



Title	適応信号処理のためのアルゴリズムに関する研究
Author(s)	菊地, 章
Citation	大阪大学, 1984, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1419
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

適応信号処理のための アルゴリズムに関する研究

昭和 59 年 3 月

菊 地 章

目 次

第1章 緒 論	1
第2章 適応信号処理手法の構成	5
2.1 緒言	5
2.2 多変数適応 IIR フィルタリングの基本構成	6
2.3 各分野における適応信号処理システムの構成	10
2.3.1 システム同定	11
2.3.2 時系列同定・スペクトル推定	11
2.3.3 検知・線スペクトル強調・予測	13
2.3.4 エコーキャンセラ	13
2.3.5 等化器	14
2.3.6 参照入力を用いたノイズキャンセラ	15
2.4 伝達行列の構造変換（多変数予測誤差同定モデルの構成）	16
2.5 適応 IIR フィルタリングによる時系列同定手法の構成	19
2.6 検知・線スペクトル強調・予測システムの解析	20
2.6.1 パワースペクトルによる解析	21
2.6.2 予測器の性質	23
2.7 適応アルゴリズムの導出思想	27
2.8 結言	30
第3章 多変数適応ラティスフィルタリング	32
3.1 緒言	32
3.2 適応 FIR ラティスフィルタリング	34
3.2.1 FIR ラティスフィルタの基本構造	34
3.2.2 FIR ラティスフィルタの諸性質	37
3.2.3 適応アルゴリズムの収束性解析	39
3.2.4 反射係数収束速度を向上させた適応手法	45

3. 2. 5	NALF2の応用	52
3. 3	適応IIRラティスフィルタリング	57
3. 3. 1	IIRラティスフィルタの基本構造	57
3. 3. 2	状態方程式表現の導出	59
3. 3. 3	適応アルゴリズムの導出	61
3. 4	結言	74
第4章	勾配原理に基づく多変数適応IIRフィルタリング	76
4. 1	緒言	76
4. 2	適応アルゴリズムの導出	77
4. 3	適応アルゴリズムの収束特性解析	81
4. 4	適応アルゴリズムの信号処理への応用	85
4. 4. 1	多変数時系列同定	85
4. 4. 2	異常検知・信号検出問題への応用	87
4. 4. 3	大気汚染質への応用	90
4. 5	結言	98
第5章	超安定理論に基づく多変数適応IIRフィルタリング	100
5. 1	緒言	100
5. 2	適応アルゴリズム構成	102
5. 2. 1	非減少ゲインを有する適応アルゴリズム	102
5. 2. 2	減少ゲインを有する適応アルゴリズム	104
5. 2. 3	超安定理論に基づく適応アルゴリズムの特徴	106
5. 3	適応アルゴリズムの超安定性の証明	110
5. 3. 1	超安定性の証明に便利な等式の提案	110
5. 3. 2	超安定性の証明	112
5. 3. 3	パラメータ収束のための入力条件	115
5. 4	超安定理論に基づく適応アルゴリズムの応用	118
5. 4. 1	数値計算による収束性の検証	118
5. 4. 2	多変数システム同定数値例	120

5. 4. 3	観測機器異常の検知問題への応用	122
5. 4. 4	大気汚染質への応用	124
5. 5	結言	131
第6章	結 論	133
謝 辞	136
参考文献	137
関連発表論文	146
他の発表論文	147
付録1	クロネッカ積に関する等式	148
付録2	(4. 2 6) 式の導出	151

第 1 章 緒 言

大規模集積回路技術の驚異的な発展に伴って、デジタルハードウェア価格の低減や素子の高速化・小形化が進み、また、利用技術の面からのソフトウェアは、CAD/CAMを用いて手軽にICパターン化できるようになっている。これらは種類の信号処理用プロセッサとして実用化され、デジタル信号処理の適用分野はますます広汎になってきている。¹⁾⁻⁹⁾

現在、デジタル信号処理は、通信問題における信号処理とシステム・制御理論における信号処理を中心とし、幅広い分野において応用されている。ここで、基本構造のみに着目して信号処理問題を考察すると、以下の6種類の信号処理システムを取上げることができる。基本システムとしての、(i) システム同定、(ii) 時系列同定・スペクトル推定であり、応用面における、(iii) 検知・線スペクトル強調・予測システム、(iv) エコーキャンセラ、(v) 等化器、(vi) 参照入力を用いたノイズキャンセラである。これらの信号処理システムでは、個々の問題形式が見かけ上異なっているため、今日まで個別に信号処理手法の開発が行われる傾向にあった。しかしながら、各々の本質的な信号処理部分をその入出力特性から眺め直してみると、処理すべき信号系列と処理の目標となる信号系列を個々の問題に対して見定めることにより、統一的なフィルタリングが可能となることが分かる。加えて、実システムから得られたデータの信号処理を想定すると、一般に対象システムに関する各種データの統計量を事前に入手することはできず、また、その性質も時間とともに徐々に変化している可能性もある。このため、フィルタへの入力系列と目標値系列のみ与えればよい適応フィルタの概念を用いることにより、効果的なフィルタリングを行うことができる。

本論文では、個々の目的に応じた適応信号処理手法を構成するとともに、効果的な適応フィルタリングを行うための種々のアルゴリズムを開発する。

適応アルゴリズムを開発する際には、適応フィルタの構造を前もって決めておかなければならず、次の2種類のフィルタ構造に対して適応アルゴリズムを導出する。

- (i) 適応フィルタの安定判別が容易なラティスフィルタ構造
- (ii) データの時間推移が直感的に把握できるタップ遅延線素子構造

このとき、採用する伝達関数特性としては、FIR (Finite Impulse Response) 構造よりも IIR (Infinite Impulse Response) 構造を用いる方がパラメータ個数を少なくでき、より利用価値が高くなる。IIR 構造を有する適応 IIR フィルタリングのためのモデル構成として、応答誤差規範モデルと方程式誤差規範モデルを候補にあげることができる。このとき、適応信号処理を行う際には適応フィルタの内部パラメータが観測雑音の影響を受けにくい方がよく、その意味で応答誤差規範モデルの方が有効となる。そのため、本論文では適応フィルタ構造として応答誤差規範モデル構造を採用する。なお、適応 IIR フィルタリング手法を構成するために、次の二つの考え方に基づく適応アルゴリズムを導出する。

(i) 勾配原理に基づく適応アルゴリズム

(ii) 超安定理論に基づく適応アルゴリズム

本論文では、以上の流れに沿って適応信号処理のための多変数適応アルゴリズムを 15 種類構成するが、これらの収束特性、計算量比較ならびに適用可能性についても言及する。

第 2 章では、適応 IIR フィルタリングの基本構成を述べたのち、各分野で用いられている適応信号処理に対して統一的に適応 IIR フィルタリングが行えることを明確にする。また、実データ処理における多変数系の重要性を考慮し、多変数系の適応 IIR フィルタリングが可能であることを証明する。さらに、これまで方程式誤差規範モデルを用いて行われていた時系列同定に対して応答誤差規範モデルを適用することを提案し、他の信号処理問題と同様に適応 IIR フィルタリング手法が適用可能であることを示す。適応信号処理システムの処理能力については、これまで因果性を無視した解析しか行われていなかった。これに対して、新たに因果性を考慮し、パワースペクトルならびに離散時間ウィナーフィルタの両面から解析を行う。しかしながら、適応アルゴリズムの恒常的な使用と一時的な使用を使い分けるためには、上述の適応後における信号処理システムの処理能力の解析に加えて、適応過程におけるアルゴリズムの適応能力も調べる必要がある。このため、過渡状態における適応能力を向上させる考え方と定常状態における適応能力を向上させる考え方の二つの適応アルゴリズム導出思想を明確にする。以後、これに基づいて適応アルゴリズムを開発する。

第 3 章では、ラティスフィルタ構造を用いた多変数適応フィルタリング手法を構

成する。ラティスフィルタとしてFIRラティス構造とIIRラティス構造による構成が可能であるが、これまでの適応アルゴリズムは主にFIRラティス構造に対して開発されていた。ここで、FIRラティス構造を有する従来の適応アルゴリズムは後段ラティスブロック内の反射係数推定値の収束が遅くなる欠点を有していた。この原因を調べるために、各反射係数推定値の平均的な時間挙動を入力統計量のみの関数として解析し、後段ラティスブロック内の反射係数推定値の収束時定数が前段の推定誤差からの影響により大きくなることを明確にする。さらに、この解析結果を踏まえて、後段の反射係数収束速度を向上させた適応手法を提案する。ここで、音声分析と適応制御を具体例として取上げ、新しく提案する適応手法が速い収束特性を有していることを実証する。一方、IIRラティス構造に対しては、第2章で議論する適応アルゴリズムの導出思想に基づき、過渡状態における適応能力を向上させるアルゴリズムと定常状態における適応能力を向上させるアルゴリズムを導出する。加えて、IIRラティス構造と拡大ベクトルを用いたFIRラティス構造はそれぞれ右行列分解表現と左行列分解表現の伝達行列を有していることも明らかにする。

第4章では、タップ遅延線素子構造を用い、勾配原理に基づく多変数適応IIRフィルタリング手法を構成する。このとき、第2章で考察する二つの導出思想に基づいて適応アルゴリズムを導出するとともに、事後出力を用いて収束を速くさせることも考察する。さらに、平均収束の観点から収束性を検討し、各々の適応アルゴリズムの収束領域の違いを明確にする。また、提案する適応アルゴリズムの有効性を調べるために、徳島県・小松島、関東地区、イタリア・ベネチアの大気汚染質を扱い、適応IIRフィルタリング手法を用いて予測および異常検知を行う。このとき、前処理として低域フィルタを適用する異常検知手法、他測定局データと気象データを組み合わせた早期異常検知手法、数種類のモデル構造を用いる異常検知手法を提案し、それらの有効性を実証する。

第5章では、タップ遅延線素子構造を用い、超安定理論に基づく多変数適応IIRフィルタリング手法を構成する。V. M. Popovによって体系づけられた入出力安定からの超安定理論は、MRAS (Model Reference Adaptive System) としてI. D. Landauによりいち早く適応同定および適応制御の分野へ取込まれた。このとき、従来の応答誤差規範に基づいたMRASの場合、その同定モデル出力と

して事後出力と中間出力が同時に必要であった。そのため、これらの多変数アルゴリズムを構成するとともに、計算手順を簡単にした事前出力のみを用いる多変数適応アルゴリズムを提案する。さらに、適応信号処理における増加・固定・減少ゲインの切り替えの有効性についても議論する。解析面では、発見的に行列設定を行う Kalman-Yakubovich の補題を用いることなく直接超安定性を証明できる新しい等式を提案し、増加・固定・減少ゲインならびに事後・事前出力を有する適応アルゴリズムすべてに対して統一的に超安定性の証明を行う。また、提案する適応アルゴリズムの有効性を調べるために、徳島県の大気汚染質に対する異常検知問題を扱う。このとき、化学変化における因果関係が強い変数を組み入れた多変数系の異常検知手法を提案し、その有効性を実証する。

第6章は、以上の内容の総括であり、特に、提案する15種類の多変数適応アルゴリズムの特長、計算時間の比較、応用可能性について要約する。

第2章 適応信号処理手法の構成

2.1 緒言

適応¹⁰⁻¹²⁾の概念は通信問題やシステム・制御問題に幅広く用いられており、近年我が国においても適応信号処理に関する研究が盛んに行われている。¹³⁾

従来の適応信号処理では、フィルタの伝達関数として構造の簡単なFIR構造が採用され、勾配法に基づく適応アルゴリズムがよく用いられていた。データの時間推移が直感的に把握できるタップ遅延線素子構造を有する適応アルゴリズムについては、適応ゲインの設定可能な範囲が共分散行列の固有値に依存するLMS (Least Mean Square) アルゴリズム¹⁴⁾とベクトルノルム計算を付加して適応ゲインの正規化を行っている学習同定法¹⁵⁾が代表的である。また、適応信号処理の途中でフィルタの安定性チェックや次数変更を行う場合には、ラティスフィルタ構造を用いた適応手法が便利である。^{16), 17)}

しかしながら、タップ遅延線素子とラティスフィルタのいずれの構造にせよ、対象システムが複雑でフィルタのインパルス応答次数を大きくする必要がある場合には、適応フィルタ構造としてパラメータ数を少なくできるIIR伝達関数を用いる方が効果的となる。このとき、目標値がフィードバックしてフィルタ出力を構成する方程式誤差規範モデルと適応フィルタ出力がフィードバックする応答誤差規範モデルの構成が可能であり、それぞれに対して適応アルゴリズムを開発することができる。ここで、前者は観測雑音により内部パラメータが乱されやすい欠点を有している。そのため、確率環境変化に強い応答誤差規範適応アルゴリズムを採用し、これによる適応IIRフィルタリング手法を以後の適応信号処理に用いる。

本章では、まず、多変数適応IIRフィルタリングの基本構成を述べる。次に、各分野の代表的な適応信号処理問題に対して処理すべき信号系列と処理の目標となる信号系列を明確にさせ、これにより統一的な適応IIRフィルタリングを可能とさせる。また、実データを用いて信号処理を行う際には多変数系として取扱わねばならぬことが多々あるが、その場合には多変数適応フィルタの入出力構造を明確にさせる必要がある。これまで、伝達行列の分母多項式の列次数や行次数が既知と仮

定して適応アルゴリズムが構成されていた。これに対して，2.4では，伝達行列の存在条件である分母多項式行列の正則性のみを条件とし，その最高次係数行列が単位行列である多変数予測誤差同定モデルが常に構成可能であることを証明する。これにより，細かいモデル構造を知る必要なく適応アルゴリズムを構成できる。2.5では，適応IIRフィルタリングによる時系列同定手法を構成する。従来の時系列同定では最尤法ならびに方程式誤差規範モデルが用いられていた。ここに，新たに応答誤差規範モデルを用いても時系列同定が行えることを示し，適応IIRフィルタリングの応用範囲をさらに拡張する。2.6では，検知・線スペクトル強調・予測システムを取上げ，特に，因果性を考慮して信号処理システムの処理能力を評価する。しかしながら，これらの解析は適応が完了した後の状態における処理能力の解析であり，適応途中の適応能力についても考察しておかねばならない。この問題に対する解答として，2.7では，過渡状態における適応能力を向上させる考え方と定常状態における適応能力を向上させる考え方の二つの適応アルゴリズムの導出思想を明確にする。この導出思想は，第3章以降に開発する適応アルゴリズムの基礎になるのみでなく，どの適応アルゴリズムを信号処理システムへ組み込むかを判断する際の重要な判断材料にもなる。

2.2 多変数適応IIRフィルタリングの基本構成

多変数適応IIRフィルタリングの基本概念はFig. 2.1に示される。ここに， x_j ， y_j は適応フィルタ（A.F.： Adaptive Filter）の入出力， d_j は目標値である。このとき，誤差 e_j を組み込んだ適応アルゴリズムを用いて内部パラメータを修正し，出力 y_j を目標値 d_j に近づける。なお，実データ処理における多変数系の重要性を考慮

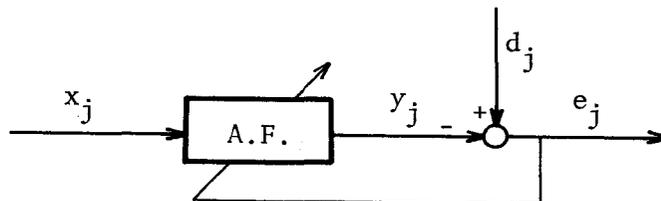


Fig. 2.1 Basic idea of multivariable adaptive IIR filtering.

し、以後は多変数適応 IIR フィルタリングについて議論する。

理論的解析を明確にするために、適応フィルタリングにおける N 次元入力ベクトル x_j と M 次元目標値ベクトル d_j は次の関係式で記述されるものとする。

(本来の情報: y_j^*)

$$\begin{aligned} y_j^* &= \sum_{k=0}^q B_k^{*T} x_{j-k} + \sum_{k=1}^p A_k^{*T} y_{j-k}^* \\ &= W^{*T} Z_j^* \end{aligned} \quad (2.1)$$

(確定系における目標値: d_j)

$$\begin{aligned} d_j &= y_j^* \\ &= W^{*T} Z_j^* \end{aligned} \quad (2.2)$$

(確率系における目標値: d_j)

$$\begin{aligned} d_j &= y_j^* + \xi_j \\ &= W^{*T} Z_j^* + \xi_j \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここに、 $\{(q+1)N + pM\} \times M$ 行列 W^* および $\{(q+1)N + pM\}$ ベクトル Z_j^* は

$$\begin{aligned} W^* &\triangleq [B_0^{*T}, \dots, B_q^{*T}, A_1^{*T}, \dots, A_p^{*T}]^T \\ Z_j^* &\triangleq [x_j^T, \dots, x_{j-q}^T, y_{j-1}^{*T}, \dots, y_{j-p}^{*T}]^T \end{aligned}$$

により定義し、添字 “*” は雑音が関与しない変数を意味する。さらに、(2.3) 式で示されるように、確率系における本来の情報 y_j^* はこれと無相関な平均 0 の加法性白色雑音 ξ_j を伴って観測される。

遅れ作用素 z^{-1} を用いて (2.1) 式を変形すると次の表現を得る。

$$y_j^* = A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1}) x_j \quad (2.4)$$

ここに、 $A^*(z^{-1})$ および $B^*(z^{-1})$ はそれぞれ次式で定義される。

$$A^*(z^{-1}) \triangleq I - A_1^{*T} z^{-1} - \dots - A_p^{*T} z^{-p} \quad (2.5)$$

$$B^*(z^{-1}) \triangleq B_0^{*T} + B_1^{*T} z^{-1} + \dots + B_q^{*T} z^{-q} \quad (2.6)$$

なお、以後の理論展開を簡単にするため、 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ は既約と仮定する。このとき、多変数系ではユニモジュラ多項式行列による伝達行列変換が可能のため、一般に分母・分子多項式行列は一意に定まらない。しかしながら、適応信号処理のためのアルゴリズムを構成する際には、(2.5) 式で表わされるように $A^*(z^{-1})$ の

最高次係数行列が単位行列に設定できる方が都合よい。(2.5)式の表現に対する正当性は2.4の補題2.1で証明する。

適応フィルタを入出力関係から眺めてみると、タップ遅延線素子構造とラティス構造による構成が可能である。ラティス構造の入出力関係については第3章で述べることとし、ここではタップ遅延線素子構造を有する適応フィルタの入出力関係について議論する。このとき、現在得られているパラメータ推定値を用いて、また、修正された後の推定値を用いて、適応フィルタ出力を形作ることができる。これらは、事前出力と事後出力を用いた適応フィルタ構成として次のように表現できる。

(事前出力を用いた適応フィルタ構成)

$$\begin{aligned}\widehat{y}_j^i &= \sum_{k=0}^q \widehat{B}_{k,j}^T x_{j-k} + \sum_{k=1}^p \widehat{A}_{k,j}^T \widehat{y}_{j-k}^i \\ &= \widehat{W}_j^T Z_j^i\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}\widehat{\widehat{y}}_j^i &= \sum_{k=0}^q \widehat{B}_{k,j+1}^T x_{j-k} + \sum_{k=1}^p \widehat{A}_{k,j+1}^T \widehat{y}_{j-k}^i \\ &= \widehat{W}_{j+1}^T Z_j^i\end{aligned}\quad (2.8)$$

(事後出力を用いた適応フィルタ構成)

$$\begin{aligned}\widehat{y}_j^o &= \sum_{k=0}^q \widehat{B}_{k,j}^T x_{j-k} + \sum_{k=1}^p \widehat{A}_{k,j}^T \widehat{y}_{j-k}^o \\ &= \widehat{W}_j^T Z_j^o\end{aligned}\quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}\widehat{\widehat{y}}_j^o &= \sum_{k=0}^q \widehat{B}_{k,j+1}^T x_{j-k} + \sum_{k=1}^p \widehat{A}_{k,j+1}^T \widehat{y}_{j-k}^o \\ &= \widehat{W}_{j+1}^T Z_j^o\end{aligned}\quad (2.10)$$

ここに、

$$\begin{aligned}\widehat{W}_j &\triangleq [\widehat{B}_{0,j}^T, \dots, \widehat{B}_{q,j}^T, \widehat{A}_{1,j}^T, \dots, \widehat{A}_{p,j}^T]^T \\ Z_j^i &\triangleq [x_j^T, \dots, x_{j-q}^T, \widehat{y}_{j-1}^i, \dots, \widehat{y}_{j-p}^i]^T \\ Z_j^o &\triangleq [x_j^T, \dots, x_{j-q}^T, \widehat{\widehat{y}}_{j-1}^o, \dots, \widehat{\widehat{y}}_{j-p}^o]^T\end{aligned}$$

であり、 \widehat{y}_j^i 、 $\widehat{\widehat{y}}_j^i$ 、 \widehat{y}_j^o 、 $\widehat{\widehat{y}}_j^o$ をそれぞれ“事前出力”、“仮出力”、“中間出力”、

“事後出力”と呼ぶこととする。なお、右肩添字 “.i” および “.o” はそれぞれ事前出力と事後出力を含む変数を意味する。また、添字 “^” および “\hat{” は、現時刻 j までの情報のもとでそれぞれ現時刻の推定値 \hat{W}_j を用いて得られる変数と時刻 $j+1$ の推定値 \hat{W}_{j+1} を用いて得られる変数を意味する。ここで、適応フィルタ出力として (2.7) 式の事前出力 \hat{y}_j^i または (2.10) 式の事後出力 \hat{y}_j^o を実質的に用いる。さらに、(2.8) 式の仮出力 \hat{y}_j^i は第5章で議論する超安定理論に基づく適応フィルタの収束性議論にのみ用い、(2.9) 式の間出力 \hat{y}_j^o は (2.10) 式の事後出力を計算する際に必要な推定パラメータ行列 \hat{W}_{j+1} の更新式に組み入れる。なお、Fig. 2.1 における適応フィルタ出力 y_j の表現として、具体的な適応アルゴリズムでは事前出力 \hat{y}_j^i または事後出力 \hat{y}_j^o を用い、一般的な議論では単に出力 y_j を用いる。

Fig. 2.1 における誤差 e_j についても事前出力と事後出力に対応させた定義が必要となる。これらの誤差および一般化誤差を次のように定義する。

(事後出力による誤差)

$$\tilde{e}_j^o \triangleq d_j - \hat{y}_j^o \quad (2.11)$$

$$\tilde{e}_j^o \triangleq d_j - \hat{y}_j^o \quad (2.12)$$

(事前出力による誤差)

$$\tilde{e}_j^i \triangleq d_j - \hat{y}_j^i \quad (2.13)$$

$$\tilde{e}_j^i \triangleq d_j - \hat{y}_j^i \quad (2.14)$$

(固定補償器を用いた事後出力による一般化誤差)

$$\tilde{v}_j^o \triangleq \tilde{e}_j^o + \sum_{k=1}^p C_k^r \tilde{e}_{j-k}^o \quad (2.15)$$

$$\tilde{v}_j^o \triangleq \tilde{e}_j^o + \sum_{k=1}^p C_k^r \tilde{e}_{j-k}^o \quad (2.16)$$

(適応補償器を用いた事後出力による一般化誤差)

$$\tilde{v}_{e,j}^o \triangleq \tilde{e}_j^o + \sum_{k=1}^p \hat{C}_{k,j+1}^r \tilde{e}_{j-k}^o \quad (2.17)$$

$$\tilde{v}_{e,j}^o \triangleq \tilde{e}_j^o + \sum_{k=1}^p \hat{C}_{k,j}^r \tilde{e}_{j-k}^o \quad (2.18)$$

(適応補償器を用いた事前出力による一般化誤差)

$$\tilde{v}_{e,j}^i \triangleq \tilde{e}_j^i + \sum_{k=1}^p \hat{C}_{k,j+1}^T \tilde{e}_{j-k}^i \quad (2.19)$$

$$\tilde{v}_{e,j}^i \triangleq \tilde{e}_j^i + \sum_{k=1}^p \hat{C}_{k,j}^T \tilde{e}_{j-k}^i \quad (2.20)$$

なお、(2.17)式から(2.20)式の適応補償器を用いる場合、その推定パラメータ行列 $\hat{W}_{e,j}$ は次のように定義し第5章で扱うが、それに関連した $Z_{e,j}^i$, $Z_{e,j}^o$ もここにまとめて定義する。

$$\begin{aligned} \hat{W}_{e,j} &\triangleq [\hat{B}_{0,j}^T, \dots, \hat{B}_{q,j}^T, \hat{A}_{1,j}^T, \dots, \hat{A}_{p,j}^T, -\hat{C}_{1,j}^T, \dots, -\hat{C}_{p,j}^T]^T \\ &= [\hat{W}_j^T : -\hat{C}_{1,j}^T, \dots, -\hat{C}_{p,j}^T]^T \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} Z_{e,j}^i &\triangleq [x_j^T, \dots, x_{j-q}^T, \hat{y}_{j-1}^T, \dots, \hat{y}_{j-p}^T, \tilde{e}_{j-1}^T, \dots, \tilde{e}_{j-p}^T]^T \\ &= [Z_j^{iT} : \tilde{e}_{j-1}^T, \dots, \tilde{e}_{j-p}^T]^T \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} Z_{e,j}^o &\triangleq [x_j^T, \dots, x_{j-q}^T, \hat{y}_{j-1}^{oT}, \dots, \hat{y}_{j-p}^{oT}, \tilde{e}_{j-1}^{oT}, \dots, \tilde{e}_{j-p}^{oT}]^T \\ &= [Z_j^{oT} : \tilde{e}_{j-1}^{oT}, \dots, \tilde{e}_{j-p}^{oT}]^T \end{aligned} \quad (2.23)$$

ここに、添字 “ \sim ” および “ $\hat{\sim}$ ” はそれぞれ現時刻の推定値 \hat{W}_j を用いて得られる誤差と時刻 $j+1$ の推定値 \hat{W}_{j+1} を用いて得られる誤差を意味している。なお、前者は適応アルゴリズム構成に、また、後者は収束性解析に用いる。さらに、(2.17)式から(2.20)式の適応補償器を用いる際には、(2.21)式の推定パラメータ行列 $\hat{W}_{e,j}$ に関する適応アルゴリズムが必要となる。これら一般化誤差を用いた適応アルゴリズムは第5章の超安定理論に基づく適応フィルタ設計において議論する。

2.3 各分野における適応信号処理システムの構成

ここでは、具体的な多変数適応信号処理として、システム同定、時系列同定・スペクトル推定、検知・線スペクトル強調・予測、エコーキャンセラ、等化器および参照入力を利用できる場合のノイズキャンセラの問題について議論し、統一的に適応 IIR フィルタリングを行うことができることを示す。

2.3.1 システム同定

システム同定の基本概念をFig. 2. 2に示す。

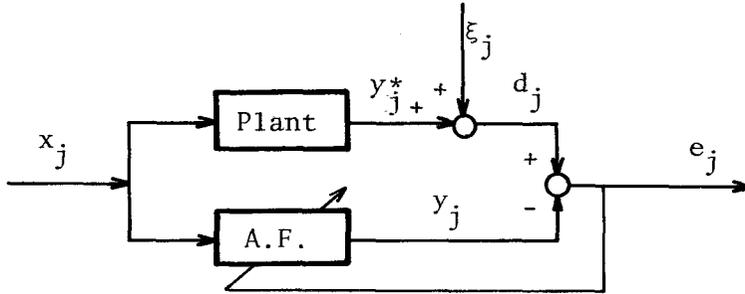


Fig. 2.2 System identification.

システム同定は他のすべての適応 IIR フィルタリングの基本となるもので、特に、前節で述べた適応フィルタ入出力関係を用い、応答誤差規範に基づく適応アルゴリズム構成となっている点に特徴がある。システム同定理論^{18)~23)}はシステム・制御理論の適応信号処理分野でもあるモデル規範適応制御や適応レギュレータ^{24)~28)}の基礎であり、また通信問題における種々の適応信号処理の基本にもなっている。

2.3.2 時系列同定・スペクトル推定

前述のシステム同定では適応フィルタに組み入れる情報としてプラント入出力観測値の2種類の情報を用いた。データ系列が1種類しか得られない場合のモデリングおよびスペクトル推定をFig. 2. 3に示す。

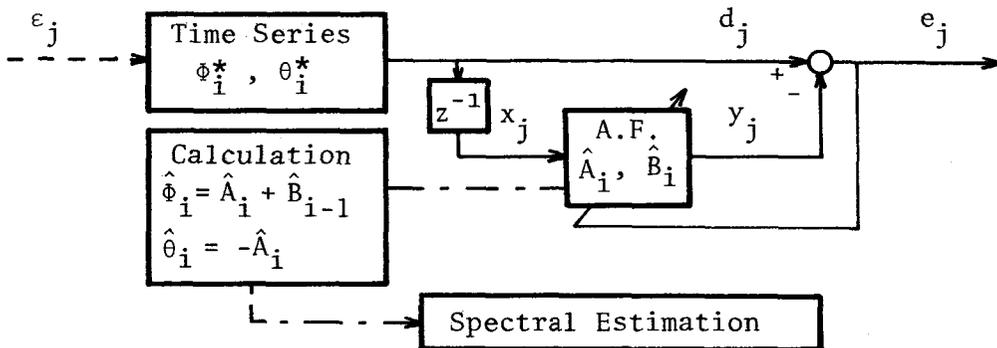


Fig. 2.3 Time series identification and spectral estimation.

このとき、多変数 A R モデリングにおける次数決定は、予測誤差共分散行列の観点からの F P E (Final Prediction Error)²⁹⁾、最大尤度の観点からの A I C (Akaike's Information Criterion)³⁰⁾、または無限インパルス応答の立場からの C A T (Criterion Autoregressive Transfer-function)³¹⁾を用いることができる。観測ベクトル次元を M、データ数を N_d、A R 次数を p、またその時の予測誤差共分散行列を E_p とすると、それぞれ次式により与えられる。

$$F P E(p) = \left[1 + \frac{pM+1}{N_d} \right]^M \left[1 - \frac{pM+1}{N_d} \right]^{-M} \det \{ E_p \} \quad (2.24)$$

$$A I C(p) = \ln \det \{ E_p \} + \frac{2pM^2}{N_d} \quad (2.25)$$

$$C A T(p) = \text{tr} \left\{ \frac{M}{N_d} \sum_{k=1}^p \left[\frac{N_d}{N_d - kM} E_k \right]^{-1} - \left[\frac{N_d}{N_d - pM} E_p \right]^{-1} \right\} \quad (2.26)$$

なお、データ数 N_d が多い場合は次の関係が成立する。³¹⁾

$$\lim_{N_d \rightarrow \infty} \ln F P E(p) = A I C(p)$$

$$\frac{1}{M} C A T(p) \leq - \exp \left\{ - \frac{1}{M} A I C(p) \right\}$$

さらに、A R I M A (p, d, q) 過程に対しては次の A I C が採用できる。³²⁾

$$A I C (p, d, q) = N_d \ln \sigma_e^2 + \frac{2 N_d}{N_d - d} (p + q + 1 + \delta_{d0}) \quad (2.27)$$

ここに、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。また、予測誤差共分散 E_p ならびに σ_e^2 は Levinson-Durbin アルゴリズムにより計算できるが、予測誤差系列を用いて推定することも可能である。

時系列パラメータを推定するには最尤法がよく用いられ、また逐次推定手法の一つである拡張最小 2 乗法もよく用いられている。しかしながら、Fig. 2. 3 で提案した時系列同定ならびにスペクトル推定手法は、多変数適応 I I R フィルタリング手法をそのまま利用できることにその長を有している。なお、多変数適応 I I R フィルタリング手法が時系列同定に適用できることについては 2. 5 において議論する。

2.3.3 検知・線スペクトル強調・予測

前述のシステム同定や時系列同定では、定常状態のデータを用いてシステムの数学的構造を明らかにすることを目的としている。一方、内部パラメータの変化や異種信号の混入が生じたときにはこれらを検知する必要があり、Fig. 2. 4の検知システムが有効となる。さらに、広帯域雑音に埋まった狭帯域信号の抽出やデータ系列の予測もFig. 2. 4に示す検知・線スペクトル強調・予測システムを用いて簡単に行うことができる。

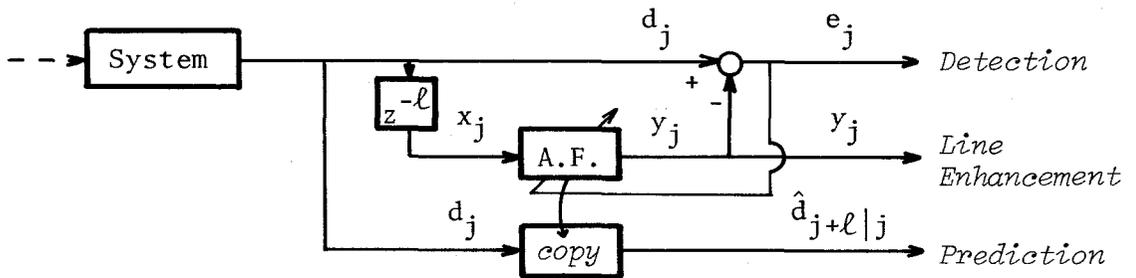


Fig. 2.4 Detection, line enhancement and prediction.

