{M}^{2+} \cdot \text{Fe}_2^+ \text{O}_4$ (M^{2+} は 2 価の金属) なる形で誘導された一連の物質 (これをフェライト (Ferrite) と総称している) について実験的に知られている磁氣的性質を説明するために, L. Néel 氏⁽¹⁾ は 2 つの磁気副格子からなるスピン組織を考え、それぞれの格子に属するスピンは互に反平行になるような相互作用を受けることを仮定した (図 1.1)。Néel はこの形の磁性をフェリ磁性 (ferrimagnetism) と呼んだ。このようなスピン組織の存在することは、その後、中性子線回折法によって実証されている。なお、現在では、フェライトのほかに多くのフェリ磁性酸化物が知られており、なかでも、yttrium-iron garnet ($\text{Y}_3\text{Fe}_5(\text{FeO}_4)_3$) は、高周波領域においてはフェライトよりも損失が少ないという点で重要な物質である。⁽²⁾

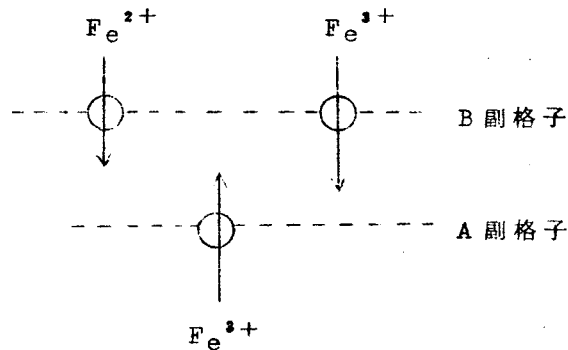


図 1.1 磁鉄鉱 $\text{Fe}_3^+ (\text{Fe}_2^+ \text{Fe}_3^+) \text{O}_4$ の 1 分子中における Fe_2^+ イオンと Fe_3^+ イオンの位置とスピンの向き

フェリ磁性体のスピン組織は 2 つの磁気副格子からなっているが、それぞれの格子に属するスピンの大きさが異なるため、全体として、1 つのスピン組織からなっている強磁性体と変わるところはない。しかし、なかには副格子の影響を考慮に入れなければならない物質もあり、⁽³⁾ また副格子の存在が、分散特性において、フェリ磁性体と異なったものにすることも指摘されている⁽⁴⁾。本論文では、副格子の効果が無視できる範囲で扱うことにし、その意味でフェリ磁性体は強磁性体と磁氣的性質において変わるところはないとして議論を進めていく。

フェリ磁性体に見られる重要な現象は、電子スピンの強磁性共鳴現象である。この現象はL.LandauおよびLifshitz氏⁽⁶⁾によって予言され、J.H.E.Griffiths氏⁽⁶⁾、J.L.Snoek氏⁽⁷⁾らの実験的研究を経て、C.Kittel氏⁽⁸⁾によって一応理論的に理解されるようになったもので、フェリ磁性体を直流磁界で飽和にまで磁化しておき、これに垂直な方向に交番磁界を加えると、直流磁界で決まる周波数に交番磁界の周波数が接近したところでは、フェリ磁性体のエネルギー吸収量が急激に増大するというものである。この場合、共鳴周波数はマイクロ波領域にあり、またそれがフェリ磁性体の大きさに関係しないのがその特徴である。

フェリ磁性体の強磁性共鳴現象は、物質の磁気機構の現われとして、物質の磁気構造を探究するうえで有力な手段となったが、同時に、その共鳴周波数がマイクロ波領域にあることおよびこの現象が磁化ベクトルの歳差運動によって生じるため、磁化されたフェリ磁性体中では、互に直角な2つの方向の間に電磁氣的結合の起りうることから、その現象を応用する立場で、マイクロ波電磁界とフェリ磁性体の相互作用が研究され始めた。すなわち、D.Polder氏⁽⁹⁾は、直流磁界で飽和にまで磁化されたフェリ磁性体は電磁波媒質としては、透磁率がテンソルで表わされるような媒質であることを明らかにした。Polder氏は無限に大きいフェリ磁性体を考えたが、C.L.Hogan氏⁽¹⁰⁾は、マイクロ波導波管中のフェリ磁性体を考えて、B.D.H.Tellegen氏⁽¹²⁾のいうジャイレータを始めて実現した。Hogan氏のこの研究に刺激されて、フェリ磁性体のマイクロ波装置への応用についての研究は急激に活発になり、それに関連した電磁界問題の解析が重要課題となった。

無限に大きいフェリ磁性体を考え、そのスピン組織を巨視的な量である磁化ベクトル M で表わすと、フェリ磁性体の電磁波媒質としての性質は、磁束密度を B 、磁界を H として

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (1.1)$$

によって定められる。ここに、 μ_0 は真空の透磁率である。 M の動的特性は、運動方程式

$$-\frac{1}{\gamma_0} \frac{dM}{dt} = \mu_0 [M \times H] \quad (1.2)$$

を解いて得られる。ここに、 γ_0 は電子スピンの磁気回転比 (gyromagnetic ratio) で、M.K.S 有理単位系では $\gamma_0 = -e/m$ で与えられる。ただし、 $-e$ は電子の電荷量 [C]、 m は電子の質量 [Kg] である。(1.2) 式の右辺にある H は、フェリ磁性体のスピン組織に作用する全磁界で、加えた直流磁界ならびに交番磁界のほかに、結晶の対称性から生じる異方性磁界およびスピン間に作用する交換力からなっている。ここでは、異方性磁界が無視できるとしてよい場合に限ることにし、またスピンの空間的变化は交換力が無視できる程度に緩慢なものであるとする。こうした仮定のものとは、磁化ベクトルは直流磁界に対応するものと交番磁界に対応するものからなっているとよい。

いま、直流磁界 H_0 の方向を z 方向にとり、交番磁界 $h e^{j\omega t}$ は直流磁界に比べて微少であるとする、磁化ベクトルはほとんど z 方向を向いている。したがって、

$$H = H_0 l_z + h e^{j\omega t} \quad (1.3)$$

$$M = M_0 l_z + m e^{j\omega t} \quad (1.4)$$

とおいて、(1.2) 式に代入し、線形近似を行なうと

$$j\omega m = \omega_M h \times l_z - \omega_H m \times l_z \quad (1.5)$$

がえられる。ここに、 l_z は z 方向の単位ベクトルであり、

$$\omega_H = \gamma H_0$$

$$\omega_M = \gamma M_0 \quad (M_0 : \text{フェリ磁性体の飽和磁化の強さ, } M_0 \cong M_s)$$

$$\gamma = \mu_0 |\gamma_0|$$

である。(1.5) 式より、 m と h の関係を求めると

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

となる。ここに、

$$\chi = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}$$

$$\kappa = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2} \quad (1.7)$$

$$\Omega_H = \frac{\omega_H}{\omega_M}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_M}$$

である。さらに (1.6) 式を (1.1) 式中の交番成分についてかいた式：
 $\mathbf{b} = \mu_0 (\mathbf{h} + \mathbf{m})$ に代入して、 \mathbf{b} と \mathbf{h} の関係を求めると

$$\mathbf{b} = \mu_0 [\boldsymbol{\mu}] \mathbf{h}$$

$$[\boldsymbol{\mu}] = \begin{bmatrix} \mu & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$\mu = 1 + \chi = 1 + \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}$$

がえられ、透磁率はテンソルで表わされる。したがって、直流磁界で磁化されたフェリ磁性体は、電磁波媒質としては (1.8) 式で与えられるテンソル透磁率をもつ異方性媒質であるとしてとらえることができる。これは、磁化ベクトルが直線運動をせずに、才差運動をするための結果である。

テンソル透磁率の各成分 μ 、 κ は周波数と直流磁界で決まり、とくに、周波数 ω が直流磁界 H_0 に対する Larmor 周波数 ω_H に接近したところでは、 μ 、 κ の絶対値は非常に大きな値となる点は注目すべきことで (図 1.2)、この

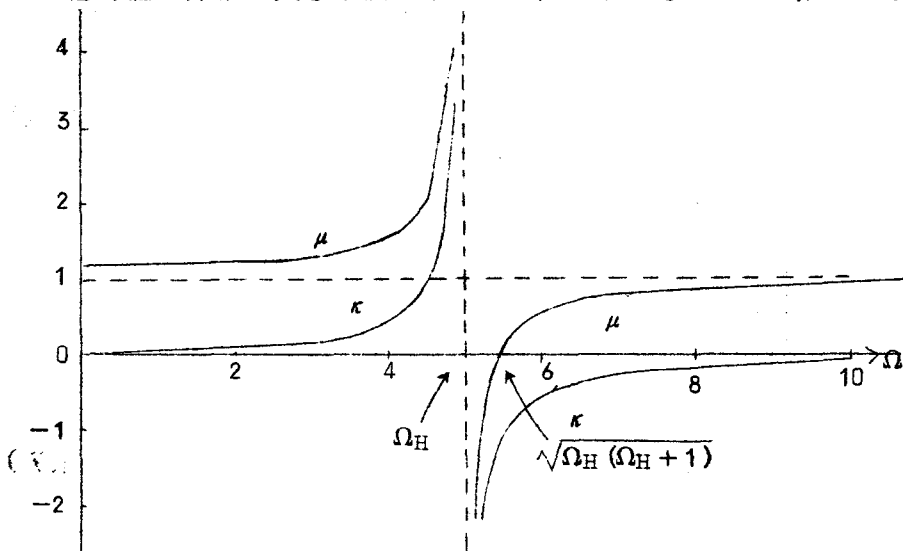


図 1.2 μ 、 κ と周波数 Ω の関係 ($\Omega_H = 5$)

ことが、フェリ磁性体の分散特性を特異なものにしている。

(1.8) 式で与えられるようなテンソル透磁率をもつ媒質中を伝はんする電磁界に対する Maxwell の電磁界方程式は、時間因子 $e^{j\omega t}$ を省略した形で

$$\begin{aligned} \text{curl } \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{B} = -j\omega \mu_0 [\mu] \mathbf{H} \\ \text{curl } \mathbf{H} &= j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \end{aligned} \quad (1.9)$$

とかける。ここに、 ϵ_0 は真空の誘電率であり、 ϵ_r は媒質の比誘電率である。これより \mathbf{E} を消去すると、

$$\text{curl } \text{curl } \mathbf{H} - k_0^2 \epsilon_r [\mu] \mathbf{H} = 0 \quad (1.10)$$

をうる。ここに、 $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ である。ここで、 $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-j \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ なる平面波の解を仮定すると、(1.10) 式は

$$[-k k + k^2 \hat{\mathbf{E}} - k_0^2 \epsilon_r [\mu]] \mathbf{H}_0 = 0$$

とかけ、 $\mathbf{H}_0 \neq 0$ なる解が存在する条件として

$$\det | k k - k^2 \hat{\mathbf{E}} + k_0^2 \epsilon_r [\mu] | = 0$$

がえられる。ここに、 \det は行列式を意味し、 $\hat{\mathbf{E}}$ は unit dyadic である。この式は、フェリ磁性体媒質中を平面波が伝はんするときに、周波数と波数の間に成立しなければならない関係式すなわちフェリ磁性体媒質の分散式を与えるものである。これを k について解くと

$$\frac{k^2}{k_0^2} = \epsilon_r \frac{(\mu^2 - \mu - \kappa^2) \sin^2 \theta + 2\mu \pm [(\mu^2 - \mu - \kappa^2)^2 \sin^4 \theta + 4\kappa^2 \cos^2 \theta]^{\frac{1}{2}}}{2[(\mu - 1) \sin^2 \theta + 1]} \quad (1.11)$$

となる。⁽¹⁴⁾ ここに、 θ は、平面波の伝はん方向と直流磁界の方向とのなす角で、 $k_x = 0$ もしくは $k_y = 0$ の条件のもとで誘導されたものである。図 1.3 は、 $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ の場合について (1.11) 式から計算された分散曲線を示したものである。

図の分散曲線から、フェリ磁性体は電磁波に対して

- (1) $d\omega/dk = \text{一定} (> 0)$ なる媒質として作用する場合と
- (2) $d\omega/dk \cong 0$ なる媒質として作用する場合

のあることがわかる。とくに、第 2 の場合では、群速度がほとんど 0 に近い

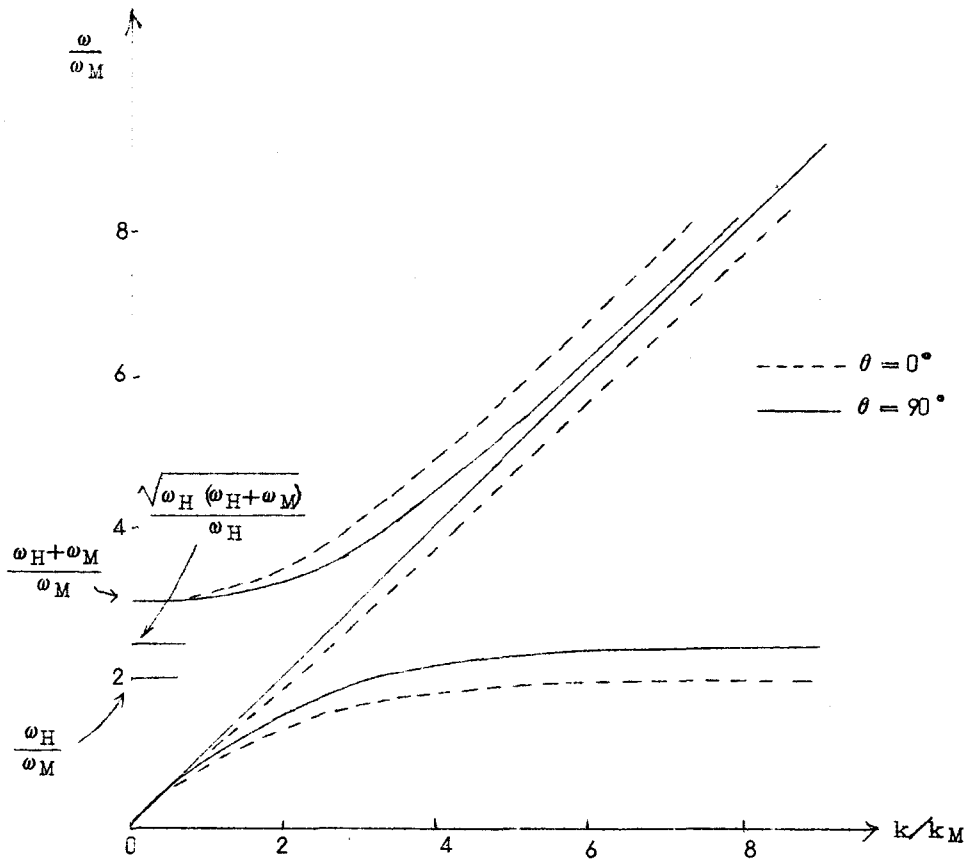


図 1.3 フェリ磁性体中を伝える平面波の進行方向が、直流磁界に平行（実線）な場合と、垂直（破線）な場合の分散曲線 ($\omega_H/\omega_M=2, k_M = \omega_M \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_T}$)

ので、遅延効果が大きく、エネルギーの伝送はほとんど行なわれず、電磁界はほとんど静磁界に近くなっている⁽¹⁴⁾。これは、フェリ磁性体の強磁性共鳴現象にもとづくもので、フェリ磁性体媒質の1つの特徴である。

無限に大きいフェリ磁性体は、上にのべたような分散特性をもつ媒質としてとらえることができるが、有限の大きさのフェリ磁性体には、いま1つの特徴がある。

いま、だ円体状のフェリ磁性体を考える。だ円体の1つの主軸方向に直流磁界を加え、これに交番磁界を重畳すると、磁化ベクトルの運動方程式はや

はり (1.2) 式となるが、 H はフェリ磁性体内部の全磁界であることに注意を要する。われわれが直接観測できるのは外部の磁界であるから、ここに、内部磁界を外部磁界に関係づけることが必要になる。フェリ磁性体の場合には、内外の磁界にかなりの差があって、常磁性スピン共鳴の場合のように、これらを同一視することはできない。いま、だ円体は微小で、だ円体内のいたるところで磁界は平等であるとする、静磁界理論で用いる減磁率⁽⁶⁾の概念が適用できて、内部磁界 H は、外部から加えた H_e によって

$$H = H_e - [N]M$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

で与えられる。ここに、 N_x, N_y, N_z は、だ円体の主軸方向 (直角座標軸にとる) の減磁率で、 $N_x + N_y + N_z = 1$ なる関係がある。(1.12) 式を (1.2) 式に代入して、(1.6) 式の形に解くと、テンソル $[\chi]$ は

$$[\chi_{\text{eff}}] = \begin{bmatrix} \chi_x & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \chi_y & 0 \\ 0 & 0 & \theta \end{bmatrix}$$

$$\chi_x = \frac{\omega_x \omega_M}{\omega_r^2 - \omega^2}, \quad \chi_y = \frac{\omega_y \omega_M}{\omega_r^2 - \omega^2}, \quad \kappa = \frac{\omega \omega_M}{\omega_r^2 - \omega^2}$$

$$\omega_x = \omega_H + (N_y - N_z) \omega_M, \quad \omega_y = \omega_H + (N_x - N_z) \omega_M$$

$$\omega_r^2 = \omega_x \omega_y$$

の形となり、 $\omega = \omega_r$ で強磁性共鳴が起こることがわかる。⁽⁸⁾ 強磁性共鳴周波数 $\sqrt{\omega_x \omega_y}$ は、磁界 ω_H/r と減磁率 (N_x, N_y, N_z) によって決まるからだ円体の大きさには関係なく、その形状で決まるのが特徴である。これは、磁化ベクトルの1つの振動姿態である一様才差運動姿態といわれるものの固有振動数である。

フェリ磁性体の内部磁界と外部磁界の関係を平等磁界に限定せず、もっと

一般的に扱うことができる。まず、だ円体フェリ磁性体は、その中で電波の伝はん効果が無視できる程度に小さいものとしておく。この仮定のもとでは、Maxwellの方程式は

$$\text{curl } h = 0 \quad (1.14)$$

$$\text{div } (h + m) = 0 \quad (\text{フェリ磁性体内}) \quad (1.15) \text{ a}$$

$$\text{div } h = 0 \quad (\text{真空中}) \quad (1.15) \text{ b}$$

とかける。(1.14)式より、 $h = \text{grad } \psi$ とおけるから、(1.15)式より m は ψ を用いて

$$m_x = \chi \frac{\partial \psi}{\partial x} + j\kappa \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$m_y = -j\kappa \frac{\partial \psi}{\partial x} + \chi \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

と表わせる。したがって、(1.15)式より、 ψ は

$$(1 + \chi) \left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{フェリ磁性体内}) \quad (1.16) \text{ a}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_e}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{真空中}) \quad (1.16) \text{ b}$$

を満足するものとなる。さらに、 ψ はフェリ磁性体だ円体の表面では、 h の接線成分および b の法線成分が連続であるという境界条件：

$$\psi_e = \psi_i ; h_e \cdot n = (h_i + m) \cdot n \quad (1.17)$$

を満足せねばならない。この境界値問題(1.16)、(1.17)式はL.R. Walker氏⁽¹²⁾によって、回転だ円体状フェリ磁性体の場合について解析され、その固有振動姿態が明らかにされた。(1.16)、(1.17)式で定められる固有振動姿態を静磁姿態と総称する。⁽¹⁵⁾ 静磁姿態の固有振動数はフェリ磁性体の形状で決まり、その大きさにはよらないという特徴をもっている。

このように、有限の大きさのフェリ磁性体は振動姿態をもつから、マイクロ波空洞と同じような意味の共振系と考へなければならない。ただ、前者がマイクロ波空洞と異なるのは、共振周波数が系の寸法によらないという点で

ある。これが、もう1つの特徴といえるものである。

以上説明してきたように、フェリ磁性体には磁化ベクトルの歳差運動にもとづく強磁性共鳴という現象があるために、フェリ磁性体は特異な分散特性を示し、また外部電磁界とは共振系として相互作用するのである。無限に大きいフェリ磁性体を含む系では、フェリ磁性体の共振系としての性格よりむしろ特異な分散特性による効果が強く現われるが、有限の大きさのフェリ磁性体を含む系は、分散特性と同時に共振系としてのフェリ磁性体の影響を強く受けることになる。このことは、フェリ磁性体をマイクロ波装置に応用するにあたって考えておかなければならない重要な課題であるにも拘らず、従来問題の複雑性のために、十分尽されたものになっていない。著者が本研究を始めた動機もそこにあり、かかる系の電磁界の理解に多少とも貢献しようというのが本論文の目的である。

1.2 本研究の分野に関連する従来の研究概要と本論文の地位

本節では、この分野に関連する従来の研究を概説して、本論文の対象とする問題の所在を明らかにする。フェリ磁性体を含む系の電磁界に関する研究は、大別すると (1) 異方性媒質を含む導波管中の伝ぱんに関するもの；

(2) 異方性媒質を含む空洞に関するもの； (3) 異方性媒質の散乱体による散乱に関するものの3つに分けることができる。

異方性媒質を含む導波管中の伝ぱんに関する研究は、D.Polder 氏⁽⁹⁾、C.L.Hogan 氏⁽¹⁰⁾、⁽¹¹⁾のフェリ磁性体媒質中の伝ぱんに関する理論的研究に続いたもので、Hogan 氏が円形導波管中のフェライトによるフェラデー回転を利用したことから、軸方向に磁化されたフェライトで完全に満たされた円形導波管⁽¹⁶⁾やフェライトを同軸に含む円形導波管についてまず解析された。^{(17)~}⁽¹⁹⁾これらは、複雑な式にはなっているが、厳密に数式化できる構造なので、導波管やフェライトの半径、直流磁界などをパラメータにして、数値計算によってその伝ぱん特性が詳細に解析されている。円形導波管よりは矩形導波管の方が技術的に扱い易いことから、フェライトで完全に満たされた矩形導波管⁽²⁰⁾および部分的に満たされた矩形導波管^{(21)~(24)}の伝送特性も解析されている。矩形導波管の場合には、フェライトが伝送方向に対して横方向に磁化

されているときは、問題は厳密に数式化できるが、伝送方向に磁化されているときは、円形導波管の場合のようにはいかず、近似的な方法で解析されている。^{(19), (25)} なお、問題が厳密に数式化できない場合が多いことから、摂動法による解析も試みられている。^{(26), (27)} 本論文では、伝はん姿態の問題は扱っていない。

異方性媒質を含む空胴の電磁界については、フェリ磁性体のテンソル透磁率の測定をマイクロ波空胴を用いて行なうという立場から、空胴摂動法を用いた解析がはやくから行なわれている。^{(28)~(30)} 摂動法に対して、H.E. Bussey氏およびL.S. Steinert氏^{(31), (32)}は、円筒フェライトを同軸に含む円筒空胴について、その電磁界をきめる問題を正確に数式化して、これにより近似解をうるという方法をとっている。G.S. Heller氏⁽³³⁾およびA.L. Mikaelyan氏⁽³⁴⁾はBussey氏およびSteinert氏が導いた式を用いて、これを数値計算し、この系の共振周波数を与えている。これらはしかし、すべて TM_{nro} 形の2次元電磁界に限られている。これに対して、この系の3次元電磁界をも含めたより一般的な解析が、著者によって与えられている⁽³⁵⁾。その内容は、本論文の第2章においてのべる。円筒空胴がフェリ磁性体によって完全に満たされているものについては $Foro$ および $For1$ 姿態がT.S. Chu氏およびR. G. Kouyoumjian氏⁽³⁶⁾によって理論的に解析され、実験的に確かめられている。また、フェリ磁性体で完全に満たされた直方体空胴についても直流磁界方向に変化しない電磁界が解析されている。⁽³⁷⁾ 空胴に含ませる異方性媒質がエルミット・テンソルで表わされ、しかも、テンソル成分は周波数によらず一定であるとしたときの空胴の固有値問題が、J. van Bladel氏⁽³⁸⁾によって一般的に論じられている。しかし、テンソル成分が周波数によらないとするのは実際的ではない。なお、以上の閉じた空胴に対して、フェリ磁性体を含む開放形の空胴についての解析も行なわれている⁽³⁹⁾。

このように厳密に解きうる構造をもった系は、ごく限られたものであり、大部分は空胴摂動法によるか、他の適当な近似解法によらなければならない。しかし、このような系に摂動法を適用するのは、フェリ磁性体のもつ特異性から考えて疑義がある。空胴摂動法をこのような系に適用することについての評価は、著者によって行なわれている⁽⁴⁰⁾。その内容は、本論文の第3章に

おいてのべる。また、空洞摂動法のような限界をもたず、一般的に適用できる近似解法については、著者の行なった研究があり⁽³⁵⁾、その内容は、本論文の第4章においてのべる。著者の近似解法は変分表現にもとづくものであるが、同じ問題を B.A.Auld 氏⁽⁴¹⁾は電磁姿態と静磁姿態の結合の観点から考察している。

異方性媒質の散乱体による散乱の問題は、導波管中での散乱と無限自由空間中での散乱にわけられる。前者は非常に困難な問題で、P.S.Epstein 氏および A.D.Berk 氏⁽⁴²⁾は矩形導波管中の細い円柱フェライトによる1次散乱波を計算している。V.V.Nikol'skii 氏⁽⁴³⁾は、同じ問題について、導波管側壁を考慮に入れた境界値問題を解いている。

これに対して、無限自由空間中での散乱については、1本のフェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱が解析されている。^{(44), (45)} フェリ磁性体球については、波長に比べて球の直径が小さい場合に静磁界近似による解法が試みられている程度である。⁽⁴⁶⁾ フェリ磁性体のもつ共振系としての性格からみてフェリ磁性体の多体散乱問題は重要課題である。これについては、著者の行なった理論的研究がある。⁽⁴⁷⁾ その内容は、本論文の第5章および第6章においてのべる。

以上、この分野に関連する従来の研究概要をのべ、本論文の対象とする問題の所在を明らかにした。

第2章 円筒フェリ磁性体を軸上を含む

円筒空洞の電磁界

2.1 序 言

本章は、軸方向に磁化された円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空洞の電磁界に対する境界値問題を厳密に解いて、この系の固有振動姿態およびその性質を明らかにしたものである。フェリ磁性体には磁化ベクトルの強磁性共鳴という現象があって、これが磁化ベクトルの静磁振動姿態にもとづくものであることは、第1章において説明したとおりである。この静磁振動姿態はフェリ磁性体の大きさには関係のない固有振動数をもつことから、フェリ磁性体を含む空洞においては、真空空洞の共振周波数と強磁性共鳴周波数が接近したところでは、空洞とフェリ磁性体は互に強い反作用を及ぼしあい、新たな振動系をつくることが考えられる。

このような相互作用を正しくとらえるためには、フェリ磁性体を含む空洞の電磁界についての境界値問題を考察しなければならない。一般に、フェリ磁性体を含む空洞の電磁界は、フェリ磁性体中では

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \\ \text{curl } \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \\ j\omega \mathbf{M} = \omega_M \mathbf{H} \times \mathbf{1}_z - \omega_H \mathbf{M} \times \mathbf{1}_z \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.1) \text{ a} \\ (2.1) \text{ b} \\ (2.1) \text{ c} \\ (2.1) \text{ d} \end{array}$$

を、空間部分では

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl } \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H} \\ \text{curl } \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.2) \text{ a} \\ (2.2) \text{ b} \end{array}$$

を満足し、かつ空洞壁面およびフェリ磁性体表面上での境界条件にしたがうものである。なお、使用している記号は第1章で用いたのと同じである。

この境界値問題を、空洞およびそれに含ませるフェリ磁性体の任意の形状について解くことは、一般には不可能なことであるとしても、境界値問題として正確に解きうる場合についてこれを解いておくことは、フェリ磁性体を

含んだ空洞の電磁界を明らかにするためにも、また近似解法を考えるためにも、もっとも基本の仕事になる。

このような試みは、円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞について、G. S. Heller 氏⁽³³⁾および A. L. Mikaelyan 氏⁽³⁴⁾らの解析にみられるようにないわけではないが、はじめから2次元電磁界に限っている点で十分に尽されたものになっていない。本章では、この形状についてもっと一般的な境界値問題を厳密に解いて、この系の固有振動数をきめる特性方程式を導いている。さらに、この特性方程式を数値的に解いて、固有振動姿態およびその性質を明らかにしている。なお、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動姿態が直交することについては、これを一般的に証明してある。

2.2 基礎方程式と空洞内電磁界成分の表式

2.2.1 異方性媒質中における Maxwell 方程式の解

図 2.1 に示すように、軸方向に磁化された円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞を考え、円筒座標を図のように定める。この空洞の電磁界は、さきにのべたように、フェリ磁性体中では (2.1) 式を、空間部分では (2.2) 式を満足し、かつ境界条件にしたがうものである。フェリ磁性体は軸方向に磁化されているから、フェリ磁性体中では B と H の成分は

$$\begin{bmatrix} B_r \\ B_\theta \\ B_z \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_r \\ H_\theta \\ H_z \end{bmatrix} \quad (2.3) \text{ a}$$

