

Title	フロート形面積流量計に関する研究
Author(s)	金住, 順二
Citation	大阪大学, 1996, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3119655">https://doi.org/10.11501/3119655</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# フロート形面積流量計に関する研究

金 住 順 二

# 目次

## 第1章 緒論

1. 1. 1	フロート形面積流量計の開発・研究の歴史的経過	1
1. 1. 2	フロート形面積流量計の諸問題	1
1. 2	本研究の目的と論文の構成	5

## 第2章 フロート形面積流量計の流量係数の特性

2. 1	緒言	7
2. 2	フロート形面積流量計の流量式	7
2. 3	実験装置および実験方法	10
2. 4	流量係数とレイノルズ数の関係線図	12
2. 4. 1	粘性領域における $\alpha$ の特性	12
2. 4. 2	中間領域における $\alpha$ の特性	16
2. 4. 3	非粘性領域	19
2. 5	粘性、中間領域の流量係数 $\alpha$ 算出式の適合性と適用範囲	21
2. 6	各領域の流量係数算出（実験式）に用いる定数	21
2. 7	結言	23

## 第3章 フロート形面積流量計の流量係数に関する考察

3. 1	緒言	24
3. 2	低レイノルズ数における流量式	24
3. 3	広範囲のレイノルズ数に適用する流量係数算出式	27
3. 3. 1	物体の抗力算出式に基づく流量式	27
3. 3. 2	粘性、非粘性の両領域の抵抗係数を基にした 流量係数の算出式	28
3. 4	流量係数算出式の実験結果との比較	30
3. 5	結言	33

第4章	脈動流れの平均流量測定時において発生する脈動誤差	
4. 1	緒言	3 5
4. 2	脈動流れにおけるフロートの運動	3 5
4. 2. 1	脈動誤差の定義	3 5
4. 2. 2	フロートの運動方程式	3 7
4. 2. 3	粘性、非粘性領域におけるフロートの運動方程式	4 1
4. 3	運動方程式の近似解	4 1
4. 3. 1	粘性、非粘性領域におけるフロートの運動方程式の近似解	4 4
4. 3. 2	脈動誤差に関する解	4 5
4. 3. 3	特性値 $C$ と $K_s$ 、 $\sigma$ 、 $\lambda$ 、 $\beta$	4 6
4. 3. 4	脈動誤差とフロート指示位置の差 $x_D$ の関係	4 8
4. 3. 5	$\lambda \rightarrow \infty$ における脈動誤差	4 9
4. 4	運動方程式の数値解法	5 0
4. 5	近似解と数値解による脈動誤差の比較	5 3
4. 6	結言	5 3
第5章	フロート形面積流量計の脈動誤差に関する実験的研究	
5. 1	緒言	5 4
5. 2	実験装置および実験方法	5 4
5. 3	実験結果とその検討	5 6
5. 3. 1	フロートの無次元振幅からの流量振幅 $\varepsilon$ の算出	5 6
5. 3. 2	脈動誤差の実験結果と理論解との比較	5 9
5. 4	結言	6 1
第6章	テーパ管のテーパ角、脈動流の流量波形が脈動誤差に及ぼす影響についての考察	
6. 1	緒言	6 2
6. 2	テーパ管のテーパ角の脈動誤差への影響	6 2
6. 2. 1	フロートの運動方程式	6 2
6. 2. 2	フロートの挙動きにみるテーパ角の影響	6 5

6. 2. 3	脈動誤差にみるテーパ角の影響	6 9
6. 3	脈動流の流量波形が脈動誤差に及ぼす影響	7 2
6. 3. 1	数値解法による解析	7 2
6. 3. 2	流量波形が脈動誤差に及ぼす影響に対する理論的考察	7 5
6. 4	結言	7 8
第7章 相対流の非定常性が脈動誤差に及ぼす影響についての考察		
7. 1	緒言	8 0
7. 2	圧力方程式	8 0
7. 3	フロートの運動方程式	8 3
7. 4	慣性成分の脈動誤差への影響	8 5
7. 5	結言	8 8
第8章 フロート形面積流量計の自励振動現象		
8. 1	緒言	8 9
8. 2	フロート形面積流量計を含む測定系のモデル化と方程式	8 9
8. 2. 1	測定系のモデル化	8 9
8. 2. 2	フロート形面積流量計に関する運動方程式	9 1
8. 2. 3	配管系の方程式	9 2
8. 3	各方程式の無次元化と数値解	9 3
8. 3. 1	フロート形面積流量計に関する方程式の無次元化	9 3
8. 3. 2	配管系の方程式の無次元化	9 4
8. 3. 3	測定系の方程式に関する数値解	9 4
8. 4	測定系の方程式の線形化と安定条件	9 6
8. 5	測定系の安定性に関する実験的研究	1 0 2
8. 5. 1	実験装置および実験方法	1 0 2
8. 5. 2	実験結果とその検討	1 0 4
8. 6	結言	1 0 9

第 9 章 結論	-----	1 1 1
参考文献	-----	1 1 4
付録	-----	1 1 7

## 使用記号

- A : フロートの最大直径部におけるテーバ管の断面積
- a : フロート最大直径部断面積 (=テーバ管入り口部断面積)
- $a_1$  : 流量振幅
- b : 定数 ( $2\pi r_f \theta$ )
- $b_1$  : 定数 ( $= 2 r_f \pi \Phi_3$ )
- C : 脈動誤差を示す特性値
- $c_0$  : 定数 ( $\pi \Phi_3^2 x_0^2$ )
- $C_1$  : 定数 ( $= 1 / \alpha_0^2$ )
- $C_2$  : 定数 ( $= \Phi / \alpha_0^2$ )
- $C_3$  : 定数 ( $= n P_* / v_a$ )
- $C_c$  : 噴流の収縮係数
- $C_D$  : フロートの抵抗係数
- $C_f$  : フロートの形状に関する係数
- $C_{fo}$  : 非粘性領域でのフロートの形状に関する係数
- D : フロートの抗力
- $D_t$  : テーバ管直径
- $D_v$  : 流量計入り口部のタンクの直径
- $d_f$  : フロートの直径 (=流量計入り口部の直径)
- E : 脈動誤差 ( $= (Q_{pm} - Q_a) / Q_a$ )
- f : 定数 ( $= c_0 / b_1$ )
- G : 脈動誤差を示す特性値 ( $= (\bar{X} - x_0) / (x_0 \delta_x)$ )
- g : 重力の加速度
- H : 圧力の非定常部分の影響を示すパラメータ
- h : 差分に関する $\tau$ のきざみ幅
- $h_f$  : テーバ管とフロートのすきま幅
- i : x方向の単位ベクトル
- K : 定数
- $K_1$  : 定数 ( $= KL / (r_t - r_f)$ )

- $K_2$  : 定数  
 $K_3$  : 定数  
 $K_4$  : 制動係数 ( $= x_0 a / Q_0$ )  
 $K_5$  : 制動係数 ( $= K_4 / t_*$ )  
 $M$  : フロートの質量  
 $m_0$  : レイノルズ数の変化に対する流量係数の変化の割合  
 $md$  : フロート指示位置 ( $= D_t / d_f$ )  
 $M_m$  : フロートの質量と同体積の流体の質量との差  
 $M_m g$  : フロートの流体中の重さ  
 $N$  : 定数 ( $= n_0 L_0 / (r_t - r_f)$ )  
 $N_N$  : 任意の数値  
 $n$  : ポリトロップ指数  
 $n_0$  :  $V_c$ のレイノルズ数に対する変化係数  
 $n_F$  : 脈動流の周波数  
 $L$  : フロート最大直径部の長さ  
 $L_1$  : フロートの形状が $V_c$ に与えるレイノルズ数に対する変化係数  
 $l$  : 任意の積分路長 ( $\equiv x_0 - x_A$ )  
 $L_L$  : 積分路長  
 $P$  : フロートの上流部の圧力  
 $P_A$  : よどみ点Aの圧力  
 $P_a$  : 流量計出口部の圧力  
 $P_b$  : フロート後部(下流部)の圧力  
 $P_c$  : 噴流最狭部位置での圧力  
 $P_f$  : 流量計のフロート前面部の圧力  
 $P_0$  : よどみ点の圧力  
 $P_*$  : 配管前室内の圧力  
 $\hat{p}$  : 並進加速度系における見かけの圧力  
 $\dot{p}$  : 加速圧  
 $Q$  : 流量計を流れる流量  
 $Q_a$  : 脈動流れの実流量



- $Q_c$  : 一定の供給流量  
 $Q_p$  : 瞬間流量 (脈動流量)  
 $Q_h$  : 非粘性の条件下での流量  
 $Q_o$  : 定常流量  
 $Q_{pf}$  : 脈動流下でフロートが指示する流量  
 $Q_{pm}$  : 脈動流れかでのフロートが示す平均指示流量  
 $\Delta Q$  : 脈動流の変動流量  
 $q$  : 変動流量 (無次元)  
 $R$  : 流出抵抗  
 $Re_u$  : 相対流れのレイノルズ数 ( $= 2 r_f u_p / \nu$ )  
 $Re$  : レイノルズ数  
 $Re_f$  : テーバ管とフロートのすきま部のレイノルズ数  
 $Re_o$  : 流れの領域を粘性領域と非粘性領域だけを想定した場合の両者の領域の境界を示すレイノルズ数  
 $Re_m$  : 粘性領域と中間領域を区分する境界のレイノルズ数  
 $r_f$  : フロートの最大半径  
 $r_t$  : テーバ管半径  
 $s$  : テーバ管とフロートの間のすきま面積 ( $= A - a$ )  
 $s_o$  : 境界層厚み部の断面積  
 $\hat{T}$  :  $t$  だけの任意の関数  
 $t$  : 時間  
 $t_*$  : 時間 ( $= (M x_o / (2 M_* g))^{1/2}$ )  
 $u_p$  : フロートに相対的なテーバ管入り口部流速  
 $u_f$  : テーバ管とフロートのすきまを流れる平均流速 ( $= Q / (A - a)$ )。  
 $u$  : 流速  
 $u_o$  : テーバ管入り口部の平均流速 ( $= Q / a$ )  
 $u_c$  : 噴流の最狭部における平均流速  
 $u$  :  $\hat{v}$  の  $x$  成分  
 $U$  : テーバ管入り口部の絶対流速  
 $\hat{U}$  : テーバ管入り口部における相対流速

- $V$  : 任意の時刻に置けるテーバ管入り口部の平均流速 ( $= Q_p / a$ )  
 $V_s$  : 流量計前室部のタンクの体積  
 $V_c$  : 平均流速 ( $= Q / (A - a - s_s)$ )  
 $V_A(t)$  : フロートの絶対速度  
 $\dot{V}$  : フロートの加速度 ( $= dV_A / dt$ )  
 $\hat{v}$  : 任意の点における相対流速  
 $v$  : 絶対流速  
 $\hat{v}_c$  : 相対流速  $\hat{v}_c$  の接線成分  
 $x$  : テーバ管入り口部から測ったフロートの位置座標  
 $x_A$  : よどみ点 A の絶対座標  
 $x_D$  : 脈動流れかでのフロート平均指示位置の定常流れかでのフロート平衡位置に対する差 ( $= \bar{x} - x_0 / x_0$ )  
 $x_{0e}$  : 実測値のフロート安定限界位置  
 $x_0$  : 定常流れに対するフロート平衡位置  
 $x_{0t}$  : 理論解のフロート安定限界位置  
 $x_m$  : フロートの平均指示位置  
 $\bar{x}$  : フロートの時間的平均指示位置  
 $\dot{x}$  : フロートの速度  
 $\ddot{x}$  : フロートの加速度  
 $\Delta x$  : フロートの変位  
 $x_u$  : 脈動流れかでフロートが示す最大指示位置  
 $x_d$  : 脈動流れかでフロートが示す最小指示位置  
 $\alpha$  : 流量係数  
 $\alpha_e$  : 流量係数  
 $\alpha_0$  :  $Re \gg 1$  の時の流量係数  
 $\beta$  : レイノルズ数の比 ( $= \Phi Re^{1/2} / Re_0$ )  
 $\varepsilon$  : 流量振幅 (無次元)  
 $\varepsilon_{ex}$  : 流量振幅 (実測値)  
 $\varepsilon_c$  : 流量振幅 ( $= \delta_x / (A_1^2 + B_1^2)^{1/2}$ )  
 $\xi$  : フロート変位 (無次元)

- $\xi$  : フロートの速度 (無次元)
- $\theta$  : テーパ管のテーパ角
- $\sigma$  : レイノルズ数の比 ( $= R e / R e_0$ )
- $\sigma_p$  : 圧力変動 (無次元)
- $\tau$  : 無次元時間 ( $= t / t_*$ )
- $\mu$  : 流体の粘性係数
- $\Phi$  : 定数 ( $= \alpha_0^2 \cdot C_2$ )
- $\Phi_3$  : 常数 ( $= \tan \theta$ )
- $\phi_1$  : 位相角 ( $= \tan^{-1} (B_1 / A_1)$ )
- $\phi_2$  : 位相角 ( $= \tan^{-1} (B_2 / A_2)$ )
- $\hat{\phi}$  : 相対流れの速度ポテンシャル
- $\hat{\phi}_A$  : 相対流れの速度ポテンシャル
- $\hat{\phi}_c$  : 相対流れの速度ポテンシャル
- $\lambda$  : 脈動流の周波数 ( $= 2 \pi n_p t_*$ )
- $\rho$  : 流体の密度
- $\rho_0$  : 非粘性領域の流体の密度
- $\nu$  : 流体の動粘度
- $\delta_x$  : フロートの無次元振幅 ( $= (x_u - x_d) / 2 x_0$ )
- $\delta$  : 境界層の厚み

## 第1章 緒論

### 1. 1 序説

#### 1. 1. 1 フロート形面積流量計の開発・研究の歴史的経過

フロート形面積流量計は工業用計測器として種々の流量計と共に流体の流量計測に幅広く用いられている。この流量計は1868年にE. A. CHAMEROYがU. S. PATENTに発表したものが最初のものであると言われている<sup>1)・2)</sup>。その測定方法は流量計を水平方向に設置し、テーバ管内部のフロートの動きを外部の指示計との接続により読みとる方法であった。1876年にJ. A. EWINGはガラステーバ管とボールフロートを用いた流量計を製作し傾斜させる形で使用した。この流量計はE. A. CHAMEROYの考案した流量計とは異なり、外部の指示計を取り除いて簡素化したもので、現在使用されている形の一つである。1908年にはK. KUPPERが鉛直に流量計を設置すると共に、フロートの頭部に溝をつけることでフロートを回転させ、流体中の混入物によるつまりを防止し、フロートの動きをなめらかにする方法を考案し発表している。その後、1931年にKERMI FISCHERがカーボン心軸法によるテーバ管の製造法を開発し、ガラステーバ管の量産化が可能となり、1937年にFISCHER & PORTER社がフロート形面積式流量計の多量生産を開始したと言われている。最初にこの流量計が開発されてから今日まで130年近くを経ている。

#### 1. 1. 2 フロート形面積流量計の諸問題

フロート形面積流量計は、図1. 1に示すようにテーバ管とフロートを組み合わせた簡単な構造であること、フロートの動きから直接に流量値を読みとることから変換式の場合を除いて指示計などの外部の装置を必要としないこと、他の流量計で必要な上流部の直管部を必要としないこと等の特徴を持っている。

しかし、この流量計の使用に当たっては種々の問題がある。一つには測定流体の密度、粘度と言った物性値が変わることによって生じる指示流量の実流量との差の補正に関する問題がある。この流量計と一般に比較対照される絞り流量計<sup>3)</sup>・<sup>4)</sup>等では、各流量計についてレイノルズ数と流量係数の関係が正確に求められている。したがって、流体の物性値の変化に対する流量補正は当該流れのレイノルズ数の把握によって容易に行うことができる。

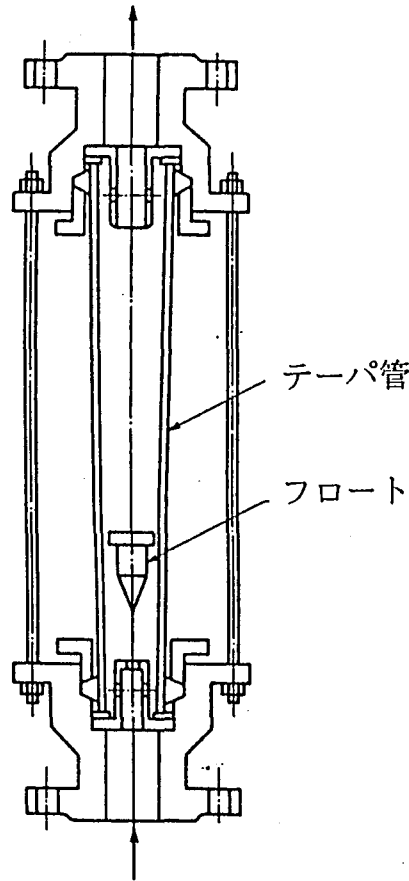


図 1. 1 フロート形面積流量計

しかし、フロート形面積流量計については絞り流量計のような寸法、形状面での規格<sup>5)</sup>がなく、また、流体の物性値の変化にともなう指示流量の補正についても、測定する流体の粘度が大きく変化する場合は粘度の影響を受けにくいフロートを使用するか、個々のフロート形面積流量計の流量係数とレイノルズ数の関係を前もって実験的に求めておき、補正を必要とする場合に当該流れのレイノルズ数を計算し、その値に対する流量係数を線図から求めて流量を補正するといった方法のみを定めている。

この指示流量の補正の問題に関連する研究には、流量計の作動特性を流体力学の観点から理論的に検討した森、牧<sup>6)、7)、8)</sup>らの報告、面積式流量計の流量算出式を次元解析から導くと共に、流体の粘度、密度の変化に関する補正法を実験式で示した相川<sup>9)</sup>の報告、流量、粘度、密度の関係を図式化することで流量を補正する方法を述べた JALOSLAV VITOVEC, ANTONIN REZABEK<sup>10)</sup>の報告、流量計の特性が

流量、最小流路断面積、浮き子重量の無次元数で表されるとして、球形の浮き子について最小流路断面積と浮き子重量との積と流量の関係を実験式で示した清水ら<sup>11)</sup>の報告、流体の粘性の影響をフロートの形状との関係から検討した牧ら<sup>12)</sup>の報告、測定流体の圧力の変化に伴う物性値の変化の面から流量補正の問題を扱った香川ら<sup>13)</sup>の報告、流体の物性値の変化に対する流量補正に流量係数とレイノルズ数の関係線図を用いる場合の同線図の整理法を検討した田中ら<sup>14)</sup>の報告、また、微小流量に対して面積式流量計とオリフィスの流量係数の特性を比較した相川ら<sup>15)</sup>の報告等<sup>16)、17)、18)</sup>、多くの報告がある。

しかし、JIS規格の指示流量の補正法として用いられる流量係数とレイノルズ数の関係を用いる方法に関する報告は少なく、現状の規格に対して、また、流量計に種々の寸法、形状のテーパ管およびフロートが用いられている実状からも指示流量の補正に関する研究は十分と言えない。したがって、個々の流量計の流量係数の特性を実験的に求め、個々の特性を検討すると共に、一般化する方向への検討が、指示流量の補正問題の解決につながるものと思われる。

フロート形面積流量計のもう一つの大きな問題は脈動する流れ、例えばポンプなどの出口側の流れの流量を測定した場合に、脈動が原因で流量計の指示流量が実際の流量より大きな値を示すことがあるが、このような脈動流の測定において生じる指示流量の誤差（脈動誤差）の問題がある。脈動流の流量測定において発生する脈動誤差の問題はフロート形面積流量計だけでなく絞り流量計等にも共通する問題<sup>19)、20)</sup>でもある。フロート形面積流量計における脈動誤差の発生は脈動流の流量振幅の大きさ、脈動流の周波数などの脈動流の諸条件に大きく影響され、状況によっては、流量計の測定精度<sup>5)、21)</sup>をはるかに越えた誤差が発生することが知られている。

この脈動誤差の問題についての研究も関連する報告を含めると比較的多く見られる<sup>22)、23)、24)</sup>。代表的なものとして、脈動誤差の発生が脈動流の周波数、脈動流量振幅に大きく影響することを理論、実験の両面から検討したH. H. DIJSTELBERGEN<sup>25)</sup>の報告、脈動流の周波数が非常に大きく浮き子が静止している状況下での脈動誤差を検討した牧ら<sup>26)</sup>の報告等があげられる。しかし、これらの報告はいずれも脈動流の周波数、脈動流量振幅のみで脈動誤差を検討したものである。

この脈動誤差の問題も上述の流量補正の問題と同様、実際には種々の寸法・形状のフロートおよびテーパ管がフロート形面積流量計に使用されていること、流体の密度や粘度など、物性値の異なる脈動流体の流量測定が行われること、実際の脈動流の流量波形が正弦波形とは限らないこと等を考えると、この問題の解明は十分とは言えない。フロート形面積流量計を使った脈動流の流量測定時において発生する脈動誤差を正確に把握するには脈動流の諸条件、すなわち、脈動流の周波数、脈動流量振幅、脈動流の波形、レイノルズ数等、また、流量計の幾何形状、すなわち、テーパ管のテーパ角、フロートの形状等の影響についての検討が必要であると思われる。したがって、これらの各要因の脈動誤差への影響を解明することが、フロート形面積流量計による脈動流の正確な流量測定を可能にするものと思われる。

フロート形面積流量計の問題には上記以外に気体の定常流の流量測定時においてフロートが突然に振動を起こす自励振動の問題、気泡等の混入した液体の流量測定において指示流量が実際の流量より大きな値を示す問題<sup>27)</sup>、フロートの重心まわりの回転振動が原因でフロートが振動現象を起こす問題<sup>28)</sup>等、種々のフロートの不安定性の問題がある。中でも、フロートの自励振動は気体の流量測定時にも発生する現象であるが、この自励振動現象の発生はフロート形面積流量計による流量測定を不可能にするだけでなく流量計を破壊することもある。この問題についてはH. H. DIJSTELBERGEN<sup>25)</sup>が、流量計と共に配管の条件がこの現象の発生に大きく影響するとして理論面から検討し、フロートの自励振動の発生の有無を判断する判別式を求め、自励振動の発生の予測ができることを実験的に検証している。しかし、そこでの安定判別式を実際に適用すると配管の条件によっては予測精度が不十分な場合が見られることから、若干検討の余地があるように思われる。

以上のように、フロート形面積流量計は簡単な構造の流量計であるが、その使用においては、上述のように解決すべき多くの問題点がある。これらの問題点については、フロート形面積流量計を構成しているテーパ管とフロートに種々の寸法、形状のものが使用されていることから、個々の流量計への適用を考慮した上での解明が必要であると思われる。

## 1. 2 本研究の目的と論文の構成

本論文はフロート形面積流量計に関する研究と題して、フロート形面積流量計を用いて定常流れの流量を測定する場合に測定流体の物性値が変化した場合の流量計の指示流量に対する補正の問題、脈動する流れの流量を測定する場合に流量計の平均指示流量と実流量の間に生じる脈動誤差の問題、気体の定常流れの流量測定において突然的に発生する自動振動現象の問題を取り上げて検討するものである。これらはフロート形面積流量計を使って流量測定をする場合に避けることのできない問題であり、これらの問題の解明はフロート形面積流量計の使用および適用範囲の拡大、測定精度の向上等につながるものと思われる。

本論文は本章の緒論を含む9章より構成している。

第2章ではJIS規格に定められている流量係数とレイノルズ数の関係に基づき流量の補正方法をより実用的に発展させるため、まずフロート形面積流量計の流量係数とレイノルズ数の関係をフロートの形状を変えて実験的に調べ、広範囲のレイノルズ数における流量係数の特性を検討している。そして、レイノルズ数に対する流量係数の整理方法として、レイノルズ数の範囲を三つの領域（粘性、中間、非粘性）に分け、各領域の流量係数をそれぞれ実験式によって表すことを検討している。

第3章では第2章でレイノルズ数を三つの領域に分けて求めた実験式のうち、粘性領域の実験式について理論的な面から検討している。また、第2章でのレイノルズ数によって粘性、中間、非粘性の各領域に分けて示される流量係数の実験式に対応するものとして、広範囲のレイノルズ数に対する流量係数が一つの算出式で求められるような半理論式を提案し検討している。

第4章ではフロート形面積流量計を用いて脈動する流れの平均流量を測定した場合に生ずる脈動誤差の問題について検討している。はじめに、レイノルズ数等の脈動流れの要因とフロートの形状等の流量計の幾何形状の要因を考え、フロートの運動方程式を導いている。そして、フロートの運動方程式の解を近似解と数値解で求めることにより、脈動流の周波数、脈動流の流量振幅、レイノルズ数、フロート形状等の要因が脈動誤差におよぼす影響について検討している。

第5章ではフロート形面積流量計を用いて脈動流れの流量を測定した場合に生



じる脈動誤差がレイノルズ数の変化、フロートの形状の違いによってどのような影響を受けるかを実験的に調べている。そして、これらの実験結果を基に第4章の理論解を比較し検討している。

第6章ではフロート形面積流量計の脈動誤差に関して、実験的な検討が比較的困難と思われる脈動流の流量波形、テーバ管のテーバ角の違いが脈動誤差におよぼす影響について理論面から検討し、考察している。

第7章では脈動流れ下のフロートの動きを考えるにあたって、流れの時間的变化に伴う圧力の慣性成分を考慮した場合について検討し、圧力の慣性成分が脈動誤差に及ぼす影響を、準定常流れを仮定した場合と比較することで考察している。

第8章では気体の定常流れの流量をフロート形面積流量計を用いて測定する場合に起こるフロートの自励振動の現象について、配管を含む測定系をモデル化し、配管系と流量計の要素に分けて方程式を導くとともに、これらの方程式を連立させ、自励振動の過渡現象および測定系の安定判別式を検討している。また、実験面からは同現象の発生と安定判別域を配管条件を変えて調べている。そして、理論的に求めた測定系の安定性についての判別式の妥当性を実験結果との比較によって検討している。

## 第2章 フロート形面積流量計の流量係数の特性

### 2.1 緒言

フロート形面積流量計は、その使用上種々の問題がある。その一つに測定流体の密度、粘度などの物性値（レイノルズ数）が変化した場合に、流量計の指示流量と実際に流れている流量との間に流量の差が生じる。そのため指示流量を補正をする必要がある。フロート形面積流量計はテーバ管とフロートから構成されているが、テーバ管とフロートに種々の寸法・形状のものが用いられていることから、流体の物性値の変化に対する指示流量と実流量の差は個々の流量計によって大きく異なるものと思われる。この流体の物性値の変化に伴う指示流量の補正の問題については第1章で述べたように種々の補正方法の報告が見られる。一方、JISでは使用するフロート形面積流量計の流量係数とレイノルズ数の関係線図を前もって実験的に求めておき、流体の物性値が変化し指示流量の補正を必要とするとき、当該流れのレイノルズ数を算出し、その値に対する流量係数を線図から求めて指示流量を補正する方法を規定している。

流量係数とレイノルズ数の関係による指示流量の補正方法については、フロート指示位置に関係なく流量係数が一定であるようなテーバ管のテーバ角とフロートの組み合わせを実験的に求めた牧らの報告<sup>12)</sup>、流量計のフロート指示値と流量係数の関係についての整理法を検討した田中らの報告<sup>14)</sup>があるのみである。現状上の規格においては指示流量の補正に対し、個々の流量計についてレイノルズ数と流量係数の関係求める必要があるが、これを求め、その特性を検討した報告は見られない。

そこで、本章ではフロート形面積流量計の流量係数とレイノルズ数の関係線図による指示流量の補正法を、一般化し発展させる目的で、フロート形状の異なる流量計について流量係数の特性を実験によって調べ、各流量計の流量係数の特性をレイノルズ数の関数として実験式によって整理すべく検討するものである。

### 2.2 フロート形面積流量計の流量式

図2.1はフロート形面積流量計の作動の概略を示したものである。レイノルズ数が十分大きい場合には、この流れは図のようにテーバ管とフロートのすきま

から噴流の形で流出する。そして、フロートの背後に死水に近い低速の後流域を作る。この低速の後流域の圧力はほぼ一定で噴流の最も狭い部分の圧力に等しいものと見なせる。一方、 $(A - a)$  をフロート最大直径部におけるフロートとテーパ管との隙間面積、 $a$  をフロート最大直径部断面積とすると、フロート前面の圧力は端付近を除き、よどみ点圧  $P_0$  にほぼ等しいと見なせる。そこで、フロート前面のよどみ点から噴流の最狭部にいたる流線にベルヌイの定理を適用すれば

$$P_c + \frac{1}{2} \rho u_c^2 = P_0 \quad (2.1)$$

となる。

ここで、 $P_c$  は噴流の最狭部での圧力、 $\rho$  は流体の密度、 $u_c$  は最狭部における平均流速である。 $u_c$  は流量を  $Q$ 、噴流の収縮係数を  $C_c$  とすればつぎのように表される。

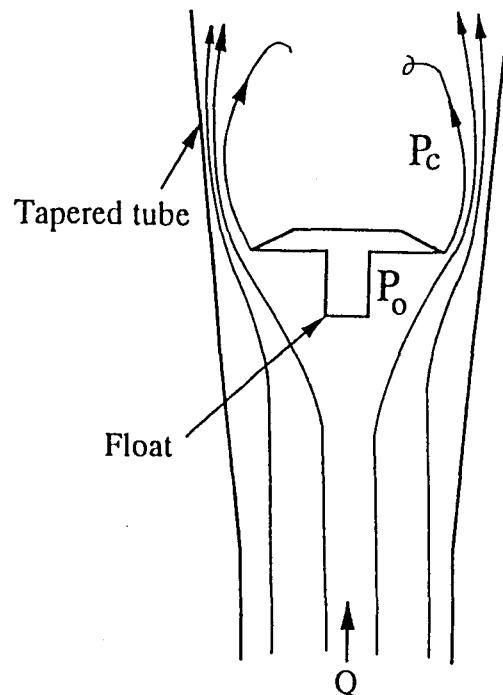


図2. 1 フロート形面積流量計の作動の概略

$$u_c = \frac{Q}{C_c (A - a)} \quad (2.2)$$

流れがフロートに及ぼす抵抗Dは主にフロートの前後面の圧力差にもとづくから、 $D = a (P_o - P_c)$ で表される。これに(2.1)、(2.2)式を代入すると抵抗Dは

$$D = \frac{1}{2} \rho \frac{Q^2}{a} \frac{1}{C_c^2} \left( \frac{a}{A - a} \right)^2 \quad (2.3)$$

で表される。フロートの質量をM、同体積の流体の質量との差を $M_n$ 、重力の加速度をgとすればフロートの流体中の重量は $M_n g$ である。

フロートが自立しているときは

$$D = M_n g \quad (2.4)$$

が成り立つ。(2.3)、(2.4)式からQについて求めれば

$$Q = C_c (A - a) \cdot \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (2.5)$$

となる。

実際には、収縮係数 $C_c$ がテーバ管とフロートのすきま部の形状で変わることや、流体の粘性等による損失が大きいことから、これらの影響を含めた形の流量係数(流出係数) $\alpha$ を修正係数とした

$$Q = \alpha (A - a) \cdot \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

が一般的に用いられる。

つぎに、流量係数とレイノルズ数の関係を整理するために、レイノルズ数をつぎのように定義する。

流量計を流れる流量をQ、テーバ管入り口部断面積(=フロート最大直径部断

面積) を  $a$  とすると、テーバ管入り口部の平均流速は  $u_0 = Q/a$  となる。流体の動粘性係数を  $\nu$ 、フロートの直径を  $d_f$  としてレイノルズ数をつぎのように表す。

$$Re = \frac{d_f \cdot u_0}{\nu} \quad (2.7)$$

ところで、テーバ管とフロートのすきま近傍の流れが重要であることからフロート最大直径部における管の断面積を  $A$  とすれば平均流速  $u_f$  は  $u_f = Q/(A-a)$  となる。そこで、すきま幅  $h_f$  を代表長さにとったレイノルズ数

$$Re_f = \frac{h_f \cdot u_f}{\nu} \quad (2.8)$$

を用いることも考えられる。しかし、 $Re$  と  $Re_f$  との間には  $a = \pi d_f^2/4$ 、 $A - a \approx \pi \cdot d_f \cdot h_f$  などの関係により

$$Re_f = \frac{1}{4} Re \quad (2.9)$$

となる。このことから、いずれのレイノルズ数を用いても流れの状況を代表することができる。

### 2.3 実験装置および実験方法

本実験に使用した実験装置の概略を図2.2に示す。フロート形面積流量計のテーバ管およびフロートについては規格がないため種々の形状、寸法のもが使われている。本実験では表.1に示すテーバ管とフロートを用いた。また、測定対象の流体として、スピンドル油、マシン油、水を使用し、これらの流体の温度を変える方法によって粘度、密度といった物性値を大きく変化させる。そして、これらの物性値の異なる流体をフロート形面積流量計に流し、各フロート指示位置毎に流れる実流量を調べ、これを基に流量係数を算出する。

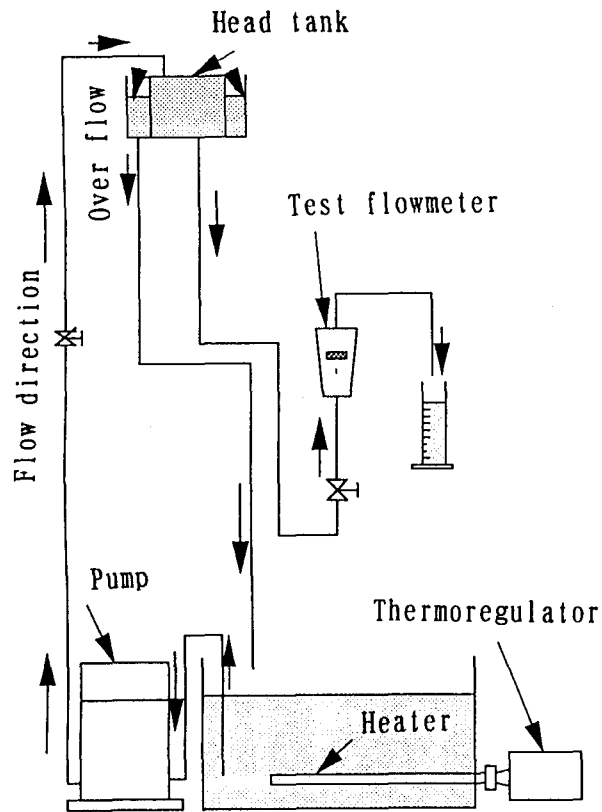


図. 2. 2 実験装置

表 2. 1 テーパー管およびフロートの寸法・形状

				Float							
Type	Dt1	Dt2	L	Type	df	a	b	c	f	e	Weight (gr)
Tapered tube				(A 1)	8						2.1
(I)	8.02	15.0	175	(c 1)	8	3.5	2.7	6.8	3.1	0.1	1.5
				(c 2)	8	3.5	3.0	6.8	3.1	0.3	1.6

## 2. 4 流量係数とレイノルズ数の関係線図

各フロート指示位置に流れる物性値毎の実流量を基に、各フロート指示位置における流体の物性値の影響を(2.6)式を用いて流量係数で整理する。また、流体の物性値の違いによる流れの状況は(2.7)式のテーバ管入り口部の平均流速を採用したレイノルズ数で表す。なお、流量係数はレイノルズ数だけでなくテーバ管とフロートのすきま面積にも関係する関数であることから、フロートの直径 $d_f$ とフロート指示位置でのテーバ管の直径 $D_t$ の比 $m_a (= D_t / d_f)$ をパラメータにとる。

図2.3、図2.4は流体の物性値(レイノルズ数)が変わることによるフロート指示流量への影響を $m_a$ をパラメータにとり $\alpha$ と $Re$ の関係で示した一例である。ここでは使用した液体の種類や温度は区別していないが、流量係数 $\alpha$ は個々の物性値によらず $Re$ と $m_a$ の関数で表されることがわかる。

これらの実験結果に見られるように、流量係数 $\alpha$ の値はレイノルズ数 $Re$ によって大きく違っており、物性値が変化し $Re$ 数が変化すれば指示流量と実流量の間に大きな差が生じることがわかる。

また、これらのレイノルズ数と流量係数の一連の関係が、図2.5に示すように $\alpha$ が $Re$ 数の変化による影響を最も大きく受ける領域(粘性領域と呼ぶ)と $\alpha$ の $Re$ 数の変化による影響が $Re$ 数が大きくなると共に漸次減少する領域(中間領域と呼ぶ)および $\alpha$ が $Re$ 数の変化による影響をほとんど受けない領域(非粘性領域と呼ぶ)の三つの $Re$ 数の領域に、その特性から分けることができる。そこで、 $\alpha$ をこのような三つの $Re$ 数の領域に区分し、各 $Re$ 数領域の $\alpha$ と $Re$ 数の関係を以下に検討する。

### 2. 4. 1 粘性領域における $\alpha$ の特性

先の図2.5において、 $\alpha$ が $Re$ の影響を大きく受ける粘性の領域と、 $Re$ の影響を受けない非粘性領域(流量係数 $\alpha_0$ )の二つの領域だけが存在する状況を想定する。そして、そこでの両領域の境界を示すレイノルズ数を $Re_0$ と定める。この $\alpha_0$ 、 $Re_0$ と粘性領域の任意の点( $\alpha$ 、 $Re$ )との間には $m_0 = (\log \alpha_0 - \log \alpha) / (\log Re_0 - \log Re)$ の関係がある。したがって、粘性領域の任意の $Re$ 数における $\alpha$ は

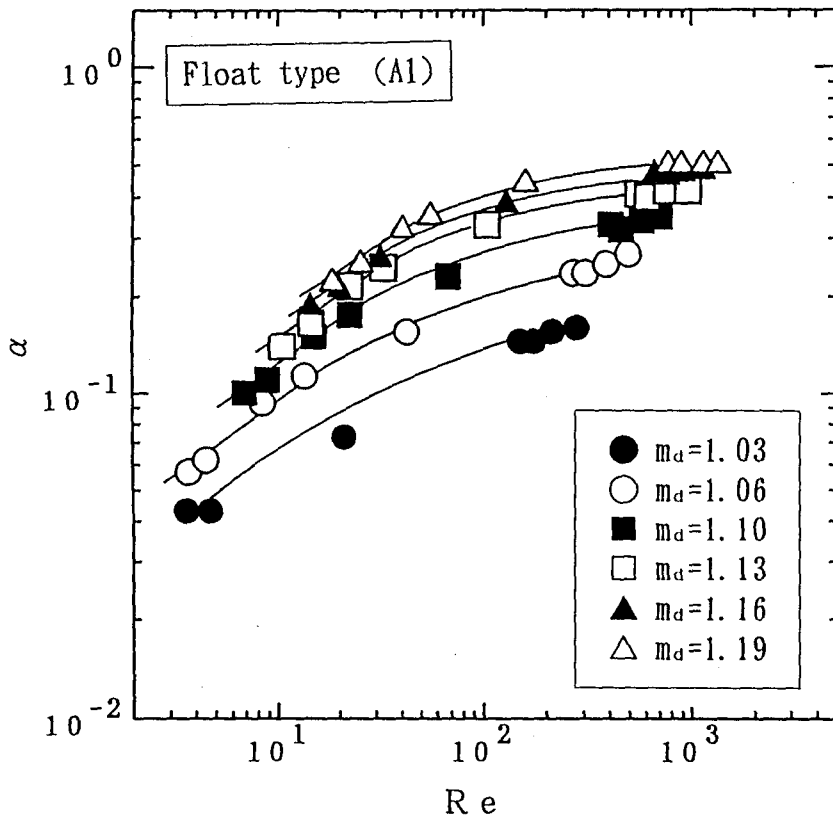


図2.3  $\alpha \sim Re$ の関係 (フロート (A1))