異常や故障の検知³³⁾を行う場合、尤度比検定や連検定を利用した種々の検定法を用いることができる。^{34), 35)}これに対して、Fig. 2. 4のシステムでは統計量を必要としない適応フィルタを用い、簡便な予測誤差に対する閾値チェック法を用いて異常検知を行う。一方、広帯域雑音に埋もれた狭帯域信号の抽出を行う際にもFig. 2. 4のシステムが有効であることが報告されている。³⁶⁾

Fig. 2. 4のシステムは、当初FIR構造を用いることによりB.Widrowらによって提案され、実データ処理で実績をあげている。³⁷⁾しかしながら、精度向上のためにはIIR構造を用いた適応フィルタリングの方が効果的である。また、因果性を考慮した適応能力の解析や時系列予測の際の構造解析はこれまで未解決の問題であった。これらについては2. 6で議論する。

2.3.4 エコーキャンセラ

信号処理のデジタル通信網への応用として、電話回線におけるエコー発生を軽

減させる問題を取上げることができる。長距離電話回線では、長距離伝送区間の4線式構成と加入者線の2線式構成の接続部において信号分離のためのハイブリッドコイルが設けられている。しかしながら、この不整合によって受信信号の一部が送信信号へ漏れるため(エコー)、少しでもエコーを軽減させねばならない。このとき、エコー特性は時間とともに変化している可能性もあり、信号環境の変化にも対処できる適応的なエコーキャンセラを構成することが望まれる。エコーキャンセラの概念図をFig. 2.5に示す。

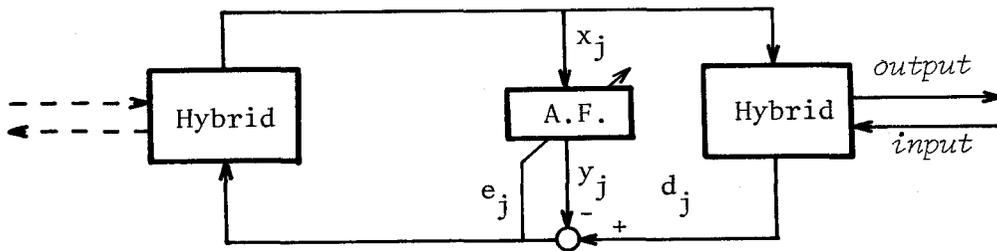


Fig. 2.5 Echo canceler.

エコーキャンセラを構成する従来のアルゴリズムは、主に勾配法やLevinson-Durbinアルゴリズムに基づいて研究されてきた。^{38)~40)}これらはすべてFIR構造になっており、ハイブリッドコイルの非線形特性を精度よく近似するためにはフィルタ次数を大きくさせる必要がある。そのため、Fig. 2.5の適応フィルタにIIR構造を用い、次章以後に開発する適応IIRフィルタリング手法を適用することにより、効果的なエコーキャンセリングが期待できる。

2.3.5 等化器

データ伝送路の遅延ひずみや変復調系の不完全性に基づく符号間干渉を補償するためには等化器が必要である。その概念図をFig. 2.6に示す。

等化器を構成する適応手法として、これまでさまざまな考え方をういたFIR構造に基づくアルゴリズムが報告されている。^{41)~44)}さらに、IIR構造として方程式誤差規範モデルも採用されている。⁴⁵⁾しかしながら、伝送路上の雑音によるフィルタパラメータの変動を抑制するためには応答誤差規範モデルを用いる方が有効となる。

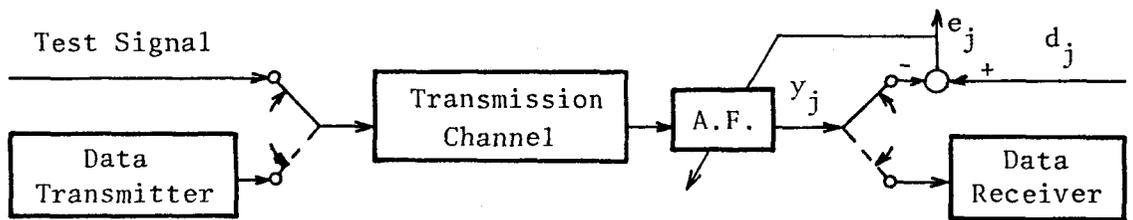


Fig. 2.6 Equalizer.

そのため、Fig. 2. 6においても適応 IIR フィルタリング手法を用いることを提案する。なお、多重通信データの処理を行う際には多変数系による処理の方が都合よく、次章以後に提案する多変数適応アルゴリズムが効力を発揮する。

2.3.6 参照入力を用いたノイズキャンセラ

これまでの処理システムでは適応フィルタ入力为目标値に直接関係する場合を扱った。ここでは、Fig. 2. 7に示すように、システムに影響を与えている雑音源の情報が直接入手できず、これと相関のある参照入力を利用できる場合のノイズキャンセリング問題を扱う。

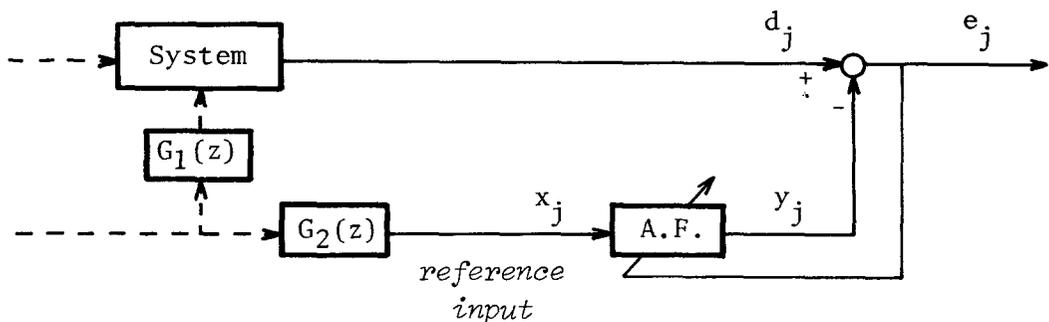


Fig. 2.7 Noise canceler using reference input.

Fig. 2. 7のノイズキャンセラにおいて、適応フィルタの理想的な伝達行列は $G_1(z) G_2(z)^{-1}$ となる。もし、この伝達行列が FIR 構造であるならば、これまでの処理手法³⁷⁾をそのまま採用することができる。さらに、FIR ラティスフィルタ

の直交性⁴⁶⁾を利用し、次章で提案する反射係数収束速度を向上させた適応 F I R ラティスフィルタリング手法 (NALF2) を用いることにより、効果的なノイズキャンセリングを行うことができる。しかしながら、 $G_1(z) G_2(z)^{-1}$ は一般に有理多項式行列となるため、適応フィルタは I I R 構造により構成されねばならない。この場合には、次章以後に提案する適応 I I R フィルタリング手法を用いるのが有効である。

2.4 伝達行列の構造変換 (多変数予測誤差同定モデルの構成)

本節では、伝達行列における分母多項式の最高次係数行列が (2.5) 式に表現されるように単位行列に設定できることについて説明する。

伝達行列 $H(z)$ は、次の左行列分解表現または右行列分解表現により表現することができる。

$$H(z) = D_L(z)^{-1} N_L(z) \quad (2.28)$$

$$H(z) = N_R(z) D_R(z)^{-1} \quad (2.29)$$

ここに、両者の変換や既約分解の導出は分母・分子多項式行列を並べた拡大行列に対して基本行・列変換⁴⁷⁾を適用することにより得られ、^{48),49)} 伝達行列の性質の解析においては Bezout 方程式⁵⁰⁾が重要な役割を果たす。

状態空間表現を必要とする場合には、(2.28) 式と (2.29) 式を次のように書き替えると便利である。

$$H(z) = [D_L(z)^{-1} \quad I_M] N_L(z) \quad (2.30)$$

$$= [I_M \quad D_L(z)^{-1}] N_L(z) \quad (2.31)$$

$$= N_R(z) [I_N \quad D_R(z)^{-1}] \quad (2.32)$$

$$= N_R(z) [D_R(z)^{-1} \quad I_N] \quad (2.33)$$

このとき、各々から Observer Form, Observability Form, Controller Form, Controllability Form の状態空間表現を得ることができる。⁴⁹⁾ここに、実現を $\{ A, B, C \}$ とすると、Observer Form の A と C および Controller Form の A と B は、伝達行列に依存する 0, 1 以外の要素がそれぞれ同じ列および同じ行にあるため、オブザーバの構成および極配置の考察が直接的となっている。また、Observability

Form および Controllability Form はそれぞれ常に可観測性および可制御性が満足されている状態空間表現になっている。

これに対して，適応信号処理を行う際には入出力方程式をそのまま利用するため，分母多項式行列 $D(z)$ の構造が明確でないと適応アルゴリズムの具体的な構成ができなくなる。従来の研究では，分母多項式の最高次係数行列を単位行列と仮定するか^{51)~54)} または少し広く，最高次係数行列の正則性⁵⁵⁾ や分母多項式行列の行および列のプロパー性⁵⁶⁾ を仮定していた。単位行列についての正当性は，これまで可観測指数を用いて状態方程式から入出力方程式へ変換することにより議論されている。²³⁾ しかしながら，単に入出力方程式のみから最高次係数行列の性質を検討する方が自然である。

以下では，分母多項式行列の正則性の条件のみからその最高次係数行列が単位行列に変換できることを証明する。なお，分母多項式行列が正則とは $\det \{ D(z) \}$ が恒等的に零にならないことにより定義する。さらに，分母多項式行列の最高次係数行列を単位行列に設定できれば一段予測誤差を用いた適応アルゴリズムが明確に表現できるため，分母多項式行列の最高次係数行列が単位行列である伝達行列モデルを“多変数予測誤差同定モデル”と呼び，次の補題によりその構成が可能であることを示す。

[補題 2 . 1] (多変数予測誤差同定モデル)

(2 . 2 8) 式および (2 . 2 9) 式の伝達行列は，分母多項式行列の正則性の条件のもとで，分母多項式の最高次係数行列が単位行列である多変数予測誤差同定モデルへ変換できる。

(証明)

(2 . 2 9) 式の右行列分解表現はその転置をとると左行列分解表現の形となるため，以下では (2 . 2 8) 式の左行列分解表現について議論し，添字 “ \cdot_L ” は省略する。

いま， $H(z)$ が次の表現で与えられるとする。

$$H(z) = D(z)^{-1} N(z) \\ \triangleq [D_0^T \ z^{\bar{p}} + \cdots + D_{\bar{p}}^T]^{-1} [N_0^T \ z^{\bar{q}} + \cdots + N_{\bar{q}}^T] \quad (2 . 3 4)$$

このとき，正則性の仮定より $D(z)$ はユニモジュラ行列 $R_1(z)$ を用いた基本行変換に

より列プロパーな上三角多項式行列 $D_H(z)$ に変換することができる。

$$\begin{aligned} H(z) &= [R_1(z) D(z)]^{-1} [R_1(z) N(z)] \\ &= D_H(z)^{-1} N_1(z) \end{aligned} \quad (2.35)$$

次に、列プロパーな上三角多項式行列 $D_H(z)$ の対角要素の次数を次式により揃える。

$$\begin{aligned} H(z) &= [\text{diag} \{ z^{r_1}, \dots, z^{r_M} \} D_H(z)]^{-1} [\text{diag} \{ z^{r_1}, \dots, z^{r_M} \} N_1(z)] \\ &\triangleq D_2(z)^{-1} N_2(z) \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここに、 r_i は非負整数であり $D_H(z)$ の対角要素の最高次数に全体を揃えるものとする。

(2.36) 式の $D_2(z)$ は列プロパーになっていないが、対角要素が 1 の上三角多項式行列 $R_2(z)$ を用いて再び基本行変換を行うと、次の行プロパーかつ列プロパーな $\bar{D}_H(z)$ を得る。

$$\begin{aligned} H(z) &= [R_2(z) D_2(z)]^{-1} [R_2(z) N_2(z)] \\ &\triangleq \bar{D}_H(z)^{-1} N_3(z) \end{aligned} \quad (2.37)$$

これより、最高次係数行列が単位行列である $\bar{D}_H(z)$ を得ることができた。なお、上式の $\bar{D}_H(z)$ および $N_3(z)$ は次式で表現される。

$$\bar{D}_H(z) = I z^p - \bar{D}_1^T z^{p-1} - \dots - \bar{D}_p^T \quad (2.38)$$

$$N_3(z) = \bar{N}_0^T z^{q_1} + \bar{N}_1^T z^{q_1-1} + \dots + \bar{N}_{q_1-q_2}^T z^{q_2} \quad (q_1 \geq q_2 \geq 0) \quad (2.39)$$

(証明終)

補題 2.1 は、 $z=0$ の同数の極と零点を付加させることにより多変数予測誤差同定モデルを構成できることを意味している。また、証明内の添字 “ \cdot_H ” は、極・零点定義の一つである Smith - McMillan Form に対して基本変換となる Hermite Form⁴⁹⁾ の意味で用いた。

(2.37) 式から (2.39) 式で表現される伝達行列に入出力の因果性を加味すると、離散時間システムを扱っているためこれは伝達行列のプロパー性 ($\lim_{z \rightarrow \infty} H(z) < \infty$) と等価となり、次の不等式が成立する。

$$p \geq q_1 \geq q_2 \geq 0 \quad (2.40)$$

これまでの表現では z に関する多項式表現を用いてきたが、適応信号処理では遅れ作用素 z^{-1} による表現の方が扱いよいため、以後 z^{-1} による表現を用いる。すなわち、(2.37) 式から (2.39) 式の伝達行列として次式の表現を用いることができる。

$$H(z^{-1}) = A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1}) \quad (2.41)$$

$$A^*(z^{-1}) \triangleq I - A_1^{*T} z^{-1} - \dots - A_p^{*T} z^{-p} \quad (2.42)$$

$$B^*(z^{-1}) \triangleq B_{p-q_1}^{*T} z^{-(p-q_1)} + \dots + B_{p-q_2}^{*T} z^{-(p-q_2)} \quad (2.43)$$

ここに、 q_1 が不明の場合は、 $q_1 = p$ と設定し $q \triangleq p - q_2$ と定義することより (2.4) 式から (2.6) 式で議論した伝達行列の形を得ることができる。また、 q_2 が不明の場合は、 $q_2 = 0$ すなわち $q = p$ と設定して適応 IIR フィルタリングを行う。

2.5 適応 IIR フィルタリングによる時系列同定手法の構成

時系列同定手法として予測誤差系列を MA パラメータ推定に組み込んだ拡張最小 2 乗法や近似最尤法がよく用いられている。本節では、統一的な適応 IIR フィルタリングを可能とさせるため、Fig. 2.3 で提案した応答誤差規範モデルによる時系列同定手法を構成する。

多変数 ARMA(p, q) 過程は、そのベクトル次元を M とすると、時系列出力 d_j と観測できない白色雑音入力 ε_j により次式で表現される。

$$d_j = \Phi_1^{*T} d_{j-1} + \dots + \Phi_p^{*T} d_{j-p} + \varepsilon_j + \Theta_1^{*T} \varepsilon_{j-1} + \dots + \Theta_q^{*T} \varepsilon_{j-q} \quad (2.44)$$

ここに、 Φ_k^* および Θ_k^* はそれぞれ AR および MA パラメータ行列である。

最適一段予測器と対応させるために、次式の D_j^{-1} を定義する。

$$D_j^{-1} \triangleq \{ d_{j-1}, d_{j-2}, \dots, \varepsilon_{j-1}, \varepsilon_{j-2}, \dots \}$$

このとき、 D_j^{-1} が与えられたときの (2.44) 式の条件付期待値は次式となる。

$$y_j^* \triangleq E[d_j \mid D_j^{-1}] \\ = \Phi_1^{*T} d_{j-1} + \dots + \Phi_p^{*T} d_{j-p} + \Theta_1^{*T} \varepsilon_{j-1} + \dots + \Theta_q^{*T} \varepsilon_{j-q} \quad (2.45)$$

(2.44) 式と (2.45) 式を比較すると ε_j は d_j と y_j^* の差となることが分かり、これを再び (2.45) 式に代入することにより時系列 (2.44) 式は次の二つの関係式で表現できる。

$$y_j^* = B_1^{*T} d_{j-1} + \dots + B_p^{*T} d_{j-p} + A_1^{*T} y_{j-1}^* + \dots + A_q^{*T} y_{j-q}^* \quad (2.46)$$

$$d_j = y_j^* + \varepsilon_j \quad (2.47)$$

ここに、

$$B_k^* \triangleq \Phi_k^* + \Theta_k^* \quad (k = 1, 2, \dots, p)$$

$$A_k^* \triangleq -\Theta_k^* \quad (k = 1, 2, \dots, q)$$

したがって、時系列ARMA(p, q)過程は、入力が過去の時系列出力 d_{j-1} 、出力が y_j^* 、観測雑音が ε_j のシステムと見なすことができ、適応フィルタの入力と目標値の関係を確率系として扱っている(2.1)式と(2.3)式に対応させることができる。さらに、(2.45)式の最適一段予測値 y_j^* を考える際に用いた集合 D^{j-1} は本質的には $\{d_{j-1}, d_{j-2}, \dots\}$ と等価であるため、 $x_j = d_{j-1}$ を適応フィルタ入力とし d_j を目標値とする適応IIRフィルタリング手法を用いた時系列同定が可能となった。

以上より、時系列AR, MAパラメータの推定値 $\hat{\Phi}_k, \hat{\Theta}_k$ は適応フィルタ内のパラメータ \hat{A}_k, \hat{B}_k を用いて次式により求められる。

$$\hat{\Phi}_k = \hat{A}_k + \hat{B}_k \quad (k = 1, 2, \dots, p) \quad (2.48)$$

$$\hat{\Theta}_k = -\hat{A}_k \quad (k = 1, 2, \dots, q) \quad (2.49)$$

なお、時系列ARMA(p, q)過程の次数が $p > q$ の場合には、

$$\hat{A}_k = 0 \quad (k = q + 1, \dots, p) \quad (2.50)$$

と設定する。また、AR(p)過程の場合は、

$$\hat{A}_k = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, q; q = p), \quad (2.51)$$

MA(q)過程の場合は

$$\hat{A}_k = -\hat{B}_k \quad (k = 1, 2, \dots, q; q = p) \quad (2.52)$$

を用いる。(2.52)式は、まず \hat{B}_k パラメータを適応させ、その結果を逐次 \hat{A}_k パラメータに代入する手順を意味している。さらに、ARIMA(p, d, q)過程に対する時系列同定では、最初に時系列出力の差分を取ることで上述の議論と同じになる。なお、時系列同定に対する適応アルゴリズムの収束領域に関する議論ならびに実データ処理における次数決定手順は第4章で述べる。

2.6 検知・線スペクトル強調・予測システムの解析

本節では、雑音混入の検知、広帯域雑音に埋まった信号成分の抽出、予測に対す

る Fig. 2. 4 のシステムの処理能力を解析する。まず、信号系列に雑音が重畳している場合を扱い、新たに因果性を考慮してパワスペクトルの立場より解析を行う。また、時系列予測に対して、直接的予測器と間接的予測器の等価性を議論する。

2.6.1 パワスペクトルによる解析

Fig. 2. 4 のシステムにおいて、その入力 d_j ならびに適応フィルタ入力 x_j はスカラ系とし、次のように白色雑音 n_j が信号系列 s_j に重畳しているものとする。

$$d_j = s_j + n_j \quad (2.53)$$

$$x_j = d_{j-\ell} = s_{j-\ell} + n_{j-\ell} \quad (2.54)$$

適応フィルタは無有限次数のインパルス応答 g_i ($i=0, 1, \dots$) を有すると仮定すると、次の離散時間 Wiener - Hopf 方程式が求まる。

$$\sum_{i=0}^{\infty} r_{xx}(k-i) g_i = r_{xd}(k) \quad (k \geq 0) \quad (2.55)$$

ここに、

$$r_{xx}(k) \triangleq E[x_j x_{j+k}], \quad r_{xd}(k) \triangleq E[x_j d_{j+k}], \quad E[s_j] = E[n_j] = 0$$

さらに、

$$r_{dd}(k) \triangleq E[d_j d_{j+k}], \quad r_{ss}(k) \triangleq E[s_j s_{j+k}], \quad \sigma_n^2 \triangleq E[n_j^2]$$

と定義すると、(2.53)式と(2.54)式を利用することにより次の関係を得る。

$$r_{dd}(k) = r_{xx}(k) = r_{ss}(k) + \sigma_n^2 \delta_{k0} \quad (2.56)$$

$$r_{xd}(k) = r_{ss}(k+\ell) + \sigma_n^2 \delta_{k, -\ell} \quad (2.57)$$

以上の結果を用いて、まず因果性を無視した解析により Fig. 2. 4 のシステムの性質を調べる。(2.55)式の両辺の両側 z 変換を行うと次式を得る。

$$G(z) \Psi_{xx}(z) = \Psi_{xd}(z) \quad (2.58)$$

ここに、

$$G(z) \triangleq \sum_{k=0}^{\infty} g_k z^{-k}, \quad \Psi_{xx}(z) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xx}(k) z^{-k}, \quad \Psi_{xd}(z) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xd}(k) z^{-k}$$

(2.56)式および(2.57)式より $\Psi_{xx}(z)$ ならびに $\Psi_{xd}(z)$ は次式となる。

$$\Psi_{xx}(z) = \Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2 \quad (2.59)$$

$$\Psi_{xd}(z) = [\Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2] z^{\ell} \quad (2.60)$$

ここに,

$$\Psi_{ss}(z) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{ss}(k) z^{-k}$$

これより, 因果性を考慮しない場合の適応フィルタの理想伝達関数は次式により得られる。

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{\Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2}{\Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2} z^\ell \\ &= z^\ell \end{aligned} \quad (2.61)$$

すなわち, 信号成分も白色雑音成分も完全に予測できることになり, 現実に矛盾した結果となる。

これは過去のデータに基づいてフィルタ出力を計算している信号処理過程の因果性を無視しているためであり, 両側 z 変換を用いたところに問題がある。そのため, 以後の解析では片側 z 変換を採用する。まず, (2.55) 式は片側 z 変換により次式に変換できる。

$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} r_{xx}(k-i) g_i z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} r_{xd}(k) z^{-k} \quad (2.62)$$

これに (2.56) 式ならびに (2.57) 式を加味すると次式を得る。

$$\sum_{i=0}^{\infty} g_i z^{-i} \left[\sum_{k=0}^{\infty} r_{ss}(k-i) z^{-(k-i)} + \sigma_n^2 \right] = z^\ell \left[\sum_{k=0}^{\infty} r_{ss}(k+\ell) z^{-(k+\ell)} \right] \quad (2.63)$$

上式は具体的な信号 s_j の相関情報が与えられればさらに検討を加えることができるが, 概略の振舞を議論する場合には次式で近似できる。

$$G(z) [\Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2] \simeq z^\ell \Psi_{ss}(z) \quad (2.64)$$

したがって, 因果性を考慮した場合の適応フィルタ伝達関数として次の結果を得る。

$$G(z) \simeq \frac{\Psi_{ss}(z)}{\Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2} z^\ell \quad (2.65)$$

さらに, Fig. 2. 4 における各変数のパワースペクトルは次式となる。

$$\begin{aligned} \Psi_{dd}(z) &\triangleq \sum_{k=0}^{\infty} E [d_j d_{j+k}] z^{-k} \\ &= \Psi_{ss}(z) + \sigma_n^2 \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned}
\psi_{ee}(z) &\triangleq \sum_{k=0}^{\infty} E [e_j e_{j+k}] z^{-k} \\
&\simeq \left| 1 - z^{-\ell} G(z) \right|^2 \psi_{dd}(z) \\
&\simeq \frac{[\sigma_n^2]^2}{\psi_{ss}(z^{-1}) + \sigma_n^2} \quad (2.67)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{yy}(z) &\triangleq \sum_{k=0}^{\infty} E [y_j y_{j+k}] z^{-k} \\
&\simeq \left| z^{-\ell} G(z) \right|^2 \psi_{dd}(z) \\
&\simeq \frac{|\psi_{ss}(z)|^2}{\psi_{ss}(z^{-1}) + \sigma_n^2} \quad (2.68)
\end{aligned}$$

以上より次の結論を得る。(i) 信号成分 s_j に白色雑音 n_j が混入した異常時刻の検知は、(2.67)式から分かるように、Fig. 2. 4の誤差 e_j に着目することにより行うことができる。(ii) 広帯域雑音 n_j に埋まった信号成分 s_j の抽出は、(2.68)式に示すように、S/N比が良ければFig. 2. 4の適応フィルタ出力 y_j を用いて行うことができる。(iii) 信号の予測を行う際には、(2.65)式から分かるように、Fig. 2. 4の $\hat{d}_{j+\ell|j}$ を用いることができる。なお、予測については、時系列の立場から次項でも議論する。

2.6.2 予測器の性質

ここでは、Fig. 2. 4のシステム内の特に予測器の性質について考察する。予測するためのデータはスカラ系のAR(p)過程で表現されると仮定し、以下では ℓ 段予測器の設計において、AR推定パラメータによる間接的な設計手法と直接予測器を設計する手法についてその等価性を証明する。

AR(p)過程は次式で表現される。

$$y_j = \phi_1 y_{j-1} + \phi_2 y_{j-2} + \dots + \phi_p y_{j-p} + \varepsilon_j \quad (2.69)$$

ここに、 ϕ_k ($k=1, \dots, p$)はARパラメータ、 y_j は時系列出力、 ε_j は直接観測できない白色雑音入力である。また、集合 D_y^j を次式で定義する。

$$D_y^j \triangleq \{ y_j, y_{j-1}, \dots \}$$

(1) 間接的な予測器の設計

(2.69)式のARパラメータが推定されている場合を想定し、それを用いて ℓ 段予測係数を求める。ARパラメータベクトル ϕ は次式のYule-Walker方程式を満足する。

$$\phi = R^{-1} \rho(1) \quad (2.70)$$

ここに、

$$R \triangleq [r(i-k)]_{ik} \quad (i, k=1, \dots, p), \quad r(i-k) \triangleq E[y_{j-i} y_{j-k}],$$

$$\rho(k) \triangleq [r(k), \dots, r(k+p-1)]^T, \quad \phi \triangleq [\phi_1, \dots, \phi_p]^T$$

なお、(2.69)式に対する ℓ 段予測器は通常次の手順により得られる。⁵⁷⁾

$$\begin{aligned} \hat{y}_{j|j-\ell} &\triangleq E [y_j | D_y^{j-\ell}] \\ &= \phi_1 \hat{y}_{j-1|j-\ell} + \dots + \phi_{\ell-1} \hat{y}_{j-\ell+1|j-\ell} \\ &\quad + \phi_\ell y_{j-\ell} + \dots + \phi_p y_{j-p} \end{aligned} \quad (2.71)$$

(2.71)式の具体的な予測係数を求めるためにはそれ自身を繰返し適用する必要があり、たとえば2段予測器($\ell=2$)の場合次の形となる。

$$\begin{aligned} \hat{y}_{j|j-2} &= (\phi_1^2 + \phi_2) y_{j-2} + (\phi_1 \phi_2 + \phi_3) y_{j-3} + \dots + (\phi_1 \phi_{p-1} + \phi_p) y_{j-p} \\ &\quad + \phi_1 \phi_p y_{j-p-1} \end{aligned}$$

しかしながら、上式のように逐次代入により予測器を構成するのは労力を要するため、実際に使用するには次に提案する簡便な方法が有効である。

[補題2.2] (間接的 ℓ 段予測係数)

ℓ 段予測器を(2.72)式で構成するとき、その予測係数ベクトル $\mathbf{a}^{(\ell)}$ はARパラメータベクトル ϕ を用いて(2.73)式のごとく計算できる。

$$\hat{y}_{j|j-\ell} = \mathbf{a}^{(\ell)T} X_{j-\ell} \quad (2.72)$$

$$\mathbf{a}^{(\ell)} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 & & & 0 \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & 0 & & \\ \phi_{p-1} & & & 1 & \\ \phi_p & 0 & \dots & 0 & \end{bmatrix}^{\ell-1} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_{p-1} \\ \phi_p \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

ここに、

$$\mathbf{a}^{(\ell)} \triangleq [\mathbf{a}_1^{(\ell)}, \dots, \mathbf{a}_p^{(\ell)}]^T, \quad X_{j-\ell} \triangleq [y_{j-\ell}, \dots, y_{j-\ell-p+1}]^T$$

(証明)

一般に、状態方程式および観測方程式を

$$X_j = \phi^T X_{j-1} + b \varepsilon_j \quad (2.74)$$

$$y_j = c^T X_j \quad (2.75)$$

とした場合、次の関係が成立する。

$$y_j = c^T \phi^{\ell T} X_{j-\ell} + \sum_{i=0}^{\ell-1} c^T \phi^{iT} b \varepsilon_{j-i} \quad (2.76)$$

このとき、 ϕ 、 b 、 c を次式で定義すると、(2.74)式と(2.75)式は(2.69)式のAR(p)過程にはかならない。

$$\phi \triangleq \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \mathbf{0} & \ddots \\ \phi_{p-1} & & & 1 \\ \phi_p & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad b \triangleq c \triangleq \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

従って、集合 $D_y^{j-\ell}$ のもとで(2.76)式の条件付期待値を取ると次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{y}_j | j-\ell &\triangleq E [y_j | D_y^{j-\ell}] \\ &= E [c^T \phi^{\ell T} X_{j-\ell} + \sum_{i=0}^{\ell-1} c^T \phi^{iT} b \varepsilon_{j-i} | D_y^{j-\ell}] \\ &= (\phi^\ell c)^T X_{j-\ell} \\ &= (\phi^{\ell-1} \phi)^T X_{j-\ell} \triangleq a^{(\ell)T} X_{j-\ell} \end{aligned} \quad (2.77)$$

以上より(2.73)式が求められた。

(証明終)

なお、(2.73)式よりARパラメータ ϕ は一段予測係数 $a^{(1)}$ を構成していることも明らかである。

(2) 直接的な予測器の設計

ARパラメータ ϕ が推定されていない場合には直接予測器を構成する方法を採用できる。ここでは、(2.72)式に対する離散時間Wiener-Hopf解について考察する。

$$\text{規範: } J \triangleq E [(y_j - \hat{y}_j | j-\ell)^2]$$

を最小にする ℓ 段予測係数に関して次の補題を得る。

[補題 2.3] (直接的 l 段予測係数)

(2.72) 式の l 段予測係数 $\mathbf{a}^{(l)}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{a}^{(l)} = \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\rho}^{(l)} \quad (2.78)$$

逐次推定手法として最小 2 乗法や確率近似法を用いる場合、(2.78) 式の漸近的強一致推定値を得ることができる。そのため、AR パラメータを推定した後 (2.73) 式により l 段予測係数を求める前述の間接的な予測器の構成法よりも直接 (2.78) 式の解を推定する方がその構成を簡単にできる。したがって、(2.73) 式と (2.78) 式の等価性を示すことができれば予測器の性質をさらに明確にすることができる。

(3) 両者の等価性

上述の間接的予測器と直接的予測器をそれぞれ Fig. 2.8 と Fig. 2.9 に示す。

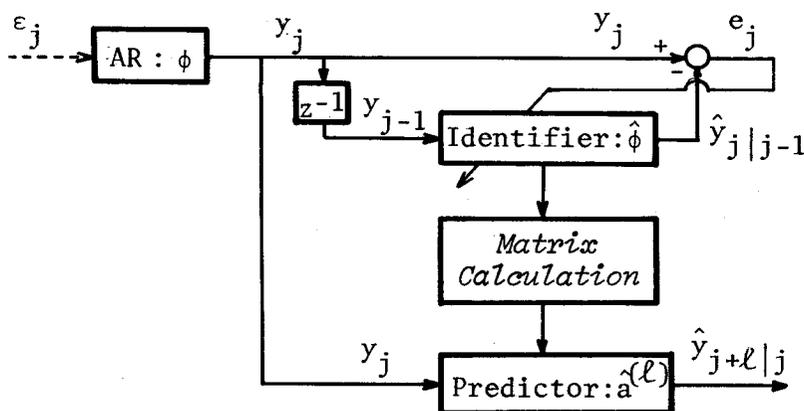


Fig. 2.8 Indirect predictor.

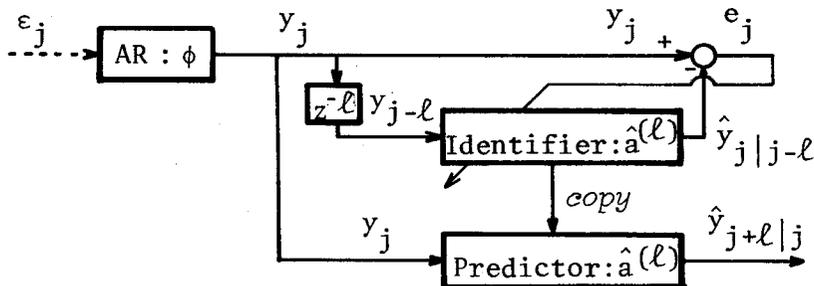


Fig. 2.9 Direct predictor.

