【1】

氏名・(本籍)	牛瀧文宏（うしたき ふみひろ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 9627 号
学位授与の日付	平成3年3月26日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	SK_1 (Z [G]) of finite solvable groups which act linearly and freely on spheres (**球面に線型かつ自由に作用する有限可解群GのSK_1 (Z [G])**)
論文審査委員	(主査) 教 授 川久保勝夫 (副査) 教 授 村上 信吾　教 授 尾関 英樹

論文内容の要旨

有限群Gに対して定義された1次の代数的K理論K_1 (Z [G]) とK_1 (Q [G]) に関して，自然な準同型写像，

$$i : K_1 (Z [G]) \to K_1 (Q [G])$$

の核をSK_1 (Z [G]) と定義する。これは有限可換群となり，C. T. C. Wall によりGのホワイトヘッド群Wh (G) のねじれ部分群に同型であることが示されている。今日まで，このSK_1 (Z [G]) はBass－Milnor－Serre をはじめとして，多くの研究者により研究されてきている。

この論文は，球面への線型かつ自由な作用を持つ有限可解群Gに対して，そのSK_1 (Z [G]) の構造を完全に決定したものである。

このような有限群Gは，J. A. Wolf によって，Ⅰ型，Ⅱ型，Ⅲ型，Ⅳ型，と分類されており，それぞれをG_1，G_2，G_3，G_4と表すとき，次の結果を得た。

定理(1)　$SK_1 (Z [G_1]) = 0$.

(2)　$SK_1 (Z [G_2]) \cong Z_2^{t(2)}$ (dが奇数の時),

$SK_1 (Z [G_2]) \cong Z_2^{t'(2)}$ (dが偶数の時).

(3)　$SK_1 (Z [G_3]) \cong Z_2^{t(3)}$.

(4)　$SK_1 (Z [G_4]) \cong Z_2^{t(4)}$.

ここでt(2), t′(2), t(3), t(4)は，それぞれの群に対して決定される整数であり，dは群の定義の中で与えられる整数である。

紙面の都合上，t(i)やdについては詳しくは述べられないが例えばt(3)は次のように与えられる。

m，n，rをG_3の定義に用いられる数とし，整数bに対してM_bでr^b-1とmの最大公約数を表し，D（M_b）でM_bの約数の集合をD（n，3）でnの約数のうち3の倍数である数の集合を表すとき，

$$t(3)=\sum_{b\in D(n,3)}\#D(M_b)-1$$

となる。

この定理の証明は次のようにして行われる。まずこれらの群に関しては，奇素数Pに対して，シローp部分群が巡回群であることがZassenhausにより示されているので，その結果一般にpトーションが現れないことが証明される。

G_1のシロー2部分群は巡回群であるので，$SK_1(Z[G_1])=0$が示される。その他の群に関しては，シロー2部分群は四元数群または一般四元数群であることが知られており，これより2トーションについてはZ_2の直積になることが示される。そしてZ_2の階数は，ある条件を満たす巡回部分群の共役類の個数で与えられ，その個数は群論や整数論の方法を用いて計算される。

この我々の定理の幾何学的応用として，5次元以上のレンズ空間L，L′の間の任意のh－同境（W；L，L′）に対し，WはL×Iに微分同相であるというMilnorの定理の一般化が得られる。

論文審査の結果の要旨

単純ホモトピー理論に端を発したWhitehead群の研究は多様体の分類へと発展し，s同境定理として結実した。

他方，Whitehead群は純粋に代数的にも定義され，M. Cohenにより両者は同型であることが示された。

有限群Gに対して定義された1次の代数的K理論$K_1(Z[G])$と$K_1(Q[G])$に関して，自然な準同型写像，

$$i:K_1(Z[G])\rightarrow K_1(Q[G])$$

の核を$SK_1(Z[G])$と定義する。これは有限可換群となり，C. T. C. WallによりGのWhitehead群のねじれ部分群に同型であることが示されている。今日まで，この$SK_1(Z[G])$はBass, Milnor, Serreをはじめとして多くの研究者により研究されてきている。

牛瀧君は球面に線型かつ自由に作用する有限可解群Gに対して，その$SK_1(Z[G])$の構造を完全に決定することに成功した。このような有限群Gに対して，$SK_1(Z[G])$にPトーション（P：奇素数）が現れないこと，及び2トーションはZ_2の直積になり，その階数は具体的に計算されることを示した。

この定理は次のような幾何学的応用を持つ。ある種のタイプの群Gに対しては，$SK_1(Z[G])$が消滅し，その結果Gが自由に作用しているG－h同境（W；X，X′）で，X，X′がホモトピー球面ならば，WはX×I（I＝[0，1]）にG微分同相であることを示した。これはMilnorの5次元以上の二つのレンズ空間L，L′の間の任意のh同境はL×Iに微分同相であるという定理の一般化を与えている。

以上，牛瀧君の研究は$SK_1(Z[G])$の代数的な構造を明らかにしたものであり，多様体の研究に貢献するところ大である。よって本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。