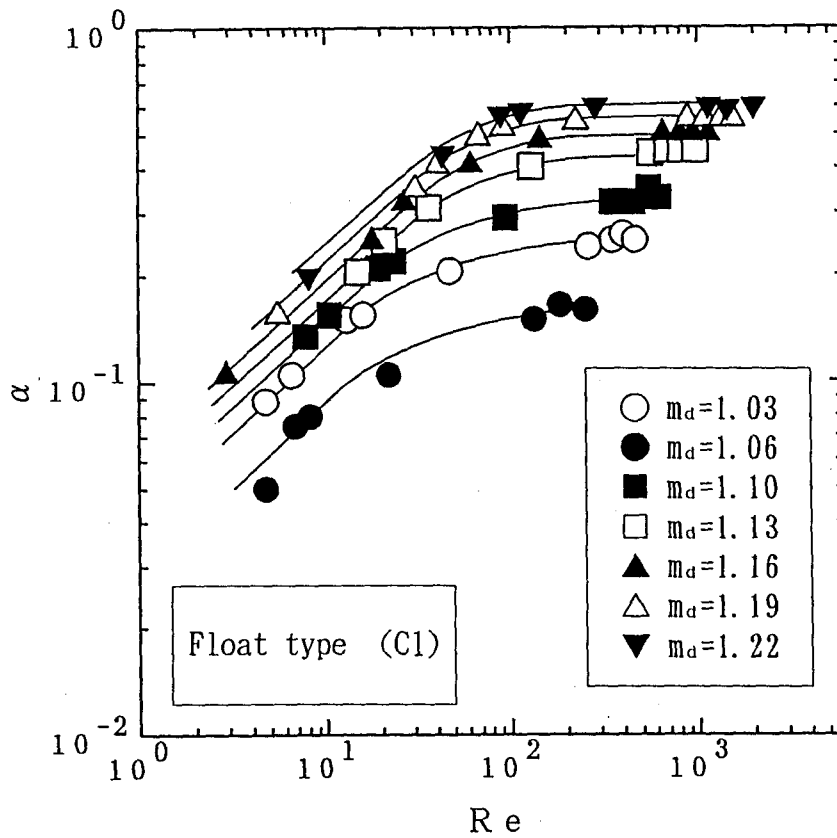


図2.4  $\alpha \sim Re$ の関係 (フロート (C1))



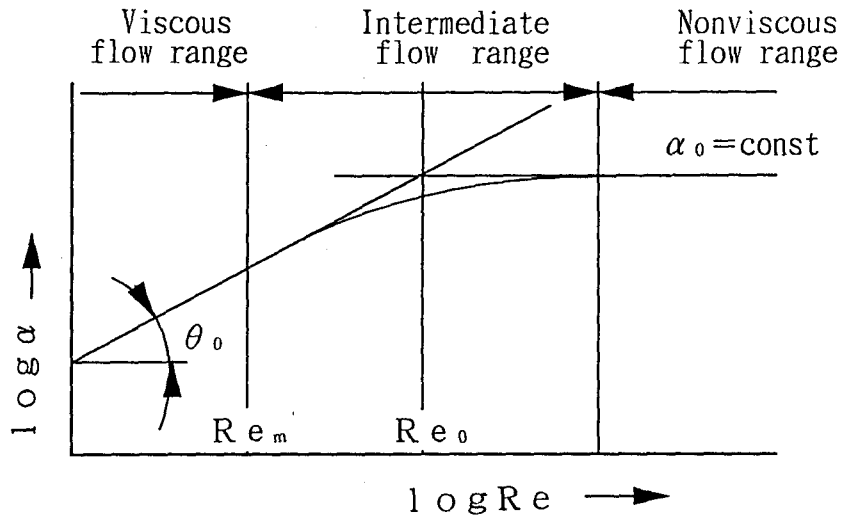


図 2. 5  $\alpha \sim Re$  線図の概略

$$\alpha = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{m_0} \quad (2.10)$$

で表される。ここで、 $m_0$  はレイノルズ数の変化に対する流量係数の変化の割合で  $m_0 = \tan \theta_0$  によって実験的に定まる。なお、指数  $m_0$  は実験結果によって  $1/2$  の値が、各  $m_d$  において得られることから (2.10) 式は

$$\alpha = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{1/2} \quad (2.11)$$

となる。

ここで、 $Re_0$ 、 $\alpha_0$  が実験的に前もって定められていると  $\alpha$  は  $Re$  数の関数として容易に求めることができる。

図 2. 6、図 2. 7 は  $\alpha \sim Re$  線図から各フロートについて求めた  $\alpha_0$ 、 $Re_0$  の値をパラメータである  $m_d$  との関係で示した一例である。

先の (2.6) 式と (2.11) 式によって粘性領域の流量式は実験式として

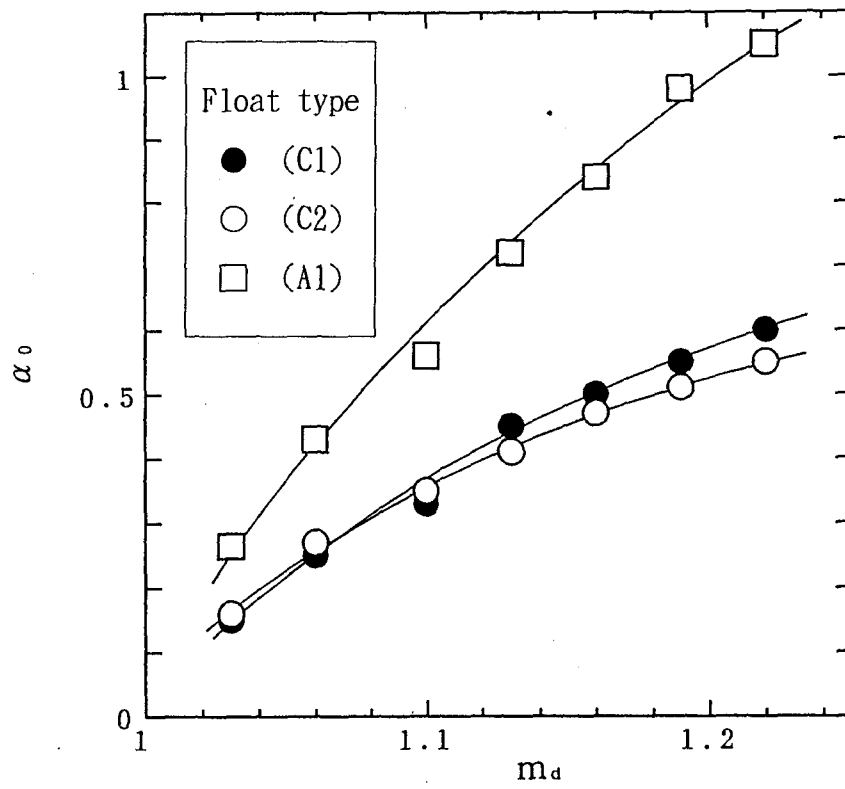


図 2. 6  $m_d$ と $\alpha_0$ の関係

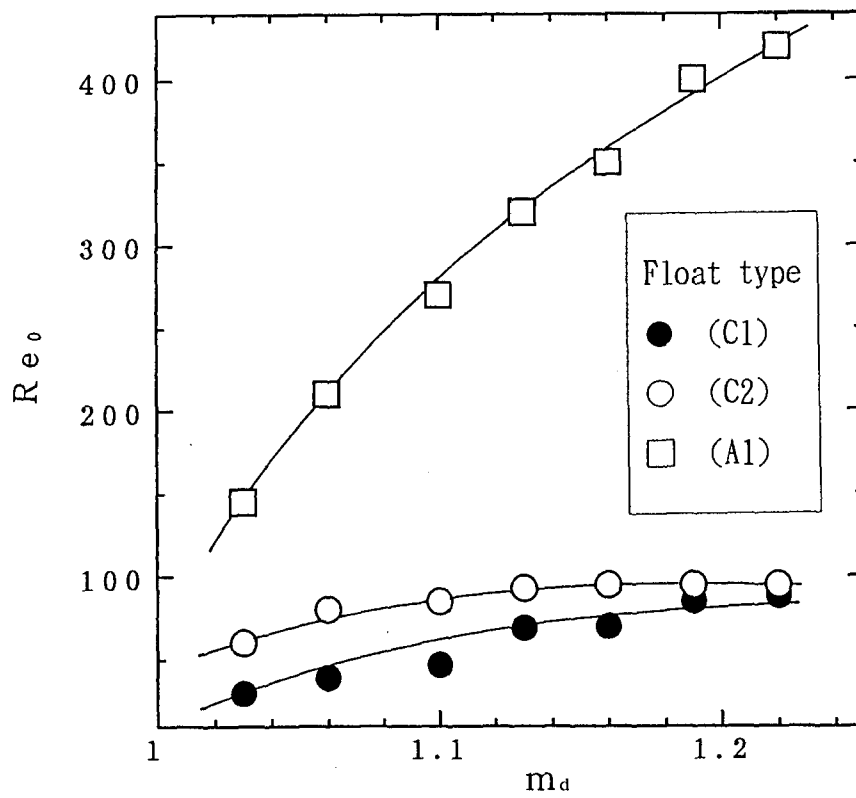


図 2. 7  $m_d$ と $Re_0$ の関係

$$Q = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{1/2} (A - a) \left( \frac{2M_a g}{\rho a} \right)^{1/2}$$

(2. 12)

のように表すことができる。

#### 2. 4. 2 中間領域における $\alpha$ の特性

中領領域は $\alpha$ の $Re$ 数に対する変化の割合が、 $Re$ 数の増加と共に漸次減少していることから、先の粘性領域のような形で $\alpha$ を検討することは困難である。この領域の $\alpha$ の検討についてはフロート周辺部の流れの様子を図2. 8のようにモデル化<sup>9)</sup>する。

このモデルは、中間領域では境界層の発生が流れに大きく影響するものと考えられることから、境界層の発生によってテーバ管とフロートのすきま面積が見かけ上変わるといった想定をしている。そこで、テーバ管とフロートのすきま面積の境界層の厚みによる減少分を $s_0$ と置き、先の実験形面積流量計の流量式(2. 6)を

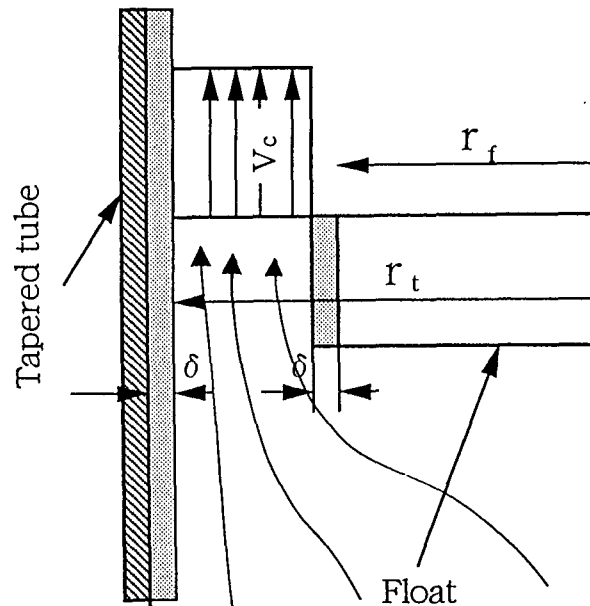


図2. 8 中間流域でのテーバ管とフロートの周辺の流れのモデル

$$Q = C_f \cdot (A - a - s_s) \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (2.13)$$

の形で表す<sup>9)</sup>。

(2.13) 式の  $s_s$  の値はフロートの形状によっても影響を受けると考えられるが、ここでは、フロートの形状による影響は含まれないものとする。フロート形状の影響は  $C_f$  (フロートの形状に関する係数) として別途に検討する。

フロートとテーバ管の両壁に形成される境界層の厚み  $\delta$  が等しく、 $\delta$  が  $\delta = k \cdot L / (Re)^{1/2}$  で求められるとすると (ただし、 $k$  は定数、 $L$  はフロート最大直径部の長さである)、境界層の厚みによるすきま面積の減少分  $s_s$  は

$$\begin{aligned} s_s &= \pi (r_t^2 - r_f^2) - \pi [(r_t - \delta)^2 - (r_f + \delta)^2] \\ &= 2\pi k L \cdot (r_t + r_f) / Re^{1/2} \end{aligned}$$

となる。これより (2.13) 式は

$$Q = C_f \left[ 1 - \frac{2kL}{(r_t - r_f) Re^{1/2}} \right] (A - a) \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (2.14)$$

のように表すことができる。(2.14) 式は (2.6) 式との比較で判るように流量係数  $\alpha$  を  $C_f \cdot (1 - 2kL / ((r_t - r_f) Re^{1/2}))$  に置き換えた形となる。

ここで、(2.14) 式の流量式を非粘性領域の流量式を基に検討するため (2.14) 式において  $Re \rightarrow \infty$  とした流量式 (非粘性領域) をつぎのように表す。

$$Q_h = C_{f0} \cdot (A - a) \left( \frac{2 M_n g}{\rho_0 a} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

ここで、 $Q_h$ 、 $C_{f0}$ 、 $\rho_0$  はそれぞれ非粘性の条件下の流量、フロートの形状に関する係数、流体の密度とする。

そして、中間領域の流量式 (2.14) を非粘性領域の流量式 (2.15) との

比で表すと、次のようになる。

$$\left[ 1 - \frac{KL}{Re^{1/2}(r_t - r_f)} \right] \frac{C_f}{C_{f0}} = \frac{Q (2M_m g / \rho_0 a)^{1/2}}{Q_h (2M_m g / \rho a)^{1/2}} \quad (2.16)$$

一方、(2.6)式の一般的な表式による中間領域の流量式を

$$Q = \alpha_m (A - a) (2M_m g / \rho a)^{1/2}$$

同様に、非粘性領域の流量式を

$$Q_h = \alpha_0 (A - a) (2M_m g / \rho_0 a)^{1/2}$$

で表し、この中間領域の流量式と非粘性領域の流量式の比をとると

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_0} = \frac{Q (2M_m g / \rho_0 a)^{1/2}}{Q_h (2M_m g / \rho a)^{1/2}} \quad (2.17)$$

となる。

(2.16)、(2.17)はいずれも中間領域の流量式を非粘性領域の流量式の比によって示したものであり、(2.16)式の右辺は実験的に求められる流量係数の比 $\alpha_m/\alpha_0$ を表すものとなる。このことから、流量式(2.6)から実験的に求まる流量係数の比 $\alpha_m/\alpha_0$ が(2.16)式の左辺のようなフロートの形状に関する係数の比 $C_f/C_{f0}$ とレイノルズ数によって表される。

ところで、先の図2.8のモデルでの見かけの速度 $V_c$ は $Q/(A - a - s_0)$ で求められるが、 $s_0$ が $Re^{1/2}$ によって変わることから $V_c$ は $Re^{1/2}$ によって変わる。このことは(2.16)式のフロートの形状係数 $C_f$ も $V_c$ が変わることにより $Re^{1/2}$ の影響を受けることが考えられる。

そこで、フロートの形状係数 $C_f$ の $Re$ 数による影響を $C_{f0}(1 - n_0 L_0 / Re^{1/2}(r_t - r_f))$ の形で仮定し(2.16)式を

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha_m}{\alpha_0} &= \left(1 - \frac{K_1}{Re^{1/2}}\right) \left(1 - \frac{N}{Re^{1/2}}\right), \\ K_1 &= \frac{KL}{(r_t - r_f)}, \quad N = \frac{n_0 L_0}{(r_t - r_f)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

のように表わす。ここで、 $n_0$ は $V_c$ の $Re^{1/2}$ に対する変化係数、 $L_0$ はフロートの形状が $V_c$ にあたえる影響の $Re^{1/2}$ に対する変化係数である。

(2.18)式の右辺の $K_1$ および $N$ の値は、左辺の $\alpha_m/\alpha_0$ が実験的に求められることから、流れのレイノルズ数(パラメータ)毎に左辺を満足するような定数 $K_1$ 、 $N$ の値を求めることができる。

図2.9は実験的に求めた $\alpha \sim Re$ 線図から中間領域の特定のレイノルズ数とそのレイノルズ数における $\alpha_m/\alpha_0$ を求め、それらを(2.18)式に代入することによって $K_1$ 、 $N$ の関係を求めた一例である。この例では $K_1=3.9$ 、 $N=-5$ のとき $K_1$ と $N$ は $Re$ に無関係となり、この値が、このフロート形状の指示値( $m_d=1.19$ )に対する定数 $K_1$ 、 $N$ の値となる。また、図2.10は $m_d$ と $K_1$ および $N$ の関係を示した一例である。

なお、(2.18)式は、導入過程から $K_1$ 、 $N$ は負の値を持つとしているが、 $K_1$ 、 $N$ の算出結果から、その符号を考慮すると以下のようなになる。

$$\alpha_m = \alpha_0 \left(1 - \frac{K_1}{Re^{1/2}}\right) \left(1 + \frac{N}{Re^{1/2}}\right) \quad (2.19)$$

先の(2.6)式と(2.19)式によって中間領域の流量式(実験式)は

$$Q = \alpha_0 \left(1 - \frac{K_1}{Re^{1/2}}\right) \left(1 + \frac{N}{Re^{1/2}}\right) (A-a) \left(\frac{2M_a g}{\rho a}\right)^{1/2} \quad (2.20)$$

で表すことができる。

### 2.4.3 非粘性領域

$Re$ 数がある値以上の大きさになると、 $\alpha$ の $Re$ 数に対する変化は非常に小さ

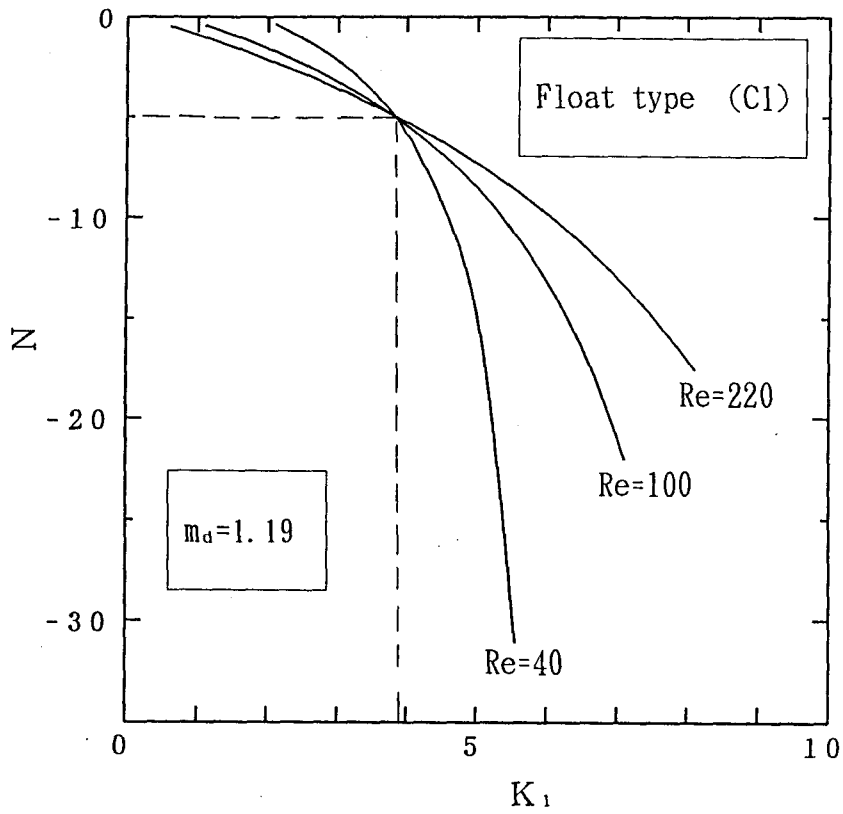


図 2. 9  $K_1 \sim N$ 線図

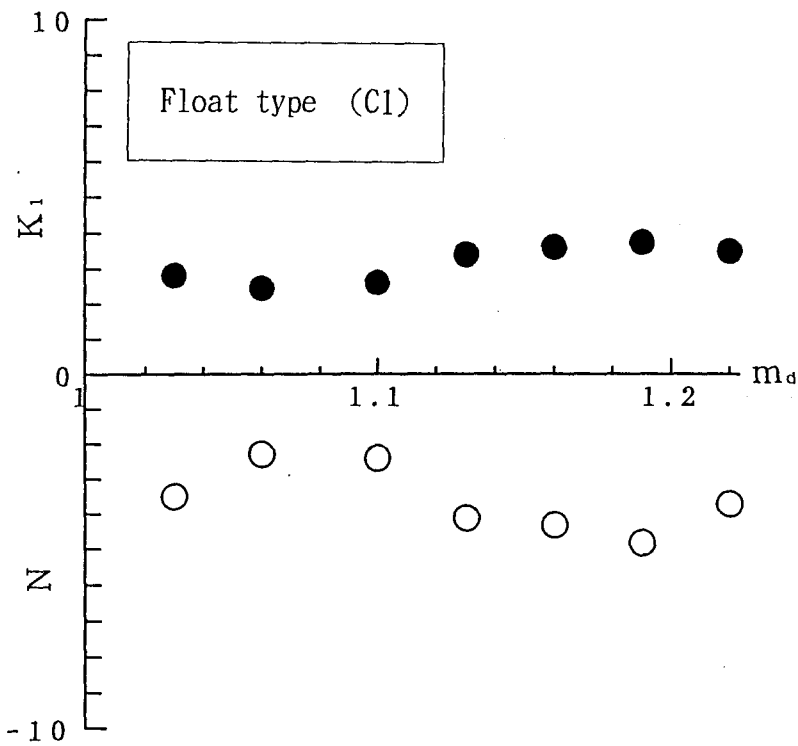


図 2. 10  $m_a$ と $K_1$ および $N$ の関係

いものとなり、実用面では粘度の影響を無視しても大きな誤差は生じないものと考えられる。この領域を非粘性領域と呼んでいる。

## 2. 5 粘性、中間領域の流量係数 $\alpha$ 算出式の適合性と適用範囲

図2. 11は粘性領域の $\alpha$ 算出式(2. 11)と中間領域の $\alpha$ 算出式(2. 19)が実際の流量係数との間にどの程度の適合性が見られるかを示した一例である。粘性、中間領域のいずれの $\alpha$ 算出式も概ねそれぞれの領域の実験結果の流量係数をとらえたものとなっている。

これらの $\alpha$ 算出式を実際に使用する場合、レイノルズ数が既知である時、粘性、中間のいずれの領域の $\alpha$ 算出式を適用すべきかを判断する必要がある。これには粘性と中間のレイノルズ数領域を区分する境界のレイノルズ数 $Re_m$ を知ることによって判断できる。先の図2. 5で明らかなようにレイノルズ数 $Re_m$ では、粘性領域の $\alpha$ 算出式(2. 11)より求められる流量係数の値と中間領域の $\alpha$ 算出式(2. 19)より求められる流量係数の値 $\alpha_m$ が同値であることから、

$$\left(1 - \frac{K_1}{Re_m^{1/2}}\right) \left(1 + \frac{N}{Re_m^{1/2}}\right) = \left(\frac{Re_m}{Re_0}\right)^{1/2} \quad (2. 21)$$

の関係が成り立つ。

したがって、(2. 21)式の関係によって粘性と中間領域の流量係数算出式の適用を区分するレイノルズ数 $Re_m$ を求めることができる。

図2. 12は $m_a$ 毎の流量係数算出式の適用を区分する $Re_m$ を(2. 21)式および実験結果の両者から求めた一例を示したものである。

## 2. 6 各領域の流量係数算出式(実験式)に用いる定数

実験的に求めたレイノルズ数と流量係数の関係線図において、その線図の特性からレイノルズ数を粘性、中間、非粘性の三つの領域に分け、それぞれの領域の流量係数を求める算出式を導いた。これらの各領域の流量係数を求める算出式に実験結果を基に定めた定数を用いることから、これらの定数をレイノルズ数の各領域毎にまとめたものを表2. 2に示す。



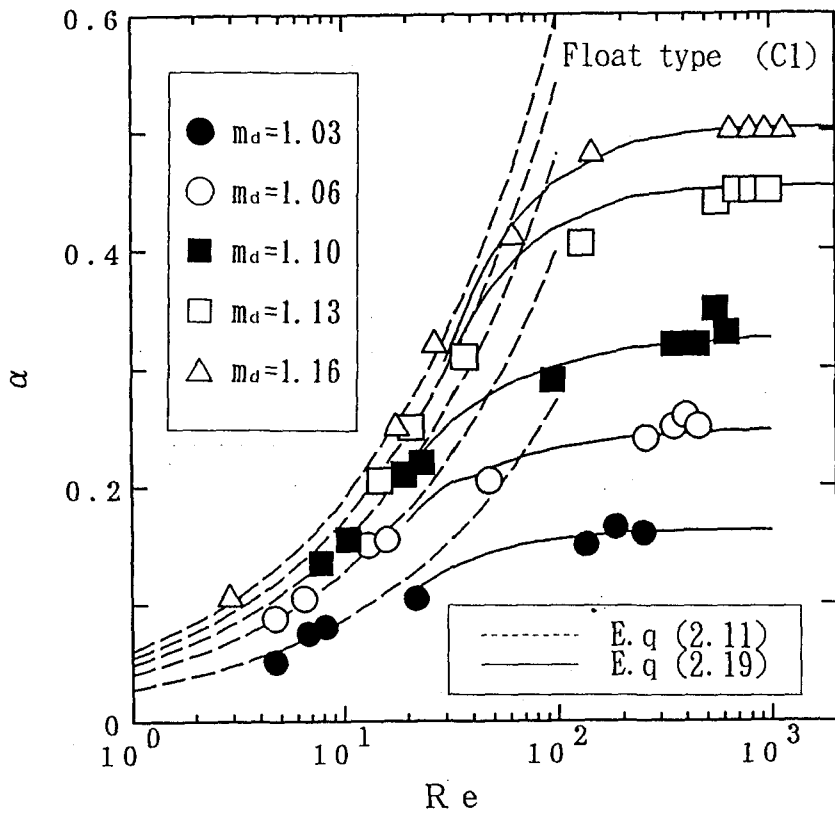


図 2. 11  $\alpha \sim Re$  線図

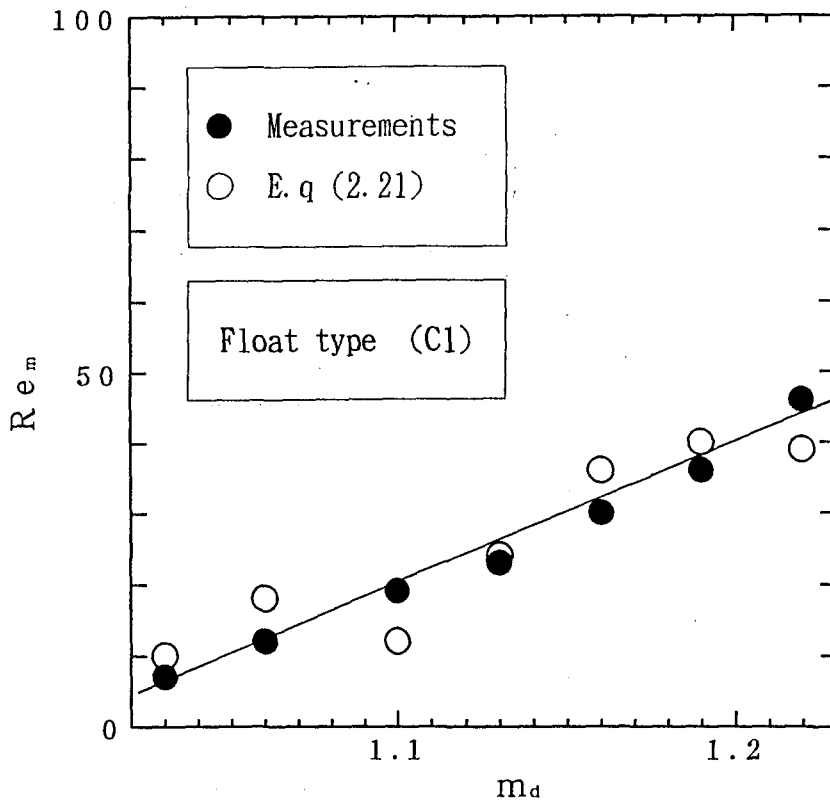


図 2. 12 粘性、中間の流域を区分する  $Re_m$

表 2. 2 各領域の実験式に用いる定数

Viscous flow range	Intermediate flow range	Nonviscous flow range
$\alpha_0$ $Re_0$	$\alpha_0$ $K_1, N$	$\alpha_0$
$Re_m$		

## 2. 7 結言

以上のように、フロート形面積量計を用いた流量測定において、流体の物性値が変化した場合の指示流量の補正に用いる流量係数とレイノルズ数の関係線図について、広範囲のレイノルズ数における流量係数を実験的に求め、その特性を検討した。その結果、個々のフロート形面積流量計の流量係数が、いずれもレイノルズ数によって粘性領域、中間領域、非粘性領域の三つの領域に区分できること、そして、各領域の流量係数の特性をレイノルズ数の関数として実験式で表せることが明らかになった。

### 第3章 フロート形面積流量計の流量係数に関する考察

#### 3. 1 緒言

先の章でフロート形面積流量計を用いた流量測定において流体の密度、粘度などの物性値が変化した場合の指示流量の補正に用いる流量係数とレイノルズ数の関係線図について検討した。そして、広範囲のレイノルズ数における流量係数の特性がレイノルズ数によって粘性、中間、非粘性の三つ領域に区分できることから、各領域の流量係数を算出する実験式を導出した。

本章は第2章で求めた流量係数算出の実験式のうち、粘性領域の実験式に対応する低レイノルズ数のフロート形面積流量計の流量式を理論面から検討する。また、広範囲のレイノルズ数における流量係数を一つの算出式によって表すような半理論式について検討するものである。

#### 3. 2 低レイノルズ数における流量式

Re数が十分小さい場合には、圧力と粘性応力が支配的となり、流れの慣性を省略したストークスの近似で考察することができる。この近似においては、一般に物体の抵抗係数はRe数に反比例する。したがって、フロートの抵抗Dは

$$D = \frac{1}{2} \rho u_r^2 a \frac{K_2}{Re} = \frac{1}{2} \rho \frac{Q^2}{a} \cdot \frac{K_2}{Re} \quad (3. 1)$$

の形で表される。ただし、Qは流量、 $u_r = Q / (A - a)$ 、aはフロートの断面積、Aはフロート指示位置に対するテーバ管面積である。また、 $K_2$ はRe数によらない常数で、主としてフロートの位置パラメータ $a / (A - a)$ に依存するものとする。そこで、 $K_2$ がパラメータ $a / (A - a)$ にどのように依存するかを検討する。

図3. 1に示すようなフロート前後の圧力差を支配するすきま流れの単純なモデルを考える。一般に低レイノルズ数の流れは噴流を作らず、特に、ストークス近似では流線模様は上・下流で対称となる。流体の粘性係数 $\mu$ 、圧力をP、x方向の流速をuとすれば、すきま近傍におけるストークスの方程式は近似的につきのように書ける。

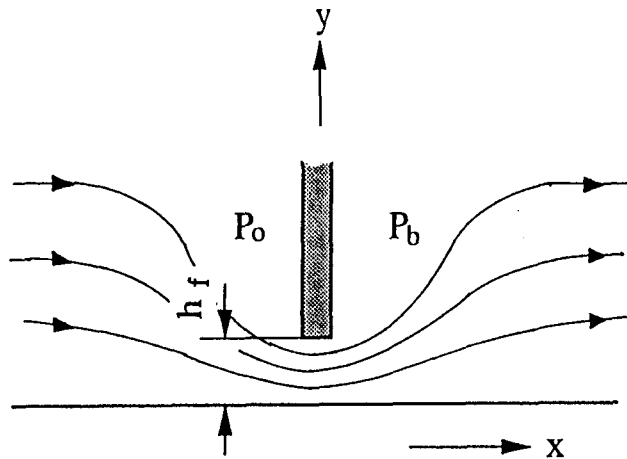


図3. 1 低レイノルズ数の流れのモデル

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2)$$

ここで、隙間の幅を  $h_f$ 、隙間を流れる平均流速を  $u_r$  とすれば  $\partial^2 u / \partial y^2$  は  $O(u_r / h_f^2)$  であり、 $\partial P / \partial x$  は  $x$  の  $O(h_f)$  の範囲に存在すると見られることから (3.2) 式より

$$P_0 - P_b \propto \mu \frac{u_r}{h_f^2} h_f \quad (3.3)$$

となる。なお、 $P_0$ 、 $P_b$  はそれぞれフロート前後の圧力である。ここで、比例常数  $K_3$  ( $O(1)$  の数値) を採用すると (3.3) 式は

$$P_0 - P_b = K_3 \mu \frac{u_r}{h_f^2} h_f = \frac{K_3 \rho}{Re_f} u_r^2 = \frac{4 K_3 \rho}{Re} \left( \frac{Q}{A-a} \right)^2 \quad (3.4)$$

で表される。ここで、 $Re_f = h_f \cdot u_r / \nu$ 、 $Re_f = Re / 4$  (第2章の2.8式、2.9式) である。

(3. 4) 式よりフロートの抵抗Dは

$$D = a (P_o - P_b) = \frac{1}{2} \rho \frac{Q^2}{a} \frac{8K_3}{Re} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \quad (3. 5)$$

となる。(3. 1) 式と(3. 5) 式を比較すると(3. 1) 式の比例常数 $K_2$ は $K_2 \propto K_3 (a / (A-a))^2$  となりパラメータ $a / (A-a)$  に依存することが判る(第2章のフロート形面積流量計の一般式の導出過程での(2. 3) 式と同様パラメータ $a / (A-a)$  の2乗に比例する)。

ここで、フロートが自立しているときの抗力 $D = M_n g$  ( $M_n$ はフロートの質量と同体積の流体との質量の差、 $g$ は重力加速度) の関係と(3. 5) 式から低レイノルズ数の流量算出式として次式が得られる。

$$Q = (Re / 8K_3)^{1/2} (A-a) (2M_n g / \rho a)^{1/2} \quad (3. 6)$$

(3. 6) 式の $(Re / 8K_3)^{1/2}$  において $8K_3 = Re_o / \alpha_o^2$  と置けば第2章での粘性領域の実験式として求めた流量算出式(2. 12) と一致する。

また、レイノルズ数の定義式

$$Re = \frac{d_r u_o}{\nu} = \frac{d_r Q}{\nu a} = \frac{4 Q \rho}{\pi d_r \mu}$$

の関係を(3. 6) 式に代入することによって、流量算出式をつぎのように書き換えることができる。

$$Q = \frac{1}{K_3 \pi d_r \mu} (A-a)^2 \frac{M_n g}{a} \quad (3. 7)$$

(3. 7) 式から、低レイノルズ数下での流量とフロート自立位置 $(A-a)$  の関係が2次式の非線形となることが判る。

### 3. 3 広範囲のレイノルズ数に適用する流量係数算出式

レイノルズ数が  $Re \ll 1$  の流れに対するフロート形面積流量計の流量算出式について考察したが、先の第2章で検討したレイノルズ数の中間領域では、フロートの後流にカルマン渦の発生や乱流状況への移行過程<sup>16)</sup>を含むことから十分な理論的取扱いは困難と思われる。しかし、レイノルズ数  $Re$  に対する流量係数  $\alpha$  の実験結果は粘性領域、非粘性流領域の両極限を滑らかに結ぶ形となっている（ただし、パラメータであるフロートの自立位置  $(A-a)$  あるいは  $m_a$  が大きい場合を除くものとする）。

そこで、粘性、中間、非粘性領域の広範囲のレイノルズ数において大きく変化する流量係数を一つの算出式で求めることを検討する。

#### 3. 3. 1 物体の抗力算出式に基づく流量式

一般に流れの中に置かれた物体の抗力は

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho u_0^2 a, \quad u_0 = \frac{Q}{a} \quad (3.8)$$

で表される。ここで、 $Q$  は流量、 $a$  はフロート断面積である。(3.8)式とフロートが自立しているときの抗力  $D = M_n g$  の関係によって、物体の抗力にもとづく流量式は

$$Q = \frac{1}{C_D^{1/2}} a \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

で表すことができる。

この流れの中に置かれた物体の抗力算出式に基づく流量式と先の第2章で示した流量係数を含む(2.6)式の比較から、流量係数  $\alpha$  と抵抗係数  $C_D$  の間に、つぎの関係がある。

$$\alpha = \frac{1}{C_D^{1/2}} \left( \frac{a}{A-a} \right) \quad (3.10)$$

この関係を用いて以下に流量係数算出式を検討する

### 3. 3. 2 粘性、非粘性の両領域の抵抗係数を基にした流量係数の算出式

粘性領域での抵抗係数  $C_D$  は (3. 5) 式の係数項を使うと

$$C_D = \frac{8K_3}{Re} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 = \frac{1}{\alpha_0^2} \frac{Re_0}{Re} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \quad (3. 11)$$

で表される。また、非粘性流領域の抵抗係数は、その領域の流量係数を  $\alpha_0$  とすれば

$$C_D = \frac{1}{\alpha_0^2} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \quad (3. 12)$$

で表される。

そこで、この (3. 11)、(3. 12) 式をもとに、広範囲のレイノルズ数における抵抗係数を示す最も簡単な表式として両式を加え合わせた形を考える。

$$\begin{aligned} C_D &= \left\{ \frac{1}{\alpha_0^2} \frac{Re_0}{Re} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 + \frac{1}{\alpha_0^2} \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{\alpha_0^2} \left( \frac{Re_0 + Re}{Re} \right) \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \end{aligned} \quad (3. 13)$$

(3. 13) 式の抵抗係数を (3. 10) 式に代入することによって流量係数算出式

$$\alpha = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0 + Re} \right)^{1/2} \quad (3. 14)$$

が得られる。この式は  $Re \ll 1$  で (3. 6) 式の流量係数に、 $Re \gg 1$  で非粘性領域の流量係数  $\alpha_0$  にそれぞれ漸近する。

この (3. 14) の流量算出式を用いるとフロート形面積流量計の流量算出式は

$$Q = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0 + Re} \right)^{1/2} (A - a) \left( \frac{2M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