ここに、Fig. 2. 8内の行列計算は(2. 73)式を意味しており、Fig. 2. 9では直接(2. 78)式の解を推定している。このとき、議論している二つの予測器はどちらもAR(p)過程に対する予測器であり、両者の等価性が推論されるが、次の補題によりその関係を明確にする。

[補題2. 4] (直接的・間接的予測器の等価性)

間接的予測器($\mathbf{a}^{(\ell)} = \phi^{\ell-1} \phi$)と直接的予測器($\mathbf{a}^{(\ell)} = \mathbf{R}^{-1} \rho(\ell)$)は等価である。すなわち、次式が成立する。

$$\mathbf{R}^{-1} \rho(\ell) = \phi^{\ell-1} \phi \quad (2. 79)$$

(証明)

$\ell = 1$ の場合は(2. 70)式のYule-Walker解より明らかである。 $\ell = k$ の場合に成立すると仮定する。 $\ell = k + 1$ を考えるに先立って次の行列を定義する。

$$\tilde{\Phi} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \mathbf{0} & & 1 \\ \phi_p & \phi_{p-1} & \cdots & \phi_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{R}} \triangleq \begin{bmatrix} r(1) & r(0) & \cdots & r(p-2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r(p-1) & & \ddots & r(0) \\ r(p) & r(p-1) & \cdots & r(1) \end{bmatrix}$$

これより次式が成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} \rho(k+1) &= \mathbf{R}^{-1} \tilde{\Phi} \rho(k) \\ &= \mathbf{R}^{-1} \tilde{\Phi} \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \rho(k) \\ &= \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{R}} \phi^{k-1} \phi \\ &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \phi \phi^{k-1} \\ &= \phi^k \phi \end{aligned} \quad (2. 80)$$

以上より、間接的予測器と直接的予測器の等価性が証明された。

(証明終)

2.7 適応アルゴリズムの導出思想

適応IIRフィルタの出力 y_j は過去のパラメータ推定値を含んだ推定パラメータに関する非線形関数となっている。そのため、適応アルゴリズムにおける評価規範

の勾配の考え方がこれまでの解析では不明確になっていた。本節では、評価規範の勾配に対する意味付けを明確にし、次章以後の適応アルゴリズム構成の基礎を形作る。

適応アルゴリズムを構成するには、評価規範として瞬時 2 乗誤差と総和 2 乗誤差を採用することができ、それぞれ勾配法タイプと最小 2 乗法タイプの適応アルゴリズムを構成できる。このとき、応答誤差規範に基づいて具体的アルゴリズムを導出する際には、適応フィルタ出力の推定パラメータに関する微分の手扱いが問題になってくる。本節では、適応アルゴリズムの導出思想を明確にさせることを目的とするため、Fig. 2. 10 および次式で表わされる一変数系の適応フィルタについて議論する。

$$\begin{aligned}
 y_j &= \hat{a}_j y_{j-1} + x_j \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \left(\prod_{k=0}^{i-1} \hat{a}_{j-k} \right) x_{j-i}
 \end{aligned}
 \tag{2.81}$$

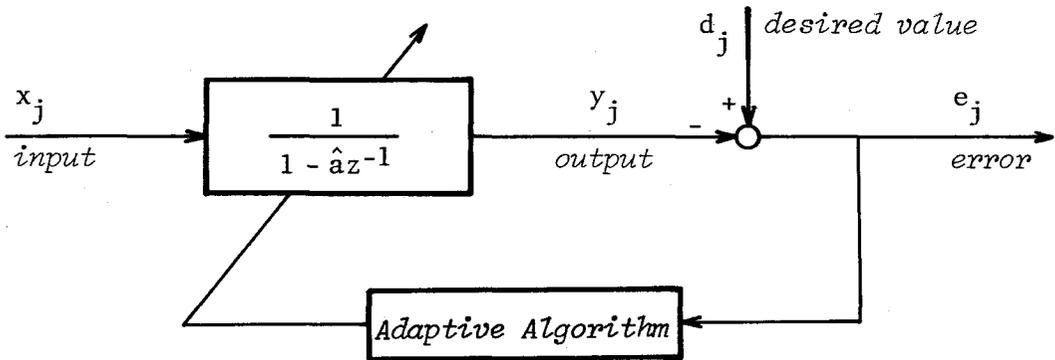


Fig. 2.10 Structure of the simple adaptive filter.

このとき、簡単のため評価規範を瞬時 2 乗誤差とし、適応ゲイン ρ_j を有する勾配原理に基づいた適応アルゴリズムを構成すると次式を得る。

$$\hat{a}_{j+1} = \hat{a}_j + \rho_j e_j \frac{\partial y_j}{\partial \hat{a}_j}
 \tag{2.82}$$

この適応アルゴリズムを具体的に表現するにあたって、次の二つの考え方を利用する。

- (i) 過渡状態における適応能力を向上させる考え方
- (ii) 定常状態における適応能力を向上させる考え方

まず、定常状態に着目して適応アルゴリズムを構成する。推定パラメータの挙動がそれ程変化しなくなった定常状態では $\hat{a}_j \simeq \bar{a}$ と設定できるため、(2.81)式は次式によって表現できる。

$$y_j \simeq \bar{a} y_{j-1} + x_j \quad (2.83)$$

これにより、(2.82)式の微分項は次のように書ける。

$$\frac{\partial y_j}{\partial \hat{a}_j} \simeq \frac{\partial y_j}{\partial \bar{a}} \simeq y_{j-1} + \bar{a} \frac{\partial y_{j-1}}{\partial \bar{a}} \quad (2.84)$$

したがって、 $s_j \triangleq \partial y_j / \partial \hat{a}_j$ と定義すると、推定パラメータ \hat{a}_j ($\simeq \bar{a}$) に関する出力 y_j の勾配として次式を採用することができる。

$$s_j = y_{j-1} + \hat{a}_j s_{j-1} \quad (2.85)$$

なお、(2.82)式の適応アルゴリズムは

$$\hat{a}_{j+1} = \hat{a}_j + \rho_j e_j s_j \quad (2.86)$$

と書けるため、この2式を組み合わせることにより定常状態における適応能力を向上させた適応 IIR フィルタリングが可能である。

次に、過渡状態に着目して適応アルゴリズムを構成する。(2.82)式の微分項 $\partial y_j / \partial \hat{a}_j$ を考える際には現時点の推定パラメータに関する過去の推定パラメータの微分 $\partial \hat{a}_{j-k} / \partial \hat{a}_j$ ($k > 0$) が必要となり、その意味あい不明確になる。このとき、推定パラメータ更新式の因果性に注目すると、 \hat{a}_{j-k} ($k > 0$) が変動してはじめて \hat{a}_j が変動するため $\partial \hat{a}_j / \partial \hat{a}_{j-k}$ の解釈は自然となるが、逆に、 $\partial \hat{a}_{j-k} / \partial \hat{a}_j$ の物理的意味を正確に把握することができなくなる。他方、解析的に推定パラメータ更新式(2.82)式を取扱い、 \hat{a}_{j-k} ($k > 0$) を \hat{a}_j に関する表現に書き替えることが考えられる。(2.81)式を用いて(2.82)式を具体的に記述すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{a}_j &= \hat{a}_{j-1} + \rho_{j-1} [d_{j-1} - y_{j-1}] \left[\frac{\partial}{\partial \hat{a}_{j-1}} y_{j-1} \right] \\ &= \hat{a}_{j-1} + \rho_{j-1} [d_{j-1} - x_{j-1} - \sum_{i=1}^{\infty} \hat{a}_{j-1} \left(\prod_{k=1}^{i-1} \hat{a}_{j-1-k} \right) x_{j-1-i}] \\ &\quad \cdot \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^{i-1} \hat{a}_{j-1-k} \right) x_{j-1-i} + \hat{a}_{j-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial \hat{a}_{j-1}} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^{i-1} \hat{a}_{j-1-k} \right) x_{j-1-i} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.87)$$

上式において、右辺最後の微分表現を含んだ項は0になるとは限らず、一般に \hat{a}_{j-1} は \hat{a}_j に関する二価関数になる。すなわち、(2.87)式の逆関数 $\hat{a}_{j-1} = f(\hat{a}_j, \hat{a}_{j-2}, \dots, \hat{a}_1)$ には二つの枝が存在する。しかしながら、いま未知パラメータを推定しているため推定パラメータの収束すべき値が未知であり、どちらの枝に対する勾配を採用すべきか判断できない。このように、推定パラメータの変動が大きい過渡状態では、パラメータ更新式の因果性および解析による検討の両面から考察しても $\partial \hat{a}_{j-k} / \partial \hat{a}_j$ ($k > 0$)の厳密な導出は困難である。したがって、因果性を考慮した考え方より

$$\frac{\partial \hat{a}_{j-k}}{\partial \hat{a}_j} \simeq 0 \quad (k > 0) \quad (2.88)$$

と設定するのが自然であり、過渡状態に着目した適応アルゴリズムでは

$$\frac{\partial y_j}{\partial \hat{a}_j} = y_{j-1} \quad (2.89)$$

を採用する。

以上のように、適応アルゴリズム(2.82)式における勾配 $s_j = \partial y_j / \partial \hat{a}_j$ として次の値を採用する。

$$\text{過渡状態} : s_j = y_{j-1} \quad (2.90)$$

$$\text{定常状態} : s_j = y_{j-1} + \hat{a}_j s_{j-1} \quad (2.91)$$

なお、過渡状態と定常状態のそれぞれに着目した適応アルゴリズムの適応能力の違いは、特に第4章の数値計算例で明確になる。

2.8 結 言

本章では、各種適応信号処理分野において多変数適応IIRフィルタリング手法が統一的に適用できることを明らかにした。特に、その具体的な応用問題として、システム同定、時系列同定・スペクトル推定、検知・線スペクトル強調・予測、エコーキャンセラ、等化器、参照入力を用いたノイズキャンセラを扱った。多変数系による適応フィルタリングでは、予測誤差同定モデルとしての適応フィルタの伝達行列構造がこれまで不明確であったが、分母多項式行列の正則性の条件のもとで常

に分母多項式行列の最高次係数行列が単位行列へ変換できることを証明した。そのため、適応フィルタの細かい構造を気にすることなく、簡単に適応アルゴリズムが構成できるようになった。また、応答誤差規範適応アルゴリズムに基づく適応 I I R フィルタリングによっても時系列同定が可能であることを示し、適応 I I R フィルタリングの応用範囲を拡張させた。さらに、検知・線スペクトル強調・予測システムを取上げ、因果性を考慮しつつその適応フィルタリング能力をパワスペクトルの観点から議論するとともに、時系列予測システムに対する直接的予測器と間接的予測器の等価性を証明した。最後に、適応 I I R フィルタリングの根幹を成す適応アルゴリズムの導出思想に関して、過渡状態における適応能力を向上させる考え方と定常状態における適応能力を向上させる考え方を明らかにした。なお、この二つの導出思想をもとにし、第 3 章の多変数適応 I I R ラティスフィルタリングおよび第 4 章の勾配原理に基づく多変数適応 I I R フィルタリングでは過渡状態と定常状態の両者に着目してアルゴリズムを導出し、第 5 章の超安定理論に基づく多変数適応 I I R フィルタリングでは過渡状態に着目してアルゴリズムを導出する。

第3章 多変数適応ラティスフィルタリング

3.1 緒言

本章では、多変数ラティスフィルタ構造を用いた適応フィルタリング手法を構成する。ラティスフィルタ構造は、タップ遅延線素子構造に比べて安定性を簡単にチェックできる特長を有している。また、その伝達行列特性に注目すると、ラティスブロックの結合となっているFIRラティス構造と、ラティスブロックの終端が連結されタップ加算部分が追加されているIIRラティス構造に分類することができる。以下では、反射係数収束速度を向上させた適応FIRラティスフィルタリング手法を提案するとともに、IIRラティス構造に対して過渡状態ならびに定常状態に着目した適応アルゴリズムの開発も行う。

適応FIRラティスフィルタリングに関する従来の研究は、線形予測の考え方に基づいて行われている。⁵⁸⁾ARモデリングを通してフィルタを構成する場合には、MEM (Maximum Entropy Method) の観点^{59), 60)}からも導出できるL-D (Levinson-Durbin) およびLWR (Levinson-Whittle-Wiggins-Robinson) アルゴリズム⁶¹⁾⁻⁶⁵⁾が広く用いられている。これと等価な構造を有するものとしてFIRラティスフィルタ構造が導出できるが、相関情報が既知でなければならないL-D (LWR) アルゴリズムと異なり、FIRラティスフィルタではその内部パラメータである反射係数を前向きおよび後ろ向き予測誤差を用いて逐次推定する適応フィルタリングが可能となる。このFIRラティスフィルタの適応アルゴリズム構成は、タップ遅延線素子構造に対する相関法である最小2乗解をFIRラティス構造に変形する構成法と、FIRラティスフィルタのラティスブロックの追加・削除に前段ラティスブロック内の反射係数が変化しない性質 (decoupling property) を先に用いて各ラティスブロックごとに最適化を行う構成法に大別される。前者はM. Morfらによって近年精力的に研究されている構成法であり、特に、LWRアルゴリズムにおける前向き・後ろ向き反射係数行列に予測誤差相関行列の平方根行列を前後から作用させ一つの反射係数行列に帰着させているNormalized Lattice⁶⁶⁾⁻⁷²⁾が計算時間の面で

効果的である。しかしながら、後者のdecoupling property からの構成法は、その適応手法が簡単で広く用いられている反面、推定精度の面で問題が残っていた。

decoupling propertyに基づく適応FIRフィルタの欠点として次の点があげられる。すなわち、前段ラティスブロック内の反射係数推定誤差はそのブロックの出力系列を理想的な信号系列とは縁遠いものとさせるため、後段ラティスブロックになるに従って反射係数推定値の収束速度が遅くなることである。したがって、これを改良するために、後段ラティスブロックの入力となる前段ブロックの出力系列の精度をより向上させる必要がある。3.2では、ラティスブロックの過去の出力系列の推定精度を高めるために最新の反射係数推定値を用いた出力系列の再計算を導入し、これによる反射係数収束速度を向上させた適応FIRラティスフィルタリング手法を提案する。このとき、適応FIRラティスフィルタリングに関する従来の定常状態に近い解析^{73),74)}を改良し、特に適応過程初期に注目して反射係数収束速度を解析することにより、収束速度向上に対する定量的説明を可能とさせる。さらに、音声分析ならびに適応制御への応用において、提案する適応手法が Normalized Lattice を含む他の手法よりも適応能力が優れていることを実証する。

一方、IIRラティスフィルタ構造ではdecoupling propertyは存在しなくなり、FIR構造と独立してその構造解析が行われている。有理伝達行列の連分数展開を行うことにより種々の梯子形構造を導出できることは回路網理論を始め周知の事実であるが、^{75),76)} FIRラティスフィルタ構成における直交関数表現⁷⁷⁾をIIRラティスフィルタ構成へ拡張することにより梯子形(Ladder)および格子形(Lattice)のフィルタ構造が導出できる。⁷⁸⁾さらに、マルコフパラメータより構成される行列の正定性条件に対応させてIIRラティスフィルタ内のタップ加算部分の必要性を議論することもできる。⁷⁹⁾適応フィルタリングを行うためには、IIRラティスフィルタ構造に対しても適応アルゴリズムを導出する必要があり、これまでスカラ系において2種類の適応アルゴリズム導出が試みられている。^{80),81)}しかしながら、D. Parikhらのアルゴリズムはプログラミングに不向きな表現となっており、またI. L. Ayalaのアルゴリズムはその導出に一部不明確な箇所があった。このため、3.3では、両者のアルゴリズムを包含しかつ多変数系へ拡張することにより、過渡状態と定常状態に着目した適応IIRラティスフィルタリング手法を構成する。さらに、FIRとIIRのラティス構造の伝達行列として、それぞれ左行列分解表現と右行列分

解表現が導出できることについても示す。

3.2 適応FIRラティスフィルタリング

3.2.1 FIRラティスフィルタの基本構造

時系列データをFIRラティスフィルタにより処理することはARモデリングを行うことに相当しており、本節で扱う時系列の入出力関係を次式で与える。

$$A_{p,0}^{\varepsilon^T} y_j + A_{p,1}^{\varepsilon^T} y_{j-1} + \dots + A_{p,p}^{\varepsilon^T} y_{j-p} = \varepsilon_{p,j} \quad (3.1)$$

$$A_{p,p}^{\eta^T} y_j + \dots + A_{p,1}^{\eta^T} y_{j-p+1} + A_{p,0}^{\eta^T} y_{j-p} = \eta_{p,j} \quad (3.2)$$

ここに、

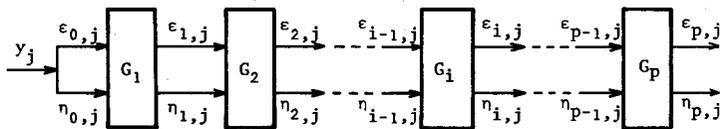
$$A_{p,0}^{\varepsilon} = A_{p,0}^{\eta} = I$$

であり、 $\varepsilon_{p,j}$ および $\eta_{p,j}$ はそれぞれ時刻 j 時点の M 次元前向き予測誤差と時刻 $j-p$ 時点の M 次元後ろ向き予測誤差である。さらに、

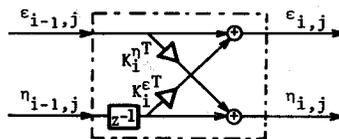
$$A_p^{\varepsilon}(z^{-1}) \triangleq \sum_{k=0}^p A_{p,k}^{\varepsilon^T} z^{-k}, \quad A_p^{\eta}(z^{-1}) \triangleq \sum_{k=0}^p A_{p,p-k}^{\eta^T} z^{-k} \quad (3.3)$$

と定義すると、 $M \times M$ 多項式行列 $A_p^{\varepsilon}(z^{-1})$ および $z^p A_p^{\eta}(z^{-1})$ は M 次元時系列の前向きおよび後ろ向き伝達行列となっている。

FIRラティスフィルタの入出力関係は、LWRアルゴリズムまたは直交関数表現を通して得ることができ、次式ならびにFig. 3.1で構成される。



(a) General structure of FIR lattice filter.



(b) Detailed structure of the i -th block.

Fig. 3.1 Schematic diagram of FIR lattice filter.

$$= y_{j-p} + [K_1^{zT}, K_2^{zT}, \dots, K_p^{zT}] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & & \mathbf{I} \\ & & & & \mathbf{I} & A_{1,1}^{\varepsilon T} \\ & & \dots & & & \vdots \\ & & & & & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & A_{p-1,1}^{\varepsilon T} & \dots & A_{p-1,p-1}^{\varepsilon T} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_j \\ y_{j-1} \\ \vdots \\ y_{j-p+1} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

したがって、プログラミングが容易な次の間接表現を得る。

(間接表現)

$$[A_{p,1}^{\varepsilon T}, \dots, A_{p,p}^{\varepsilon T}] = [K_1^{zT}, \dots, K_p^{zT}] \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & & & \mathbf{0} \\ A_{1,1}^{zT} & \mathbf{I} & & & \\ \vdots & & \dots & & \\ A_{p-1,p-1}^{zT} & \dots & A_{p-1,1}^{zT} & \mathbf{I} & \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$[A_{p,1}^{zT}, \dots, A_{p,p}^{zT}] = [K_1^{zT}, \dots, K_p^{zT}] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & & \mathbf{I} \\ & & & & \mathbf{I} & A_{1,1}^{\varepsilon T} \\ & & \dots & & & \vdots \\ \mathbf{I} & A_{p-1,1}^{\varepsilon T} & \dots & A_{p-1,p-1}^{\varepsilon T} & & \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

さらに、(3.7)式は

$$\begin{bmatrix} A_{i,0}^{\varepsilon T} & \dots & A_{i,i}^{\varepsilon T} \\ A_{i,1}^{zT} & \dots & A_{i,0}^{zT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_j \\ \vdots \\ y_{j-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & K_i^{\varepsilon T} \\ K_i^{zT} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1,0}^{\varepsilon T} & \dots & A_{i-1,i-1}^{\varepsilon T} & , & 0 \\ 0 & A_{i-1,i-1}^{zT} & \dots & A_{i-1,0}^{zT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_j \\ \vdots \\ y_{j-i} \end{bmatrix}$$

と書けるため、次式の表現を得ることができる。

$$\begin{bmatrix} A_{p,0}^{\varepsilon T} \\ \vdots \\ A_{p,p-1}^{\varepsilon T} \\ A_{p,p}^{\varepsilon T} \\ A_{p,0}^{zT} \\ \vdots \\ A_{p,p-1}^{zT} \\ A_{p,p}^{zT} \end{bmatrix} = \left\{ \mathbf{I}_{2m(p+1)} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & & K_p^{\varepsilon T} \\ & & & & \dots \\ & & K_p^{\varepsilon T} & & \\ & & & & \mathbf{0} \\ K_p^{zT} & & & & \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} A_{p-1,0}^{\varepsilon T} \\ \vdots \\ A_{p-1,p-1}^{\varepsilon T} \\ 0 \\ A_{p-1,0}^{zT} \\ \vdots \\ A_{p-1,p-1}^{zT} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

したがって、直接 p 次 AR パラメータを求めたい場合には次の直接表現が利用できる

る。

(直接表現)

$$\mathbf{A}_p = \prod_{i=1}^p \left\{ \mathbf{I}_{2m(p+1)} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{J}_{p+1, i+1} \otimes \mathbf{K}_i^{\varepsilon^T} \\ \mathbf{J}_{p+1, i+1} \otimes \mathbf{K}_i^{\eta^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

ここに,

$$\mathbf{A}_p \triangleq [\mathbf{A}_{p,0}^{\varepsilon}, \dots, \mathbf{A}_{p,p}^{\varepsilon}, \mathbf{A}_{p,0}^{\eta}, \dots, \mathbf{A}_{p,p}^{\eta}]^T$$

$$\mathbf{J}_{k,i} \triangleq \underbrace{\begin{bmatrix} & & & 1 \\ & 0 & & \\ & \vdots & & \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 \end{bmatrix}}_i \quad : k \times k \text{ 行列}$$

であり, 記号 “ \otimes ” はクロネッカ積を意味する。

3.2.2 FIRラティスフィルタの諸性質

ここでは, J. Makhoul によって得られている一変数系における諸性質⁸²⁾を多変数系へ拡張する。

まず, (3.1)式および(3.2)式より前向きおよび後ろ向き Yule-Walker 方程式を得ることができる。

$$\sum_{k=0}^p \mathbf{A}_{p,k}^{\varepsilon^T} \mathbf{R}_y(i-k) = 0 \quad (1 \leq i \leq p) \quad (3.16)$$

$$\sum_{k=0}^p \mathbf{A}_{p,k}^{\eta^T} \mathbf{R}_y(i+k-p) = 0 \quad (0 \leq i \leq p-1) \quad (3.17)$$

ここに,

$$\mathbf{R}_y(k) \triangleq E [\mathbf{y}_{j+k} \mathbf{y}_j^T]$$

である。また, 予測誤差共分散を

$$\mathbf{R}_p^{\varepsilon} \triangleq E [\boldsymbol{\varepsilon}_{p,j} \boldsymbol{\varepsilon}_{p,j}^T], \quad \mathbf{R}_p^{\eta} \triangleq E [\boldsymbol{\eta}_{p,j} \boldsymbol{\eta}_{p,j}^T]$$

と定義すると, (3.16)式と(3.17)式の特別な形として次式が成立する。

$$\sum_{k=0}^p A_{p,k}^{\varepsilon^T} R_y(-k) = R_p^{\varepsilon} \quad (3.18)$$

$$\sum_{k=0}^p A_{p,k}^{\eta^T} R_y(k) = R_p^{\eta} \quad (3.19)$$

上述の4式はデータ系列から眺め直すと次のようになる。

$$E[\varepsilon_{p,j} y_{j-i}^T] = 0 \quad (1 \leq i \leq p) \quad (3.20)$$

$$E[\eta_{p,j} y_{j-i}^T] = 0 \quad (0 \leq i \leq p-1) \quad (3.21)$$

$$E[\varepsilon_{p,j} y_j^T] = R_p^{\varepsilon} \quad (3.22)$$

$$E[\eta_{p,j} y_{j-p}^T] = R_p^{\eta} \quad (3.23)$$

加えて、各ラティスブロックにおける予測誤差の関係として次式を得る。

$$E[\varepsilon_{i,j} \varepsilon_{k,j}^T] = R_{\max\{i,k\}}^{\varepsilon} \quad (3.24)$$

$$E[\eta_{i,j} \eta_{k,j}^T] = R_i^{\eta} \delta_{i,k} \quad (3.25)$$

さらに、次の予測誤差の直交性に関する性質を得る。

$$E[\varepsilon_{i,j} \varepsilon_{k,j-m}^T] = 0 \quad \begin{cases} (i > k; 1 \leq m \leq i - k) \\ (i < k; -1 \geq m \geq i - k) \end{cases} \quad (3.26)$$

$$E[\eta_{i,j} \eta_{k,j-m}^T] = 0 \quad \begin{cases} (i > k; 0 \leq m \leq i - k - 1) \\ (i < k; 0 \geq m \geq i - k + 1) \end{cases} \quad (3.27)$$

したがって、この直交性を用いてFIRシステムに対するモデリングの推定精度を向上させた適応手法構成が可能である。E. H. Satoriusら⁴⁶⁾は $\{\eta_{0,j}, \eta_{1,j}, \dots, \eta_{p,j}\}$ の直交性を利用して一変数系の等化器設計を行っている。また、前向き予測誤差に関する(3.26)式より新たに $\{\varepsilon_{0,j-p}, \varepsilon_{1,j-p+1}, \dots, \varepsilon_{p,j}\}$ の直交性も利用できることが分かる。

前向きおよび後ろ向き予測誤差の相互相関について次の関係を得る。

$$E[\varepsilon_{i,j} \eta_{k,j}^T] = \begin{cases} R_i^{\varepsilon} K_k^{\eta^T} & (i \geq k) \\ 0 & (i < k) \end{cases} \quad (3.28)$$

ただし、 $K_0^{\eta} \triangleq I$ とする。

また、FIRラティスのdecoupling propertyを利用し、各ラティスブロック出力の予測誤差から評価規範を構成すると、反射係数行列 K_i^{ε} 、 K_i^{η} は次の離散時間Wiener-Hopf方程式を満足する。

$$E[\varepsilon_{i-1,j} \eta_{i-1,j-1}^T] = -K_i^{\varepsilon^T} R_{i-1}^{\eta} \quad (3.29)$$

$$E [\eta_{i-1, j-1} \varepsilon_{i-1, j}^T] = -K_i^T R_{i-1}^e \quad (3.30)$$

したがって、この2式より次の関係が成立する。

$$K_i^{eT} R_{i-1}^T = (K_i^T R_{i-1}^e)^T \quad (3.31)$$

上式は、LWRアルゴリズムの中で用いられる相関行列

$$A_{i+1}^e \triangleq \sum_{k=0}^i A_{i,k}^{eT} R_y (i-k+1) = K_{i+1}^{eT} R_i^T$$

$$A_{i+1}^T \triangleq \sum_{k=0}^i A_{i,k}^T R_y (k-i-1) = K_{i+1}^T R_i^e$$

に関して、J. P. Burg が導出した等式⁶²⁾である

$$A_i^e = A_i^T$$

を別の観点から導出し直したものである。

3.2.3 適応アルゴリズムの収束性解析

ここでは、FIRラティスフィルタのdecoupling propertyを利用した適応アルゴリズムの収束性を解析する。なお、以後に提案する反射係数収束速度を向上させた適応手法(NALF 1, 2)の有効性を示すことを目的としているため、各ラティスブロックごとに勾配法を適用する一変数系の適応手法を扱う。解析の際には、各ラティスブロック出力である前向きおよび後ろ向き予測誤差を入力信号のみによって表現し、過渡状態における反射係数の振舞を考察する。

以後、具体的な適応アルゴリズムとして、各ラティスブロック出力の前向き予測誤差を評価規範に組み込んだ次式の適応勾配アルゴリズムを採用する。

$$\widehat{K}_{i, j+1} = \widehat{K}_{i, j} - \rho_i \eta_{i-1, j-1} \varepsilon_{i, j} \quad (3.32)$$

ここに、 $\widehat{K}_{i, j}$ は時刻 j における反射係数 K_i^* の推定値であり、 ρ_i は推定値 $\widehat{K}_{i, j}$ を更新させるための正定数ゲインである。

さらに、解析の見通しをよくするために、以下の変数を定義する。

$$\sigma_y^2 \triangleq E [y_j^2]$$

$$r_k \triangleq E [y_{j+k} y_j] / \sigma_y^2$$

$$\rho_i^* \triangleq \rho_i \sigma_y^2$$

$$\widetilde{K}_{i, j} \triangleq \widehat{K}_{i, j} - K_i^*$$

ここに、 $\widetilde{K}_{i, j}$ は真値 K_i^* からの推定値 $\widehat{K}_{i, j}$ の変動を表わす。また、記述の簡略

化のために、以下では期待値“E [·]”を“ $\bar{\cdot}$ ”と略記する。

(1) $\widehat{K}_{1,j}$ に関する収束性解析

(3. 4) 式から (3. 6) 式を用いて予測誤差を入力信号により表わした後 (3. 3 2) 式を評価すると次式を得る。

$$\begin{aligned}\widetilde{K}_{1,j+1} &= \widetilde{K}_{1,j} - \rho_1 \eta_{0,j-1} \varepsilon_{1,j} \\ &= [1 - \rho_1 \eta_{0,j-1}^2] \widetilde{K}_{1,j} - \rho_1 [\varepsilon_{0,j} \eta_{0,j-1} + K_1^* \eta_{0,j-1}^2] \\ &= [1 - \rho_1 y_{j-1}^2] \widetilde{K}_{1,j} - \rho_1 [y_j y_{j-1} + K_1^* y_{j-1}^2] \quad (3. 3 3)\end{aligned}$$

次に、 $\widetilde{K}_{1,j+1}$ の平均的振舞を調べるために上式の両辺の期待値を取る。

$$\overline{\widetilde{K}_{1,j+1}} \simeq (1 - \rho_1^*) \overline{\widetilde{K}_{1,j}} - \rho_1^* [r_1 + K_1^*] \quad (3. 3 4)$$

これより、第 1 ラティスブロックにおける反射係数推定誤差の平均挙動として次の結果を得る。

$$\overline{\widetilde{K}_{1,j+1}} \simeq (1 - \rho_1^*)^{j+1} \overline{\widetilde{K}_{1,0}} - \sum_{k=0}^j (1 - \rho_1^*)^{j-k} \rho_1^* (r_1 + K_1^*) \quad (3. 3 5)$$

上式の導出に際して入力信号 y_j と反射係数推定誤差 $\widetilde{K}_{1,j}$ との無相関性を仮定した。一般に両者の無相関性が保証されるとは限らないが、反射係数収束速度を向上させた適応手法の効力を調べるためには平均的振舞の解析のみで十分であるため、以下ではこの仮定を採用する。なお、この仮定に基づいた解析結果が実際の挙動とよく一致することは後述のシミュレーションにより確認する。

(3. 3 5) 式をさらに評価するために、次式で表わされる次数 1 の Yule-Walker 方程式を考察する。

$$K_1^* = -r_1 \quad (3. 3 6)$$

したがって、1 段目の反射係数推定誤差の平均的振舞は次式となる。

$$\overline{\widetilde{K}_{1,j+1}} \simeq (1 - \rho_1^*)^{j+1} \overline{\widetilde{K}_{1,0}} \quad (3. 3 7)$$

これより、正規化された意味の正定数ゲイン ρ_1^* を $| 1 - \rho_1^* | < 1$ となるように選ぶと $\overline{\widetilde{K}_{1,j+1}}$ は指数関数的に減衰し、 $\overline{\widetilde{K}_{1,j+1}}$ は次式の時定数 τ_1 で真値 K_1^* へ収束する。

$$\tau_1 \simeq -1 / \ln | 1 - \rho_1^* | \simeq 1 / \rho_1^* \quad (3. 3 8)$$

(2) $\widehat{K}_{2,j}$ に関する収束性解析

予測誤差 $\varepsilon_{1,j}$ および $\eta_{1,j-1}$ は入力信号 y_j を用いて次のように表現することがで

きる。

$$\varepsilon_{1,j} = y_j + K_1^* y_{j-1} + \widetilde{K}_{1,j} y_{j-1} \quad (3.39)$$

$$\eta_{1,j-1} = y_{j-2} + K_1^* y_{j-1} + \widetilde{K}_{1,j} y_{j-1} \quad (3.40)$$

さらに、第2ラティスブロックに関して次の関係が成立する。

$$\widetilde{K}_{2,j+1} = [1 - \rho_2 \eta_{1,j-1}^2] \widetilde{K}_{2,j} - \rho_2 [\varepsilon_{1,j} \eta_{1,j-1} + K_2^* \eta_{1,j-1}^2] \quad (3.41)$$

$$K_1^* = -(r_2 - r_1^2) / (1 - r_1^2) \quad (3.42)$$

これより、 $\widetilde{K}_{2,j+1}$ に関する平均的振舞として次式の関係を得ることができる。

$$\begin{aligned} \overline{\widetilde{K}_{2,j+1}} &\simeq [1 - \rho_2^* (1 - K_1^{*2})]^{j+1} \overline{\widetilde{K}_{2,0}} \\ &\quad - \sum_{i=0}^j [1 - \rho_2^* (1 - K_1^{*2})]^{j-i} \rho_2^* (1 - \rho_1^* + K_2^*) (1 - \rho_1^*)^{i-2} \overline{\widetilde{K}_{1,0}^2} \end{aligned} \quad (3.43)$$

ここに、収束速度を向上させるための一つの考え方を提案することができる。すなわち、上式右辺第2項は明らかに前段反射係数 (K_1^*) の推定誤差による影響を示しているため、第2項の $\overline{\widetilde{K}_{1,0}^2}$ をさらに小さい値に置き替えることにより $\widehat{K}_{2,j}$ のより速い収束が期待できる。なお、この考えを用いた適応手法は次節で提案する。

(3.43)式において、もし $\widehat{K}_{1,j}$ が完全に適応しているならば第2項は0となり、 $\overline{\widetilde{K}_{2,j+1}}$ は時定数 τ_2 で指数関数的に真値 K_2^* へ収束する。

$$\tau_2 \simeq 1 / \rho_2^* (1 - K_1^{*2}) \quad (3.44)$$

これより、 $\widehat{K}_{1,j}$ が真値 K_1^* へ収束したならば、正規化された意味の正定数ゲイン ρ_2^* と前段反射係数真値 K_1^* によって $\widehat{K}_{2,j}$ の振舞が支配されることが分かる。

(3) $\widehat{K}_{3,j}$ に関する収束性解析

第3ラティスブロックの反射係数推定誤差は次式となる。

$$\widetilde{K}_{3,j+1} = [1 - \rho_3 \eta_{2,j-1}^2] \widetilde{K}_{3,j} - \rho_3 [\varepsilon_{2,j} \eta_{2,j-1} + K_3^* \eta_{2,j-1}^2] \quad (3.45)$$