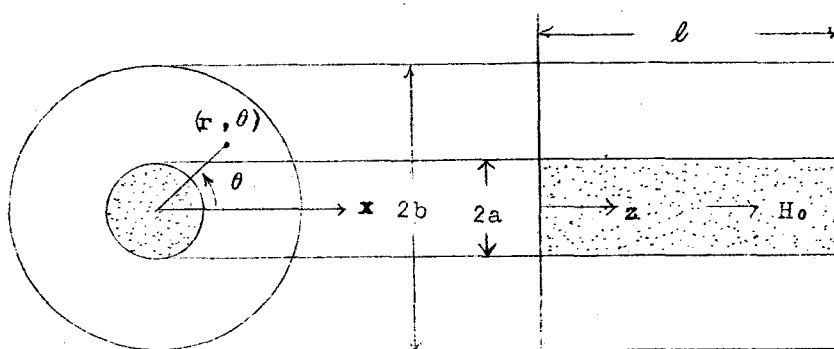


図 2.1 円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞

で関係づけられる。(2.3) a式はまた

$$\begin{bmatrix} B_r \\ B_\theta \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu & j\kappa \\ -j\kappa & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_r \\ H_\theta \end{bmatrix}, \quad B_z = \mu_0 H_z \quad (2.3) \text{ b}$$

とかけるから、一般に、ベクトル A を、 A_z と $A_t (= A - 1_z A_z)$ にわけて考えていくことができる。まずはじめに、(2.3) 式で定義される媒質中での Maxwell 方程式の解法をのべる。

方程式 (2.1) の両辺に 1_z を左からベクトル的に乗ずると

$$1_z \times \text{curl } E = \nabla_t E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_t = -j\omega 1_z \times B_t, \quad (2.4) \text{ a}$$

$$1_z \times \text{curl } H = \nabla_t H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_t = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r 1_z \times E_t, \quad (2.4) \text{ b}$$

となる。ここに

$$\nabla_t = \nabla - 1_z \frac{\partial}{\partial z}$$

である。また、スカラ的に乗ずると

$$1_z \cdot \text{curl } E = -\nabla_t \cdot (1_z \times E_t) = -j\omega \mu_0 H_z \quad (2.5) \text{ a}$$

$$1_z \cdot \text{curl } H = \nabla_t \cdot (H_t \times 1_z) = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r E_z \quad (2.5) \text{ b}$$

がえられる。(2.4) a式は、(2.3) 式を用いて

$$\nabla_t E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_t = -j\omega \mu_0 (\mu 1_z \times H_t + j\kappa H_t) \quad (2.5) \text{ c}$$

とかける。この式の両辺に 1_z を左からベクトル的にかけると

$$1_z \times \nabla_t E_z - \frac{\partial}{\partial z} (1_z \times E_t) = -j\omega \mu_0 (-\mu H_t + j\kappa 1_z \times H_t)$$

がえられる。この2式において、第1式の両辺に μ を、第2式の両辺に $j\kappa$ を乗じて辺々相加えると H_t が消去されて

$$\begin{aligned} \mu \nabla_t E_z + j\kappa 1_z \times \nabla_t E_z - \mu \frac{\partial}{\partial z} E_t - j\kappa \frac{\partial}{\partial z} (1_z \times E_t) \\ = j\omega \mu_0 (\mu^2 - \kappa^2) H_t \times 1_z \end{aligned}$$

となる。この式と (2.5) b式から $H_t \times 1_z$ を消去すると

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 E_z - \mu \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t \cdot E_t - j \kappa \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t \cdot l_t \times E_t \\ = -k_0^2 \epsilon_r (\mu^2 - \kappa^2) E_z \end{aligned}$$

がえられる。ここに、 $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ である。さらに、 $\nabla \cdot E = 0$ より

$\nabla_t \cdot E_t = -\frac{\partial E_z}{\partial z}$ なることおよび (2.5) a 式を使って

$$\nabla_t^2 E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu} k_0^2 \epsilon_r E_z = -\frac{\kappa}{\mu} \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (2.6) a$$

をうる。同様にして

$$\nabla_t^2 H_z + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_r H_z = \frac{\kappa}{\mu} \omega \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (2.6) b$$

がえられる。

つぎに、(2.4) b 式を用いて (2.4) c 式の $l_z \times H_t, H_t$ を消去すると

$$\begin{aligned} (k_0^2 \epsilon_r \mu + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) E_t + j k_0^2 \epsilon_r \kappa E_t \times l_z \\ = \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t E_z - \omega \kappa \mu_0 \nabla_t H_z + j \omega \mu_0 \mu l_z \times \nabla_t H_z \quad (2.7) a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -j k_0^2 \epsilon_r \mu E_t + (k_0^2 \epsilon_r \mu + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) E_t \times l_z \\ = -\frac{\partial}{\partial z} l_z \times \nabla_t E_z + \omega \kappa \mu_0 l_z \times \nabla_t H_z + j \omega \mu_0 \mu \nabla_t H_z \quad (2.7) b \end{aligned}$$

また、 E_t を消去すると

$$\begin{aligned} (k_0^2 \epsilon_r \mu + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) H_t + j k_0^2 \epsilon_r \kappa H_t \times l_z \\ = -j \omega \epsilon_0 \epsilon_r l_z \times \nabla_t H_z, \quad (2.8) a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -j k_0^2 \epsilon_r \kappa H_t + (k_0^2 \epsilon_r \mu + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) H_t \times l_z \\ = -j \omega \epsilon_0 \epsilon_r \nabla_t E_z - \frac{\partial}{\partial z} (l_z \times \nabla_t H_z) \quad (2.8) b \end{aligned}$$

がえられる。

ここで、電磁界の z 方向の変化は、空胴内の電磁界を表わす必要から定在波の形になっていることを要請し、 $E_z \propto \cos \beta z$, $E_t \propto \sin \beta z$, $H_z \propto \sin \beta z$, $H_t \propto \cos \beta z$ を仮定すると、(2.7)、(2.8) 式から E_t および H_t は解けて

$$\begin{aligned} \Omega_1 E_t = & (k_0^2 \epsilon_r \mu - \beta^2) (-\beta \nabla_t E_z - \omega \kappa \mu_0 \nabla_t H_z + j \omega \mu_0 \mu l_z \times \nabla_t H_z) \\ & - j k_0^2 \epsilon_r \kappa (\beta l_z \times \nabla_t E_z + \omega \kappa \mu_0 l_z \times \nabla_t H_z + j \omega \mu_0 \mu \nabla_t H_z), \end{aligned} \quad (2.9) a$$

および

$$\begin{aligned} \Omega_1 H_t = & (k_0^2 \epsilon_r \mu - \beta^2) (-j \omega \epsilon_0 \epsilon_r l_z \times \nabla_t E_z + \beta \nabla_t H_z) \\ & + j k_0^2 \epsilon_r \kappa (j \omega \epsilon_0 \epsilon_r \nabla_t E_z + \beta l_z \times \nabla_t H_z) \end{aligned} \quad (2.9) b$$

で与えられる。ここに、 $\Omega_1 = (k_0^2 \epsilon_r \mu - \beta^2)^2 - (k_0^2 \epsilon_r \kappa)^2$

(2.9) 式は、電磁界の横成分が縦成分 E_z , H_z から誘導できることを示している。したがって、 E_z , H_z を (2.6) 式の解とすると、(2.3) a 式で定義される異方性媒質中での Maxwell の方程式を満足する電磁界成分は (2.9) 式によりすべて決まるので、Maxwell の方程式は (2.9) 式の形に解けたことになる。

2.2.2. 空胴内電磁界成分の表式

1) フェリ磁性体円柱内の電磁界成分

異方性媒質中で Maxwell 方程式を解く問題は、結局 E_z , H_z に関する (2.6) 式の連立偏微分方程式を解く問題に帰着させられたわけである。

(2.6) 式は定在波に対しては

$$\nabla_t^2 E_z + a E_z + b H_z = 0 \quad (2.10) a$$

$$\nabla_t^2 H_z + c H_z + d E_z = 0 \quad (2.10) b$$

とかける。ここに、

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\mu^2 - k^2}{\mu} \epsilon_r k_0^2 - \beta^2, & b &= -\frac{\kappa}{\mu} \beta \omega \mu_0, \\
 c &= k_0^2 \epsilon_r - \frac{\beta^2}{\mu}, & d &= \frac{\kappa}{\mu} \beta \omega \epsilon_0 \epsilon_r
 \end{aligned} \tag{2.10} c$$

である。

(2.10) a, (2.11) b式は、

$$\psi = E_z + A H_z$$

とおいて、 ψ に関する方程式

$$\nabla_{\perp}^2 \psi + k^2 \psi = 0 \tag{2.11} a$$

に変換することができる。⁽¹⁶⁾ ここに

$$k^2 = a + A d$$

であり、 A は

$$A^2 + \frac{a-c}{d} A - \frac{b}{d} = 0$$

の2根である。いま、これを A_1, A_2 とし、 $\psi_1 = E_z + A_1 H_z, \psi_2 = E_z + A_2 H_z$ とかくと (2.10) 式の解は

$$E_z = \frac{\psi_1 A_2 - \psi_2 A_1}{A_2 - A_1} \tag{2.12} a$$

$$H_z = \frac{\psi_1 - \psi_2}{A_1 - A_2} \tag{2.12} b$$

で与えられる。ここに、 ψ_2 は

$$(\nabla_{\perp}^2 + k_2^2) \psi_2 = 0 \quad k_2^2 = a + A_2 d \tag{2.12} c$$

の解である。

フェリ磁性体円柱の内部では、 $r \leq r_0$ を円筒座標で表わすことにより、(2.12) c 式から ψ_1, ψ_2 として

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A J_n(k_1 r) e^{\mp j n \theta} \\ \psi_2 &= B J_n(k_2 r) e^{\mp j n \theta}\end{aligned}\quad n = 0, 1, 2, \dots$$

をとることができる。ここに、 $J_n(kr)$ は次数 n の第 1 種 Bessel 関数であり、 A, B は定数である。したがって、(2.12) 式と (2.9) 式から、フェリ磁性体円柱内部の全電磁界成分がつぎのように与えられる。

$$E_z = [A A_2 J_n(k_1 r) - B A_1 J_n(k_2 r)] e^{\mp j n \theta} \cos \beta z \quad (2.13) a$$

$$H_z = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} [A J_n(k_1 r) - B J_n(k_2 r)] e^{\mp j n \theta} \sin \beta z \quad (2.14) a$$

$$\begin{aligned}\Omega_1 E_r &= j \left\{ A \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} q_2 J_n(k_1 r) + j p_2 x_1 J_n'(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \left. - B \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} q_1 J_n(k_2 r) + j p_1 x_2 J_n'(k_2 r) \right\} \right\} e^{\mp j n \theta} \sin \beta z\end{aligned}\quad (2.13) b$$

$$\begin{aligned}\Omega_1 E_\theta &= \left\{ A \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} p_2 J_n(k_1 r) + j q_2 x_1 J_n'(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \left. - B \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} p_1 J_n(k_2 r) + j q_1 x_2 J_n'(k_2 r) \right\} \right\} e^{\mp j n \theta} \sin \beta z\end{aligned}\quad (2.13) c$$

$$\begin{aligned}\Omega_1 H_r &= j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left\{ -A \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} v_2 J_n(k_1 r) + j u_2 x_1 J_n'(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} v_1 J_n(k_2 r) + j u_1 x_2 J_n'(k_2 r) \right\} \right\} e^{\mp j n \theta} \cos \beta z\end{aligned}\quad (2.14) b$$

$$\begin{aligned}\Omega_1 H_\theta &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left\{ -A \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} u_2 J_n(k_1 r) + j v_2 x_1 J_n'(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B \left\{ \frac{\pm j n}{k_0 r} u_1 J_n(k_2 r) + j v_1 x_2 J_n'(k_2 r) \right\} \right\} e^{\mp j n \theta} \cos \beta z\end{aligned}\quad (2.14) c$$

ここに、

$$A_{\frac{1}{2}} = \frac{k_0}{2\beta\rho_H} \left\{ \left[(1-\mu) \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right) + \mu\rho_H^2 \right] \right. \\ \left. \mp \sqrt{\left[(1-\mu) \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right) + \mu\rho_H^2 \right]^2 + 4\rho_H^2 \frac{\beta^2}{\epsilon_r k_0^2}} \right\} \quad (2.15)$$

$$p_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\beta}{k_0} A_{\frac{1}{2}} - \mu\rho_H \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right) + \mu\rho_H$$

$$q_{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\beta}{k_0} A_{\frac{1}{2}} - \mu\rho_H \right) \rho_H + \mu \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right)$$

(2.16) a

$$u_{\frac{1}{2}} = -\frac{\beta}{k_0} \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right) - \epsilon_r \rho_H A_{\frac{1}{2}}$$

$$v_{\frac{1}{2}} = -\frac{\beta}{k_0} \rho_H - \epsilon_r \left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right) A_{\frac{1}{2}}$$

$$\Omega_{\frac{1}{2}} = \epsilon_r \mu \left[\left(1 - \frac{\beta^2}{\mu\epsilon_r k_0^2} \right)^2 - \rho_H^2 \right]$$

(2.16) b

$$k_{\frac{1}{2}} = k_0 x_{\frac{1}{2}} \quad , \quad x_{\frac{1}{2}}^2 = \epsilon_r q_{\frac{1}{2}}$$

(2.16) c

$$\rho_H = -\frac{\kappa}{\mu}$$

(2.16) d

J'_n : J_n の導関数

である。

2) 空間部分における電磁界成分

空間部分において E_z , H_z の満足すべき方程式は、(2.6) 式あるいは (2.10) 式において $\mu = 1$, $\kappa = 0$, $\epsilon_r = 1$ とおいて得られる。すなわち

$$\nabla_{\frac{1}{2}}^2 E_z + (k_0^2 - \beta^2) E_z = 0 \quad (2.17) a$$

$$\nabla_{\frac{1}{2}}^2 H_z + (k_0^2 - \beta^2) H_z = 0 \quad (2.17) b$$

(2.17) 式を円筒座標で表わして解くと $E_z = \{ C_1 J_n(kr) + C_2 N_n(kr) \} e^{\mp jn\theta}$

$H_z = \{ D_1 J_n(kr) + D_2 N_n(kr) \} e^{\mp j n \theta}$ なる解が得られるが、空洞壁面 ($r = b$) での境界条件：

$$E_z = \frac{\partial H_z}{\partial n} = 0 \quad (r=b)$$

を満足させなければならないので、これを考慮した形にかくと

$$E_z = C F(kr) e^{\mp j n \theta} \cos \beta z \quad (2.18) a$$

$$H_z = D G(kr) e^{\mp j n \theta} \sin \beta z \quad (2.19) a$$

となる。ここに、 C, D は定数であり、

$$F(kr) = \frac{J_n(kr)}{J_n(kb)} - \frac{N_n(kr)}{N_n(kb)}, \quad jG(kr) = \frac{J_n(kr)}{J_n'(kb)} - \frac{N_n(kr)}{N_n'(kb)}$$

$$k = \sqrt{k_0^2 - \beta^2}$$

J_n', N_n' : J_n, N_n の導関数

である。

一方、横成分 E_t, H_t は、(2.9) 式において $\mu = 1, \kappa = 0, \epsilon_r = 1$ とおいて得られる式によって、 E_z, H_z から求められ、つぎのようになる。

$$\Omega_z E_r = j \left[\pm D \frac{jn}{k_0 r} G(kr) + j C \frac{\beta}{k_0} x F'(kr) \right] e^{\mp j n \theta} \sin \beta z \quad (2.18) b$$

$$\Omega_z E_\theta = \left[\pm C \frac{j\beta n}{k_0^2 r} F(kr) + j D x G'(kr) \right] e^{\mp j n \theta} \sin \beta z \quad (2.18) c$$

$$\Omega_z H_r = j \left[-j D \frac{\beta}{k_0} x G'(kr) \mp C \frac{jn}{k_0 r} F(kr) \right] e^{\mp j n \theta} \cos \beta z \quad (2.19) b$$

$$\Omega_z H_\theta = \left[-j C x F'(kr) \mp D \frac{j\beta n}{k_0^2 r} G(kr) \right] e^{\mp j n \theta} \cos \beta z \quad (2.19) c$$

ここに
$$F'(kr) = \frac{J_n'(kr)}{J_n(kb)} - \frac{N_n'(kr)}{N_n(kb)},$$

$$jG'(kr) = \frac{J_n'(kr)}{J_n'(kb)} - \frac{N_n'(kr)}{N_n'(kb)},$$

$$x = \frac{k}{k_0} = \frac{\sqrt{k_0^2 - \beta^2}}{k_0}, \quad \Omega_2 = x^2$$

2.3 空胴内電磁界を決定する特性方程式

空胴内のそれぞれの領域での電磁界成分は前節の(2.14)式、(2.18)式で与えられる。それらは、まず、 $z=0$ 、 $z=l$ における境界条件を満足しなければならない。これより

$$\beta = \frac{m\pi}{l} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (2.20)$$

がえられる。

つぎに、 $r=a$ なるフェリ磁性体表面で、電界・磁界の接線成分は連続でなければならない。すなわち

$$\begin{aligned} E_z \Big|_{r=a-0} &= E_z \Big|_{r=a+0}, & H_z \Big|_{r=a-0} &= H_z \Big|_{r=a+0} \\ E_\theta \Big|_{r=a-0} &= E_\theta \Big|_{r=a+0}, & H_\theta \Big|_{r=a-0} &= H_\theta \Big|_{r=a+0} \end{aligned}$$

でなければならない。したがって、(2.13) a, (2.18) a; (2.13) c, (2.18) c; (2.14) a, (2.19) a; (2.14) c, (2.19) c式より未定係数 A, B, C, D の1次方程式

$$A J_n(k_1 a) - B J_n(k_2 a) - A_1 = C F(ka)$$

$$A J_n(k_1 a) - B J_n(k_2 a) = D G(ka)$$

$$\Omega_1 [A F_2(k_1 a) - B F_1(k_2 a)] = \Omega_2 \left[-C j \frac{(\mp) \beta_n}{k_0^2 a} F(ka) + D j x G'(ka) \right]$$

$$\Omega_1 [A G_2(k_1 a) - B G_1(k_2 a)] = \Omega_2 \left[D j \frac{(\mp) \beta_n}{k_0^2 a} G(ka) - C j x F'(ka) \right]$$

がえられる。これより A, B, C, D を消去すると、この空胴の電磁界を決める特性方程式

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_2 \left\{ \mp u_1 n + v_1 \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} \right\} - \Omega_1 \left(\pm \frac{\beta}{k_0} n \right) + \Omega_1 A_1 \cdot ka \cdot \text{ctn}(ka, kb)}{\Omega_2 \left\{ \mp p_1 n + q_1 \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} \right\} + \Omega_1 A_1 \left(\pm \frac{\beta}{k_0} n \right) - \Omega_1 \cdot ka \cdot \text{tn}(ka, kb)} \\
& = \frac{\Omega_2 \left\{ \mp u_2 n + v_2 \xi_1 \frac{J'_n(\xi_1)}{J_n(\xi_1)} \right\} - \Omega_1 \left(\pm \frac{\beta}{k_0} n \right) + \Omega_1 A_2 \cdot ka \cdot \text{ctn}(ka, kb)}{\Omega_2 \left\{ \mp p_2 n + q_2 \xi_1 \frac{J'_n(\xi_1)}{J_n(\xi_1)} \right\} + \Omega_1 A_2 \left(\pm \frac{\beta}{k_0} n \right) - \Omega_1 \cdot ka \cdot \text{tn}(ka, kb)} \quad (2.21)
\end{aligned}$$

をうる。ここに、 $\xi_i = k_i a$ であり、

$$\text{tn}(ka, kb) = \frac{J'_n(ka) N'_n(kb) - J'_n(kb) N'_n(ka)}{J_n(ka) N'_n(kb) - J'_n(kb) N_n(ka)}$$

$$\text{ctn}(ka, kb) = \frac{J'_n(ka) N_n(kb) - J_n(kb) N'_n(ka)}{J_n(ka) N_n(kb) - J'_n(kb) N_n(ka)}$$

である。

任意の整数 m, n について (2.21) 式を解けば、その m, n に対する固有振動数を見出すことができる。とくに、 $m=0$ したがって $\beta=0$ の場合について (2.21) 式を変形してみる。 $\beta \rightarrow 0$ に対して A_1 は (2.15) 式より、

$$\begin{aligned}
\frac{A_1}{A_2} &= \frac{k_0}{2\beta\theta_H} \left\{ \left\{ 1 - \mu (1 - \theta_H^2) \right\} \mp \left\{ 1 - \mu (1 - \theta_H^2)^2 \right\} \right\} \\
&= \frac{k_0}{2\beta\theta_H} \left\{ \frac{-(1 + \Omega_H)}{\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2} \mp \frac{(1 + \Omega_H)^2}{[\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2]} \right\}
\end{aligned}$$

の形になるが、(2.11) c, (2.10) c 式より、 $A_1 A_2 = -\frac{1}{\epsilon_r}$ であるので、

$$\Omega < \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)} \quad \text{に対して}$$

$$A_1 = \infty$$

$$A_2 = 0$$

(2.22) a

$\Omega > \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ に対して

$$\begin{aligned} A_1 &= 0 \\ A_2 &= \infty \end{aligned} \quad (2.22) \text{ a}$$

をうる。したがって、 $\Omega < \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ に対して

$$\frac{\beta}{k_0} A_1 = \frac{1 - \mu (1 - \rho_H^2)}{\rho_H}, \quad \frac{\beta}{k_0} A_2 = 0 \quad (2.24)$$

$$\Omega_1 = \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2), \quad \Omega_2 = 1$$

$$p_1 = \frac{\beta}{k_0} A_1, \quad p_2 = 0 \quad (2.25) \text{ a}$$

$$q_1 = 1, \quad q_2 = \mu (1 - \rho_H^2)$$

$$u_1 = \infty, \quad u_2 = 0$$

$$v_1 = \infty, \quad v_2 = 0$$

$$\frac{u_1}{A_1} = -\epsilon_r \rho_H, \quad \frac{v_1}{A_1} = -\epsilon_r \quad (2.26) \text{ a}$$

をうる。これらの値を (2.21) 式に代入すると

$$\begin{aligned} & A_1 \left[\left\{ \mp (-\epsilon_r \rho_H) n + (-\epsilon_r) \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} \right\} + \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2) ka \cdot \text{ctn}(ka, kb) \right] \\ & \frac{\mp \frac{\beta}{k_0} A_1 \cdot n + \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} + \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2) \left(\pm \frac{\beta}{k_0} A_1 \cdot n - \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2) ka \cdot \text{tn}(ka, kb) \right)}{0} = 0 \\ & \mu (1 - \rho_H^2) \xi_1 \frac{J'_n(\xi_1)}{J_n(\xi_1)} + \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2) ka \cdot \text{tn}(ka, kb) \end{aligned}$$

$A_1 = \infty$ であるから左辺が 0 であるためには

$$\mp n \rho_H + \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} - \mu (1 - \rho_H^2) \kappa \operatorname{ctn}(ka, kb) = 0$$

これをかきかえて

$$M \xi_2 \frac{J'_n(\xi_2)}{J_n(\xi_2)} = \kappa a \operatorname{ctn}(ka, kb) \pm n \kappa$$

$$M = \frac{1}{\mu (1 - \rho_H^2)} = \frac{\mu}{\mu^2 - \kappa^2} = \frac{\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2}{(\Omega_H + 1)^2 - \Omega^2}, \quad (2.27)$$

$$\kappa = \frac{\Omega}{(\Omega_H + 1)^2 - \Omega^2}$$

$$\xi_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_r} a_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \frac{1}{\sqrt{M}}$$

をうる。なお、 $\Omega > \sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ に対しては

$$\frac{\beta}{k_0} A_1 = 0, \quad \frac{\beta}{k_0} A_2 = \frac{1 - \mu (1 - \rho_H^2)}{\mu} \quad (2.23) \text{ b}$$

$$\Omega_1 = \epsilon_r \mu (1 - \rho_H^2), \quad \Omega_2 = 1 \quad (2.24)$$

$$p_1 = 0, \quad p_2 = \frac{\beta}{k_0} A_2$$

$$q_1 = \mu (1 - \rho_H^2), \quad q_2 = 1 \quad (2.25) \text{ b}$$

$$u_1 = 0, \quad u_2 = \infty$$

$$v_1 = 0, \quad v_2 = \infty$$

$$\frac{u_2}{A_2} = -\epsilon_r \rho_H, \quad \frac{v_2}{A_1} = -\epsilon_r \quad (2.26) \text{ b}$$

となるから、添字 1, 2 を交換する形となり、やはり (2.27) 式が得られる。

(2.27) 式は H. E. Bussey 氏および L. S. Steinert 氏⁽⁶¹⁾ がはじめから 2 次元電磁界を考えて出した式にほかならない。

2.4 固有振動姿態

$m = 0$ の固有振動姿態は z 方向に変化しない 2 次元的な分布をもち、 $H_z = 0$ で特徴づけられる T M 形電磁界となるが、 $m \neq 0$ の固有振動姿態の電磁界は純粋な T E 形および T M 形の電磁界ではなく、 E_z も H_z も存在する混成した分布をもつ電磁界となる。

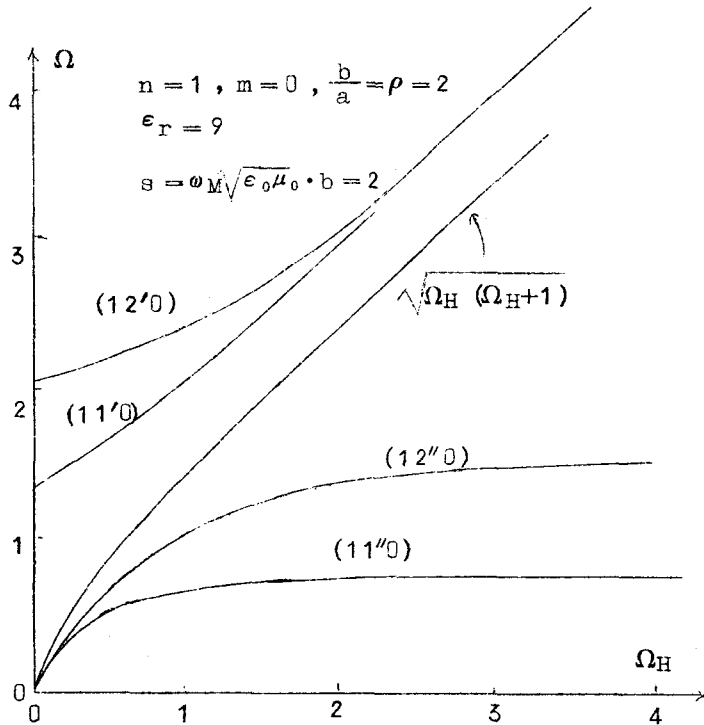


図 2.2 a 正回転姿態 ($n = 1$) の固有振動数と直流磁界の関係

図 2.2 は、 $m = 0, n = 0, 1; m = 1, n = 0$ のときの固有振動数の計算機による計算結果を直流磁界の関数として示したもので、フェリ磁性体を含んだ空胴の固有振動姿態がどのようなものであるかを明らかにするのに役立つ。

図でわかるように、特定の磁界が加えられた状態でのフェリ磁性体を含んだ空胴の固有振動姿態を順序つけて表記するためにも、また、これらのフェリ磁性体を含んだ空胴の固有振動姿態がどのようなものであるかを調べるためにも、まず、固有振動姿態を固有振動数が $\sqrt{\Omega_H (\Omega_H + 1)}$ 以上のものと、