として表すことができる。

つぎに、一般に物体の抵抗係数が  $Re$  数が低いところでは  $1/Re$  に、そして中間のレイノルズ数の領域では  $1/Re^{1/2}$  といった形で影響を受ける。また、高レイノルズ数では抵抗係数がほぼ一定となる等から、広範囲のレイノルズ数における物体の抵抗が

$$D = \frac{1}{2} \rho u_0^2 a \left\{ C_1 + \frac{C_2}{Re^{1/2}} + O\left(\frac{1}{Re}\right) \right\} \quad (3.16)$$

のような形で展開されることを想定し、このモデル式を拡張する形で検討する。

ここで、 $u_0 = Q/a$ 、 $a$  はフロート断面積、 $C_1$ 、 $C_2$  は物体の固有の定数である。

(3.16) 式の抵抗係数の  $O(1/Re)$  対応するものとして、(3.11) 式の  $(Re_0/\alpha_0^2)/Re$  を、 $C_1$  に対応するものとして、(3.12) 式の  $1/\alpha_0^2$  をそれぞれ用いると

$$\begin{aligned} C_D &= \left( \frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{C_2}{Re^{1/2}} + \frac{1}{\alpha_0^2} \frac{Re_0}{Re} \right) \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \\ &= \frac{1}{\alpha_0^2} \left( 1 + \frac{\Phi}{Re^{1/2}} + \frac{Re_0}{Re} \right) \left( \frac{a}{A-a} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。ここで、 $\Phi = \alpha_0^2 \cdot C_2$  である。これを先の (3.10) 式の関係から流量係数の算出式に変えると

$$\alpha = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0 + \Phi Re^{1/2} + Re} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

がえられる。ただし (3.18) 式の定数  $\Phi$  は流量係数  $\alpha$  が実験値と一致すべく定める修正係数である。



定数 $\Phi$ を求める一方法としては $Re = Re_0$ における流量係数 $\alpha$ が実測値の流量係数 $\alpha_0$ と一致するように定めるとつぎのようになる。

$$\Phi = Re_0^{1/2} \left\{ \left( \frac{\alpha_0}{\alpha} \right)^2 - 2 \right\} \quad (3.19)$$

(3.18)式において $\Phi = 0$ と置くと(3.14)式となることから、(3.14)式は(3.18)式の特別な場合( $Re^{1/2}$ による修正を必要としない)であるといえる。

(3.18)式を用いると広範囲のレイノルズ数に適用する流量算出式は次のように表すことができる。

$$Q = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re_0 + \Phi Re^{1/2} + Re} \right)^{1/2} (A - a) \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (3.20)$$

### 3.4 流量係数算出式の実験結果との比較

広範囲のレイノルズ数に適用する流量係数算出式として求めた(3.14)、(3.18)の両式の実際への適合性を実験結果との比較で検討する。ここに使用したテーバ管とフロートを表3.1に示す。

図3.2、図3.3、図3.4はフロート位置 $m_d (= D_t / d_f)$ をパラメータにとり流量係数算出式による流量係数と実験結果による流量係数の両者を各フロートの形状の場合について示したものである。なお、流量係数算出式において実験結果から $\alpha_0 =$ 一定の値が求まらない場合については、最も高いレイノルズ数での $\alpha$ の値を $\alpha_0$ として採用した。図3.5はフロート位置 $m_d$ を一定( $m_d = 1.09$ )にしてフロートの形状の面から流量係数算出式の適合性を調べたものである。

図3.2、図3.3、図3.4においてパラメータ $m_d$ 毎に実験式の適合性を見ると、 $m_d$ の値が大きい場合に中、高の $Re$ 数の領域で若干の差異が見られるが、パラメータ毎にほぼ満足したものとなっている。

つぎに、図3.5のフロートの形状の面から見た流量係数算出式の適合性については、フロートの形状が(A2)のような球、(B)のような円筒形の場合は

表 3. 1 テーパー管およびフロートの寸法・形状

		Tapered tube			Float								
Type		D11	D12	L	Type	df	a	b	c	h	f	e	weight (gf)
(I)		8.02	15.0	175.0	(A1)	8							2.1
(II)		12.05	15.3	215.0	(A2)	12							7.2
					(B)	11.5				55			48.3
					(C1)	8	3.5	2.7	6.8		3.1	0.1	1.6
					(C2)	8	3.5	2.5	6.8		3.1	0.3	1.5
					(C3)	12	6.5	3	17		3.1	0.3	4.9

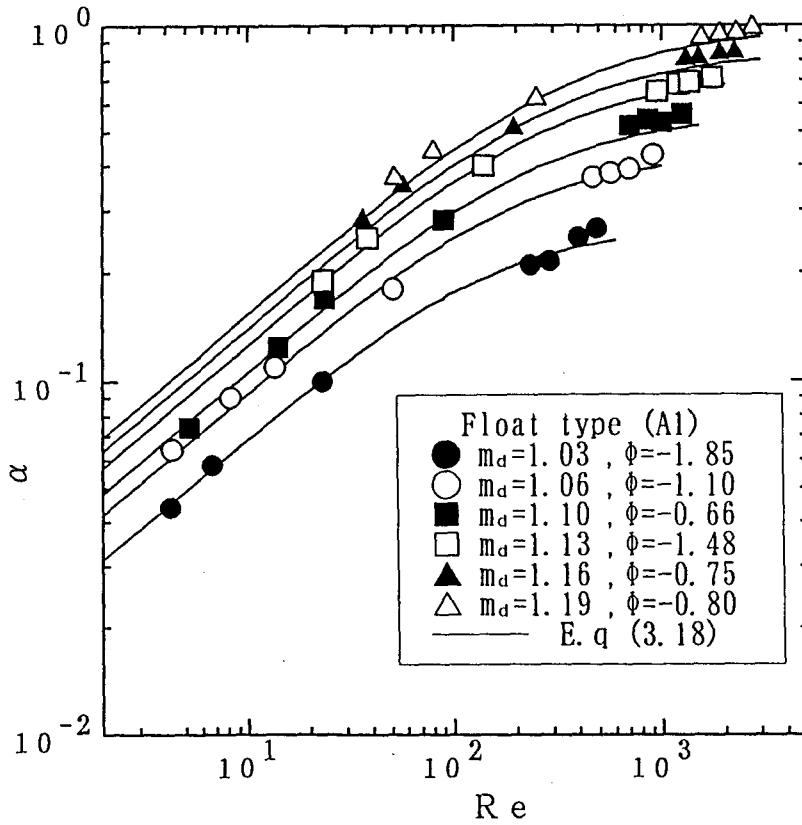


図 3. 2  $\alpha \sim Re$  線図 (フロート (A1))

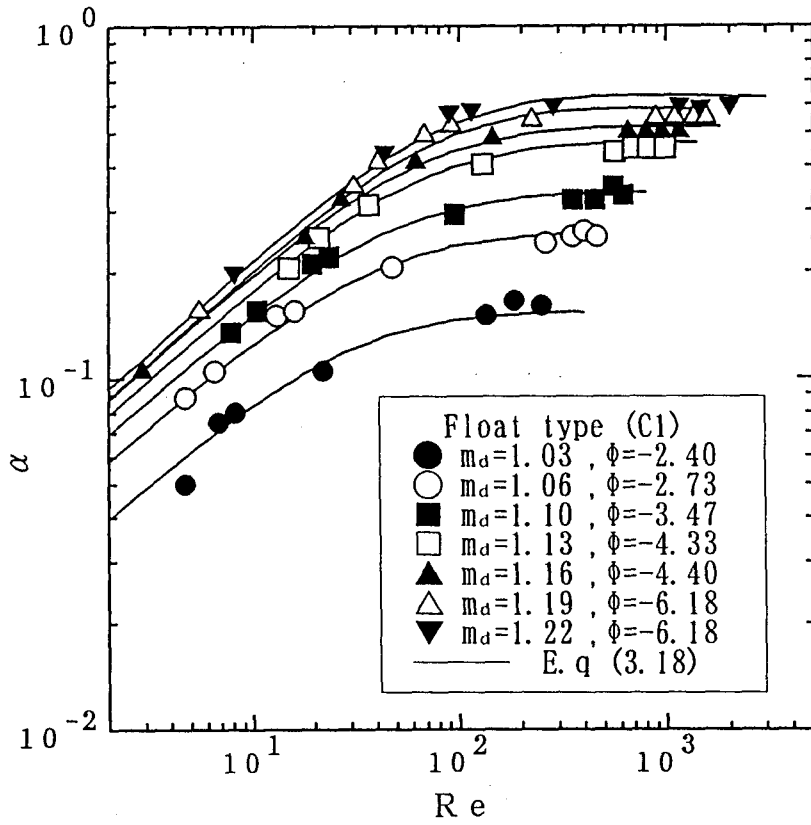


図3.3  $\alpha \sim Re$ 線図 (フロート (C1))

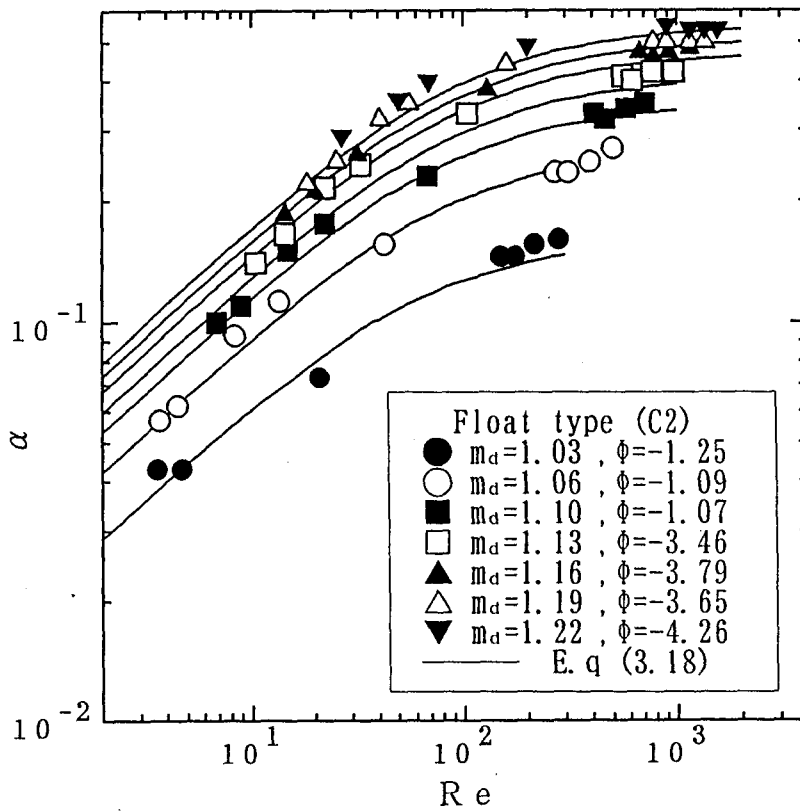


図3.4  $\alpha \sim Re$ 線図 (フロート (C2))

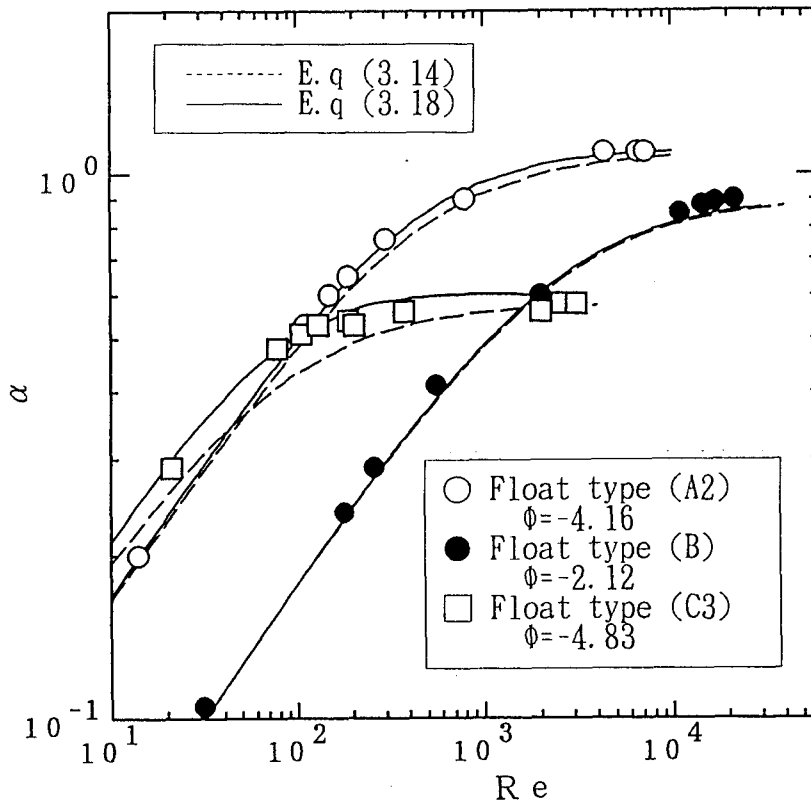


図3.5  $\alpha \sim Re$ 線図

(3.14)式の適合性は良いが、(C3)のようなシャープなエッジを持つフロート形状の場合には、中間領域で実験結果の流量係数 $\alpha$ の値よりも小さく見積もる傾向にあり、適合性はあまり良くない。

一方、パラメータが一個多い(3.18)式は何れのフロートの形状の実験結果に対しても良く適合したものとなっている。このことから、種々の形状のフロートが使用されている実状では(3.18)式の流量係数算出式の方が適用性が良い。

### 3.5 結言

以上、フロート形面積流量計の使用において、流体の物性値が変化した場合の指示流量の補正に用いる流量係数とレイノルズ数の関係線図の特性を理論的、半理論的に検討した。その結果、レイノルズ数が非常に小さい場合の実験式(第2章での粘性領域)は本章で理論的に導出したものと一致することが明らかになった。また、先の第2章でレイノルズ数の領域を区分して求めた流量係数算出の実験式

等をもとに、広範囲のレイノルズ数における流量係数を求める半理論式を新たに導出した。そして、この半理論式によって広範囲のレイノルズ数における流量係数の値が、ほぼ正確に把握できることを実験結果との比較によって明らかにした。

## 第4章 脈動流れの平均流量測定において発生する脈動誤差

### 4.1 緒言

フロート形面積流量計の測定精度は定常流れで最大指示流量の±2%を規定<sup>6)</sup>している。一方、この流量計によって脈動する流れの平均流量を測定した場合に規定の測定精度をはるかに越えた誤差（脈動誤差）が発生することが知られている。このことから、この種の流量計においては脈動流れの平均流量の測定は不適当であると言われている。脈動する流れの流量測定に、この流量計を使用する場合は流量計の上流部に整流装置、緩衝タンク等を設置するなどして流れが脈動する状況での測定を回避している。

しかし、フロート形面積流量計に発生する脈動誤差を解明することによって、脈動誤差を正確に予測、補正することができれば、脈動流れの平均流量測定においても定常流れの測定精度と同等の精度が保てるものと思われる。

この問題に関しては以前から多くの研究<sup>23) 24) 26)</sup>が行われている。その代表的なものにH. H. DIJSTLEBERGN<sup>25)</sup>の報告がある。そこでは、主に脈動流量振幅の大きさと脈動流の周波数から脈動誤差を検討している。しかし、フロート形面積流量計が種々の流体の流量測定に用いられていること、この流量計を構成しているテーバ管とフロートに種々の寸法・形状のものが用いられていること等の実状を考えると、脈動流の流量振幅の大きさ、脈動流の周波数のみで脈動誤差の問題を解決することはできず、脈動流の平均流量、脈動流の流量波形、レイノルズ数、フロートの形状、テーバ管のテーバ角等の諸要因を含めた検討が必要である。そして、これらの諸要因を含めて脈動誤差の問題をとらえないと、実際に発生する脈動誤差を正確に把握することは困難であると思われる。

本章では脈動誤差に影響を及ぼすと考えられる上述の各要因を考慮し、フロート形面積流量計における脈動誤差の問題を理論面から検討するものである。

### 4.2 脈動流れにおけるフロートの運動

#### 4.2.1 脈動誤差の定義

脈動する流れの平均流量測定時に発生する脈動誤差を図4.1に示すように、同一の実流量条件のもとで、定常流れにおけるフロート指示値（平衡位置）と脈

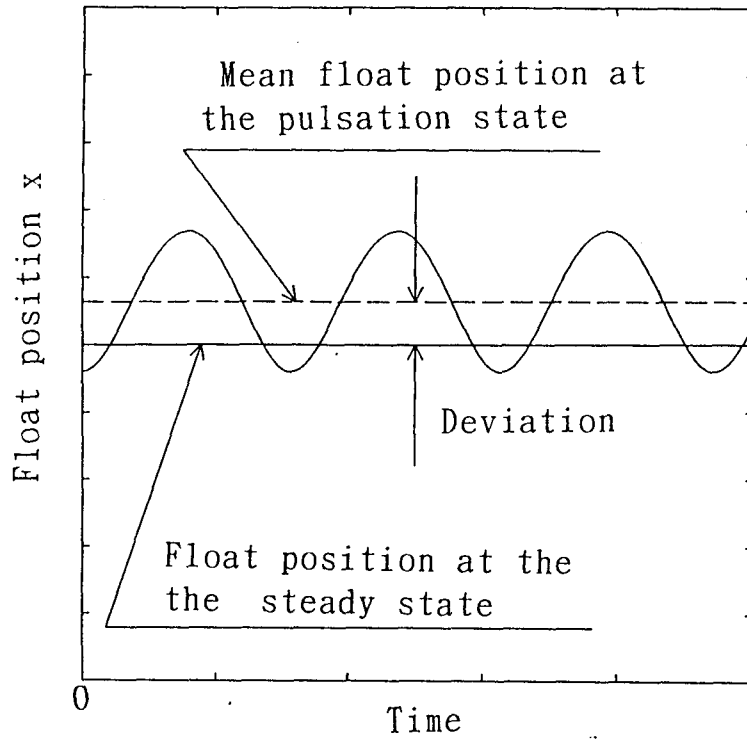


図 4. 1 脈動流量測定時に発生する脈動誤差の概略

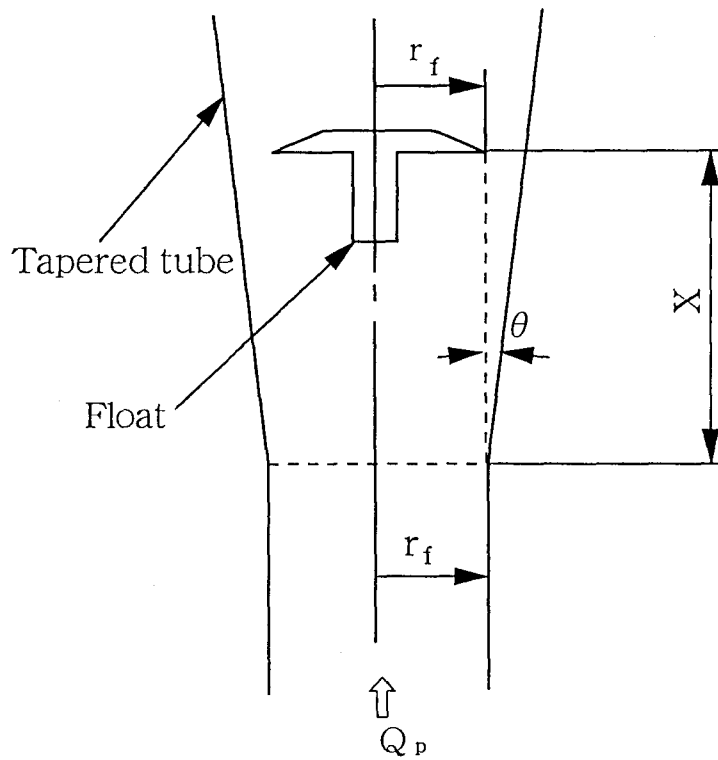


図 4. 2 フロート形面積流量計

動流れにおけるフロートの平均指示値（平均位置）との間に生ずる差として定義する。そこで、この差の発生機構を以下に検討する。

#### 4. 2. 2 フロートの運動方程式

図 4. 2 に示すフロート形面積流量計のフロートの脈動流れにおける運動を考えるにあたって、つぎのような諸量を定める。

- $x$  : テーバ管入り口から測ったフロートの位置座標。
- $r_f = d_f / 2$  : フロート最大半径。
- $a = \pi r_f^2$  : フロート面積 (= テーバ管入り口面積)。
- $s$  : テーバ管とフロートの間のすきま面積 (=  $A - a$ )。
- $\dot{x}$  : フロートの速度。
- $Q_P$  : 瞬間流量。
- $v = Q_P / a$  : 任意の時刻におけるテーバ管入り口部の平均流速。
- $u_P = v - \dot{x}$  : フロートに相対的なテーバ管入り口部流速。
- $Re_u = 2 r_f u_P / \nu$  : 相対流のレイノルズ数。
- $\rho$  : 流体の密度。
- $\nu$  : 流体の動粘度。

脈動する流れにおいて任意の時刻のフロートの抵抗が、その時刻におけるフロート位置と、フロートに相対的なテーバ管入り口部流速だけで定まり、その値はこれらの流速とフロート位置に対する定常流下での抵抗値に等しいと仮定する。

フロートの抵抗の算出に関し、先の第 3 章で示したレイノルズ数の全域に適用できる (3. 17) 式の抵抗係数

$$C_D = \frac{1}{\alpha_0^2} \left( 1 + \frac{\Phi}{Re^{1/2}} + \frac{Re_0}{Re} \right) \left( \frac{a}{s} \right)^2$$

を採用すればフロートの抵抗  $D$  は



$$\begin{aligned}
D &= \frac{1}{2} \rho u_p^2 C_D a = \frac{\rho a}{2 \alpha_0^2} \left( 1 + \frac{\Phi}{Re^{1/2}} + \frac{Re_0}{Re} \right) \left( \frac{a}{s} \right)^2 u_p^2 \\
&= \frac{1}{2} \frac{\rho a^3}{\alpha_0^2 s^2} \left( u_p^2 + \frac{\Phi \nu^{1/2} u_p^{3/2}}{d_r^{1/2}} + \frac{\nu Re_0 u_p}{d_r} \right)
\end{aligned}
\tag{4.1}$$

のように表すことができる。

フロートの位置座標  $x$ 、フロートの質量  $M$ 、フロートの流体中での重さを  $M_0 g$  とすれば、フロートの運動方程式はつぎのように表される。

$$\begin{aligned}
M \ddot{x} &= \frac{\rho a^3}{2 \alpha_0^2 s^2} \left\{ \frac{\nu Re_0}{d_r} \left( \frac{Q_p}{a} - \dot{x} \right) + \frac{\Phi \nu^{1/2}}{d_r^{1/2}} \left( \frac{Q_p}{a} - \dot{x} \right)^{3/2} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{Q_p}{a} - \dot{x} \right)^2 \right\} - M_0 g
\end{aligned}
\tag{4.2}$$

(4.2) の脈動流量  $Q_p$  およびそれに対応するフロート変位  $x$  を、定常流  $Q_0$  と定常流れのフロート平衡位置  $x_0$  を用いてつぎのように表す。

$$\left. \begin{aligned}
Q_p &= Q_0 (1 + q) \\
x &= x_0 (1 + \xi)
\end{aligned} \right\} \tag{4.3}$$

ここに、 $q$  は無次元変動流量、 $\xi$  は無次元フロート変位である。

また、すきま面積  $s$  もフロート半径 (= テーバ管入り口部半径)  $r_r$ 、テーバ角  $\theta$  ( $\ll 1$ )、フロートの位置座標  $x$  を用いてつぎのように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned}
s &= \pi \{ (r_r + x \tan \theta)^2 - r_r^2 \} \doteq b x \\
b &= 2 \pi r_r \theta
\end{aligned} \right\} \tag{4.4}$$

(4.3)、(4.4) 式の関係をもつ (4.2) 式に代入すると  $\xi$  についての微分方程式がつぎのように得られる。

$$\ddot{\xi} = A \frac{(1+q-K_4\dot{\xi})}{(1+\xi)^2} + F \frac{(1+q-K_4\dot{\xi})^{3/2}}{(1+\xi)^2} + B \frac{(1+q-K_4\dot{\xi})^2}{(1+\xi)^2} - \frac{M_0 g}{M x_0} \quad (4.5)$$

$$A = \frac{\rho a^2 \nu R e_0 Q_0}{2 \alpha_0 b^2 x_0^3 d_f M}, \quad B = \frac{\rho a Q_0^2}{2 \alpha_0^2 b^2 x_0^3 M},$$

$$F = \frac{\rho a^{3/2} \Phi \nu^{1/2} Q_0^{3/2}}{2 \alpha_0^2 b^2 x_0^3 d_f^{1/2} M}, \quad K_4 = \frac{x_0 a}{Q_0}.$$

ところで、平衡状態（定常流れ）では  $q=0$ 、 $\xi=0$  より、(4.5) 式は

$$\frac{M_0 g}{M x_0} = A + F + B = A (1 + \beta + \sigma), \quad (4.6)$$

$$\frac{B}{A} = \frac{R e}{R e_0} \equiv \sigma, \quad \frac{F}{A} = \frac{\Phi R e^{1/2}}{R e_0} \equiv \beta$$

である。

そこで、(4.6) 式の関係を用いて (4.5) 式をつぎのように表す。

$$(1+\xi)^2 \ddot{\xi} = A [1+q-K_4\dot{\xi} - (1+\xi)^2 + \beta \{ (1+q-K_4\dot{\xi})^{3/2} - (1+\xi)^2 \} + \sigma \{ (1+q-K_4\dot{\xi})^2 - (1+\xi)^2 \}].$$

あるいは、

$$(1+\beta+\sigma) (1+\xi)^2 \ddot{\xi} = \frac{M_0 g}{M x_0} [1+q-K_4\dot{\xi} - (1+\xi)^2 + \beta \{ (1+q-K_4\dot{\xi})^{3/2} - (1+\xi)^2 \} + \sigma \{ (1+q-K_4\dot{\xi})^2 - (1+\xi)^2 \}]. \quad (4.7)$$

ここで、(4.7) 式より  $\sigma \rightarrow \infty$ 、無限小振幅 ( $|\xi| \ll 1$ )、

非減衰 ( $K_4=0$ ) の自由振動 ( $q=0$ ) の場合を考えると、

$$\ddot{\xi} = - (2 M_m g / M x_0) \xi$$

となる。したがって、その運動は単振動であり、その周期を  $2\pi t_*$  とすれば

$$t_* = (M x_0 / 2 M_m g)^{1/2} \quad (4.8)$$

となる。この  $t_*$  を時間の尺度に採り、時間変数  $t$  を

$$t = t_* \tau \quad (4.9)$$

によって無次元時間  $\tau$  に変換する。

そこで、(4.7) 式を  $\tau$  に変換する (微分演算を  $'$  で示す) とつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & 2(1+\beta+\sigma)(1+\xi)^2 \xi'' + K_5 \xi' (1+2\sigma+2\sigma q - K_5 \sigma \xi') \\ & + 3\beta/2 + 3q\beta/4 - 3K_5\beta \xi' / 8) + (1+\beta+\sigma)(2\xi + \xi^2) \\ & = q(1+2\sigma + \sigma q - 3\beta/2 + 3\beta q/8) \end{aligned} \quad (4.10)$$

ここで、 $K_5 = K_4 / t_* = x_0 a / (Q_0 t_*)$  である。

なお、制動係数  $K_5$  は第3章の(3.20)式の流量算出式

$$Q_0 = \alpha_0 \left( \frac{Re}{Re + \Phi Re^{1/2} + Re_0} \right)^{1/2} (A - a) \left( \frac{2 M_m g}{\rho a} \right)^{1/2}$$

を用いて整理すると

$$K_5 \left( \frac{1+\beta+\sigma}{\sigma} \right)^{1/2} = \text{const}$$

で表すことができ、 $K_5$  と  $\sigma$  は独立したものではない。しかし、解析処理の簡便さ

から、独立したパラメータとして取り扱うものとする。

#### 4. 2. 3 粘性、非粘性領域におけるフロートの運動方程式

先の(4. 10)の運動方程式から粘性、非粘性領域の運動方程式は容易に導かれる。

(4. 10)式において $\beta = 0$ と置けば、先の第3章での(3. 13)式の抵抗係数を取り入れた場合の運動方程式が導かれる。

$$2(1+\sigma)(1+\xi)^2\xi'' + K_s(1+2\sigma+2\sigma q - K_s\sigma\xi')\xi' + 2(1+\sigma)(\xi + \xi^2/2) = q(1+2\sigma+\sigma q) \quad (4. 11)$$

また、(4. 11)式において $\sigma = 0$ と置けば、粘性領域の運動方程式

$$2(1+\xi)^2\xi'' + K_s\xi' + 2\xi + \xi^2 = q \quad (4. 12)$$

が導かれる。

また、(4. 10)式において $\sigma \rightarrow \infty$ の条件を適用すると非粘性領域の運動方程式

$$2(1+\xi)^2\xi'' + K_s\xi'(2+2q - K_s\xi') + 2\xi + \xi^2 = q(2+q) \quad (4. 13)$$

が導かれる。

#### 4. 3 運動方程式の近似解

脈動流の流動変動が $\cos$ in的である場合を考える。

そこで、 $q$ および $\xi$ をそれぞれつぎのようにおく。

$$\xi = \varepsilon \Xi_1 + \varepsilon^2 \Xi_2 + \dots \quad , \quad (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= \varepsilon \cos(2\pi n_p t) = \varepsilon \cos \lambda \tau, \\ \lambda &= 2\pi n_p t^* , \quad n_p : \text{振動数} . \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

ここで、 $\varepsilon$ は流動変動の無次元振幅である。以下は $\varepsilon \ll 1$ として、 $O(\varepsilon^2)$ までとった解析を考える。

(4.14)、(4.15)式を(4.10)式に代入すると

$$\begin{aligned} & \varepsilon \{ \Xi_1'' + [ \frac{K_5 (1+2\sigma+3\beta/2)}{2(1+\beta+\sigma)} ] \cdot \Xi_1' + \Xi_1 \} + \varepsilon^2 \{ \Xi_2'' \\ & + [ \frac{K_5 (1+2\sigma+3\beta/2)}{2(1+\beta+\sigma)} ] \cdot \Xi_2' + \Xi_2 \} \\ & = \varepsilon \frac{(1+2\sigma-3\beta/2)}{2(1+\beta+\sigma)} \cdot \cos \lambda \tau + \varepsilon^2 \{ \frac{(\sigma+3\beta/8)}{4(1+\beta+\sigma)} \cdot (1 \\ & + \cos 2\lambda \tau) - 2\Xi_1 \cdot \Xi_1'' - \Xi_1'^2/2 - \frac{K_5 (2\sigma+3\beta/4)}{2(1+\beta+\sigma)} \\ & \cdot \cos \lambda \tau \cdot \Xi_1' + \frac{K_5 (K_5 \sigma + 3K_5 \beta/8)}{2(1+\beta+\sigma)} \cdot \Xi_1'^2 \} \end{aligned} \quad (4.16)$$

となる。

まず、 $O(\varepsilon)$ についての解を調べる。 $O(\varepsilon)$ における $\Xi$ の特別解を

$$\Xi_1 = A_1 \cos \lambda \tau + B_1 \sin \lambda \tau \quad (4.17)$$

とおき、(4.16)式に代入し、両辺の $\cos \lambda \tau$ 、 $\sin \lambda \tau$ の係数を等置

することで、(4. 17) 式の特別解の  $A_1$ 、 $B_1$  が以下のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{2(1+\beta+\sigma)(1-\lambda^2)(1+2\sigma-3\beta/2)}{4(1+\beta+\sigma)^2(1-\lambda^2)^2 + \lambda^2 K_5^2(1+2\sigma+3\beta/2)^2} \\ B_1 &= \frac{\lambda K_5(1+2\sigma+3\beta/2)(1+2\sigma-3\beta/2)}{4(1+\beta+\sigma)^2(1-\lambda^2)^2 + \lambda^2 K_5^2(1+2\sigma+3\beta/2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4. 18)$$

つぎに、 $O(\varepsilon^2)$  についての解を調べる。(4. 16) 式から明らかなように  $O(\varepsilon^2)$  の右辺の項に常数を含むことから  $O(\varepsilon^2)$  における  $\Xi_2$  の特別解を

$$\Xi_2 = C + A_2 \cos 2\lambda\tau + B_2 \sin 2\lambda\tau \quad (4. 19)$$

とおく。(4. 16) 式の  $O(\varepsilon^2)$  の項に (4. 17)、(4. 19) 式を代入するとともに、両辺の  $\cos 2\lambda\tau$ 、 $\sin 2\lambda\tau$  の係数ならびに常数  $C$  を等置することで、(4. 19) 式の特別解の  $A_2$ 、 $B_2$ 、および  $C$  がそれぞれつぎのように定まる。

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{(1-4\lambda^2)T - \lambda K_5 \cdot \frac{(1+2\sigma+3\beta/2)}{(1+\beta+\sigma)} \cdot U}{(1-4\lambda^2)^2 + \left\{ \lambda K_5 \cdot \frac{(1+2\sigma+3\beta/2)}{(1+\beta+\sigma)} \right\}^2}, \\ B_2 &= \frac{(1-4\lambda^2)U + \lambda K_5 \cdot \frac{(1+2\sigma+3\beta/2)}{(1+\beta+\sigma)} \cdot T}{(1-4\lambda^2)^2 + \left\{ \lambda K_5 \cdot \frac{(1+2\sigma+3\beta/2)}{(1+\beta+\sigma)} \right\}^2}, \\ T &\equiv \frac{(\sigma+3\beta/8)}{4(1+\beta+\sigma)} + \left\{ \left( 1 - \frac{K_5(K_5\sigma+3K_5\beta/8)}{4(1+\beta+\sigma)} \right) \cdot \lambda^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \right\} \cdot (A_1^2 + B_1^2) - \frac{\lambda K_5(2\sigma+3\beta/4)}{4(1+\beta+\sigma)} \cdot B_1, \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
U &\equiv \frac{\lambda K_5 (2\sigma + 3\beta/4)}{4(1 + \beta + \sigma)} \cdot A_1 + \left\{ \left( 2 - \frac{K_5 (K_5\sigma + 3K_5\beta/8)}{2(1 + \beta + \sigma)} \right) \right. \\
&\quad \left. \cdot \lambda^2 - \frac{1}{2} \right\} \cdot A_1 B_1, \\
C &= \frac{\{\sigma + 3\beta/8 - \lambda K_5 (2\sigma + 3\beta/4) \cdot B_1\}}{4(1 + \beta + \sigma)} + \left\{ \left( 1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{K_5 (K_5\sigma + 3K_5\beta/8)}{4(1 + \beta + \sigma)} \right) \cdot \lambda^2 - \frac{1}{4} \right\} \cdot (A_1^2 + B_1^2).
\end{aligned}
\tag{4.20}$$

これらの結果、運動方程式(4.10)式の $O(\varepsilon^2)$ までの近似解が求められた。なお、近似解については $O(\varepsilon^2)$ までにとどめるものとする。

#### 4.3.1 粘性、非粘性領域におけるフロートの運動方程式の近似解

先に示した粘性、非粘性領域の運動方程式の近似解は(4.20)の解から容易に求まる。

粘性領域の運動方程式(4.12)式の近似解は(4.20)の解に $\sigma=0$ の条件によって、つぎのように求められる。

$$\begin{aligned}
C &= \left( \lambda^2 - \frac{1}{4} \right) (A_1^2 + B_1^2), \\
A_1 &= \frac{(1 - \lambda^2)}{2 \{ (1 - \lambda^2)^2 + \lambda^2 K_5^2 \}}, \\
B_1 &= \frac{\lambda K_5}{2 \{ (1 - \lambda^2)^2 + \lambda^2 K_5^2 \}}.
\end{aligned}
\tag{4.21}$$

なお、 $A_2$ 、 $B_2$  表式については、これを省略する。

非粘性領域の運動方程式(4.13)も同様に $\sigma \rightarrow \infty$ の条件によって

$$\left. \begin{aligned}
 C &= \left( \lambda^2 + \frac{1}{4} K_5^2 \lambda^2 - \frac{1}{4} \right) \cdot (A_1^2 + B_1^2) - \frac{K_5 \lambda B_1}{2} + \frac{1}{4}, \\
 A_1 &= \frac{(1 - \lambda^2)}{(1 - \lambda^2)^2 + K_5^2 \lambda^2}, \\
 B_1 &= \frac{K_5 \lambda}{(1 - \lambda^2)^2 + K_5^2 \lambda^2}.
 \end{aligned} \right\}$$

(4. 22)

として求められる。また、(4. 11)式についても(4. 20)式に $\beta=0$ の条件を代入することによって得ることができる。

#### 4. 3. 2 脈動誤差に関する解

脈動流れにおけるフロート指示 $x$ は(4. 14)、(4. 17)、(4. 18)、(4. 19)、(4. 20)の各式の関係からつぎのように表される。

$$\left. \begin{aligned}
 x &= x_0 (1 + \xi) = x_0 \{ 1 + \varepsilon \{ A_1 \cos \lambda \tau + B_1 \sin \lambda \tau \} \\
 &\quad + \varepsilon^2 \{ A_2 \cos 2 \lambda \tau + B_2 \sin 2 \lambda \tau + C \} \} \\
 &= x_0 \{ 1 + \varepsilon (A_1^2 + B_1^2)^{1/2} \cos (\lambda \tau - \phi_1) \\
 &\quad + \varepsilon^2 \{ (A_2^2 + B_2^2)^{1/2} \cos (2 \lambda \tau - \phi_2) + C \} \}
 \end{aligned} \right\}$$

ただし、 $\phi_1 = \tan^{-1} (B_1 / A_1)$ 、 $\phi_2 = \tan^{-1} (B_2 / A_2)$

(4. 23)

ここで、 $\phi_1$ 、 $\phi_2$ は位相角である。また、 $A_1$ 、 $B_1$ 、は(4. 18)式で、 $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C$ は(4. 20)式でそれぞれ与えられるものである。

(4. 23)式より、フロートの時間的平均位置 $\bar{x}$ は



$$\bar{X} = x_0 (1 + \varepsilon^2 \cdot C) \quad (4.24)$$

となる。したがって、脈動誤差（図4.1に示す差の無次元化）は

$$(\bar{X} - x_0) / x_0 = \varepsilon^2 \cdot C \quad (4.25)$$

で表される。この結果、脈動流の平均流量測定時に発生する脈動誤差は脈動流量振幅の2乗および特性値Cに比例することがわかる。

#### 4.3.3 特性値Cと $K_s$ 、 $\sigma$ 、 $\lambda$ 、 $\beta$

特性値Cは(4.20)式に見られるようにパラメータ $K_s$ 、 $\sigma$ 、 $\lambda$ 、 $\beta$ に依存するものである。図4.3は(4.20)式において $\beta = 0$ の場合の $\lambda$ とCの関係、図4.4は $\beta = 0$ の場合の $\sigma$ とCの関係、図4.5は $\beta (= \Phi Re^{1/2} / Re_0)$ の影響をCと $\lambda$ の関係でそれぞれ表したものである。