また、次数3のYule-Walker方程式より次式を得る。

$$K_3^* = - \frac{r_3 - 2r_1 r_2 - r_1 r_2^2 - r_1^2 r_3 - r_1^3}{1 - 2r_1^2 - r_2^2 + 2r_1^2 r_2} \quad (3.46)$$

これを用いて $\widetilde{K}_{3,j+1}$ の平均的振舞を解析すると次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \overline{\widetilde{K}_{3,j+1}} &\simeq [1 - \rho_3^* W_{1,j}] \overline{\widetilde{K}_{3,j}} - \rho_3^* [W_{2,j} + K_3^* W_{1,j}] \\ &\simeq [1 - \rho_3^* (1 - K_1^{*2})(1 - K_2^{*2})]^{j+1} \overline{\widetilde{K}_{3,0}} \\ &\quad - \sum_{i=0}^j [1 - \rho_3^* (1 - K_1^{*2})(1 - K_2^{*2})]^{j-i} [W_{2,i} + K_3^* W_{1,i}] \end{aligned} \quad (3.47)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
 W_{1,j} &\triangleq (1-K_1^{*2})(1-K_2^{*2}) + (1-r_1^2) \overline{\widetilde{K}_{1,j-1}^2} \\
 &\quad + [(1-\rho_1^*)^{-1} + K_2^* + \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}^2}]^2 (1-\rho_1^*)^{2j-2} \overline{\widetilde{K}_{1,0}^2} \\
 W_{2,j} &\triangleq [\overline{\widetilde{K}_{2,j}} + \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}}] (r_2 K_1^* + r_1 K_1^{*2}) \\
 &\quad + (K_1^* + r_1 K_1^{*2}) \{ \overline{\widetilde{K}_{2,j}} \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}} + K_2^* [\overline{\widetilde{K}_{2,j}} + \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}}] \} \\
 &\quad + \{ (1+r_1 K_1^*) [1 + (1-\rho_1^*)^2] + (r_2+r_1 K_1^*) (2+\rho_1^*)^2 \\
 &\quad + [\overline{\widetilde{K}_{2,j}} + \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}}] (r_2+r_1 K_1^*) (1-\rho_1^*) \\
 &\quad + (1-r_1 K_1^*) [\overline{\widetilde{K}_{2,j}} + \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}} (1-\rho_2^*)^2] \} (1-\rho_1^*)^{j-2} \overline{\widetilde{K}_{1,0}} \\
 &\quad + \{ r_1 \overline{\widetilde{K}_{2,j}} + [\overline{\widetilde{K}_{2,j-1}} + K_2^*] [\overline{\widetilde{K}_{2,j}} + K_2^*] [2(1+r_1 K_1^*) (1-\rho_1^*)^2 + r_1 (1-\rho_1^*)] \\
 &\quad + r_1 [(1-\rho_1^*)^2 + (1-\rho_1^*) + 1] + r_1 \overline{\widetilde{K}_{2,j-1}} (1-\rho_1^*)^2 \} (1-\rho_1^*)^{j-3} \overline{\widetilde{K}_{1,0}}
 \end{aligned}$$

上式の $W_{1,j}$ および $W_{2,j}$ は前述の議論と同様に解析したものであり、 $\widehat{K}_{3,j}$ の適応とは独立に減衰する項である。もし、 $\widehat{K}_{1,j}$ と $\widehat{K}_{2,j}$ が完全に適応したならば (3.47) 式の右辺第2項は0となり、 $\widehat{K}_{3,j+1}$ は次式の時定数 τ_3 で指数関数的に真値 K_3^* へ収束する。

$$\tau_3 \simeq 1 / \rho_3^* (1 - K_1^{*2}) (1 - K_2^{*2}) \quad (3.48)$$

(4) 前段ラティスブロック収束後の $\widehat{K}_{i,j}$ の振舞

これまで、第3段ラティスブロックまでの反射係数推定値の振舞を解析した。これ以後のラティスブロックについても同様に解析できるが、ここでは第 i 段ラティスブロックのみに注目し、前段までの反射係数が収束した場合の第 i 番目の反射係数推定値の挙動を考察する。

もし、前段までの反射係数が完全に適応しているならば、 $\widetilde{K}_{i,j+1}$ の平均的振舞は前段ラティスブロックの後ろ向き予測誤差出力の分散を用いて次のように表わすことができる。

$$\overline{\widetilde{K}_{i,j+1}} \simeq [1 - \rho_i \overline{\eta_{i-1,j-1}^2}]^{j+1} \overline{\widetilde{K}_{i,0}} \quad (3.49)$$

このとき、(3.6)式に対するスカラ系の場合の関係を利用すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
 \overline{\eta_{i-1,j-1}^2} &= K_{i-1}^{*2} \overline{\epsilon_{i-2,j-1}^2 + \eta_{i-2,j-2}^2} + 2 K_{i-1}^* \overline{\epsilon_{i-2,j-1} \eta_{i-2,j-2}} \\
 &= (1 - K_{i-1}^{*2}) \overline{\eta_{i-2,j-1}^2} \\
 &= \prod_{k=1}^{i-1} (1 - K_k^{*2}) \sigma_y^2 \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

したがって、(3.49)式は次のように変形できる。

$$\widetilde{K}_{i,j+1} \simeq [1 - \rho_i^* (1 - K_1^{*2}) \cdots (1 - K_{i-1}^{*2})]^{j+1} \widetilde{K}_{i,0} \quad (3.51)$$

また、上式は次の時定数 τ_i で指数関数的に0へ収束することが分かる。

$$\tau_i \simeq \frac{1}{\rho_i^* (1 - K_1^{*2}) \cdots (1 - K_{i-1}^{*2})} \quad (3.52)$$

(5) 反射係数収束速度向上の可能性

以上、適応FIRラティスフィルタ内の反射係数適応過程を入力のみ統計量を用いて解析した。特に、各ラティスブロックにおける適応過程の時定数を等しくさせるためには、(3.52)式より分かるように、次の関係を満足する適応勾配アルゴリズムの正定数ゲインを用いる必要がある。

$$\rho_i^* = \rho_{i-1}^* / (1 - K_{i-1}^{*2}) \quad (3.53)$$

上式は今推定しようとしている反射係数真値を含んでいるため、適応勾配アルゴリズムにこれを直接組み込むことはできない。これについては、各ラティスブロックごとに逐次最小2乗法タイプのアルゴリズムを用いることにより各ブロックの適応過程時定数をほぼ等しくできる。

しかしながら、依然として前段反射係数の推定誤差が後段反射係数の適応過程に影響を与える問題は残っており、その影響を軽減させる手法を開発する必要がある。この問題に対して次の考えを適用する。たとえば、第2ラティスブロックにおける反射係数の適応過程に対して、(3.43)式の右辺第2項の $\widehat{K}_{1,0}$ を $\widehat{K}_{1,j+1}$ に置き替えることを考える。このとき、一般に $|\widetilde{K}_{1,0}| > |\widetilde{K}_{1,j+1}|$ であるから、全体として $\widehat{K}_{2,j+1}$ の収束速度はかなり速くなることが予想される。特に、従来の各ブロックごとの規範による適応FIRラティスフィルタでは各ラティスブロックにおける反射係数の適応をデータ入手と並行して行っていたのに比べ、過去の予測誤差を最新の前段反射係数推定値を用いて更新し直す点がこの考え方の特長である。この計算手順は3.5で具体的に述べるが、その前に前述の理論的解析結果の正当性を数値例により検証する。

(6) 数値例による解析結果の検証

ここでは、前述の反射係数推定誤差の平均的振舞に関する解析結果と実際の推定

結果を比較する。なお、平均的振舞についての解析結果と対応させるため、実際の推定結果は100サンプルパスの集合平均により示す。

数値例を示すための対象システムとして、次の反射係数ならびにARパラメータを有する次数2の一変数系AR過程を扱う。

$$(K_1^*, K_2^*) = (-0.8, 0.5)$$

$$(A_{2,0}^*, A_{2,1}^*, A_{2,2}^*) = (1, -1.2, 0.5)$$

このとき、 $\hat{K}_{1,j}$ ならびに $\hat{K}_{2,j}$ の平均的振舞は(3.38)式の時定数 τ_1 ならびに(3.44)式の時定数 τ_2 で真値 K_1^* ならびに K_2^* へ収束することが予想される。

(3.32)式の適応勾配アルゴリズムにおける正定数ゲインを $\rho_1 = \rho_2 = 0.01$ と設定し、適応過程の100サンプルパスの集合平均と解析的に予想された時定数 τ_1, τ_2 を有する振舞を比較したのがFig. 3.2である。なお、前段ラティスブロックの反段係数の推定誤差から生じる後段ブロックへの影響を差し引いて評価するために、 $\hat{K}_1 = K_1^*$ と設定した場合の $\hat{K}_{2,j}$ の振舞も同時に図示した。

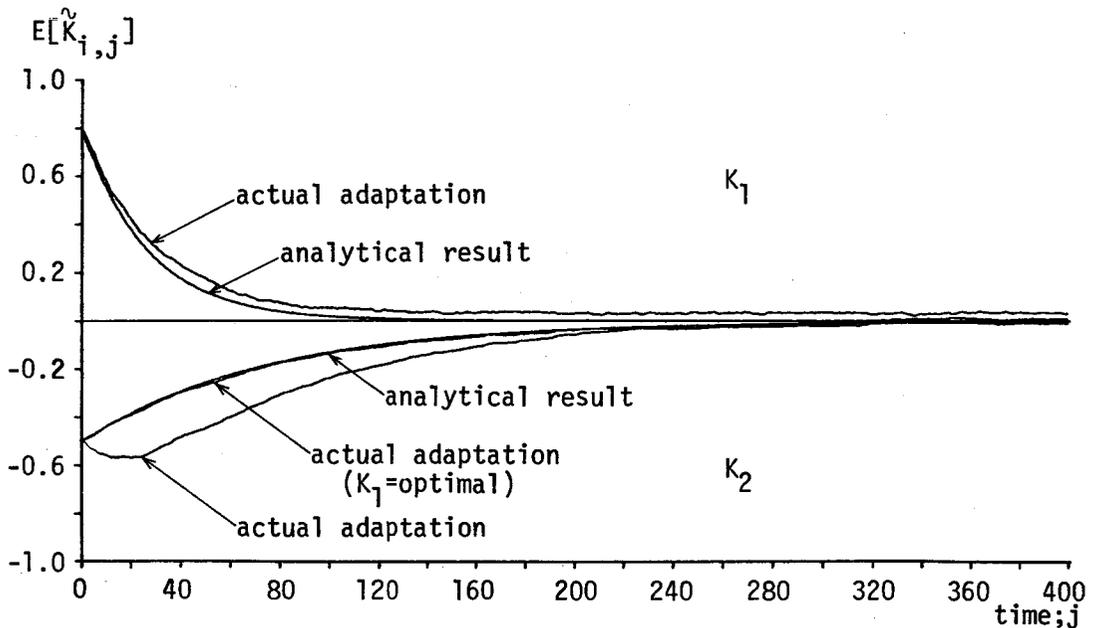


Fig. 3.2 Comparison between analytical result and actual adaptation with $\rho_1 = \rho_2 = 0.01$.

Fig. 3.2の結果では、同じ正定数ゲイン ρ_1, ρ_2 を用いているため各ラティスブロックの適応過程時定数 τ_1, τ_2 が異なっている。(3.53)式を利用して $\hat{K}_{1,j}$

および $\hat{K}_{2,j}$ の適応過程時定数を同じにさせた振舞が Fig. 3. 3 である。

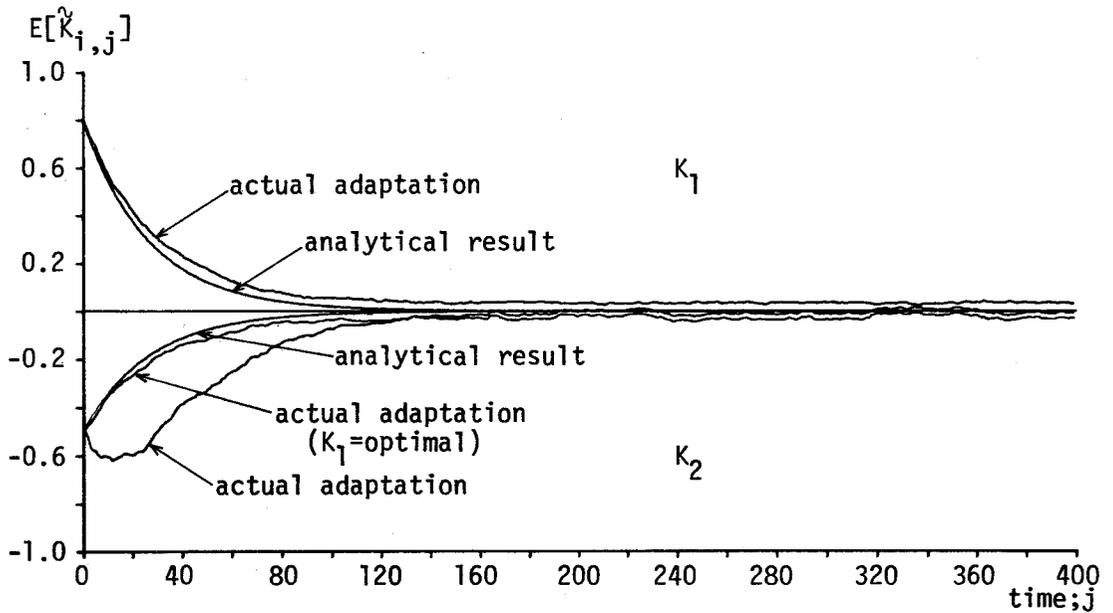


Fig. 3.3 Comparison between analytical result and actual adaptation with $\rho_1 = \rho_2 (1 - K_1^{*2}) = 0.01$.

Fig. 3. 2 および Fig. 3. 3 の両者の結果から分かるように、実際の適応過程と解析より予想した挙動はほぼ一致している。これにより、前述の解析の正当性を示すことができた。さらに、前段ラティスブロック内の反射係数推定値の精度を向上させると後段の反射係数推定値の収束速度も向上することが分かった。この考え方による反射係数収束速度を向上させた適応手法は、前項でも議論したように、扱っているラティスブロックの入力である予測誤差を前段ブロック内の最新の反射係数推定値を用いて過去の系列まで推定し直すことにより構成できる。

3.2.4 反射係数収束速度を向上させた適応手法

F I R ラティスフィルタの decoupling property を利用した従来の適応アルゴリズムには後段ラティスブロックの反射係数収束速度が前段ブロックに比べ遅れる欠点があることをこれまで明確にしてきた。本節では、従来の手法を改良し、推定パラメータのさらに速い収束が得られる反射係数収束速度を向上させた適応 F I R ラテ

ィスフィルタリング手法 (NALF 1, NALF 2) を構成する。

通常の適応 FIR ラティスフィルタリング (OALF) と反射係数収束速度を向上させた適応 FIR ラティスフィルタリング (NALF 1, NALF 2) を次のように構成する。なお、適応手法内の添字 “ $j_1 | j_2$ ” は時刻 j_2 までの入力データが与えられている場合の時刻 j_1 時点の推定値を意味しており、視覚的な説明は Fig. 3. 4 に示す。

[O A L F : Ordinary Adaptive FIR Lattice Filtering]

- step 1 $\epsilon_{1, j | j}, \eta_{1, j | j}, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\eta$ を計算。 $i = 2$ 。
- step 2 $\epsilon_{i, j | j}, \eta_{i, j | j}, \hat{K}_{i, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{i, j+1 | j}^\eta$ を計算。
- step 3 $i < p$ ならば $i = i + 1$ として step 2 へ。また、 $i = p$ ならば $j = j + 1$ として step 1 へ。

[N A L F 1 : New Adaptive FIR Lattice Filtering 1]

- step 1 $\epsilon_{1, j | j}, \eta_{1, j | j}, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\eta$ を計算。 $i = 2$ 。
- step 2 $\hat{K}_{i-1, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{i-1, j+1 | j}^\eta$ を用いて (3. 4) 式から (3. 6) 式により $\epsilon_{i-1, k | j}, \eta_{i-1, k | j}$ ($k = 0, 1, \dots, j$) を再計算。
- step 3 初期値 $\hat{K}_{i, 0 | j}^\epsilon = \hat{K}_{i, 0 | j}^\eta = 0$ を用いて $\epsilon_{i, k | j}, \eta_{i, k | j}, \hat{K}_{i, k+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{i, k+1 | j}^\eta$ ($k = 0, 1, \dots, j$) を計算。
- step 4 $i < p$ ならば $i = i + 1$ として step 2 へ。また、 $i = p$ ならば $j = j + 1$ として step 1 へ。

[N A L F 2 : New Adaptive FIR Lattice Filtering 2]

- step 1 $\epsilon_{1, j | j}, \eta_{1, j | j}, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{1, j+1 | j}^\eta$ を計算。 $i = 2$ 。
- step 2 $\hat{K}_{i-1, j+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{i-1, j+1 | j}^\eta$ を用いて (3. 4) 式から (3. 6) 式により $\epsilon_{i-1, k | j}, \eta_{i-1, k | j}$ ($k = j - L, \dots, j$) を再計算。
- step 3 初期値 $\hat{K}_{i, j-L | j}^\epsilon = \hat{K}_{i, j-L | j-1}^\epsilon, \hat{K}_{i, j-L | j}^\eta = \hat{K}_{i, j-L | j-1}^\eta$ を用いて $\epsilon_{i, k | j}, \eta_{i, k | j}, \hat{K}_{i, k+1 | j}^\epsilon, \hat{K}_{i, k+1 | j}^\eta$ ($k = j - L, \dots, j$) を計算。
- step 4 $i < p$ ならば $i = i + 1$ として step 2 へ。また、 $i = p$ ならば $j = j + 1$ として step 1 へ。

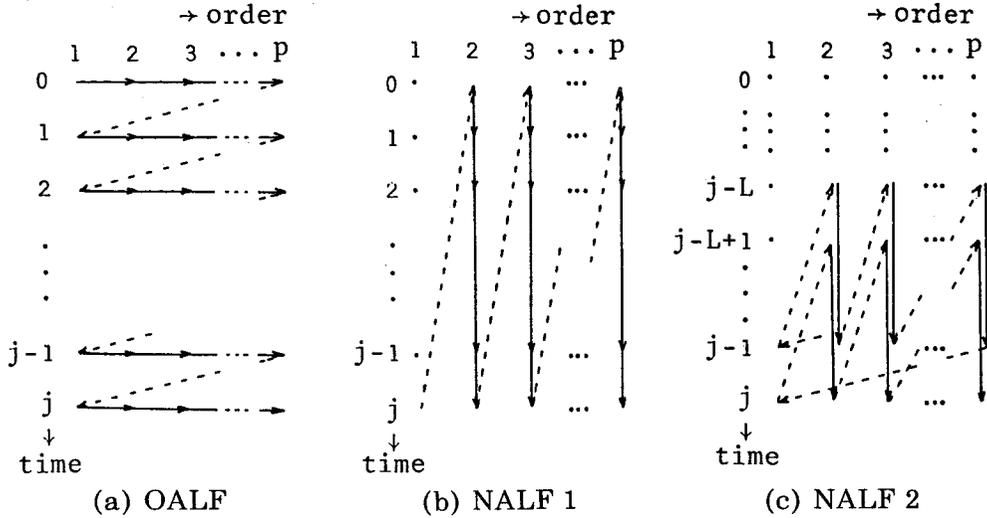


Fig. 3.4 Procedure of adaptive FIR lattice filtering (OALF,NALF1,NALF2).

Fig. 3. 4 から分かるように、NALF 1 および NALF 2 は OALF に比較して予測誤差の再計算の分だけ計算量が増加する。このとき、NALF 1 は時刻 j に比例した計算量となるため逐次推定に用いるには効果的でなく、バッチ処理に適した計算手法となっている。逆に、NALF 2 の計算量は再計算数 L に比例するのみであるから、逐次手法に適している。これらの計算量は具体的アルゴリズムを述べた後 Table 3. 1 で比較する。

Fig. 3. 4 の適応手順を遂行する具体的な適応アルゴリズムとして以下のアルゴリズムを用いることができる。

[適応勾配法]

$$\epsilon_{i,k|j} = \epsilon_{i-1,k|j} + \widehat{K}_{i,k|j}^{\epsilon T} \eta_{i-1,k-1|j} \quad (3.54)$$

$$\eta_{i,k|j} = \eta_{i-1,k-1|j} + \widehat{K}_{i,k|j}^{\eta T} \epsilon_{i-1,k|j} \quad (3.55)$$

$$\widehat{K}_{i,k+1|j}^{\epsilon} = \widehat{K}_{i,k|j}^{\epsilon} - \rho_i^{\epsilon} \eta_{i-1,k-1|j} \epsilon_{i-1,k|j}^T \quad (3.56)$$

$$\widehat{K}_{i,k+1|j}^{\eta} = \widehat{K}_{i,k|j}^{\eta} - \rho_i^{\eta} \epsilon_{i-1,k|j} \eta_{i-1,k|j}^T \quad (3.57)$$

ここに、 ρ_i^{ϵ} 、 ρ_i^{η} は第 i 段適応ブロックにおける正定数ゲインである。

[逐次最小 2 乗法]

$$\epsilon_{i,k|j} = \epsilon_{i-1,k|j} + \widehat{K}_{i,k|j}^{\epsilon T} \eta_{i-1,k-1|j} \quad (3.58)$$

$$\eta_{i,k|j} = \eta_{i-1,k-1|j} + \widehat{K}_{i,k|j}^{\eta T} \varepsilon_{i-1,k|j} \quad (3.59)$$

$$P_{i,k+1|j}^{\eta} = P_{i,k|j}^{\eta} - \frac{P_{i,k|j}^{\eta} \eta_{i-1,k-1|j} \eta_{i-1,k-1|j}^T P_{i,k|j}^{\eta}}{1 + \eta_{i-1,k-1|j}^T P_{i,k|j}^{\eta} \eta_{i-1,k-1|j}} \quad (3.60)$$

$$\widehat{K}_{i,k+1|j}^{\varepsilon} = \widehat{K}_{i,k|j}^{\varepsilon} - P_{i,k+1|j}^{\eta} \eta_{i-1,k-1|j} \varepsilon_{i-1,k|j}^T \quad (3.61)$$

$$P_{i,k+1|j}^{\varepsilon} = P_{i,k|j}^{\varepsilon} - \frac{P_{i,k|j}^{\varepsilon} \varepsilon_{i-1,k|j} \varepsilon_{i-1,k|j}^T P_{i,k|j}^{\varepsilon}}{1 + \varepsilon_{i-1,k|j}^T P_{i,k|j}^{\varepsilon} \varepsilon_{i-1,k|j}} \quad (3.62)$$

$$\widehat{K}_{i,k+1|j}^{\eta} = \widehat{K}_{i,k|j}^{\eta} - P_{i,k+1|j}^{\varepsilon} \varepsilon_{i-1,k|j} \eta_{i-1,k|j}^T \quad (3.63)$$

ここに,

$$P_{i,0|j}^{\varepsilon} = P_{i,0|j}^{\eta} = \alpha I \quad (\alpha : \text{正定数})$$

$$P_{i,j-L|j}^{\varepsilon} = P_{i,j-L|j-1}^{\varepsilon}, \quad P_{i,j-L|j}^{\eta} = P_{i,j-L|j-1}^{\eta}$$

また、スカラ系の場合には Burg 規範を用いることができ、これによる逐次最小 2 乗法は重み係数 β を組み込み次式で表現できる。

[スカラ系における逐次最小 2 乗法 (Burg 規範)]

$$\varepsilon_{i,k|j} = \varepsilon_{i-1,k|j} + \widehat{K}_{i,k|j} \eta_{i-1,k-1|j} \quad (3.64)$$

$$\eta_{i,k|j} = \eta_{i-1,k-1|j} + \widehat{K}_{i,k|j} \varepsilon_{i-1,k|j} \quad (3.65)$$

$$P_{i,k+1|j} = \beta P_{i,k|j} + \varepsilon_{i-1,k|j}^2 + \eta_{i-1,k-1|j}^2 \quad (3.66)$$

$$\widehat{K}_{i,k+1|j} = \widehat{K}_{i,k|j} - \frac{\varepsilon_{i-1,k|j} \eta_{i,k|j} + \eta_{i-1,k-1|j} \varepsilon_{i,k|j}}{P_{i,k+1|j}} \quad (3.67)$$

ここに,

$$0 < \beta \leq 1$$

$$P_{i,0|j} = \alpha (\geq 0) \quad (\text{Figs. 3.6, 3.7 では } P_{i,0|j} = 0 \text{ と設定})$$

$$P_{i,j-L|j} = P_{i,j-L|j-1}$$

次に、提案した反射係数収束速度を向上させた適応手法の効力を評価する。数値例として Fig. 3.2 と同じスカラ系を扱い、(3.32) 式の適応勾配アルゴリズムの収束特性が NALF 2 ($L=5$) を用いてどのように改善するかを調べる。その結果を Fig. 3.5 に示す。これより NALF 2 の収束速度向上が確認された。

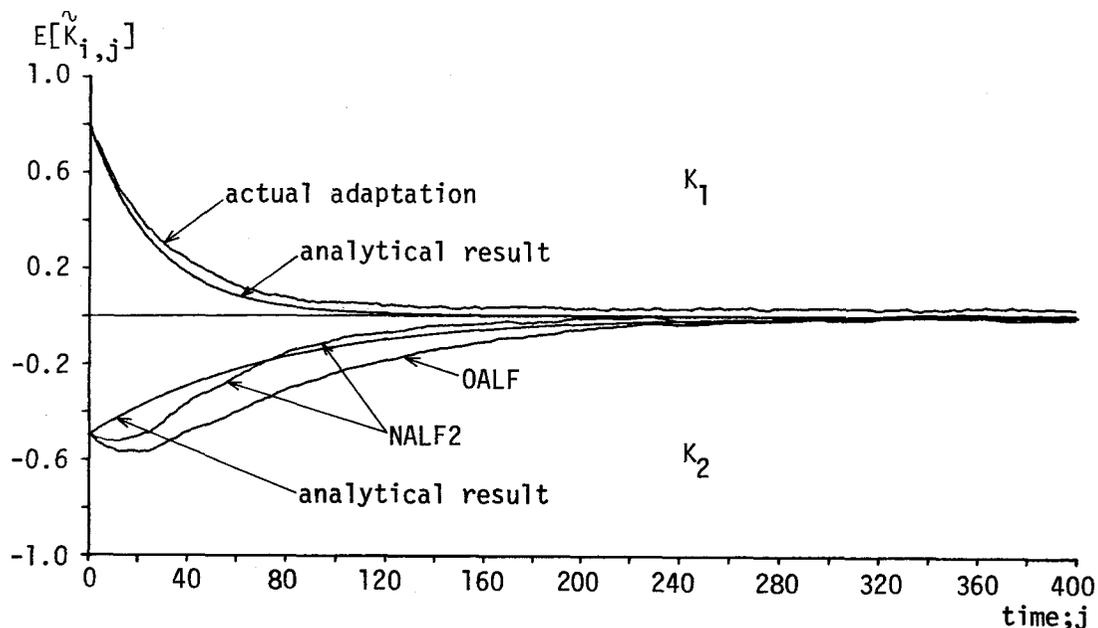


Fig. 3.5 Comparison between OALF and NALF2 based on the adaptive gradient algorithm.

さらに、(3.64)式から(3.67)式の Burg 規範に基づいた逐次最小 2 乗法を用いて OALF, NALF1, NALF2 (L=5) を比較する。

対象とする一変数系の AR 過程として次のパラメータを有するモデルを採用する。

$$(K_1^*, K_2^*, K_3^*) = (-0.85, 0.7, -0.5)$$

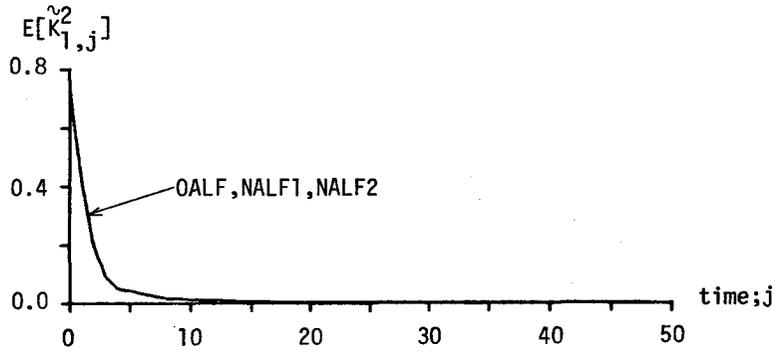
$$(A_{3,0}^*, A_{3,1}^*, A_{3,2}^*, A_{3,3}^*) = (1, -1.975, 1.4225, -0.5)$$

この AR 過程に対するモデリング結果を Fig. 3.6 に比較する。ここに、その推定精度の比較として反射係数推定誤差の振舞を用い、100 サンプルパスの集合平均により比較した。

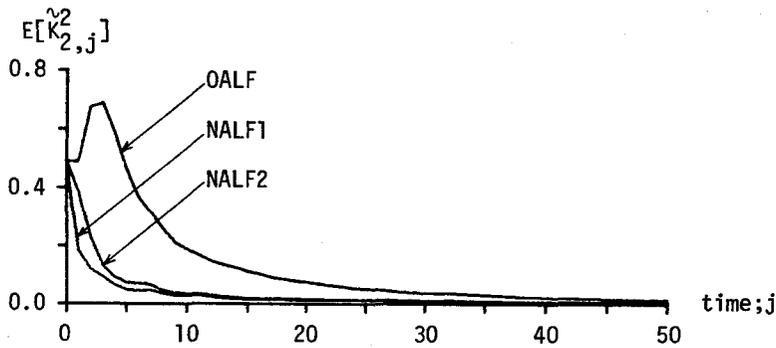
Fig. 3.6 の結果より、通常の適応手法である OALF に比較して提案した NALF1, NALF2 はその反射係数の収束速度がかなり向上していることが分かる。また、NALF2 における再計算として L=5 程度を採用することで十分であることが種々のシミュレーションを通して確認された。

NALF2 が有効であることを示すためには、タップ遅延線素子構造を有するアルゴリズムのうち収束が最も速い逐次最小 2 乗法とも NALF2 を比較する必要がある。そのため、Fig. 3.6 の適応過程挙動を AR パラメータ推定値の立場から見

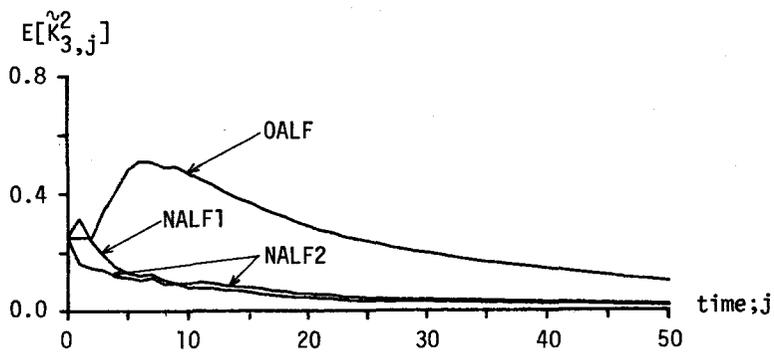
直す。(3.15)式は一変数系の場合



(a) Adaptive process of $\hat{K}_{1,j}$.



(b) Adaptive process of $\hat{K}_{2,j}$.



(c) Adaptive process of $\hat{K}_{3,j}$.

Fig. 3.6 Comparison of the adaptive processes of OALF, NALF1 and NALF2 based on the Burg method.

$$\mathbf{A}_p = \prod_{i=1}^p \{ \mathbf{I}_{p+1} + \mathbf{J}_{p+1, i+1} \mathbf{K}_i \} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (3.68)$$

となるため、OALFおよびNALF2については上式より得られた $\hat{\mathbf{a}}_{3, k}$ を用い、また逐次最小2乗法(RLS)については直接推定した $\hat{\mathbf{a}}_{3, k}$ を用いて、次式のARパラメータに対する推定誤差ベクトルの2乗ノルムを評価した。

$$\|\tilde{\mathbf{w}}\|^2 \triangleq (\hat{\mathbf{a}}_{3,1} + 1.975)^2 + (\hat{\mathbf{a}}_{3,2} - 1.4225)^2 + (\hat{\mathbf{a}}_{3,3} + 0.5)^2$$

100サンプルパスの集合平均を取った適応過程の挙動をFig. 3.7に比較する。

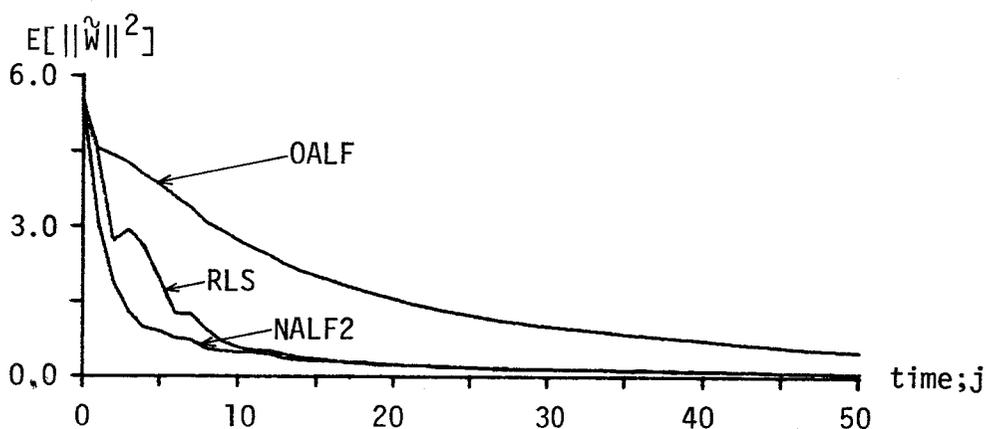


Fig. 3.7 Comparison of the adaptive processes for AR parameters by using RLS with tapped delay line structure and OALF and NALF2 with lattice structure.