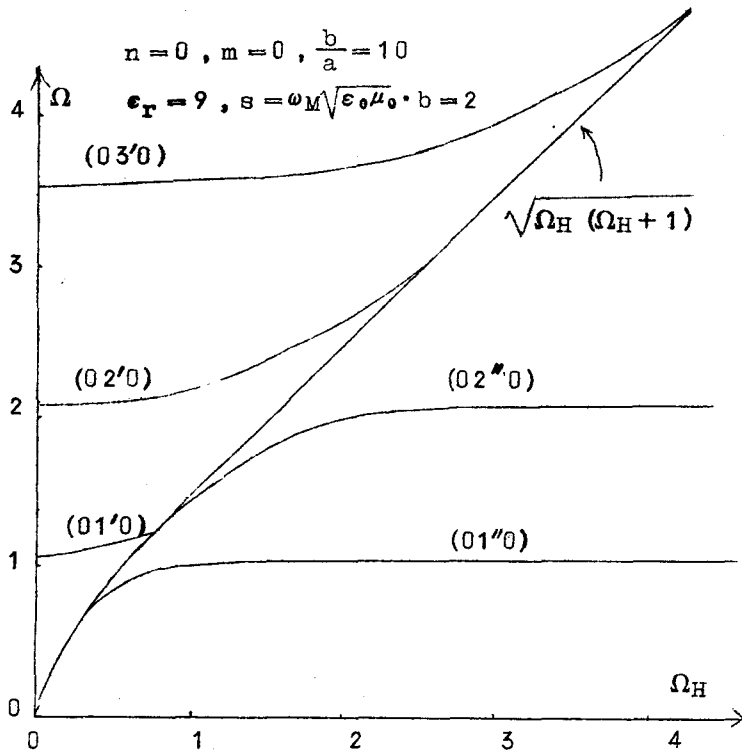


図 2.2 b 回転対称状態 ($n=0$) の固有振動数と直流磁界の関係

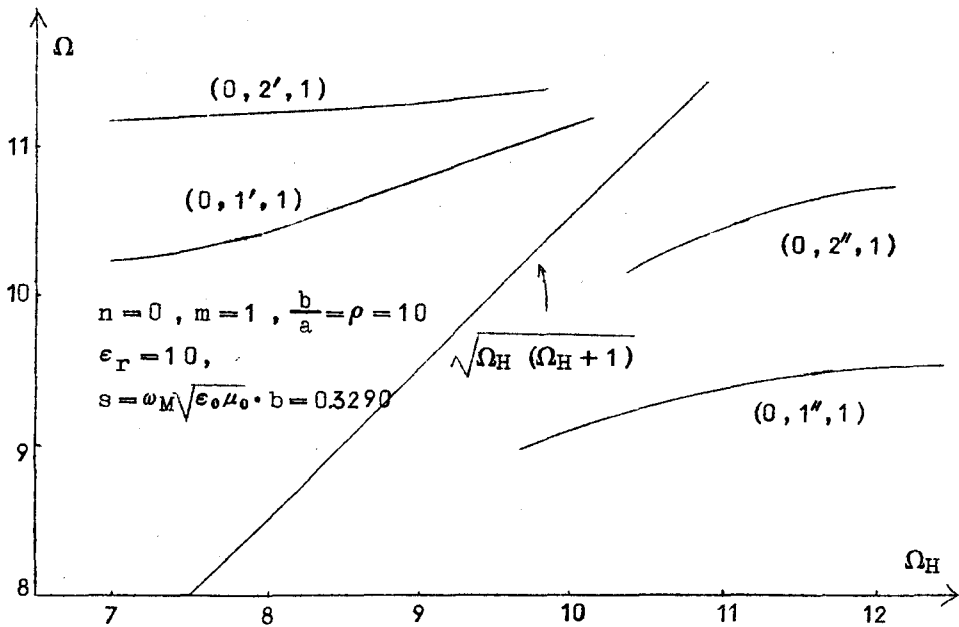


図 2.2 c 回転対称 ($n=0$) でかつ軸方向に変化 ($m=1$) する状態の固有振動数と直流磁界の関係

それ以下のものに大別しておくのが便利である。さらに、整数 r を導入して、前者を (n, r', m) で、後者を (n, r'', m) で表わすようにしておく。この表記法によれば、特定の直流磁界が加えられた状態での固有振動状態は固有振動数の小さい方からならべて $\sqrt{\Omega_H(\Omega_H+1)}$ までに (n, r'', m) 状態で無限個、それから上は (n, r', m) 状態で無限個となる。

(n, r'', m) で表わされる状態の固有振動数は直流磁界の増大とともに、すべて、漸近的に一定値に近づくが、この値は円筒フェリ磁性体と同じ寸法で同じ比誘電率 ϵ_r をもつ円筒誘電体を軸上に含む円筒空洞の固有振動数と一致する。これは、 $\Omega_H \rightarrow \infty$ に対して、フェリ磁性体のテンソル比誘電率の非対角成分 κ が 0 に、対角成分が 1 に、それぞれ、収束するためである。このように (n, r'', m) 状態は $\Omega_H \rightarrow \infty$ で誘電体を含んだ空洞の固有振動状態に結びつく状態群として特徴づけられる。

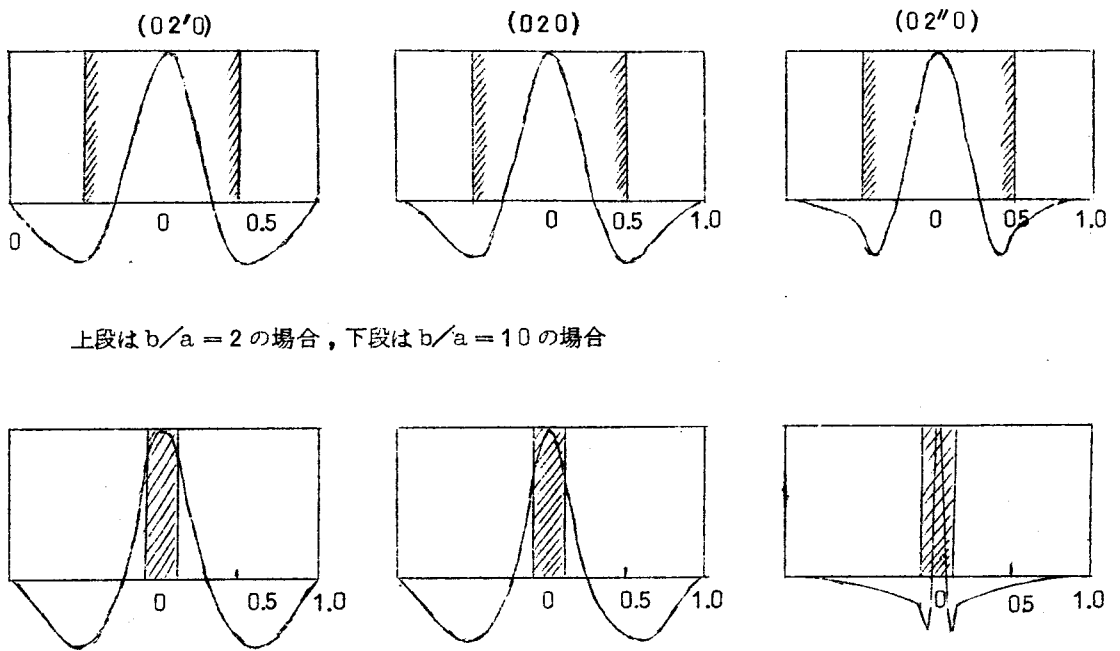
一方 (n, r', m) で表わされる状態の固有振動数は直流磁界 0 の近傍で比較的ゆるやかに変化し、磁界 0 のときの固有振動数は $\Omega_H \rightarrow \infty$ に対する (n, r'', m) の固有振動数にほぼ等しい。したがって、このような状態については、直流磁界が 0 の状態で同形状の比誘電率 ϵ_r の誘電体を含んだ空洞の固有振動数に結びつく状態として特徴づけられる。なお、直流磁界の 0 のときの固有振動数が、 $\Omega_H \rightarrow \infty$ に対するものと厳密に一致しないのは、この理論では、直流磁界が 0 のときでも飽和磁化に等しい残留磁化が存在しているため、とくにフェリ磁性体の空洞中に占める割合が小さいとき ($\rho = b/a$ が大きいことに相当する) は、残留磁化の効果も弱くなって、両者はほとんど等しくなっている。

また、 (n, r'', m) 状態は、磁界に対してその固有振動数 Ω が $\sqrt{\Omega_H(\Omega_H+1)}$ に近い変りかたをするところでは、その振動状態は静磁状態に近い形になる。

図 2.3 に、 $(0, 2', 0)$ 状態、 $(0, 2'', 0)$ 状態および誘電体装空洞 $(0, 2, 0)$ 状態の電界成分 E_z の径方向分布を示しておく。

以上のことから、また、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動状態をつぎの 3 種にわけてとらえることができる。

(1) 誘電体円柱を含む円筒空洞の固有振動状態に相当する電磁界分布をも



上段は $b/a = 2$ の場合, 下段は $b/a = 10$ の場合

図2.3 $\Omega_H = 0.5$ のときの TM_{nq0} 姿態の E_z の径分布
 $\epsilon_r = 9, \quad \omega = \omega_M \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad b = 2$

った振動姿態

- (2) 静磁姿態に近い電磁界分布をもった振動姿態
- (3) (1), (2) のいずれともいえない特有の電磁界分布をもった振動姿態

これらのうち(3)のような振動姿態が、すなわち空胴電磁界と磁化ベクトルの共振系の相互作用の効果が強く現われたときにとる振動姿態である。図2.2は、そのような振動姿態を考えなければならない周波数と直流磁界との関係を明らかにしていると考えてもよい。

2.5 固有振動姿態の直交性

本節では、一般のフェリ磁性体を含む空胴の固有振動姿態について成立する直交性を導出している。

いま、添字 λ, μ で姿態の異なるものを表わすと、フェリ磁性体中で

$$\text{curl } E_{\lambda} = -j \omega_{\lambda} \mu_0 (jJ_{\lambda} + M_{\lambda})$$

$$\text{curl } H_{\lambda} = j \omega_{\lambda} \epsilon_0 \epsilon_r E_{\lambda} \quad ,$$

$$j \omega_{\lambda} M_{\lambda} = \omega_M H_{\lambda} \times l_z - \omega_H M \times l_z$$

空間部分で

$$\text{curl } E_{\lambda} = -j \omega_{\lambda} \mu_0 H_{\lambda}$$

$$\text{curl } H_{\lambda} = j \omega_{\lambda} \epsilon_0 E_{\lambda}$$

および境界条件がなりたつから

$$\begin{aligned} & \int_{V_1+V_2} \text{div} \{ E_{\lambda}^* \times H_{\mu} + E_{\mu} \times H_{\lambda}^* \} dV \\ &= j(\omega_{\lambda} - \omega_{\mu}) \int_{V_1+V_2} \{ \epsilon E_{\lambda}^* E_{\mu} + \mu_0 H_{\lambda}^* H_{\mu} \} dV + \mu_0 \int_{V_1} \{ j \omega_{\lambda} H_{\mu} M_{\lambda}^* - j \omega_{\mu} H_{\lambda}^* M_{\mu} \} dV \end{aligned} \quad (2.28)$$

となる。ここに、 V_1 はフェリ磁性体部分、 V_2 は空間部分を表わし、 ϵ は V_1 では $\epsilon_0 \epsilon_r$ をとり、 V_2 では ϵ_0 をとる。ここで

$$M_{\lambda} = [x_{\lambda}] H_{\lambda}$$

$$[x_{\lambda}] = \begin{bmatrix} x_{\lambda} & j\kappa_{\lambda} \\ -j\kappa_{\lambda} & x_{\lambda} \end{bmatrix} \quad x_{\lambda} = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega_{\lambda}^2}, \quad \kappa_{\lambda} = \frac{\Omega_{\lambda}}{\Omega_H^2 - \Omega_{\lambda}^2}$$

なる関係により、これを逆に解いて

$$H_{\lambda} = [x_{\lambda}]^{-1} M_{\lambda}$$

とかくと

$$[x_{\lambda}]^{-1} = \frac{1}{x_{\lambda}^2 - \kappa_{\lambda}^2} \begin{bmatrix} x_{\lambda} & -j\kappa_{\lambda} \\ +j\kappa_{\lambda} & x_{\lambda} \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_\lambda}{x_\lambda^2 - \kappa_\lambda^2} = \Omega_H \quad , \quad \frac{\kappa_\lambda}{x_\lambda^2 - \kappa_\lambda^2} = \Omega_\lambda$$

したがって、

$$\begin{aligned} M_\mu \cdot H_\lambda^* &= M_\mu \cdot \begin{bmatrix} \Omega_H & j\Omega_\lambda \\ -j\Omega_\lambda & \Omega_H \end{bmatrix} M_\lambda^* \\ &= \Omega_H M_\lambda^* \cdot M_\mu - j\Omega_\lambda M_\lambda^* \cdot M_\mu \times 1_z \end{aligned}$$

同様に

$$M_\lambda^* \cdot H_\mu = \Omega_H M_\lambda^* M_\mu - j\Omega_\mu M_\lambda^* \cdot M_\mu \times 1_z$$

したがって

$$\omega_\lambda H_\mu M_\lambda^* - \omega_\mu H_\lambda^* M_\mu = (\omega_\lambda - \omega_\mu) \Omega_H M_\lambda^* M_\mu$$

をうる。

一方、(2.28)式の左辺の体積分は発散定理によって V_1 および V_2 をそれぞれ囲む閉曲面 S_1 および S_2 上の面積分の和になるが、境界条件によってそれは0になる。

したがって、

$$\int_{V_1+V_2} [\epsilon E_\lambda^* E_\mu + \mu_0 H_\lambda^* H_\mu + \mu_0 \Omega_H M_\lambda^* M_\mu] dv = \delta_{\lambda\mu} N \quad (2.29)$$

をうる。ここに、 N は規格化に用いられる常数である。これが、この空胴の固有振動姿態のもつ直交関係式である。

2.6 結 言

円筒フェリ磁性体を同心に含む円筒空胴の電磁界に対する境界問題を正確に解いて、電磁界を決定する特性方程式を導出した。この方程式にもとづいて、2次元電磁界の位置づけを行ない、さらにこの方程式を数値的に解いて、このような空胴の固有振動姿態が、誘電体装荷空胴における固有振動姿態に類似の姿態、静磁姿態に類似の姿態、および空胴電磁界と磁化ベクトル共振系との相互作用が強く現われた特有の姿態の3種に大別されることを明らかにすることができた。なお、このような空胴の固有振動姿態の間に成立する

直交関係式も証明した。

問題にした空胴は正確に解きうる形についてであるが、ここに得られた結果はフェリ磁性体を含む空胴一般について、その固有振動姿態がどのようなものになるかを十分示唆するものであると考えている。

第3章 空 洞 摂 動 法

3.1 序 言

本章は、円筒フェリ磁性体を同心的に含む円筒空洞に摂動法を適用して、この空洞の固有振動数を近似的に求め、これを厳密に求められたものと比較して、空洞摂動法の適用限界を明らかにしたものである。

フェリ磁性体を含む空洞の電磁界を近似的に解くのによく使われている方法に空洞摂動法と呼ばれる解法がある。^{(28), (29)} この解法は、もともと正確に解きうる真空空洞の電磁界をもとにして、空洞に挿入されるフェリ磁性体の効果をこれに対する摂動として解くものであるから、挿入されるフェリ磁性体がもとの空洞電磁界を大きく乱すものであってはならないことは当然である。このことから、摂動法の適用は、空洞に挿入されるフェリ磁性体の現わす電磁気的不連続性の程度が強くない場合に限られてくる。

ところで、いかに制限内にフェリ磁性体の体積を小さくしても、フェリ磁性体が磁化ベクトルの共振系であることから考えて、真空空洞の共振周波数とフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が接近するところでは、摂動法は大きな誤差を与える心配がある。本章では、円筒フェリ磁性体を同心的に含む円筒空洞の共振周波数を正確に求めたものと摂動法によって求めたものとを直流磁界をパラメータにとって比較し、その結果、真空空洞の共振周波数がフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数に接近するところでは、摂動法は大きな誤差を与えること、また負回転（反 Larmor 方向）状態は摂動法ではとらえられないことを明らかにしている。

3.2 円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞の固有振動数に対する摂動解

本節では、図 3.1 に示すように、細い円筒フェリ磁性体を同心的に含む円筒空洞について、フェリ磁性体の効果を真空空洞の TM₁₁₀ 状態に対する摂動としてとり扱い、その共振周波数を空洞摂動法によって求める。まず、空洞摂動法の概要をのべておく。

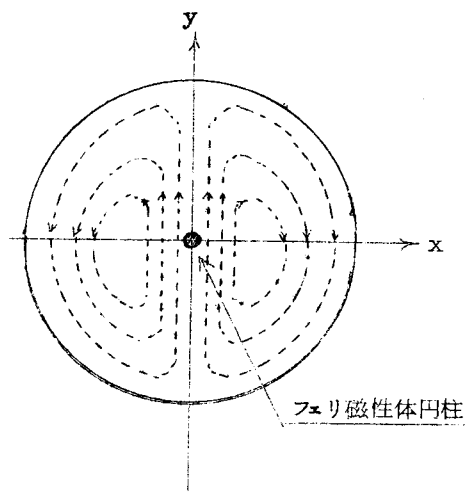


図3.1 TM110 姿態の磁気力線

TM110 の共振 周波数 f_0	9,340 Mc
フェリ磁性体の飽 和磁化 $4\pi M_s$	3,600 [gauss]
フェリ磁性体の比 誘電率 ϵ_r	10
r	1.95743 cm
$\omega_M/2\pi$	802.0 Mc
δ	0.329003
Ω_0	11.6464

表3.1 円筒空洞およびフェリ磁性体の定数

3.2.1 空洞摂動法

1つの真空空洞をとり、その共振角周波数を ω_0 、そのときの電磁界を E_0, H_0 で表わすと、Maxwell の方程式は

$$\begin{aligned} \text{curl } E_0 &= -j\omega_0\mu_0 H_0 \\ \text{curl } H_0 &= j\omega_0\epsilon_0 E_0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

とかける。いま、この空洞にフェリ磁性体を挿入して、空洞の共振角周波数 ω および電磁界 E, H を得たとすると、Maxwell の方程式は、真空部分で

$$\text{curl } E = -j\omega\mu_0 H, \quad \text{curl } H = j\omega\epsilon_0 E \quad (3.2) a$$

フェリ磁性体部分で

$$\text{curl } E = -j\omega\mu_0 (H+M), \quad \text{curl } H = j\omega(\epsilon_0 E+P) \quad (3.2) b$$

とかける。ここに、フェリ磁性体は、電流密度 $j\omega P$ および磁流密度 $-j\omega\mu_0 M$ の電磁流源に置きかえられる。

(3.1), (3.2) 式から $(E^* \text{curl } H - H^* \text{curl } E + E \text{curl } H_0^* - H \text{curl } E_0^*)$ をつくって、空洞全体について積分すると

$$\int_V [\mathbf{E}_0^* \operatorname{curl} \mathbf{H} - \mathbf{H}_0^* \operatorname{curl} \mathbf{E} + \mathbf{E} \operatorname{curl} \mathbf{H}_0^* - \mathbf{H} \operatorname{curl} \mathbf{E}_0^*] dv$$

$$= j(\omega - \omega_0) \int_V [\epsilon_0 \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}] dv + j\omega \int_{\Delta V} [\mathbf{E}_0^* \mathbf{P} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{M}] dv.$$

となる。ここに、 V は空胴全体を ΔV はフェリ磁性体部分を表わす。

左辺の体積分は発散定理によって面積分にかきかえられ

$$\int_V [\quad] dv = \int_V [\operatorname{div} (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) + \operatorname{div} (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E})] dv$$

$$= \oint_S [\mathbf{H} \cdot \mathbf{E}_0^* \times \mathbf{n} + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{n}] dS$$

となるが、境界条件によって空胴壁面上では $\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{n} = \mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0$ であるから上の面積分は 0 となり、したがって、

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = - \frac{\int_{\Delta V} (\mathbf{E}_0^* \mathbf{P} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{M}) dv}{\int_V (\epsilon_0 \mathbf{E}_0^* \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{H}) dv} \quad (3.3)$$

がえられる。⁽²⁾

もし \mathbf{P} , \mathbf{M} が僅かな量であるならば、空胴全体で $\mathbf{E} \cong \mathbf{E}_0$, $\mathbf{H} \cong \mathbf{H}_0$ とすることができ、 $\omega \cong \omega_0$ と考えられるから、(3.3) 式は、

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = - \frac{\int_{\Delta V} (\mathbf{E}_0^* \mathbf{P} + \mu_0 \mathbf{H}_0^* \mathbf{M}) dv}{\int_V (\epsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_0|^2) dv} \quad (3.4)$$

とかける。 \mathbf{P} および \mathbf{M} は、フェリ磁性体内の電磁界と

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \mathbf{E} \quad (3.5)$$

$$j\omega \mathbf{M} = \omega_M \mathbf{H} \times \mathbf{l}_z - \omega_H \mathbf{M} \times \mathbf{l}_z \quad (3.6)$$

によって関係づけられている。

したがって、フェリ磁性体内部の電磁界が与えられたら、上式によって電磁流の分布がわかり、(3.4) 式によって共振角周波数 ω が求められること

になる。なお、内部電磁界は境界値問題を解いて得られるが、これを実行するのは一般に困難なことである。ふつうは、この問題を解きうる他の問題に近似的に置き換えて、内部電磁界を得ている。したがって、この内部電磁界の与え方は、空胴摂動法の中心的課題である。ここで注意すべきことは、 P を決定する方程式： $P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E$ は周波数 ω を含んでいないが、 M を決定する方程式には、摂動を受けたあとの空胴の共振周波数 ω が含まれているという点である。これは P が電気変位によって生じるのに対し、 M はスピンの才差運動によって生じるためである。したがって、 P の決定には内部電界 E を知るだけでよいが、 M の決定には、内部磁界 H と同時に未知周波数 ω が与えられなければならない。このことは、 M を近似的に決める場合に考えておかなければならない重要な点であるが、従来、摂動法ではこの ω に ω_0 を代入して M を求めている。

3.2.2 無摂動空胴電磁界

第2章において明らかにしたように、軸方向に磁化された円筒フェリ磁性体を同心的に含む円筒空胴の固有姿態には $e^{-jn\theta}$ （正回転姿態）か $e^{jn\theta}$ （負回転姿態）しかなく、 $\sin n\theta$ または $\cos n\theta$ は固有姿態にはならない。したがって、無摂動空胴電磁界としてとる円筒空胴 TM_{110} 姿態はつぎの形をとらなければならない。

$$\begin{aligned}
 E_z &= E_0 J_1(k_0 r) e^{\mp j\theta} \\
 H_r &= \frac{E_0}{j\omega_0 \mu_0} \frac{\pm j}{r} J_1(k_0 r) e^{\mp j\theta}, \\
 H_\theta &= \frac{E_0}{j\omega_0 \mu_0} k_0 J_1'(k_0 r) e^{\mp j\theta} \\
 (k_0^2 &= \omega_0^2 \epsilon_0 \mu_0)
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

この姿態の軸近傍の磁界は一様な円偏波になっていることはつぎのようにしてわかる。円筒空胴の軸に垂直に xy 平面を考え x 軸、 y 軸を固定すると磁界の直角座標成分 H_x, H_y と円筒座標成分 H_r, H_θ の間には

$$H_x = H_r \cos \theta - H_\theta \sin \theta$$

$$H_y = H_r \sin \theta + H_\theta \cos \theta$$

なる関係があるから、 H_r, H_θ を代入して

$$H_x = \frac{E_0}{j\omega_0\mu_0} \frac{\pm j}{r} J_1(k_0 r) e^{\mp j\theta} \cos \theta - \frac{E_0}{j\omega_0\mu_0} k_0 J_1'(k_0 r) e^{\mp j\theta} \sin \theta$$

$$H_y = \frac{E_0}{j\omega_0\mu_0} \frac{\pm j}{r} J_1(k_0 r) e^{\mp j\theta} \sin \theta + \frac{E_0}{j\omega_0\mu_0} k_0 J_1'(k_0 r) e^{\mp j\theta} \cos \theta$$

軸の近傍を考えると、 $k_0 r \ll 1$ であるから、 $J_1(k_0 r) \cong \frac{k_0 r}{2}$ 、 $J_1'(k_0 r) \cong \frac{1}{2}$

を用いて書き直すと

$$H_x = \frac{k_0 e^{\mp j\theta}}{j\omega_0\mu_0} \cdot \frac{E_0}{2} (\pm j \cos \theta - \sin \theta) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} e^{\mp j\theta} \frac{1}{2} (\pm e^{\pm j\theta}) E_0$$

$$= \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0$$

$$H_y = \frac{1}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 e^{\mp j\theta} \frac{1}{2} (\pm j \sin \theta + \cos \theta) = -j \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0$$

となって、

$$H_x = j H_y \quad (: e^{-j\theta}) \quad H_x = -j H_y \quad (: e^{j\theta}) \quad (3.8)$$

なる関係のあることがわかる。したがって、軸近傍では磁界は一様で、 $e^{-j\theta}$ で表わされる状態の磁界は正円偏波となっており、 $e^{j\theta}$ で表わされる状態では負円偏波となっている。

3.2.3 フェリ磁性体内部の磁界

TM_{110} 状態の軸近傍の電界はほぼ0に等しいので、フェリ磁性体の誘電体的効果は無視できるとしてよい。したがって、摂動公式における P は0である。これに対して M は

$$j \omega_0 M = \omega_M H_i \times 1_z - \omega_H M \times 1_z \quad (3.9)$$

で与える。この式は、フェリ磁性体の磁化ベクトルが角周波数 ω_0 の一様な磁界によって励振されているとして、(3.6) 式の ω を ω_0 に近いものとして ω_0 とおいたものである。実は、この点が摂動法に共通して見られる特徴で、元来未知数であるべき ω を ω_0 に近いものとして ω_0 で置きかえているのである。

つぎに、フェリ磁性体の内部磁界 H_i を静磁界の境界値問題を解いて求める。 ψ_i, ψ_e をフェリ磁性体の内部および外部の静磁ポテンシャルとすると

$$H_i = \nabla \psi_i \quad (0 \leq r \leq a), \quad \nabla^2 \psi_i = 0 \quad (M \text{ は一定とする})$$

$$H_e = \nabla \psi_e \quad (a < r), \quad \nabla^2 \psi_e = 0.$$

フェリ磁性体表面での境界条件は、

$$\psi_e = \psi_i \quad (r = a) \quad (3.10) \text{ a}$$

$$n \cdot B_e = n \cdot B_i \quad (r = a).$$

フェリ磁性体内では $B_r = \mu H_r + j \kappa H_\theta$ であるから、第2式は

$$\frac{\partial \psi_e}{\partial r} = \mu \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + j \frac{\kappa}{a} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} \quad (r = a) \quad (3.10) \text{ b}$$

とかける。ここで、 ψ_0 をフェリ磁性体がないときに存在している磁界のポテンシャルとすると、 $\psi_e = \psi_0 + \psi_1$ とおける。 ψ_0 は TM_{110} 姿態の軸近傍の磁界のポテンシャルであるから、(3.8) 式により

$$\psi_0^\pm = x H_x^\pm + y H_y^\pm = \pm H_0 r e^{\mp j \theta}, \quad H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0$$

とかける。したがって、 ψ_1 および ψ_i は

$$\psi_1^\pm = A \frac{1}{r} e^{\mp j \theta}$$

$$\psi_i^\pm = B^\pm r e^{\mp j\theta}$$

と仮定できて、(3.10)式より

$$\pm H_0 a + A \frac{\pm 1}{a} = B^\pm a$$

$$\pm H_0 - A \frac{\pm 1}{a^2} = (\mu \pm \kappa) B^\pm$$

をうる。

これより B^\pm を解いて

$$B^\pm = \frac{\pm 2 H_0}{\mu \pm \kappa + 1}$$

したがって、内部磁界 H_i は

$$H_i^\pm = \frac{2}{\mu \pm \kappa + 1} H_0^\pm \quad (3.11)$$

で与えられる。

3.2.4 固有振動数の摂動解

前項でものべたように、 P はいまの場合 0 とおける。 M は円偏波 H_i^\pm に対するものとして、(3.9)式を解いて

$$M^\pm = (\mu \pm \kappa - 1) H_i^\pm \quad (3.12)$$

で与えられる。したがって、固有振動数 Ω の近似値は、(3.4)式から

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0} &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{2(\mu \pm \kappa - 1)}{\mu \pm \kappa + 1} \\ &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{1}{\Omega_H + \frac{1}{2} \mp \Omega_0} \end{aligned} \quad (3.13)$$

によって与えられる。

図 3.2 は表 3.1 に示されるような諸元の空胴について、(3.13)式から求めた Ω を直流磁界の関数として示したものである。比較のために、同図には正確に求めた固有振動数 (正回転状態: $n = 1$) も示してある。