図4.3における $K_s$ は先の第3章の(3.20)式、および(4.5)、(4.8)式等の関係によって

$$K_s = \frac{1}{\alpha_0} \left( \frac{Re_0 + \Phi Re^{1/2} + Re}{Re} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho a^3}{M x_0} \right)^{1/2}$$

の形で表される。

したがって、 $K_s$ の値はレイノルズ数、流体の密度、流量計のフロートの断面積、質量およびフロートの指示位置 $x_0$ 、流量計の流量係数の各量で定まる。 $K_s$ が大きい場合（例えば流体の密度、フロートの断面積が大きく、レイノルズ数、フロートの質量、フロート指示位置が小さい場合）にはCは $\lambda$ と共に増大し、 $\lambda \rightarrow \infty$ で一定値に近づく特性を示す。一方、 $K_s$ が小さくなるとCは $\lambda = 1$ 付近で極大値をとるような特性を示す。なお、 $\lambda = 2\pi n_p t_* = 2\pi n_p / 2\pi f_b$ （ただし、 $t_* = 1 / 2\pi f_b$ 、 $f_b$ はフロートの固有振動数）であり、 $\lambda = 1$ はフロートの共振周波数を示す。

図4.4に見られるようにCの値は $\sigma (= Re / Re_0$ でレイノルズ数を示す)によっても大きく変化し、 $\sigma \rightarrow \infty$ （非粘性流域）でCの値は最も大きく、

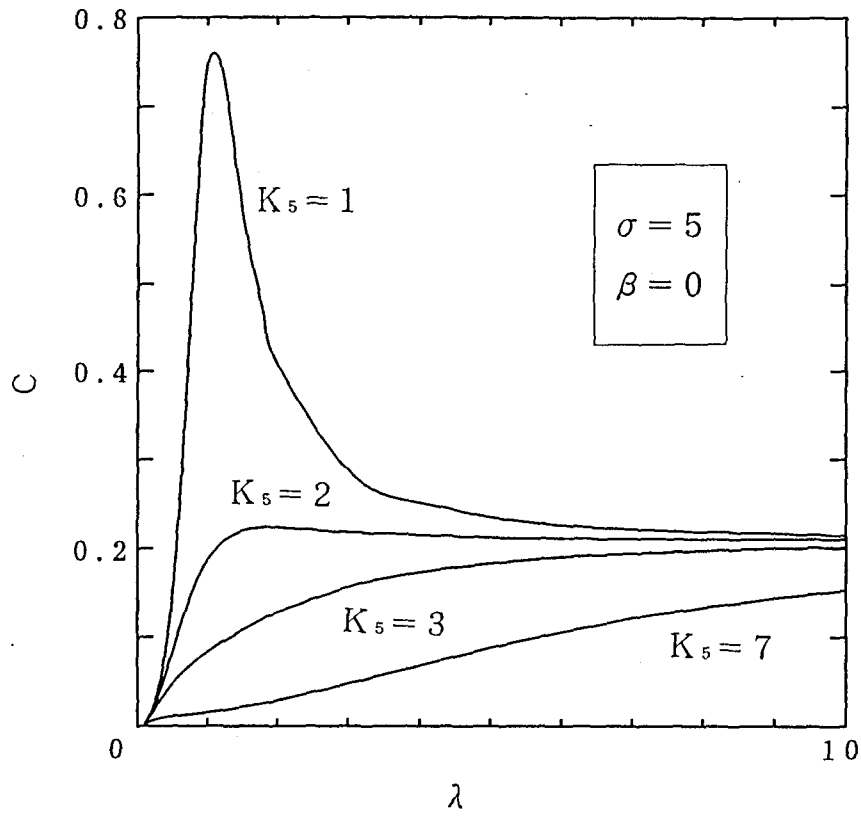


図4.3  $\lambda \sim C$ の関係

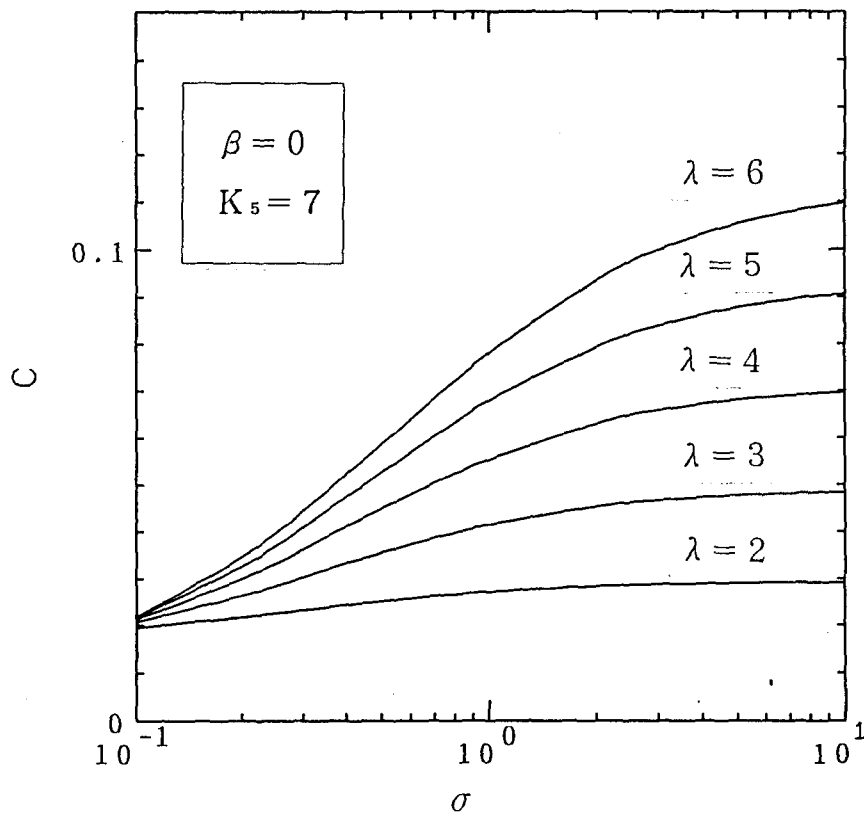


図4.4  $\sigma \sim C$ の関係

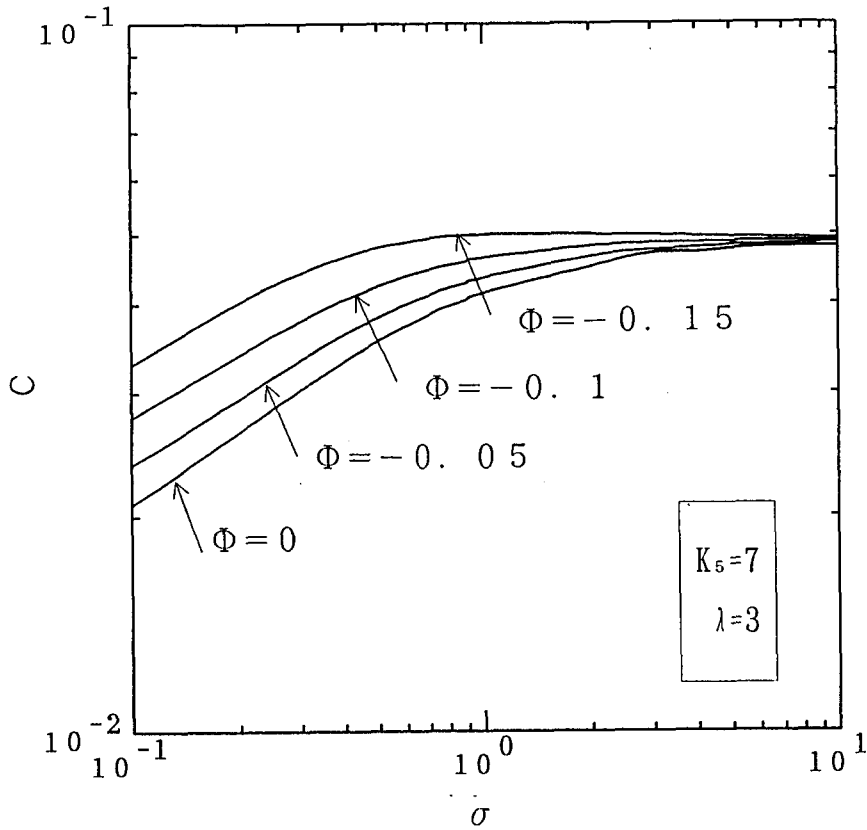


図4.5  $\Phi$ のCに及ぼす影響

$\sigma$ の減少と共にCの値は漸減する傾向を示す。

また、図4.5に見られるように、 $\Phi$ （フロートの形状に関する定数）によっても $\sigma$ とCの関係が大きく違っており、フロートの形状の違いが脈動誤差に大きく影響してくることがわかる。

#### 4.3.4 脈動誤差とフロート指示位置の差 $x_D$ の関係

本章では脈動誤差をフロート指示位置の差 $x_D = (\bar{x} - x_0) / x_0$ で求めているが、フロート形面積流量計の流量式（第2章の2.6式）をフロートの位置座標 $x$ を用いて表すと、テーバ管のテーバ角が小さい場合に

$$Q = K_r x,$$

$$K_r = \alpha b (2 M_m g / \rho a)^{1/2}, \quad b = 2 \pi r r \theta$$

で表される。

この関係を差  $x_D$  の関係式に適用すると

$$x_D = \frac{\bar{X} - x_0}{x_0} = \frac{Q_{pr} - Q_0}{Q_0}$$

となり、フロート指示位置の差  $x_D$  は流量誤差を表すことになる。ここに、 $Q_{pr}$  は脈動流に対しフロートが示す平均指示流量、 $Q_0$  は  $x_0$  に対応する定常流量である（＝脈動流量の実平均流量）。

#### 4. 3. 5 $\lambda \rightarrow \infty$ における脈動誤差

上述のように特性値  $C$  は  $\lambda$ 、 $\Phi$ 、 $\sigma$ 、 $K_s$  の値に大きく影響されるが、制動係数  $K_s$  が小さい場合のフロートの共振周波数付近の状況を除けば（4. 20）、（4. 22）式等において  $\sigma \rightarrow \infty$ 、 $\lambda \rightarrow \infty$  の条件で、 $C = 1/4 = 0.25$  の値となることがわかる。したがって、（4. 25）式の  $\lambda \rightarrow \infty$  での脈動誤差は

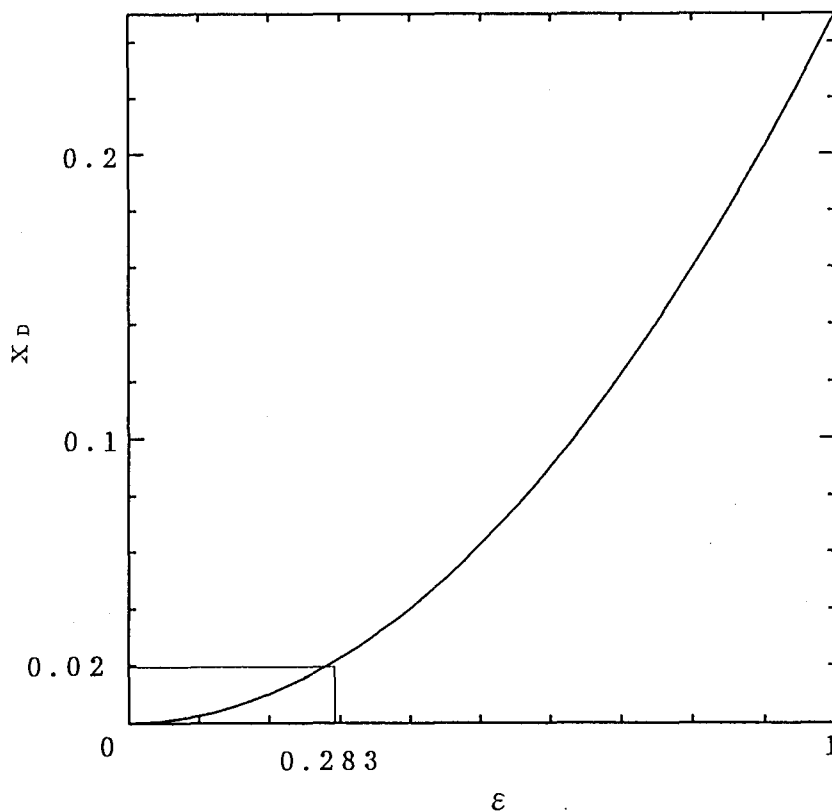


図4. 6  $\lambda \rightarrow \infty$  での  $x_D$  と  $\varepsilon$  の関係

$$x_D = \frac{\bar{X} - x_0}{x_0} = 0.25 \varepsilon^2$$

で表される（図4.6は上式を図式化したものである）。 $\lambda \rightarrow \infty$ でのフロート形面積流量計の脈動誤差と $\varepsilon$ の関係から、この流量計の精度<sup>6)</sup>2%が保証される $\varepsilon$ は、上式より $\varepsilon = 0.283$ 以下となる。この結果は牧らの脈動流の周波数が大きい場合の脈動誤差についての報告結果<sup>26)</sup>と一致したものになる。

つぎに、(4.21)式の粘性領域の特性値Cについて見ると、 $\lambda \rightarrow \infty$ では $C = 0$ であり脈動誤差は発生しないことがわかる。これらのことから、 $\lambda \rightarrow \infty$ での脈動誤差は $\sigma (= Re / Re_0)$ の値の変化によって特性値Cの値が0から0.25の範囲で変化することがわかる。

#### 4.4 運動方程式の数値解法

(4.10)の運動方程式を

$$\alpha_1 \xi'' + \beta_1 \xi' + \Gamma \xi'^2 + L_1 = 0$$

ただし、

$$\alpha_1 \equiv 2(1 + \beta + \sigma)(1 + \xi)^2,$$

$$\beta_1 \equiv K_5(1 + 2\sigma + 2\sigma q + 3\beta/2 + 3\beta q/4), \quad (4.26)$$

$$\Gamma \equiv -K_5^2 \sigma - 3K_5^2 \beta/8,$$

$$L_1 \equiv (1 + \beta + \sigma)(2\xi + \xi^2) - q(1 + 2\sigma + \sigma q - 3\beta/2 + 3\beta q/8).$$

のように表し、 $\xi$ の微分係数をつぎの差分式（ $\xi_{j-1}$ 、 $\xi_j$ 、 $\xi_{j+1}$ はそれぞれ $\tau_{j-h}$ 、 $\tau_j$ 、 $\tau_{j+h}$ の3点における $\xi$ の値、 $h$ は $\tau$ のきざみ間隔である）

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \frac{1}{2h} (\xi_{j+1} - \xi_{j-1}), \\ \xi'' &= \frac{1}{h^2} (\xi_{j+1} - 2\xi_j + \xi_{j-1}), \\ & j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

で近似し、 $\xi_{j+1}$ について整理すれば(4.26)式は

$$\left. \begin{aligned} \xi^2_{j+1} + 2N_n \xi_{j+1} + W &= 0 \\ N_n &= (2\alpha_1 + h\beta_1 - \Gamma \xi_{j-1}) / \Gamma \\ W &= \{-8\alpha_1 \xi_j + (4\alpha_1 - 2h\beta_1) \xi_{j-1} \\ & \quad + \Gamma \xi^2_{j-1} + 4h^2 L_1\} / \Gamma \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

となる。(4.28)式を $\xi_{j+1}$ に対する2次方程式として解けば、 $\xi_{j+1}$ が $\xi_j$ 、 $\xi_{j-1}$ などによってつぎのように表される。

$$\xi_{j+1} = -N_n \pm (N_n^2 - W)^{1/2} \quad (4.29)$$

なお、 $\Gamma \rightarrow 0$ で $\xi \neq \infty$ の条件により、符合は-の方を採る。

流量変動 $q(\tau)$ と初期値 $\xi_0$ 、 $\xi_1$ と $h$ を与えれば、(4.29)式によって $\xi_2$ が決まり、以後順々にフロート変位 $\xi$ を数値的に求めることができる。

図4.7は(4.10)式を数値解法によって求めた一例である。これによって、脈動流下でのフロートの動きの様子、脈動誤差の大きさ(差 $x_D$ )等を知ることができる(なお、図中の $\xi = 0$ の値は定常流れ下でのフロートの平衡位置 $X_0$ に相当するものである)。

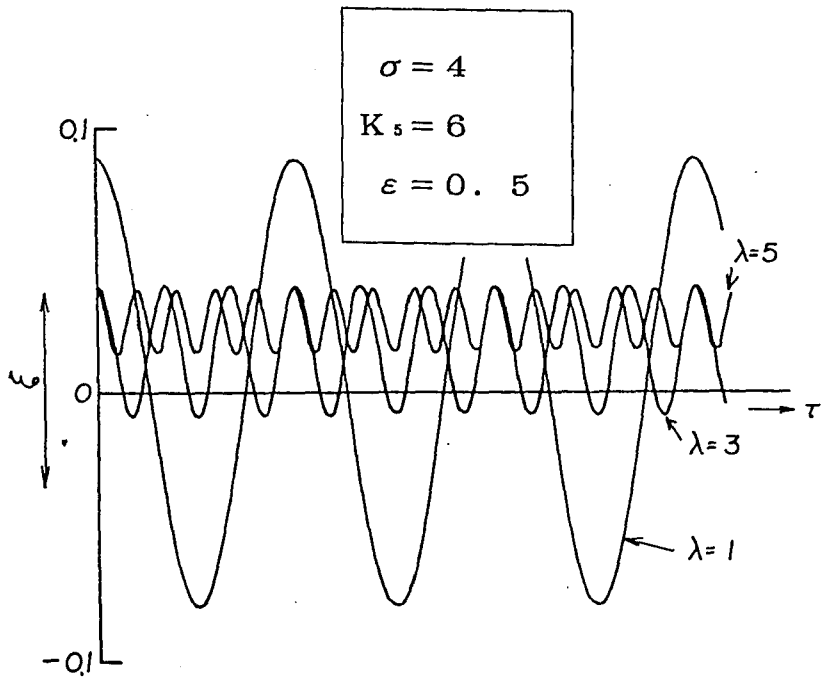


図 4. 7  $\xi$  の数値解

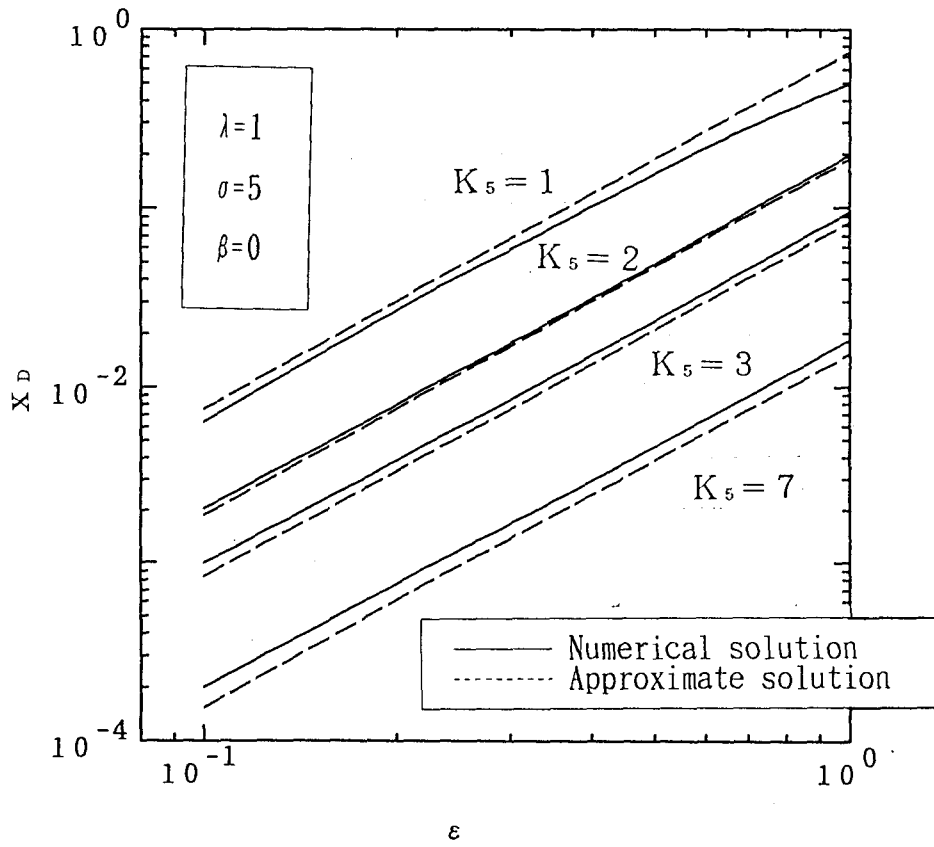


図 4. 8 数値解と近似解の比較

#### 4. 5 近似解と数値解による脈動誤差の比較

図4. 8は $\varepsilon \ll 1$ として求めた(4. 20)式の近似解が $\varepsilon$ のどの程度の大きさまで適用が可能であるかを数値解による結果と比較したものである。この結果に見られるように近似解と数値解は $\varepsilon$ の広範囲においてほぼ一致していることが認められる。このことから、 $\varepsilon \ll 1$ とした近似解は $\varepsilon \simeq 1$ までの適用が可能である。

#### 4. 6 結言

フロート形面積流量形を用いて脈動流の平均流量を測定した場合に発生する脈動誤差について、レイノルズ数やフロートの形状を考慮しフロートの運動方程式を導くとともに、その運動方程式を近似解法によって解いた。その結果、脈動する流れの平均流量測定において発生する脈動誤差は、脈動流によるフロート挙動の非線形性にもとづくものであり、特に小振幅の正弦波の脈動流においては、脈動誤差が脈動流量振幅の自乗と特性値C(レイノルズ数、脈動周波数、フロートの形状、減衰係数で定まる)によって影響を受けることが明らかになった。

また、 $\varepsilon \ll 1$ として近似解をもとに求めた脈動誤差が、 $\varepsilon$ のどの程度の大きさまで適用が可能であるかをフロートの運動方程式を数値解法によって直接的に解いた場合との比較で検討した結果、脈動誤差についての近似解は $\varepsilon \simeq 1$ まで概ね適用できることが明らかになった。



## 第5章 フロート形面積式量計の脈動誤差に関する実験的研究

### 5.1 緒言

先の第4章においてフロート形面積流量計を使って脈動する流れの平均流量を測定した場合に発生する脈動誤差を理論面から検討した。その結果、脈動誤差の大きさが脈動流量振幅、レイノルズ数、脈動流の周波数、フロートの形状等によって大きく影響を受けることを示した。

本章では、脈動誤差と脈動誤差に影響を及ぼす各要因との関係を実験面から調べるとともに、これらの実験結果と先の第4章に示した理論解との比較を行うものである。

### 5.2 実験装置および実験方法

本実験に使用した実験装置の概略を図5.1に示す。この実験装置での脈動流は

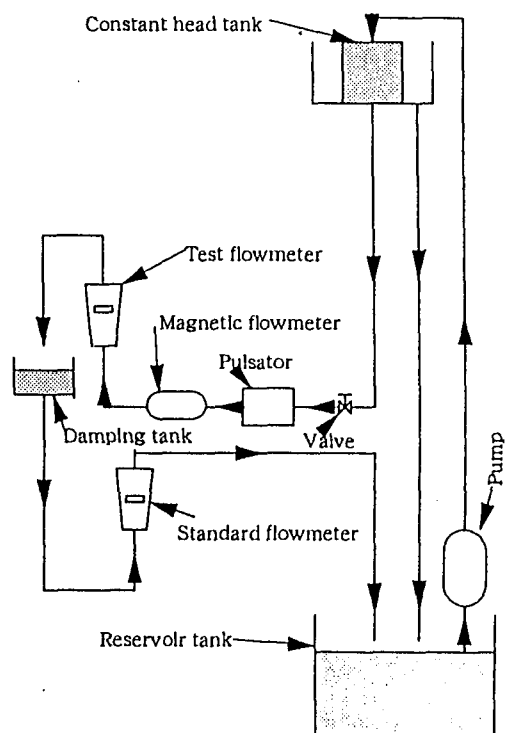


図5.1 実験装置

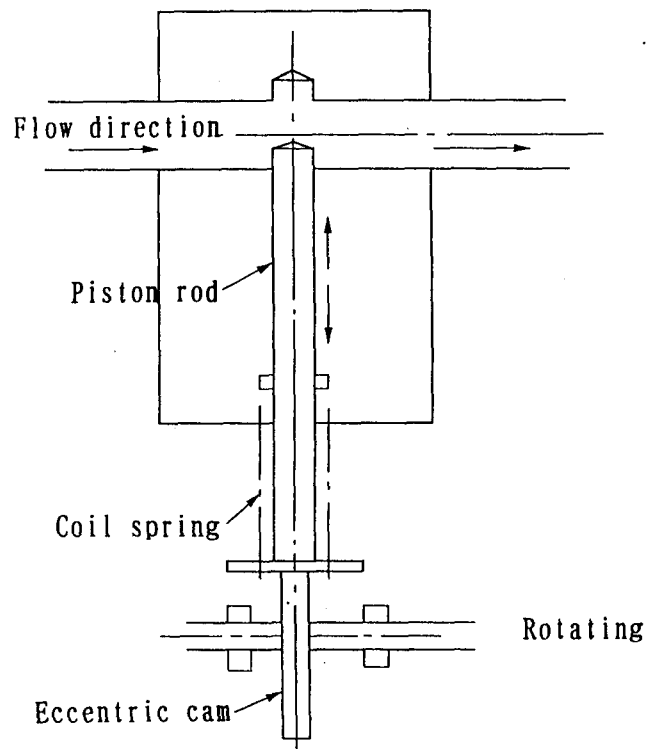


図 5. 2 脈動流発生装置

表 5. 1 テーパー管およびフロートの寸法・形状

Tapered tube				Float								
Type	Dt1	Dt2	L	Type	df	a	b	c	f	e	h	Weight (gr)
				(A2)	12							2.1
(I)	12.05	15.3	215	(C3)	12	6.5	3	17	3.1	0.3		4.9

テスト用のフロート形面積流量計の上流部に設置した脈動流発生装置（図5. 2）で発生させる。この脈動流発生装置は駆動源として可変速モータを用い、偏心カムとピストンの組み合わせによって流体の流れる管路部を周期的に開閉させる方法で脈動流れを作り出す。そして、脈動流発生装置によって発生させた脈動流の流量をテスト用のフロート形面積流量計の上流部に設置した電磁流量計で測定する（電磁流量計は周波数の応答性が余り良くないこと、油性流体の流量測定ができないことから、実験では水における比較的低い脈動流の周波数においてのみ用いた）。脈動流の平均実流量の測定はテスト用フロート形面積流量計から流出した脈動流を整流タンクで整流し脈動を取り除いた後、同種フロート形面積流量計（測定流体毎にキャリブレーション実施、以下標準流量計と呼ぶ）で行う。なお、テスト用フロート形面積流量計については表5. 1に示すテーパ管とフロートを用いた。フロートについてはフロートの形状の脈動誤差への影響を調べるため、先の第3章の結果において流量係数とレイノルズ数の関係の特性が大きく異なる二つの形状を選んでいる。

脈動誤差を実験的に求める方法として、初めに定常な流れをテスト用フロート形面積流量計に流し、任意のフロート指示位置  $x_0$  を定め、その指示位置に対する流量を標準流量計で計測する。つぎに、脈動流発生装置で脈動流を発生させ、脈動流れをテスト用フロート形面積流量計に流すと共に、脈動流の平均流量が、先の定常流れの流量値と同じになるように、脈動流発生装置の上流部にあるバルブによって調節をする。そして、定常流れの流量値と脈動流れの流量値が同値になった後、脈動流れでテスト用フロート形面積流量計が示すフロートの最大指示位置  $x_u$  と、最小指示位置  $x_d$  を読みとる。そして、 $x_u$ 、 $x_d$  の平均指示位置  $\bar{x}$  と定常流れのフロート指示位置  $x_0$ （平衡位置）との差  $x_D$ （ $=\bar{x} - x_0$ ）を求める。この手順を脈動流の周波数、レイノルズ数、フロートの形状等をそれぞれに変えて行い、脈動流の周波数、レイノルズ数、フロートの形状等が差  $x_D$  の発生にどのように影響してくるかを調べる。

### 5. 3 実験結果とその検討

#### 5. 3. 1 フロートの無次元振幅からの流量振幅 $\varepsilon$ の算出。

電磁流量計は周波数の応答性があまり良くないこと、油性流体の測定が不可能

なこと等、その適用に限界がある。そこで、電磁流量計の使用が不可能な場合の脈動流体の流量振幅を把握する方法として、フロート形面積流量計の脈動する流れの流量測定時のフロートの動きから、流量振幅を求めることを検討する。

脈動流れ下でのフロートの無次元振幅

$$\delta_x = \frac{X_u - X_d}{2X_0} \quad (5.1)$$

を用い、 $\varepsilon$ を算出することを考える。先の第4章の(4.23)式から、流量振幅 $\varepsilon$ と $\delta_x$ の間には

$$\delta_x \doteq \varepsilon (A_1^2 + B_1^2)^{1/2} \quad (5.2)$$

の関係があるので第4章の結果から $A_1$ 、 $B_1$ を与えると(5.2)式を用いて $\delta_x$ から $\varepsilon$ を推定することができる。

図5.3はフロート形面積流量計に流入する脈動流れ(水)の流量振幅を電磁流量計で測定した値 $\varepsilon_{ex}$ と、その時のフロートの無次元振幅 $\delta_x$ によって(5.2)式から算出した流量振幅 $\varepsilon_c$ との関係を比によって示したものである。両者の間には若干のバラツキは見られるが概ね一致していると認められる。このことから、フロートの無次元振幅 $\delta_x$ を用いて脈動流の流量振幅 $\varepsilon$ を知ることが可能であることがわかる。

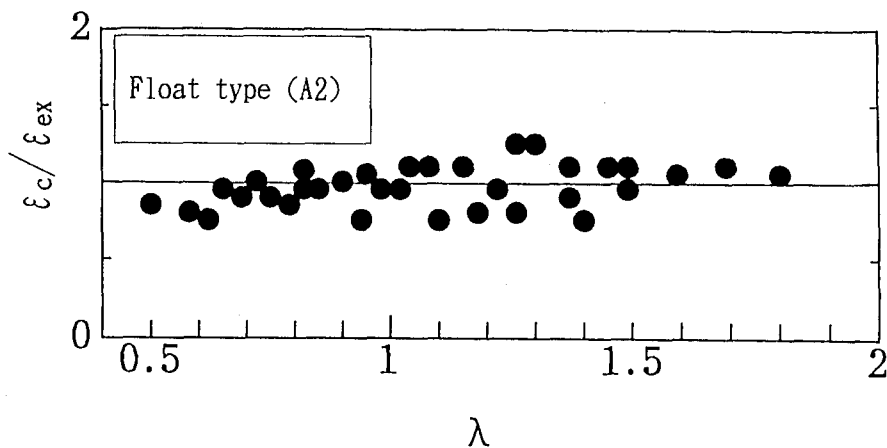


図5.3 実測とフロートの無次元振幅による $\varepsilon$ の比較

そこで、脈動誤差を表す関係式、すなわち、第4章の(4.25)式  $(\bar{x} - x_0) / x_0 = \varepsilon^2 \cdot C$  に相当する関係として、先の(5.2)式を用いると

$$\frac{\bar{x} - x_0}{x_0 \delta x^2} = \frac{C}{A_1^2 + B_1^2} \equiv G \quad (5.3)$$

となる。(5.3)式の左辺は実験的に求めることができ、また、右辺は理論的に計算できる。したがって、両者の一致の程度によって同式の適合性を判断することができる。

図5.4は(5.3)式の左辺の実験的に求められる  $(\bar{x} - x_0) / (x_0 \cdot \delta x^2)$  と右辺の理論的に算出できる  $C / (A_1^2 + B_1^2)$  との比較をしたものである。この結果では、理論的に算出したGの値と実験によって求めたGの値の間には若干の差がλの高い値で見られるが、物性値(レイノルズ数)が大きく変化した場合でも両者の関係はほとんど変わらないことがわかる。

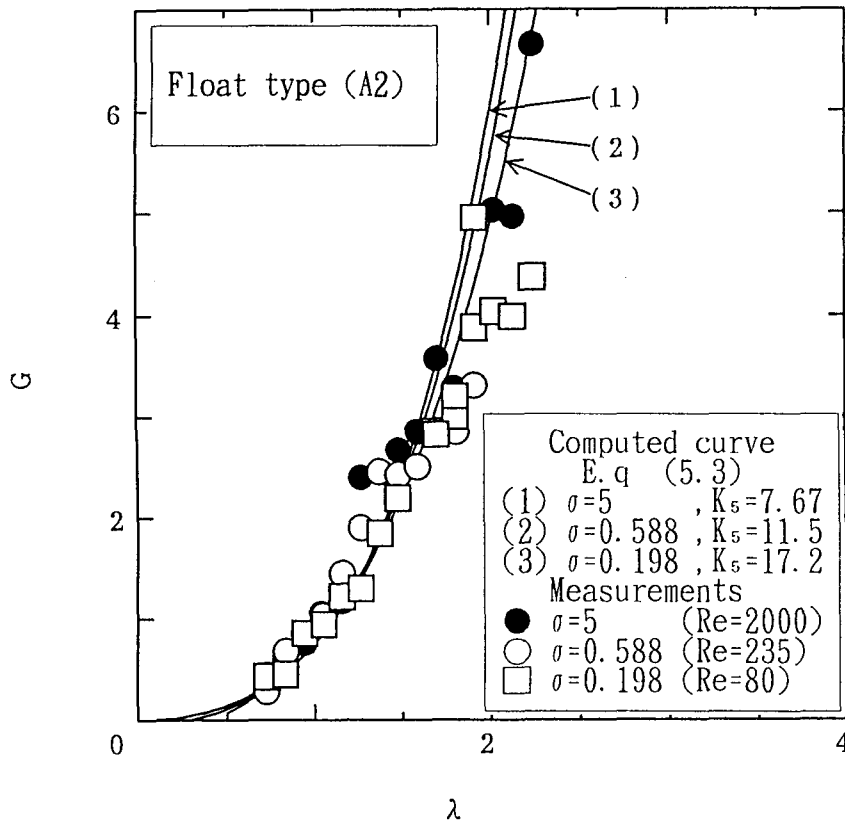


図5.4 λ～Gの関係

この結果から、レイノルズ数が大きく変化した場合でも、フロートの無次元振幅によって流量振幅  $\varepsilon$  を求めることが可能であることが明らかになった。

そこで、実験的に求められる特性値  $C$  については

$$C = \frac{\bar{X} - x_0}{x_0 \delta_x^2} \cdot (A_1^2 + B_1^2) \quad (5.4)$$

を用い、整理することにする。

### 5.3.2 脈動誤差の実験結果と理論解との比較

図5.5、図5.6は(5.4)式をもとに実験的に求めた  $C$  の値と近似解(第4章の(4.20)式)による  $C$  の値および運動方程式(第4章の(4.10)式)を数値的に解いて求めた  $C$  の値の三者をそれぞれ示したものである。

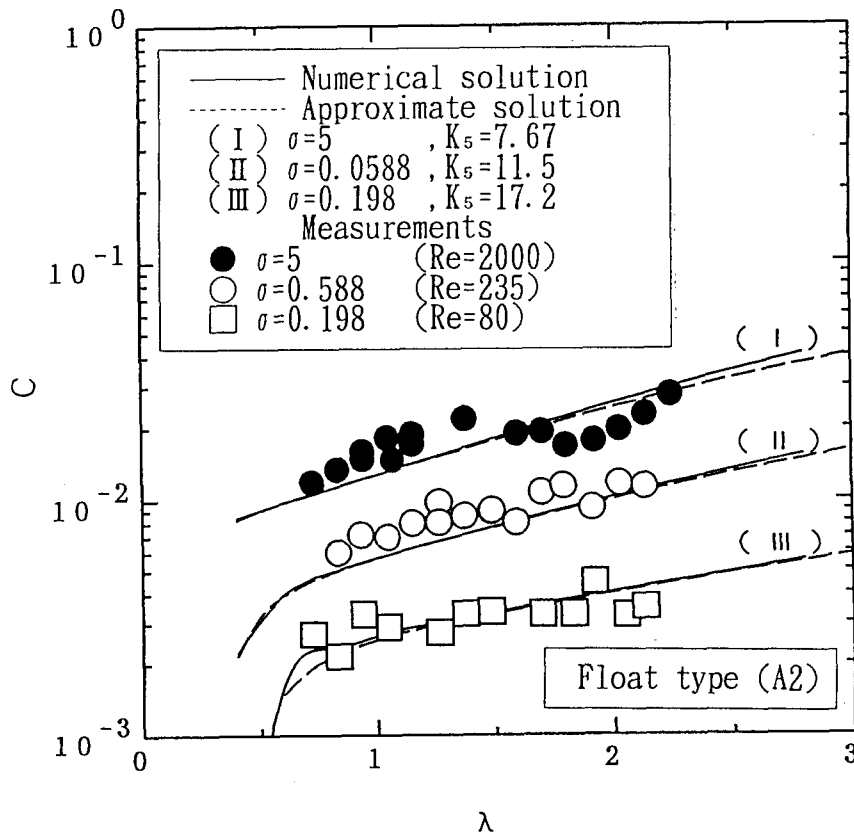


図5.5  $C \sim \lambda$  の関係 (フロート (A2))

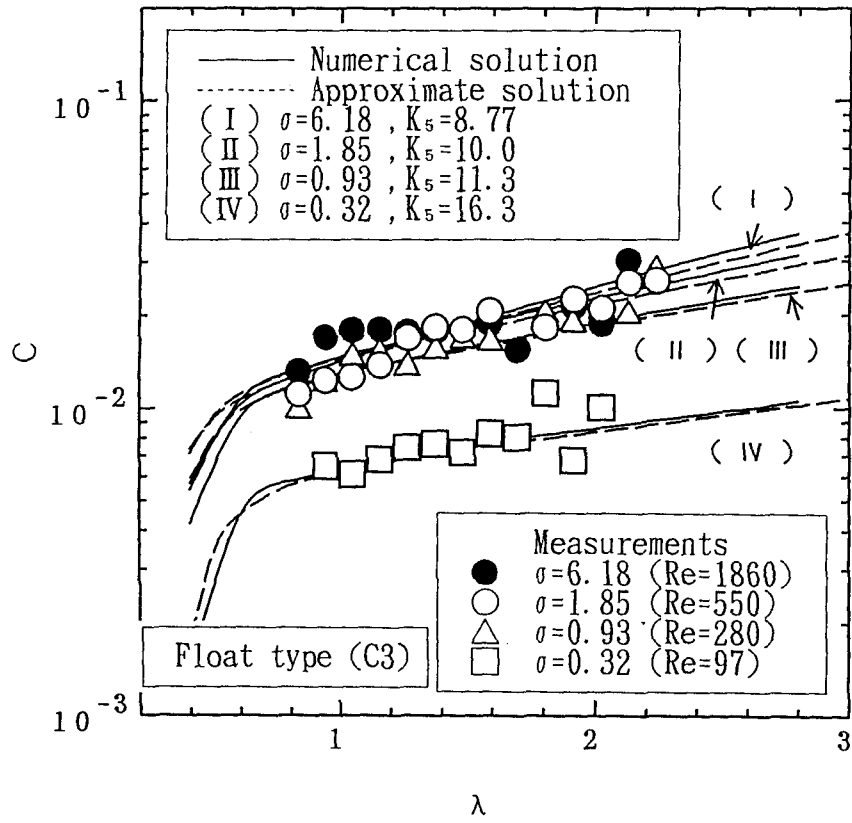


図5.6 C~λの関係 (フロート (C3))