Fig. 3.7より、タップ遅延線素子構造の逐次最小2乗法は各ラティスブロックごとに評価規範を設置する通常の適応手法(OALF)よりも速い収束を示していることが分かる。また、再計算により予測誤差の精度を向上させている新たに提案したNALF2は逐次最小2乗法よりもさらに速い収束特性を有している。

以上のOALF, NALF1, NALF2, RLSの計算量を比較するとTable 3.1が得られる。ここに、FIRラティスフィルタの入力に拡大ベクトル $[y_j^T, x_j^T]^T$ を用いる場合には、表中Mを(M+N)に読み替えるものとする。なお、NALF2の計算量は、次数pが2以上のとき、Lの値を調整することによりRLSの計算量よりも少なくできる。

Table 3.1 Comparison of the computational loads of OALF, NALF1, NALF2 and RLS.

		number of multiplication and division	number of addition and subtraction
OALF	Gradient	$2M(2M+1)p$	$4M^2p$
	LS	$2M(5M+2)p$	$2M(5M-1)p$
NALF1	Gradient	$2M(2M+1)\{1+(p-1)j\}$	$4M^2\{1+(p-1)j\}$
	LS	$2M(5M+2)\{1+(p-1)j\}$	$2M(5M-1)\{1+(p-1)j\}$
NALF2	Gradient	$2M(2M+1)\{1+(p-1)(L+1)\}$	$4M^2\{1+(p-1)(L+1)\}$
	LS	$2M(5M+2)\{1+(p-1)(L+1)\}$	$2M(5M-1)\{1+(p-1)(L+1)\}$
R L S		$3p^2M^2 + 2pM^2 + 2pM$	$4p^2M^2 + pM(M-2) + M$

3.2.5 NALF2の応用

ここでは、NALF2を音声分析と適応制御へ応用し、その有効性を示す。

(1) 音声分析への応用

ここでは母音“ア”のデータ⁸³⁾に対して線形予測符号化を行う。扱うデータ波形をFig. 3. 8に示すが、これに対してOALFとNALF2(L=5)を適用し反射係数の収束状況と比較したのがFig. 3. 9である。数値計算は15次(p=15)のFIRラティス構造を用いて行ったが、 $\hat{K}_{1,j}$, $\hat{K}_{2,j}$ と後段の反射係数絶対値が比較的大きかった $\hat{K}_{10,j}$ の挙動を比較した。この例からもNALF2の過渡状態における収束特性の向上が認められた。特に、Fig. 3. 8より周期は約 80×10^{-4} 秒であることが分かるが、その1/3程度の時間で符号化が可能となっている。

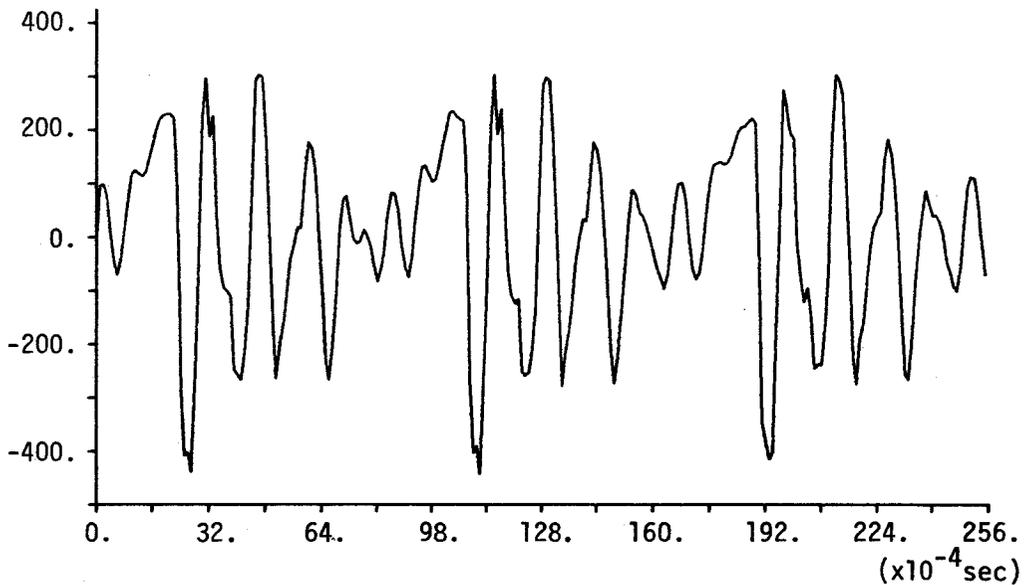


Fig. 3.8 Sequence of the vowel "a".

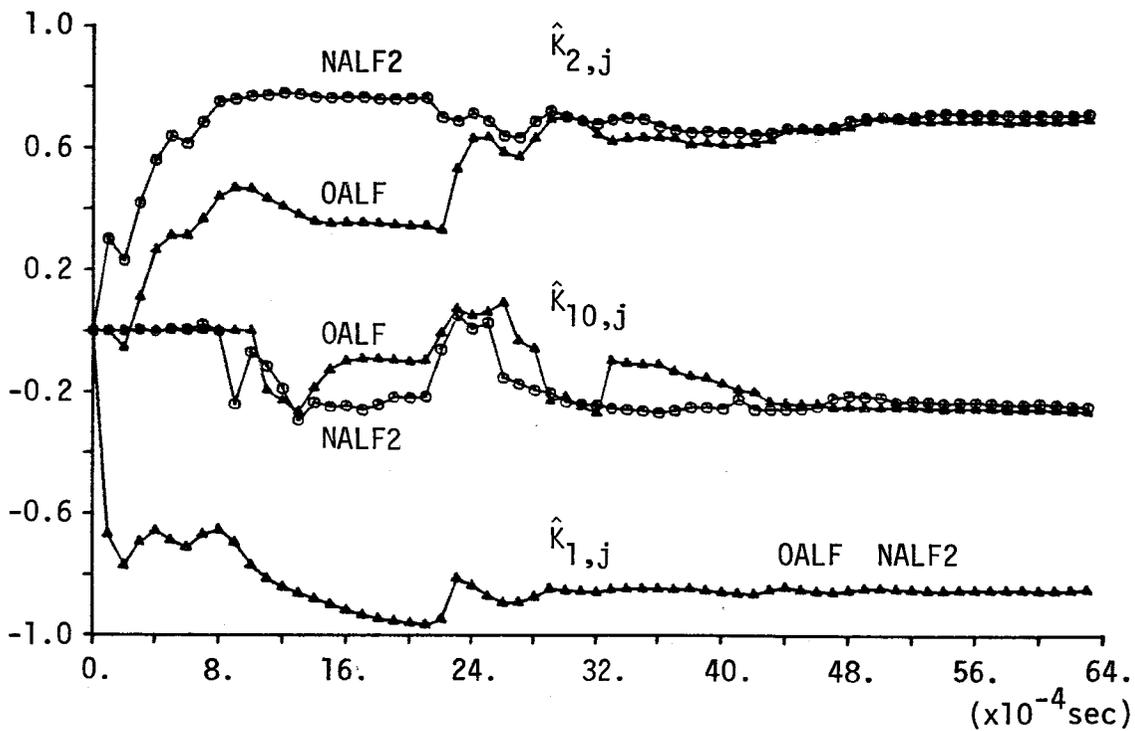


Fig. 3.9 Linear prediction coding by OALF and NALF2.

(2) 適応制御への応用

ここでは、次式で与えられるプラントの最小分散制御を目的とした適応制御について考察する。ただし、 $b_1^* \neq 0$ と仮定しておく。

$$y_j - a_1^* y_{j-1} - \dots - a_p^* y_{j-p} = b_1^* u_{j-1} + \dots + b_p^* u_{j-p} + \varepsilon_j \quad (3. 6 9)$$

最小分散制御のためのレギュレータ構成は次の形を取る。

$$u_j = - \{ a_1^* y_j + \dots + a_p^* y_{j-p+1} + b_2^* u_{j-1} + \dots + b_p^* u_{j-p+1} \} / b_1^* \quad (3. 7 0)$$

B. Friedlander は適応制御を行うために、プラント出力 y_j と制御入力 u_j の拡大ベクトルを用いて A R モデリングを行い、F I R ラティスフィルタにおける y_j と u_j に対するイノベーションの線形関係を利用した。^{84)~86)} しかしながら、この方法では線形関係が Unnormalized Lattice に対してしか導出されておらず、Normalized Lattice における線形関係も導出する必要があった。さらに、適応制御構成の点では、レギュレータブロックと適応ラティスフィルタの予測誤差系列が本来個別に計算されねばならないのに、両者を混交して計算に用いているため推定パラメータが真の解集合へ収束しない問題も残っていた。以下では、前者の線形関係を導出した後、新しい適応制御手法を提案する。さらに、これに種々のアルゴリズムを組み込んで適応制御結果を比較し、N A L F 2 が適応制御においても有効であることを示す。

拡大 A R モデリングに Normalized Lattice を用いた際、一変数系プラントの出力 y_j と入力 u_j に対する予測誤差の線形関係は、A R パラメータへ反射係数を変換することより次のように求めることができる。

(Normalized Lattice における線形関係)

$$\tilde{\varepsilon}_{p,j}^u = \tilde{w} \tilde{\varepsilon}_{p,j}^y \quad (3. 7 1)$$

$$\tilde{w} \triangleq \frac{c_1}{-c_3 + c_2/w} \quad (3. 7 2)$$

$$w \triangleq -\hat{a}_1 / \hat{b}_1 \quad (3. 7 3)$$

$$\begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ 0 & c_3 \end{bmatrix} \triangleq \prod_{i=1}^p (1 - \tilde{\eta}_{i,j-1}^r \tilde{\eta}_{i,j-1}^s)^{1/2} R_{p,j}^{s/2} \quad (3. 7 4)$$

$$R_{p,j}^{s/2} \triangleq R^{1/2} \prod_{i=1}^p (I - \hat{K}_{i,j}^{N^2})^{1/2} \quad (3. 7 5)$$

ここに、 $\tilde{\epsilon}_{p,j} \triangleq [\tilde{\epsilon}_{p,j}^y, \tilde{\epsilon}_{p,j}^u]^T$ および $\tilde{\eta}_{i,j}$ は $[y_j, u_j]^T$ を入力とした場合の Normalized Lattice の前向きおよび後ろ向き予測誤差であり、その線形関係を示す結合係数 \tilde{w} は Unnormalized Lattice および通常の FIR ラティス構造で用いられる (3.73) 式の結合係数 w を含んだ形として得ることができた。また、 R は拡大入力の相関行列、 $\hat{K}_{i,j}^N$ は Normalized Lattice における反射係数推定値であり、すべての平方根行列は (3.74) 式のように上三角行列を用いた。

さらに、B. Friedlander が提案している適応制御手法ではレギュレータ構造と適応同定構造の予測誤差系列を共有して用いているため、反射係数推定値が最小分散制御を与える解集合からはずれる危険性がある。このため、これを改良し、Fig. 3.10 の適応制御手法を提案する。

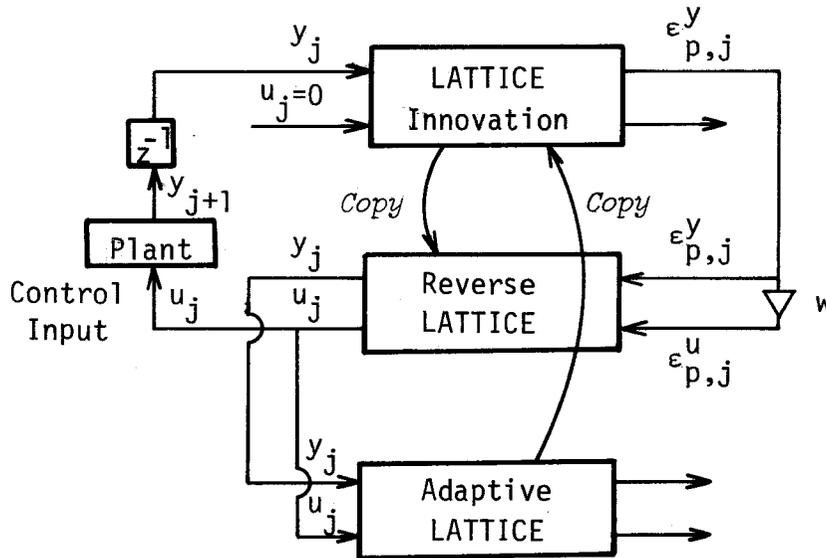


Fig. 3.10 New adaptive control scheme.

以後においては、適応制御手法の有効性を明確に示すために、次式で示される確定系のプラントに対して数値計算を行う。

$$y_j - a_1^* y_{j-1} - a_2^* y_{j-2} = b_1^* u_{j-1} + b_2^* u_{j-2} \quad (3.76)$$

$$(a_1^*, a_2^*, b_1^*, b_2^*) = (1.2, -0.35, 0.8, -0.4)$$

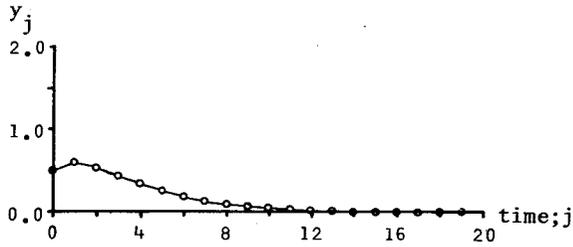
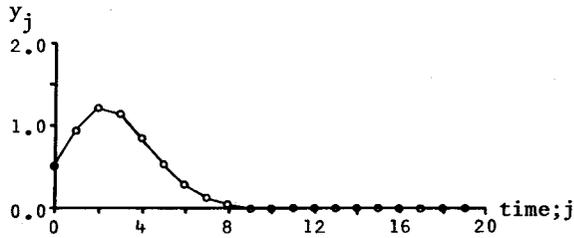
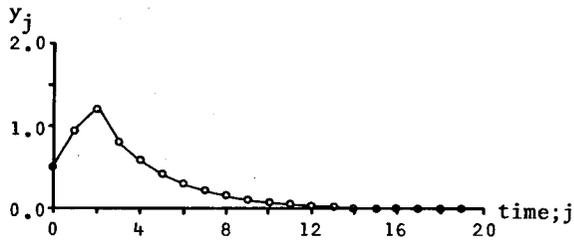


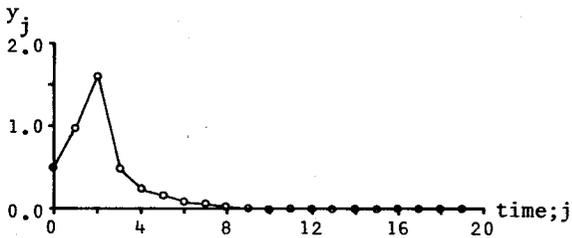
Fig. 3.11 Autonomous behavior of the plant represented by eq. (3.76).



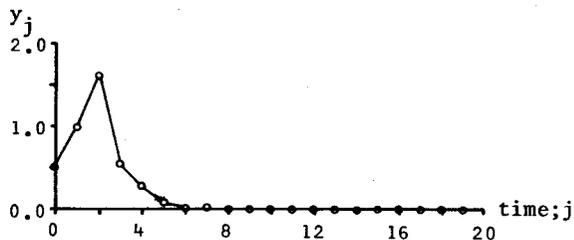
(a) B. Friedlander's adaptive control scheme ($w=1.0$).



(b) Proposed scheme (\tilde{w}) by Normalized Lattice.



(c) Proposed scheme (w) by OALF with RLS.



(d) Proposed scheme (w) by NALF2 ($L=5$) with RLS.

Fig. 3.12 Behaviors of the plant outputs by several adaptive control schemes.

ただし、初期条件を一般化させるために正規性白色雑音を u_j へ20回適用し、その時刻を $j = 0$ と設定して適応制御を行った。

まず、制御を行わない($u_j = 0$)場合の自由振動波形をFig. 3. 11に示す。ここに、(3. 76)式で示されるプラントの極は $z = 0.5, 0.7$ の安定極であり、出力 y_j の挙動はほぼ $j = 12$ で0へ収束している。

これに対する適応制御結果として、Fig. 3. 12に B. Friedlanderの手法を用いた図(a)とFig. 3. 10の適応制御手法を用いた図(b), (c), (d)を比較する。なお、図(b)は新しく提案した(3. 72)式の \tilde{w} をNormalized Latticeに適用した結果であり、また図(c), (d)はOALFとNALF2に逐次最小2乗法を組み込み(3. 73)式の w を用いた結果である。これらの結果から分かるように、B. Friedlanderが提案した手法よりもFig. 3. 12(d)に示しているFig. 3. 10の適応制御手法にNALF2を組み込んだ手法の方が、より早く制御効果が現われていることが分かる。

以上本節で議論したように、反射係数収束速度を向上させた適応FIRラティスフィルタリング手法[NALF2]は従来の適応手法よりもかなり速い収束能力を有しており、今後、種々の分野への応用が期待できる。

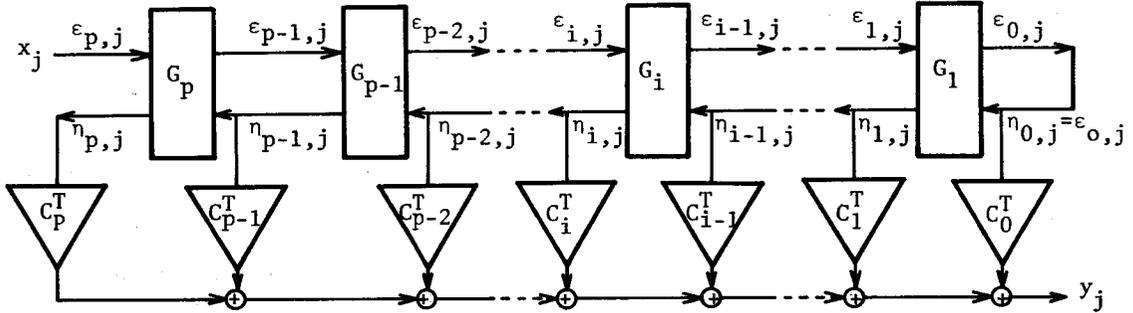
3.3 適応IIRラティスフィルタリング

前節では、ARモデリングのための適応FIRラティスフィルタリング手法を議論した。本節では、直接IIR構造を扱い、多変数適応IIRラティスフィルタリング手法を構成する。このとき、2. 7の導出思想に基づき、過渡状態と定常状態それぞれにおける適応能力を向上させる考え方を利用して多変数適応アルゴリズムを導出する。

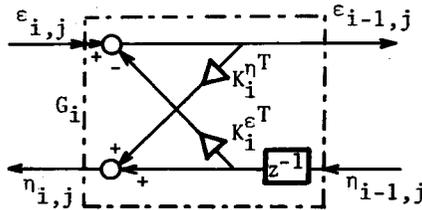
3.3.1 IIRラティスフィルタの基本構造

一変数系のIIRラティス構造は A. H. Gray & J. D. Markel によって直交関数表現を通して得られている。⁷⁸⁾これを多変数系に拡張することにより、Fig. 3. 13の多変数IIRラティスフィルタを得ることができる。

さらに，IIRラティスフィルタの入出力関係はFig. 3. 13に示すように次の関係式で与えられる。



(a) General structure of IIR lattice filter.



(b) Detailed structure of the i -th block.

Fig. 3.13 Schematic diagram of IIR lattice filter.

$$\epsilon_{i-1,j} = \epsilon_{i,j} - K_i^{\epsilon T} \eta_{i-1,j-1} \quad (3.77)$$

$$\eta_{i,j} = \eta_{i-1,j-1} + K_i^{\eta T} \epsilon_{i-1,j} \quad (3.78)$$

$$\epsilon_{p,j} = x_j \quad (3.79)$$

$$\epsilon_{0,j} = \eta_{0,j} \quad (3.80)$$

$$y_j = \sum_{i=0}^p C_i^T \eta_{i,j} \quad (3.81)$$

なお，Fig. 2. 1の適応IIRフィルタと対応させるために， $\epsilon_{i,j}$ ， $\eta_{i,j}$ ， x_j は N 次元ベクトル， C_i は $N \times M$ 行列， y_j は M 次元ベクトルと仮定する。

このIIRラティス構造を2端子対回路の立場から眺め直すと次のようになる。まず，第 i ラティスブロックの入出力関係は(3.77)式と(3.78)式を用いて次のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{i,j} \\ \eta_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & K_i^{\varepsilon T} z^{-1} \\ K_i^{\eta T} & I z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i-1,j} \\ \eta_{i-1,j} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

これより、(3.80)式を利用すると次式となる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{i,j} \\ \eta_{i,j} \end{bmatrix} = \prod_{k=1}^i \begin{bmatrix} I & K_k^{\varepsilon T} z^{-1} \\ K_k^{\eta T} & I z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ I \end{bmatrix} \varepsilon_{0,j} \quad (3.83)$$

上式をFIRラティス構造に関する(3.8)式と対応させると、(3.9)式および(3.79)式の関係を用いて次の関係式を得ることができる。

$$\varepsilon_{0,j} = A_p^{\varepsilon}(z^{-1})^{-1} x_j \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} \eta_{i,j} &= A_i^{\eta}(z^{-1}) \varepsilon_{0,j} \\ &= A_i^{\eta}(z^{-1}) A_p^{\varepsilon}(z^{-1})^{-1} x_j \end{aligned} \quad (3.85)$$

以上より、Fig. 3.13の多変数IIRラティス構造の入出力関係式として次の結果を得る。

$$\begin{aligned} y_j &= \sum_{i=0}^p C_i^T \eta_{i,j} \\ &= \left[\sum_{i=0}^p C_i^T A_i^{\eta}(z^{-1}) \right] A_p^{\varepsilon}(z^{-1})^{-1} x_j \end{aligned} \quad (3.86)$$

したがって、多変数適応IIRラティスフィルタは2.4で議論した右行列分解表現(2.29)式の構造を有していることが分かる。

参考のために、 $[y_j^T, x_j^T]^T$ の拡大ベクトル入力を前節のFIRラティスフィルタに適用する場合と比較する。このとき、

$$A_p^{\varepsilon}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} A(z^{-1}) & -B(z^{-1}) \\ * & * \end{bmatrix}$$

と設定することにより、多変数FIRラティスフィルタの伝達行列は次式の左行列分解表現となっていることが分かる。

$$y_j = A(z^{-1})^{-1} B(z^{-1}) x_j \quad (3.87)$$

3.3.2 状態方程式表現の導出

適応IIRラティスフィルタリング手法を構成する際、(3.77)式から(3.81)式で表現されるIIRラティス構造の入出力関係式が利用できる。しかしながら、直接これらの関係式から適応アルゴリズムを導出すると非常に煩雑な手順を

必要とする。そのため、IIRラティスフィルタの状態方程式表現を得ることによりアルゴリズム導出を簡単にする。

状態方程式表現を構成するためには状態ベクトルの選定が重要となる。ここでは、IIRラティスフィルタの出力 y_j がFig. 3. 13から分かるように $\eta_{i,j-1}$ の線形結合となっているため、これを用いて状態ベクトルを構成する。

まず、(3.77)式と(3.78)式を利用すると次の関係が成立する。

$$\eta_{i,j} = K_i^{z^T} \varepsilon_{i,j} + (I - K_i^{z^T} K_i^{\varepsilon^T}) \eta_{i-1,j-1} \quad (3.88)$$

$$\varepsilon_{i-1,j} = \varepsilon_{i,j} - K_i^{\varepsilon^T} \eta_{i-1,j-1} \quad (3.89)$$

このとき、 $(p+1)N$ 次元ベクトルである η_j と ε_j を

$$\eta_j \triangleq [\eta_{0,j}^T, \eta_{1,j}^T, \dots, \eta_{p,j}^T]^T$$

$$\varepsilon_j \triangleq [\varepsilon_{0,j}^T, \varepsilon_{1,j}^T, \dots, \varepsilon_{p,j}^T]^T$$

と定義することより、次のベクトル表現を得る。

$$\eta_j = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ (I - K_1^{z^T} K_1^{\varepsilon^T}) & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & & (I - K_p^{z^T} K_p^{\varepsilon^T}) & 0 \end{bmatrix} \eta_{j-1} + \begin{bmatrix} I & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_1^{z^T} & \dots \\ & & \ddots & K_p^{z^T} \end{bmatrix} \varepsilon_j \quad (3.90)$$

$$\varepsilon_j = \begin{bmatrix} 0 & I & & \mathbf{0} \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & I \\ \mathbf{0} & & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_j - \begin{bmatrix} K_1^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & K_p^{\varepsilon^T} & 0 \end{bmatrix} \eta_{j-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix} x_j \quad (3.91)$$

さらに、(3.91)式より ε_j は次のように求めることができる。

$$\varepsilon_j = \left\{ \begin{bmatrix} I & -I & \mathbf{0} \\ & \ddots & \ddots \\ \mathbf{0} & I & -I \\ & & & I \end{bmatrix}^{-1} \left\{ - \begin{bmatrix} K_1^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} \\ \vdots & K_p^{\varepsilon^T} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \eta_{j-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix} x_j \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\begin{array}{cccc} I & I & \cdots & I \\ & I & \cdots & I \\ \mathbf{0} & \vdots & \vdots & \\ & & & I \end{array} \right] \left\{ - \left[\begin{array}{cc} K_1^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots \\ & K_p^{\varepsilon^T} \\ & & & 0 \end{array} \right] \eta_{j-1} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{array} \right] x_j \right\} \\
&= - \left[\begin{array}{cccc} K_1^{\varepsilon^T} & \cdots & K_p^{\varepsilon^T} & 0 \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & & K_p^{\varepsilon^T} & 0 \\ & & & 0 \end{array} \right] \eta_{j-1} + \left[\begin{array}{c} I \\ I \\ \vdots \\ I \end{array} \right] x_j \quad (3.92)
\end{aligned}$$

したがって、(3.92)式を(3.90)式に代入することより次の状態方程式表現を得る。

(IIRラティスフィルタの状態方程式表現)

$$\eta_j = \mathbf{A}_K \eta_{j-1} + \mathbf{B}_K x_j \quad (3.93)$$

$$y_j = \mathbf{C}^T \eta_j \quad (3.94)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_K &\triangleq \begin{bmatrix} -K_1^{\varepsilon^T} & -K_2^{\varepsilon^T} & \cdots & -K_p^{\varepsilon^T} & 0 \\ (I - K_1^{\eta^T} K_2^{\varepsilon^T}) & -K_1^{\eta^T} K_2^{\varepsilon^T} & \cdots & -K_1^{\eta^T} K_p^{\varepsilon^T} & 0 \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & (I - K_p^{\eta^T} K_p^{\varepsilon^T}) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_K \triangleq \begin{bmatrix} I \\ K_1^{\eta^T} \\ \vdots \\ K_p^{\eta^T} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{C}^T &\triangleq [C_0^T, C_1^T, \dots, C_p^T]
\end{aligned}$$

3.3.3 適応アルゴリズムの導出

ここでは、2.7で議論した過渡状態と定常状態に着目した考え方を用い、多変数IIRラティスフィルタリングのための適応アルゴリズムを導出する。

適応アルゴリズムにはパラメータの時間推移についての表現が必要となるため、まず次の定義を行う。

$$\hat{\mathbf{A}}_{K,j} \triangleq \begin{bmatrix} -\hat{K}_{1,j}^{\varepsilon^T} & -\hat{K}_{2,j}^{\varepsilon^T} & \cdots & -\hat{K}_{p,j}^{\varepsilon^T} & 0 \\ (\hat{I} - \hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \hat{K}_{1,j}^{\varepsilon^T}) & -\hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \hat{K}_{2,j}^{\varepsilon^T} & \cdots & -\hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \hat{K}_{p,j}^{\varepsilon^T} & 0 \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & (\hat{I} - \hat{K}_{p,j}^{\eta^T} \hat{K}_{p,j}^{\varepsilon^T}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

$$\widehat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j} \triangleq [\mathbf{I} \quad , \quad \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta}, \dots, \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\eta}]^T; N(p+1) \times N \quad (3.96)$$

$$\widehat{\mathbf{C}}_j \triangleq [\widehat{\mathbf{C}}_{0,j}^{\varepsilon}, \widehat{\mathbf{C}}_{1,j}^{\varepsilon}, \dots, \widehat{\mathbf{C}}_{p,j}^{\varepsilon}]^T; N(p+1) \times M \quad (3.97)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_j^{\varepsilon} \triangleq [\widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\varepsilon^T}, \dots, \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\varepsilon^T}]^T; N_p \times N \quad (3.98)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_j^{\eta} \triangleq [\widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta^T}, \dots, \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\eta^T}]^T; N_p \times N \quad (3.99)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j \triangleq [\widehat{\boldsymbol{\eta}}_{0,j}^{\varepsilon}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{1,j}^{\varepsilon}, \dots, \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{p,j}^{\varepsilon}]^T; N(p+1) \times 1 \quad (3.100)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\eta}}_{i,j} = \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{i-1,j-1} + \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\eta^T} \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i-1,j} \quad (3.101)$$

$$\widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i-1,j} = \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i,j} - \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\varepsilon^T} \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{i-1,j-1} \quad (3.102)$$

これより, Fig. 3. 13 の IIR ラティス構造に推定値 $\widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\varepsilon^T}$, $\widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\eta^T}$, $\widehat{\mathbf{C}}_{i,j}$ を組み込んだ適応 IIR ラティスフィルタの入出力関係は, その出力を $\widehat{\mathbf{y}}_j$ として次式で表現される。

$$\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j = \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j} \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1} + \widehat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j} \mathbf{x}_j \quad (3.103)$$

$$\widehat{\mathbf{y}}_j = \widehat{\mathbf{C}}_j^T \widehat{\boldsymbol{\eta}}_j \quad (3.104)$$

さらに, (3.103) 式における $\widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}$ の推定パラメータに関する微分を容易に表現させるため,

$$\widehat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} \triangleq \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\varepsilon^T} & \widehat{\mathbf{K}}_{2,j}^{\varepsilon^T} & \dots & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\varepsilon^T} & 0 \\ \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\varepsilon^T} & \widehat{\mathbf{K}}_{2,j}^{\varepsilon^T} & \dots & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\varepsilon^T} & 0 \\ \mathbf{0} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\varepsilon^T} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} & 0 \\ \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta^T} & \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta^T} & \dots & \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta^T} & 0 \\ \mathbf{0} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\eta^T} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

と定義すると, 次の関係が成立する。

$$\widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j} = \begin{bmatrix} 0 & & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & 0 & \\ \mathbf{0} & \dots & \vdots \\ & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\varepsilon^T} \\ & 0 \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & 0 & \\ \mathbf{0} & \dots & \vdots \\ & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & \mathbf{0} \\ & \widehat{\mathbf{K}}_{1,j}^{\eta^T} & \\ \mathbf{0} & \dots & \vdots \\ & \mathbf{0} & \widehat{\mathbf{K}}_{p,j}^{\eta^T} \end{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} \quad (3.108)$$

このとき、 $\widehat{\mathbf{C}}_j$ 、 $\widehat{\mathbf{K}}_j^\varepsilon$ 、 $\widehat{\mathbf{K}}_j^\eta$ を更新させるための適応アルゴリズムを次のように構成する。

$$e_j = d_j - \widehat{y}_j \quad (3.109)$$

$$\widehat{\mathbf{C}}_{j+1} = \widehat{\mathbf{C}}_j + \rho_j \left[-\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{C}}} \|e_j\|^2 / 2 \right] \quad (3.110)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{j+1}^\varepsilon = \widehat{\mathbf{K}}_j^\varepsilon + \rho_j \left[-\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}^\varepsilon} \|e_j\|^2 / 2 \right] \quad (3.111)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{j+1}^\eta = \widehat{\mathbf{K}}_j^\eta + \rho_j \left[-\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}^\eta} \|e_j\|^2 / 2 \right] \quad (3.112)$$

ここに、 ρ_j は確率近似タイプの減少ゲイン ($\rho_j \triangleq \alpha / (j + \beta)$; α, β 正定数) であり、また \mathcal{D} は推定パラメータ行列に関する微分を意味する。

(3.110)式から(3.112)式の具体的なアルゴリズムとして以下に IIR Lattice 1 および IIR Lattice 2 を提案する。なお、Table 3.2 で計算量を比較した後、これらの導出を行う。

(過渡状態における適応能力を向上させた適応アルゴリズム)

[IIR Lattice 1]

$$\widehat{\mathbf{C}}_{j+1} = \widehat{\mathbf{C}}_j + \rho_j \left[\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j \ e_j^T \right] \quad (3.113)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{j+1}^\varepsilon = \widehat{\mathbf{K}}_j^\varepsilon - \rho_j \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{0,j-1} & e_j^T \left\{ \widehat{\mathbf{C}}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^1 \widehat{\mathbf{C}}_{i,j}^T \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\eta T} \right\} \\ \widehat{\eta}_{1,j-1} & e_j^T \left\{ \widehat{\mathbf{C}}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^2 \widehat{\mathbf{C}}_{i,j}^T \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\eta T} \right\} \\ \vdots & \vdots \\ \widehat{\eta}_{p-1,j-1} & e_j^T \left\{ \widehat{\mathbf{C}}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^p \widehat{\mathbf{C}}_{i,j}^T \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\eta T} \right\} \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{j+1}^\eta = \widehat{\mathbf{K}}_j^\eta + \rho_j \begin{bmatrix} \widehat{\varepsilon}_{0,j} & e_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{1,j}^T \\ \widehat{\varepsilon}_{1,j} & e_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{2,j}^T \\ \vdots & \vdots \\ \widehat{\varepsilon}_{p-1,j} & e_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{p,j}^T \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