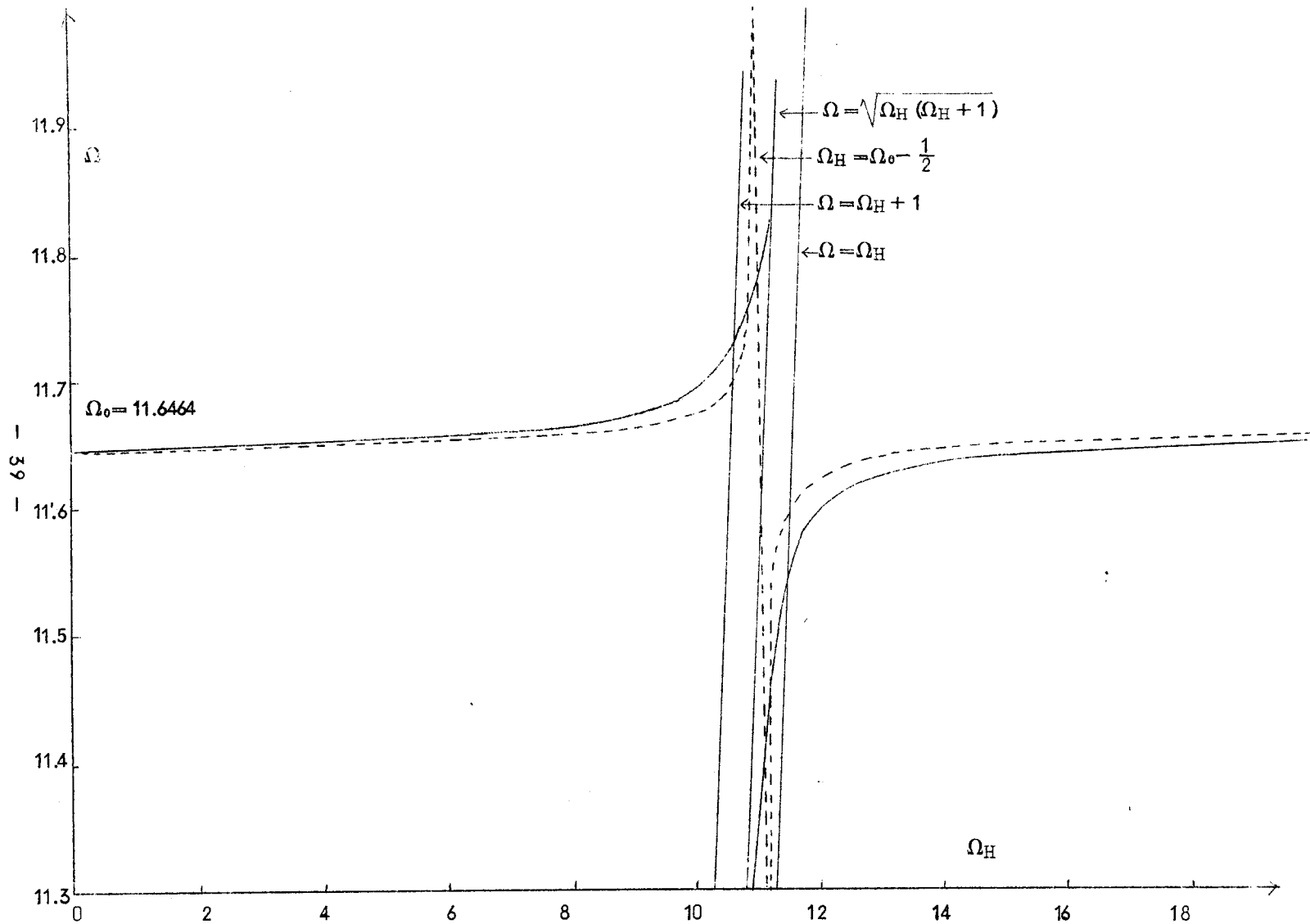
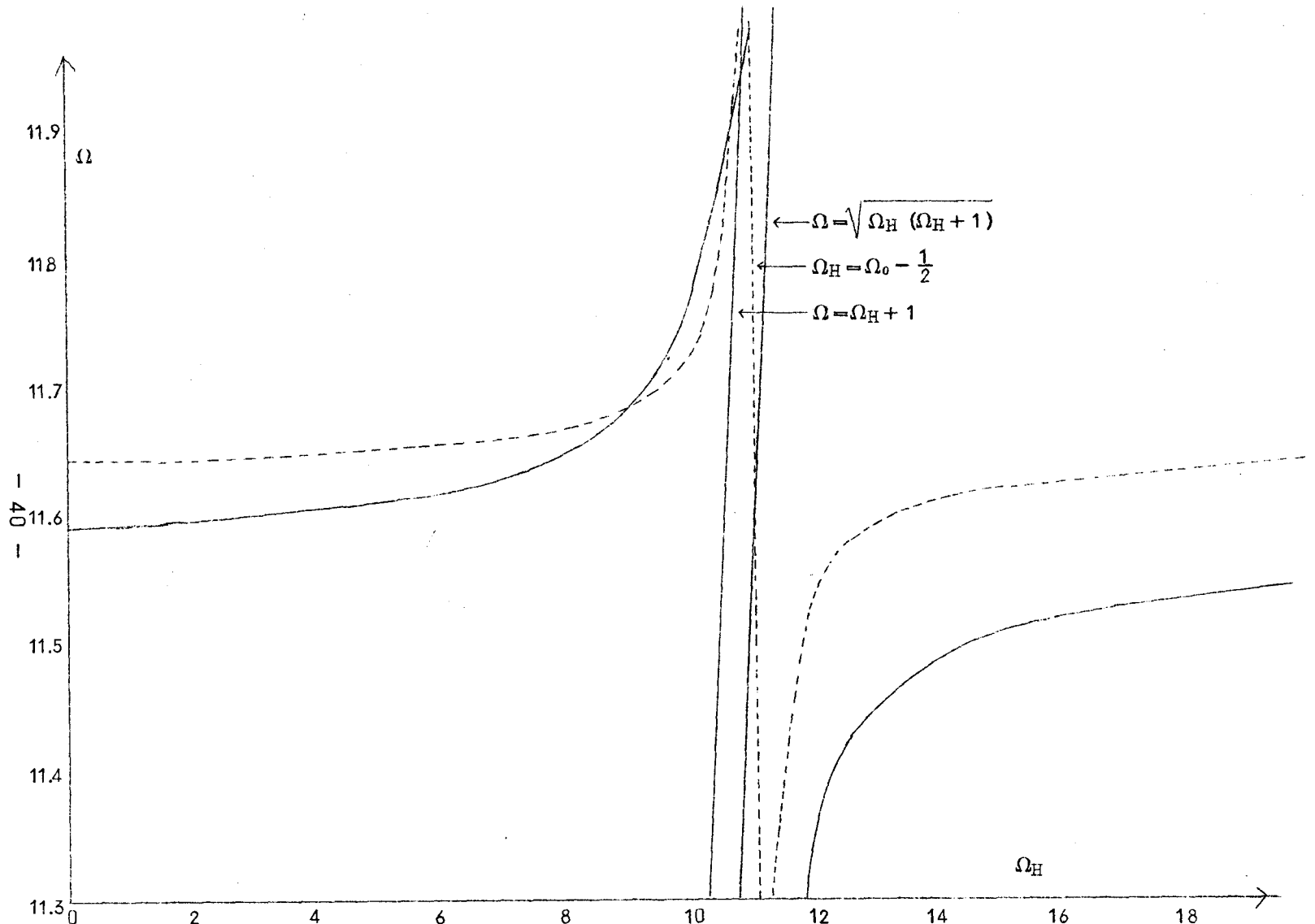


図3.2 a 円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空洞の正回転状態 ($n=1$) の固有振動数 (実線) と空洞摂動法による近似値 (破線) $b/a = 20$



第3.2 b 円筒フェリ磁性体を磁上を含む円筒空洞の正回転姿態 ($n=1$) の固有振動数 (実線) と空洞摂動法による近似値 (破線), $b/a = 10$

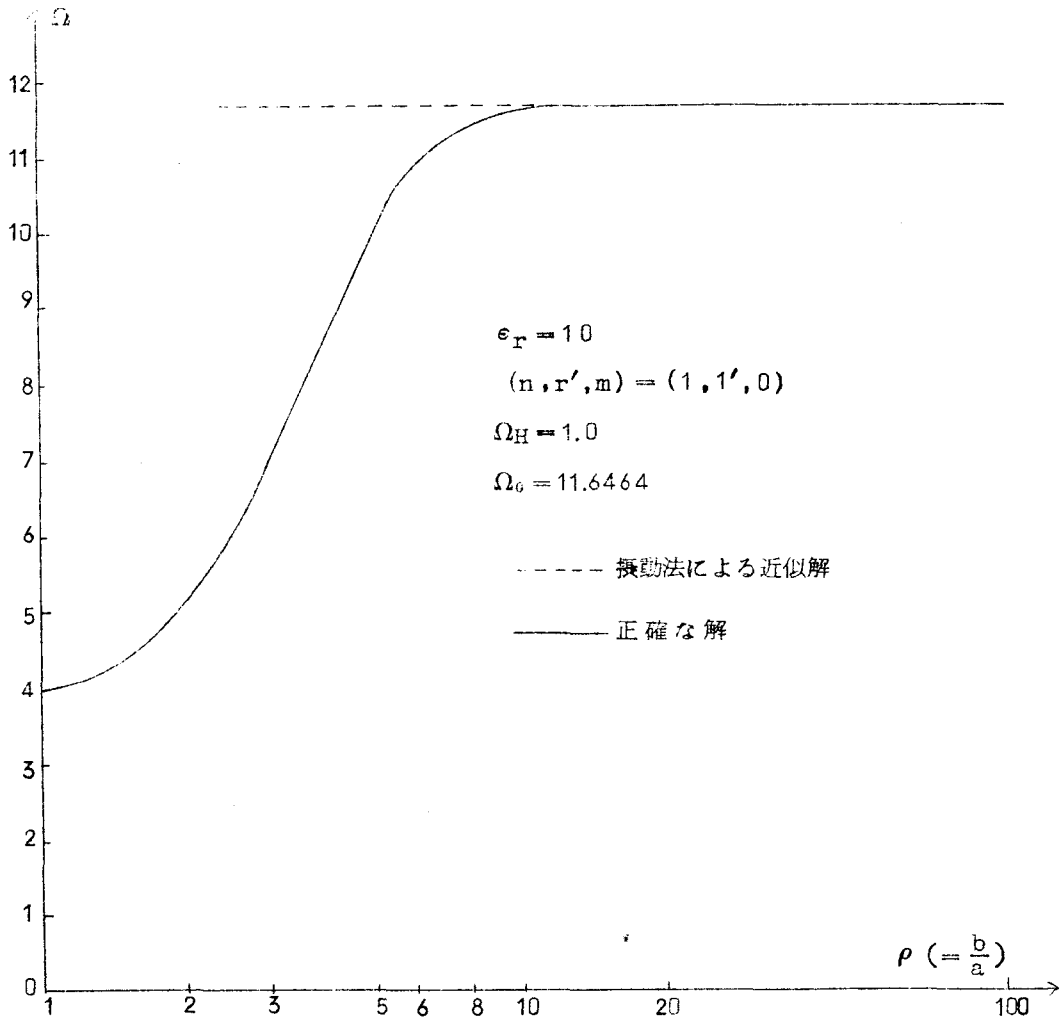


図 3.3 固有振動数と半径比の関係

3.3 摂動解の近似度

図 3.2 a には、円筒空洞と円筒フェリ磁性体の半径比 (b/a) が 20 のものを、図 3.2 b には 10 のものをそれぞれ示してある。この半径比が大きいほど、摂動解の近似度はよくなるというのがふつうである。図 3.2 a と図 3.2 b を見くらべると、直流磁界のある範囲を除けば、たしかにそのとおりになっている。いかえると、固有振動数が直流磁界にほとんど依存しない部分

では、半径比が大きくなるほど、摂動解の近似度がよくなっている。固有振動数が直流磁界に依存しない部分では、無摂動空洞の共振周波数とフェリ磁性体の強磁性共鳴周数が互に遙かに離れている。したがって、空洞に対するフェリ磁性体の共振系としての効果が強くないところであるから、フェリ磁性体は単に誘電体と同じ効果を示すだけとなり、以上のことは当然といえる。図 3.3 は、 $(1, 1, 0)$ 状態の $\Omega_H = 1.0$ における固有振動数を半径比 $\rho (=b/a)$ の関数として示したものである。比較のために、同図には摂動法によって求めた近似解をも示してある。図 3.3 では、 $\Omega_H \ll \Omega_0$ の場合になっているので、半径比 ρ が 10 以上のところ、いかえると、フェリ磁性体の空洞中にしめる体積比が 10% 以下のところでは、摂動解はよい近似になっていることが示されている。以上のことから、直流磁界のこの範囲では、比誘電率 $\epsilon_r = 10$ の場合、空洞摂動法が適用できるのは、フェリ磁性体の空洞中にしめる体積比が高々 10% までの範囲であるといえる。

これに対して、固有振動数が直流磁界によって大きく変化するところでは、半径比と関係なしに、摂動解の近似度は悪くなっている。ここでは、フェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が無摂動空洞の共振周波数に接近しているところであり、空洞に対するフェリ磁性体の共振系としての効果が強く現われている部分であるから、空洞からみたフェリ磁性体は、その寸法に関係なく大きな不連続を呈していることになる。これが摂動法の適用できる限界を越してしまうので、摂動法がその前提から大きく離れた場合に適用されていることになる。これが近似度の悪くなる理由である。摂動公式でいえば、前節の (3.6) 式において、 ω を ω_0 に等しくおくところにその原因がある。 ω はフェリ磁性体の磁化ベクトルの才差振動数であるが、これを無摂動空洞の共振周波数に等しいと置くのは、磁化ベクトルが空洞の共振状態によって励振されているとするのであるから、磁化ベクトルの存在によって空洞の共振状態は大きく変化しないと考えられる場合には妥当である。ところが、フェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が無摂動空洞の共振周波数に接近したところでは、空洞によって励振された磁化ベクトルは逆に空洞を励振するというふうに空洞に対して強い反作用を示すようになり、両者の相互作用によって新しい振動がつくられ、空洞内の電磁界は、空洞のもとの共振状態とは大きく異なったものになっている。これが、 $\omega = \omega_0$ とおくことによって摂動法に適用限界

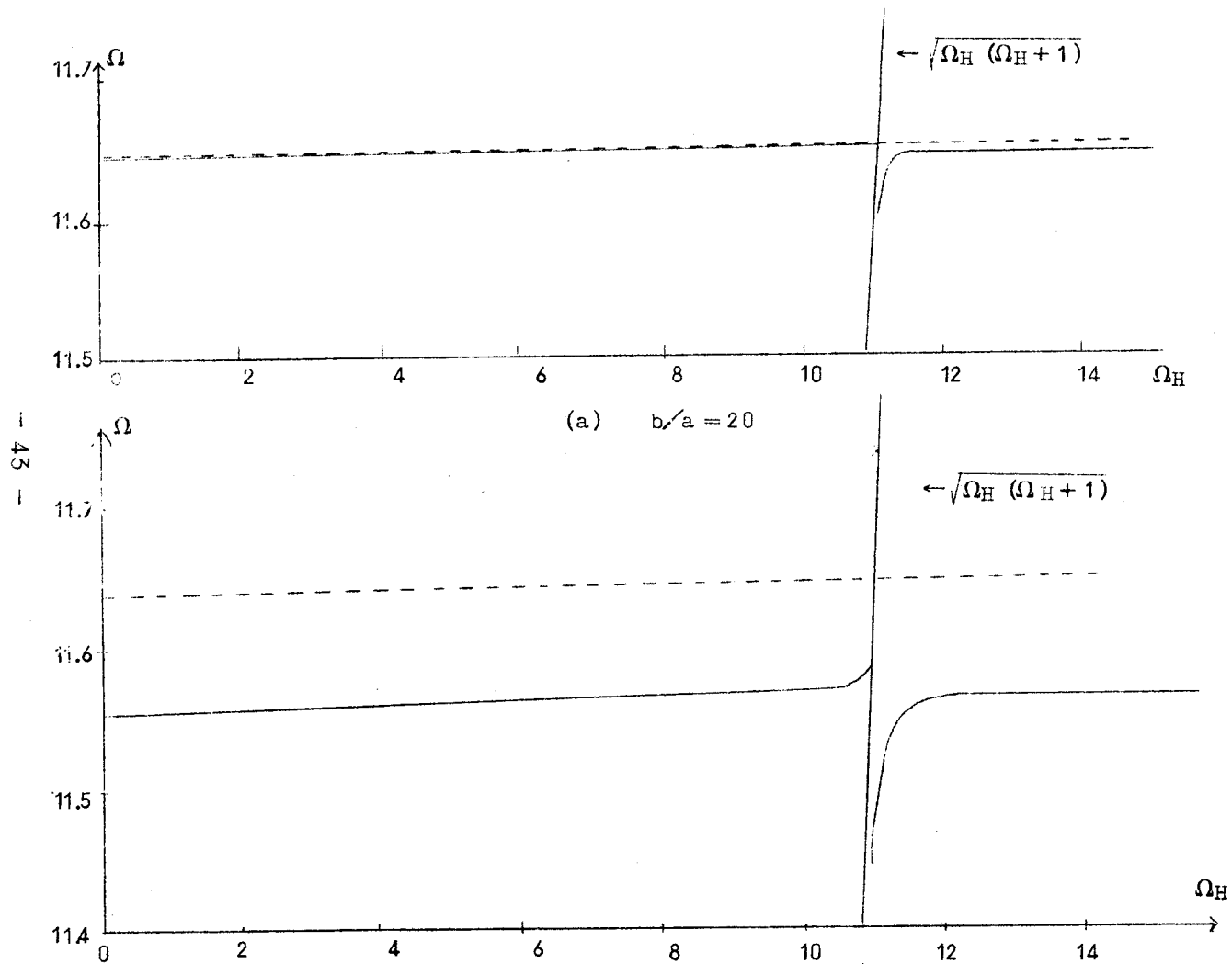


図 3.4 円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空洞の負回転状態 ($n = -1$) の固有振動数 (実線) と空洞摂動法による近似値 (破線)

の生じる理由である。このように、フェリ磁性体を含む空胴に摂動法を適用する場合には、直流磁界のある範囲で摂動法はなりたたなくなることに注意しなければならない。その直流磁界の範囲は、図 3.2 a から判断して、おおまかに、 $(\omega_0/\gamma) - M_S < H_0 < (\omega_0/\gamma)$ とできる。

以上では、正回転状態に対する近似度を考えたが、つぎに、負回転状態に対する近似度を考えてみる。図 3.4 は TM_{10} の負円偏波状態に対する摂動公式 (3.13) 式 (+ をとる) から求めた周波数 Ω を磁界の関数として示したものの (図中の破線) で、半径比 (b/a) が 2.0 と 1.0 の場合である。比較のために、同図には厳密に求めた負回転状態 ($n = -1$) の固有振動数も示してある (図中の実線)。図でわかるように、摂動法では、負回転状態の特異性をとらえることはできないことが明らかとなる。これは、負回転状態の固有振動数を摂動公式で求めるときに、正回転状態の場合と同じように、フェリ磁性体の寸法は小さいとして磁化ベクトルの一様才差運動を用いたからである。もともと、一様才差運動は、静磁状態では、正回転状態 ($n = 1$) に属するものとして規定されている。⁽¹⁵⁾したがって、一様才差運動を用いる摂動法では、負回転状態をとらえることができないわけである。

3.4 結 言

軸方向に磁化された細い円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空胴の固有振動数を真空空胴の共振状態 TM_{10} に対する摂動として求めたものを、厳密に解かれたものと比較して、空胴摂動法を評価し、摂動法は、無損失試料の場合、空胴に含ませるフェリ磁性体をいくら小さく選んでも、真空空胴共振周波数とフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が接近しているところではなりたたないことを示した。

本章の計算によって、空胴摂動法の適用限界について、おおまかにいえばつぎのようになる。すなわち、空胴摂動法では、比誘電率 $\epsilon_r = 1.0$ の場合に、フェリ磁性体の空胴中にしめる体積比が 10% を越すと誤差が大きくなる。しかし、たとえ体積比を 10% 以内にしても、真空空胴の共振周波数を ω_0 として、 $\frac{\omega_0}{\gamma} - M_S < H_0 < \frac{\omega_0}{\gamma}$ なる範囲の磁界 H_0 に対しては、非常に大きな誤差を与えるようになる。

第4章 フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数 に対する近似解法

4.1 序 言

本章は、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数に対する近似解法を提案したものである。才2章において明らかにしたように、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数は、真空空洞とフェリ磁性体のもつ磁化ベクトル共振系の相互作用の結果として決まるものであるから、直流磁界に対しては特異な変り方を示し、単なる異方性媒質を含んだ場合とはかなり違ったものになる。このような空洞の固有振動数は、電磁界の境界値問題の固有値として定められるものであるから、境界値問題が容易に数式化できて、かつたやすく解けるものであればよいが、一般にはそうではなく、境界値問題を解いてこの種の空洞のふるまいを明らかにすることは、きわめて困難なことになる。それだけに、このような空洞に対する近似解法が望まれるが、摂動法では、この空洞の特異性をとらえるのに十分な近似解法とはいえないことは才3章で指摘したとおりである。

本章では、フェリ磁性体を含む空洞の電磁界に対する境界値問題を変分法によって解くことを考え、まずフェリ磁性体を含む空洞の固有振動数に対する変分表現を導いている。ついで、この変分表現にもとづいて近似解をつくる場合に、試験関数として一般に誘電体装荷空洞の共振状態と磁化ベクトルの共振系としての性格が見失われないように静磁状態をあわせて用いる解法を提案している。

なお、この提案にもとづく近似解法を、軸方向に磁化された円筒フェリ磁性体を軸上に含む円筒空洞に適用して得られる解を厳密に解かれたものと比較し、この近似解法が、摂動法ではよい近似解を出し得なかった範囲でもよい近似解を与えることを示した。

4.2 フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数に対する変分表現

図4.1に示すように、フェリ磁性体を含む空洞があって、その電磁界を E 、 H で表わし、その固有振動数を ω とすると、Maxwellの方程式は、(2.1)、

(2.2) 式となる。ここに再記すると、 E, H は空胴内のフェリ磁性体部分 (V_1) では

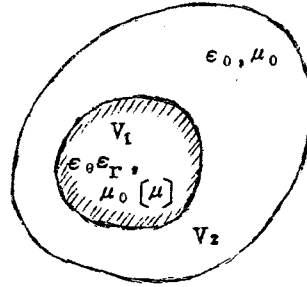
$$\left. \begin{aligned} \text{curl } E_1 &= -j\omega\mu_0(H_1+M) \\ \text{curl } H_1 &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r E_1, \end{aligned} \right\} (4.1) \text{ a}$$

$$M = [\chi]H_1 \quad (4.1) \text{ b}$$

$$[\chi] = \begin{bmatrix} \chi & j\kappa \\ -j\kappa & \chi \end{bmatrix}$$

$$\chi = \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}$$

$$\kappa = \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}$$



を、空胴の他の部分 (V_2) では

$$\left. \begin{aligned} \text{curl } E_2 &= -j\omega\mu_0 H_2 \\ \text{curl } H_2 &= j\omega\epsilon_0 E_2 \end{aligned} \right\} (4.2) \quad \text{図 4.1 フェリ磁性体を含む空胴}$$

を満足する。さらに、 E, H は空胴壁面上およびフェリ磁性体表面上での境界条件を満足している。いま、(4.1) (4.2) 式から $H^* \text{curl } E - E^* \text{curl } H$ をつくって空胴全体についてとった積分

$$\begin{aligned} & \int_{V_2} [H_2^* \text{curl } E_2 - E_2^* \text{curl } H_2] dv + \int_{V_1} [H_1^* \text{curl } E_1 - E_1^* \text{curl } H_1] dv \\ &= -j\omega \int_{V_1} [\mu_0 H_2^* H_2 + \epsilon_0 E_2^* E_2] dv - j\omega \int_{V_1} [\mu_0 H_1^* (H_1+M) + \epsilon_0 \epsilon_r E_1^* E_1] dv \quad (4.3) \end{aligned}$$

は E_1, H_1, M を与えると1つの数 ω が決まるという意味で、汎関数 ω を定義している。注意すべきことは(4.3)式の右辺第2項の積分に含まれている M は、それ自身の中に(4.1) b式の形で ω を含んでいるという点である。この ω が停留値をとるという条件が、フェリ磁性体を含む空胴の境界値問題になっていることをつぎに示そう。

(4.3) 式において、変分 $\delta E, \delta H, \delta M$ をとると、 ω もそれに対応して変わり、その変分を $\delta \omega$ とすると、 $\delta \omega = 0$ が ω の停留条件であるから

$$\begin{aligned}
& \int_{V_2} [\delta H_2^* \operatorname{curl} E_2 + \delta E_2 \operatorname{curl} H_2^* - \delta E_2^* \operatorname{curl} H_2 - \delta H_2 \operatorname{curl} E_2^*] dv \\
& \quad + \oint_{S_2} [\delta E_2 \times H_2^* - \delta H_2 \times E_2^*] \cdot n \, dS \\
& + \int_{V_1} [\delta H_1^* \operatorname{curl} E_1 + \delta E_1 \operatorname{curl} H_1^* - \delta E_1^* \operatorname{curl} H_1 - \delta H_1 \operatorname{curl} E_1^*] dv \\
& \quad + \oint_{S_2} [\delta E_1 \times H_1^* - \delta H_1 \times E_1^*] \cdot n \, dS \\
= & -j\omega \int_{V_2} \mu_0 [\delta H_2^* \cdot H_2 + H_2^* \cdot \delta H_2] dv - j\omega \int_{V_2} \epsilon_0 [\delta E_2^* \cdot E_2 + E_2^* \cdot \delta E_2] dv \\
& - j\omega \int_{V_1} \mu_0 [\delta H_1^* (H_1 + M) + H_1^* (\delta H_1 + \delta M)] dv - j\omega \int_{V_1} \epsilon_0 \epsilon_r (\delta E_1^* \cdot E_1 + E_1^* \cdot \delta E_1) dv
\end{aligned}$$

をうる。ここに、 n は外向法線ベクトルである。また、ベクトル公式

$$\int_V A \operatorname{curl} B \, dv = \int_V B \operatorname{curl} A \, dv + \oint_S B \times A \cdot n \, dS$$

を用いてある。

空洞壁面上で $\delta E_2 \times n = 0$ はすでに仮定されているが、他の境界面上で $\delta E \times n$ および $\delta H \times n$ は連続であると仮定すると、 V_1 空間と V_2 空間の境界上では

$$\oint_{S_2} [\] \, dS + \oint_{S_1} [\] \, dS = 0$$

となるので

$$\begin{aligned}
& \int_{V_2} [\delta H_2^* (\operatorname{curl} E_2 + j\omega \mu_0 H_2) + \delta E_2 (\operatorname{curl} H_2^* + j\omega \epsilon_0 E_2^*) \\
& \quad - \delta E_2^* (\operatorname{curl} H_2 - j\omega \epsilon_0 E_2) - \delta H_2 (\operatorname{curl} E_2^* - j\omega \mu_0 H_2)] dv \\
& + \int_{V_1} [\delta H_1^* \{ \operatorname{curl} E_1 + j\omega \mu_0 (H_1 + M) \} - \delta E_1 (\operatorname{curl} H_1^* + j\omega \epsilon_0 \epsilon_r E_1^*) \\
& \quad - \delta E_1^* (\operatorname{curl} H_1 - j\omega \epsilon_0 \epsilon_r E_1) \\
& \quad - (\delta H_1 \operatorname{curl} E_1^* + j\omega \mu_0 H_1^* \cdot \delta H_1 + j\omega \mu_0 H_1^* \cdot \delta M)] dv = 0
\end{aligned}$$

をうる。 M の変分 δM は、 $M = [\chi] H_1$ なる関係のもとに

$$\delta M = \left(\frac{\partial}{\partial \omega} [\chi] \right) H_1 \delta \omega + [\chi] \delta H_1$$

となるが、 $\delta\omega=0$ なる条件のもとに、 $\delta M=[X]\delta H_1$ で与えられる。さらに $[X]$ はエルミットであることに注意して、 $H_1^* \cdot \delta M = M^* \cdot \delta H_1$ がえられる。したがって、 $\delta E_1, \delta H_1$ の任意性から

$$\text{curl } E_1 = -j\omega\mu_0(H_1 + M), \quad \text{curl } H_1 = j\omega\varepsilon_0 E_1 \quad (v_1 \text{ 内})$$

$$M = [X] H_1$$

$$\text{curl } E_2 = -j\omega\mu_0 H_2, \quad \text{curl } H_2 = j\omega\varepsilon_0 E_2 \quad (v_2 \text{ 内})$$

およびその共役方程式をうる。これは (4.1), (4.2) 式にほかならない。逆に、(4.1), (4.2) 式が成立するならば、 $\delta\omega=0$ なることもいえる。したがって、(4.3) 式は $M=[X]H_1$ のもとに、 ω の変分表現になっている。

4.3 変分表現にもとづく近似解法

前節で導いた変分表現 (4.3) 式において、式に含まれる E_1, H_1 および M に試験関数として適当な形のものを入れることによって、この空胴の固有振動数を近似的に求めることができる。ただし、(4.3) 式を導くにあたっては、電磁界の変分は空胴の壁面上での条件および他の境界面上での連続性を満足することを仮定したので、適用する試験関数はこの条件を満足したものでなければならない。なお、このことは試験関数としての必要な条件であるが、これだけでは必ずしも十分ではない。

フェリ磁性体を含む空胴の電磁界は、才2章で明らかにしたように、加える直流磁界によって誘電体を含む空胴の電磁界の共振状態に類似の姿態をとる場合もあり、磁化ベクトルの静磁状態に類似の姿態をとる場合もあり、またこのいづれからも離れたこの空胴に特有な姿態をとる場合もある。はじめの二つの姿態は、この特有な姿態の両極端にあたっているものである。したがって、変分表現に代入する試験関数はこのような事情を考慮に入れて選定しなければならない。まず、つぎの例から始めよう。

例：誘電体を含む空胴の固有振動状態を試験関数とする方法。

場を $[\chi] H_1$ によって H_1 で表わすと、フェリ磁性体内部の電磁界 E_2, H_2 が変分表現の変関数になる。いま E_1, H_1 および E_2, H_2 に対する試験関数として誘電体を含む空洞の固有振動姿態（フェリ磁性体が微小なときは真空空洞の固有振動姿態）： E_u, H_u をとって、(4.3) 式を計算すると

$$\begin{aligned} & \int_{V_2} [H_u^* \text{curl } E_u - E_u^* \text{curl } H_u] dv + \int_{V_1} [H_u^* \text{curl } E_u - E_u^* \text{curl } H_u] dv \\ &= -j\omega \int_{V_2} [\mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u] dv - j\omega \int_{V_1} [\mu_0 H_u^* (H_u + [\chi] H_u) \\ & \quad + \epsilon_0 \epsilon_r E_u^* E_u] dv \end{aligned} \quad (4.4)$$