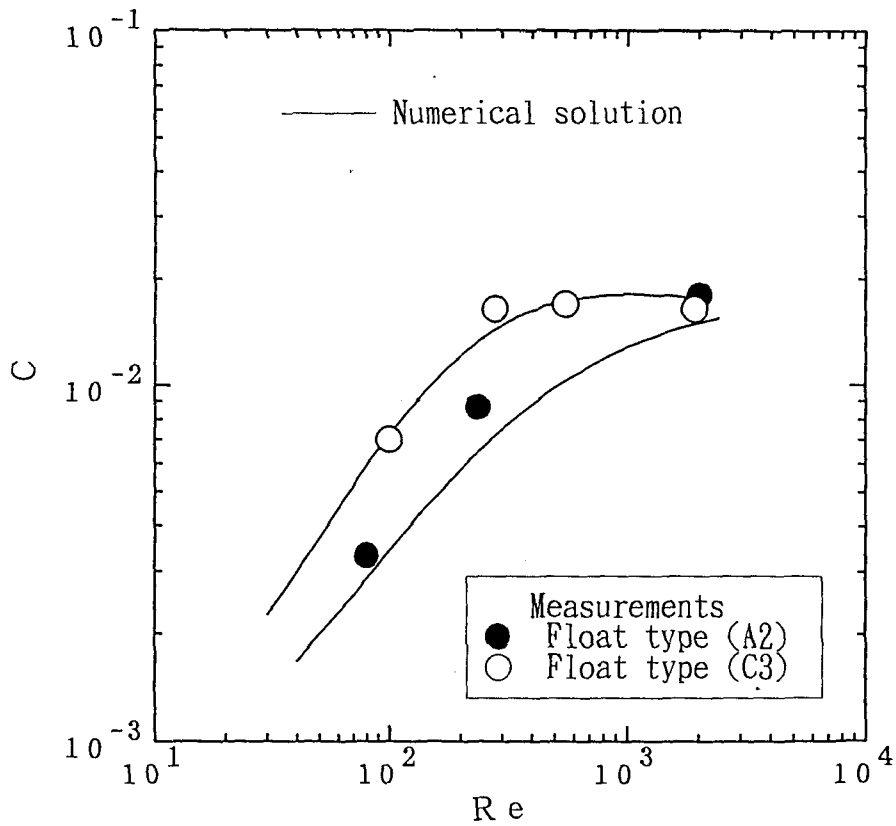


図5.7 フロート形状の違いがCに及ぼす影響 ( $\lambda = 1.5$ )

実験結果に見られるように、特性値  $C$  の値は脈動流の周波数  $\lambda$ 、レイノルズ数  $\sigma$  の条件によって大きく違ってくるのがわかる。そして、レイノルズ数  $\sigma$ 、脈動流の周波数  $\lambda$  によって大きく異なる実験結果の特性値  $C$  と近似解および数値解から求まる特性値  $C$  の間に良好な一致が認められる。

図 5. 7 はフロートの形状の違いが  $C$  に及ぼす影響について求めた実験結果を理論解と比較したものである。フロートの形状が異なると、レイノルズ数の値によって  $C$  の値が大きく異なってくるのが実験結果において認められる。そして、フロートの形状を考慮した理論解の特性値  $C$  とフロート形状毎の実験結果の特性値  $C$  の間にも良好な一致が認められる。

これらの実験結果と理論解の比較により、先の第 4 章において、レイノルズ数、フロートの形状等を考慮に入れて導出した運動方程式の解から定まる脈動誤差によって、実際に発生する脈動誤差をほぼ正確にとらえることが可能であることが明らかになった。

#### 5. 4 結言

以上、脈動流れの平均流量をフロート形面積流量計を使って測定した場合に発生する脈動誤差を実験面から調べた。その結果、脈動流の流量振幅  $\varepsilon$ 、脈動流の周波数  $\lambda$ 、レイノルズ数  $Re$ 、フロート形状等の諸要因が脈動誤差に大きく影響すること、そして、これらの諸要因が実際に脈動誤差に及ぼす影響の大きさは、第 4 章での理論的に求められる影響の大きさとほぼ一致することが明らかになった。また、脈動誤差に大きく影響を与える脈動流量の振幅  $\varepsilon$  の値が、脈動流の周波数が比較的小さい場合に、フロートの無次元振幅を用いてほぼ正確に求めることが可能なことも明らかになった。



## 第6章 テーパ管のテーパ角、脈動流の流量波形が脈動誤差に及ぼす影響についての考察

### 6.1 緒言

フロート形面積流量計による脈動流の平均流量測定において発生する脈動誤差が脈動流量の振幅、脈動流の流量変動の周波数、フロートの形状、レイノルズ数によって影響を受けることを先の第4章、第5章において理論と実験の両面から検討した。

本章では実験面での検討が比較的困難と思われるテーパ管のテーパ角、脈動流の流量波形の要因が脈動誤差に及ぼす影響について理論面から考察する。このテーパ管のテーパ角、脈動流の流量波形の脈動誤差への影響を検討した報告は、ほとんどなく、脈動流の流量波形の影響に関して、V. P. HEADが種々の流量計についての脈動誤差の報告<sup>24)</sup>の中で脈動流の流量波形の影響を示唆した内容が見られるだけのようである。

### 6.2 テーパ管のテーパ角の脈動誤差への影響

#### 6.2.1 フロートの運動方程式

フロートの運動を検討するに当たって、第4章での仮定と同様、脈動流のもとでの任意の時刻のフロートの抵抗が、その時刻のフロートの位置とフロートに相対的なテーパ管入り口部流速で定まり、その値はこれらの流速とフロート位置に対する定常流れ下での値に等しいとする。また、脈動流れにおいて粘性の影響はないもの ( $Re \rightarrow \infty$ ) とする。これらの仮定のもとでの脈動流れ下におけるフロートの抵抗  $D$  を

$$D = \frac{1}{2} \rho u_p^2 a C_D = \frac{1}{2} \rho u_p^2 a \cdot \frac{1}{\alpha_0^2} \left( \frac{a}{s} \right)^2 = \frac{\rho a^3 u_p^2}{2 \alpha_0^2 s^2} \quad (6.1)$$

で表す。

ここで、 $u_p$  はフロートに相対的なテーパ管入り口部流速、 $\rho$  は流体の密度、 $a$  はフロート最大直径部断面積 (=テーパ管入り口部面積)、 $s$  はフロートとテー

パイプのすきま面積、 $C_D$ はフロートの抗力係数、 $\alpha_0$ はフロートの流量係数である。

フロートの運動方程式は

$$M\ddot{x} = \frac{\rho a^3}{2\alpha_0^2 s^2} \left( \frac{Q_P}{a} - \dot{x} \right)^2 - M_n g \quad (6.2)$$

で表される。ここで、 $M$ はフロートの質量、 $M_n g$ は流体中のフロートの重さ、 $Q_P$ は脈動流量、 $\dot{x}$ はフロートの速度である。

(6.2)式の脈動流量 $Q_P$ と、それに対応するフロート変位 $x$ を、それぞれ定常流量 $Q_0$ と定常流れ下でのフロートの平行位置 $x_0$ を用いて、つぎのように表す(第4章での(4.3)式)。

$$\left. \begin{aligned} Q_P &= Q_0 (1 + q), \\ x &= x_0 (1 + \xi). \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

また、(6.2)式のパイプとテーバ管の隙間面積 $s$ はテーバ管入り口部半径 $r_f$ 、テーバ角 $\theta$ 、フロート位置座標 $x$ を用いてつぎのように表す。

$$\left. \begin{aligned} s &= \pi \{ (r_f + x \tan \theta)^2 - r_f^2 \} \\ &= 2\pi r_f \Phi_s x + \pi \Phi_s^2 x^2, \\ \Phi_s &= \tan \theta. \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

先の第4章では(6.4)式で $\theta$ が非常に小さい場合を取り扱うとして、すきま面積 $s$ とフロートの位置座標 $x$ の関係を線形化した。本章では $x$ の2次までを考えるものである。(6.3)、(6.4)式を用いて(6.2)式を整理すると、つぎのようになる。

$$\ddot{\xi} = \frac{\rho a Q_0^2}{2\alpha_0^2 b_1^2 M x_0} \cdot \frac{(1 + q - K_f \dot{\xi})^2}{\{1 + \xi + f(1 + \xi)^2\}^2} - \frac{M_n g}{M x_0} \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} K_4 &= \frac{a x_0}{Q_0}, & f &= \left( \frac{c_0}{b_1} \right) = \frac{x_0}{2 r_f} \tan \theta, \\ c_0 &= \pi \Phi_3^2 x_0^2, & b_1 &= 2 \pi r_f \Phi_3 x_0. \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

ところで、(6.5)式において、定常流れでは $q = \xi = 0$ であるから

$$\frac{\rho a Q_0^2}{2 \alpha_0^2 b_1^2 M x_0} = \frac{M_n g}{M x_0} \cdot (1+f)^2 \quad (6.6)$$

となる。

(6.6)式により、フロート形面積流量計のテーパ角 $\theta$ が比較的大きい場合の定常流れ下の流量式 $Q_0$ が次のように表される。

$$Q_0 = \alpha_0 b_1 (1+f) \left( \frac{2 M_n g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (6.7)$$

(6.7)式に(6.5)式の $f = x_0 \tan \theta / 2 r_f$ の關係を用いるとテーパ角 $\theta$ が大きい場合には流量 $Q_0$ とフロート位置座標 $x_0$ の間には線形の関係が成り立たなくなることがわかる。なお、 $f = 0$ と置いた場合はテーパ角が小さい場合の流量式となる。

(6.5)式を(6.6)の關係を用いてさらに整理すると、フロートの運動方程式は

$$\begin{aligned} \{1 + \xi + f(1 + \xi)^2\}^2 \frac{M x_0}{M_n g} \ddot{\xi} &= (1+f)^2 (1+q - K_4 \dot{\xi})^2 \\ &\quad - \{1 + \xi + f(1 + \xi)^2\}^2 \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。さらに、(6.8)式を $t = t_* \tau$ 、 $t_* = (M x_0 / 2 M_n g)^{1/2}$ により時間を $\tau$ に変換し、その微分演算を $'$ で表すとともに、 $\xi$ 、 $\xi'$ 、 $q$ の高次の微小項を省略することによって $\xi$ を定めると、以下のような微分方程式がえられる。

$$\begin{aligned}
& 2 \{ 1 + 2f + f^2 + (2 + 6f + 4f^2) \xi + (1 + 6f + 6f^2) \xi^2 \} \xi'' \\
& + k_s (2 + 2q - K_s \xi' + 4f + 4fq - 2fK_s \xi' + 2f^2 + 2f^2q \\
& - f^2K_s \xi') \xi' + (2 + 6f + 4f^2) \xi + (1 + 6f + 6f^2) \xi^2 \\
& = q (2 + q + 4f + 2f^2 + f^2q + 2fq) \quad , \\
\end{aligned} \tag{6.9}$$

ただし、 $K_s = \frac{ax_0}{Q_0 t_*} = \frac{K_4}{t_*}$  .

なお、(6.9)式において $f=0$ と置いた場合はテーパ角が非常に小さいとした先の第4章の非粘性領域の運動方程式(4.13)となる。

(6.9)式から、各 $f$ ごとに解 $\xi$ を求めることでテーパ角 $f$ のフロートの挙動への影響を調べることができる。なお、同式の $\xi$ の解については先の第4章で用いた数値解法により求めるものとする。

#### 6.2.2. フロートの挙動に見るテーパ角の影響

(6.9)式の解 $\xi$ を求めるに当たり、同式における変動流量 $q$ の波形は余弦波 $q = \varepsilon \cos \lambda \tau$  ( $\varepsilon$ は変動流量の無次元振幅、 $\lambda = 2\pi n_P t_*$ )とする。

まず、テーパ角の違いが脈動する流れによって振動するフロートの動き( $\xi$ の解)にどのような影響を及ぼすかを検討する。

図6.1、図6.2は流量計のテーパ角の違いによって脈動流におけるフロートの動きにどのような影響が現れるかを示した一例である。テーパ角の違いによるフロートの運動への影響は振動するフロートの振幅の大きさの違いとして現れ、テーパ角に比例した $f$ の値を大きくとるほど、フロート振幅は増大する傾向を示すことがわかる。

つぎに、テーパ角がフロートの動きに及ぼす影響を振動するフロートの平均指示位置 $\bar{x}$ と定常流の同流量におけるフロートの平衡位置 $x_0$ との間に発生する指示位置の差 $x_D$ の大きさを検討する。ここに差 $x_D$ は $x_D = (\bar{x} - x_0) / x_0$ である。

図6.3、図6.4は差 $x_D$ の大きさと脈動流の周波数 $\lambda$ の関係を $f$ の値をパラメータとして示したものである。図中の $f=0$ は(6.4)式でテーパ角が非常

に小さいとして線形近似が可能である場合の差  $x_D$  を示すものである（テーパ角  $\theta = 0$  を意味するものではない）。

これらの結果、差  $x_D$  と  $\lambda$  の関係において見られる一連の特性は、周波数  $\lambda$  を低、中、高の三つの領域に概略的に区分した場合、各周波数領域によって、テーパ角  $f$  の  $x_D$  に及ぼす影響の様子は大きく異なっていることがわかる。中間領域（共振点  $\lambda = 1$  を中心とした近傍）でのテーパ角の  $f$  による影響は、テーパ角  $f$  が大きくなるほど差  $x_D$  は増大する傾向を示す。一方、 $\lambda$  の低い領域および高い領域ではテーパ角  $f$  の値が大きくなるほど差  $x_D$  は減少する傾向を示す。そして、 $\lambda$  が特に低い領域ではテーパ角  $f$  を大きく採ると負の  $x_D$  が発生する。このように、テーパ角  $f$  の  $x_D$  に及ぼす影響は、 $\lambda$  によってその様子が大きく変わる。そして、特に  $\lambda$  の小さいところではテーパ角の大きさによっては負の  $x_D$  が生じる等、その影響は複雑なものとなっている。ここで、 $\lambda$  の特に低い領域で負の  $x_D$  が発生する原因について検討する。

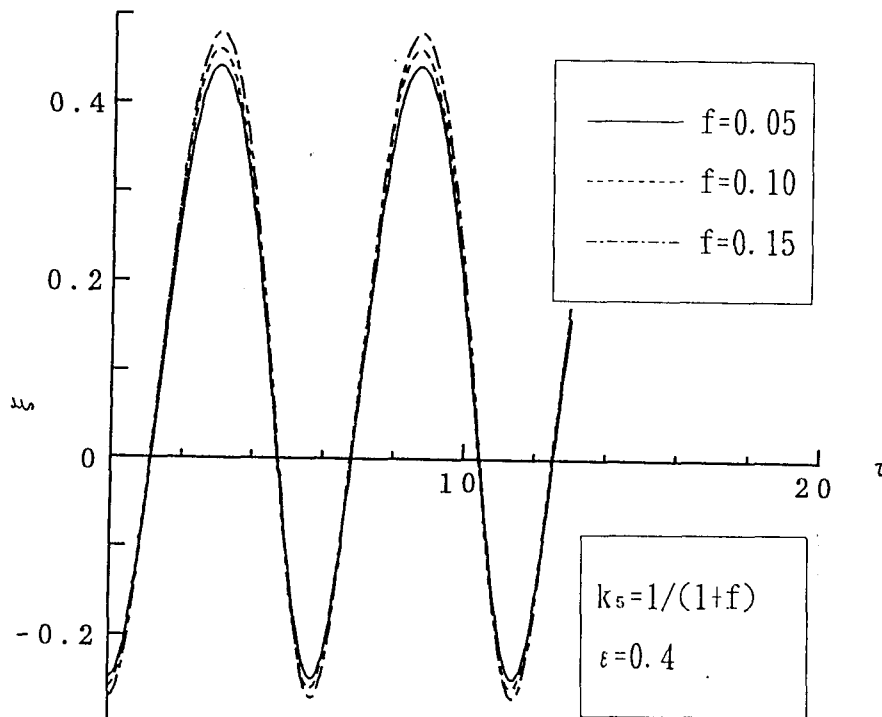


図 6. 1 フロートの挙動に見るテーパ角の影響 ( $\lambda = 1.1$ )

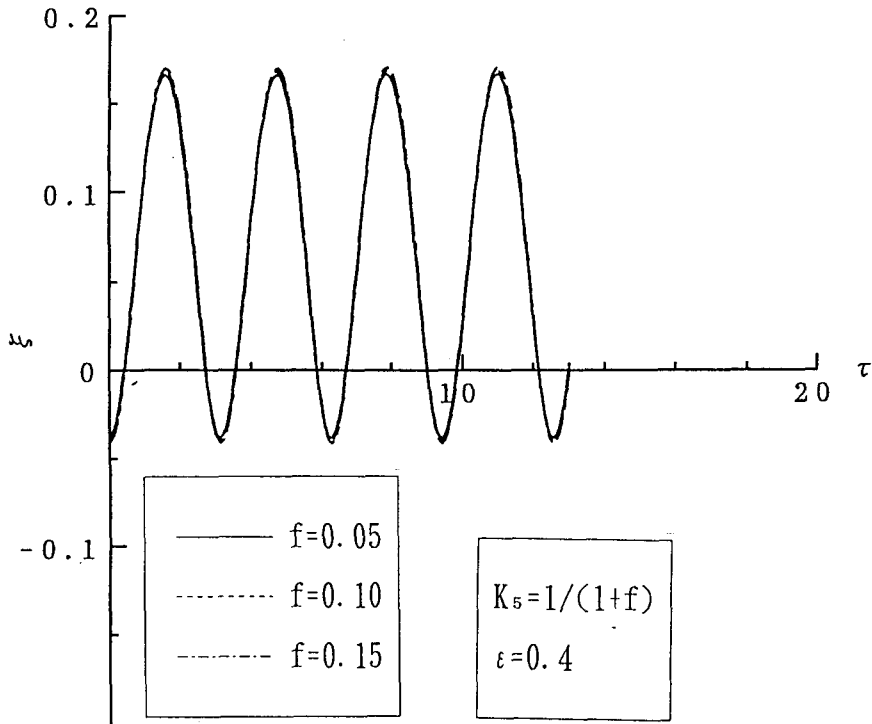


図6.2 フロートの挙動に見るテーパ角の影響 ( $\lambda = 2.0$ )

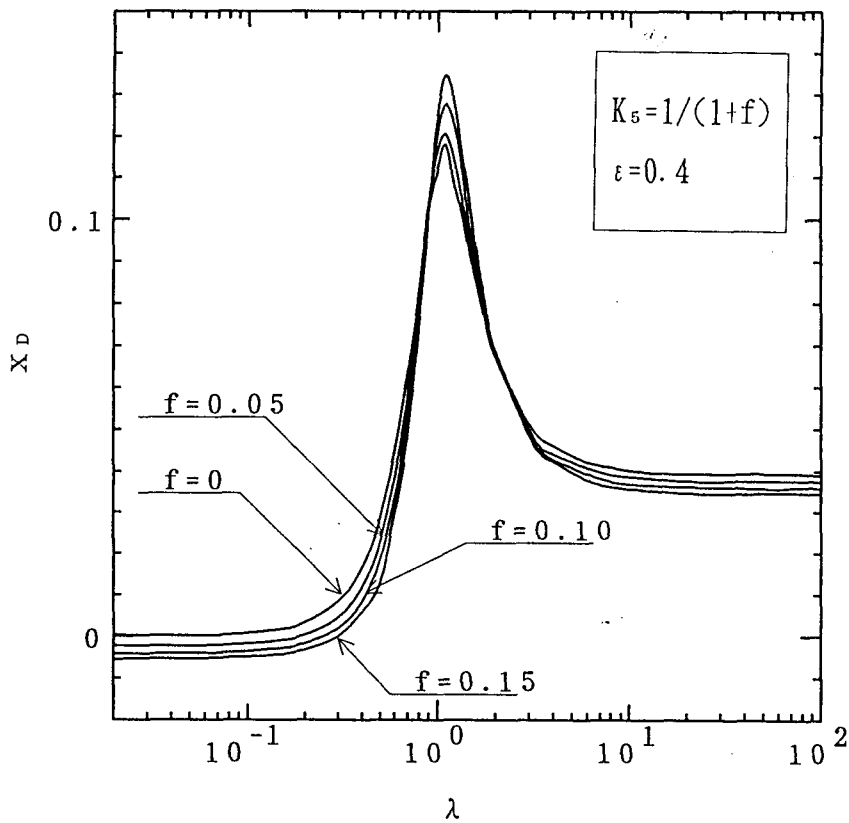


図6.3  $X_D \sim \lambda$  の関係 ( $K_s$ が小さい場合)

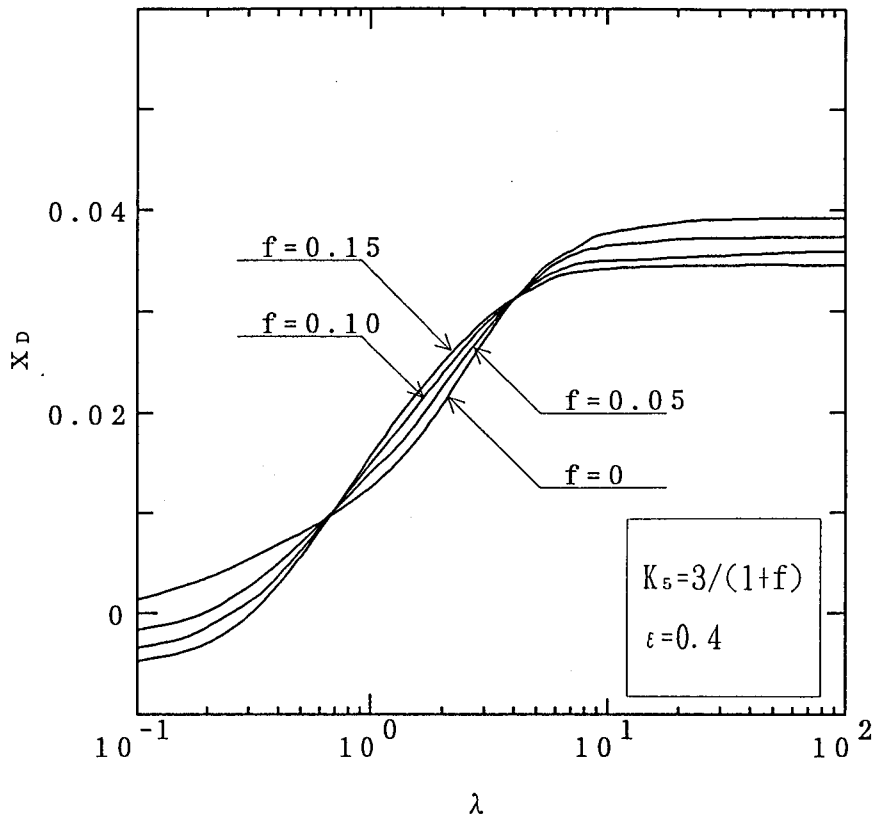


図6.4  $x_D \sim \lambda$  の関係 ( $K_s$  が大きい場合)

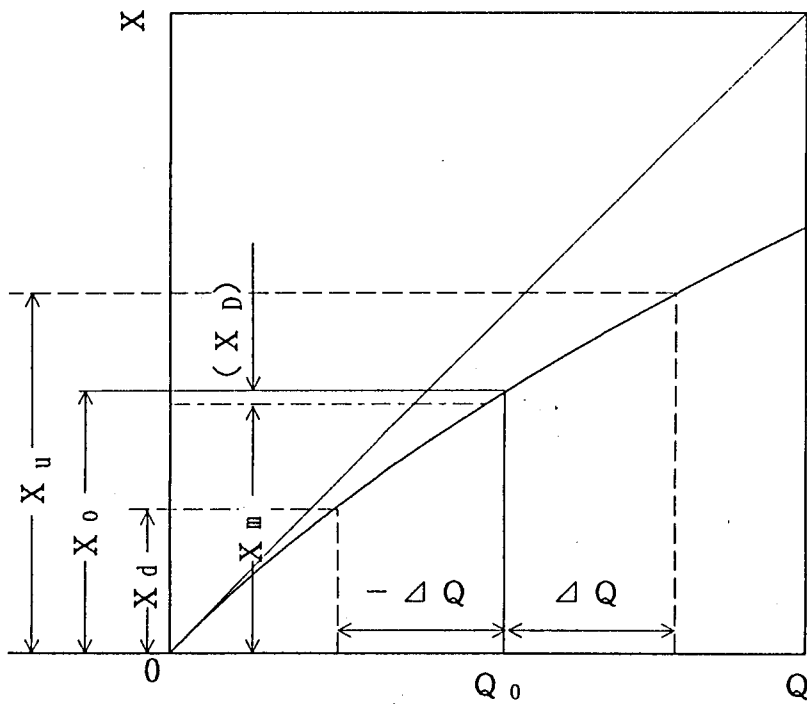


図6.5 テーパー角が大きい場合の  $x \sim Q$  の関係

図6. 5はフロート形面積流量計のテーパ角 $f$ が大きい場合の流量式(6. 7)をフロート指示位置 $x$ と流量 $Q$ の関係で図式化したものである。

脈動流の周波数が非常に低い場合、そこでの流れは準定常流れであると考えられる。したがって、脈動流 $Q_0 + \Delta Q$ に対し( $\Delta Q$ は変動流量)、フロートは図のように定常流の流量特性(流量とフロート指示値の関係)に沿った形で動く。この時のフロートの動き(最大指示位置 $x_u$ 、最小指示位置 $x_d$ )から定まる平均指示位置 $x_m (= (x_u + x_d) / 2)$ と定常流量 $Q_0 (=$ 脈動流の平均流量)でのフロート平衡位置 $x_0$ の間には、流量特性の非線形性が原因で、図のように $x_m < x_0$ の状況がおこる。このように、 $x_D$ が負の値を取ることは流量計の流量特性が非線形であるところに原因がある。

脈動誤差をフロート指示位置の差 $x_D$ の関係で検討する場合、テーパ角が大きい場合は差 $x_D$ に脈動流による原因とは異なった上述のような誤差が含まれることから、テーパ角が大きい場合は $x_D$ は脈動誤差の評価に適さないことになる。

### 6. 2. 3 脈動誤差に見るテーパ角の影響

先の節においてテーパ角の影響をフロートの指示位置の差 $x_D$ の大きさの面から検討したが、テーパ角が大きい場合は、(6. 7)式の流量式で知れるように、フロート指示位置と流量の間には線形の関係が成立しない。したがって、テーパ角が非常に小さいとした $f = 0$ の場合を除いて、先の図6. 3、図6. 4に示した差 $x_D$ の特性をそのまま脈動誤差(流量誤差)の特性として使用することはできない。そこで、数値解から求まるテーパ角 $f$ 毎の時間的に変動するフロートの指示位置を(6. 7)式の関係によりフロートの指示する流量 $Q_{pr}$ の時間的変化に置き換える。そして、このフロートの指示流量 $Q_{pr}$ に変換して求められる平均指示流量 $Q_{pm}$ と実流量 $Q_a (= Q_0)$ との間に生ずる流量の差から脈動誤差を求め、テーパ角の脈動誤差への影響を調べる。ここで脈動誤差 $E$ は $E = (Q_{pm} - Q_a) / Q_a$ である。

図6. 6、図6. 7はテーパ角の違いによる影響がフロートの指示流量 $Q_{pr}$ にどのように現れるかを示した一例である。指示流量 $Q_{pr}$ へのテーパ角の影響はテーパ角 $f$ が大きくなるほど指示流量 $Q_{pr}$ の振幅が増大する形で現れてくる。

図6. 8、図6. 9は各テーパ角 $f$ 毎に発生する脈動誤差 $E$ の $K_s$ による相違を入との関係で表した一例である。この解析結果から明らかなように、テーパ角 $f$



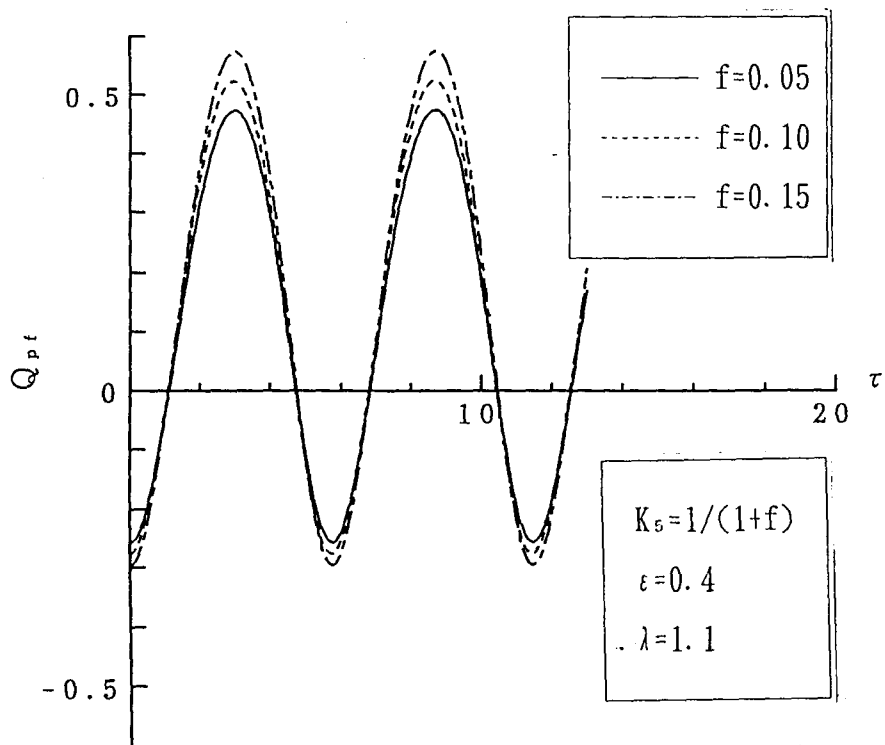


図 6. 6 フロートの脈動指示流量に見るテーパ角の影響 ( $\lambda = 1. 1$ )

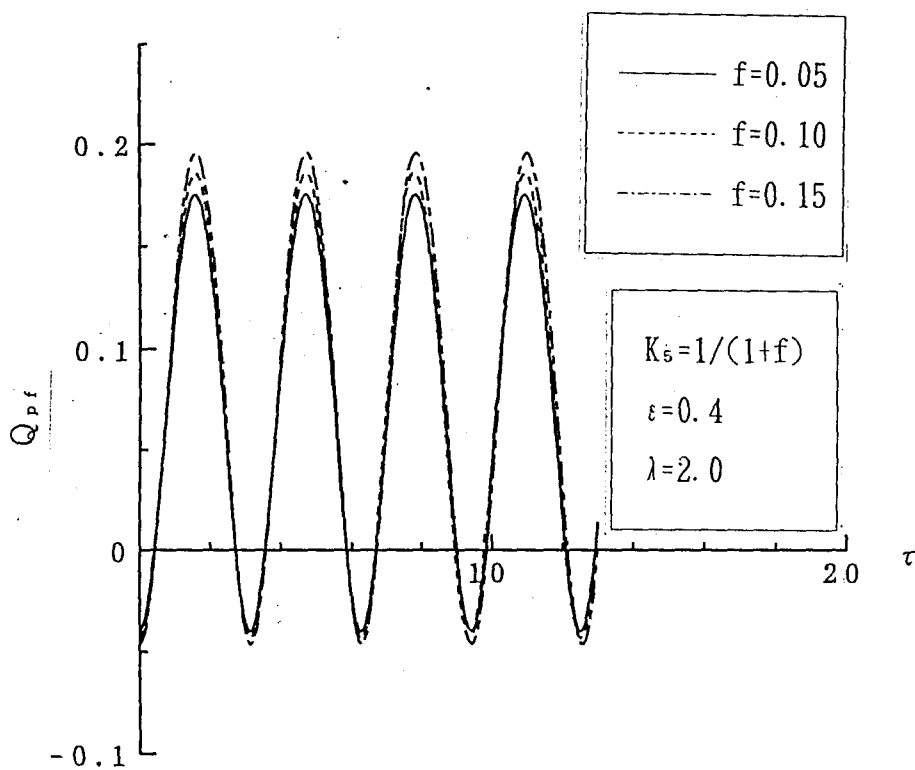


図 6. 7 フロートの脈動指示流量に見るテーパ角の影響 ( $\lambda = 2. 0$ )

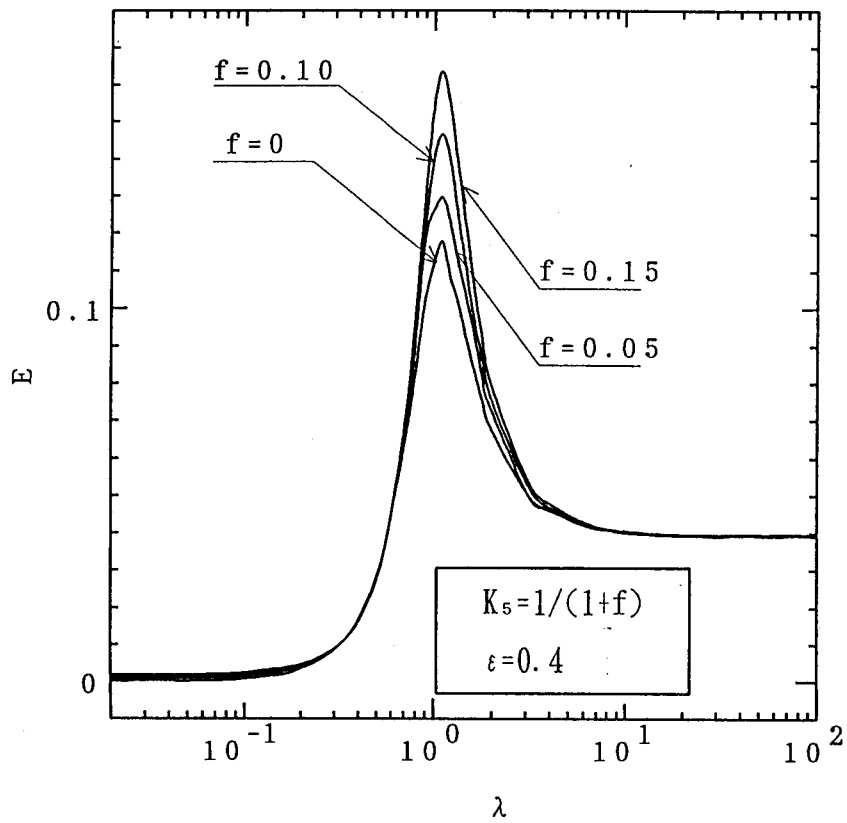


図6.8 E~λの関係 ( $K_5 = 1 / (1 + f)$ )

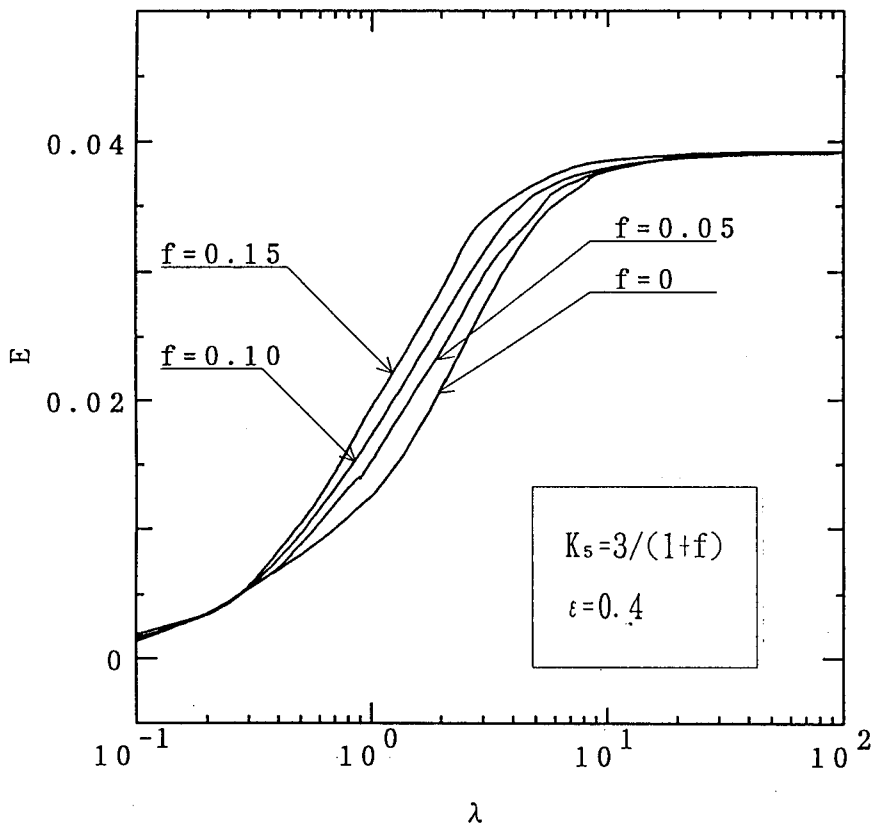


図6.9 E~λの関係 ( $K_5 = 3 / (1 + f)$ )

の違いが脈動誤差  $E$  におよぼす影響は、前節の  $x_D$  に見られる影響の様子とは大きく異なり、 $\lambda$  の低、高領域ではテーパ角  $f$  の影響は見られず、中間領域（共振点を中心としたその近傍）で大きく影響が現れる。そして、テーパ角を大きくすることによる影響は  $\lambda$  の中間領域で発生する脈動誤差をより増大させるものとなる。

### 6. 3 脈動流の流量波形が脈動誤差に及ぼす影響

#### 6. 3. 1 数値解法による解析

これまでの解析では、パラメータの一つである脈動流の流量変動の波形を余弦波に限定した。しかし、実際の脈動する流れでは様々な流量変動（変動波形）をとともなう場合が考えられる。したがって、脈動流の流量変動の波形が脈動誤差にどのように影響を及ぼすかを検討することは、脈動誤差に及ぼす他の要因と同様に重要である。