(定常状態における適応能力を向上させた適応アルゴリズム)

[IIR Lattice 2]

$$\widehat{\mathbf{C}}_{j+1} = \widehat{\mathbf{C}}_j + \rho_j \left[\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j \ e_j^T \right] \quad (3.116)$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_{j+1}^\varepsilon = \widehat{\mathbf{K}}_j^\varepsilon + \rho_j \left[\mathbf{I}_{NP} \otimes (e_j^T \widehat{\mathbf{C}}_j^T) \right] \mathbf{G}_j^\varepsilon \quad (3.117)$$

$$G_j^e = - \begin{bmatrix} \hat{\eta}_{0,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \hat{\eta}_{1,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \hat{K}_{2,j}^{\eta^T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \hat{\eta}_{p-1,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \hat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \vdots \\ \hat{K}_{p,j}^{\eta^T} \end{bmatrix} \end{bmatrix} + [I_{NP} \otimes \hat{A}_{K,j}] G_{j-1}^e \quad (3.118)$$

$$\hat{K}_{j+1}^{\eta} = \hat{K}_j^{\eta} + \rho_j [I_{NP} \otimes (e_j^T \hat{C}_j)] G_j^{\eta} \quad (3.119)$$

$$G_j^{\eta} = \begin{bmatrix} \hat{\epsilon}_{0,j} \otimes e_{p+1}^2 \otimes I_N \\ \hat{\epsilon}_{1,j} \otimes e_{p+1}^3 \otimes I_N \\ \vdots \\ \hat{\epsilon}_{p-1,j} \otimes e_{p+1}^{p+1} \otimes I_N \end{bmatrix} + [I_{NP} \otimes \hat{A}_{K,j}] G_{j-1}^{\eta} \quad (3.120)$$

ここに、(3.95)式から(3.104)式ならびに(3.109)式を併用する。

(I I R Lattice 1 と I I R Lattice 2 の計算量比較)

以上提案した適応アルゴリズムの計算量を Table 3.2 にまとめる。ここに、クロネッカ積に関連した行列のスパース性はプログラミング技術により克服できるため、表では非零ブロックの計算量のみ評価した。両者を比較すると、勾配計算の際に過去の情報をより多く取入れている分だけ I I R Lattice 2 の方が計算量が多くなっていることが分かる。なお、一変数系における計算量比較では、反射係数が1種類となるため、 $M=N=1$ と設定した値よりも計算量が少なくなる。

Table 3.2 Comparison of the computational loads
between IIR Lattice 1 and IIR Lattice 2.

	number of multiplication and division	number of addition and subtraction
IIR Lattice 1	$p^2 N^2 (N+M+1)/2$ $+ pN(N^2+MN+9N+3M)/2$ $+ (N^2+MN+3M)$	$p^3 N^2/2$ $+ p^2 N(N^2+MN+3N-M-2)/2$ $+ pN(N^2+MN+8N+7M-4)/2$ $+ (2MN+M-1)$
IIR Lattice 2	$p^3 N^4/2$ $+ p^2 N^2 (5N^2+3N+1)/2$ $+ pN(3N^2+7N+2M)/2$ $+ (N^2+3MN+3M)$	$p^3 N^2 (2N^2+1)/2$ $+ p^2 N(6N^3+N^2+7N-2)/2$ $+ pN(N^2+12N+4M-2)/2$ $+ (4MN+M-2N-1)$

(適応アルゴリズム I I R Lattice 1, I I R Lattice 2 の導出)

以下では, (3.103)式の状態方程式を利用し, また, 付録1に要約したクロネッカ積に関する性質を用いながら, (3.110)式から(3.112)式の適応アルゴリズムの具体的表現として(3.113)式から(3.120)式が求まることを示す。

(1) \hat{C}_j に関する逐次式の導出

(3.109)式, (3.104)式ならびに付録1の(A.6)式, (A.5)式, (A.9)式, (A.3)式を順次用いることにより, (3.110)式の \hat{C}_j に関する逐次式は次のように導出できる。

$$\begin{aligned}
 \hat{C}_{j+1} &= \hat{C}_j + \rho_j [I_{N(p+1)} \otimes e_j^T] [\mathcal{A} \hat{C} \hat{y}_j] \\
 &= \hat{C}_j + \rho_j [I_{N(p+1)} \otimes e_j^T] [E_{N(p+1) \times M}^{M \times N(p+1)} (I_M \otimes \hat{\eta}_j)] \\
 &= \hat{C}_j + \rho_j [I_{N(p+1)} \otimes e_j^T] [\hat{\eta}_j \otimes I_M] \\
 &= \hat{C}_j + \rho_j [\hat{\eta}_j e_j^T] \tag{3.121}
 \end{aligned}$$

(2) 反射係数に関する逐次式

状態ベクトルの反射係数に関する勾配を次式で定義する。

$$\mathbf{G}_j^e \triangleq \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^e \hat{\boldsymbol{\eta}}_j$$

$$\mathbf{G}_j^{\eta} \triangleq \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\boldsymbol{\eta}}_j$$

これより、(3.111)式ならびに(3.112)式は(A.6)式と(A.3)式を用いることにより次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}}_{j+1}^e &= \hat{\mathbf{K}}_j^e + \rho_j [\mathbf{I}_{NP} \otimes \mathbf{e}_j^T] [\mathbf{I}_{NP} \otimes \hat{\mathbf{C}}_j^T] \mathbf{G}_j^e \\ &= \hat{\mathbf{K}}_j^e + \rho_j [\mathbf{I}_{NP} \otimes (\mathbf{e}_j^T \hat{\mathbf{C}}_j^T)] \mathbf{G}_j^e \end{aligned} \quad (3.122)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{j+1}^{\eta} = \hat{\mathbf{K}}_j^{\eta} + \rho_j [\mathbf{I}_{NP} \otimes (\mathbf{e}_j^T \hat{\mathbf{C}}_j^T)] \mathbf{G}_j^{\eta} \quad (3.123)$$

さらに、 \mathbf{G}_j^e と \mathbf{G}_j^{η} の定義と(3.103)式を用い、また、2.7における適応アルゴリズムの導出思想に基づくことにより、以下のように式変形を続けることができる。

まず、過渡状態における適応能力を向上させる考え方では、

$$\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^e \hat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1} = \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1} = 0$$

と設定するため、次式を得る。

$$\mathbf{G}_j^e = [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^e \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \hat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1}] \quad (3.124)$$

$$\mathbf{G}_j^{\eta} = [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \boldsymbol{\eta}_{j-1}] + [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{x}_j] \quad (3.125)$$

また、定常状態における適応能力を向上させる考え方では、推定パラメータ行列に関する過去の変数の微分も評価することになり、次式の結果を得る。

$$\mathbf{G}_j^e = [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^e \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \hat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1}] + [\mathbf{I}_{NP} \otimes \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] \mathbf{G}_{j-1}^e \quad (3.126)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_j^{\eta} &= [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \hat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1}] + [\mathbf{I}_{NP} \otimes \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] \mathbf{G}_{j-1}^{\eta} \\ &\quad + [\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^{\eta} \hat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{x}_j] \end{aligned} \quad (3.127)$$

以下に、(3.124)式から(3.127)式の右辺各項の具体的な表現を求めらる。

(3) $\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}}^e \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}$ の導出

これについては、 $\hat{\mathbf{K}}^e$ に関する微分を容易にさせるため(3.107)式の等式を利用する。

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}^\varepsilon} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j} &= \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}_1^\varepsilon} \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}_p^\varepsilon} \end{bmatrix} \otimes \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{0} & \ddots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} \right\} \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_1^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \widehat{\mathbf{K}}_p^{\varepsilon^T} \\ & 0 \end{bmatrix} \\
&= - [\mathbf{I}_{NP} \otimes \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}] \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}_1^\varepsilon} \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}_p^\varepsilon} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_1^{\varepsilon^T} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \widehat{\mathbf{K}}_p^{\varepsilon^T} \\ & 0 \end{bmatrix} \\
&= - \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} & \mathbf{0} \\ & \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} \\ \mathbf{0} & \vdots \\ & \widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N \times N}^{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{11} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N \times N}^{N1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{E}_{N \times N}^{NN} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{N1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{NN} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{N \times N}^{NN} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\} \\
&= - \left\{ \begin{bmatrix} [(c_1(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})(0)(0) \dots (0)] \dots [(c_N(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})(0)(0) \dots (0)] \\ \vdots \\ [(\mathbf{0} c_1(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j})) (0)(0) \dots (0)] \dots [(\mathbf{0} c_N(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j})) (0)(0) \dots (0)] \\ \vdots \\ [(0) \dots (0)(c_{NP-N+1}(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})(0)] \dots [(0) \dots (0)(c_{NP}(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})(0)] \\ \vdots \\ [(0) \dots (0)(\mathbf{0} c_{NP-N+1}(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})] \dots [(0) \dots (0)(\mathbf{0} c_{NP}(\widehat{\mathbf{K}}_{\eta,j}) \mathbf{0})] \end{bmatrix} \right\} \\
&\hspace{15em} (3.128)
\end{aligned}$$

(4) $\mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}^7} \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}$ の導出

これについては、 $\hat{\mathbf{K}}^7$ に関する微分を容易にさせるため、(3.108)式の等式を利用する。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}^7} \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j} &= \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}_1^7} \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}_p^7} \end{bmatrix} \otimes \left\{ \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{I} & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & & \\ & \hat{\mathbf{K}}_1^{7T} & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ & \mathbf{0} & & \hat{\mathbf{K}}_p^{7T} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} \right\} \\
 &= - \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}_1^7} \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\hat{\mathbf{K}}_p^7} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & & \\ & \hat{\mathbf{K}}_1^{7T} & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ & \mathbf{0} & & \hat{\mathbf{K}}_p^{7T} \end{bmatrix} [\mathbf{I}_N \otimes \hat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j}] \\
 &= - \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{E}_{N \times N}^{11} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{E}_{N \times N}^{N1} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \mathbf{E}_{N \times N}^{NN} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{E}_{N \times N}^{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{E}_{N \times N}^{N1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{E}_{N \times N}^{1N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & \\ & \mathbf{0} & & \\ & & \mathbf{0} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{E}_{N \times N}^{NN} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} & & & \\ & \hat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \hat{\mathbf{K}}_{\varepsilon,j} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= - \left[\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} 0 \\ r_{N+1}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \dots \left(\begin{array}{c} 0 \\ r_{N+1}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ r_{2N}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \dots \left(\begin{array}{c} 0 \\ r_{2N}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \\ \vdots \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r_{NP+1}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \dots \left(\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r_{NP+1}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r_{NP+N}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \dots \left(\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r_{NP+N}(\widehat{K}_{\epsilon, j}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (3.129)
 \end{aligned}$$

$$= - \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{0,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \widehat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \widehat{\eta}_{1,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \widehat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \widehat{K}_{2,j}^{\eta^T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \widehat{\eta}_{p-1,j-1} \otimes \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ \widehat{K}_{p,j}^{\eta^T} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

(7) $[\mathcal{D}_{\widehat{K}^{\eta}} \widehat{A}_{K,j}] [I_N \otimes \widehat{\eta}_{j-1}]$ の導出

(3.129)式を用いることにより次式を得る。

$$[\mathcal{D}_{\widehat{K}^{\eta}} \widehat{A}_{K,j}] [I_N \otimes \widehat{\eta}_{j-1}] = - \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma_{N+1}(\widehat{K}_{\varepsilon,j}) \widehat{\eta}_{j-1} \otimes I_N \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ 0 \\ \Gamma_{2N}(\widehat{K}_{\varepsilon,j}) \widehat{\eta}_{j-1} \otimes I_N \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ 0 \\ \Gamma_{NP+1}(\widehat{K}_{\varepsilon,j}) \widehat{\eta}_{j-1} \otimes I_N \\ \vdots \\ 0 \\ \Gamma_{NP+N}(\widehat{K}_{\varepsilon,j}) \widehat{\eta}_{j-1} \otimes I_N \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} [\widehat{K}_{1,j}^{\epsilon^T}, \widehat{K}_{2,j}^{\epsilon^T}, \dots, \widehat{K}_{p,j}^{\epsilon^T}, 0] \widehat{\eta}_{j-1} \otimes e_{p+1}^2 \otimes I_N \\ [0, \widehat{K}_{2,j}^{\epsilon^T}, \dots, \widehat{K}_{p,j}^{\epsilon^T}, 0] \widehat{\eta}_{j-1} \otimes e_{p+1}^3 \otimes I_N \\ [0, \dots, 0, \widehat{K}_{p,j}^{\epsilon^T}, 0] \widehat{\eta}_{j-1} \otimes e_{p+1}^{p+1} \otimes I_N \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

(8) (3.122)式と(3.124)式に関する性質

(3.124)式の \mathbf{G}_j^ϵ に(3.131)式を代入できるため、(3.122)式の右辺第2項に関して次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} & [I_{Np} \otimes (e_j^T \widehat{C}_j^T)] [\mathcal{D}_{\mathbf{K}^\epsilon} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [I_N \otimes \widehat{\eta}_{j-1}] \\ &= - \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{0,j-1} e_j^T \widehat{C}_j^T \begin{bmatrix} I \\ \widehat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \widehat{\eta}_{p-1,j-1} e_j^T \widehat{C}_j^T \begin{bmatrix} I \\ \widehat{K}_{1,j}^{\eta^T} \\ \vdots \\ \widehat{K}_{p,j}^{\eta^T} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{0,j-1} e_j^T \{ \widehat{C}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^1 \widehat{C}_{i,j}^T \widehat{K}_{i,j}^{\eta^T} \} \\ \widehat{\eta}_{1,j-1} e_j^T \{ \widehat{C}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^2 \widehat{C}_{i,j}^T \widehat{K}_{i,j}^{\eta^T} \} \\ \vdots \\ \widehat{\eta}_{p-1,j-1} e_j^T \{ \widehat{C}_{0,j}^T + \sum_{i=1}^p \widehat{C}_{i,j}^T \widehat{K}_{i,j}^{\eta^T} \} \end{bmatrix} \quad (3.133) \end{aligned}$$

(9) (3.127)式に関する性質

(3.132)式と(3.130)式を用いることにより、次の関係を得る。

$$[\mathcal{D}_{\mathbf{K}^\eta} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [I_N \otimes \widehat{\eta}_{j-1}] + [\mathcal{D}_{\mathbf{K}^\eta} \widehat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j}] [I_N \otimes \mathbf{x}_j]$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \left\{ - \sum_{i=1}^p \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\varepsilon^T} \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{i-1,j-1} + \mathbf{x}_j \right\} \otimes \mathbf{e}_{p+1}^2 \otimes \mathbf{I}_N \\ \vdots \\ \left\{ - \sum_{i=p}^p \widehat{\mathbf{K}}_{i,j}^{\varepsilon^T} \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{i-1,j-1} + \mathbf{x}_j \right\} \otimes \mathbf{e}_{p+1}^{p+1} \otimes \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{0,j} \otimes \mathbf{e}_{p+1}^2 \otimes \mathbf{I}_N \\ \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p-1,j} \otimes \mathbf{e}_{p+1}^{p+1} \otimes \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (3.134)
\end{aligned}$$

(10) (3.123)式と(3.125)式に関する性質

(3.125)式の \mathbf{G}_j^{γ} に(3.134)式を代入できるため、(3.123)式の右辺第2項に関して次の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
&[\mathbf{I}_{Np} \otimes (\mathbf{e}_j^T \widehat{\mathbf{C}}_j^T)] \{ [\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}^{\gamma}} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \widehat{\boldsymbol{\eta}}_{j-1}] + [\mathcal{D}_{\widehat{\mathbf{K}}^{\gamma}} \widehat{\mathbf{B}}_{\mathbf{K},j}] [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{x}_j] \} \\
&= \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{0,j} \mathbf{e}_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{1,j}^T \\ \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{1,j} \mathbf{e}_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{2,j}^T \\ \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p-1,j} \mathbf{e}_j^T \widehat{\mathbf{C}}_{p,j}^T \end{bmatrix} \quad (3.135)
\end{aligned}$$

(11) アルゴリズム導出のまとめ

以上の結果を利用すると、(3.113)式から(3.120)式に提案した IIR Lattice 1, IIR Lattice 2 は次の手順を通して構成できる。まず、(3.121)式より(3.113)式と(3.116)式を得る。次に、過渡状態における適応能力を向上させた IIR Lattice 1 に関して、(3.133)式を(3.122)式に代入することにより(3.114)式を得る。また、(3.135)式を(3.123)式に代入することにより(3.115)式を得る。定常状態における適応能力を向上させた IIR Lattice 2 に関して、(3.122)式、(3.123)式はそれぞれ(3.117)式、(3.119)式となっている。ここに、状態ベクトル $\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j$ の $\widehat{\mathbf{K}}^{\varepsilon}$ に関する勾配である $\mathbf{G}_j^{\varepsilon}$ について、(3.131)式を(3.126)式へ代入することにより(3.118)式を得る。最後に、 $\widehat{\boldsymbol{\eta}}_j$ の $\widehat{\mathbf{K}}^{\gamma}$ に関する勾配である \mathbf{G}_j^{γ} について、(3.134)式を(3.127)式に代

入することにより(3.120)式を得る。これにより、IIR Lattice 1とIIR Lattice 2の導出が完了した。

3.4 結 言

本章では、FIRラティスフィルタとIIRラティスフィルタの二つのラティス構造を用いて適応フィルタリング手法を構成した。まず、適応FIRラティスフィルタリングにおいては、decoupling property を利用した適応アルゴリズムを使用する際、後段ラティスブロック内の反射係数の収束速度が前段ブロックにおける推定誤差の影響により遅れることを明確にした。さらにこの結果を踏まえ、再計算を用いて各段ラティスブロック出力である前向きおよび後ろ向き予測誤差系列の推定精度を向上させることにより、反射係数収束速度を向上させた適応手法[NALF 1, NALF 2]を提案した。また、その計算量はTable 3.1で比較した。応用面では、特にNALF 2の音声に対する線形符号化ならびに適応制御における有効性が実証された。さらに、適応IIRラティスフィルタリングにおいては、多変数IIRラティス構造の状態方程式表現を明確にしたのち、2.7で議論した過渡状態ならびに定常状態に着目した適応アルゴリズムの導出思想に基づき、多変数IIRラティスフィルタに対する2種類の適応アルゴリズム[IIR Lattice 1, IIR Lattice 2]を構成した。これに対する計算量比較はTable 3.2に示した。

FIRラティスフィルタとIIRラティスフィルタの両者を用いて有理多項式行列の伝達関数特性を有する多変数系のモデリングを行う際には、FIRラティスにおける推定パラメータ行列の要素数はプラント入出力の拡大ベクトルを用いなければならないため $\{2p(M+N)^2\}$ となり、IIRラティスにおける要素数 $\{2pN^2 + (p+1)MN\}$ より多くなる。また、適応能力を信号環境の違いから比較すると、確定系に対する収束性は適応FIRラティスフィルタリングの方が速くなるが、確率系に対しては応答誤差規範を有する適応IIRラティスフィルタリングの方が良好となる。さらに、拡大ベクトルを用いた多変数FIRラティス構造は左行列分解表現によるモデリングとなっており、また、多変数IIRラティスフィルタ構造は右行列分解表現によるモデリングとなっている。このため、2.4で議論したよう

に，それぞれオブザーバとコントローラ的设计が容易となる。したがって，これらの性質を考慮してどの適応アルゴリズムを使用するかを決定することにより，目的に応じた適応ラティスフィルタリングを行うことができる。

第4章 勾配原理に基づく多変数適応IIR フィルタリング

4.1 緒 言

本章では、タップ遅延線素子構造を有する多変数適応フィルタを扱い、勾配原理に基づく多変数適応IIRフィルタリング手法を開発する。

IIRフィルタの出力に対する勾配の考え方はFIRフィルタの場合に比べ複雑になるが、具体的な一変数系の適応アルゴリズムはP. L. Feintuch⁸⁷⁾, S. A. White - S. D. Stearns ら^{88), 89)}によってすでに考察されている。しかしながら、これらの各種応用分野における有効性は議論されているものの、アルゴリズムの収束性は未解決の問題となっていた。さらに、これらは個別に提案されているため統一的に議論されておらず、その導出思想が不明確となっていた。加えて、これらの応答誤差規範アルゴリズムを多変数系へ拡張する場合、推定パラメータ行列に関する適応フィルタ出力の微分の取扱いが複雑となるため、より簡潔な表現が望まれていた。

適応アルゴリズムの収束性を解析する手法として、L. Ljungによって提案されたODE (Ordinary Differential Equation) 手法⁹⁰⁾⁻⁹³⁾が現在よく用いられている。しかし、適応アルゴリズムの逐次式を定常状態における平均的な振舞に置き替えて収束性解析を行うため、ODE手法を適用する際に生じる条件式の検討が必要となる。特に、適応IIRフィルタを構成している応答誤差規範適応アルゴリズムの解析にODE手法を適用する際には適応フィルタ出力の有界性を保証しておかねばならず、適応フィルタの安定性を常にチェックしなければならないなど結果的に他の制約が生じることになる。そのため、応答誤差規範適応アルゴリズムの収束性解析にODE手法を用いるのは得策でない。これに対して、V. Soloによって提案されたMartingale理論を用いる解析手法⁹⁴⁾は直接適応アルゴリズムの逐次式を評価しているためより厳格な解析手法になっている。しかしながら、いずれの解析手法を用いるにしても、応答誤差規範適応アルゴリズムの確率1の収束性はそれほど証明されておらず、現在まで固定補償器を有した一変数系の並列MRASしか収束性の解析が行われていない。⁹⁵⁾⁻⁹⁷⁾

これらの問題を解析することを目的として、本章では、勾配原理に基づく4種類の多変数適応アルゴリズム [MPSI: Multivariable Parallel Stochastic Identifier] を提案する。まず、2.7で明確にした適応アルゴリズムの導出思想に基づき、過渡状態と定常状態の両者に着目した考え方による多変数適応アルゴリズムを導出する。このとき、後者においては、推定パラメータ行列に関する適応フィルタ出力の微分についての漸化式をクロネッカ積を用いることにより簡潔に表現する。さらに、事後出力を用いて収束を速くさせることも提案する。なお、これらのアルゴリズムを単に提案するのみではなく、平均収束の観点から収束性を解析し、各々の適応アルゴリズムの収束可能領域の比較も行う。また、提案するアルゴリズムの実データ処理における有効性を示すために、徳島県・小松島、関東地区、イタリア・ベネチアの大気汚染質を扱い、適応 IIR フィルタリング手法を用いた予測および異常検知について考察する。このとき、(i) 前処理として低域フィルタを適用する異常検知手法、(ii) 他測定局データと気象データを組み合わせた早期異常検知手法、(iii) 数種類のモデル構造を用いる異常検知手法を提案し、それらの有効性を実証する。

4.2 適応アルゴリズムの導出

本節では、2.7で議論した二つの導出思想を利用し、勾配原理に基づく適応 IIR フィルタリング手法を構成する。さらに、(2.10)式の事後出力を用いることにより収束性を向上させる。なお、以下では、付録1に要約したクロネッカ積に関する変数定義、代表的性質および付録1で提案する新しい等式を適宜引用するものとする。

勾配原理に基づく多変数適応アルゴリズムの基本式を次式で構成する。

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \rho_j \left[-\mathcal{D}_{\widehat{W}} \|\tilde{e}_j^i\|^2 / 2 \right] \quad (4.1)$$

$$\tilde{e}_j^i = d_j - \widehat{y}_j^i \quad (4.2)$$

なお、適応アルゴリズムをデータが確率変数の場合にも適用できるようにさせるため、 ρ_j はスカラ確率近似ゲイン ($\rho_j = \alpha / (j + \beta)$; α, β 正定数)、また、 d_j は(2.3)式の加法性白色雑音を伴った場合を扱う。さらに、各変数は2.2で

定義した変数とし、 $\mathcal{D}_{\hat{w}}$ は推定パラメータ行列 \hat{W}_j に関する微分作用素を意味する。

推定パラメータ行列 \hat{W}_j の行数を

$$d \triangleq (q+1)N + pM$$

と定義すると、よく知られた(A.6)式の公式を利用することにより、(4.1)式の適応アルゴリズムは次のように変形できる。

$$\hat{W}_{j+1} = \hat{W}_j + \rho_j \{ I_d \otimes \tilde{e}_j^{i^T} \} S_j^i \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} S_j^i &\triangleq \mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{y}_j^i \\ &= \{ \mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{W}_j^T \} \{ I_M \otimes Z_j^i \} + \{ I_d \otimes \hat{W}_j^T \} \{ \mathcal{D}_{\hat{w}} Z_j^i \} \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.4)式右辺の最終項には適応フィルタ入出力ベクトルの微分である $\mathcal{D}_{\hat{w}} Z_j^i$ を含んでおり、2.7で議論した二つの導出思想に基づいて以下に多変数適応アルゴリズムを構成する。

まず、過渡状態における適応能力を向上させる考え方を適用する。いま、適応フィルタ入出力ベクトル Z_j^i はその要素として $\{ x_j, \dots, x_{j-q}, \hat{y}_{j-1}^i, \dots, \hat{y}_{j-p}^i \}$ を含んでいる。(2.90)式で採用した考え方を多変数系へ拡張すると、

$$\mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{y}_{j-k}^i = 0 \quad (k = 1, 2, \dots)$$

すなわち、

$$\mathcal{D}_{\hat{w}} Z_j^i = 0$$

となるため、次式が採用できる。

$$S_j^i = \{ \mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{W}_j^T \} \{ I_M \otimes Z_j^i \} \quad (4.5)$$

上式に(A.5)式、(A.9)式、(A.3)式を適用すると、(4.3)式右辺第2項は次式として得られる。

$$\begin{aligned} \rho_j \{ I_d \otimes \tilde{e}_j^{i^T} \} S_j^i &= \rho_j \{ I_d \otimes \tilde{e}_j^{i^T} \} \{ \mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{W}_j^T \} \{ I_M \otimes Z_j^i \} \\ &= \rho_j Z_j^i \tilde{e}_j^{i^T} \end{aligned} \quad (4.6)$$

次に、定常状態における適応能力を向上させる考え方を適用する。この考え方である(2.91)式を多変数系へ拡張する際には、 $\mathcal{D}_{\hat{w}} \hat{y}_{j-k}^i$ ($k > 0$)すなわち $\mathcal{D}_{\hat{w}} Z_j^i$ の扱いが重要となる。このため、まず付録1の変数定義を用いて $\mathcal{D}_{\hat{w}} Z_j^i$ を細かく分割する。

$$\mathcal{D}_{\hat{W}} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\hat{B}_0} Z_j^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\hat{B}_q} Z_j^i \\ \mathcal{D}_{\hat{A}_1} Z_j^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\hat{A}_p} Z_j^i \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D}_{\hat{B}_k} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{r_1(\hat{B}_k)} Z_j^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{r_N(\hat{B}_k)} Z_j^i \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D}_{\hat{A}_k} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{r_1(\hat{A}_k)} Z_j^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{r_M(\hat{A}_k)} Z_j^i \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{D}_{r_\ell(\hat{B}_k)} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathcal{D}_{r_\ell(\hat{B}_k)} \hat{y}_{j-1}^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{r_\ell(\hat{B}_k)} \hat{y}_{j-p}^i \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D}_{r_\ell(\hat{A}_k)} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathcal{D}_{r_\ell(\hat{A}_k)} \hat{y}_{j-1}^i \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{r_\ell(\hat{A}_k)} \hat{y}_{j-p}^i \end{bmatrix}$$

これらの結果を用いて(4.4)式右辺第2項を評価すると次のようになる。

$$\{ \mathbf{I}_d \otimes \hat{W}_j^T \} \{ \mathcal{D}_{\hat{W}} Z_j^i \} = \begin{bmatrix} \left[\sum_{k=1}^p \hat{A}_{k,j}^T \mathcal{D}_{r_1(\hat{B}_0)} \hat{y}_{j-k}^i \right] \\ \vdots \\ \left[\sum_{k=1}^p \hat{A}_{k,j}^T \mathcal{D}_{r_N(\hat{B}_0)} \hat{y}_{j-k}^i \right] \\ \vdots \\ \left[\sum_{k=1}^p \hat{A}_{k,j}^T \mathcal{D}_{r_1(\hat{A}_p)} \hat{y}_{j-k}^i \right] \\ \vdots \\ \left[\sum_{k=1}^p \hat{A}_{k,j}^T \mathcal{D}_{r_M(\hat{A}_p)} \hat{y}_{j-k}^i \right] \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{k=1}^p \{ \mathbf{I}_d \otimes \hat{A}_{k,j}^T \} S_{j-k}^i \quad (4.7)$$

このとき、(4.6)式を(4.3)式に代入した結果として、また、(4.7)式を(4.4)式に代入したのち(A.5)式と(A.9)式を用いることにより、次の2種類の多変数適応アルゴリズムを構成することができる。

(過渡状態における適応能力を向上させた適応アルゴリズム)

{ M P S I - 1 }

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \rho_j Z_j^i \tilde{e}_j^{i^T} \quad (4.8)$$

(定常状態における適応能力を向上させた適応アルゴリズム)

{ M P S I - 2 }

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \rho_j \{ I_d \otimes \tilde{e}_j^{i^T} \} S_j^i \quad (4.9)$$

$$S_j^i = \{ Z_j^i \otimes I_M \} + \sum_{k=1}^P \{ I_d \otimes \widehat{A}_{k,j}^T \} S_{j-k}^i \quad (4.10)$$

上記M P S I - 1, 2の計算手順は, (i)事前出力 \widehat{y}_j^i , (ii)誤差 \tilde{e}_j^i , (iii) \widehat{W}_{j+1} となっている。これに対して, 事後出力(2.10)式を利用することにより精度向上が期待できる。事後出力 \widehat{y}_j^o を用いた適応手順では(i)中間出力 \widehat{y}_j^o , (ii)誤差 \tilde{e}_j^o , (iii) \widehat{W}_{j+1} , (iv)事後出力 \widehat{y}_j^o の順に計算を行うものとし, M P S I - 1, 2に事後出力を組み込むと次の適応アルゴリズムが構成できる,

{ M P S I - 3 }

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \rho_j Z_j^o \tilde{e}_j^{o^T} \quad (4.11)$$

{ M P S I - 4 }

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \rho_j \{ I_d \otimes \tilde{e}_j^{o^T} \} S_j^o \quad (4.12)$$

$$S_j^o = \{ Z_j^o \otimes I_M \} + \sum_{k=1}^P \{ I_d \otimes \widehat{A}_{k,j}^T \} S_{j-k}^o \quad (4.13)$$

以上, M P S I - 1からM P S I - 4を提案した。これらの計算量はTable 4. 1に比較される。なお, M P S I - 2, 4における行列のスパース性はプログラミング技術より克服できるためTable 3. 2と同様に非零ブロックの計算のみ考慮した。また, 提案した適応アルゴリズムの数値例による収束特性比較は, 次節で収束特性を解析したのち, 時系列同定問題に対して4. 4. 1で議論する。

Table 4.1 Comparison of the computational loads of MPSI-1 to MPSI-4.

	number of multiplication and division	number of addition and subtraction
MPSI-1	$2pM^2 + 2qMN + 2MN + M$	$2pM^2 + 2qMN + 2MN - M$
MPSI-2	$pM^2(2M+1)$ $+ qMN(M+1)$ $+ M(MN+N+1)$	$p^2M(M^2+M-1) + pqN(M^2+M-1)$ $+ p(M^2N+3M^2+MN-M-N)$ $+ qN(3M-1) + N(3M-1)$
MPSI-3	$3pM^2 + 3qMN + 3MN + M$	$3p^2M^2 + 3qMN + 3MN - 2M$
MPSI-4	$2pM^2(M+1)$ $+ qMN(M+1)$ $+ M(MN+2N+1)$	$p^2M(M^2+M-1) + pqN(M^2+M-1)$ $+ p(M^2N+4M^2+MN-M-N)$ $+ qN(4M-1) + (4MN-M-N)$

4.3 適応アルゴリズムの収束特性解析

本節では、提案した4種類の適応アルゴリズムMPSI-1からMPSI-4の収束特性を解析する。なお、以下では入力 x_j の4次までのモーメントが有界と仮定する。また、各々の適応アルゴリズムの収束可能領域を把握することを目的として、局所領域のみに関する平均収束特性を解析する。このとき、 $\hat{A}(z^{-1})$ 、 $\hat{B}(z^{-1})$ を次式で定義すると、定理4.1が成立する。

$$\hat{A}(z^{-1}) \triangleq I - \hat{A}_1^T z^{-1} - \dots - \hat{A}_p^T z^{-p} \quad (4.14)$$

$$\hat{B}(z^{-1}) \triangleq \hat{B}_0^T + \hat{B}_1^T z^{-1} + \dots + \hat{B}_q^T z^{-q} \quad (4.15)$$

〔定理4.1〕 (収束可能領域)

MPSI-1からMPSI-4により得られた推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1})$ は、局所的ながら次の条件のもとで(2.4)式で表わされる真の伝達行列 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ に平均収束する。

(MPS I - 1, 3 の収束条件)

$$0 < \lambda \{ E \{ A^* (z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} [I_M \otimes Z_j^{*T}] \} < \infty \quad (4.16)$$

(MPS I - 2, 4 の収束条件)

$$0 < \lambda \{ E \{ A^* (z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} [A^* (z^{-1})^{-1} \otimes Z_j^{*T}] \} < \infty \quad (4.17)$$

ここに, $\lambda \{ \cdot \}$ は行列の固有値を意味し, また, $A^{-T} \triangleq [A^{-1}]^T$ である。

(証明)