フェリ磁性体が微小であるとして、 E_u, H_u を真空空洞の固有振動姿態とし、その共振周波数を ω_0 で表わすと

$$\int_{\text{cavity}} [H_u^* \text{curl } E_u - E_u^* \text{curl } H_u] dv = -j\omega_0 \int_{\text{sample}} [\mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u] dv \quad (4.5)$$

がなりたつから、(4.4) 式は

$$\begin{aligned} & \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega} \int_{\text{sample}} \{\mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u\} dv \\ &= \int_{\text{sample}} \{\mu_0 H_u^* [\chi] H_u + \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_u^* E_u\} dv \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。ここに、 $H_u^* [\chi] H_u$ は

$$\begin{aligned} H_u^* [\chi] H_u &= H_{ur}^* (\chi H_{ur} + j\kappa H_{u\theta}) + H_{u\theta}^* (-j\kappa H_{ur} + \chi H_{u\theta}) \\ &= \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2} (|H_{ur}|^2 + |H_{u\theta}|^2) + j \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2} (H_{ur}^* H_{u\theta} - H_{ur} H_{u\theta}^*) \end{aligned} \quad (4.7)$$

と表わせる。したがって、(4.7) 式を (4.6) 式に代入して Ω を解けば、この問題に対する近似解が得られるわけである。この近似解の近似度を調べるために、軸方向に磁化された細い円筒フェリ磁性体を含む円筒空洞に (4.6)

式を適用して、才2章で求めた正確な解と比較してみる。そのために、 E_u 、 H_u 、として正円偏波の円筒空洞姿態 TM_{110}

$$\begin{aligned} E_z &= J_1(k_0 r) e^{-j\theta} \\ H_r &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{j}{r} J_1(k_0 r) e^{-j\theta} \\ H_\theta &= \frac{1}{j\omega\mu_0} k_0 J_1'(k_0 r) e^{-j\theta} \end{aligned} \quad (4.8)$$

をとって計算すると

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega} &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2} + \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega} \right) \\ &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{1}{\Omega_H - \Omega} \end{aligned} \quad (4.9)$$

がえられる。表3.1に示す諸元について、(4.9)式から求めた Ω を Ω_H の関数として正確な解とともに示したのが図4.2である。図からわかるように、 $\Omega_H \cong \Omega_0$ の近くでは両者は大きく食違っている。これは、 M を $[X]H_u$ として真空空洞の固有振動姿態から計算することによって、暗もくのうちに無限媒質のフェリ磁性体を考えたからである。 M が共振系として相互作用に与る効果の弱い場合 ($|\Omega_H - \Omega| \gg 1$) は、これでもよいが、共振系としての相互作用が無視できない場合 ($\Omega_H \cong \Omega_0$) は、 M は有限フェリ磁性体の一様才差運動姿態 (一般には静磁姿態) として扱わなければならない。したがって、 M を $[X]H_u$ として一律に試験関数を代入することによって決めると、この空脈の特異性はとらえられないということになり、 M は $[X]H$ として別途に決定せねばならないことになる。このような事情から、本節では、 $E_1, H_1; E_2, H_2$ として空脈の固有振動姿態をとり、 M は別に考えて、一様才差運動姿態をとった場合と、 $E_1, H_1; E_2, H_2$ には誘電体装荷空脈の固有振動姿態をとり、 M は別に考えて、一般の静磁姿態をとった場合の近似解について調べる。

(1) 真空空脈姿態と一様才差運動姿態を試験関数にとった場合の近似解 E, H の試験関数には真空空脈姿態 E_u, H_u, ω_0 をとり、 M は一様才差運動

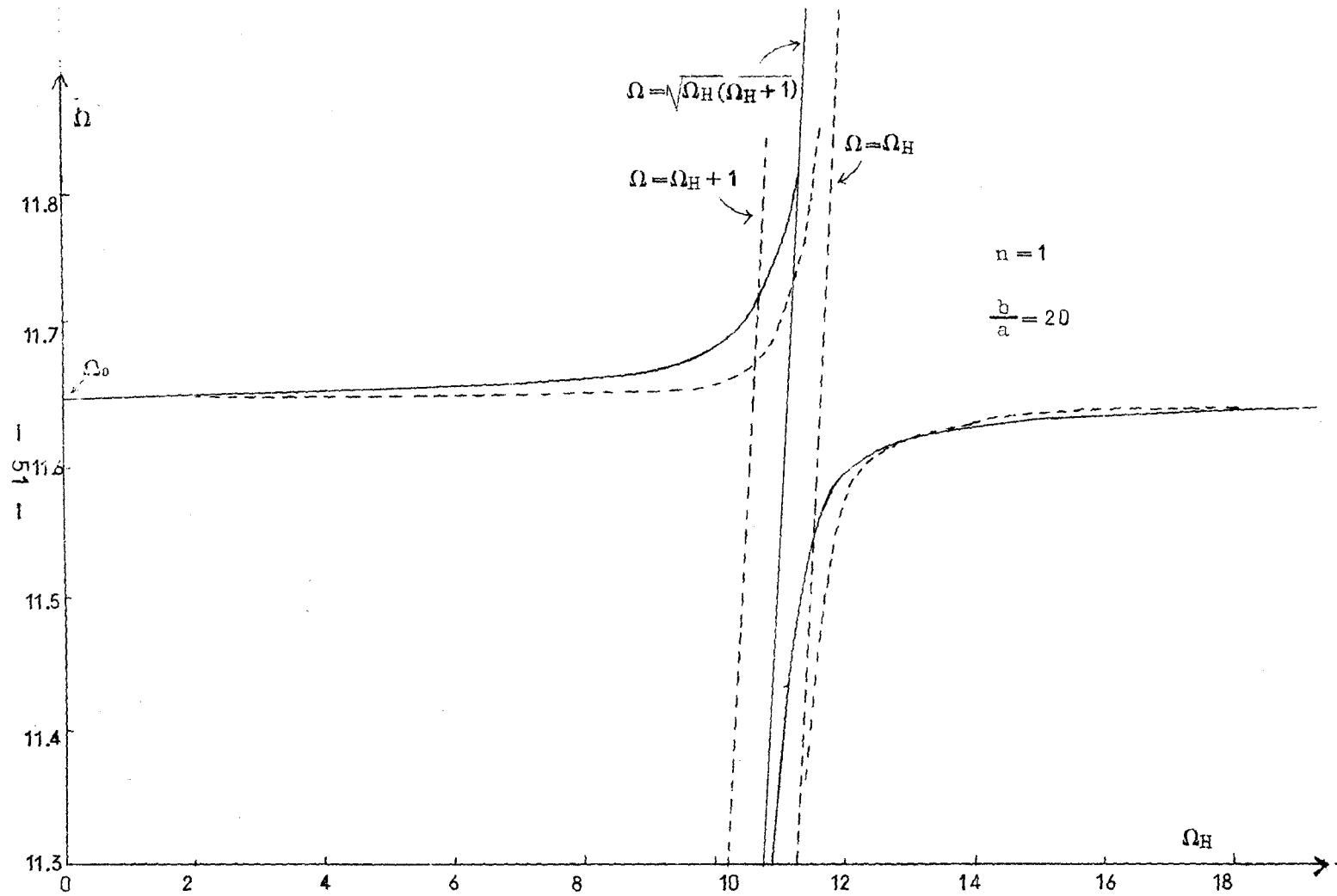


図 4.2 円筒フェリ磁性体を軸上を含む円筒空胴の固有振動数 (実線) と
 (4.9) 式による近似値 (破線)

姿態をとることにより、 M の形はつぎのように定められる。いま、 H_1 および H_0 を、それぞれ、フェリ磁性体中およびフェリ磁性体がないときの磁界とすると

$$M = [\chi] H_1, \quad [\chi] = \begin{bmatrix} \chi & j\kappa \\ -j\kappa & \chi \end{bmatrix}$$

である。 H_1 と H_0 の関係はフェリ磁性体が小さくて、一様に磁化されると仮定して、減磁率(N_x, N_y, N_z)を考慮すると

$$H_1 = H_0 - (N) M, \quad (N) = \begin{bmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{bmatrix}$$

$$N_x + N_y + N_z = 1$$

となる。 H_0 として H_u をとれば

$$M = [\chi_{\text{eff}}] H_u$$

をうる。ここに

$$[\chi_{\text{eff}}] = \begin{bmatrix} \chi_{\text{eff}} & j\kappa_{\text{eff}} \\ -j\kappa_{\text{eff}} & \chi_{\text{eff}} \end{bmatrix}, \quad \chi_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{\text{eff}}}{\Omega_{\text{eff}}^2 - \Omega^2}, \quad \kappa_{\text{eff}} = \frac{\Omega}{\Omega_{\text{eff}}^2 - \Omega^2}$$

$$\Omega_{\text{eff}} = \Omega_H + (N_T - N_Z), \quad N_T = N_x = N_y$$

である。

一方、 E_u, H_u, ω_0 に対して(4.5)式：

$$\int_{\text{cavity}} \{ H_u^* \text{curl} E_u - E_u^* \text{curl} H_u \} dv = -j\omega_0 \int_{\text{cavity}} \{ \mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u \} dv$$

が成り立つから、(4.3)式は

$$\frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega} \int_{\text{cavity}} \{ \mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u \} dv$$

$$= \int_{\text{sample}} \{ \mu_0 H_u^* [\chi_{\text{eff}}] H_u + \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_u^* E_u \} dv \quad (4.10)$$

となる。(4.10)式を Ω について解けば、この問題に対する近似解が得られる。この近似解が問題の解をどの程度近似しているかをみるために、才2章で求めた正確な解と比較してみる。そのために、 E_u, H_u として再び円筒空洞状態 TM_{110} の正円偏波状態(4.8)式をとって計算すると

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega} &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 (\chi_{\text{eff}} + \kappa_{\text{eff}}) \\ &= 1.541 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Omega_{\text{eff}} - \Omega} \end{aligned} \quad (4.11)$$

をうる。この式は、才3章において空洞摂動法で求めた(3.13)式と類似している。しかしこの場合、 χ_{eff} および κ_{eff} が Ω の関数になることが摂動解と異なる点である。(4.11)式から求めた Ω を正確な解とともに図4.3に示してあるが、まず満足な近似解になっている。なお、負回転状態に対する近似解を求めるには、 M の試験関数として負回転の静磁状態を用いなければならないことを附言しておく。

(2) 誘電体装荷空洞状態と静磁状態を試験関数にとった場合の近似解

前項の近似解は、空洞中のフェリ磁性体が空洞寸法に対して小さいときに有効であるが、当然のことながら、フェリ磁性体の寸法が大きいたときにはよい近似解にはならない。本項では、任意の大きさのフェリ磁性体に対して適用できる近似解を求める。

フェリ磁性体の寸法が大きくなると、フェリ磁性体の比誘電率 ϵ_r による電磁界の乱れが大きくなるから試験関数として真空空洞状態のかわりに同じ形状の誘電体を含んだ空洞の電磁界をとるのが妥当なことは当然である。これを E_u, H_u, ω_0 とすると

$$\begin{aligned} &\int_{\text{space}} \{H_u^* \text{curl} E_u - E_u^* \text{curl} H_u\} dv + \int_{\text{sample}} \{H_u^* \text{curl} E_u - E_u^* \text{curl} H_u\} dv \\ &= -j\omega_0 \left\{ \int_{\text{space}} (\mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 E_u^* E_u) dv + \int_{\text{sample}} (\mu_0 H_u^* H_u + \epsilon_0 \epsilon_r E_u^* E_u) dv \right\} \end{aligned}$$

が成立するから、(4.3)式は

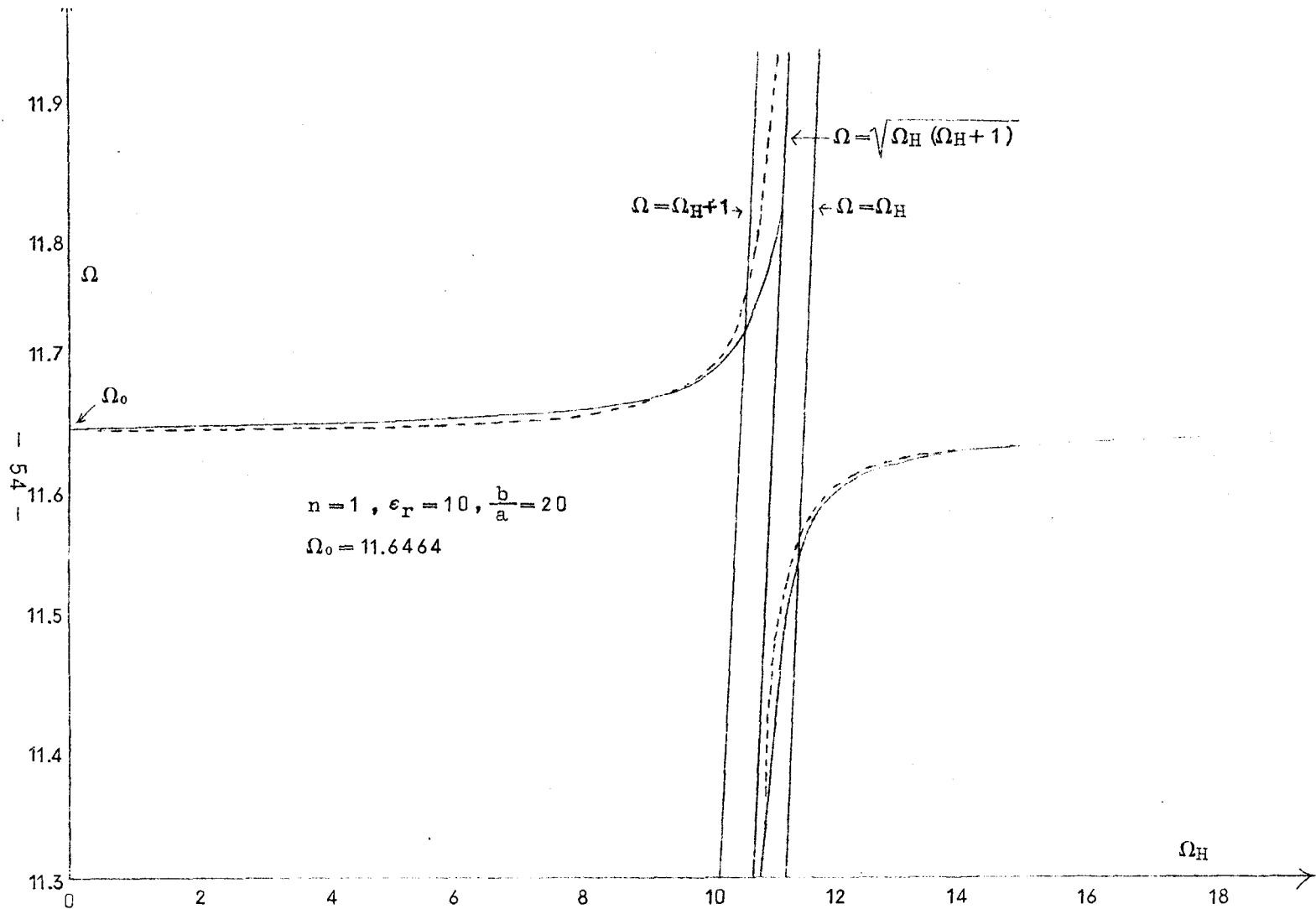


図4.3 円筒フェリ磁性体を軸上を含む空洞の固有振動数 (実線) と (4.11) 式による近似値 (破線)

$$\begin{aligned} & \frac{\omega_0 - \omega}{\omega} \left\{ \int_{\text{space}} (\mu_0 \mathbf{H}_u^* \mathbf{H}_u + \epsilon_0 \mathbf{E}_u^* \mathbf{E}_u) dv + \int_{\text{sample}} (\mu_0 \mathbf{H}_u^* \mathbf{H}_u + \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}_u^* \mathbf{E}_u) dv \right\} \\ & = \mu_0 \int_{\text{sample}} \mathbf{H}_u^* \mathbf{M} dv \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。 \mathbf{M} は $\mathbf{M} = [\chi] \mathbf{H}_i$ から定めなければならない。 \mathbf{H}_i はフェリ磁性体内部の磁界である。これを空洞姿態と静磁姿態の和と考えると、 $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_u + \mathbf{H}$ とおくと

$$\mathbf{M} = [\chi] (\mathbf{H}_u + \mathbf{H}) \text{ となるが、これを } j\omega \mathbf{M} = \omega_M (\mathbf{H}_u + \mathbf{H}) \times \mathbf{1}_Z - \omega_H \mathbf{M} \times \mathbf{1}_Z$$

の形にかきかえる。さらに \mathbf{M} 、 \mathbf{H} を静磁姿態 M_λ 、 H_λ で表わして

$$\mathbf{M} = b_\lambda M_\lambda, \quad \mathbf{H} = b_\lambda H_\lambda \quad (4.13)$$

とおけば、

$$j\omega_\lambda M_\lambda = \omega_M H_\lambda \times \mathbf{1}_Z - \omega_H M_\lambda \times \mathbf{1}_Z$$

なる関係により

$$j(\omega - \omega_\lambda) b_\lambda M_\lambda = \omega_M H_u \times \mathbf{1}_Z$$

をうる。静磁姿態の直交性⁽¹³⁾

$$\int M_\lambda \times M_\mu^* \cdot \mathbf{1}_Z dv = j \delta_{\lambda\mu}$$

を用いて

$$(\omega - \omega_\lambda) b_\lambda = \omega_M \int_{\text{sample}} M_\lambda^* \times \mathbf{1}_Z \cdot H_u \times \mathbf{1}_Z dv$$

したがって

$$b_\lambda = \frac{\omega_M \int_{\text{sample}} M_\lambda^* \times \mathbf{1}_Z \cdot H_u \times \mathbf{1}_Z dv}{\omega - \omega_\lambda} \quad (4.14)$$

をうる。(4.12), (4.13), (4.14) 式より

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} A = \frac{B}{\omega_\lambda - \omega} \quad (4.15)$$

をうる。ここに

$$A = \int_{\text{space}} [\mu_0 \mathbf{H}_u^* \mathbf{H}_u + \epsilon_0 \mathbf{E}_u^* \mathbf{E}_u] dv + \int_{\text{sample}} [\mu_0 \mathbf{H}_u^* \mathbf{H}_u + \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}_u^* \mathbf{E}_u] dv$$

$$B = -\mu_0 \omega_M \int_{\text{sample}} \mathbf{H}_u^* \mathbf{M}_\lambda dv \cdot \int_{\text{sample}} \mathbf{M}_\lambda^* \times \mathbf{l}_Z \cdot \mathbf{H}_u \times \mathbf{l}_Z dv$$

である。(4.15) 式を ω について解けば、この場合の近似解が得られるが、これが適切な近似解になることは前項において示したとおりである。なお、この近似解は B. A. Auld 氏⁽⁴⁾ が空胴姿態と静磁姿態はフェリ磁性体の境界面では結合しないと仮定して導いた結合姿態をきめる特性方程式と類似のものといえる。

4.4 結 言

フェリ磁性体を含む空胴の固有振動数を近似的に求める方法として、変分表現にもとづく近似解法を提案した。すなわち、フェリ磁性体を含む空胴の固有振動数に対する変分表現(4.3)式の $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{M}$ につきの試験関数を代入して、固有振動数に対する近似値を得るものである。

(1) フェリ磁性体の空胴内でしめる体積比が小さい場合:

\mathbf{E}, \mathbf{H} としてはフェリ磁性体を含まない空胴の固有振動姿態のもつ電界・磁界をとり、 \mathbf{M} としては一様才差運動姿態を考えて、減磁率を用いてこれを決める。

(2) フェリ磁性体の空胴内でしめる体積比の大きい場合:

\mathbf{E}, \mathbf{H} としては、空胴に含ませるフェリ磁性体と同じ形の、同じ比誘電率をもつ誘電体を含む空胴の固有振動姿態の電界・磁界をとり、 \mathbf{M} としては、静磁姿態の磁化ベクトルをとる。

以上の試験関数をとる近似解法が、空胴と磁化ベクトル共振系の相互作用にもとづくこの種の空胴のもつ特異性をよく表わすものであることを示した。

第5章 平行配置された2つの無限長フェリ磁性体 円柱による平面電磁波の散乱

5.1 序 言

直流磁界によってバイアスされたフェリ磁性体が、電磁波媒質として共鳴特性をもつ異方性の媒質になるところから、そのような性質を利用した諸種の装置が開発されてきていることはよく知られているとおりであり、またそれに関連して諸種のフェリ磁性体を含む系についての電磁界問題が解かれてきている。

散乱の問題も電磁界問題としては一つの基本のものであるところから、フェリ磁性体を散乱体とする散乱問題も手がけられるようにはなっているが、このような散乱については、ようやく1本の無限長フェリ磁性体円柱による場合が解析されているに過ぎず、^{(42), (44), (45)} また静磁界近似のもとで1つのフェリ磁性球による散乱が扱われている程度である。⁽⁴⁶⁾したがって、つぎに解明しておくべき問題として多体フェリ磁体による散乱がでてくるのは当然のことといえよう。

加えて、フェリ磁性体の電磁波媒質としての特性からみて、これらを近接させる場合には、導体あるいは誘電体の場合^{(48), (49)}には見られないような相互作用の生じることが推察でき、このため特異な散乱界になることが予想できる。よって、このような系による特異な散乱特性を明らかにしておけば、この解を多数個のフェリ磁性体を含む導波管中での散乱の問題に応用することもでき、またアンテナの問題への応用も考えられる。その意味においてもこのような系による散乱現象は明らかにしておくことは必要である。

本章は、フェリ磁性体の多体散乱系としてはもっとも基本的な平行配置された2つの無限長フェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を解析したものである。はじめに、このような散乱電磁界を一般的に求めているが、とくに2つの円柱が相互に関係しあう程度を明瞭にとらえることができるような表式で求めるため、散乱界を逐次近似の考えのもとで級数で表わし、級数各項の係数を与える形で散乱界を与える式を導出している。ここに、導出した式は任意の円柱半径、円柱間隔および入射波に対する幾何学的配置について成

立つものである。

ついで、このような系による散乱界の模様について考察しているが、両円柱の磁気的特性が加える直流磁界によって変わること注目し、散乱界を与える式を、一定の円柱半径および一定の円柱間隔の場合について、磁界をパラメータにして数値計算し、散乱界を両円柱に加える直流磁界に関係させてとらえている。

5.2 散乱電磁界

5.2.1 座標系と入射波

問題は、自由空間中に距離 l ($= 2h$) を隔だてて平行に配置されたことなる半径 a_α , a_β の2つの無限長フェリ磁性体円柱からなる散乱系に円柱軸に平行な電界成分のみをもつ平面波が、円柱軸に垂直に入射する場合について、このような系による入射電磁波の散乱の模様を明らかにすることである。

はじめに、問題の記述と解を進めるに当って必要な準備的事項として、考察にあたってとる座標系ならびに入射波についてのべておく。

(1) 座 標 系

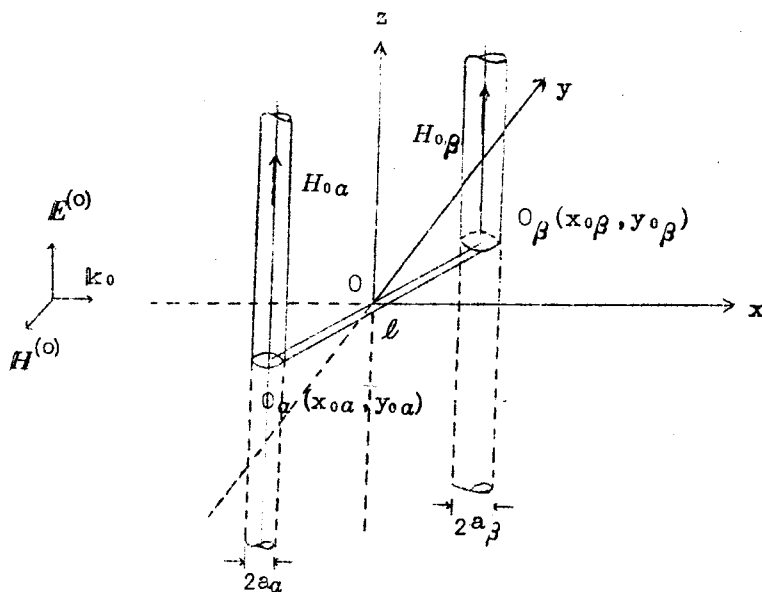


図5.1 三次元直角座標系で示した平行配置された二つのフェリ磁性体円柱

図 5.1 に示すような 2 つのフェリ磁性体円柱軸に垂直な平面を考え、この平面が xy 平面になり、かつ x 軸がこの平面上で 2 つの円柱軸点 O_a, O_β を結ぶ線分と任意の角をなしている。 $O_a O_\beta$ の中点を原点とした直角座標系を $(0; x, y, z)$ とし、この xy 平面上で、 $O_a (x_{0a}, y_{0a}, 0)$ 、 $O_\beta (x_{0\beta}, y_{0\beta}, 0)$ を原点とし、座標軸が x, y 軸にそれぞれ平行となるようにした 2 次元直角座標系を、それぞれ $(O_a; x_a, y_a)$ 、 $(O_\beta; x_\beta, y_\beta)$ とする。また、同じく xy 平面上で O, O_a, O_β を原点とする図 5.2 に示すような 2 次元極座標を考えることにし、これらを、それぞれ $(0; r, \theta)$ 、 $(O_a; r_a, \theta_a)$ 、 $(O_\beta; r_\beta, \theta_\beta)$ とする。なお、 $(O_a; r_a, \theta_a)$ および $(O_\beta; r_\beta, \theta_\beta)$ の座標系での O の位置は、それぞれ (h, ψ_a) および (h, ψ_β) で与えられる。

以上のようにとった各座標系について、各座標間にはつぎのような関係がなりたつ。

$$\left. \begin{aligned} x &= x_a + x_{0a} \\ y &= y_a + y_{0a} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

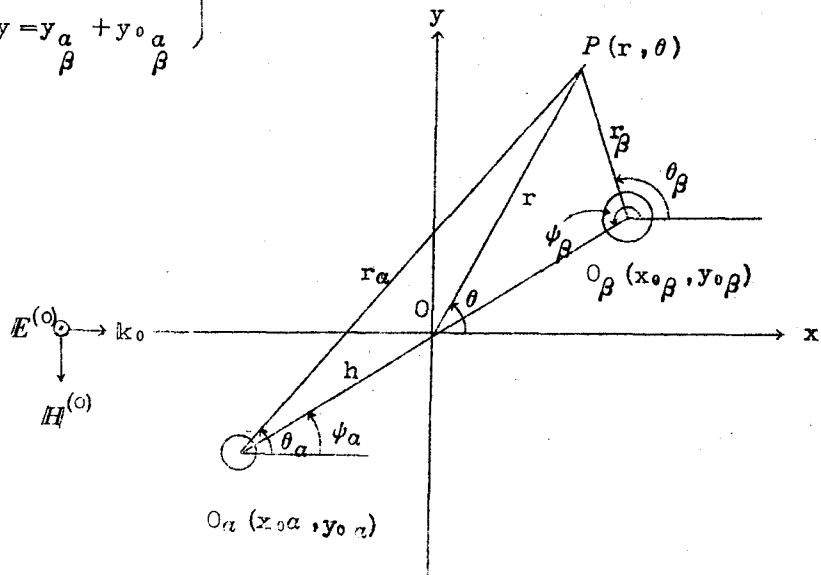


図 5.2 二次元直角座標系で示した平行配位された二つのフェリ磁性体円柱

$$x_{\beta}^a = r_{\beta}^a \cos \theta_{\beta}^a \quad (5.2)$$

$$y_{\beta}^a = r_{\beta}^a \sin \theta_{\beta}^a$$

$$r_{\beta}^a e^{j\theta_{\beta}^a} = j e^{j\psi_{\beta}^a} + r_{\beta}^a e^{j\theta_{\beta}^a} \quad (5.3)$$

$$r_{\beta}^a e^{j\theta_{\beta}^a} = h e^{j\psi_{\beta}^a} + r e^{j\theta}$$

$$-x_{\beta}^a = h \cos \psi_{\beta}^a \quad (5.4)$$

$$-y_{\beta}^a = h \sin \psi_{\beta}^a$$

$$\psi_{\beta} - \psi_a = \pi$$

(2) 入 射 波

入射電磁波は図 5.1 の座標系のもとで伝はん方向が x 方向で、電界が z 軸方向に偏波された平面波とする。したがって、入射波の電界及び磁界は

$$\begin{aligned} E^{(0)} &= 1_z E_z^{(0)} \\ H^{(0)} &= -1_y H_y^{(0)} \\ E_z^{(0)} &= E_0 e^{-jk_0 x} \\ H_y^{(0)} &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_z^{(0)} \\ k_0 &= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \end{aligned} \quad (5.5) a$$