本節では、脈動流の流量変動の波形が脈動誤差に及ぼす影響について検討する。対象とする流量変動の波形は、図 6. 10 に示すようなフーリエ級数で表した

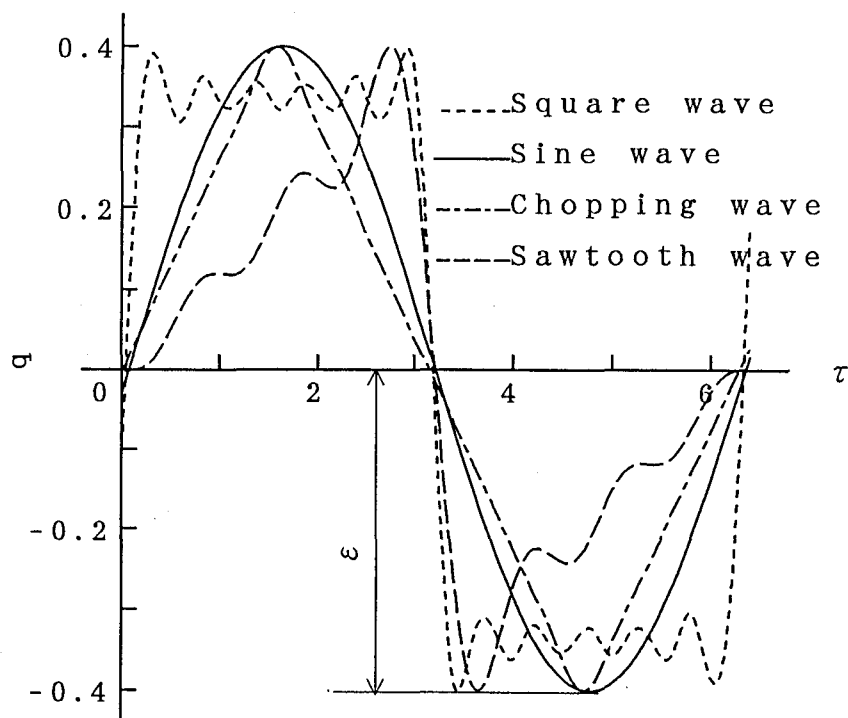


図 6. 10 脈動流の波形

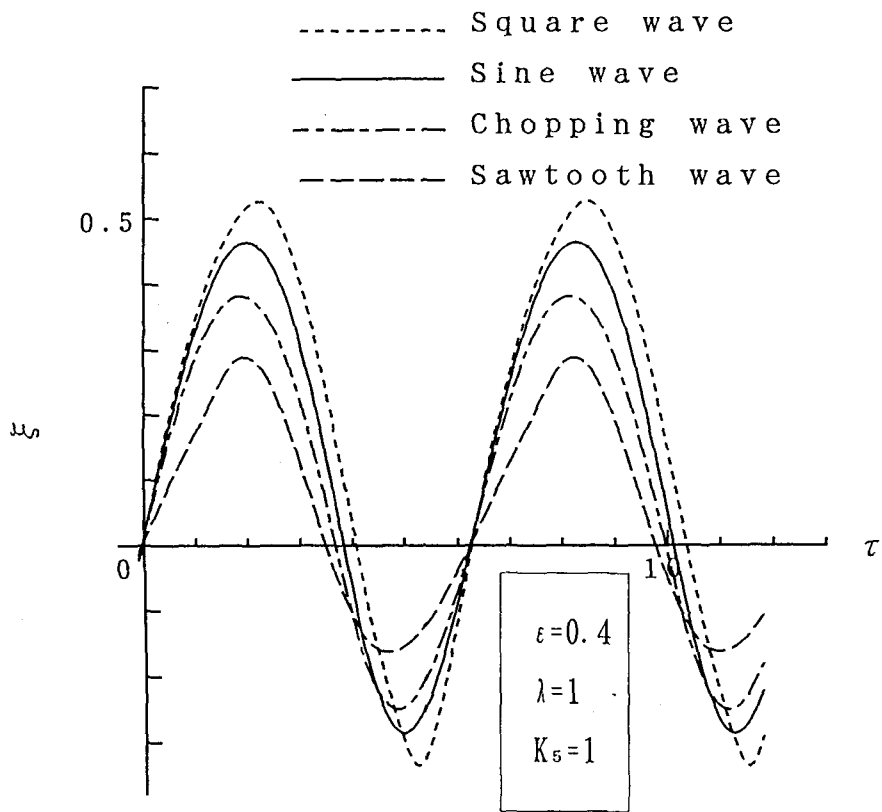


図6. 11 各流動変動波形に伴うフロートの動き ( $\lambda=1.0$ )

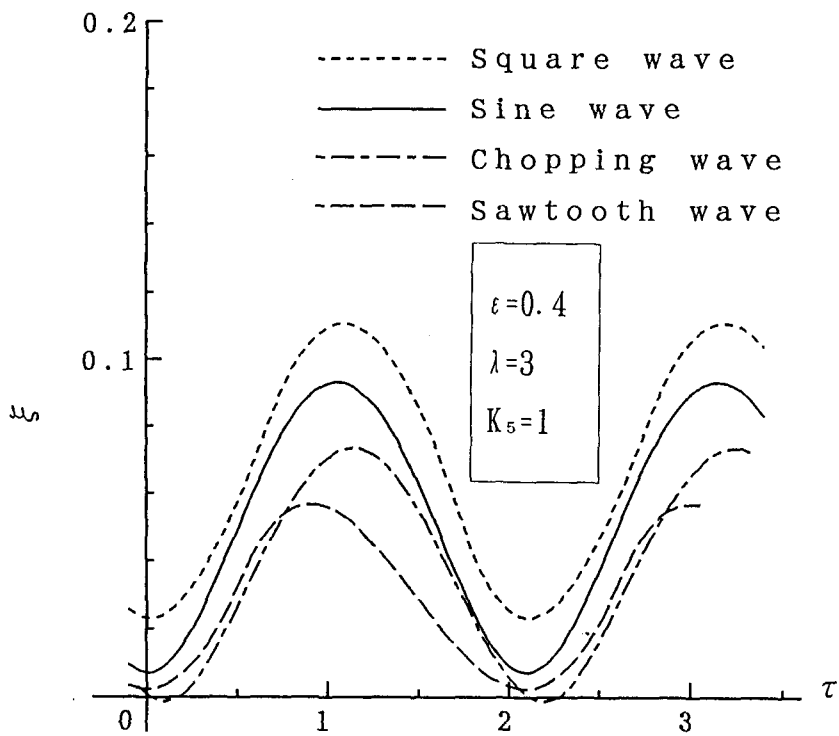


図6. 12 各流量波形に伴うとフロートの動き ( $\lambda=3.0$ )

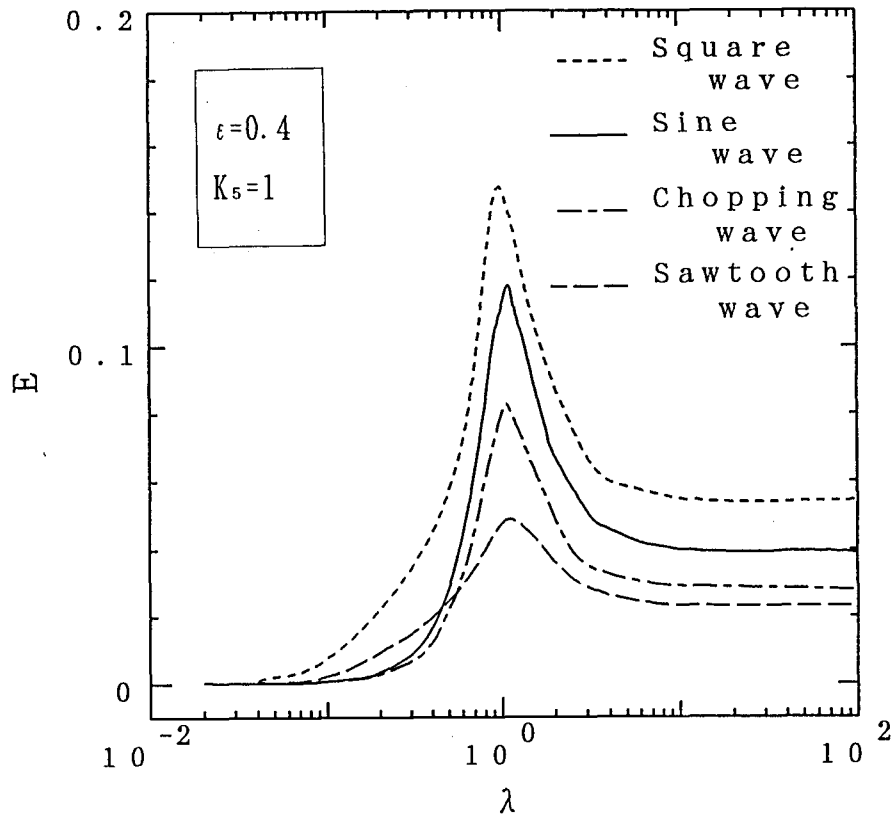


図6. 13 流量波形と脈動誤差

近似的な三角波、ノコギリ波、矩形波および余弦波の4種類である。なお、解析は先の(6. 9)式を基に、脈動流として個々の流量波形を与えた場合について数値解法によって求めるものとする。ただし、テーバ管のテーバ角に関する $f$ の影響による脈動誤差との混同を避けるため、 $f = 0$ とする。

解析に際し、各流量波形毎に発生する脈動誤差を比べるための基準として、各波形の流量振幅 $\varepsilon$ の大きさが同値である(図6. 10参照)とする。

図6. 11, 図6. 12は各流量変動波形毎に求めたフロートの動きの一例である。フロートの動きは流量変動の波形には比較的鈍感であるともいえるが、やはり波形の違いによって相当の差があらわれている。

図6. 13は各変動流量波形毎に発生する脈動誤差 $E$ を脈動流の周波数 $\lambda$ との関係で表したものである。この結果から明らかなように、変動流量の波形の種類によって発生する脈動誤差にかなりの差異が見られる。ここに用いた4種類の変動流量の波形と脈動誤差 $E$ の大きさの比較から、大略的な傾向として、ノコギリ波の場合が脈動誤差への影響が一番小さく、三角波、余弦波、矩形波の波形の順

に脈動誤差  $E$  が大きくなっている。

これらの結果から、流動変動の波形は脈動誤差に大きく影響を与えることが明らかになった。

### 6. 3. 2 流量波形が脈動誤差に及ぼす影響に対する理論的考察

上節の結果に見られるように、脈動流量の変動波形が脈動流量誤差に大きく影響をおよぼすことがわかった。そこで、流量の波形が脈動流量誤差に及ぼす影響を、高調波の存在する最も簡単な例として基本波  $\cos \lambda \tau$  にただ一つの高調波  $a_1 \sin 2 \lambda \tau$  を加えた波形

$$q = \varepsilon (\cos \lambda \tau + a_1 \sin 2 \lambda \tau) \quad (6. 10)$$

の場合について、先の第4章と同様な解析的取り扱いを試みる。

まず、フロートの挙動  $\xi$  をつぎのように  $\varepsilon$  展開する。

$$\xi = \varepsilon \Xi_1 + \varepsilon^2 \Xi_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (6. 11)$$

そして、(6. 10)、(6. 11) の関係を (6. 9) 式 ( $f=0$  の場合を考える) に代入すると、 $O(\varepsilon)$ 、 $O(\varepsilon^2)$  に対する式

$$O(\varepsilon) ; \quad \Xi_1'' + K_5 \Xi_1' + \Xi_1 = \cos \lambda \tau + a_1 \sin 2 \lambda \tau \quad (6. 12)$$

$$O(\varepsilon^2) ; \quad \Xi_2'' + K_5 \Xi_2' + \Xi_2 = \frac{1}{4} (1 + \cos 2 \lambda \tau) + \frac{a_1^2}{4} (1 - \cos 4 \lambda \tau) - 2 \Xi_1 \Xi_1'' - \frac{1}{2} \Xi_1'^2 - K_5 (\cos \lambda \tau + a_1 \sin 2 \lambda \tau) \Xi_1' + \frac{K_5^2}{2} \Xi_1'^2 \quad (6. 13)$$

がえられる。

まず、 $O(\varepsilon)$  については  $\cos \lambda \tau$  の外に  $\sin 2 \lambda \tau$  の項を含むことから、

この方程式の特解をつぎのように置く。

$$\Xi_1 = A_1 \cos \lambda \tau + B_1 \sin \lambda \tau + A_2 \cos 2\lambda \tau + B_2 \sin 2\lambda \tau. \quad (6.14)$$

(6.14) 式を (6.12) 式に代入し、両辺の  $\cos \lambda \tau$ 、 $\sin \lambda \tau$ 、 $\cos 2\lambda \tau$ 、 $\sin 2\lambda \tau$  の各係数項を等値することで  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $A_2$ 、 $B_2$  がつぎのように定まる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(1-\lambda^2)}{(1-\lambda^2)^2 + K_5^2 \lambda^2}, & B_1 &= \frac{K_5 \lambda}{(1-\lambda^2)^2 + K_5^2 \lambda^2}, \\ A_2 &= \frac{-2K_5 a_1 \lambda}{(1-4\lambda^2)^2 + 4K_5^2 \lambda^2}, & B_2 &= \frac{a_1(1-4\lambda^2)}{(1-4\lambda^2)^2 + 4K_5^2 \lambda^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

つぎに、 $O(\varepsilon^2)$  については (6.13) 式の右辺に (6.14) 式を代入し、整理した結果から、解  $\Xi_2$  はつぎのような形に表されることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} \Xi_2 &= C + A_3 \cos \lambda \tau + B_3 \sin \lambda \tau + A_4 \cos 2\lambda \tau \\ &\quad + B_4 \sin 2\lambda \tau + \dots, \\ C &= \left[ \frac{1 - 2K_5 \lambda B_1}{4} + \left\{ \left(1 + \frac{K_5^2}{4}\right) \lambda^2 - \frac{1}{4} \right\} (A_1^2 + B_1^2) \right] \\ &\quad + \left[ \frac{a_1(a_1 + 4\lambda K_5 A_2)}{4} + \left\{ (4 + K_5^2) \lambda^2 - \frac{1}{4} \right\} (A_2^2 + B_2^2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

なお、 $A_3$ 、 $B_3$ ... の表式についてはこれを省略する。

(6. 11)、(6. 14)、(6. 16) 式よりフロートの変位  $\xi$  は

$$\begin{aligned} \xi = & \varepsilon (A_1 \cos \lambda \tau + B_1 \sin \lambda \tau + A_2 \cos 2 \lambda \tau \\ & + B_2 \sin 2 \lambda \tau) + \varepsilon^2 (C + A_3 \cos \lambda \tau + B_3 \sin \lambda \tau \\ & + A_4 \cos 2 \lambda \tau + B_4 \sin 2 \lambda \tau + \dots) + \dots \end{aligned} \quad (6. 17)$$

となる。

(6. 16) 式の右辺の第1項は先の4章での(4. 22)の結果と一致することからも明かなように基本波による脈動誤差への影響部分を表し、第2項が高調波による脈動誤差への影響を表すものとなる。

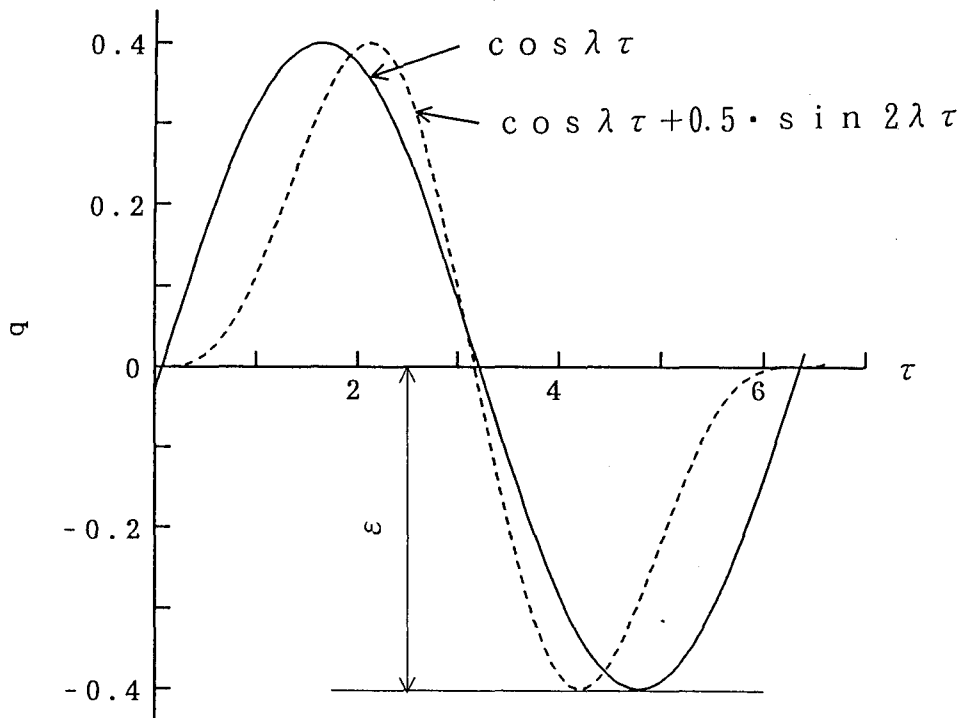


図6. 14 基本波と基本波に高調波を含む流量波形



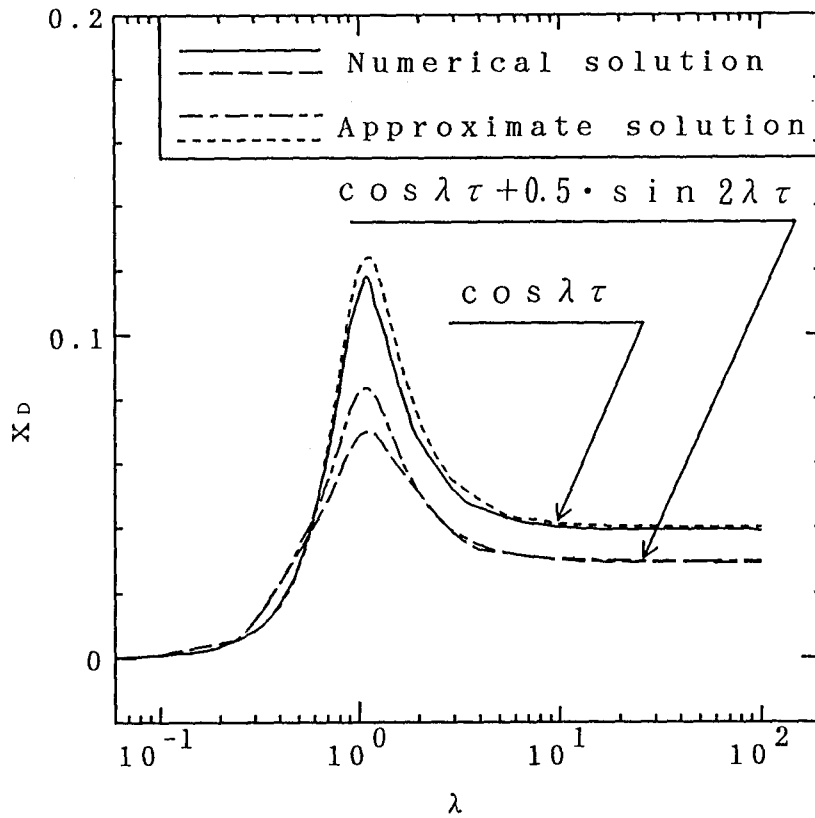


図6. 15 高調波の脈動誤差への影響 ( $\varepsilon = 0.4$ )

図6. 14は基本波  $\varepsilon \cos \lambda \tau$  および基本波にただ一つの高調波が加わった形  $\varepsilon (\cos \lambda \tau + 0.5 \sin \lambda \tau)$  の波形の一例を示したものである。図6. 15は図6. 14の両者の波形の流量振幅  $\varepsilon$  が同値 ( $\varepsilon = 0.4$ ) の条件で、両流量波形により発生する脈動誤差  $x_D$  を(6. 16)式の近似解から求めたものである。なお、参考として(6. 9)式の関係から直接的に数値解法によって求めたものについても示している。この結果からも、脈動流の流量波形の違いは発生する脈動誤差の大きさに大きく影響してくることが明らかである。

#### 6. 4 結言

以上、テーバ管のテーバ角、脈動流の波形が脈動誤差に及ぼす影響について理論面から検討した。その結果、テーバ管のテーバ角の脈動誤差への影響は、脈動流の中間の周波数領域(共振点を含む比較的広範囲)で現れ、テーバ角が大きくなるほどその領域での脈動誤差は大きくなることが明らかになった。また、脈動流の流量波形が脈動誤差に及ぼす影響については、脈動流の流量波形の違いによ

って、発生する脈動誤差は大きく違ってくる。そして、各流量波形の脈動誤差への影響の程度は、個々の流量波形を構成している高調波成分に大きく左右されることが明らかになった。

## 第7章 相対流の非定常性が脈動誤差に及ぼす影響についての考察

### 7.1 緒言

先の第4章ではレイノルズ数の広範囲にわたっての脈動誤差を理論面から検討した。先の解析が準定常流れを仮定したのに対し、ここでは、流れの時間的変化にともなう圧力の慣性部分を考慮に入れて解析を行う。そして、先の理論解の結果との間にいかなる差異を生じるか、また、圧力の慣性部分が脈動誤差の大きさにどのような影響を与えるか等について検討する。

### 7.2 圧力方程式

解析にあたっては図7.1に示すようなフロートに相対的な流れに対してつきのような仮定をする。

1) テーバ管入り口部よりフロート下流の最狭流路C付近までの流れは完全流体の渦無し流れであるとする。

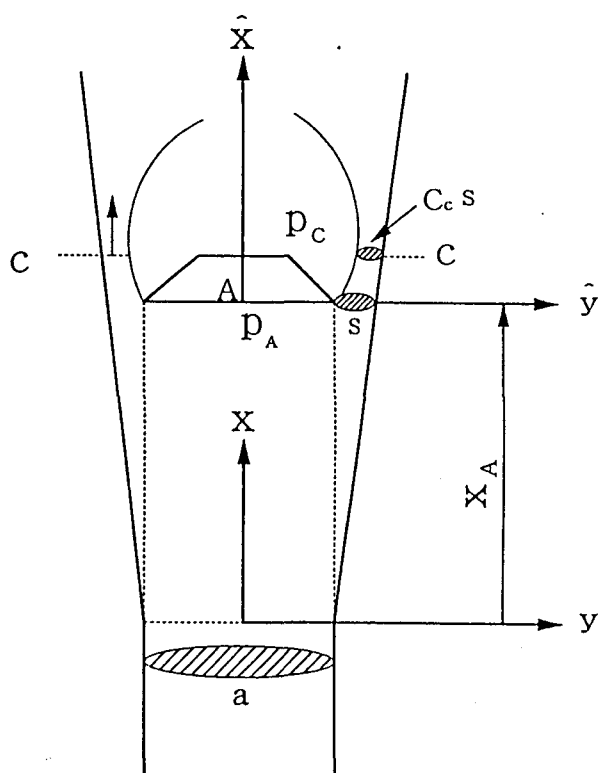


図7.1 並進座標系と絶対座標系

2) フロートの周端から剥離した流線の形はCの位置を越えるあたりまでは流量に関わらず変わらないものであるとする。

3) フロート背面付近の流れはよどんでおり、その圧力は流れのC位置における圧力 $P_c$ にほぼ等しいとする。

なお、相対流れは流れの脈動とフロートの運動(振動)により非定常流れとなる。

ここで、フロートのよどみ点Aを原点としたフロートと共に動く並進座標系( $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ )を図7.1のようにとる。仮定1)から流れの任意の点( $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ )における相対流速を $\hat{v}$ とすれば $\hat{v}$ は

$$\hat{v} = \hat{r} \hat{\phi}, \quad \hat{r} \equiv (\partial / \partial \hat{x}, \partial / \partial \hat{y}, \partial / \partial \hat{z}) \quad (7.1)$$

のように表すことができる。ここに $\hat{\phi}$ (= $f(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, t)$ )は相対流れの速度ポテンシャル( $t$ は時間)である。

つぎに、テーパ管に固定した絶対座標系( $x, y, z$ )を各座標軸の方向が図のように、上記の動座標系と一致するようにとる。点Aの絶対座標を $x_A$ 、フロートの絶対速度を $V_A(t)$ ( $x$ 方向)とすれば

$$x = x_A + \hat{x}, \quad y = \hat{y}, \quad z = \hat{z}, \quad V_A = dx_A / dt \quad (7.2)$$

である。また、任意の点における絶対流速を $v$ とすれば

$$v = \hat{v} + V_A i \quad (7.3)$$

ここで、 $i$ は $x$ 方向の単位ベクトルとする。また、テーパ管入り口部の絶対流速 $U$ と相対流速 $\hat{U}$ の間に

$$U = \hat{U} + V_A \quad \text{すなわち} \quad \hat{U} = U - V_A \quad (7.4)$$

の関係がある。また、流体の密度を $\rho$ 、 $dV_A/dt$ を $\dot{V}$ で表すと、任意の点の圧力 $p$ は次式によって表される(付録1参照)。

$$p = \hat{p} - \rho \dot{V} x \quad (7.5)$$

ここに、 $\hat{p}$  は並進加速系における見かけの圧力であり、 $\hat{T}(t)$  を  $t$  だけの任意の関数とするとき、つぎの圧力方程式を満たす。

$$\hat{p} + \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 + \rho \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} = \hat{T}(t) \quad (7.6)$$

(7.5)、(7.6) から、よどみ点 A ( $\hat{v} = 0$ ) の圧力  $p_A$  と最狭部位置 C の圧力  $p_C$  との差は

$$p_A - p_C = \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 + \rho \frac{\partial}{\partial t} (\hat{\phi}_C - \hat{\phi}_A) + \rho \dot{V} (x_C - x_A),$$

$$\hat{\phi}_C - \hat{\phi}_A = \int^A \hat{v}_s d\ell .$$

(7.7)

のように表される。ここに、添え字 A はよどみ点、添え字 C は最狭点における値を表す。また、 $\ell$  はよどみ点から C に至る任意の積分路長であり、 $\hat{v}_s$  は相対流速  $\hat{v}$  の接線成分である。

積分路として、よどみ点からフロート前面、剥離流線を経て C 点に至るものをとれば、C 点における流路面積がテーバ管の断面積に比べて著しく小さいことから、フロートの前面上では  $\hat{v}_s$  は  $\hat{v}_C$  に比べて無視できるほどに小さい。剥離流線上では  $\hat{v}_s = 0$  ( $\hat{v}_C$ ) であり、また、積分路の長さは  $x_C - x_A \equiv L_L$  と同程度であるとする。

したがって、積分  $\int^A \hat{v}_s d\ell$  は  $O(1)$  の適当な数値  $N_N$  を用いて  $N_N L_L \hat{v}_C$  しいと置くことにする。このようにして、(7.7) の右辺第 2 項と第 3 項とをまとめると、 $\rho L_L (\partial / \partial t) (N_N \hat{v}_C + V_A)$  となるが、 $N_N \hat{v}_C$  に比べて  $V_A$  の値が小さいとして無視できるとすると (7.7) 式はつぎのようになる。

$$p_A - p_C \simeq \frac{1}{2} \rho \hat{v}_C^2 + \rho N_N L_L \frac{\partial}{\partial t} \hat{v}_C, \quad (7.8)$$

ここで、フロートの断面積 (=テーバ管入り口部断面積) を  $a$ 、フロート位置における流路断面積を  $s$ 、最狭流路断面積を  $C_c s$  ( $C_c$  は収縮係数で  $O(1)$  の定数) とすれば、連続の関係より次式をえる。

$$C_c s \hat{v}_c = a \hat{U} \quad (7.9)$$

また、(7.4) より、

$$a \hat{U} = a (U - V_\Lambda) = Q_P - a \dot{x}_\Lambda \quad (7.10)$$

である。ここに、 $Q_P (= a U)$  は絶対流量、 $\dot{x}_\Lambda = V_\Lambda$  はフロートの速度である。  
(7.9)、(7.10) 式より

$$\hat{v}_c = \frac{Q_P - a \dot{x}_\Lambda}{C_c s} \quad (7.11)$$

となる。(7.11) 式の関係をも (7.8) に代入すると共に  $x_\Lambda$  を改めて  $x$  と書けば、つぎのようになる。

$$p_\Lambda - p_c = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{Q_P - a \dot{x}}{C_c s} \right)^2 + \rho N_N L_L \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q_P - a \dot{x}}{C_c s} \right). \quad (7.12)$$

### 7.3 フロートの運動方程式

( $s/a \ll 1$ ) であるから、フロートの前面の相対流速は端付近を除きほぼ全面的に小さい。したがって、圧力はよどみ点圧  $p_\Lambda$  に近く、フロートに作用する圧力差による力は近似的に  $(p_\Lambda - p_c) a$  とすることができる。また、 $x$  の原点をフロートの入り口にとれば、管のテーバは小さいので、 $s \simeq b x$  (第4章の(4.4)式) で表すことができる。そこで、フロートの質量を  $M$ 、液中重量を  $M_n g$  とすると、つぎのようなフロートの運動方程式を立てることができる。

$$M\ddot{x} = \frac{1}{2} \rho a \left( \frac{Q_P - a\dot{x}}{C_{cb}x} \right)^2 + \rho N_N L_L a \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q_P - a\dot{x}}{C_{cb}x} \right) - M_n g \quad (7.13)$$

流量に脈動が無い場合 ( $Q_P = Q_0$ ,  $\dot{Q}_P = 0$ ) において、フロートが釣合の状態 ( $\dot{x} = \ddot{x} = 0$ ) にあるときの位置を  $x = x_0$  とすれば、(7.13) 式より

$$\frac{1}{2} \rho a \left( \frac{Q_0}{C_{cb}x_0} \right)^2 - M_n g = 0 \quad (7.14)$$

の関係がある。さらに、(7.13) 式において

$$Q_P = Q_0 (1 + q) \quad , \quad x = x_0 (1 + \xi) \quad (7.15)$$

と置くと共に、(7.14) 式の関係を用いると  $\xi$  と  $q$  に関する方程式がつぎのように得られる。

$$\begin{aligned} (1 + \xi)^2 \ddot{\xi} = & \frac{M_n g}{M x_0} (2 + q + \xi - K_4 \dot{\xi}) (q - \xi - K_4 \dot{\xi}) \\ & + N_N L_L \left( \frac{2 M_n g}{M x_0} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho a}{M x_0} \right)^{1/2} \\ & \cdot \{ (1 + \xi) (\dot{q} - K_4 \ddot{\xi}) - (1 + q + K_4 \dot{\xi}) \dot{\xi} \}, \\ K_4 = & \frac{x_0 a}{Q_0} \end{aligned} \quad (7.16)$$

そこで、先の第4章の(4.9)式に示した無次元時間  $\tau$  を導入すれば ( $\tau$  についての微分を ' で表す)、(7.16) 式はつぎのような微分方程式となる。

$$\begin{aligned}
& (1 + \xi) \{ 2 (1 + \xi) + K_5 H \} \xi'' - K_5 (K_5 + H) \xi'^2 \\
& + (2 K_5 + H) (1 + q) \xi' + (2 - H q') \xi + \xi^2 \\
& = q (2 + q) + H q' ,
\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
H &= 2 N_N L_L (\rho a / M x_0)^{1/2} , \\
K_5 &= K_4 / t_* = x_0 a / (Q_0 t_*) .
\end{aligned}$$

(7. 17)

なお、方程式 (7. 17) で  $H = 0$  と置けば、先の第4章の (4. 13) 式と一致する。

#### 7. 4 慣性成分の脈動誤差への影響

フロートの運動方程式 (7. 17) を数値解法によって解き脈動誤差を検討する。なお、流量変動  $q$  は  $q = \varepsilon \cos \lambda \tau$  で表される場合を想定して解析を進める。

図7. 2はフロートの振動の変位  $\xi (\tau)$  を周波数  $\lambda$  の二つの場合 ( $\lambda = 1$  および  $\lambda = 3$ ) について、それぞれ圧力の慣性成分を取り入れた場合 ( $H = 0.5$ ) と、圧力の慣性成分の影響がないとした場合 ( $H = 0$ ) について示したものである。ここで、制動係数  $K_5$  の値は共通に  $K_5 = 1$ 、また、脈動流の流量振幅も同様  $\varepsilon = 0.2$  とする。この結果にみられるように、 $H$  の影響についてはフロートの運動をやや抑制する効果があることがわかる。

図7. 3は制動係数  $K_5 = 1$ 、図7. 4は制動係数  $K_5 = 3$  の場合において、圧力の慣性成分が脈動誤差  $E$  にどのような影響を与えるかを脈動周波数  $\lambda$  との関係で示したものである。これらの解析結果に見られるように、 $H$  の値の増加とともに脈動誤差が減少することが共通的に見られる。そして、低周波数流域で慣性成分の影響は微小となる。

本報告は本質的には H. H. DIJSTELBERGEN<sup>25)</sup> と同様な考察に基づいてフロートの



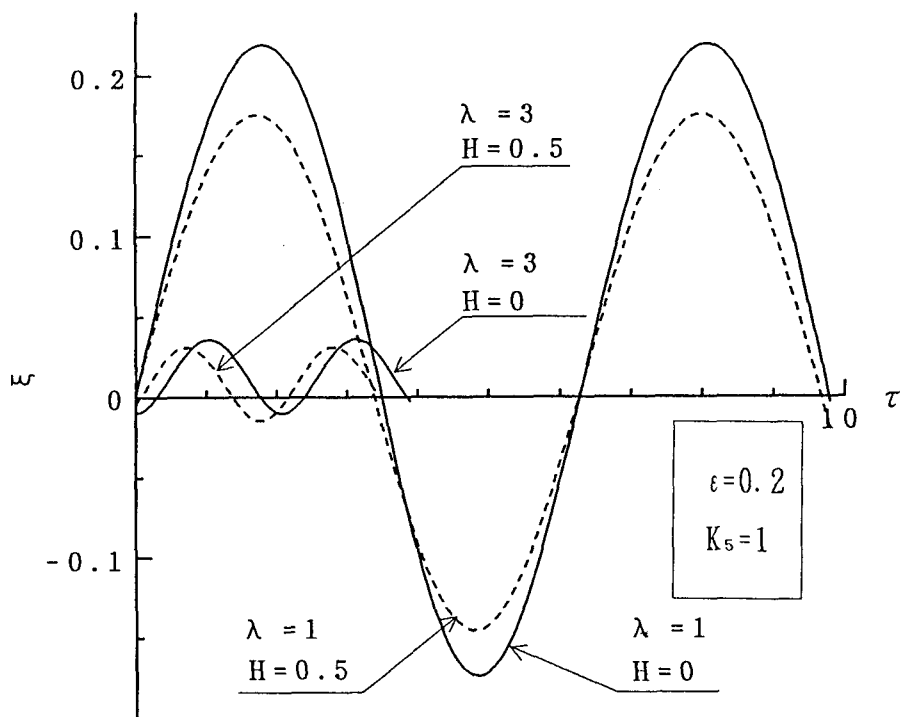


図7.2 フロートの動きに見る圧力の慣性成分の影響

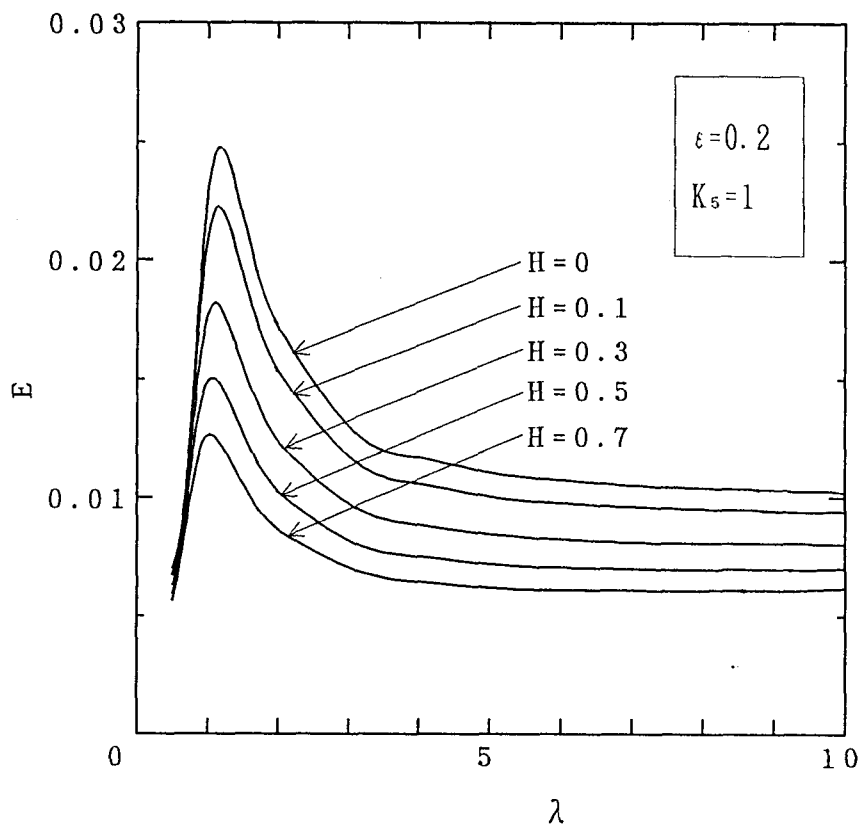


図7.3 慣性成分の脈動誤差への影響 ( $K_5 = 1.0$ )

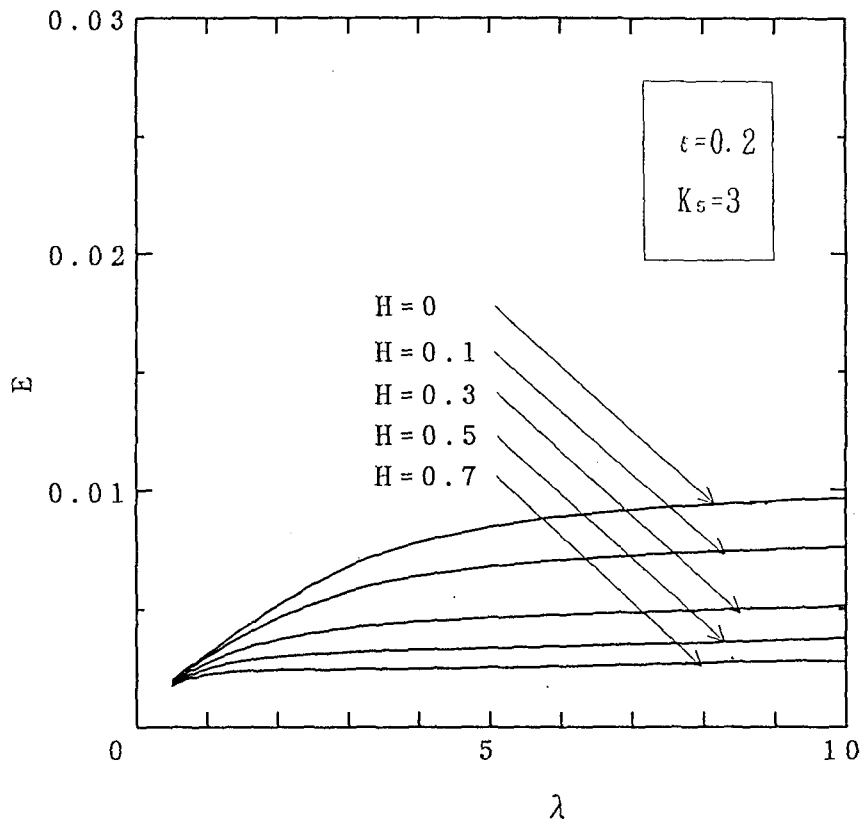


図7. 4 慣性成分の脈動誤差への影響 ( $K_5 = 3$ )

