Osaka University Knowledge Archive

Title	ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF RADIAL SOLUTIONS TO AN ELLIPTIC-PARABOLIC SYSTEM WITH NONLINEAR BOUNDARY CONDITIONS
Author(s)	飯田, 雅人
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3100496
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

【2】

氏　　名	飯　田　雅　人（いい だ まさ と）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　11714　号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF RADIAL SOLUTIONS TO AN ELLIPTIC-PARABOLIC SYSTEM WITH NONLINEAR BOUNDARY CONDITIONS （界面化学反応を記述する非線形境界値問題の軸対称解の漸近挙動）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　田邊　廣城 （副査） 教　授　長瀬　道弘　　教　授　松村　昭孝

論　文　内　容　の　要　旨

化学反応系の定性的な振舞いを数理的に調べるために，しばしば微分方程式による定式化が行なわれる。本論文では，水溶液中の無機イオンを除去するために利用される界面化学反応の数理モデルとして提案された楕円・放物型偏微分方程式系の非線形境界値問題を取り扱う。

このモデルは，ある無機イオンAを次のような方法で適当な有機物質Bと反応させて別の有機化合物Cに変えた上で水から取り除く状況を定式化したものである。表面に小さい穴がたくさん空いた疎水性の長い円筒の内側にAの水溶液を流し，円筒の外側にはBを有機溶媒に溶かしたものを流す。このとき，Bのみが円筒の小さな穴を浸透できて，AとBは円筒の内側表面である水相と有機相の界面の付近で反応してCに変わり，Cは円筒の外側に浸透して出ていく。こうして円筒内の水溶液中のAの濃度を下流域で小さくするのである。充分な時間の経過後に流れ・拡散・反応が定常的になったとして，この状況を微分方程式によって定式化すると，三つの成分u, v, wの拡散方程式と二つの成分v^*, w^*のLaplace方程式の境界値問題に帰着されるのだが，境界条件はu, v^*, w^*が非線形に絡み合い，v^*, w^*, v, wが線形に絡み合ったものになる。領域の対称性から，この境界値問題の解としては流れの方向に関して軸対称なものを考えることが重要である。

直観的には，流れに沿って遠方に向かうにつれて，この系は平衡状態に漸近するだろうと推測される。本論文は，この推測を数学的に正当化し，平衡状態に漸近する様子を数学の立場から精密に解析したものである。その結果，この境界値問題の軸対称解は無限遠方（下流域）で平衡状態に対応する定数に一様収束し，さらにこの解のすべての導関数は0に一様収束することがわかった。また，この非線形境界値問題を平衡状態のまわりで線形化した時に得られる線形化固有値問題の固有値がすべて負または0になることが証明できた。この事実を応用すると，軸対称解及びそのすべての導関数が遠方で収束する速さを，負の最大固有値の割合で減衰する指数関数によって評価できる。

この境界値問題を取り扱う上での難しさは，u, v, wの拡散方程式が境界条件によって直接結び付いていず，v^*, w^*のLaplace方程式を介して間接的にしか結び付いていない点にある。そこで，まず適当な定符号の補助関数を媒介させることによってv^*, w^*を消去して，u, v, wが直接絡み合った非線形放物型境界値問題に帰着させた。このとき簡約化された境界条件はu, v, wが非線形に絡み合った式になるが，この非線形境界条件が比較的取り扱いやすい形になるように，補助関数を工夫して構成した。次に，こうして得られた非線形放物型境界値問題の解の各階の導関数に対してLyapunov関数を系統的に構成し，解の漸近的挙動を調べるのに応用した。

論文審査の結果の要旨

本論文は3層から成る管の中を界面反応をしながら流れる2種の物質及びその生成物の濃度の定常状態への収束を示したものである。これは化学工学の分野から生じた一つの数学的問題の解決となっている。2層の場合と異なって中間に繊維質の層が存在するために生ずる困難を克服して，満足すべき指数関数的収束を求めた点は高く評価されるべきであり，博士（理学）の学位論文として十分の価値があると認める。