で表わされる。なお、あとで境界条件を適用するさいに必要となるので、平面波の 0_{β}^a を中心軸とする円筒波表現をつぎに与えておく。

$$\begin{aligned} E_z^{(0)} &= E_0 e^{-jk_0 x} = E_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_0 r_{\beta}^a) P_{\nu}^{(0)} \cos \nu \theta_{\beta}^a \\ P_{\beta}^{(0)} &= \Delta_{1\nu} \cdot 2 (-j)^{\nu} e^{-ik_0 x_0} \end{aligned} \quad (5.5) b$$

$$\Delta_{1\nu} = \begin{cases} 1/2 & (\nu=0) \\ 1 & (\nu=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

したがって

$$H_{\theta_{\alpha\beta}}^{(0)} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r_{\alpha\beta}} \mathbb{E}_Z^{(0)} = -jH_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J'_{\nu}(k_0 r_{\alpha\beta}) P_{\alpha\nu}^{(0)} \cos \nu\theta_{\alpha\beta} \quad (5.5)c$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbb{E}_0$$

5.2.2 基礎方程式

2つのフェリ磁性体円柱はz軸方向に直流磁界で磁化されているから、フェリ磁性体内でのBとHの各成分の間には、(2.3) b式より

$$B_{t_{\alpha\beta}} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{\alpha\beta} & j\kappa_{\alpha\beta} \\ -j\kappa_{\alpha\beta} & \mu_{\alpha\beta} \end{bmatrix} H_{t_{\alpha\beta}}, \quad B_Z = \mu_0 H_Z$$

が成立つ。添字tはz軸に垂直な平面上のベクトルであることを示す。このような媒質中でのMaxwellの方程式の解は、一般に(2.6)式を満足する E_Z および H_Z から、(2.9)式のように導ける。

ところで、いま考えている円柱はz方向に一様であって、しかも、電波は円柱軸に垂直に入射するから、電磁界はz方向には変化しない。したがって(2.6)式で $\partial/\partial z = 0$ とおけて、 E_Z, H_Z は

$$\nabla_t^2 E_Z + \frac{\mu^2 - k^2}{\mu} k_0^2 \epsilon_r E_Z = 0$$

$$\nabla_t^2 H_Z + k_0^2 H_Z = 0$$

を満足するものとなる。さらに、入射波は、電界については軸に平行に、磁界については軸に直角方向に偏波されているから、円柱内外の電界は軸に平行なものとなり、磁界は円柱軸に垂直なものとなって、 $H_Z = 0$ である。したがって、この系の電磁界は成分として、 E_Z, H_t をもち、電界成分E(以下添字zを省く)は

$$\begin{aligned}
\nabla_t^2 \mathbf{E} + k_0^2 \mathbf{E} &= 0 && \text{(自由空間中)} \\
\nabla_t^2 \mathbf{E} + k_{\alpha\beta}^2 \mathbf{E} &= 0 && \text{(円柱 } O_{\alpha\beta} \text{ 内)} \\
k_{\alpha\beta}^2 &= \frac{\mu_{\alpha\beta}^2 - k_0^2}{\mu_{\alpha\beta}} \epsilon r_{\alpha\beta} k_0^2
\end{aligned} \tag{5.6} a$$

を満足し、磁界 \mathbf{H} は \mathbf{E} によって

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla_t \mathbf{E} \times \mathbf{1}_z && \text{(自由空間)} \\
\mathbf{H} &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} [\mu_{\alpha\beta}]^{-1} \nabla_t \mathbf{E} \times \mathbf{1}_z && \text{(円柱 } O_{\alpha\beta} \text{ 内)}
\end{aligned} \tag{5.6} b$$

で与えられるものになる。ここに

$$[\mu_{\alpha\beta}]^{-1} = \begin{bmatrix} M_{\alpha\beta} & jK_{\alpha\beta} & 0 \\ -jK_{\alpha\beta} & M_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{5.6} c$$

$$M_{\alpha\beta} = \frac{\mu_{\alpha\beta}}{\mu_{\alpha\beta}^2 - k_{\alpha\beta}^2}, \quad K_{\alpha\beta} = \frac{\kappa_{\alpha\beta}}{\mu_{\alpha\beta}^2 - k_{\alpha\beta}^2}$$

である。したがって、散乱電磁界は、方程式 (5.6) a を満足し、かつ円柱 $O_{\alpha\beta}$ の表面で入射波とともに境界条件を満足するものとなる。

5.2.3 逐次近似解法

方程式 (5.6) a の解を変数分離解の級数で表わす場合、平行移動に対する ∇_t^2 の不変性を用いると $O_{\alpha\beta}$ を軸とする円筒波で表わすことができる。すなわち、図 5.1 を参照して、円柱外部では

$$\mathbb{E} = \mathbb{E}_\alpha + \mathbb{E}_\beta$$

$$\mathbb{E}_\beta = \sum_{\nu=0}^{\infty} H_\nu^{(2)}(k_\alpha r_\beta) \left\{ \frac{a_\alpha^\nu}{\beta} \cos \nu \theta_\alpha + \frac{b_\alpha^\nu}{\beta} \sin \nu \theta_\alpha \right\} \quad (a_\alpha \leq r_\beta) \quad (5.7) \text{ a}$$

円柱内部では、

$$\mathbb{E}_\alpha = \sum_{\nu=0}^{\infty} J_\nu(k_\alpha r_\alpha) \left\{ \frac{c_\alpha^\nu}{\beta} \cos \nu \theta_\alpha + \frac{d_\alpha^\nu}{\beta} \sin \nu \theta_\alpha \right\} \quad (0 \leq r_\alpha \leq a_\alpha) \quad (5.7) \text{ b}$$

とかける。ここに $H_\nu^{(2)}$ は次数 ν の第 2 種 Hankel 関数である。これに対する境界は (5.6) b 式によって与えられる。

円柱表面での境界条件は、

$$(\mathbb{E}^{(0)} + \mathbb{E}_\alpha + \mathbb{E}_\beta) \Big|_{r_\beta = a_\beta + 0} = \mathbb{E}_\alpha \Big|_{r_\alpha = a_\alpha - 0} \quad (5.8) \text{ a}$$

$$(H_\alpha^{(0)} + H_\alpha \theta_\alpha + H_\beta \theta_\alpha) \Big|_{r_\beta = a_\beta + 0} = H_\alpha \theta_\alpha \Big|_{r_\alpha = a_\alpha - 0} \quad (5.8) \text{ b}$$

とかける。ここでは、この境界条件をつぎのように逐次的に満足させて行く。
すなわち、

$$\begin{aligned} (\mathbb{E}^{(0)} + \mathbb{E}_\alpha^{(1)}) \Big|_{r_\alpha = a_\alpha + 0} &= \mathbb{E}_\alpha^{(1)} \Big|_{r_\alpha = a_\alpha - 0} \\ (H_\alpha^{(0)} + H_\alpha^{(1)} \theta_\alpha) \Big|_{r_\alpha = a_\alpha + 0} &= H_\alpha^{(1)} \theta_\alpha \Big|_{r_\alpha = a_\alpha - 0} \end{aligned} \quad (5.9) \text{ a}$$

$$\begin{aligned} (\mathbb{E}^{(0)} + \mathbb{E}_\beta^{(1)}) \Big|_{r_\beta = a_\beta + 0} &= \mathbb{E}_\beta^{(1)} \Big|_{r_\beta = a_\beta - 0} \\ (H_\beta^{(0)} + H_\beta^{(1)} \theta_\beta) \Big|_{r_\beta = a_\beta + 0} &= H_\beta^{(1)} \theta_\beta \Big|_{r_\beta = a_\beta - 0} \end{aligned} \quad (5.9) \text{ b}$$

$$\left(E_{\beta}^{(1)} + E_{\alpha}^{(2)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = E_{\alpha}^{(1)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0} \quad (5.10) a$$

$$\left(H_{\beta\theta_{\alpha}}^{(1)} + H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(2)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(2)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0}$$

$$\left(E_{\alpha}^{(1)} + E_{\beta}^{(2)} \right) \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} + 0} = E_{\beta}^{(2)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0} \quad (5.10) b$$

$$\left(H_{\alpha\theta_{\beta}}^{(1)} + H_{\beta\theta_{\beta}}^{(2)} \right) \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} + 0} = H_{\beta\theta_{\beta}}^{(2)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0}$$

$$\left(E_{\beta}^{(2)} + E_{\alpha}^{(3)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = E_{\alpha}^{(3)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0} \quad (5.11) a$$

$$\left(H_{\beta\theta_{\alpha}}^{(2)} + H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(3)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(3)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0}$$

$$\left(E_{\alpha}^{(2)} + E_{\beta}^{(3)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = E_{\beta}^{(3)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0} \quad (5.11) b$$

$$\left(H_{\alpha\theta_{\beta}}^{(2)} + H_{\beta\theta_{\beta}}^{(3)} \right) \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} + 0} = H_{\beta\theta_{\beta}}^{(3)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0}$$

以下同様であり、これらを一般に示すと

$$\left(E_{\beta}^{(i-1)} + E_{\alpha}^{(i)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = E_{\alpha}^{(i)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0} \quad (5.12) a$$

$$\left(H_{\beta\theta_{\alpha}}^{(i-1)} + H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(i)} \right) \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} + 0} = H_{\alpha\theta_{\alpha}}^{(i)} \Big|_{r_{\alpha} = a_{\alpha} - 0}$$

$$\left(E_{\alpha}^{(i-1)} + E_{\beta}^{(i)} \right) \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} + 0} = E_{\beta}^{(i)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0} \quad (5.12) b$$

$$\left(H_{\alpha\theta_{\beta}}^{(i-1)} + H_{\beta\theta_{\beta}}^{(i)} \right) \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} + 0} = H_{\beta\theta_{\beta}}^{(i)} \Big|_{r_{\beta} = a_{\beta} - 0}$$

となる。

上に定義した $E_{\alpha}^{(1)}$, $E_{\alpha}^{(2)}$, …, $E_{\alpha}^{(i)}$, … はもちろん、方程式 (5.6) a の解であって、(5.7) 式の形をしており、それぞれを 1 次散乱電界、2 次散乱電界、… i 次散乱電界、… と呼んでおく。これらの物理的意味は明らかである。す

なわち、1次散乱界は、1本の円柱による平面波の散乱を表わし、2次散乱界は、1次散乱界の1本の円柱による散乱を表わしている。以下同様であるから、これらは2本の円柱間の多重反射を表わしていることになる。

全散乱電磁界 \mathbb{E} , \mathbb{H} は各次数の散乱電磁界 $\mathbb{E}_\alpha^{(i)} + \mathbb{E}_\beta^{(i)}$, $\mathbb{H}_\alpha^{(i)} + \mathbb{H}_\beta^{(i)}$ の総和:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} &= \sum_{i=1}^{\infty} (\mathbb{E}_\alpha^{(i)} + \mathbb{E}_\beta^{(i)}) \\ \mathbb{H} &= \sum_{i=1}^{\infty} (\mathbb{H}_\alpha^{(i)} + \mathbb{H}_\beta^{(i)}) \end{aligned} \quad (5.13)$$

で与えられる。したがって、 $\mathbb{E}_\alpha^{(i)}$, $\mathbb{H}_\alpha^{(i)}$ を決めることが問題のすべてになる。

5.2.4 $\mathbb{E}_\alpha^{(i)}$, $\mathbb{H}_\alpha^{(i)}$ の決定

(1) 1次散乱電界 $\mathbb{E}_\alpha^{(1)}$

1次散乱界は、(5.6) a 式の解で、かつ境界条件 (5.9) 式を満足するものであるが、それは、無限の自由空間中に単独におかれているフェリ磁性体円柱が平面波を散乱させるときの散乱界と同じである。これについてはすでに論じられているが、フェリ磁性体に加える直流磁界の全範囲においてこの散乱を特性づけるといったとらえ方をしたものは見当たらない。ここではすでに与えられている解を、上述のようなとらえ方をするのに都合のいい形に変形したものとともに入れておく。

この散乱界の電界 $\mathbb{E}_\alpha^{(1)}$ 、および磁界の θ_α 成分 $\mathbb{H}_{\alpha\theta}^{(1)}$ は

$$\mathbb{E}_\alpha^{(1)} = \mathbb{E}_0 \left\{ \begin{aligned} & \sum_{\nu=0}^{\infty} H_\nu^{(2)}(k_\alpha r_\alpha) \cdot \left\{ a_{\alpha\nu}^{(1)} \cos \nu \theta_\alpha + b_{\alpha\nu}^{(1)} \sin \nu \theta_\alpha \right\} (r_\alpha > a_\alpha) \\ & \sum_{\nu=0}^{\infty} J_\nu(k_\alpha r_\alpha) \cdot \left\{ c_{\alpha\nu}^{(1)} \cos \nu \theta_\alpha \right. \\ & \quad \left. + d_{\alpha\nu}^{(1)} \sin \nu \theta_\alpha \right\} (0 \leq r_\alpha \leq a_\alpha) \end{aligned} \right. \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned}
 H_{\beta}^{(1)} = -jH_0 \left\{ \begin{aligned}
 & \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\beta}^a) \cdot \left\{ a_{\beta}^{(1)} \cos \nu \theta_{\beta}^a \right. \\
 & \quad \left. + b_{\beta}^{(1)} \sin \nu \theta_{\beta}^a \right\} (r_{\beta}^a > a_{\beta}^a) \\
 & \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}^{\prime}(k_{\beta} r_{\beta}^a) \cdot \left\{ M_{\beta} \frac{k_{\beta}^a}{k_0} c_{\beta}^{(1)} \right. \\
 & \quad \left. + jK_{\beta} \frac{\nu}{k_0 r_{\beta}^a} \frac{J_{\nu}(k_{\beta} r_{\beta}^a)}{J_{\nu}^{\prime}(k_{\beta} r_{\beta}^a)} \cdot d_{\beta}^{(1)} \right\} \cos \nu \theta_{\beta}^a \\
 & + \left\{ -jK_{\beta} \cdot \frac{\nu}{k_0 r_{\beta}^a} \cdot \frac{J_{\nu}(k_{\beta} r_{\beta}^a)}{J_{\nu}^{\prime}(k_{\beta} r_{\beta}^a)} c_{\beta}^{(1)} \right. \\
 & \quad \left. + M_{\beta} \frac{k_{\beta}^a}{k_0} d_{\beta}^{(1)} \right\} \sin \nu \theta_{\beta}^a \Big], (0 \leq r_{\beta}^a \leq a_{\beta}^a)
 \end{aligned} \right. \quad (5.15)
 \end{aligned}$$

で表わされ、1次散乱電界を与える係数 $a_{\beta}^{(1)}$, $b_{\beta}^{(1)}$ は

$$a_{\beta}^{(1)} = -P_{\beta}^{(0)} P_{\beta}^{(1)}, \quad b_{\beta}^{(1)} = P_{\beta}^{(0)} Q_{\beta}^{(1)} \quad (5.16)$$

となる。ここに

$$P_{\beta}^{(1)} = \frac{F_{\nu} \cdot G_{\nu} - \nu^2 K_{\beta}^2 \frac{J_{\nu}(k_0 a_{\beta}^a)}{J_{\nu}^{\prime}(k_0 a_{\beta}^a)}}{F_{\nu}^2 - \nu^2 K_{\beta}^2} \quad (5.17) \text{ a}$$

$$Q_{\alpha\nu} = -\frac{2}{\pi} \frac{\nu K_{\beta}^{\alpha}}{F_{\nu}^2 - \nu^2 K_{\beta}^{\alpha}} \cdot \frac{1}{[H_{\nu}^{(2)}(k_0 a_{\alpha})]_{\beta}^2} \quad (5.17) \text{ b}$$

$$F_{\nu} = k_0 a_{\alpha} \frac{H_{\nu}^{(2)'}(k_0 a_{\alpha})}{H_{\nu}^{(2)}(k_0 a_{\alpha})} - M_{\beta}^{\alpha} k_{\beta}^{\alpha} a_{\alpha} \frac{J_{\nu}'(k_{\beta} a_{\alpha})}{J_{\nu}(k_{\beta} a_{\alpha})}$$

$$G_{\nu} = k_0 a_{\alpha} \frac{J_{\nu}'(k_0 a_{\alpha})}{J_{\nu}(k_0 a_{\alpha})} - M_{\beta}^{\alpha} k_{\beta}^{\alpha} a_{\alpha} \frac{J_{\nu}'(k_{\beta} a_{\alpha})}{J_{\nu}(k_{\beta} a_{\alpha})}$$

である。

(5.16) 式は厳密に得られた解であるから、任意の円柱半径 a_{α} について、電流磁界をパラメータにとって、これを数値計算すれば、この散乱界の特性がわかるのであるが、それにしても非常に見通しの悪い表式になっていて数値計算も組織的に行なえない。なお円柱半径が波長に比べて非常に小さいとして ($k_0 a \ll 1, k_{\alpha} a \ll 1$)、Bessel 関数の近似式を使って

$$\begin{aligned} P_{\alpha\nu} &= j\pi(\epsilon_r - 1) \left(\frac{k_0 a}{2}\right)^2 \\ P_{\alpha 1} &= j\pi M_{\beta}^{\alpha} \left(\frac{k_0 a}{2}\right)^2 \\ P_{\alpha 2} &= j\pi \frac{M_{\beta}^{\alpha}}{2} \left(\frac{k_0 a}{2}\right)^4, \quad P_{\alpha\nu} = 0 \quad (\nu \geq 3) \end{aligned} \quad (5.16) \text{ a}$$

$$\begin{aligned} Q_{\alpha 0} &= 0 \\ Q_{\alpha 1} &= \pi K_{\beta}^{\alpha} \left(\frac{k_0 a}{2}\right)^2 \\ Q_{\alpha 2} &= -\pi \frac{K_{\beta}^{\alpha}}{2} \left(\frac{k_0 a}{2}\right)^4, \quad Q_{\alpha\nu} = 0 \quad (\nu \geq 3) \end{aligned} \quad (5.18) \text{ b}$$

$$M_{\alpha\beta} = \frac{1 - M_{\alpha}^2 + K_{\alpha}^2}{(1 + M_{\alpha})^2 - K_{\alpha}^2}, \quad K_{\alpha\beta} = - \frac{2 K_{\alpha}}{(M_{\alpha} + 1)^2 - K_{\alpha}^2}$$

が導ける。この式は直流磁界に対する見通しはよいが、 $(M+1)^2 - K^2 = 0$ すなわち $\omega_H = \omega - \frac{1}{2} \omega_M$ なる直流磁界 ω_H のとき散乱界の振巾は無限大となつて、電力保存則に反するから、磁界の全範囲で使用することはできない。

これらに対し、(5.17) 式から、やや長い計算によって得た表式：

$$P_{\nu} = \frac{1}{4\Delta_{1\nu}} (2 + e^{j\psi\nu} + e^{j\psi-\nu}) \quad (5.19) \text{ a}$$

$$Q_{\nu} = \frac{1}{4\Delta_{1\nu}} (e^{j\psi\nu} - e^{j\psi-\nu}) \quad (5.19) \text{ b}$$

$$\tan \frac{\psi_{\pm\nu}}{2} = \frac{D_{\pm\nu} N_{\nu}(k_0 a) - (k_0 a) N'_{\nu}(k_0 a)}{D_{\pm\nu} J_{\nu}(k_0 a) - (k_0 a) J'_{\nu}(k_0 a)} \quad (5.19) \text{ c}$$

$$D_{\pm\nu} = M(k a) \frac{J_{\nu}(k a)}{J_{\nu}(k a)} \mp K \cdot \nu \quad (5.19) \text{ d}$$

$$\Delta_{1\nu} = \begin{cases} \frac{1}{2} & (\nu = 0) \\ 1 & (\nu = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

N_{ν} : 次数 ν の第 2 種 Bessel 関数

は、(5.17) 式に比べて見通しもよく、また厳密に誘導されたものであるから不合理性も示さないという点で都合のいい表式である。

$$(2) \quad \text{2次散乱界 } E_{\alpha\beta}^{(2)}, H_{\alpha\beta}^{(2)}$$

2次散乱電界 $E_{\alpha\beta}^{(2)}$ も、(5.6) 式を満足するから

$$E_{\alpha\beta}^{(2)} = E_0 \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\alpha\beta}) \left\{ a_{\alpha\nu}^{(2)} \cos \nu \theta_{\alpha\beta} + b_{\alpha\nu}^{(2)} \sin \nu \theta_{\alpha\beta} \right\} (r_{\alpha\beta} > a_{\alpha\beta}) & (5.20) a \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_{\alpha} r_{\alpha\beta}) \left\{ c_{\alpha\nu}^{(2)} \cos \nu \theta_{\alpha\beta} + d_{\alpha\nu}^{(2)} \sin \nu \theta_{\alpha\beta} \right\} (0 \leq r_{\alpha\beta} < a_{\alpha\beta}) & (5.20) b \end{cases}$$

の形にかけるし、またそれによって磁界 $H_{\alpha\beta}^{(2)}$ の $\theta_{\alpha\beta}$ 成分は

$$H_{\alpha\beta} \theta_{\alpha\beta} = -jH_0 \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)'}(k_0 r_{\alpha\beta}) \cdot \left\{ a_{\alpha\nu}^{(2)} \cos \nu \theta_{\alpha\beta} + b_{\alpha\nu}^{(2)} \sin \nu \theta_{\alpha\beta} \right\} (r_{\alpha\beta} > a_{\alpha\beta}) & (5.21) a \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}'(k_{\alpha} r_{\alpha\beta}) \left[\left\{ M_{\alpha} \frac{k_{\alpha}}{\beta k_0} c_{\alpha\nu}^{(2)} + jK_{\alpha} \frac{\nu}{k_0 r_{\alpha\beta}} \frac{J_{\nu}(k_{\alpha} r_{\alpha\beta})}{J_{\nu}'(k_{\alpha} r_{\alpha\beta})} d_{\alpha\nu}^{(2)} \right\} \right. \\ \left. \times \cos \nu \theta_{\alpha\beta} + \left\{ -jK_{\alpha} \frac{\nu}{k_0 r_{\alpha\beta}} \frac{J_{\nu}(k_{\alpha} r_{\alpha\beta})}{J_{\nu}'(k_{\alpha} r_{\alpha\beta})} \cdot c_{\alpha\nu}^{(2)} \right. \right. \\ \left. \left. + M_{\alpha} \frac{k_{\alpha}}{\beta k_0} d_{\alpha\nu}^{(2)} \right\} \cdot \sin \nu \theta_{\alpha\beta} \right], (0 \leq r_{\alpha\beta} < a_{\alpha\beta}) & (5.21) b \end{cases}$$

とかける。未定係数 $a_{\alpha\nu}^{(2)}$, $b_{\alpha\nu}^{(2)}$ などは境界条件式 (5.10) 式から定められるが、 $E_{\alpha\beta}^{(1)}$ は円筒座標 $r_{\alpha\beta}$, $\theta_{\alpha\beta}$ で表わされているので、円柱 $0_{\alpha\beta}$ の表面で境界条件を適用するのに都合のいい形になっていない。そこではじめに、(5.14) 式の第一式：

$$E_{\alpha\beta}^{(1)} = E_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\alpha\beta}) \left\{ a_{\alpha\nu}^{(1)} \cos \nu \theta_{\alpha\beta} + b_{\alpha\nu}^{(1)} \sin \nu \theta_{\alpha\beta} \right\} (r_{\alpha\beta} > a_{\alpha\beta})$$

を Hankel 関数の加法定理によって、円筒座標 $r_{\alpha\beta}$, $\theta_{\alpha\beta}$ を用いて表わしておく。

図 5.3 a を参照して、Hankel 関数の加法定理により

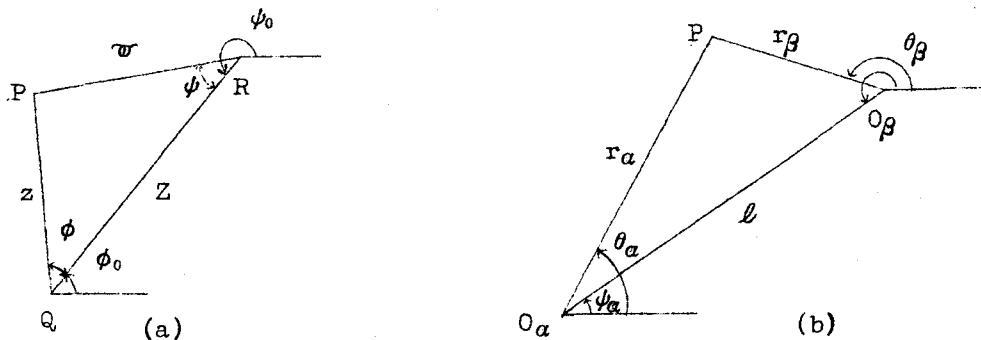


図 5.3 変数の幾何学的表示

$$H_{\nu'}^{(2)}(\varpi) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \nu' \psi = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} H_{\nu'+\nu}^{(2)}(Z) J_{\nu}(Z) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \nu \phi \quad (5.22)$$

がなりたち、⁽⁵⁰⁾ さらに図 5.3 b を参照して、(5.22) 式より

$$\begin{aligned} & H_{\nu'}^{(2)}(k_0 r_{\beta}) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \nu' \theta_{\beta} \\ &= H_{\nu'}^{(2)}(k_0 r_{\beta}) \left\{ \cos \nu' (\theta_{\beta} - \psi_{\beta}) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \nu' \psi_{\beta} \right. \\ & \quad \left. (+) \sin \nu' (\theta_{\beta} - \psi_{\beta}) \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} \nu' \psi_{\beta} \right\} \\ &= \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) J_{\nu}(k_0 r_{\beta}) \left\{ \cos (\theta_{\beta} - \psi_{\beta}) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \nu' \psi_{\beta} \right. \\ & \quad \left. (\pm) \sin \nu' (\theta_{\beta} - \psi_{\beta}) \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} \nu' \psi_{\beta} \right\} \\ &= \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) J_{\nu}(k_0 r_{\beta}) \begin{pmatrix} \cos \\ -\sin \end{pmatrix} (\nu \theta_{\beta} - \psi_{\beta}(\nu, -\nu)) \quad (5.23) \end{aligned}$$

がえられる。ここに、 $\psi_{\beta}(\nu, \nu') = \nu \psi_{\beta} + \nu' \psi_{\beta}$ 。したがって、

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu'}^{(2)}(k_0 r_{\beta}) \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1) \\ (1) \end{pmatrix} \cos \nu' \theta_{\beta} + \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1) \\ (1) \end{pmatrix} \sin \nu' \theta_{\beta}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\nu'=-\infty}^{\infty} H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) J_{\nu}(k_0 r_a) \left\{ a_{\beta\nu'}^{(1)} \cos(\nu\theta_a - \psi_{\beta}(\nu, \nu')) \right. \\
&\quad \left. - b_{\beta\nu'}^{(1)} \sin(\nu\theta_a - \psi_{\beta}(\nu, \nu')) \right\} \\
&= \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\nu'=-\infty}^{\infty} H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) J_{\nu}(k_0 r_a) \left\{ (a_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(\nu, \nu')) \right. \\
&\quad + b_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(\nu, \nu') \cos\nu\theta_a + \\
&\quad \left. + (a_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(\nu, \nu') - b_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(\nu, \nu')) \sin\nu\theta_a \right\} \\
&= \sum_{\nu=0}^{\infty} \left[H_{\nu'}^{(2)}(k_0 \ell) J_0(k_0 r_a) (a_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(\nu, \nu')) \right. \\
&\quad + b_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(\nu, \nu') + \sum_{\nu=1}^{\infty} J_{\nu}(k_0 r_a) \left\{ H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) \right. \\
&\quad \times (a_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(\nu, \nu') + b_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(\nu, \nu')) + \\
&\quad + (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)}(k_0 \ell) (a_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(-\nu, \nu')) \\
&\quad \left. + b_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(-\nu, \nu') \right\} \cos\nu\theta_a + \\
&\quad + \left\{ H_{\nu'+\nu}^{(2)}(k_0 \ell) (a_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(\nu, \nu') - b_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(\nu, \nu')) - \right. \\
&\quad - (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)}(k_0 \ell) (a_{\beta\nu'}^{(1)} \sin\psi_{\beta}(-\nu, \nu')) \\
&\quad \left. - b_{\beta\nu'}^{(1)} \cos\psi_{\beta}(-\nu, \nu') \right\} \sin\nu\theta_a \Big]
\end{aligned}$$

$$= \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu} (k_0 r_{\alpha}) \left(p_{\beta\nu}^{(1)} \cos \nu \theta_{\alpha} + q_{\beta\nu}^{(1)} \sin \nu \theta_{\alpha} \right). \quad (0 \leq r_{\alpha} < \ell) \quad (5.24)$$