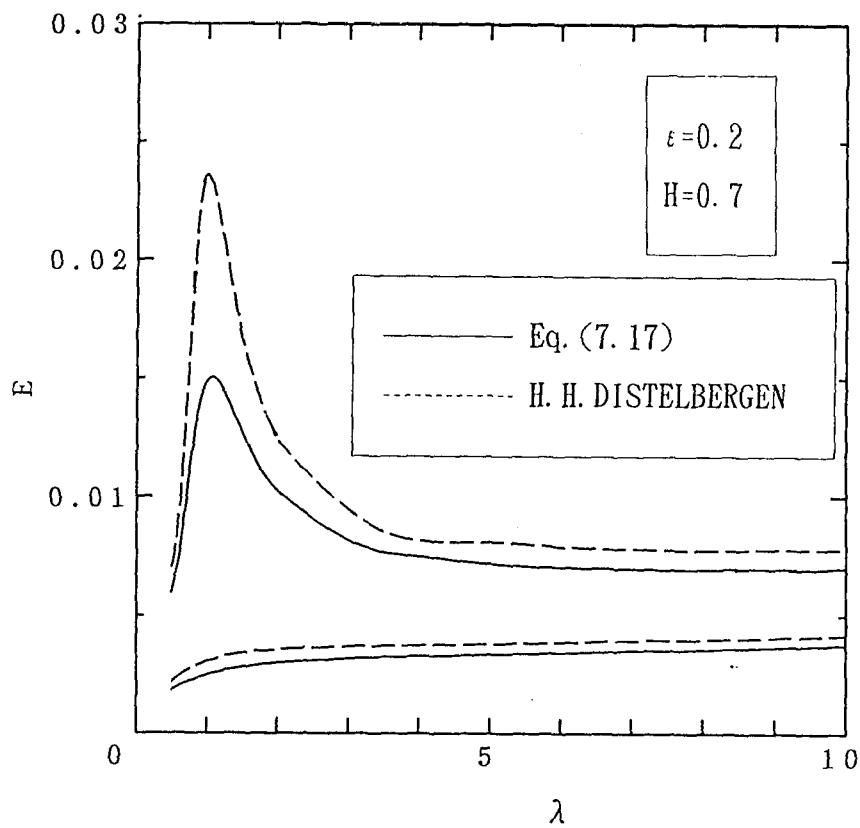


図7. 5  $E \sim \lambda$  の関係

運動方程式を導いている。しかし、本報告の方程式(7.17)における $H(1+q)\xi' - HK_s\xi'^2$ の項を欠いたものとなっている。それは(7.12)式の圧力の慣性成分 $\rho N_N L_L (\partial/\partial t) \{ (Q - a\dot{x}) / (Ccs) \}$ において分母の $Ccs$ を近似的に一定と考え $\{ \rho N_N L_L \dot{Q} / (Ccs) \} - \{ \rho N_N L_L a \ddot{x} / (Ccs) \}$ としたことによる。 $s$ はテーバ管とフロートの隙間面積であり、フロートの動きに伴って増減することからその影響は無視できないと考えられる。そこで、この違いを数量的に見るために(7.17)式と同式から問題の項を落とした式の双方から脈動誤差を計算した結果を図7.5に示す。この結果は、上述の圧力の慣性成分の分母の $Ccs$ を近似的に一定とした場合は、脈動誤差が大きく現れてくることを示している。

(7.17)式における圧力の非定常部分の影響を表すパラメータ $H$ について、おおよその値を見積もる。例えば $x_0 = 2\text{ cm}$ 、 $M = 5\text{ g}$ 、 $L_L = 0.5\text{ cm}$  ( $d_r/2$ 程度と仮定)、 $d_r = 1\text{ cm}$  (フロート直径)、 $a = \pi d_r^2/4$ 、 $N_N = 1$ とすれば、液体(水)では $H = 0.28$ 、気体(空気)では $H = 0.0088$ 程度となる。このことから気体においては圧力の非定常部分の影響が非常に小さいことがわかる。また、実際にはフロート指示値 $x_0$ が $0 \sim 20\text{ cm}$ 程度の範囲にあること等を考えると液体の場合も $x_0$ が小さくない限りはその影響は余り大きくないと考えられる。

## 7.5 結言

以上、圧力の慣性成分が脈動誤差に及ぼす影響をレイノルズ数が大きい場合について理論面から検討した。その結果、圧力の慣性成分の存在は脈動誤差を抑制する働きを持つこと。そして、流れの慣性成分の大きさを表すパラメータ $H$ の値が大きくなるほど抑制効果が大きくなることが明らかになった。また、準定常流れを仮定した理論解(第4章)と慣性成分を考慮した解との比較により、脈動流の周波数が $\lambda < 1$ 、圧力の慣性成分のパラメータ $H$ が $H < 0.05$ の場合に、概ね準定常流れを仮定した場合の脈動誤差に関する解の適用が可能であることが明らかになった。

## 第8章 フロート形面積流量計の自励振動現象

### 8. 1 緒言

フロート形面積流量計を使って気体の定常流れの比較的低い流量を測定している時にフロートが自然に振動を始める現象が起こる場合がある。この現象の発生は流量測定を不可能にするだけでなく、場合によっては流量計そのものを破壊する激しいものとなる。また、この現象はフロート形面積流量計の動的特性のみならず、流量計が設置されている前後の配管の諸条件（配管容積、タンク、バルブ等の有無）に大きく依存することが知られている。一般にフロート形面積流量計の使用にあたっては、流れの脈動などによる測定誤差を回避する配慮から、流量計の上流部に整流装置、緩衝タンク等の設置をすることがある。しかし、自励振動の発生はこれらを含む配管条件の影響を受けるため、測定誤差への配慮が逆に自励振動といった新たな問題を誘発する結果となる場合がある。この問題は自励振動の発生機構、特に配管系を含む測定系の諸要素が安定性にどのように関係するかを明らかにすることで自励振動現象の発生に対する防止策がとれるものと思われる。この問題については、H. H. DIJSTELBERGEN<sup>25)</sup>が理論と実験の両面で検討している。しかし、自励振動の配管系を含む安定条件に関する理論解を実際の配管条件に適用した場合、配管条件によっては一致の程度がよくない状況が見られる等、若干問題点がある。

そこで、本章では、まず、配管を含めた測定系をモデル化し、この測定系モデルにおけるフロートの運動方程式、その他を誘導するとともに、これらの方程式を数値解法によって解き、フロートの自励振動の現象を検討する。また、微小振動に対して、測定系の方程式を線形化してフルビッツの判別式より安定条件を求める。さらに、理論のモデル系に対応する実験装置を用いて自励振動に関する実験を行い、自励振動現象の過渡特性や発生条件を検討する。

### 8. 2 フロート形面積流量計を含む測定系のモデル化と方程式

#### 8. 2. 1 測定系のモデル化

フロート形面積流量計のフロートの自励振動現象を明らかにするため、配管を含めた測定系を図8. 1に示すようなモデルに置き換え考えることにする。

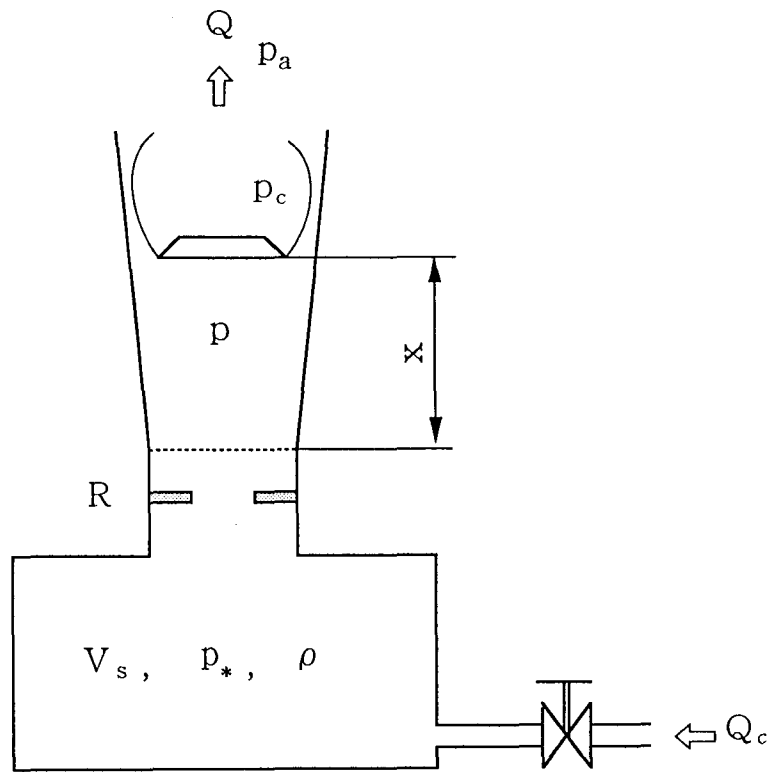


図 8. 1 測定系のモデル

解析にあたっては、つぎのような仮定をする。

- 1) 流量計に入るまでの管路系の容量、抵抗をそれぞれモデル前室の体積  $V_s$  と流出抵抗  $R$  で代表する。
- 2) 流出抵抗  $R$  は流量  $Q$  の 2 乗に比例するものとし、前室内の圧力を  $P_*$ 、フロート前面の圧力を  $P$  として次のように表すものとする。

$$P_* - P = R Q^2, \quad (8. 1)$$

- 3) 測定系に供給される流量  $Q_c$  は前室内の圧力変動に関わらず一定に保たれるものとする。
- 4) 流量計を通過後の流れは大気中に直接放出されるものとし、 $P_c$  がほぼ大気圧  $P_a$  に等しく一定であるとする。

なお、仮定 2) における流出抵抗  $R$  は管径の急激な縮小による圧力損失が原因

とし、 $R = \xi^2 \rho / 2 A_d^2$ で定まるものとする。ここで、 $\xi$ は損失係数、 $\rho$ は流体の密度、 $A_d$ は流量計入り口部の管断面積である。

### 8. 2. 2 フロート形面積流量計に関する運動方程式

フロート形面積流量計のテーバ管入り口部からフロート位置までの高さを $x$ 、時間を $t$ 、フロートの速度を $\dot{x}$  ( $\equiv dx/dt$ ) とするとき、フロートに相対的な流量は $Q - a\dot{x}$ である。ここで、 $a$ はフロートの断面積 (=テーバ管入り口断面積)、 $a\dot{x}$ はフロートの移動空間を埋める流量である。

この $Q - a\dot{x}$ の流量がテーバ管とフロートのすきま面積 $bx$  ( $b$ は比例常数) を通過することから、その流速は $(Q - a\dot{x}) / bx$ となる。そして、そこでの圧力を $P$ 。(フロートの背圧)、流体の密度を $\rho$ とすればベルヌイの定理は

$$P_c + \frac{1}{2} \rho \left( \frac{Q - a\dot{x}}{bx} \right)^2 = P$$

である。したがって、フロート前後の圧力差 $P - P_c$ は

$$P - P_c = \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q - a\dot{x}}{bx} \right)^2 \quad (8. 2)$$

で表される。

フロートの質量を $M$ 、流体中の重さを $M_m g$ とすると、フロートの運動方程式は

$$M\ddot{x} = a(P - P_c) - M_m g \quad (8. 3)$$

で表される。

流れが定常でフロートが静止している場合は $Q = Q_0$ 、 $x = x_0$ 、( $\dot{x} = \ddot{x} = \dot{\cdot} = 0$ )、 $P = P_0$ である。したがって、(8. 2)、(8. 3)式より、

$$P_0 - P_c = \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q_0}{bx_0} \right)^2 = \frac{M_m g}{a} \quad (8. 4)$$

となる。

また、その時の流量 $Q_0$ は(8.4)式から

$$Q_0 = \lambda_a x_0, \quad \lambda_a = b \left( \frac{2 M_a g}{\rho a} \right)^{1/2} \quad (8.5)$$

で表される。

### 8.2.3 配管系の方程式

測定系に供給される流量を $Q_c$ (一定)、流量計からの流出流量を $Q$ とすると、この流量の差が前室内(容積 $V_s$ )の密度の増加になることから、

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho(Q_c - Q)}{V_s} \quad (8.6)$$

で表される。なお、ここでの流体の状態変化が $P^* \rho^{-n} = \text{一定}$ ( $n$ はボリトロープ指数)にしたがうとすると

$$\frac{dP^*}{d\rho} = \frac{nP^*}{\rho}$$

となる。

したがって、(8.6)式より $P^*$ の変化は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP^*}{dt} &= \frac{nP^*}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} = C_3 (Q_c - Q), \\ C_3 &= \frac{nP^*}{V_s} \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

となる。

さらに(8.1)式を(8.7)式に代入することで、 $P$ の変化を求める式がつきのように得られる。

$$\frac{dP}{dt} + 2RQ \frac{dQ}{dt} = C_3 (Q_c - Q) \quad (8.8)$$

### 8. 3 各方程式の無次元化と数値解

上述の各諸量を

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_0 (1 + q), & P - P_c &= (P_0 - P_c) (1 + \sigma_p), \\ x &= x_0 (1 + \xi), \\ t &= t_* \tau, & t_* &= \left( \frac{M x_0}{2 M_n g} \right)^{1/2}. \end{aligned} \right\} (8. 9)$$

のようにおいて無次元変数  $q$ ,  $\sigma_p$ ,  $\xi$ ,  $\tau$  を導入して (8. 2), (8. 3), (8. 8) の各式をそれぞれ以下のように表す ( $\tau$ に関する微分を'で表す)。

#### 8. 3. 1 フロート形面積流量計に関する方程式の無次元化

(8. 2) 式に (8. 9) 式を代入すると

$$(P_0 - P_c) (1 + \sigma_p) = \frac{1}{2} \frac{\rho Q_0^2}{b^2 x_0^2} \left( \frac{1 + q - (a x_0 / Q_0) \xi'}{1 + \xi} \right)^2$$

の関係が得られる。さらに (8. 4) 式の定常流れに対する関係を上式に代入するとともに、無次元時間を用いると、

$$\left. \begin{aligned} (1 + \sigma_p) (1 + \xi)^2 &= (1 + q - B_{1b} \xi')^2, \\ B_{1b} &= \frac{a x_0}{Q_0 t_*} \end{aligned} \right\} (8. 10)$$

を得る。

つぎに、(8. 3) 式についても同様、(8. 9) 式を代入することによって

$$M x_0 \ddot{\xi} = a (P_0 - P_c) (1 + \sigma_p) - M_n g$$

を得る。



さらに、(8.4)式の関係によって、

$$\frac{Mx_0}{M_n g} \ddot{\xi} = \sigma_P$$

を得る。これを無次元時間 $\tau$ に変換することによって以下の式を得る。

$$2\xi'' = \sigma_P \quad (8.11)$$

### 8.3.2 配管系の方程式の無次元化

(8.8)式については(8.9)式を代入することによって

$$(P_0 - P_c) \sigma_{P'} + 2RQ_0(1+q)Q_0q' = -C_3Q_0q$$

を得る(なお、背圧 $P_c$ を一定と仮定すると圧力 $P$ の変化は $P - P_c$ の変化に等しい)。

さらに、上式は(8.4)、(8.9)式などの関係により、つぎのように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} q &= -B_{3a}\sigma_{P'} - B_{2b}(1+q)q' \\ &= -\frac{1}{2}B_{3b}\sigma_{P'} - B_{2b}(1+q)q', \\ B_{2b} &= \frac{2RQ_0}{C_3t_*}, \quad B_{3a} = \frac{M_n g}{aC_3Q_0t_*}, \\ B_{3b} &= \frac{2M_n g}{aC_3Q_0t_*} = \frac{Mx_0}{aC_3Q_0t_*^3}. \end{aligned} \right\} (8.12)$$

### 8.3.3 測定系の方程式に関する数値解

(8.10)、(8.11)、(8.12)の連立方程式を解いて $q$ 、 $\xi$ 、 $\sigma_P$ を求めることができるが、非線形の方程式であることから解析的な一般解を求めることは困難である。

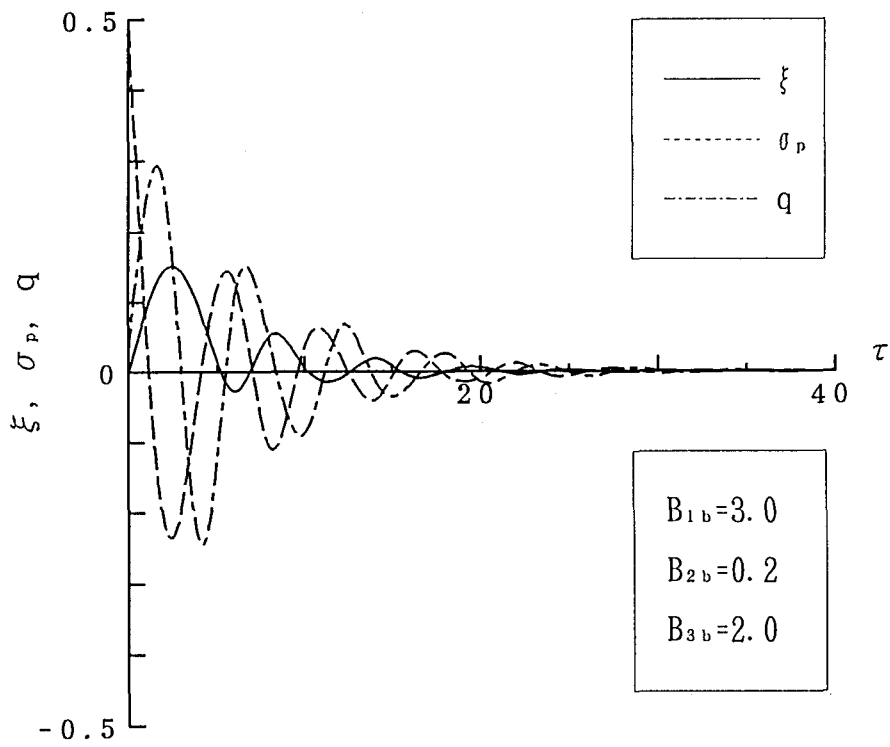


図 8. 2 測定系が安定である場合

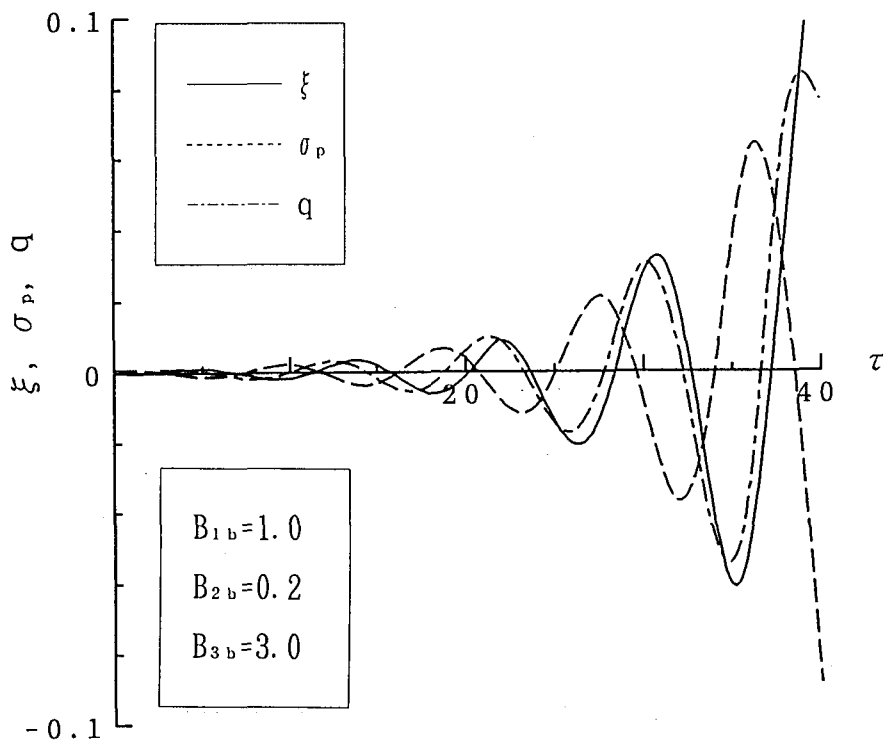


図 8. 3 測定系が不安定の場合

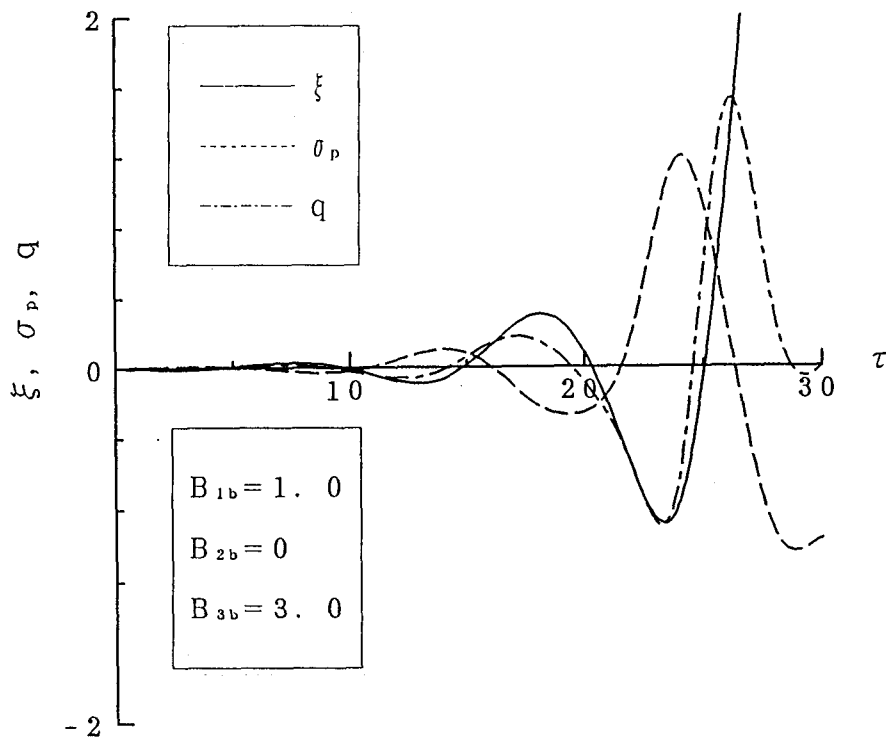


図 8. 4 測定系が不安定の場合 ( $R=0$ )

ここでは、解を数値的解法によって求める（付録. 2 参照）。

図 8. 2, 図 8. 3, 図 8. 4 は数値解の一例として、(8. 10)、(8. 12) 式の  $B_{1b}$ ,  $B_{2b}$ ,  $B_{3b}$  の各値の違いによって系が安定する場合と不安定になる場合の  $\xi$ ,  $\sigma_p$ ,  $q$  の時間的な変動を示したものである。

図 8. 2 は  $B_{1b}=3$ ,  $B_{2b}=0.2$ ,  $B_{3b}=2$  と初期条件として  $\xi=q=0$ ,  $\sigma_p=0.5$  とした場合である。図 8. 3 は測定系が不安定になる場合で  $B_{1b}=1$ ,  $B_{2b}=0.2$ ,  $B_{3b}=3$  と初期条件として  $\xi=q=0$ ,  $\sigma_p=0.001$  とした場合である。また、図 8. 4 は配管系において抵抗  $R$  が無い場合 ( $B_{2b}=0$ ) に相当するもので、 $B_{1b}=1$ ,  $B_{2b}=0$ ,  $B_{3b}=3$  と初期条件として  $\xi=q=0$ ,  $\sigma_p=0.001$  とした場合である。

#### 8. 4 測定系の方程式の線形化と安定条件

無次元変動量  $\xi$ ,  $\sigma_p$ ,  $q$  およびこれらの  $\tau$  についての微係数が 1 に比べて微小であり、これらの二次以上の項を無視できる場合を考える。(8. 11) 式を (8. 10) 式に代入して  $\sigma_p$  を消去し、これを線形化すればつぎのようになる。

$$\xi'' + B_{1b} \xi' + \xi = q \quad (8.13)$$

つぎに、(8.12)式に(8.11)，(8.13)式を代入し、 $q$ ， $\sigma_p$ を消去すれば次のような3階の線形微分方程式が得られる。

$$(B_{3b} + B_{2b}) \xi''' + (1 + B_{1b} \cdot B_{2b}) \xi'' + (B_{1b} + B_{2b}) \xi' + \xi = 0 \quad (8.14)$$

そこで、線形近似した(8.14)式より、測定系が安定する場合と不安定の場合の解を具体的に検討する。

(8.14)式の特微方程式  $S^3 + a_n S^2 + b_n S + c_n = 0$  に対して、

$S = m - a_n/3$  とおくと

$$m^3 + 3 \left\{ - \left( \frac{a_n}{3} \right)^2 + \frac{b_n}{3} \right\} m + 2 \left\{ \left( \frac{a_n}{3} \right)^3 - \frac{a_n b_n}{3 \cdot 2} + \frac{c_n}{2} \right\} = 0$$

$$a_n = \frac{1 + B_{1b} \cdot B_{2b}}{B_{3b} + B_{2b}}, \quad b_n = \frac{B_{1b} + B_{2b}}{B_{3b} + B_{2b}}, \quad c_n = \frac{1}{B_{3b} + B_{2b}}$$

(8.15)

を得る。したがって、 $m$ の解が以下のように得られる。

$$m_1 = y_0 + z_0, \quad m_2 = w_1 y_0 + w_2 z_0, \quad m_3 = w_2 y_0 + w_1 z_0$$

ただし、

$$y_0 = (-q_n + (q_n^2 + p_n^3)^{1/2})^{1/3},$$

(8.16)

$$z_0 = (-q_n - (q_n^2 + p_n^3)^{1/2})^{1/3},$$

$$p_n = -\left(\frac{a_n}{3}\right)^2 + \frac{b_n}{3}, \quad q_n = \left(\frac{a_n}{3}\right)^3 - \frac{a_n b_n}{3 \cdot 2} + \frac{c_n}{2},$$

$$w_1 = -\frac{1}{2}(1 + 3^{1/2}i), \quad w_2 = -\frac{1}{2}(1 - 3^{1/2}i).$$

(8. 14) 式的一般解は

$$\xi = C_{a1} \exp(S_1 \tau) + C_{a2} \exp(S_2 \tau) + C_{a3} \exp(S_3 \tau)$$

(8. 17)

で表される。ここで、 $C_{a1}$ 、 $C_{a2}$ 、 $C_{a3}$ は初期条件で定まる積分定数である。特性方程式の根が、すべて負の実部を持てば安定であるが、これらの根に正の実部を含む場合は不安定になる。

表 8. 1 特性方程式の解の算出例

	The value of $B_{1b}$ , $B_{2b}$ , $B_{3b}$	The roots of character- istic equation	Numerical solution of $\beta_{1m}$
(I)	$B_{1b}=2.2$ $B_{2b}=0.2$ $B_{3b}=3.0$	$S_1=-0.4230$ $S_2=-0.01345+0.8593i$ $S_3=-0.01345-0.8593i$	0.8607
(I)	$B_{1b}=2.0$ $B_{2b}=0.2$ $B_{3b}=3.0$	$S_1=-0.4506$ $S_2=0.006579+0.8326i$ $S_3=0.006579-0.8326i$	0.8326
(II)	$B_{1b}=1.8$ $B_{2b}=0.2$ $B_{3b}=3.0$	$S_1=-0.4798$ $S_2=0.02740+0.8065i$ $S_3=0.02740-0.8065i$	0.8055
(N)	$B_{1b}=1.4$ $B_{2b}=0.2$ $B_{3b}=3.0$	$S_1=-0.5417$ $S_2=0.07088+0.7561i$ $S_3=0.07088-0.7561i$	0.7524

具体例として、 $B_{1b}$ 、 $B_{2b}$ 、 $B_{3b}$ に、任意の値を与えて、(8. 15)、(8. 16) 式より解を求めたものを表8. 1に示す。

表8. 1のように、特性方程式の根が一個の実数 $S_1$ と共役な虚数根 $S_2 = \alpha_{1m} + \beta_{1m}i$ 、 $S_3 = \alpha_{1m} - \beta_{1m}i$ を持つ場合は

$$\begin{aligned} \xi &= C_{a1} \exp(S_1 \tau) + C_{a2} \exp\{(\alpha_{1m} + \beta_{1m}i) \tau\} \\ &\quad + C_{a3} \exp\{(\alpha_{1m} - \beta_{1m}i) \tau\} \\ &= C_{a1} \exp(S_1 \tau) + \exp(\alpha_{1m} \tau) \{C_{a2} \sin(\beta_{1m} \tau) + \\ &\quad C_{a3} \cos(\beta_{1m} \tau)\} \end{aligned} \quad (8. 18)$$

のように振動成分を含む形で表される。ここで、 $\beta_{1m}$ は周波数である。そして、 $\alpha_{1m} > 0$ の場合、振動成分は指数関数的に増加する。

表8. 1の(I)の場合は、右辺第1項が $S_1 < 0$ であり、また、第2項の $\alpha_{1m}$ も $\alpha_{1m} < 0$ であることから、いずれの項も時間と共に減衰する。したがって、この場合は、先の図8. 2の例のように安定となる。

一方、(II)、(III)、(IV)の場合は(8. 18)式において、右辺第1項は $S_1 < 0$ であり時間と共に減衰するが、第2項の振幅成分の $\alpha_{1m}$ が $\alpha_{1m} > 0$ となることから、その振幅は時間と共に指数関数的に増加し、先の図8. 3、図8. 4の例のように、自励振動を起こすことになる。

つぎに、自励振動時の周波数について、線形近似した(8. 14)式の解として求まる $\beta_{1m}$ と、(8. 10)、(8. 11)、(8. 12)の連立方程式を数値的に解くことで求まる周波数(表8. 1に付加)の両者により調べる。

表8. 1で明らかのように、両者により算出した自励振動時の無次元周波数は概ね一致した値となる。そして、フロートの自励振動時の無次元周波数の値は、先の第4章で示したフロートの共振周波数 $\lambda = 1$ に比べ、低い値となることがわかる。なお、自励振動時の無次元周波数の値は、 $B_{1b}$ 、 $B_{2b}$ 、 $B_{3b}$ の各値により異なってくる。

実際面では、自励振動の発生を防止することが重要であることから、測定系の安定、不安定を容易に判断する方法と防止の観点から検討する。一般的な方法としてフルビッツの安定判別によれば、(8.14)式を

$$A_{3b}\xi''' + A_{2b}\xi'' + A_{1b}\xi' + A_0\xi = 0$$

のようにおいた場合、この定係数の3階の線形微分方程式の解が安定であるためには、すべての係数が正で、かつ、

$$A_{1b}A_{2b} - A_0A_{3b} \geq 0$$

であればよい。

ここで、 $A_{3b} = B_{2b} + B_{3b}$ 、 $A_{2b} = 1 + B_{1b} + B_{2b}$ 、 $A_{1b} = B_{1b} + B_{2b}$ 、 $A_0 = 1$ であるから(8.14)式の解が安定であるための条件は

$$B_{1b} + B_{1b} \cdot B_{2b} (B_{1b} + B_{2b}) \geq B_{3b} \quad (8.19)$$

である。

(8.10)、(8.12)式で与えられる $B_{1b}$ 、 $B_{2b}$ 、 $B_{3b}$ の具体的な表現式を代入すれば(気体の場合には $t_*^2 = Mx_0 / 2M_0g \simeq x_0 / 2g$ である)、測定系の具体的な安定条件はつぎのように表される。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s x_0^2 + \beta_s x_0 - \gamma_s &\geq 0 \\ \alpha_s &= \frac{8R^2 \lambda_s^2 g}{C_3^2}, \\ \beta_s &= 1 + \frac{4Rag}{C_3}, \quad \gamma_s = \frac{2M_0g}{C_3 a^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

これよりフロートの安定限界位置を求めると

$$x_0 \geq \frac{1}{2\alpha_s} (-\beta_s + (\beta_s^2 + 4\alpha_s\gamma_s)^{1/2}) \quad (8.21)$$

となる。なお、測定系のモデルにおける抵抗Rが無視できる場合には(8.20)式において $R=0$  ( $\alpha_s=0$ ,  $\beta_s=1$ )とおくことによって、フロートの安定限界位置は

$$x_0 \geq \frac{2M_m g}{C_3 a^2} \quad (8.22)$$

となる。

(8.22)から測定系が安定であるためには、流量計においてはフロート重量が軽い、フロート指示位置が高い(流量が大きい)、フロート断面積が大きいこと、配管系においては係数 $C_3$  ( $=n P_* / v_s$ )が大きければ良いことがわかる。

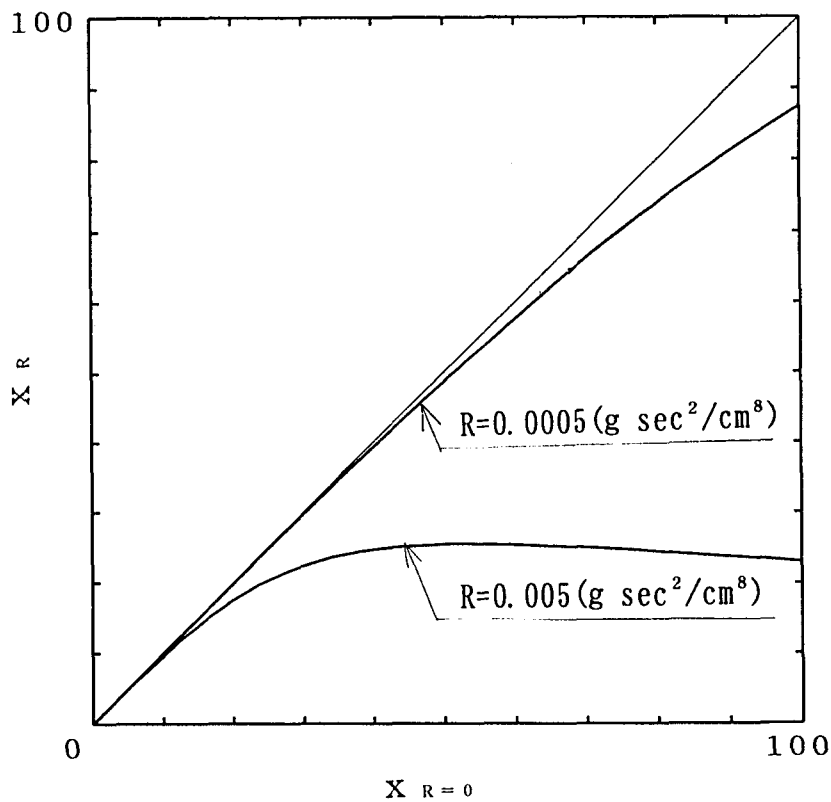


図8.5 フロート安定限界位置に対する $x_R$ と $x_{R=0}$ の関係



図8.5は $C_3 = n P_* / v_*$ において $v_*$ のみが変化するとして、(8.21)式から求めたフロート安定限界位置 $x_R$ と、(8.22)式から求めたフロート安定限界位置 $x_{R=0}$ の関係を比較したものである。フロートの安定限界位置が比較的低いところでは両者の関係はよく一致しているが、フロートの安定限界位置が高くなると、流出抵抗 $R$ が大きく影響し、 $R=0$ とおいた(8.22)式の方が安定限界位置を高く見積もる。なお、(8.21)、(8.22)式のどちらが実際面において適合性があるかは、実験結果と比較検討を行う際に検討する。

## 8.5 測定系の安定性に関する実験的研究

### 8.5.1 実験装置および実験方法

本節ではフロート形面積流量計のフロートの自励振動の発生状況の観察と、発生条件に関して、理論解と実験値の比較検討をする。

図8.6は実験に使用したテスト用フロート形面積流量計とそれを含む配管系の概略を示したものである。また、表8.2は流量計として使用したテーパ管及びフロートの寸法、形状を示したものである。

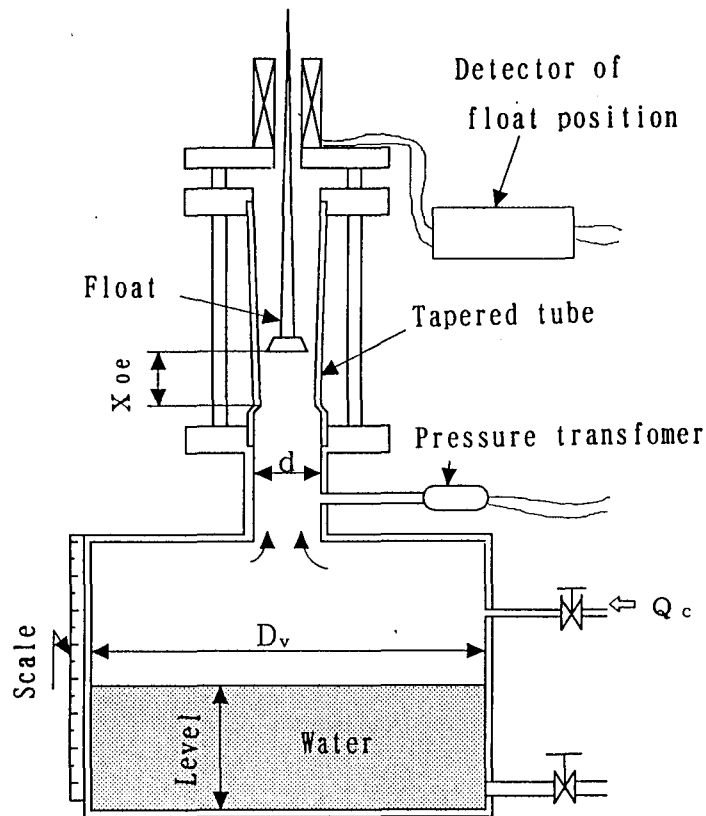
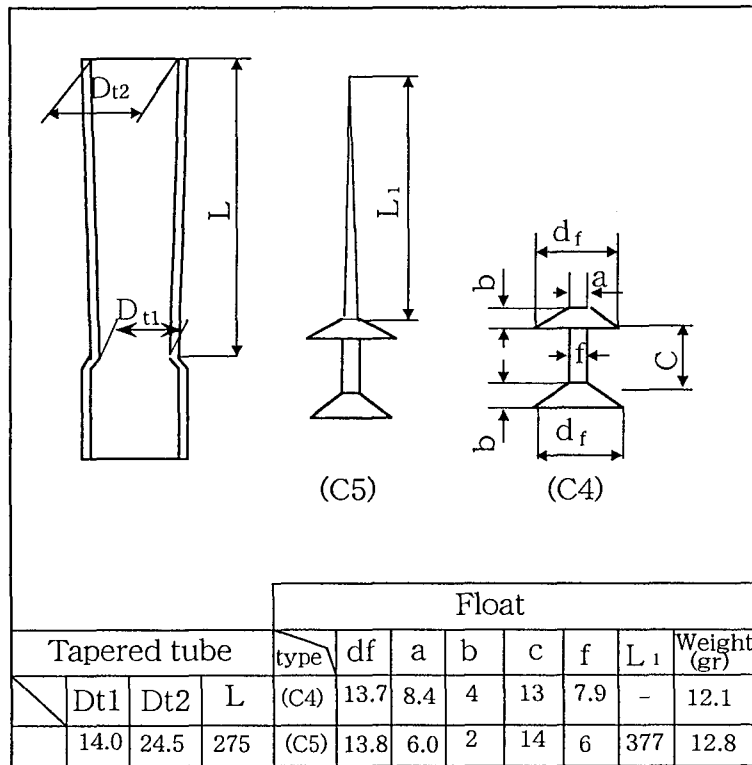