MPS I - 2, 3, 4 に関する証明は以下とほぼ同様に行えるため, ここでは MPS I - 1 に関する証明のみ与える。

まず, パラメータ推定誤差行列 \tilde{W}_j を

$$\tilde{W}_j \triangleq \hat{W}_j - W^* \quad (4.18)$$

と定義すると, (4.8) 式は (2.7) 式, (2.14) 式および (2.3) 式を組み合わせるにより次のように表現できる。

$$\tilde{W}_{j+1} = (I_d - \rho_j Z_j^i Z_j^{iT}) \tilde{W}_j + \rho_j Z_j^i (Z_j^* - Z_j^i)^T W^* + \rho_j Z_j^i \xi_j^T \quad (4.19)$$

さらに, 行列ノルムとして $\|A\|^2 \triangleq \text{tr} \{ A^T A \}$ を用いると, (4.19) 式より次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \|\tilde{W}_{j+1}\|^2 &= \text{tr} \{ \tilde{W}_j^T (I_d - \rho_j Z_j^i Z_j^{iT})^2 \tilde{W}_j \} + \rho_j^2 \text{tr} \{ (Z_j^* - Z_j^i)^T W^* W^{*T} (Z_j^* - Z_j^i) \\ &\quad Z_j^{iT} Z_j^i \} + \rho_j^2 \|\tilde{W}_j\|^2 \|\xi_j\|^2 + 2 \rho_j \text{tr} \{ \tilde{W}_j^T Z_j^i (Z_j^* - Z_j^i)^T W^* \} \\ &\quad - 2 \rho_j^2 \text{tr} \{ \tilde{W}_j^T Z_j^i Z_j^{iT} Z_j^i (Z_j^* - Z_j^i)^T W^* \} + \Delta(\xi_j) \end{aligned} \quad (4.20)$$

ここに, $E \{ \Delta(\xi_j) \} = 0$ であり, $\Delta(\xi_j)$ は次式で定義される。

$$\Delta(\xi_j) \triangleq 2 \text{tr} \{ [\tilde{W}_j^T (I_d - \rho_j Z_j^i Z_j^{iT}) + \rho_j W^{*T} (Z_j^* - Z_j^i) Z_j^{iT}] [\rho_j Z_j^i \xi_j^T] \}$$

ここでは, 局所的平均収束の解析を通して適応アルゴリズムの収束可能領域を比較することを目的としている。そのため, \tilde{W}_j の 2 次のオーダーまでで推定誤差を評価する。まず, (A.8) 式を利用して (4.20) 式をテーラー展開する。

$$\begin{aligned} Z_j^i &= Z_j^* + F^* \text{cs}(\tilde{W}_j) + o(\tilde{W}_j) \\ Z_j^{iT} Z_j^i &= Z_j^{*T} Z_j^* + G^* \text{cs}(\tilde{W}_j) + \text{cs}(\tilde{W}_j)^T H^* \text{cs}(\tilde{W}_j) / 2 + o(\tilde{W}_j^2) \end{aligned}$$

ここに, F^* , G^* , H^* は以下で定義される。

$$\begin{aligned} F^* &\triangleq \mathcal{D}_{\text{cs}(\hat{w})^T} (Z_j^i) |_{\hat{w}=w^*}, \quad G^* \triangleq \mathcal{D}_{\text{cs}(\hat{w})^T} (Z_j^{iT} Z_j^i) |_{\hat{w}=w^*}, \\ H^* &\triangleq \mathcal{D}_{\text{cs}(\hat{w})} \mathcal{D}_{\text{cs}(\hat{w})^T} (Z_j^{iT} Z_j^i) |_{\hat{w}=w^*} \end{aligned}$$

これより, (4.20) 式を \tilde{W}_j の 2 次のオーダーまでで近似すると, (A.10) 式と (A.11) 式および $ab \leq (a^2 + b^2) / 2$ の関係を用いることにより, 次の

不等式を得ることができ。

$$\begin{aligned}
\|\tilde{W}_{j+1}\|^2 &= \|\text{cs}(\tilde{W}_{j+1})\|^2 \\
&\simeq \text{cs}(\tilde{W}_j)^T \{ \mathbf{I}_M \otimes (\mathbf{I}_d - \rho_j Z_j^* Z_j^{*T})^2 \} \text{cs}(\tilde{W}_j) \\
&\quad + \rho_j^2 \text{cs}(\tilde{W}_j)^T \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* \mathbf{W}^{*T} \mathbf{F}^{*T} (Z_j^{*T} Z_j^*) \text{cs}(\tilde{W}_j) \\
&\quad + \rho_j^2 \|Z_j^*\|^2 \|\xi_j\|^2 + \rho_j^2 \mathbf{G}^{*T} \text{cs}(\tilde{W}_j) \|\xi_j\|^2 + \rho_j^2 \text{cs}(\tilde{W}_j)^T \mathbf{H}^* \text{cs}(\tilde{W}_j) \\
&\quad \|\xi_j\|^2 / 2 - 2 \rho_j \text{tr} \{ (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T}) \text{cs}(\tilde{W}_j) \text{cs}(\tilde{W}_j)^T \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* \} \\
&\quad + 2 \rho_j^2 \text{tr} \{ (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T}) \text{cs}(\tilde{W}_j) (Z_j^{*T} Z_j^*) \text{cs}(\tilde{W}_j)^T \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* \} + \Delta(\xi) \\
&\leq \|\text{cs}(\tilde{W}_j)\|^2 \{ (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{I}_d) - 2 \rho_j [(\mathbf{I}_M \otimes Z_j^*) + \mathbf{F}^* \mathbf{W}^*] (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T}) \} + \rho_j^2 \Gamma^* \\
&\quad + \rho_j^2 (1/2 + \|Z_j^*\|^2) \|\xi_j\|^2 + \Delta(\xi_j) \tag{4.21}
\end{aligned}$$

ここに、次の定義を用いた。

$$\begin{aligned}
\|x\|_A^2 &\triangleq x^T \mathbf{A} x \\
\Gamma^* &\triangleq \mathbf{I}_M \otimes (Z_j^* Z_j^{*T} Z_j^* Z_j^{*T}) + \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* \mathbf{W}^{*T} \mathbf{F}^{*T} Z_j^{*T} Z_j^* \\
&\quad + (\mathbf{G}^* \mathbf{G}^{*T} + \mathbf{H}^*) \|\xi_j\|^2 / 2 + 2 \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T}) Z_j^{*T} Z_j^*
\end{aligned}$$

さらに、(4.21)式の条件付期待値を取ると次式となる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} \{ \|\text{cs}(\tilde{W}_{j+1})\|^2 \mid \text{cs}(\tilde{W}_j) = \omega \} \\
\leq (1 - 2 \rho_j r_1 + \rho_j^2 r_2) \|\omega\|^2 + \rho_j r_3 \tag{4.22}
\end{aligned}$$

ここに、 r_1 , r_2 , r_3 は次の制約条件を満たすスカラ定数である。

$$r_1 \triangleq \min \lambda \{ \mathbf{E} \{ [(\mathbf{I}_M \otimes Z_j^*) + \mathbf{F}^* \mathbf{W}^*] (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T}) \} \} \tag{4.23}$$

$$r_2 > \max \lambda \{ \mathbf{E} \{ \Gamma^* \} \} \tag{4.24}$$

$$r_3 > \mathbf{E} \{ (1/2 + \|Z_j^*\|^2) \|\xi_j\|^2 \} > 0 \tag{4.25}$$

なお、付録2の結果より、

$$\begin{aligned}
\{ (\mathbf{I}_M \otimes Z_j^*) + \mathbf{F}^* \mathbf{W}^* \} \{ \mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T} \} &= \{ \mathbf{A}^* (z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} \{ \mathbf{I}_M \otimes Z_j^{*T} \} \\
&\tag{4.26}
\end{aligned}$$

の関係が成立するため、定理の収束条件である(4.16)式が満たされるならば

$$(1 - 2 \rho_j r_1 + \rho_j^2 r_2) > 0$$

となる有限な正定数 r_1 , r_2 , r_3 を選ぶことができる。したがって、 ω に関して再び(4.22)式の期待値を取ることにより次式を得る。

$$V_{j+1}^2 \leq K_j^2 V_j^2 + L_j^2 \tag{4.27}$$

ここに、

$$V_j^2 \triangleq \mathbf{E} \{ \|\text{cs}(\tilde{W}_j)\|^2 \} \geq 0$$

$$K_j^2 \triangleq (1 - 2\rho_j r_1 + \rho_j^2 r_2) > 0$$

$$L_j^2 \triangleq \rho_j^2 r_3 > 0$$

したがって、Dvoretzky の定理^{98), 99)}を適用することができ、次の結果が成立する。

$$\lim_{j \rightarrow \infty} E\{\|\widehat{W}_j - W^*\|^2\} = 0 \quad (4.28)$$

以上より、 \widehat{W}_j の W^* への平均収束性が証明された。

(証明終)

(定理 4.1 に対する考察)

提案した MPS I-1 から MPS I-4 の収束条件では (4.16) 式と (4.17) 式の固有値に関する表現を用いたが、また別の見方から解釈することもできる。すなわち、(4.16) 式と (4.17) 式をスペクトルの立場より眺めると、次の条件と等価になる。

(MPS I-1, 3 の収束条件)

$$E\{Z_j^* Z_j^T\} : \text{positive definite matrix} \quad (4.29)$$

$$A^*(z^{-1}) : \text{positive real polynomial matrix} \quad (4.30)$$

(MPS I-2, 4 の収束条件)

$$E\{Z_j^* Z_j^T\} : \text{positive definite matrix} \quad (4.31)$$

なお、多項式行列 $A^*(z^{-1})$ の正則性ならびに安定性は仮定している。

(4.29) 式ならびに (4.31) 式はパラメータ推定のための入力条件であり、 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ の既約分解性と入力共分散行列の正則性が必要とされる。なお、確定系における入力条件は次章で述べる補題 5.4 で $C(z^{-1}) = I$ とした場合と等価である。さらに、MPS I-1, 3 の収束条件である (4.30) 式は $A^*(z^{-1})$ の正実性を必要としているが、MPS I-2, 4 では $A^*(z^{-1})$ の安定性のみ満足すればよくなっている。これより、MPS I-1, 3 に比べて MPS I-2, 4 の方が広い収束可能領域を有していることが分かる。

また、2.5 ならびに Fig. 2.3 で提案した時系列同定手法を適用する場合、MPS I-1 から MPS I-4 の収束可能領域の比較は次のようになる。

(時系列同定の際の MPS I-1, 3 の収束条件)

$$0 < \lambda \{E\{\Theta^*(z^{-1})^{-T} \otimes d_j^*\} [I_M \otimes d_j^T]\} < \infty \quad (4.32)$$

(時系列同定の際の MPS I-2, 4 の収束条件)

$$0 < \lambda \{ E [\Theta^* (z^{-1})^{-T} \otimes \mathbf{d}_j^*] [\Theta^* (z^{-1})^{-1} \otimes \mathbf{d}_j^{*T}] \} < \infty \quad (4.33)$$

ここに、 $\Theta^* (z^{-1})$ および \mathbf{d}_j^* は次式で定義される。

$$\Theta^* (z^{-1}) \triangleq I + \Theta_1^{*T} z^{-1} + \dots + \Theta_q^{*T} z^{-q}$$

$$\mathbf{d}_j^* \triangleq [d_{j-1}^T, \dots, d_{j-p}^T, \hat{d}_{j-1|j-2}^{*T}, \dots, \hat{d}_{j-q|j-q-1}^{*T}]^T$$

また、 $\hat{d}_{j-k|j-k-1}^{*T}$ は時刻 $(j-k-1)$ までの時系列の観測情報に基づいた d_{j-k} に対する最適推定値を意味する。

4.4 適応アルゴリズムの信号処理への応用

4.4.1 多変数時系列同定

ここでは、2.3.2 ならびに 2.5 で提案した応答誤差規範モデルを用いる時系列同定手法に MPS I-1 から MPS I-4 を組み込み、これらの適応 IIR フィルタリング能力を比較検討する。

対象とする時系列システムとして次式の 2 変数 ARMA (2, 2) 過程を扱う。

$$d_j = \Phi_1^{*T} d_{j-1} + \Phi_2^{*T} d_{j-2} + \epsilon_j + \Theta_1^{*T} \epsilon_{j-1} + \Theta_2^{*T} \epsilon_{j-2} \quad (4.34)$$

なお、パラメータ値は次式を用いた。

$$\begin{aligned} & [\Phi_1^{*T}, \Phi_2^{*T}, \Theta_1^{*T}, \Theta_2^{*T}] \\ &= \begin{bmatrix} 1.27 & 0.86 & -0.11 & 0.51 & -0.23 & 0.35 & 0.32 & 0.36 \\ -0.54 & -0.80 & -0.05 & -0.16 & 0.16 & 0.01 & -0.18 & 0.04 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.35)$$

このとき、時系列同定を行うための Fig. 2.3 における適応フィルタ入出力関係は次式となる。

$$y_j = \hat{B}_1^T x_j + \hat{B}_2^T x_{j-1} + \hat{A}_1^T y_{j-1} + \hat{A}_2^T y_{j-2} \quad (4.36)$$

$$x_j = d_{j-1} \quad (4.37)$$

ここに、2.5 で提案した適応 IIR フィルタリングによる時系列同定手法より、次式を用いて ARMA 時系列パラメータ行列を推定することができる。

$$\hat{\Phi}_k = \hat{A}_k + \hat{B}_k \quad (k = 1, 2) \quad (4.38)$$

$$\hat{\Theta}_k = -\hat{A}_k \quad (k = 1, 2) \quad (4.39)$$

また逆に、適応フィルタのパラメータ行列が収束すべき値は次式となる。

$$A_k^* = -\Theta_k^* \quad (k = 1, 2) \quad (4.40)$$

$$B_k^* = \Phi_k^* + \Theta_k^* \quad (k = 1, 2) \quad (4.41)$$

以上、(4.34)式から(4.41)式を用いて、時系列伝達行列 $H_{TS}^*(z^{-1})$ およびその推定伝達行列 $\hat{H}_{TS}(z^{-1})$ 、また、適応フィルタ伝達行列 $\hat{H}_{AF}(z^{-1})$ およびその収束すべき伝達行列 $H_{AF}^*(z^{-1})$ が得られる。しかしながら、この例題では多変数系のパラメータ推定を行っており、一般にそのパラメータ行列の要素は一意的に推定できない。すなわち、分母多項式行列の最高次係数行列を単位行列へ保持しつつ次数を増加させない条件のもとでユニモジュラ行列により変換が行える分だけ行列要素に任意性が残っている。そのため、伝達行列 $H_{TS}(z^{-1})$ および $H_{AF}(z^{-1})$ の行列構造を直接用いてその収束状況を調べることはできない。これに対して、分母多項式行列を特性多項式を含む形に変換すると伝達行列の要素が一意的に定まるため、以下では伝達行列表現として次の特性多項式表現を用いる。

$$H_{TS}^*(z^{-1}) = \{I + V_{TS,1}^{*T} z^{-1} + \dots + V_{TS,4}^{*T} z^{-4}\} / (1 - d_{TS,1}^* z^{-1} - \dots - d_{TS,4}^* z^{-4})$$

$$\hat{H}_{TS}(z^{-1}) = \{I + \hat{V}_{TS,1}^T z^{-1} + \dots + \hat{V}_{TS,4}^T z^{-4}\} / (1 - \hat{d}_{TS,1} z^{-1} - \dots - \hat{d}_{TS,4} z^{-4})$$

$$H_{AF}^*(z^{-1}) = \frac{\{V_{AF,1}^{*T} + V_{AF,2}^{*T} z^{-1} + \dots + V_{AF,4}^{*T} z^{-3}\}}{(1 - d_{AF,1}^* z^{-1} - \dots - d_{AF,4}^* z^{-4})}$$

$$\hat{H}_{AF}(z^{-1}) = \frac{\{\hat{V}_{AF,1}^T + \hat{V}_{AF,2}^T z^{-1} + \dots + \hat{V}_{AF,4}^T z^{-3}\}}{(1 - \hat{d}_{AF,1} z^{-1} - \dots - \hat{d}_{AF,4} z^{-4})}$$

この2組の表現を用いて時系列同定結果を比較するための評価 $J_{TS}(j)$ および $J_{AF}(j)$ を次のように設定する。

$$J_{TS}(j) \triangleq \sum_{k=1}^4 \{ \|V_{TS,k}^* - \hat{V}_{TS,k,j}\|^2 + (d_{TS,k}^* - \hat{d}_{TS,k,j})^2 \} \quad (4.42)$$

$$J_{AF}(j) \triangleq \sum_{k=1}^4 \{ \|\hat{V}_{AF,k}^* - \hat{V}_{AF,k,j}\|^2 + (d_{AF,k}^* - \hat{d}_{AF,k,j})^2 \} \quad (4.43)$$

これにより、(4.35)式の時系列パラメータを推定する際のMPSI-1からMPSI-4の収束状況を時系列構造とIIR構造の両面から比較することができる。その結果をTable 4.2に示す。なお、時刻 $j=0$ の推定パラメータ行列初期値を零行列に設定し、確率近似ゲインとして $\rho_j = 2/(j+500)$ 、時系列入力として擬似白色雑音 $N(0, I)$ を使用した。また、初期パラメータ推定誤差により規格化した $J(j)/J(0)$ を用いて収束状況を比較した。

Table 4.2 Performances of MPSI-1 to MPSI-4 for time series identification.

time;j	$J_{AF}(j)/J_{AF}(0)$ for IIR structure				$J_{TS}(j)/J_{TS}(0)$ for time series structure			
	MPSI-1	MPSI-2	MPSI-3	MPSI-4	MPSI-1	MPSI-2	MPSI-3	MPSI-4
0	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
100	0.5155	0.5310	0.5218	0.5399	0.3438	0.3547	0.3443	0.3599
500	0.1929	0.1851	0.1874	0.1819	0.1416	0.1340	0.1268	0.1205
1000	0.0968	0.0921	0.0863	0.0797	0.0658	0.0625	0.0519	0.0467
5000	0.0335	0.0312	0.0142	0.0123	0.0244	0.0215	0.0082	0.0074
10000	0.0220	0.0203	0.0070	0.0054	0.0160	0.0143	0.0030	0.0026
15000	0.0182	0.0168	0.0064	0.0049	0.0128	0.0118	0.0027	0.0026
20000	0.0161	0.0152	0.0049	0.0039	0.0125	0.0119	0.0019	0.0019

Table 4.2の結果から分かるように、MPSI-4によるパラメータ推定結果が一番良く、続いてMPSI-3, 2, 1の順に推定精度が悪くなっている。しかしながら、MPSI-1, 3は過渡状態に着目して構成したアルゴリズムであり、 $j=100$ 程度まではMPSI-2よりMPSI-1の方が、また、MPSI-4よりMPSI-3の方が精度の良くなっていることを見逃すことはできない。さらに、アルゴリズムの複雑さの点では、MPSI-1, 3, 2, 4の順に計算時間を多く必要とする。実際の適用においては、以上の特性を考慮したのちTable 4.1の計算量、適応アルゴリズムのメモリ量と収束特性を比較し、また、扱うデータのサンプリング間隔と用いる計算機の処理速度を加味しながらアルゴリズムを選定する必要がある。

4.4.2 異常検知・信号検出問題への応用

ここでは、通信回線の異常等に見られる突然の観測雑音の混入や信号位相の急変、また、雑音に埋もれた信号の検出問題を考察する。このとき、これらの問題に対してFig.2.4のシステムを適用する。実際の処理においては、2.6.1でパワス

ペクトルの観点から解析したように、異常時刻を検知する際には誤差 e_j を、また、信号成分を検出する際には適応フィルタ出力 y_j を利用することができる。なお、本項では、数値計算において一変数系のMPSI-2を用い、どの時刻についても検知能力を一定にするために定数ゲインを用いた。

(1) 雑音混入の検知

Fig. 4. 1 (a) に示す信号は異常検知の対象とする信号であり、周期関数である $\sin 2\pi j / 100$ に $j=1200$ から $j=1400$ の間白色ガウス雑音 $N(0, 0.0025)$ を重畳させている。これに対して Fig. 2. 4 のシステムを適用し、誤差 e_j を用いて雑音混入の検知を行った結果が Fig. 4. 1 (b) である。最初のパラメータ適応期間を除くと、正確に雑音混入を検知していることが分かる。

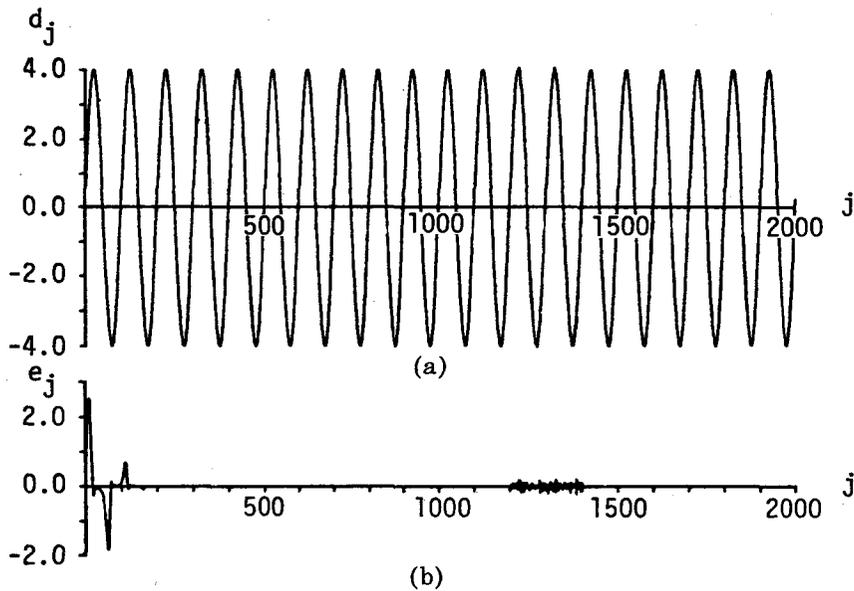


Fig. 4.1 Detection problem of additive white noise. (a) Input signal.
 (b) Detected result ($p=q=10, z^{-\ell} = z^{-5}, \rho_j = 0.005$).

(2) 信号位相変化の検知

次に、信号位相変化に対する検知問題を考察する。Fig. 4. 2 (a) は $0.5 \sin 2\pi (j+40) / 100 - \sin 2\pi (j+30) / 70 + 1.2 \sin 2\pi (j+20) / 40$

により表わされる正弦波合成波形であり、 $j=1200$ から $j=1400$ の間符号が逆転している。前の例と同様に Fig. 2. 4 のシステムを適用し、誤差 e_j を用いて位相急変時刻の検知を行った結果が Fig. 4. 2 (b) である。この例においても入力波形のみからは異常発生時刻を見極めることはできないが、誤差 e_j を利用することにより位相急変時刻を検知することができた。

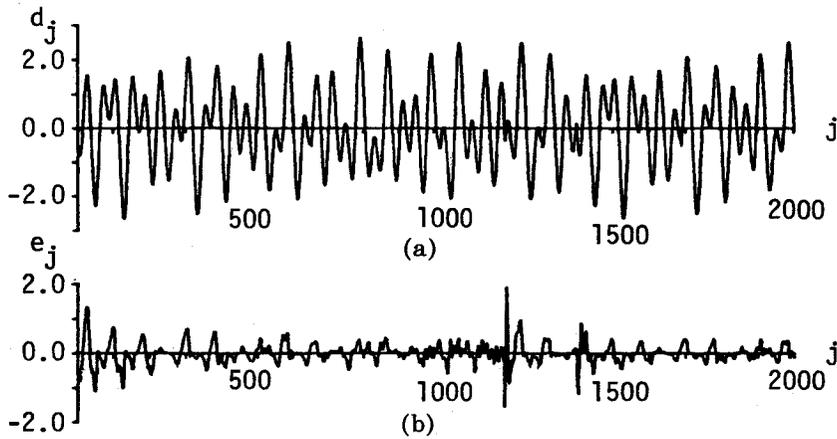


Fig. 4.2 Detection problem of phase changes. (a) Input signal.
(b) Detected result ($p=q=10$, $z^{-\ell}=z^{-5}$, $\rho_j=0.001$).

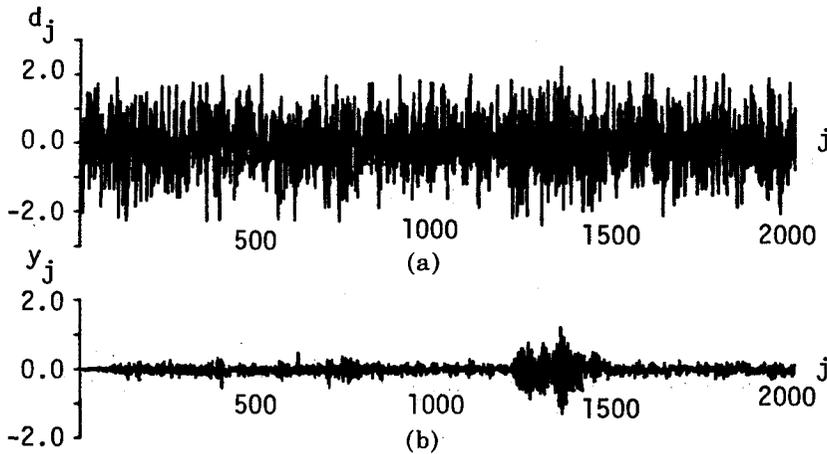


Fig. 4.3 Detection problem of a signal in noise. (a) Input signal.
(b) Detected result ($p=q=10$, $z^{-\ell}=z^{-5}$, $\rho_j=0.005$).

(3) 信号成分の検出

次に、雑音に埋もれた信号成分の検出問題を考察する。Fig. 4. 3 (a) は観測雑音として白色ガウス雑音 $N(0, 0.64)$ が常に存在する場合のデータ通信を想定した波形であり、 $j=1200$ から $j=1400$ に信号成分である、 $0.5 \sin 2\pi(j+3)/10$ が含まれている。これに対して、Fig. 2. 4 のシステムを適用し、適応フィルタ出力 y_j を用いて信号成分の検出を行った結果が Fig. 4. 3 (b) である。S/N比がかなり悪いにも拘らず良好な信号成分検出の結果を得た。

4.4.3 大気汚染質への応用

これまで数値例によりアルゴリズムの有効性を調べてきたが、ここでは実データとして大気汚染質を扱い、異常レベルに対する検知問題を中心に考察する。

一般に、大気汚染はその発生源である工場排煙や自動車排気ガスなどに起因しており、また、その拡散の際に風向、風速、地形、紫外線などからも影響を受けている。この大気汚染データに異常が現われる原因として次の事項が考えられる。(i) 天候や地熱などに起因する大気汚染質の発生メカニズムの変化、(ii) ペンレコーダのペン先が記録紙へ引掛かる現象や落雷によるテレメータデータの異常現象に代表される観測機器の故障、(iii) 入力に相当する排煙や排気ガスの変動などである。大気汚染データを処理する方法は拡散過程を考慮した物理モデルと時系列データのみに基づいて処理を行う非物理モデルに大別される。ここでは、モデル構造が簡単で物理モデルより処理時間が短い非物理モデルによるデータ処理を採用する。なお、一変数系のMPSI-2を2.3で考察した適応IIRフィルタリング手法に組み込み、以下では徳島県・小松島、関東地区、イタリア・ベネチアで観測された大気汚染質に対して予測ならびに異常レベル検知を行う。

(1) 徳島県・小松島の大気汚染質に対する解析

ここでは、1975年5月に徳島県小松島市で観測されたSO₂大気汚染データに対して、Fig. 2. 4の予測システムを用いることにより1時間先と24時間先の予測を行う。その結果をFig. 4. 4に示す。

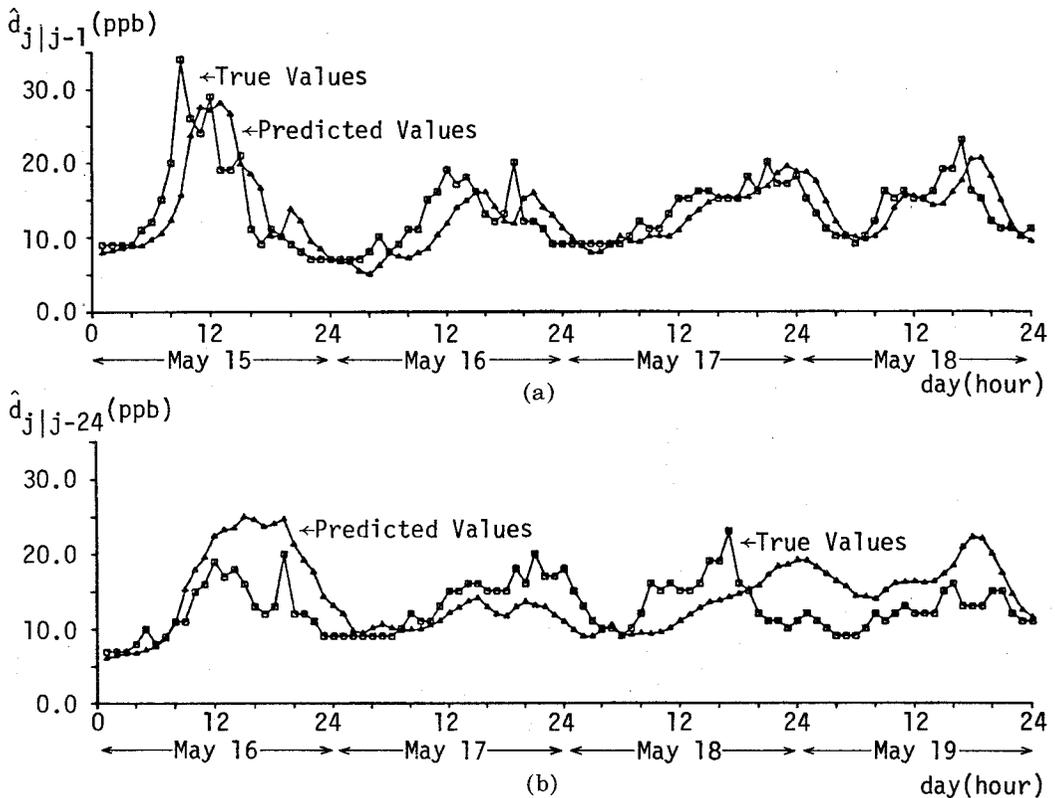


Fig. 4.4 Predictions for SO₂ data measured at Komatsushima.

- (a) 1 hour ahead prediction ($p=q=10, z^{-l}=z^{-1}, \rho_j=0.006$).
- (b) 24 hours ahead prediction ($p=q=10, z^{-l}=z^{-24}, \rho_j=0.006$).

Fig. 4.4における予測誤差の平均と分散を求めると次の結果を得た。

1時間先予測誤差 : (平均, 分散) = (0.324, 11.13)

24時間先予測誤差 : (平均, 分散) = (0.180, 21.62)

なお、急峻な変化を含んでいるデータの数時間先の値を予測する場合には非線形モデリングの一手法であるGMDHを用いるのも有効であるが、¹⁰⁰⁾ 異常レベルの検知を行う際には次の例のように低域通過フィルタを組み込んだ適応IIRフィルタリング手法が簡便である。

(2) 関東地区で測定された大気汚染質の解析

ここでは、Fig. 2.4の異常検知システムの前処理として、低域通過フィルタ

を利用することを提案するとともに、間隔を置いて配置している測定局からのデータを利用することにより異常発生前の異常予測が可能であることを示す。

Fig. 4. 5 (a) は対象とする 1974 年 4 月 1 日から 5 月 18 日までの草加市の O_x 大気汚染データであり、これを低域通過フィルタに通したのち Fig. 2. 4 の異常検知システムの入力とする。なお、低域通過フィルタとして Butterworth フィルタを用いた。

このとき、低域通過フィルタの cutoff 周波数を $f_c = 1/6, 1/12, 1/24 [c/h]$ と変化させて Fig. 2. 4 の異常検知システムを適用した結果が Fig. 4. 5

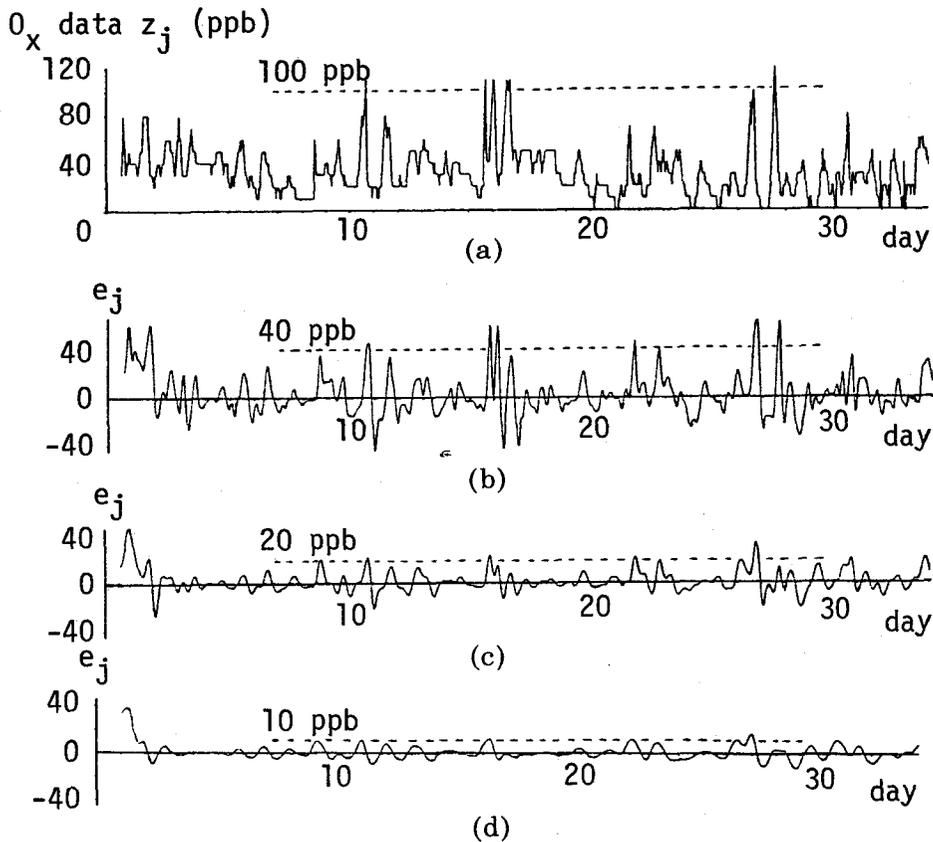


Fig. 4.5 (a) Raw O_x data measured at Soka and detection outputs of extraordinary levels by using (b) $f_c=1/6$, (c) $f_c=1/12$ and (d) $f_c=1/24[c/h]$ ($p=q=50, z^{-\ell}=z^{-5}, \rho_j = 1 \times 10^{-6}$).