ここに

$$\begin{aligned} p_{\beta\nu}^{(1)} = & \Delta_{1\nu} \sum_{\nu'=0}^{\infty} \left[a_{\beta\nu'}^{(1)} \{ H_{\nu'+\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \cos \psi_{\beta} (\nu, \nu') \right. \\ & + (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \cos \psi_{\beta} (-\nu, \nu') \} + \\ & + b_{\beta\nu'}^{(1)} \{ H_{\nu'+\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \sin \psi_{\beta} (\nu, \nu') \\ & + (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \sin \psi_{\beta} (-\nu, \nu') \} \end{aligned} \quad (5.25) a$$

$$\begin{aligned} q_{\beta\nu}^{(1)} = & \sum_{\nu'=0}^{\infty} \left[a_{\beta\nu'}^{(1)} \{ H_{\nu'+\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \sin \psi_{\beta} (\nu, \nu') \right. \\ & - (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \sin \psi_{\beta} (-\nu, \nu') \} - \\ & - b_{\beta\nu'}^{(1)} \{ H_{\nu'+\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \cos \psi_{\beta} (\nu, \nu') \\ & - (-1)^{\nu} H_{\nu'-\nu}^{(2)} (k_0 \ell) \cos \psi_{\beta} (-\nu, \nu') \} \end{aligned} \quad (5.25) b$$

である。これによって、(5.14)式の第1式は

$$E_{\beta} = E_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu} (k_0 r_{\alpha}) \left\{ p_{\beta\nu}^{(1)} \cos \nu \theta_{\alpha} + q_{\beta\nu}^{(1)} \sin \nu \theta_{\alpha} \right\} \quad (5.26)$$

とかける。このような $E_{\beta a}^{(1)}$ の表示に対応して、 $H_{\beta a \theta}^{(1)}$ は

$$\begin{aligned}
 H_{\beta a \theta}^{(1)} &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r_{\beta a}} E_{\beta a}^{(1)} \\
 &= -jH_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J'_{\nu}(k_0 r_{\beta a}) \{ p_{\beta a}^{(1)} \cos \nu \theta_{\beta a} \\
 &\quad + q_{\beta a}^{(1)} \sin \nu \theta_{\beta a} \} \tag{5.27}
 \end{aligned}$$

となる。(5.20)、(5.21)、(5.26)、(5.27) 式を (5.10) 式に代入すれば、 $a_{\beta a \nu}^{(2)}$ 、 $b_{\beta a \nu}^{(2)}$ などを決める式として

$$\begin{aligned}
 J_{\nu}(u_{\beta a}) p_{\beta a}^{(1)} + H_{\nu}^{(2)}(u_{\beta a}) a_{\beta a \nu}^{(2)} &= J_{\nu}(v_{\beta a}) c_{\beta a \nu}^{(2)} \\
 J_{\nu}(u_{\beta a}) q_{\beta a}^{(1)} + H_{\nu}^{(2)}(u_{\beta a}) b_{\beta a \nu}^{(2)} &= J_{\nu}(v_{\beta a}) d_{\beta a \nu}^{(2)} \\
 J'_{\nu}(u_{\beta a}) p_{\beta a}^{(1)} + H_{\nu}^{(2)'}(u_{\beta a}) a_{\beta a \nu}^{(2)} \\
 &= J'_{\nu}(v_{\beta a}) \left\{ M_{\beta a} \frac{k_{\beta a}}{k_0} c_{\beta a \nu}^{(2)} + jK_{\beta a} \frac{\nu}{u_{\beta a}} \frac{J_{\nu}(v_{\beta a})}{J'_{\nu}(v_{\beta a})} d_{\beta a \nu}^{(2)} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J'_{\nu}(u_{\beta a}) q_{\beta a}^{(1)} + H_{\nu}^{(2)'}(u_{\beta a}) b_{\beta a \nu}^{(2)} \\
 &= J'_{\nu}(v_{\beta a}) \left\{ -jK_{\beta a} \frac{\nu}{u_{\beta a}} \frac{J_{\nu}(v_{\beta a})}{J'_{\nu}(v_{\beta a})} c_{\beta a \nu}^{(2)} + M_{\beta a} \frac{k_{\beta a}}{k_0} d_{\beta a \nu}^{(2)} \right\}, \quad \begin{aligned} u_{\beta a} &= k_0 a_{\beta a} \\ v_{\beta a} &= k_{\beta a} a_{\beta a} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

がえられ、これを解いて2次散乱界を与える $a_{\alpha\nu}^{(2)}$, $b_{\alpha\nu}^{(2)}$ が

$$\begin{aligned} a_{\alpha\nu}^{(2)} &= -p_{\beta\nu}^{(1)} P_{\alpha\nu} - q_{\beta\nu}^{(1)} Q_{\alpha\nu} \\ b_{\alpha\nu}^{(2)} &= p_{\beta\nu}^{(1)} Q_{\alpha\nu} - q_{\beta\nu}^{(1)} P_{\alpha\nu} \end{aligned} \quad (5.28)$$

と求まる。

(3) 高次散乱界 $E_{\alpha}^{(i)}$, $H_{\alpha}^{(i)}$

一般に、1次散乱界の電界 $E_{\alpha}^{(i)}$ および磁界の θ_{α} 方向成分 $H_{\alpha\theta}^{(i)}$ は、 $a_{\alpha\nu}^{(i)}$

$b_{\alpha\nu}^{(i)}$, $c_{\alpha\nu}^{(i)}$, $d_{\alpha\nu}^{(i)}$ を未定係数として

$$E_{\alpha\nu}^{(i)} = E_0 \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\alpha}) \left\{ a_{\alpha\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_{\alpha} \right. \\ \left. + b_{\alpha\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_{\alpha} \right\} & (r_{\alpha} > a_{\alpha}) \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_{\alpha} r_{\alpha}) \left\{ c_{\alpha\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_{\alpha} \right. \\ \left. + d_{\alpha\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_{\alpha} \right\} & (0 \leq r_{\alpha} < a_{\alpha}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 H_{\beta}^{\alpha} \theta_{\beta}^{\alpha} = -j H_0 \left\{ \begin{aligned}
 & \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)'}(k_0 r_a) \left\{ a_{\beta}^{(i)} c_{\beta}^{\nu} \cos \nu \theta_{\beta}^{\alpha} \right. \\
 & \quad \left. + b_{\beta}^{(i)} \sin \nu \theta_{\beta}^{\alpha} \right\} \quad (r_a > a_a) \\
 & \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}'(k_a r_a) \left[\left\{ M_{\beta} \frac{k_a}{k_0} c_{\beta}^{(i)} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + j K_{\beta} \frac{\nu}{k_0 r_a} \frac{J_{\nu}(k_a r_a)}{J_{\nu}'(k_a r_a)} d_{\beta}^{(i)} \right\} \cos \nu \theta_{\beta}^{\alpha} + \right. \\
 & \quad \left. + \left\{ -j K_{\beta} \frac{\nu}{k_0 r_a} \frac{J_{\nu}(k_a r_a)}{J_{\nu}'(k_a r_a)} c_{\beta}^{(i)} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + M_{\beta} \frac{k_a}{k_0} d_{\beta}^{(i)} \right\} \sin \nu \theta_{\beta}^{\alpha} \right] \quad (0 \leq r_a < a_a)
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

とかけ、未定係数 $a_{\beta}^{(i)}$, $b_{\beta}^{(i)}$ は、境界条件式 (5.12) 式から定めることができて

$$\begin{aligned}
 a_{\beta}^{(i)} &= -p_{\beta}^{(i-1)} P_{\beta}^{\alpha} - q_{\beta}^{(i-1)} Q_{\beta}^{\alpha} \\
 b_{\beta}^{(i)} &= p_{\beta}^{(i-1)} Q_{\beta}^{\alpha} - q_{\beta}^{(i-1)} P_{\beta}^{\alpha}
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

となる。

5.2.5 全散乱電磁界と遠方散乱電磁界

(1) 全散乱電磁界

全散乱電界は、前項までに求めた $E_{\alpha\beta}^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots$) を用いて、(5.13)式より

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{i=1}^{\infty} (E_{\alpha}^{(i)} + E_{\beta}^{(i)}) \\
 &= E_0 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \{ H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\alpha}) (a_{\alpha\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_{\alpha} + b_{\alpha\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_{\alpha}) + \\
 &\quad + H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\beta}) (a_{\beta\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_{\beta} + b_{\beta\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_{\beta}) \} \\
 &= E_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} \{ H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\alpha}) (a_{\alpha\nu} \cos \nu \theta_{\alpha} + b_{\alpha\nu} \sin \nu \theta_{\alpha}) \\
 &\quad + H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_{\beta}) (a_{\beta\nu} \cos \nu \theta_{\beta} + b_{\beta\nu} \sin \nu \theta_{\beta}) \} \quad (5.30)
 \end{aligned}$$

となる。ここに

$$a_{\alpha\nu} = \sum_{i=1}^{\infty} a_{\alpha\nu}^{(i)}, \quad b_{\alpha\nu} = \sum_{i=1}^{\infty} b_{\alpha\nu}^{(i)} \quad (5.31)$$

この全散乱電界を (r, θ) 座標で表わすには、(5.30)式を Hankel 関数に関する加法定理を用いて (r, θ) 座標に変更すればよく、これを実行して

$$E = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_0 r) (\tilde{a}_n \cos n\theta + \tilde{b}_n \sin n\theta) \quad (r > h) \quad (5.32)$$

がえられる。ここに

$$\tilde{a}_n = \tilde{a}_{\alpha n} + \tilde{a}_{\beta n}, \quad \tilde{b}_n = \tilde{b}_{\alpha n} + \tilde{b}_{\beta n} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{\alpha n} = & \Delta_{in} \sum_{\nu=0}^{\infty} \left[J_{n+\nu}(k_0 h) \left\{ a_{\alpha\nu} \cos \psi_{\alpha(n,\nu)} + b_{\alpha\nu} \sin \psi_{\alpha(n,\nu)} \right\} + \right. \\ & \left. + (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 h) \left\{ a_{\alpha\nu} \cos \psi_{\alpha(-n,\nu)} + b_{\alpha\nu} \sin \psi_{\alpha(-n,\nu)} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{b}_{\alpha n} = & \sum_{\nu=0}^{\infty} \left[J_{n+\nu}(k_0 h) \left\{ a_{\alpha\nu} \sin \psi_{\alpha(n,\nu)} - b_{\alpha\nu} \cos \psi_{\alpha(n,\nu)} \right\} - \right. \\ & \left. - (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 h) \left\{ a_{\alpha\nu} \sin \psi_{\alpha(-n,\nu)} - b_{\alpha\nu} \cos \psi_{\alpha(-n,\nu)} \right\} \right] \end{aligned}$$

である。

なお、全散乱磁界の θ 成分は

$$\begin{aligned} H_{\theta} &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r} E \\ &= -jH_0 \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_0 r) (\tilde{a}_n \cos n\theta + \tilde{b}_n \sin n\theta) \end{aligned} \quad (5.34)$$

で与えられる。

(2) 遠方散乱電磁界

$k_0 r \gg 1$ となるような散乱系から遠く離れた領域での散乱電磁界は、Hankel 関数の漸近展開

$$\begin{aligned} H_n^{(2)}(k_0 r) &\cong \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{-j(k_0 r - \frac{2n+1}{4}\pi)} \\ H_n^{(2)}(k_0 r) &\cong -j \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{-j(k_0 r - \frac{2n+1}{4}\pi)} \end{aligned}$$

を用いて、(5.32), (5.34) 式を

$$E = E_0 \sqrt{\frac{j2}{\pi k_0 r}} e^{-jk_0 r} e(\theta)$$

$$H_\theta = -H_0 \sqrt{\frac{j2}{\pi k_0 r}} e^{-jk_0 r} e(\theta) \quad (5.35)$$

$$e(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} j^n (\tilde{a}_n \cos n\theta + \tilde{b}_n \sin n\theta)$$

としてよく、したがって、遠方散乱界はこの式で与えられる。

5.3 遠方散乱電磁界のパターン

遠方の散乱電磁界は前節の(5.35)式で与えられるから、いまz軸方向の単位長さをとると、 θ と $\theta + d\theta$ の間に散乱される電力は $|e(\theta)|^2 d\theta$ に比例する。したがって、 $|e(\theta)|^2$ は散乱電力の角度分布を与える。

この節では、入射波に対して、図5.4のように、2つの無限長フェリ磁性体円柱を配置した場合を例にとり、この場合の散乱パターンを求めてみる。なお、2つのフェリ磁性円柱はともに $k_0 a = 0.01$ であるような半径のものであり、かつ比

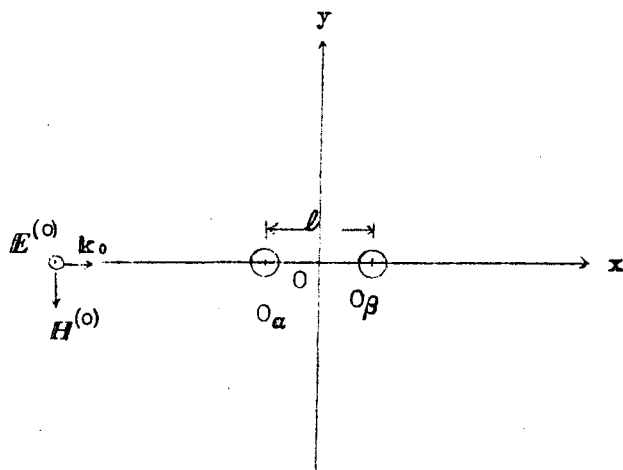


図5.4 数値計算に用いた平行配置された二つのフェリ磁性体円柱

誘電率 $\epsilon_r = 10$ 、飽和磁化 $4\pi M_B = 3,000$ [gauss]であるものとする。

図5.5は、フェリ磁性体に加える直流磁界をパラメータにとって、電子計算機によって求めた $|e(\theta)|$ を示したものである。

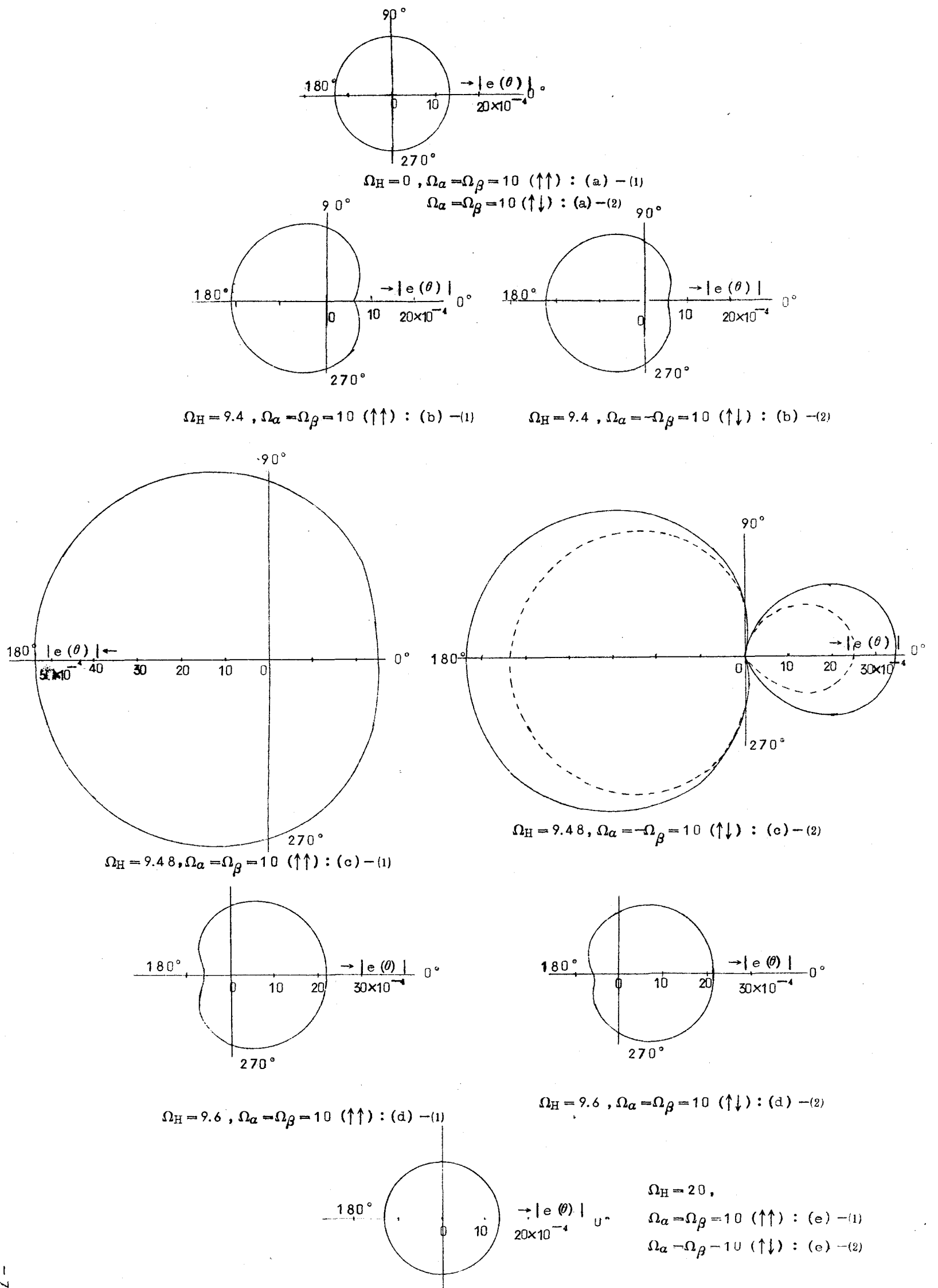


図5.5 図5.4に示したフーリ磁気体円柱列による散乱界の角度分布

実線は相互作用を考慮した遠方散乱界を表わし、破線は相互作用を無視した素力散乱界を表わす。ただし、(c)-(2)の場合を除けば、実線と破線はほとんど一致する。

なお参考までに、与えられた円柱間隔に対して、どの程度までの高次散乱界を考えねばならないかを示すと図 5.6 のようになる。図 5.6 は、フェリ磁性体円柱に加える直流磁界の大きさを一定にして、平行に加える場合と反平行に加える場合について、各次数の散乱界の前方 ($\theta = 0^\circ$) の強度で表わしたものである。

図 5.5 から、平行配置された 2 つの無限長フェリ磁性体円柱による散乱界はつぎのような点に特徴をもつものとしてとらえることができる。すなわち

(1) 散乱パターンは加えるバイアス直流磁界によって大きく変化する。なお、ある程度以上の直流磁界に対しては、散乱パターンは誘電体の場合と変わらないものになる。図 5.5 a で零バイアス磁界 ($\Omega_H = 0$) のときのパターンが誘電体の場合と類似しているが、これは円柱が波長に比べて細い ($k_0 a = 0.01$) ためである。

(2) 加えるバイアス直流磁界が強磁性共鳴点に近づくにつれて、一般に散乱界の強度は強くなり、そのパターンは、バイアス磁界が強磁性共鳴点より高いか低いかによって、前方あるいは後方の散乱界強度が強くなるように変っていく。なお、パターンは対称性をもっていない。

(3) 加えるバイアス直流磁界が強磁性共鳴点にかなり接近したところでは、2 つのフェリ磁性体円柱に直流磁界を平行に加えるのと反平行に加えるのとでは、散乱界は明瞭にちがったパターンを示すようになる。

(4) 加えるバイアス直流磁界が強磁性共鳴点にかなり接近したところでは、2 つのフェリ磁性体円柱に互に反平行に磁界が加えられる場合には、平行に加えられる場合よりも相互作用の影響が大きく現われ、散乱界の強度が強くなっていく。

以上のことは、図 5.5 の例について明らかにされたことであるが、一般に 2 つの平行配置されたフェリ磁性体円柱による散乱がどのようなものになるかを示唆するものと考えてよい。とくに、反平行に磁界が加えられた 2 つの円柱系が、強磁性共鳴点の近くで示す相互作用は、フェリ磁性体円柱系の特徴であって、誘電体円柱系の場合には円柱がその直径だけ離れて存在しておれば ($l = 4a$ に相当)、円柱間の相互作用は無視できるというのに比べれば、まことに特異な性質であるといわなければならない。

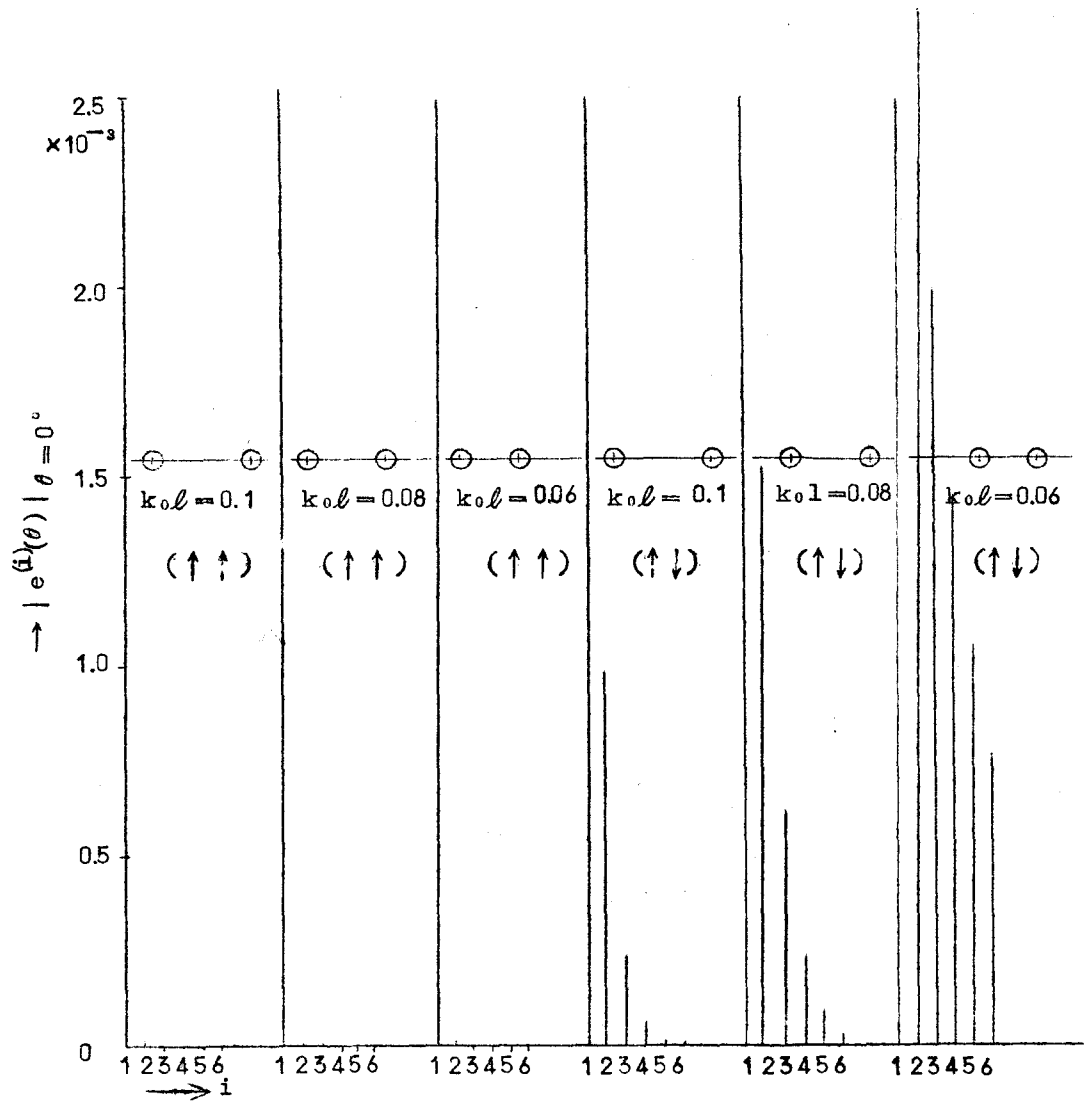


図 5.6 各次数の散乱波の前方強度

5.4 結 言

平行配置された無限長フェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を解析し、このような系による散乱界を求める一般式を導出するとともに、数値例によってこのような系の散乱系としてもつ特徴を明らかにした。

5.2節において級数の形で与えた散乱電磁界は、円柱について任意の半径および任意の円柱間隔についても成立つものであるし、また才2項以下が2つのフェリ磁性体円柱の相互に関係しあう程度を示すという意味で望ましい形である。

2つの平行配置されたフェリ磁性体円柱の散乱系としてもつ特徴を一例について数値計算結果からとらえた。それによって、とくに、反平行に磁界を加えられた円柱系では、フェリ磁性体が磁化ベクトルの共振系としての性格をもつゆえに、誘電体円柱系では見られないまことに特異な相互作用が現われることが明らかにできた。

ここで明らかにした散乱の様子は、このような散乱系による散乱現象が一般にどのようなものになるかを推測するにあたって十分な資料になると考えている。

第6章 平行配置されたN個の無限長フェリ磁性体 円柱による平面電磁波の散乱

6.1 序 言

本章は、才5章の内容を拡張して一般にN個の平行に配置された無限長フェリ磁性体円柱による平面波の散乱を解析したものである。すなわち、前章では、2つのフェリ磁性体円柱による平面波の散乱を解析するのに、フェリ磁性体円柱表面における境界条件を逐次的に満足させるという解析方法をとったが、本章では、この方法を、一般に任意の半径をもつN個の円柱が、無限の自由空間中に任意に平行配置されている場合に適用し、このような系による散乱界を求める一般式を導いている。本章の議論は、前章のそれとほとんど平行に行なわれている。

6.2 散乱電磁界

6.2.1 座標系・入射波・基礎方程式

はじめに、問題の解析にあたってとる座標系、入射波ならびに基礎方程式についてのべておく。

(1) 座 標 系

半径 a_1, a_2, \dots, a_N なるN個の無限長フェリ磁性体円柱 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ が、無限自由空間中に互に平行に配置されている。この円柱の軸に垂直な1つの平面を考えて、この平面上に直角座標系 $(O-x, y)$ を適当に定める(図6.1)。 xy 平面と円柱 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ の軸との交点を、それぞれ O_1, O_2, \dots, O_N とし、 xy 平面におけるこれらの座標を、それぞれ、 $O_1(x_{01}, y_{01}), O_2(x_{02}, y_{02}), \dots, O_N(x_{0N}, y_{0N})$ とする。 つぎに、点 O_1, O_2, \dots, O_N を原点とし、座標軸が x および y 軸に平行となるようにとった2次元直角座標系を、それぞれ、 $(O_1-x_1, y_1); (O_2-x_2, y_2); \dots; (O_N-x_N, y_N)$ とし、また同じく、点 O, O_1, O_2, \dots, O_N を原点とする2次元極座標系を、それぞれ、 $(O; r, \theta), (O_1; r_1, \theta_1), (O_2; r_2, \theta_2), \dots, (O_N; r_N, \theta_N)$ とする。 なお、座標系 $(O_S; r_S, \theta_S)$ からみた点

O および O_t の座標は、それぞれ、 O (r_s, ψ_s) および O_t (l_{st}, ψ_{st}) で与えられる。

ただし、

$$\left. \begin{aligned} s, t &= 1, 2, \dots, N \quad ; \quad s \neq t \\ \psi_{st} - \psi_{ts} &= \pi \\ l_{st} &= l_{ts} \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

である。

以上のようにとった各座標系について、各座標間にはつぎのよう関係がある。

$$\left. \begin{aligned} x &= x_s + x_{os} \\ y &= y_s + y_{os} \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} x_s &= r_s \cos \theta_s \\ y_s &= r_s \sin \theta_s \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} r_s e^{j\theta_s} &= l_{st} e^{j\psi_{st}} + r_t e^{j\theta_t} \\ r_s e^{j\theta_s} &= \rho_s e^{j\psi_s} + r e^{j\theta} \end{aligned} \right\} \quad (6.2) \\ \left. \begin{aligned} -x_{os} &= \rho_s \cos \psi_s \\ -y_{os} &= \rho_s \sin \psi_s \end{aligned} \right\}$$

(2) 入射波

入射電磁界は図 6.1 の座標系のもとで伝はん方向が x 方向で、電界が z 方向に偏波されている平面波とする。入射波の円柱 Γ_s の軸を軸とする円筒波表示は

$$E_z^{(0)} = E_0 e^{-jk_0 x}$$

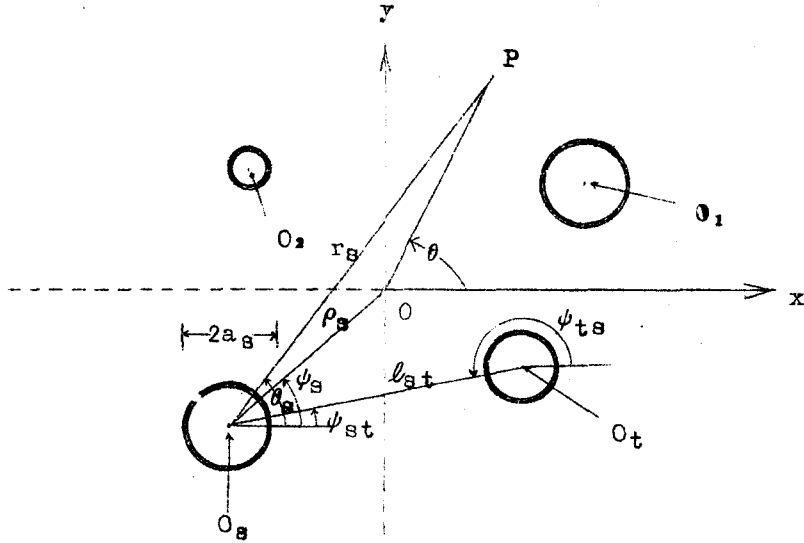


図 6.1 2次元座標系で示したN個の平行配置された無限長フェリ磁性体円柱

$$= E_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_0 r_s) p_{s\nu}^{(0)} \cos \nu \theta_s \quad (6.3) a$$

$$H_{\theta_s}^{(0)} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r_s} E_z^{(0)}$$

$$= -jH_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} J'_{\nu}(k_0 r_s) p_{s\nu}^{(0)} \cos \nu \theta_s \quad (6.3) b$$

$$p_{s\nu}^{(0)} = 2\Delta_{1\nu} (-j)^{\nu} e^{-jk_0 x_{0s}} \quad (6.3) c$$

となる。

(3) 基礎方程式

フェリ磁性体円柱 Γ_s ($s=1, 2, \dots, N$) には、軸方向に直流磁界を加えるので、そのテンソル透磁率は

$$[\mu_s] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_s & j\kappa_s & 0 \\ -j\kappa_s & \mu_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