図8.6 実験装置

表 8. 2 テーパー管およびフロートの寸法・形状



この装置は先の理論解を実験的に検証するため、理論で想定した測定系のモデルに近いものにした。実験は(8.21), (8.22)式での安定性に関わる諸要因のうち、前室容積 $V_s$ を広範囲に変化させる方法により安定性を調べた。前室容積 $V_s$ はタンク内の水位を変えることで任意に調節できるようにしている。また、測定系モデルの抵抗 $R$ については、前室のタンクの直径 $D_v$ と流量計入り口部の直径 $d$ の比( $d/D_v$ )を変えて行うことで、その影響を調べる。また、自励振動が発生するフロート位置については目視で、自励振動にともなうフロート、圧力の変動等は図に示した検出装置(圧力変換器、位置検出器)によって電気信号に変換し記録した。

実験方法としては、前室容積を水位を変えて任意に設定した後、測定系入り口部のバルブによって徐々に流量を減少させ、フロートが自励振動を始める直前のフロート位置(フロート安定限界位置)と、そのときの流量計入り口部と前室タンク内の圧力を求める。この手順を繰り返すことで $V_s$ 、 $P^*$ の変化にともなうフロートの安定限界位置を調べる。

### 8. 5. 2 実験結果とその検討

図8. 7は、安定の状況にある流量計のフロートが、流量 $Q_c$ を徐々に減じることによって自励振動を起こす状況を、フロート位置 $x$ の変化とテーバ管入り口圧力 $P$ の変化の両面からとらえたものである。

このように、わずか数秒でフロートの振動は流量計の測定レンジいっぱいが増幅し、フロート止め（ストッパー）に衝突をしながら振動を繰り返す。このような激しいフロートの振動現象によって流量測定は不可能となる。そして、この衝突運動の繰り返しによって流量計自身の破壊につながる場合もある。

図8. 8は実験的に求めたフロート位置 $\xi$ の過渡的变化（図8. 7）と（8. 10），（8. 11），（8. 12）式を連立させて数値解法から求めた結果を比較したものである。なお、各方程式に含まれる定数 $B_{1b}$ 、 $B_{2b}$ 、 $B_{3b}$ の値は、実験においてフロートが自励振動を起こす直前の流量、配管系の圧力、配管容積、使用した流量計のフロート断面積、フロートの重量等から定めた。この両者の比較においては、理論解は実際にフロートが自励振動を起こす過渡的な様子に対し、定量面での一致の程度はあまり良くないが、定性的にはその特徴をとらえたものとなっている。

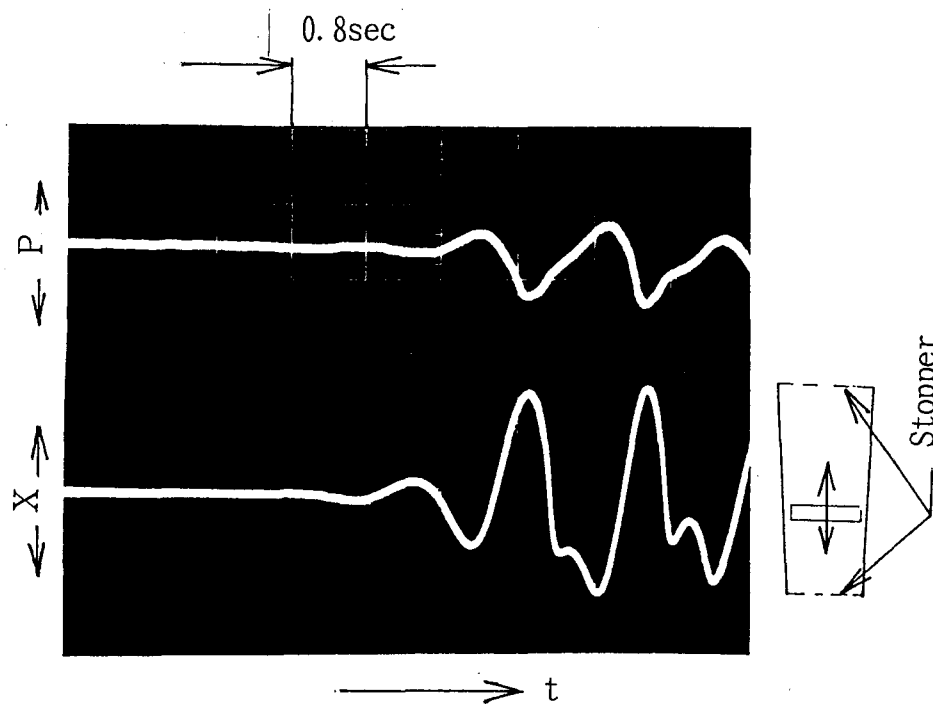


図8. 7 自励振動時の流体圧の変動とフロートの挙動

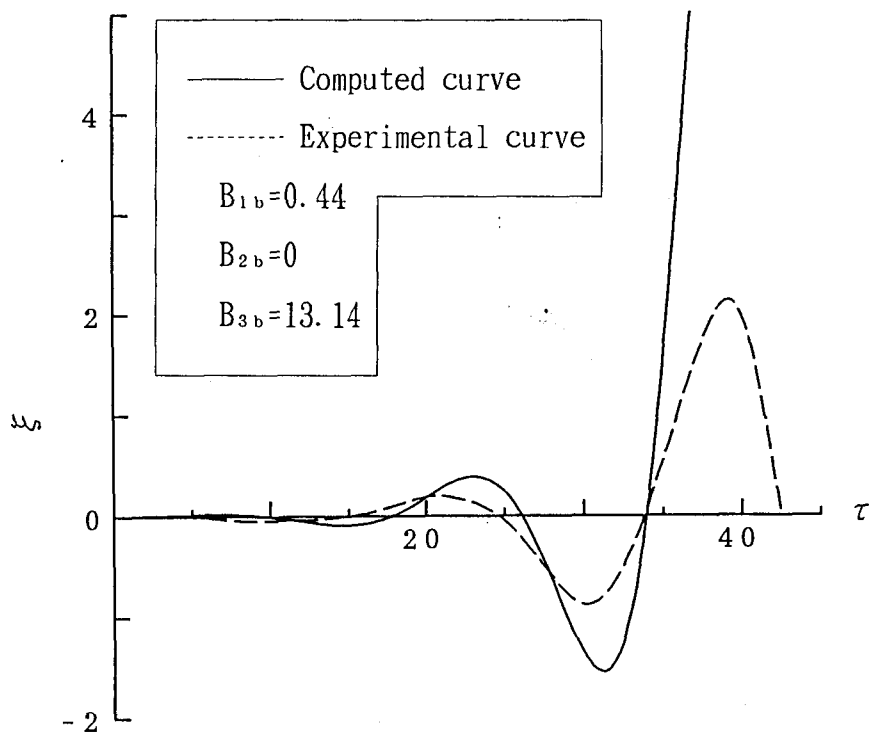


図 8. 8 自励振動現象における  $\xi$  の理論解と実験値の比較

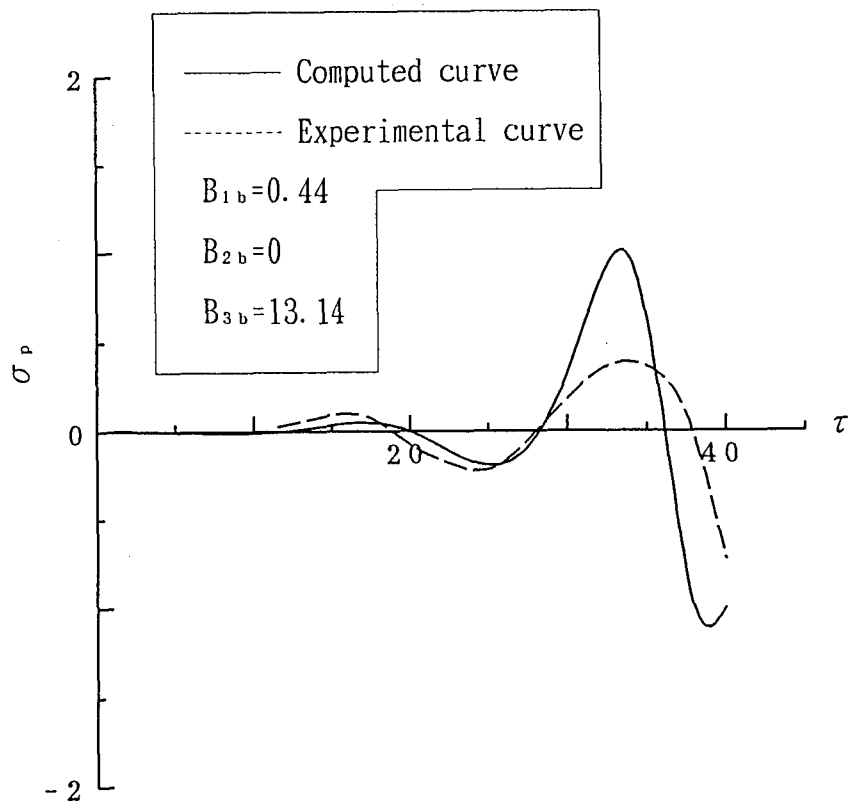


図 8. 9 自励振動現象における  $\sigma_P$  の理論解と実験値の比較

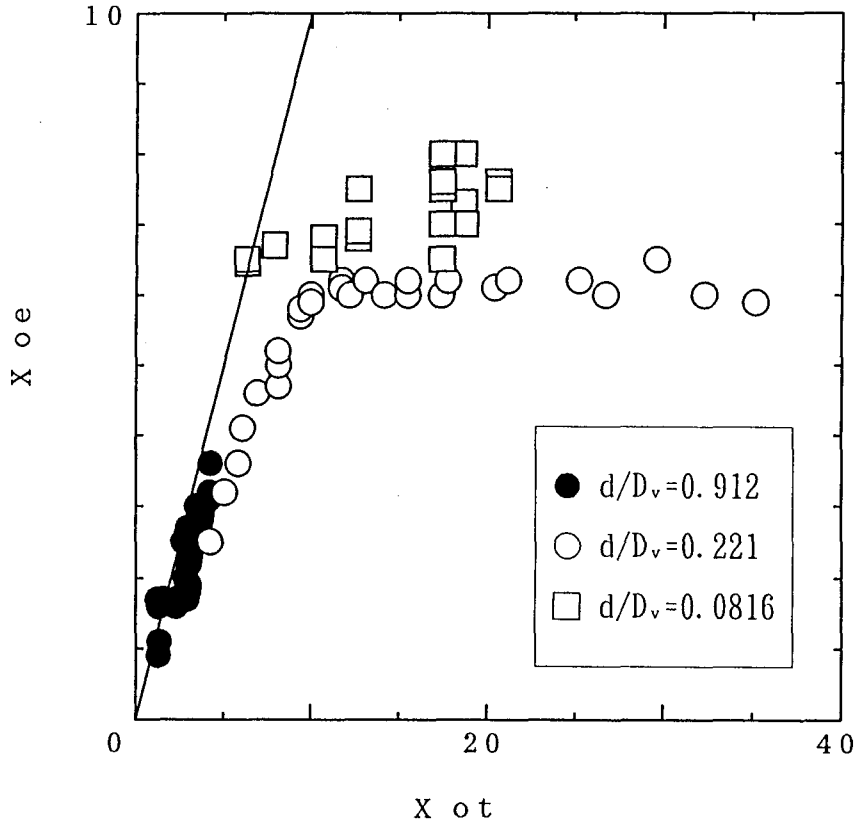


図8. 10 フロートの安定限界位置の理論解と実験値

図8. 9はフロートが自励振動を起こした時の流体圧力 $\sigma_p$ の変動を上述と同様に理論解と比較したものである。なお、実際の圧力変動の絶対値は、圧力変換器の指示値に対する圧力の厳密な校正ができていなかったため、圧力変動についての理論解と実験結果との定量面での比較はできないが、定性的な面では理論解は流体圧力の過渡的な変化の特徴をとらえた形となっている。

なお、図8. 8、図8. 9に関して、自励振動時の無次元周波数は数値解で0.386、実験値で0.357である。また、 $\sigma_p$ と $\xi$ の位相差は数値解で $133^\circ$ 、実験値で $142^\circ$ である。ただし、数値解においては流出抵抗 $R$ を $R=0$  ( $B_{2b}=0$ )としている。

図8. 10は、流量計入り口部の管路径 $d$ と前室のタンク径 $D_v$ の比 ( $d/D_v$ ) が0.0816, 0.221, 0.912の場合について、実験的に求めたフロートの安定限界位置 $x_{oe}$ と、フロートの安定限界時の前室容積、流体圧力、フロート重量の各条件をもとに(8.22)式から求まる理論解 $x_{ot}$  ( $=x_{R=0}$ )の

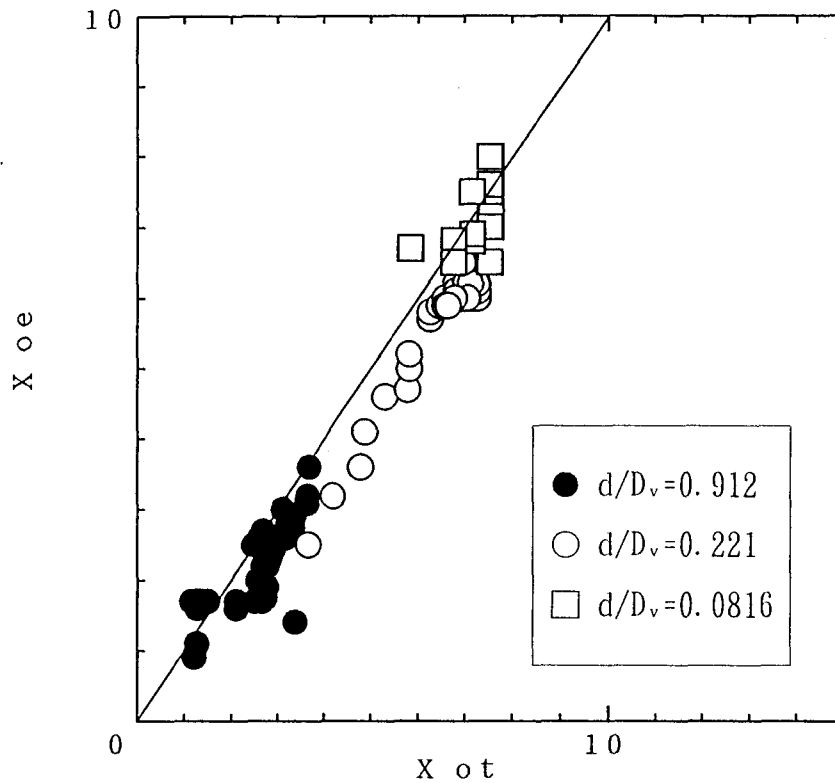


図8. 11 フロートの安定限界位置 (Rによる修正をした場合)

関係を比較したものである。この関係においては、 $d/D_v$ の値が大きい場合、フロートの安定限界位置に対して理論値と実験値がほぼ一致する関係が認められる。しかし、 $d/D_v$ の値が小さい場合は、フロートの安定限界位置が高くなると、実験値に対し理論値の方がフロートの安定限界位置を大きく見積もる傾向が見られる。そして、この傾向は、配管の $d/D_v$ の値が小さいほど顕著に現れてくる。

ところで、上述のフロートの安定限界位置に対して、実験値よりも理論値の方が値を大きく見積もる傾向は、先の図8. 5に示した(8. 22)式と、流出抵抗 $R$ を考慮した(8. 21)式との関係と類似した傾向となっている。このことから、実際面でのフロートの安定性には流出抵抗 $R$ が大きく影響していることが考えられる。

そこで、実験的に求まるフロートの安定限界位置を、流出抵抗 $R$ を含む(8. 21)の式との関係で比較検討する。(8. 21)式の流出抵抗 $R$ は急縮小部での値を与えるとしたことから、流出抵抗 $R$ を $R = \xi^2 \rho / 2 A_d^2$ として、実験に用いた各装置について見積もった値<sup>29)</sup>を表8. 3に示す。

表 8. 3 流出抵抗 R

$d/D_v$	R (calculated) ( $g \text{ sec}^2/cm^8$ )	R (modified) ( $g \text{ sec}^2/cm^8$ )
0. 9 1 2	0	0
0. 2 2 1	$1. 1 2 \times 10^{-7}$	$5. 0 \times 10^{-5}$
0. 0 8 1 6	$1. 1 5 \times 10^{-7}$	$4. 9 \times 10^{-5}$

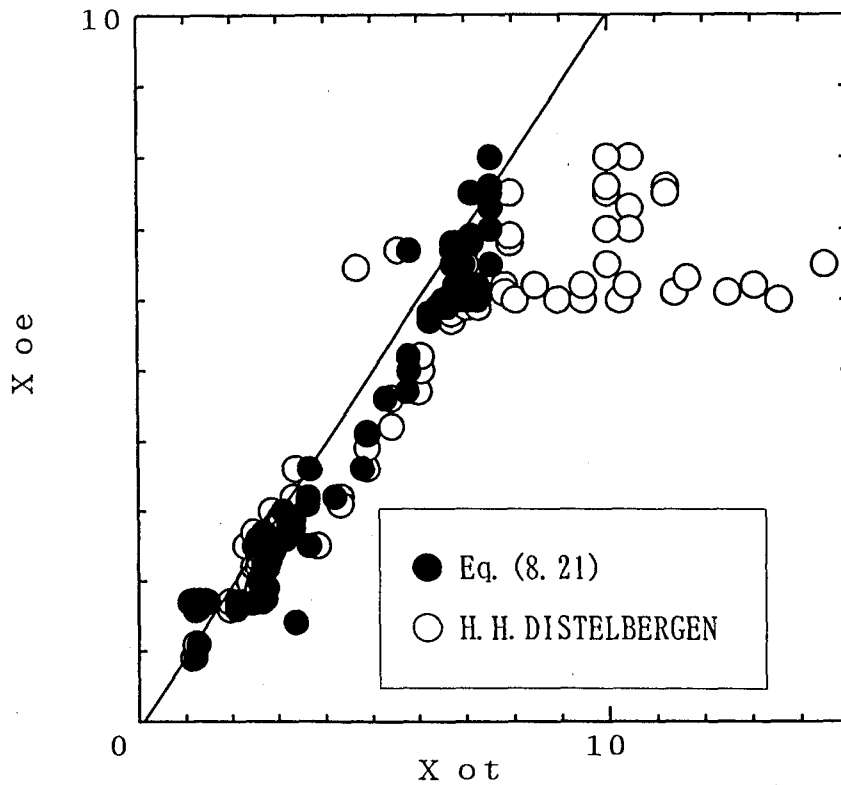


図 8. 1 2 フロートの安定限界位置

しかし、各  $d/D_v$  についての流出抵抗  $R$  の値は非常に小さく、これらの値を導入した (8. 21) 式の理論値は、 $R=0$  とした場合と同程度となり、実際のフロート安定限界位置を予測することができない。そこで、理論値と実験値が傾向的に一致すべく見積もった流出抵抗  $R$  (修正値) を表 8. 3 に示す。この結果で明らかのように、実験結果を満足すべき流出抵抗  $R$  の値は急縮小として見積もった流出抵抗の値に比べ、かなり大きな値である。このことから、今後の問題として、流出抵抗  $R$  をフロート止めが設置されているテーパ管入り口部まで立ち入った形で、見積もる必要があるように思われる。

図 8. 11 はフロート安定限界位置について、修正した流出抵抗  $R$  を用いた場合の理論値と実験値の関係を示したものである。このように、修正した流出抵抗  $R$  の導入により、理論解は実験結果をほぼ満足するものとなる。

また、図 8. 12 は (8. 21) 式において修正した流出抵抗  $R$  を用いた理論解と、H. H. DISTELBERGEN による解<sup>20)</sup> を本実験結果のフロート安定限界位置に関して比較したものである。

この結果では、両者の解は、ほぼ実験結果を満足するものとなっているが、配管系の流出抵抗の要因を導入しない場合は、フロート安定限界位置が高い時に、理論解と実験値の間に大きな違いが見られ、理論による予測精度が悪くなってくる。一方、流出抵抗  $R$  (修正値) を導入した場合は広範囲で理論解と実験値の間に良好な一致が認められる。なお、この実験値を満足すべく導入した流出抵抗  $R$  の値は、具体的に見積もった値との間に大きな違いがあり、この点についての説明が今後必要となる。

## 8. 6 結言

以上、フロート形面積流量計を使用して定常な流れ、特に気体の流れの流量を測定する場合に起こる自励振動現象について、理論と実験の両面から検討した。その結果、つぎのようなことが明らかになった。

フロートの自励振動の発生の有無は配管容積、流体圧力、フロートの重量、フロートの断面積、配管系の抵抗の各要因に影響される。フロート重量、フロートの断面積等は流量計に固有なものであることから、実際面では配管容積、流出抵抗といった配管に関する要因が問題となる。



フロートの自励振動の発生の有無は安定判別式によって判断できるが、判別式は流出抵抗を考慮したものとそれを無視したものが考えられる。実際的には流出抵抗を考慮した場合の判別式の方が広範囲で予測精度が良いが、具体的な流出抵抗の算出に問題が残る。

## 第9章 結論

本研究はフロート形面積流量計の実用面での諸問題の内、定常流れの流量測定時に測定対象流体の物性値が変化した場合の指示流量の補正の問題、脈動する流れの流体を測定した場合に生じる脈動誤差の問題、定常流れの流量測定時に突然発生する自励振動の問題を取り上げ理論と実験の両面から検討した。その結果は以下のように要約される。

第2章では流体の物性値が変化した場合の指示流量の補正に用いられる流量係数とレイノルズ数の関係線図を、形状の異なるフロートについて実験的に求め、広範囲のレイノルズ数に対する流量係数の特性を検討した。その結果、それぞれ異なる形状のフロートを有するフロート形面積流量計の流量係数の特性が、いずれの場合もレイノルズ数によって粘性、中間、非粘性の三つの領域に区分できることを明らかにした。そして、三つのレイノルズ数の領域に区分された流量係数が、それぞれにレイノルズ数の関数として実験式の形で整理できることを明らかにした。

第3章では第2章の粘性領域の流量係数算出式（実験式）を理論面から再考し、理論的に導いた粘性領域の流量係数算出式と同領域の実験式が一致することを明らかにした。また、第2章での各領域の流量係数算出式（実験式）の結果等を基に、広範囲のレイノルズ数における流量係数の値が一つの表式によって把握できるような流量係数の算出式（半理論式）を検討した。そして、この流量係数算出式によって広範囲のレイノルズ数の流量係数がほぼ正確に求められることを明らかにした。

第4章ではフロート形面積流量計を使って脈動する流れの流量を測定した場合に発生する脈動誤差について、フロートの形状、レイノルズ数の要因を含むフロートの運動方程式を導き、その解（近似解）を基に理論面から検討した。その結果、脈動流量測定時に発生する脈動誤差の大きさが流量振幅の二乗と特性値（フロートの形状、レイノルズ数、脈動流の周波数および減衰係数で決まる）の積の形で影響を受けることを明らかにした。また、フロートの運動方程式を数値解法によって直接的に解くことで近似解より求まる脈動誤差との比較をし、流量振幅  $\varepsilon \ll 1$  と仮定して求まる脈動誤差に関する近似解が、ほぼ流量振幅  $\varepsilon \simeq 1$  まで適

用できることを明らかにした。

第5章ではフロートの形状、流れのレイノルズ数の違いと発生する脈動誤差大きさの関係を実験面から調べ、その影響を明らかにした。また、これらの実験結果と第4章の理論解との比較を行い、理論解が実験結果と良く一致することを明らかにした。

第6章では脈動誤差に影響を与える要因として実験面での検討が比較的困難と思われるテーバ管のテーバ角、脈動流の流量波形の脈動誤差への影響について理論面から検討した。その結果、テーバ角の違いが脈動誤差に与える影響については、フロートの共振周波数の付近でその影響が現れること、そして、テーバ角を大きくすることは、この領域で発生する脈動誤差をより増大させることを明らかにした。

つぎに、脈動流の流量波形の違いが脈動誤差に及ぼす影響については、流量波形として余弦波、矩形波、三角波、のこぎり波の4種類について、フロートの運動方程式を数値解法によって解き、それぞれの流量波形によって脈動誤差が大きく違ってくることを明らかにした。また、流量波形による影響を、基本波に一つの高調波が加わったような簡単な流量波形を想定し、フロートの運動方程式を近似的に別途解いた。そして、流量波形が脈動誤差に及ぼす影響が、基本波形の影響による脈動誤差の部分と高調波の影響による脈動誤差の部分に分離できることを示し、流量波形の違いによる影響が、その波形を構成している高調波によって大きく変わってくることを明らかにした。

第7章では圧力の慣性成分が脈動誤差にどのように影響をおよぼすかについて理論面から検討し、圧力の慣性成分の存在は脈動誤差を抑制する方向に影響を及ぼし、その影響は脈動周波数の広い範囲に現れること、また、その影響の程度は流れの慣性成分の大きさを表すパラメータHの値によって大きく違ってくることを明らかにした。さらに、準定常流れを仮定した場合のフロートの運動方程式の解と圧力の慣性成分を考慮したフロートの運動方程式の解の比較から準定常流れを仮定した場合の理論解は周波数が $\lambda < 1$ のとき、パラメータHの値が小さい場合に適用できること等を明らかにした。

第8章ではフロート形面積流量計の自励振動の問題について、配管と流量計を含む測定系をモデル化し、流量計の運動方程式、配管系の方程式を誘導し、これ

らの方程式を連立させ数値的に解くことでフロートの自励振動についての解を示した。また、各方程式を線形化し、フルピッツの安定判別式をもとに測定系の安定判別式を求めた。そして、測定系の安定性が、流量計においてはフロートの重量、フロートの断面積、配管系においては配管容積、流出抵抗の要因に影響されることを明らかにした。

実験的研究においては、測定系の安定性について、前室容積 $V_0$ 、流出抵抗 $R$ といった配管の条件を変え、これらの配管条件とフロートが自励振動をはじめる直前のフロート指示位置（安定限界位置）との関係を調べた。そして、実験的に求まるフロート安定限界位置とフロートの安定限界時の諸条件を導入することで理論的に求まるフロートの安定限界位置との比較を行い、理論面において配管系の流出抵抗 $R$ を考慮しないと実験との一致（予測精度）が良くないことを明らかにした。

## 発表関係論文

- 第2章 相川, 金住 : 面積式流量計の流量係数,  
計測自動制御学会論文集, 15-2, (1979), 235-240.
- 第3章 金住 : フロート形面積流量計の流量係数に関する考察,  
計測自動制御学会論文集, 18-4, (1982), 390-393.
- 第4章 金住 : フロート形面積流量計による脈動流の平均流量測定時  
の誤差, 計測自動制御学会論文集, 20-2,  
(1984), 156-161.
- 金住 : 面積式流量計における脈動誤差についての考察,  
一脈動誤差における浮き子形状の影響一,  
計測自動制御学会論文集, 30-3, (1994), 369-363.
- 第5章 //
- 第6章 金住 : 面積式流量計の脈動誤差に関する考察,  
一脈動誤差におけるテーバ管のテーバ角の影響一,  
計測自動制御学会論文集, 31-4, (1995), 529-531.
- 金住, 杉田 : フロート形面積流量計による脈動流の平均流量測定時  
の誤差, 一流量変動が大きい場合の誤差と流量波形による  
影響一, 計測自動制御学会論文集, 21-2,  
(1985), 151-156.
- 第7章 金住 : フロート形面積流量計における脈動誤差,  
計測自動制御学会論文集, 22-6, (1985), 672-676.
- 第8章 金住, 杉田 : フロート形面積流量計の自励振動,  
計測自動制御学会論文集, 23-3, (1986), 219-223.

## 参考文献

- 1) JACK LEVIS : ROTAMETERS, MEASUREMENTS & CONTROL, JOURNAL OF THE SOUTHERN CALIFORNIA METER ASSOCIATION, (1980), 170-177.
- 2) 流量 (下), 工業計測技術体系編集委員会編、日刊工業新聞社
- 3) 日本工業規格, JISZ8762
- 4) 日本工業規格, JISZ8763
- 5) 日本工業規格, JISB7551
- 6) 牧博司, 森康夫: 浮き子面積流量計の実験的研究,  
日本機械学会論文集, 37-301, (1971), 1662-1669.
- 7) 牧博司, 森康夫: 浮き子面積式流量計の浮き子の不安定に関する研究,  
日本機械学会論文集, 39-319, (1973), 895-905.
- 8) 牧博司, 森康夫: 浮き子面積式流量計の理論的研究,  
日本機械学会講演論文集, No209, (1969).
- 9) 相川長彦: 面積式流量計について,  
計測, 6-9, (1956), 430-434.
- 10) J. VITOVEC, : VYPOSET ROTAMETRU, CHEM. LISTY, (1957), 159-163.
- 11) 清水優史, 香川利春: 球形浮き子面積式流量計の特性および動作条件変化の補正、計測自動制御学会論文集, 27-4, (1991), 381-385.
- 12) 牧博司, 森康夫: 流量係数が一定の浮き子面積式流量計 (テーバ管の勾配が大なる場合の一般的な流量特性),  
日本機械学会論文集, 45-396, (1979), 1145-1151.
- 13) 香川利春, 清水優史: 動作圧の変化が空気用面積式流量計の特性に及ぼす影響, 計測自動制御学会論文集, 23-10, (1987), 1003-1007.
- 14) 田中, 坂田, 井伊谷: フロート形面積流量計流出係数の一整理法,  
計測と制御, 7-4, (1968), 269-272.
- 15) 相川長彦, 島辺桂一, 石川雅勝: 面積式およびオリフィス式の微小流量の特性に関する研究, 制御工学, 14-1, (1970), 51-56.

- 1 6) E. M. SCHOENBORN, JR., and A. P. COLBURN :The Flow Mechanism and Performance of the Rotameter, AMERICAN INSTITUTE of CHEMICAL ENGINEERS , (1939), 359-382.
- 1 7) R. W. FRITZSCHE :Variable Area Flowmeters in the petroleum industry Petroleum Refiner, 129-3, (1940), 123-129.
- 1 8) HAROLD H. PHILLIPS :VARIABLE AREA FLOW METERS, MEASUREMENT & CONTROL, JOURNAL OF THE SOUTHERN CALIFORNIA METER ASSOCIATION, (1981) 136-143.
- 1 9) 非定常流に関する諸問題と計測, 日本機械学会第22回座談会資料, (1974).
- 2 0) 脈動流量をどうやってはかるか, 計測自動制御学会, 第12回流体計測部会資料, (1981).
- 2 1) 水力機械における各種流量測定方法調査報告書, 日本機械学会誌, 75-648, (1972), 1821-1822.
- 2 2) G. S. HARRISON and W. D. ARMSTRONG : The frequency response of rotameters, Chemical Engineering Science, 12, (1960), 253-257.
- 2 3) J. F. URY: The pulsation error of Rotameters, Israel . J Techn., 1, (1963), 19-31.
- 2 4) V. P. HEAD: A Practical Pulsation Threshold for Flowmeters, TRANSACTIONS OF THE ASME, (1956), 1471-1479.
- 2 5) H. H. DIJSTELBERGEN :Rotameter dynamics, Chemical Engineering Science, 19, (1964), 853-865.
- 2 6) 牧博司, 池田優一 : 浮き子面積式流量計による脈動流の流量測定, 日本機械学会第903回講演会講演論文集, 790-10, (1979).
- 2 7) 松本淳, 横山重吉 : 面積流量計の精度に及ぼす気泡の影響, 流体工学, 15-9, (1979), 461-466.
- 2 8) 牧博司, 富樫勲 : 浮き子面積式流量計の浮き子の不安定に関する研究, 日本機械学会論文集, 44-383, (1978), 2396-2401.
- 2 9) 原田幸夫 : 流体工学, 槇書店, (1982)

付録 1

並進加速系と圧力

フロートと共に動く並進加速系とテーパ管に固定した静止系との間には、任意の点の座標および流速について本文(7.2)、(7.3)式の関係が成り立つ。したがって、フロートに相対的な流速 $\hat{v}$ に対する速度ポテンシャルを $\hat{\phi}$ 、絶対流速 $v$ に対するポテンシャルを $\phi$ とすれば

$$\nabla \phi = v = \hat{v} + V i = \nabla \hat{\phi} + \nabla (V x)$$

である。したがって、 $\phi$ は

$$\phi = \hat{\phi} + V x. \quad (A-1)$$

つぎに、 $T(t)$ を $t$ だけの任意の関数とすると、任意の点の圧力 $p$ は圧力方程式は

$$p = T(t) - \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (A-2)$$

によって与えられる。ここで

$$v^2 = (\hat{v} + V i)^2 = \hat{v}^2 + V^2 + 2 V u \quad (A-3)$$

である。ただし、 $u$ は $\hat{v}$ の $x$ 成分である。また、 $\partial \phi / \partial t$ は(A-1)と本文(7.2)式から

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{x}} \frac{d \hat{x}}{d t} + \dot{V} x = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} - u V + \dot{V} x \quad (A-4)$$

である。(A-3)、(A-4)式を(A-2)式に代入すると圧力方程式は



$$p = \hat{T}(t) - \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 - \rho \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} - \rho \dot{V}x, \quad (\text{A-5})$$

ただし、 $\hat{T} = T(t) - (1/2) \rho V^2$  .

並進加速系の見かけの圧力方程式を

$$\hat{p} + \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 + \rho \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} = \hat{T}(t)$$

のように定義すれば (A-5) より、 $p$  と  $\hat{p}$  の関係がつきのように表される。

$$p = \hat{p} - \rho \dot{V}x. \quad (\text{A-6})$$

## 付録 2

連立方程式の数値解法

$$(1 + \sigma_p) (1 + \xi)^2 = (1 + q - B_{1b} \xi')^2 \quad \text{--- (8. 10)}$$

$$2 \xi'' = \sigma_p \quad \text{----- (8. 11)}$$

$$q = -\frac{1}{2} B_{3b} \sigma_p' - B_{2b} (1 + q) q' \quad \text{----- (8. 12)}$$

(8. 10) 式から  $\xi'$  を求めると

$$\xi' = \frac{1}{B_{1b}} [(1 + q) - (1 + \xi) (1 + \sigma_p)^{1/2}] \quad (\text{A8-1})$$

となる。

同じく (8. 10) 式より  $\sigma_p$  は

$$\sigma_P = \left( \frac{1+q - B_{1b}\xi'}{1+\xi} \right)^2 - 1 \quad (\text{A8-2})$$

となる。つぎに、(8.11)式において $\xi' = \eta$ と置くと

$$\eta' = \frac{1}{2} \sigma_P \quad (\text{A8-3})$$

である。ここで、(A8-3)を簡単な差分式に変えると

$$\xi' = \eta = (\xi_{j+1} - \xi_j) / h, \quad \eta' = (\eta_{j+1} - \eta_j) / h$$

により

$$\xi_{j+1} = \xi_j + h \eta_j \quad (\text{A8-4})$$

$$\eta_{j+1} = \eta_j + \frac{1}{2} h \sigma_{Pj}$$

となる。(A8-1)、(A8-2)は微分を含まない( $\xi' = \eta$ )から

$$\eta_j = \frac{1}{B_{1b}} \left[ (1+q_j) - (1+\xi_j) (1+\sigma_{Pj})^{1/2} \right] \quad (\text{A8-5})$$

$$\sigma_{Pj+1} = \left( \frac{1+q_{j+1} - B_{1b}\eta_{j+1}}{1+\xi_{j+1}} \right)^2 - 1 \quad (\text{A8-6})$$

となる。

(8.12)式を差分式にすると、 $q' = (q_{j+1} - q_j) / h$  ,  
 $\sigma_{P'} = (\sigma_{Pj+1} - \sigma_{Pj}) / h$ により

$$B_{2b} (1 + q_j) (q_{j+1} - q_j) + \frac{B_{3b}}{2} (\sigma_{PJ+1} - \sigma_{PJ}) + h q_j = 0$$

(A8-7)

となる。(A8-7)に(A8-6)を代入し整理すると

$$\frac{B_{3b}}{2} \frac{q_{j+1}^2}{(1 + \xi_{j+1})^2} + \left\{ B_{2b} (1 + q_j) + B_{3b} \frac{1 - B_{1b} \eta_{j+1}}{(1 + \xi_{j+1})^2} \right\} q_{j+1}$$

$$+ \frac{B_{3b}}{2} \left\{ \left( \frac{1 - B_{1b} \eta_{j+1}}{1 + \xi_{j+1}} \right)^2 - 1 - \sigma_{PJ} \right\} + \left\{ (h - B_{2b} (1 + q_j)) \right\} q_j = 0$$

(A8-8)

となる。以上により、 $q_j$ 、 $\xi_j$ 、 $\sigma_{PJ}$ を既知とすると、まず、(A8-5)から $\eta_j$ が定まる。つぎに、(A8-4)から $\xi_{j+1}$ 、 $\eta_{j+1}$ が求まる。これを(A8-8)に代入し、 $q_{j+1}$ を求めることができる。そして、 $q_{j+1}$ を(A8-7)に代入することによって $\sigma_{j+1}$ を求める。

## 謝辞

本論文の作成に当たりご指導とご鞭撻を賜った大阪大学基礎工学部 辻本良信教授ならびに貴重な御教示を頂きました吉川孝雄教授、木本日出夫教授に心から感謝をするものであります。

本論文をまとめるに当たり、多大のご教示とご指導を賜りました森川敬信大阪大学名誉教授（元大阪産業大学工学部教授）に心から御礼申し上げます。

同研究の遂行に対し長年の間、多大のご指導、ご鞭撻を賜りました元大阪産業大学工学部（故）相川長彦教授、玉田珖京都大学工学部名誉教授（元大阪産業大学工学部教授）に深く感謝の意を表すものであります。

また、本論文の作成をはじめ研究の遂行に際し、有益なご助言とご討議を賜りました大阪産業大学工学部 林和宏教授、小堀修身教授をはじめ、同学部の機械系学科の諸先生に深く感謝の意を表すものであります