とかけ、z方向に偏波された電界をもつ平面波は、z軸に垂直に入射するこ

とから、基礎方程式は (5.6) a 式と同じ形になり、

$$\nabla_t^2 E + k_0^2 E = 0 \quad (\text{円柱外}) \quad (6.4) \text{ a}$$

$$\nabla_t^2 E + k_s^2 E = 0 \quad (\text{円柱 } \Gamma_s \text{ 内、 } s = 1, 2, \dots, N) \quad (6.4) \text{ b}$$

とかける。ここに

$$k_s^2 = \frac{\mu_s^2 - \kappa_s^2}{\mu_s} \epsilon_{rs} k_0^2$$

であり、 ϵ_{rs} はフェリ磁性体円柱 Γ_s の比誘電率である。

6.2.2 逐次近似解法

前章第2節でのべたのと同じように、(6.4) 式の解を、円柱外部では

$$E = \sum_{s=1}^N E_s$$

$$E_s = \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_s) \{ a_{s\nu} \cos \nu \theta_s + b_{s\nu} \sin \nu \theta_s \}, \quad (a_s \leq r_s) \quad (6.5) \text{ a}$$

で、円柱内部では

$$E_s = \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_s r_s) \{ c_{s\nu} \cos \nu \theta_s + d_{s\nu} \sin \nu \theta_s \}, \quad (0 \leq r_s \leq a_s) \quad (6.5) \text{ b}$$

で表わすと、円柱表面での境界条件は

$$(E^{(0)} + E_s + \sum_{t=1}^N E_t) \Big|_{r_s = a_s + 0} = E_s \Big|_{r_s = a_s - 0} \quad (6.6) \text{ a}$$

$$(H_{\theta_s}^{(0)} + H_{\theta_s} + \sum_{t=1}^N H_{t\theta_s}) \Big|_{r_s = a_s + 0} = H_{\theta_s} \Big|_{r_s = a_s - 0} \quad (6.6) \text{ b}$$

$$(s = 1, 2, 3 \dots N)$$

とかける。ここに、 $\sum_{t=1}^N$ は $t \neq s$ なるすべての t についての総和を表わす。ここでは、この境界条件をつぎのように逐次的に満足させて行く。すなわち、

$$E_s = E_s^{(1)} + E_s^{(2)} + \dots; H_s = H_s^{(1)} + H_s^{(2)} + \dots$$

と表わし、 $E_s^{(1)}, E_s^{(2)}, \dots, E_s^{(i)}, \dots; H_s^{(1)}, H_s^{(2)}, \dots, H_s^{(i)}, \dots$ は

$$\begin{aligned} (E^{(0)} + E_s^{(1)}) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= E_s^{(1)} \Big|_{r_s = a_s - 0} \\ (H_s^{(0)} + H_s^{(1)} \theta_s) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= H_s^{(1)} \theta_s \Big|_{r_s = a_s - 0} \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{t=1}^N E_s^{(t)} + E_s^{(2)} \right) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= E_s^{(2)} \Big|_{r_s = a_s - 0} \\ \left(\sum_{t=1}^N H_t^{(1)} \theta_s + H_s^{(2)} \theta_s \right) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= H_s^{(2)} \theta_s \Big|_{r_s = a_s - 0} \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ \left(\sum_{t=1}^N H_t^{(i-1)} \theta_s + E_s^{(i)} \right) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= E_s^{(i)} \Big|_{r_s = a_s - 0} \\ \left(\sum_{t=1}^N H_t^{(i-1)} \theta_s + H_s^{(i)} \theta_s \right) \Big|_{r_s = a_s + 0} &= H_s^{(i)} \theta_s \Big|_{r_s = a_s - 0} \end{aligned} \quad (6.9)$$

⋮

(s = 1, 2, \dots, N)

によって定める。 $E_s^{(1)}, E_s^{(2)}, \dots, E_s^{(i)}, \dots$ の物理的意味は前章でのべたとおり明らかである。これによって、全散乱電磁界 E, H は

$$\left. \begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^N E_s^{(i)} \\ H &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^N H_s^{(i)} \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

で与えられる。

6.2.3 $E_S^{(i)}, H_S^{(i)}$ の決定

一般に $E_S^{(i)}$ は、(6.4) 式の解であるから、 $a_{S\nu}^{(i)}, b_{S\nu}^{(i)}, c_{S\nu}^{(i)}$ および $d_{S\nu}^{(i)}$ を未定係数として

$$E_S^{(i)} = E_0 \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_S) \{ a_{S\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_S + b_{S\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_S \} & (r_S \geq d_S) \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}(k_0 r_S) \{ c_{S\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_S + d_{S\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_S \} & (0 \leq r_S \leq a_S) \end{cases} \quad (6.11)$$

と表わすことができ、対応する磁界 $H_S^{(i)}$ の θ_S 成分 $H_{S\theta_S}^{(i)}$ は

$$H_{S\theta_S}^{(i)} = -jH_0 \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)'}(k_0 r_S) \{ a_{S\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_S + b_{S\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_S \} & (r_S \geq a_S) \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{\nu}'(k_S r_S) \left\{ \left[M_S \frac{k_S}{k_0} c_{S\nu}^{(i)} + jK_S \frac{r}{k_0 r_S} \frac{J_{\nu}(k_S r_S)}{J_{\nu}'(k_S r_S)} d_{S\nu}^{(i)} \right] \right. \\ \quad \left. \cos \theta_S + \left[-jK_S \frac{\nu}{k_0 r_S} \frac{J_{\nu}(k_S r_S)}{J_{\nu}'(k_S r_S)} c_{S\nu}^{(i)} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + M_S \frac{k_S}{k_0} d_{S\nu}^{(i)} \right] \sin \nu \theta_S \right\} & (0 \leq r_S \leq a_S) \end{cases} \quad (6.12)$$

となる。ここに、

$$M_S = \frac{\mu_S}{\mu_S^2 - \kappa_S^2}, \quad K_S = -\frac{\kappa_S}{\mu_S^2 - \kappa_S^2}$$

である。

(6.11), (6.12) 式の形を境界条件式 (6.7) (6.8) および (6.9) に代入すると、未定係数 $a_{S\nu}^{(i)}, b_{S\nu}^{(i)}$ はつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} a_{S\nu}^{(i)} &= -p_{S\nu}^{(0)} P_{S\nu} \\ b_{S\nu}^{(i)} &= p_{S\nu}^{(0)} Q_{S\nu} \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned}
 a_{s\nu}^{(i)} &= - \sum_{t=1}^N p_{ts\nu}^{(i-1)} P_{s\nu} - \sum_{t=1}^N q_{ts\nu}^{(i-1)} Q_{s\nu} \\
 b_{s\nu}^{(i)} &= \sum_{t=1}^N p_{ts\nu}^{(i-1)} Q_{s\nu} - \sum_{t=1}^N q_{ts\nu}^{(i-1)} P_{s\nu}
 \end{aligned}
 \tag{6.14}$$

(i = 2, 3, \dots)

ここに、

$$\begin{aligned}
 P_{s\nu} &= \frac{F_\nu G_\nu - \nu^2 K_s^2}{F_\nu^2 - \nu^2 K_s^2} \cdot \frac{J_\nu(u_s)}{H_\nu^{(2)}(u_s)}, \quad Q_{s\nu} = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\nu K_s}{F_\nu^2 - \nu^2 K_s^2} \cdot \frac{1}{[H_\nu^{(2)}(u_s)]} \\
 F_\nu &= u_s \frac{H_\nu^{(2)'}(u_s)}{H_\nu^{(2)}(u_s)} - M_{s\nu} v_s \frac{J_\nu'(v_s)}{J_\nu(v_s)}, \quad G_\nu = u_s \frac{J_\nu'(u_s)}{J_\nu(u_s)} - M_{s\nu} v_s \frac{J_\nu'(v_s)}{J_\nu(v_s)} \\
 &\quad (u_s = k_0 a_s, \quad v_s = k_s a_s)
 \end{aligned}$$

であり、

$$\begin{aligned}
 p_{ts\nu}^{(i-1)} &= \Delta_{1\nu} \sum_{\nu'=0}^{\infty} \{ a_{t\nu'}^{(i-1)} A_{ts}(\nu, \nu') + b_{t\nu'}^{(i-1)} B_{ts}(\nu, \nu') \} \\
 q_{ts\nu}^{(i-1)} &= \sum_{\nu'=0}^{\infty} \{ a_{t\nu'}^{(i-1)} C_{ts}(\nu, \nu') - b_{t\nu'}^{(i-1)} D_{ts}(\nu, \nu') \} \tag{6.15} \\
 &\quad (i = 2, 3, \dots)
 \end{aligned}$$

$$A_{ts}(\nu, \nu') = H_{\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \cos \psi_{ts}(\nu, \nu') + (-1)^\nu H_{-\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \cos \psi_{ts}(-\nu, \nu')$$

$$B_{ts}(\nu, \nu') = H_{\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \sin \psi_{ts}(\nu, \nu') + (-1)^\nu H_{-\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \sin \psi_{ts}(-\nu, \nu')$$

$$C_{ts}(\nu, \nu') = H_{\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \sin \psi_{ts}(\nu, \nu') - (-1)^\nu H_{-\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \sin \psi_{ts}(-\nu, \nu')$$

$$D_{ts}(\nu, \nu') = H_{\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \cos \psi_{ts}(\nu, \nu') - (-1)^\nu H_{-\nu+\nu'}(k_0 l_{st}) \cos \psi_{ts}(-\nu, \nu')$$

$$\psi_{ts}(\nu, \nu') = \nu' \psi_{ts} + \nu \psi_{st}$$

である。

6.2.4 全散乱電磁界と遠方散乱電磁界

(1) 全散乱電界

全散乱電界は、前項までに求めた $E_s^{(i)}$ を用いて、(6.10) 式より

$$\begin{aligned}
E &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^N E_s^{(i)} \\
&= E_0 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^N \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_s) \{ a_{s\nu}^{(i)} \cos \nu \theta_s + b_{s\nu}^{(i)} \sin \nu \theta_s \} \\
&= E_0 \sum_{s=1}^N \sum_{\nu=0}^{\infty} H_{\nu}^{(2)}(k_0 r_s) \{ a_{s\nu} \cos \nu \theta_s + b_{s\nu} \sin \nu \theta_s \} \quad (6.16)
\end{aligned}$$

で与えられる。ここに、

$$a_{s\nu} = \sum_{i=1}^{\infty} a_{s\nu}^{(i)}, \quad b_{s\nu} = \sum_{i=1}^{\infty} b_{s\nu}^{(i)}. \quad (6.17)$$

この全散乱電界 E を (r, θ) 座標で表わすには、(6.16) 式を Hankel 関数の加法定理を用いて、 (r, θ) 座標に変換すればよく、これを実行して

$$\begin{aligned}
E &= E_0 \sum_{s=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_0 r) (\tilde{a}_{sn} \cos n\theta + \tilde{b}_{sn} \sin n\theta) \quad (6.18) \\
&\quad (r > M_{ax}(\rho_s; s=1, 2, \dots, N))
\end{aligned}$$

を得る。ここに、

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_{sn} &= \Delta_{1n} \sum_{\nu=0}^{\infty} \{ a_{s\nu} \tilde{A}_s(n, \nu) + b_{s\nu} \tilde{B}_s(n, \nu) \} \\
\tilde{b}_{sn} &= \sum_{\nu=0}^{\infty} \{ a_{s\nu} \tilde{C}_s(n, \nu) - b_{s\nu} \tilde{D}_s(n, \nu) \}
\end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\tilde{A}_s(n, \nu) = J_{n+\nu}(k_0 \rho_s) \cos \psi_s(n, \nu) + (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 \rho_s) \cos \psi_s(-n, \nu)$$

$$\tilde{B}_s(n, \nu) = J_{n+\nu}(k_0 \rho_s) \sin \psi_s(n, \nu) + (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 \rho_s) \sin \psi_s(-n, \nu)$$

$$\tilde{C}_s(n, \nu) = J_{n+\nu}(k_0 \rho_s) \sin \psi_s(n, \nu) - (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 \rho_s) \sin \psi_s(-n, \nu)$$

$$\tilde{D}_s(n, \nu) = J_{n+\nu}(k_0 \rho_s) \cos \psi_s(n, \nu) - (-1)^n J_{-n+\nu}(k_0 \rho_s) \cos \psi_s(-n, \nu)$$

$$\psi_s(n, \nu) = n \psi_s + \nu (\pi - \psi_s) = (n+\nu) \psi_s + \nu \pi$$

である。(6.18) 式をさらに

$$E = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_0 r) (\tilde{a}_n \cos n\theta + \tilde{b}_n \sin n\theta) \quad (6.20)$$

とかいておく。ここに

$$\tilde{a}_n = \sum_{s=1}^N \tilde{a}_{sn}, \quad \tilde{b}_n = \sum_{s=1}^N \tilde{b}_{sn}. \quad (6.21)$$

(2) 遠方散乱電磁界

$k_0 r \gg 1$ となるような散乱系から遠く離れた領域での散乱電磁界は、

$$\left. \begin{aligned} E &= E_0 \sqrt{\frac{j2}{\pi k_0 r}} e^{-jk_0 r} e(\theta) \\ H &= -H_0 \sqrt{\frac{j2}{\pi k_0 r}} e^{-jk_0 r} e(\theta) \\ e(\theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} j^n (\tilde{a}_n \cos n\theta + \tilde{b}_n \sin n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

で与えられる。

6.3 結 言

平行に配置された N 個の無限長フェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を逐次近似の方法で解析し、このような系による散乱界を求める一般式を導出した。この表式を用いて、ただちに任意の個数のフェリ磁性体円柱が任意の配置をとっているときの散乱界が計算できる。したがって、本章で得た結果は、たとえば、縦続した形で直線状に配置されたフェリ磁性体円柱を含む矩形導波管あるいはまた、多素子のフェリ磁性体円柱を用いたアンテナの問題などの解析に利用することができる。

第7章 結 論

本章は、この論文に関する結論で、本研究の成果を総括してのべたものである。著者は本論文において、フェリ磁性体を含む系の電磁界をフェリ磁性体の示す強磁性共鳴現象の点から考察し、このような系の電磁界について、その特異性を明らかにしてきた。その成果は各章の結言にのべられているが、ここに総括してみると、

才2章においては、円筒フェリ磁性体を同心に含む円筒空洞について、この空洞の電磁界を決定する特性方程式を導出した。さらに、この特性方程式を数値的に解いて、この空洞の固有振動姿態が、

- (1) 誘電体装荷空洞における固有振動姿態に類似の姿態
- (2) 静磁姿態に類似の姿態
- (3) 空洞電磁界と磁化ベクトル共振系としてのフェリ磁性体の相互作用が強く現われた特有の姿態

の3種に大別されることを明らかにした。問題にした空洞は、正確に解きうる形についてであるが、ここで得られた結果はフェリ磁性体を含む空洞一般について、その固有振動姿態がどのようなものになるかを十分示唆するものであると考えている。

なお、このような空洞の固有振動姿態の間に成立する直交関係式も証明した。

才3章においては、フェリ磁性体を含む空洞の電磁界の近似解法によく用いられている空洞摂動法を、円筒フェリ磁性体を同心的に含む円筒空洞に適用して固有振動数の近似値を求め、これを才2章で得られた正確な値と比較した。その結果、摂動法のこのような系への適用限界を明らかにし、無損失なフェリ磁性体を含む空洞では、いかにフェリ磁性体の体積を小さくとも、真空空洞の共振周波数とフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数が接近したところでは、空洞摂動法は大きな誤差を与えることを示した。なお、空洞摂動法では、このような空洞の負回転姿態の特異性をとらえることができないことも示した。

オ4章においては、フェリ磁性体を含む空洞の固有振動数を近似的に求めるためにこの境界値問題を変分法で解くことを考え、まず、固有振動数の変分表現を導出した。ついで、この変分表現にもとづいて、表現式中に代入する試験関数として

(1) 真空空洞姿態と一様才差運動姿態

(2) 誘電体装荷空洞姿態と(一般の)静磁姿態

をとるといふ近似解法を提案し、これによって得た近似解を正確な解と比較して、この解法が、摂動法ではよい近似解を出し得ない範囲でもよい近似解を与えることを示した。なお、ここに示した解法は、磁化プラズマのような共鳴特性をもった異方性媒質を含む空洞を解析するのに参考になると考えている。

オ5章においては、2つの平行配置された無限長フェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を解析し、このような円柱による散乱界は、

(1) 円柱に加える直流磁界は散乱界のパターンに大きな影響を及ぼす；

(2) 円柱に加える直流磁界がフェリ磁性体の強磁性共鳴周波数に近づくと、散乱界の強度は強くなり、そのパターンは、直流磁界が強磁性共鳴点より高いか、低いかによって、前方あるいは後方の散乱界強度が強くなるように変わっていく。さらに、パターンは対称性をもっていない；

(3) 円柱に加える直流磁界が強磁性共鳴点にかなり接近したところでは、2つのフェリ磁性体円柱に直流磁界を平行に加えるか反平行に加えるかで、明瞭にちがったパターンを示すようになる；

(4) 円柱に加える直流磁界が強磁性共鳴点にかなり接近したところでは、2つのフェリ磁性体円柱に、互に反平行となるように磁界が加えられる場合、相互作用の影響は平行に加える場合よりも大きく現われ、散乱界の強度は強くなってくる。

などの点に特徴をもつことを明らかにした。とくに、反平行に磁界が加えられた2つのフェリ磁性体円柱が、その強磁性共鳴点の近くで示す相互作用は、これを同形同配置の誘電体円柱の場合と比較するとき、まことに特異なものになっているといえる。

オ6章においては、オ5章の内容の拡張として、一般にN個の平行に配置

されたフェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱を解析し、このような系による散乱界の一般的な表示式を与えた。この表示式は、たとえば、矩形導波管中に伝送方向に縦続して配列されたフェリ磁性体円柱列による管内散乱を解析するときの基礎式になるものであり、また、無限自由空間に平行に配列された円柱列をアンテナに応用する場合の基礎式を与えるものであると考えている。

以上、総括的にのべた本研究の成果によって、フェリ磁性体を含む系の電磁界の解析に多少とも貢献できたとするならば、著者の最も幸とするところである。

文 献

- (1) L. Néel, Propriétés magnétiques des ferrites, ferrimagnétisme et antiferromagnétisme, Ann.Phys., Vol.3, p.137, 1948.
- (2) B. Lax and K.J. Button, Microwave Ferrite and Ferrimagnetics, Chap.3, p.114, McGraw-Hill, 1962.
- (3) R.F. Soohoo, Theory and Application of Ferrites, Chap.5, p.68, Prentice-Hall, 1960.
- (4) 文献(2)の Chap.6.
- (5) L.Landau and E. Lifshitz, On the Theory of Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies. Physik.2, Sowjetunion, Vol.8, p.153, 1935.
- (6) J.H.E. Griffiths, Anomalous High-Frequency Resistance of Ferromagnetic Metal, Nature, Vol.158, p.670, 1946.
- (7) J.L. Snoek, Gyromagnetic Resonance in Ferrites, Nature, Vol.160, p.90, 1947.
- (8) C. Kittel, Interpretation of Anomalous Larmor Frequencies in Ferromagnetic Resonance Experiment, Phys. Rev., Vol.71, p.270, 1947.
- (9) D. Polder, On the Theory of Ferromagnetic Resonance, Phil.Mag. Vol.40, p.99, 1949.
- (10) C.L. Hogan, The Ferromagnetic Faraday Effect at Microwave Frequencies and its Application, Bell System Tech.J., Vol.31, p.1, 1952.
- (11) C.L. Hogan, Ferromagnetic Faraday Effect at Microwave Frequencies and its Application, Revs. Modern Phys., Vol.25, p.253, 1953.

- (12) B.D.H. Tellegen, The Gyator: A New Electric Network Element, Philips Research Pets., Vol.3, p.81, 1948.
- (13) L.R. Walker, Magnetostatic Modes in Ferromagnetic Resonance, Phys. Rev., Vol.105, p.390, 1957.
- (14) B.A. Auld, Walker Modes in Large Ferrite Sample, J. Appl. Phys., Vol.31, p.1642, 1960.
- (15) 文献(2)の Chap.4, p.180.
- (16) H. Suhl and L.R. Walker, Topics in Guided-wave Propagation through Gyromagnetic Media, I. The Completely Filled Cylindrical Guide, Bell System Tech.J., Vol.33, p.579, 1954.
- (17) M.L. Kales, Modes in Wave Guides Containing Ferrites, J. Appl. Phys., Vol.24, p.604, 1953.
- (18) H. Gamo, The Faraday Rotation of Waves in Circular Waveguide, J. Phys. Soc. Japan, Vol.8, p.176, 1953.
- (19) A.A.Th.M. van Trier, Guided Electromagnetic Waves in Anisotropic Media, Appl. Sci. Research, Vol.133, p.305, 1953.
- (20) A.L. Mikaelyan, Electromagnetic Waves in a Rectangular Waveguide Filled with a Magnetized Ferrite, Doklady Akad. Nauk S.S.S.R., Vol.98, p.941, 1954.
- (21) M.L. Kales, H.N. Chait and N.C. Sakiotis, A Nonreciprocal Microwave Component, J. Appl. Phys., Vol.24, p.816, 1953.
- (22) B. Lax, K.J. Button and L.M. Roth, Ferrite Phase Shifters in Rectangular Waveguides, J. Appl. Phys., Vol.25, p.1414, 1955.
- (23) G. Barzilai and G. Gerosa, Modes in Rectangular Guides Partially Filled with Transversely Magne-

- tized Ferrite, IRE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-7, p. S 471, 1959.
- (24) B. Lax and K.J. Button, Theory of New Ferrite Mode in Rectangular Waveguide, J. Appl. Phys., Vol. 26, p. 1186, 1955.
- (25) G. Barzilai and G. Gerosa, A Modal Solution for Rectangular Guide Loaded with Longitudinally Magnetized Ferrite, in E.C. Jordan (ed), "Electromagnetic Theory and Antennas (Proceedings of a Symposium held at Copenhagen, Denmark, June, 1962)", Part 1, p. 573, Pergamon Press, 1963.
- (26) H. Suhl and L.R. Walker, Topics in Guided-wave Propagation through Gyromagnetic Media, III, Perturbation Theory and Miscellaneous Results, Bell System Tech. J., Vol. 33, p. 1133, 1954.
- (27) 文献(2)の Chap. 8, p. 335.
- (28) H.B.G. Casimir, On the Theory of Electromagnetic Waves in Resonant Cavities, Philips Research Rep., Vol. 6, p. 162, 1951.
- (29) J.O. Artman and P.E. Tannenwald, Measurement of the Susceptibility Tensor in Ferrites, J. Appl. Phys., Vol. 26, p. 1124, 1955.
- (30) A.D. Berk and B.A. Lengyel, Magnetic Fields in Small Ferrite Bodies with Application to Microwave Cavities containing such Bodies, Proc. IRE, Vol. 43, p. 1587, 1955.
- (31) H.E. Bussey and L.A. Steinert, An Exact Solution for a Cylindrical Cavity containing a Gyromagnetic Material, Proc. IRE, Vol. 45, p. 693, 1957.
- (32) H.E. Bussey and L.A. Steinert, Exact Solution for a Gyromagnetic Sample and Measurements on a Ferrite, IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-6, p. 72, 1958.

- (33) G.S. Heller, Ferrite Loaded Cavity Resonators, L'Onde électrique, Vol. 38, Special suppl.376, Vol.2, p.588, 1958.
- (34) А.Л. Микаэлян, А.К. Столяров, А.А. Васильев,
ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
РЕЗОНАТРА С НАМАГНИЧЕННЫМ ФЕРРИТОМ, РАДИОТЕХНИКА
И ЭЛЕКТРОНИКА, ТОМ 5, 27, 1960.
- (35) 熊谷三郎, 中西義郎, 岡本允夫, フェリ磁性体を含む空胴の電磁界の
解析——固有振動姿態とその近似解法, 電気通信学会誌, Vol.48,
P.226, 昭和40年.
- (36) T.S. Chu and R.G. Kouyoumjian, A Ferrite -
Filled Cylindrical Cavity, IRE Trans. on Antennas and Propagation, Vol.AP-7, p.S273, 1959.
- (37) H. Band, Magnetisch durchstimmbare Mikrowellen-
resonatoren aus polykristallinen Ferritquadern,
A.E.U., Vol.18, p.371, 1964.
- (38) J. van Bladel, Field Expansions in Cavities
containing Gyrotropic Media, IRE Trans. on
Microwave Theory and Techniques, Vol.MTT-10,
p.9, 1962.
- (39) W.H. Steiner and P.D. Coleman, Dipolar Mag-
neto-dynamic Ferrite Modes, J. Appl. Phys.,
Vol.30, p.1454, 1959.
- (40) 熊谷三郎, 中西義郎, 岡本允夫, フェリ磁性体を含んだ空胴の電磁界
——空胴摂動法の評価, 電気通信学会磁性材料研究会資料, 昭和39年
3月,
- (41) B.A. Auld, Coupling of Electromagnetic and Mag-
netostatic Modes in Ferrite-Loaded Cavity Resona-
tors, J. Appl. Phys., Vol.34, p.1629, 1963.
- (42) P.S. Epstein and A.D. Berk, Ferrite Post in a
Rectangular Wave Guide, J. Appl. Phys.,
Vol.27, p.1328, 1956.

- (43) V.V. Nikol'skii, A Transverse Ferrite Rod in a Rectangular Wave Guide, Radiotekhnika i elektronika, Vol.3, p.826, 1958. (in Russian)
- (44) W.H. Eggimann, Scattering of a Plane Wave on a Ferrite Cylinder at Normal Incidence, IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol.8, p.440, 1960.
- (45) V.V. Nikol'skii, The Simplest Case of Diffraction of a Plane Wave on a Gyrotropic Cylinders, Radiotekhnika i elektronika, Vol.3, p.756, 1958. (in Russian)
- (46) А.А. Пистолькорс, Сюи Янь-Шэн, КОЛЕБАНИЯ МАЛОЙ ГИРОТРОПНОЙ СФЕРЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ, РАДИО-ТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, ТОМ 5, 3, 1960.
- (47) 岡本允夫, 吉村芳和, 中西義郎, 熊谷三郎, 平行配置された2つの無限長フェリ磁性体円柱による平面電磁波の散乱, 電気通信学会誌掲載決定.
- (48) W. Trinks, Zur Vielfachstreuung an kleinen Kugeln, Ann. Phys. 5 Folge, Band 22, S.561, 1935.
- (49) K. Germeij, Die Beugung einer ebenen elektromagnetischen Welle an zwei parallelen unendlich langen idealleitenden Zylinder von elliptischen Querschnitt, Ann. Phys. 7 Folge, Band 13, S.227, 1964.
- (50) G.N. Watson, Treatise on the Theory of Bessel Functions, p.361, 2nd ed., Cambridge University Press, 1962.
- (51) J.A. Stratton, Electromagnetic Theory, Chap. 3, p.213, McGraw-Hill, 1941.

謝

辞

本研究は大阪大学熊谷三郎教授の御指導のもとで行なったものであり、そのすべてが御鞭撻の賜と心から感謝いたします。

本研究にあたり、大阪大学中西義郎助教授から終始適切な御助言、御討論を戴いたことを深く感謝いたします。

本研究においては、当時の大阪大学大学院学生吉村芳和氏に大阪大学工学部学生当時より多くの協力を得たほか、大阪大学工学部通信工学科熊谷研究室ならびに近畿大学理工学部電気工学科の方々から、いろいろ御便宜を戴いた。

なお、本研究について、大阪大学笠原芳郎教授、大阪大学板倉清保教授、大阪大学牧本利夫教授、大阪大学藤沢和男教授、ならびに大阪大学熊谷信昭助教授から御討論を戴いた。

以上の各氏に深く感謝いたします。

昭和41年11月

著 者