(b)～(d)である。これより、単に100 ppbで閾値チェックを行った結果と検知出力 e_j に対してそれぞれ40, 20, 10 ppbで閾値チェックを行った結果を組み合わせると、精度のより良い異常検知が可能であることが分かる。特に、シャ断周波数を小さくするほど大気汚染データの異常の兆しに対する検知が可能となっている。

次に、Fig. 4. 6内の地図に示される草加市、越谷市、春日部市、川口市でFig. 4. 5 (a)と同時期に観測されたO_x大気汚染データを扱い、これに対する異常検知について考察する。このとき、4組の時系列データが与えられているため4次元の多変数適応IIRフィルタリングを行うことも可能であるが、ここでは非対角分の計算量を減らすために各々の時系列データの一変数系による適応IIRフィルタリングを行う。また、4種類の検知出力に地域性を加味して異常状態を判断する方法を考察する。

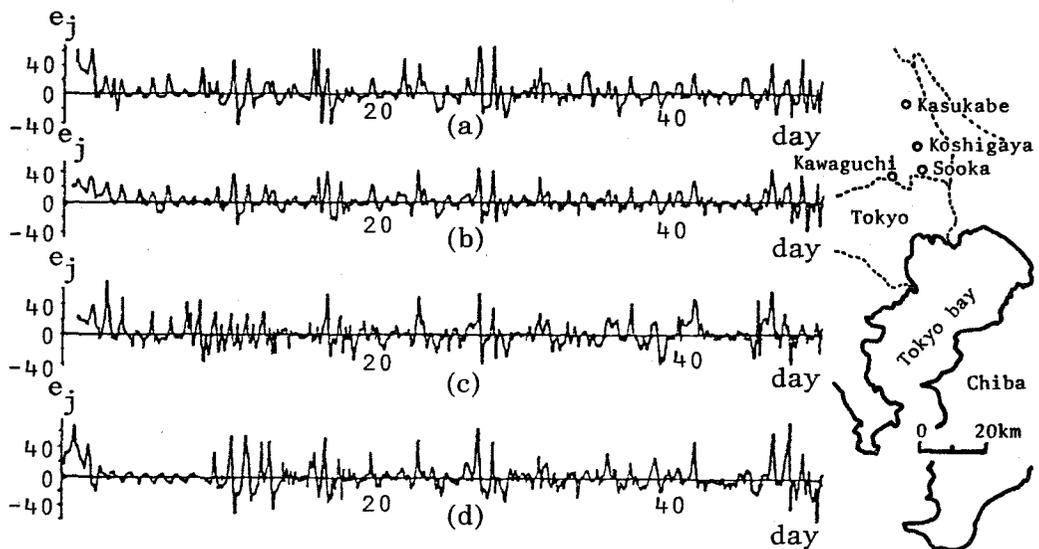


Fig. 4.6 Detection outputs of extraordinary levels for O_x data measured at (a) Soka, (b) Koshigaya, (c) Kasukabe and (d) Kawaguchi, where the input is preprocessed by low pass filter with $f_c=1/6$ [c/h] ($p=q=50, z^{-\ell}=z^{-5}, \theta_j = 1 \times 10^{-6}$).

Fig. 4. 6の結果を比較して分かるように、(a)の草加市 O_x データに対して異常を検知した時刻は(b)の越谷市、(c)の春日部市、(d)の川口市の O_x データに対して異常を検知した時刻よりも1時間または2時間早くなっている。この結果は、関東平野において O_x 高濃度雲が東京湾沿岸から西北方向へ平均的に移動していること¹⁰¹⁾とも合致する。したがって、春日部市で測定された O_x データの異常をいち早く知る際に、特に草加市で測定された O_x データに対する異常検知結果を利用することができる。

(3) イタリア・ベネチア・第9観測地点の SO₂ 大気汚染データ解析

ここでは、イタリア・ベネチアにおける第9観測地点で得られた SO₂ 大気汚染データに対して、そのモデリング問題と異常検知問題を考察する。

まず、時系列データのモデリング手法として次の手順を用いる。

[Step 1] 自己相関係数、偏自己相関係数(反射係数)を用いて候補となるべき時系列モデル構造を選定する。

[Step 2] Fig. 2. 3の適応 I I Rフィルタリングによる時系列同定手法を適用する。

[Step 3] A I C規範を用いることによりモデリングを完了する。

このモデリング手法を第9観測地点で得られた1973年2月1日から7月17日までの SO₂ データに対して適用する。これにより次の結果を得た。

[Step 1] 最初の手続きであるモデル構造の決定のためにデータの自己および偏自己相関係数を推定する。このとき、使用するデータ数を N_d とすると、偏自己相関係数の推定誤差の標準偏差は次式で与えられる。⁵⁷⁾

$$\hat{\sigma}\{K_k\} \approx 1 / \sqrt{N_d} \quad (k \geq p+1)$$

1000個のデータから推定した自己および偏自己相関係数を Fig. 4. 7に示す。このとき、自己相関係数は MA 構造の特徴を、また、偏自己相関係数は A R I 構造の特徴を示すため⁵⁷⁾ Fig. 4. 7の性質を有する時系列モデルとして次の3種類のモデルが候補にあがる。

(i) モデル A : A R I (1 , 2 4 , 0)

$$(1-z^{-24})(1-\phi_1 z^{-1}) d_j = \epsilon_j$$

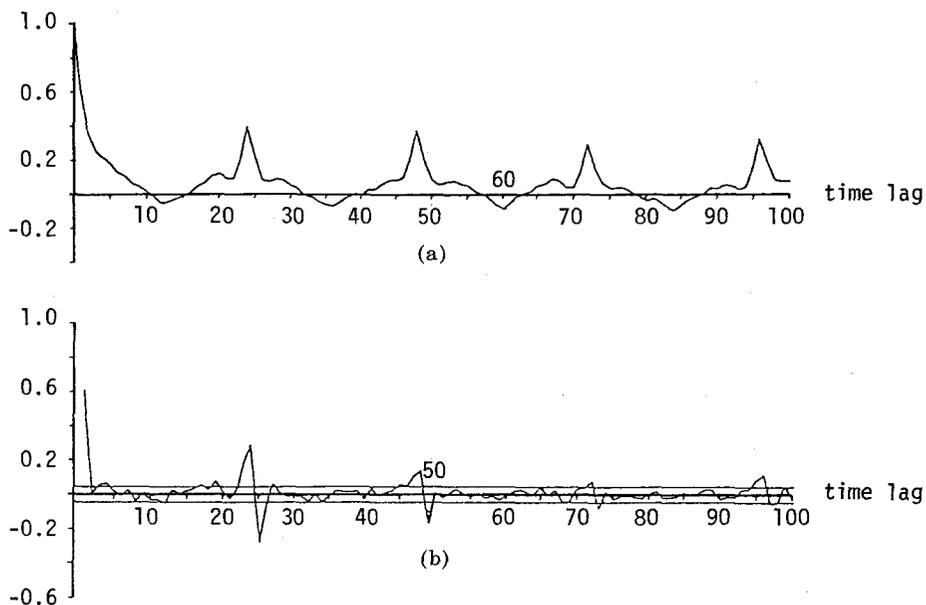


Fig. 4.7 (a) Autocorrelation coefficient and (b) partial autocorrelation coefficient.

(ii) モデル B : A R I M A (1 , 2 4 , 1)

$$(1 - z^{-24})(1 - \phi_1 z^{-1}) d_j = (1 + \theta_1 z^{-1}) \varepsilon_j$$

(iii) モデル C : A R I M A (1 , 2 4 , 2 4)

$$(1 - z^{-24})(1 - \phi_1 z^{-1}) d_j = (1 + \theta_1 z^{-1} + \theta_{24} z^{-24}) \varepsilon_j$$

[Step 2] Fig. 2. 3 の時系列同定手法を適用した結果として次の推定値を得た。ただし、確率近似ゲインは $\rho_j = 0.0001 / j$ を用いた。

(i) モデル A : $(\hat{\phi}_1) = (0.565)$

(ii) モデル B : $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1) = (0.383, 0.214)$

(iii) モデル C : $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_{24}) = (0.431, 0.171, -0.844)$

[Step 3] 上記の推定結果に対して A I C 最小の意味でモデルを決定する。A R I M A (p , d , q) に関する A I C は (2 . 2 7) 式で与えられることより、モデル A からモデル C に対する A I C は次のように得られた。

(i) モデル A : A I C (1 , 2 4 , 0) = 34505

(ii) モデル B : A I C (1 , 2 4 , 1) = 34636

(iii) モデル C : A I C (1 , 2 4 , 2 4) = 36175

A I C 最小の意味でモデル A を採用できるため、SO₂ データのモデリング結果とし

て次式の時系列構造を得た。

$$\text{ARI}(1, 24, 0) : (1 - z^{-24})(1 - 0.565z^{-1})d_j = \epsilon_j \quad (4.44)$$

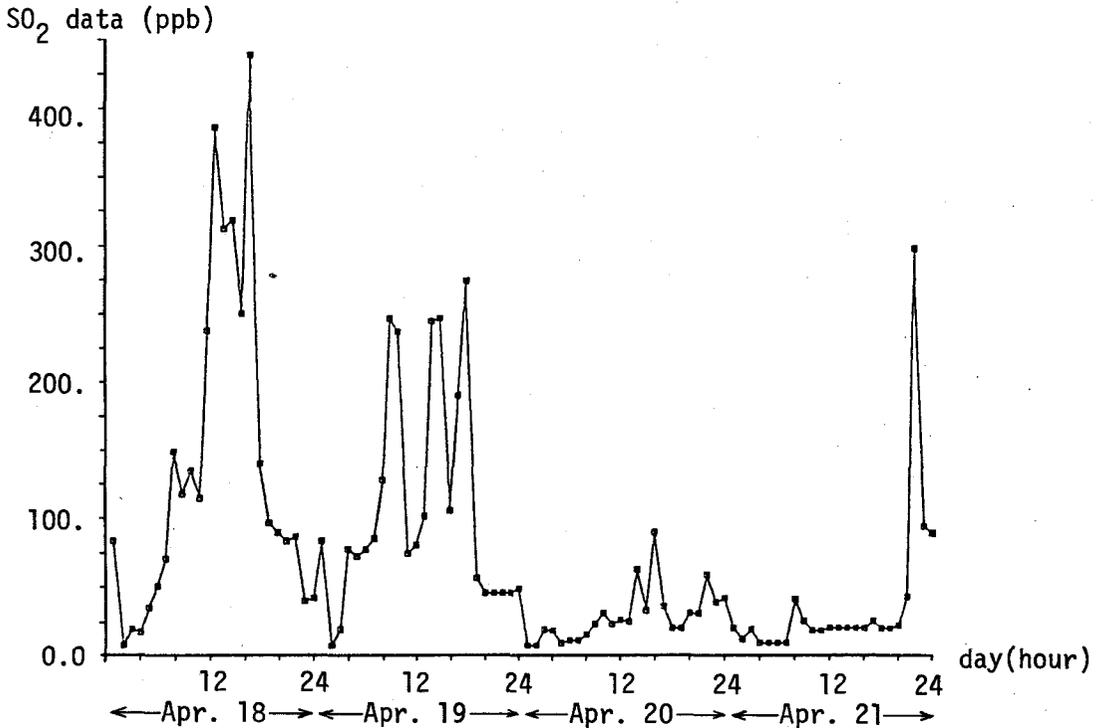


Fig. 4.8 SO₂ data measured at the 9th monitoring station in Venezia.

次に、異常レベルに対する検知問題を考察する。一般に、大気中のSO₂汚染濃度は降雨により減少するもののその化学変化はO_xに比べてゆるやかであり、国内で測定されるSO₂データには異常と見られる現象が少ないのが普通である。しかしながら、イタリア・ベネチアの第9観測地点で観測されたFig. 4. 8の1973年4月18日から21日までのSO₂データは、通常日本で測定されるSO₂データよりも突発的現象をかなり多く含んでおり、その異常レベルを検知する必要がある。以下では、前述のモデリング結果を利用して数種類の時系列構造を同時に用い、その結果を組み合わせることにより異常レベル検知を行う。

異常レベル検知においては、データへの追従性を良くすること、すなわち、予測誤差の分散を小さくすることが問題ではなくて、いかに異常発生の初期時刻を検知するかが問題となってくる。そのため、過去のデータをより多く保持する意味も含

めて(4.44)式のモデリング結果よりも少し次数を大きくし、ここではARIMA(3, 1, 3)とARIMA(3, 24, 3)を用いた。Table 4.3は生データに対して閾値チェック法を用いた検知結果とARIMA(3, 1, 3)およびARIMA(3, 24, 3)を用いた異常レベル検知結果を組み合わせで表現している。なお、Table 4.3において200ppbおよび $1.5\sigma_e$ (σ_e は各時系列モデルを用いた場合における誤差 e_j の標準偏差)の閾値を用いており、表中の表現(・)は250ppbおよび $2\sigma_e$ の閾値を用いた場合には正常と見なされ異常が検知されない時刻を示す。

Table 4.3 Detection result of extraordinary levels.

date (1973)	Threshold check of raw data (200ppb, 250ppb)	Detection by Fig. 2.4 (Threshold: $1.5\sigma_e, 2\sigma_e$)		J
		ARIMA(3,1,3)	ARIMA(3,24,3)	
4/18	(12:00)	(12:00)	12:00	4
	13:00	13:00	13:00	6
	14:00	-	(14:00)	3
	15:00	-	-	2
	16:00	-	-	2
	17:00	17:00	(17:00)	5
	-	-	22:00	2
4/19	9:00	(9:00)	(9:00)	4
	(10:00)	-	-	1
	(14:00)	(14:00)	-	2
	15:00	-	-	2
	18:00	-	18:00	4
4/20	-	-	-	-
4/21	22:00	22:00	22:00	6

Table 4. 3 に示すそれぞれのモデルによる結果に対し，閾値を変化させても異常がそのまま検知される場合には2の重み，また検知結果が消失する場合には1の重みを付け，3手法同時に考慮することによる簡単な指標Jを併記した。これによると，18日13時，17時，21日22時が特に重大な異常発生時刻として検知されており，Fig. 4. 8の突発的な異常発生時刻とよく合致している。このように，一つのみ手法に頼らずTable 4. 3に示すように数種の手法を同時に利用すると，有効な異常レベル検知を行うことができる。

4.5 結 言

本章では，タップ遅延線素子構造を有する多変数適応フィルタを扱い，勾配原理に基づいた4種類の多変数適応IIRフィルタリング手法を提案した。まず，2. 7で説明した過渡状態における適応能力を向上させる考え方と定常状態における適応能力を向上させる考え方による適応アルゴリズムの導出思想に基づき，多変数適応IIRフィルタリング手法を構成する適応アルゴリズムMPSI-1からMPSI-4を導出した。このとき，MPSI-3と4においては事後出力を用いて適応能力を向上させるとともに，MPSI-2と4においては推定パラメータ行列に関する適応フィルタ出力の微分に関する表現を簡潔にさせた。さらに，付録1で提案したクロネッカ積に関する新しい等式を用いることにより，提案したMPSI-1からMPSI-4の収束性を平均収束の観点より解析し，各々の適応アルゴリズムの収束可能領域を明確にした。これにより，MPSI-2，4はMPSI-1，3と比較してより広い収束可能領域を有していることが分かった。また，MPSI-1，3の過渡状態における有効性，MPSI-2，4の定常状態における有効性，ならびにMPSI-3，4の事後出力の使用による有効性については，Fig. 2. 3の時系列同定手法による数値例を通して確認できた。

勾配原理に基づく適応IIRフィルタリングの応用として，観測雑音混入の検知，信号位相変化の検知および雑音に埋もれた信号成分の検出を考察し，また，大気汚染質に対する予測と異常検知を行った。これにより，適応手法の有効性が実証された。特に，大気汚染データの異常検知問題においては，(1)前処理として低域通過フ

フィルタを用いその断周波数を変化させる手法，(2)地域性を考慮しながら他測定局データの処理結果を利用する手法および(3)数種類のモデル構造を用いて検知結果を総合判断する手法を提案し，これにより大気汚染データに対する効果的な異常レベル検知が可能となった。

第5章 超安定理論に基づく多変数適応IIR フィルタリング

5.1 緒言

本章では、タップ遅延線素子構造を有する多変数適応フィルタを扱い、超安定理論に基づく多変数適応IIRフィルタリング手法を開発する。

適応アルゴリズムの収束性を検討する場合、Lyapunov関数を構成する方法と超安定理論¹⁰²⁾に基づく方法を用いることができる。前者はLyapunov関数の発見にその収束性証明の成否が委ねられているのに対し、後者は直接的に解析を行うことができるため目的への見通しを立てやすい。そのため、本章においては超安定理論に基づいた適応アルゴリズム設計を行う。

本章で扱う超安定理論は入出力安定に関する一つの考え方になっている。非線形フィードバックシステムに対して、絶対安定^{106), 107)}は任意の時刻における入出力の積が正である概念に基づいているのに対し、超安定はそれより少し広い意味の入出力積の時間積分が正である概念に基づいている。¹⁰²⁾⁻¹⁰⁵⁾そのため、超安定理論は適応アルゴリズムの収束性を解析し易い理論となっている。さらに、これは回路網理論とも関係のある正実性¹⁰⁸⁾⁻¹¹⁰⁾と非常に強く関係しており、したがってKalman-Yakubovichの補題^{102), 107), 111), 112)}が超安定の証明によく用いられている。また、適応制御の分野においても重要な理論となっている。¹¹³⁾⁻¹¹⁵⁾

I. D. LandauはIIRフィルタ構造を有する適応アルゴリズムの設計へ超安定理論を応用することに成功した。¹¹⁶⁾⁻¹¹⁹⁾現在までに行われている適応アルゴリズムの超安定性の証明方法として、Landauにより導入された等式を用いる方法、^{116), 120)}推定パラメータ更新式を利用して時刻 j と $j+1$ のパラメータ推定誤差を比較する方法、¹²¹⁾およびKalman-Yakubovichの補題を用いる方法^{24), 25)}が提案されている。なお、可変ゲインを用いる適応アルゴリズムの超安定性の証明では、これまで発見的な行列設定を行う必要のあるKalman-Yakubovichの補題を用いる証明方法しか提案されていなかった。さらに、その適応IIRフィルタ出力として事後出力と中間出力を同時に必要としていた。また、多変数系への拡張では、最小実現の一構成

法であるR. Guidorziにより考察されている入出力構造¹²²⁾を用いて出力ベクトルの各要素ごとに適応アルゴリズムを構成していた。⁵⁶⁾しかし、有理多項式行列の細部にわたる構造をパラメータが未知のまま入出力データのみから正確に決定することは難しく、この構造はあまり扱いよい形ではなかった。

本章では、これらの問題を解決することを目的として、超安定理論に基づいた6種類の多変数適応アルゴリズム〔MPHI: Multivariable Parallel Hyperstable Identifier〕を提案する。このとき、2.4で明らかにした多変数予測誤差同定モデル構造を利用するとともに、これまで用いられていた超安定アルゴリズムの事後・中間出力の使用に加えて、新たに事前出力のみを用いても超安定性が証明できることを示す。また、増加・固定・減少ゲインの使用を明確にさせる。ここで、任意の増加および固定ゲインに対して超安定であること、また逐次最小2乗法タイプの減少ゲインの使用に対して超安定であることを示す。さらに、発見的な行列設定を行う必要のあるKalman-Yakubovichの補題を用いることなく提案するアルゴリズムの超安定性の証明を行うために、固定ゲインを有するアルゴリズムの証明にのみ用いられていたLandauの等式を改良する。これにより、増加・固定・減少ゲインならびに事後・事前出力を有するすべての適応アルゴリズムの超安定性を統一的にしかも直接証明することが可能となる。最後に、パラメータ推定のための入力条件に関しても考察を行う。

新しい適応アルゴリズムを提案するのみでなく、それらの性質を調べておくことも重要である。まず、次数2の一変数系に対するシステム同定を扱い、安定領域のうちどの領域の収束特性が悪いかを検討する。これにより、正実条件を必要とする適応アルゴリズムにおいても非正実領域の同定がある程度可能であるものの、正実領域から真値が遠ざかる程収束が悪くなることを明らかにする。また、多変数適応IIRフィルタリングの応用として、2チャンネル情報を用いた観測機器異常の検知問題を考察する。このとき、一方のチャンネルのみ故障が生じた場合でも他チャンネルの検知結果に影響を与えることなく正確に故障の起こった観測機器の異常を検知できることを示す。さらに、提案するアルゴリズムの実データ処理における有効性を示すために、徳島県の4測定局で測定された4種類の大気汚染データに対する異常検知問題を取りあげ、地域性と風による拡散を考慮しながら解析を行う。このとき、NOデータの異常を検知するためにはどの測定局のどの種類の情報を用いるのが効

果的かについて，化学変化特性とも関連させながら考察する。

5.2 適応アルゴリズム構成

本節では，超安定性を満足する6種類のMPHIを構成する。特に，増加ゲイン・固定ゲイン・減少ゲインを用いて適応アルゴリズムを構成するとともに，固定補償器と適応補償器の使用ならびに事後出力と事前出力の立場からアルゴリズム構成を行う。

5.2.1 非減少ゲインを有する適応アルゴリズム

観測雑音が存在する場合には推定パラメータの細かい振動を抑えるために適応ゲインとして減少ゲインを用いる必要がある。逆に，観測雑音が存在しないと見なせる場合には，誤差と適応ゲインの積のオーダーが有限ビットレジスタ計算の許容値以下にさせるという条件のもとでゲインの値を大きく取る方がパラメータ推定の精度が向上する。すなわち，適応過程の初期ではパラメータ推定誤差が大きいいためゲインの値を小さく設定し，ある程度適応が進行しパラメータ推定精度が向上すればその値を大きくさせる方法が採用できる。これによる適応アルゴリズムを以下に構成する。なお，各変数は2.2において定義した変数を用いる。

固定または増加ゲイン $\Gamma_j (\geq \Gamma_{j-1} > 0)$ を用いて以下に3種類の適応アルゴリズムを構成する。まず，正実性の条件が必要となる

$$\text{固定補償器} : C(z^{-1}) \triangleq I + \sum_{k=1}^p C_k^T z^{-k}$$

を有するMPHI-1は次のように構成される。

[MPHI-1] (非減少ゲイン，固定補償器，事後出力)

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + \Gamma_j Z_j^0 \tilde{v}_j^{oT} \quad (5.1)$$

$$= \widehat{W}_j + \Gamma_j Z_j^0 \tilde{v}_j^{oT} / (1 + Z_j^{oT} \Gamma_j Z_j^0) \quad (5.2)$$

(5.1)式の表現は時刻jで入手できない一般化誤差 \tilde{v}_j^o を含んでおり，超安定性の解析にのみ用いられる。このとき，一般化誤差の定義と(5.1)式を組み

合わせることにより

$$\hat{v}_j^0 = \bar{v}_j^0 / (1 + Z_j^0 \Gamma_j Z_j^0) \quad (5.3)$$

が導出できるため、実際の適応フィルタリングでは時刻 j で入手できる \bar{v}_j^0 を用いた (5.2) 式の表現を使用する。なお、後述の超安定性の証明から分かるが、固定補償器 $C(z^{-1})$ を用いた適応アルゴリズムが収束するための十分条件として強正実条件が必要となる。ただし、一変数系において固定ゲイン $C(z^{-1}) = 1$ の補償器を用いる場合に限り、固定ゲインを特定の領域に制限して正実条件を削除できることが報告されている。¹²³⁾ しかしながら、他の場合としての一変数系における増加ゲインの使用および多変数系である M P H I - 1 では強正実条件 (strictly positive real condition)

$$C(z^{-1})A^*(z^{-1})^{-1} : \text{s. p. r.} \quad (5.4)$$

が必要となるため、その適用領域が限られたものとなる。(5.4) 式において、もし $A^*(z^{-1})$ が既知であれば強正実条件を満足するように固定補償器 $C(z^{-1})$ を設定できるが、その場合には $A^*(z^{-1})$ のパラメータを推定することの意味がなくなる。そのため、(5.4) 式を満足させるような固定補償器 $C(z^{-1})$ を選定することはできず、正実条件の削除が望まれる。これに対して固定補償器 $C(z^{-1})$ を適応的に構成することが考えられ、適応補償器 (すなわち C_i パラメータの推定機構) を組み込んだ M P H I - 2 を構成できる。

[M P H I - 2] (非減少ゲイン, 適応補償器, 事後出力)

$$\hat{W}_{e,j+1} = \hat{W}_{e,j} + \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^0 \bar{v}_{e,j}^0 \quad (5.5)$$

$$= \hat{W}_{e,j} + \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^0 \bar{v}_{e,j}^0 / (1 + Z_{e,j}^0 \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^0) \quad (5.6)$$

ここに、 $\hat{W}_{e,j}$ は (2.21) 式で定義したように M P H I - 1 の \hat{W}_j より C_i パラメータを適応的に構成している分だけ大きくなっており、したがって正実条件が削除できる反面適応補償器に関する計算が増大している。なお、M P H I - 2 における (5.6) 式は (5.3) 式と類似な等式を用いて (5.5) 式から変形される。

M P H I - 1 の \bar{v}_j^0 および M P H I - 2 の $\bar{v}_{e,j}^0$ は事後出力 \hat{y}_j^0 と中間出力 \hat{y}_j^0 の 2 種類の出力計算を同時に必要としている。これに対して、正実条件がなく、さらに、計算量を減少できれば好都合である。これを満足するために、事前出力のみを用い

た超安定適応アルゴリズムを次に提案する。

[M P H I - 3] (非減少ゲイン, 適応補償器, 事前出力)

$$\widehat{W}_{e,j+1} = \widehat{W}_{e,j} + \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^i \widehat{v}_{e,j}^{iT} \quad (5. 7)$$

$$= \widehat{W}_{e,j} + \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^i \widehat{v}_{e,j}^{iT} / (1 + Z_{e,j}^{iT} \Gamma_{e,j} Z_{e,j}^i) \quad (5. 8)$$

ここに, 上式における $\widehat{v}_{e,j}^i$ と $Z_{e,j}^i$ の要素の計算は, (2. 1 4) 式, (2. 1 8) 式, (2. 2 2) 式で定義したようにモデル出力として事前出力 \widehat{y}_j^i のみ必要としている。それゆえ, 正実条件が不必要であり, かつ, 計算量を減少させていることが M P H I - 3 の特長となっている。

5. 2. 2 減少ゲインを有する適応アルゴリズム

これまで固定ゲインならびに増加ゲインを有する適応アルゴリズムを構成したが, 観測雑音の存在を考慮する場合には最小 2 乗法タイプの減少ゲインを有する多変数超安定適応アルゴリズムを構成することができる。M P H I - 1 から M P H I - 3 の構成と同じ流れで以下議論する。まず, 固定補償器を有する M P H I - 4 を得る。

Table 5.1 Characteristics

	M PHI-1	M PHI-2	M PHI-3
gain matrix	$\Gamma_{j+1} \geq \Gamma_j > 0$	$\Gamma_{e,j+1} \geq \Gamma_{e,j} > 0$	$\Gamma_{e,j+1} \geq \Gamma_{e,j} > 0$
compensator	fixed	adaptive	adaptive
model output	<i>a posteriori</i>	<i>a posteriori</i>	<i>a priori</i>
s.p.r. condition	$C(z^{-1})A^*(z^{-1})^{-1}$	none	none
richness	<i>Lemma 5.4</i>	<i>Lemma 5.5</i>	<i>Lemma 5.5</i>

[MPHI - 4] (減少ゲイン, 固定補償器, 事後出力, $\lambda > 0$)

$$\widehat{W}_{j+1} = \widehat{W}_j + G_j^o Z_j^o \widetilde{v}_j^{oT} \quad (5.9)$$

$$= \widehat{W}_j + G_j^o Z_j^o \widetilde{v}_j^{oT} / (1 + Z_j^{oT} G_j^o Z_j^o) \quad (5.10)$$

$$G_{j+1}^o = G_j^o - G_j^o Z_j^o Z_j^{oT} G_j^o / (\lambda + Z_j^{oT} G_j^o Z_j^o) \quad (5.11)$$

MPHI - 4 は後述するように次の強正実条件

$$C(z^{-1}) A^*(z^{-1})^{-1} - I / 2\lambda : s. p. r. \quad (5.12)$$

を必要とする。これに対して, 適応補償器を用いて正実条件を削除したのが次の MPHI - 5 である。

[MPHI - 5] (減少ゲイン, 適応補償器, 事後出力, $\lambda > 0.5$)

$$\widehat{W}_{e,j+1} = \widehat{W}_{e,j} + G_{e,j}^o Z_{e,j}^o \widetilde{v}_{e,j}^{oT} \quad (5.13)$$

$$= \widehat{W}_{e,j} + G_{e,j}^o Z_{e,j}^o \widetilde{v}_{e,j}^{oT} / (1 + Z_{e,j}^{oT} G_{e,j}^o Z_{e,j}^o) \quad (5.14)$$

$$G_{e,j+1}^o = G_{e,j}^o - G_{e,j}^o Z_{e,j}^o Z_{e,j}^{oT} G_{e,j}^o / (\lambda + Z_{e,j}^{oT} G_{e,j}^o Z_{e,j}^o) \quad (5.15)$$

さらに, MPHI - 3 の提案と同様に, 正実条件を必要とせずまた超安定性を保持したままで計算量を減少させることを目的として, 次の事前出力のみを用いた適応

of the proposed MPHIs.

MPHI-4	MPHI-5	MPHI-6
$0 < G_{j+1}^o \leq G_j^o$	$0 < G_{e,j+1}^o \leq G_{e,j}^o$	$0 < G_{e,j+1}^i \leq G_{e,j}^i$
fixed	adaptive	adaptive
<i>a posteriori</i>	<i>a posteriori</i>	<i>a priori</i>
$C(z^{-1})A^*(z^{-1})^{-1}$ - $I/2\lambda$	none	none
<i>Lemma 5.4</i>	<i>Lemma 5.5</i>	<i>Lemma 5.5</i>

アルゴリズムMPHI-6を提案する。

{MPHI-6} (減少ゲイン, 適応補償器, 事前出力, $\lambda > 0.5$)

$$\widehat{W}_{e,j+1} = \widehat{W}_{e,j} + G_{e,j}^i Z_{e,j}^i \widetilde{v}_{e,j}^{iT} \quad (5.16)$$

$$= \widehat{W}_{e,j} + G_{e,j}^i Z_{e,j}^i \widetilde{v}_{e,j}^{iT} / (1 + Z_{e,j}^{iT} G_{e,j}^i Z_{e,j}^i) \quad (5.17)$$

$$G_{e,j+1}^i = G_{e,j}^i - G_{e,j}^i Z_{e,j}^i Z_{e,j}^{iT} G_{e,j}^i / (\lambda + Z_{e,j}^{iT} G_{e,j}^i Z_{e,j}^i) \quad (5.18)$$

5.2.3 超安定理論に基づく適応アルゴリズムの特徴

これまで、固定ゲイン・増加ゲイン・減少ゲイン、固定補償器・適応補償器、ならびに事後出力・事前出力のそれぞれの立場から多変数適応アルゴリズムMPHI-1からMPHI-6を構成した。それらの特徴をTable 5.1にまとめる。表中のMPHI-4, 5はLandauのParallel MRASの多変数系への拡張であり、2.4の補題2.1で議論した多変数予測誤差同定モデルを基に構成した。これに加えて、これまで用いられていた事後出力と中間出力の使用ではなく、事前出力のみを用いるMPHI-3, 6を新しく提案した。

これらの適応アルゴリズムは一般化誤差として \widetilde{v}_j^o , $\widetilde{v}_{e,j}^o$, $\widetilde{v}_{e,j}^i$ を用いているが、それ自体いま推定しようとしている時刻 $j+1$ のパラメータ推定値(\widehat{W}_{j+1} , $\widehat{W}_{e,j+1}$)を含んでおり、実際の適応フィルタリングは時刻 j で入手できる \widetilde{v}_j^o , $\widetilde{v}_{e,j}^o$, $\widetilde{v}_{e,j}^i$ を用いて実行される。この信号の流れを図示するとFig. 5.1からFig. 5.3のアルゴリズム構成となる。

次に、MPHI-4からMPHI-6に組み込まれている λ について検討する。MPHI-4からMPHI-6で用いられている適応ゲイン行列 G_j^o , $G_{e,j}^o$, $G_{e,j}^i$ は、

$$\begin{aligned} G_{j+1}^{o-1} &= G_j^{o-1} + Z_j^o Z_j^{oT} / \lambda \\ &= G_0^{o-1} + \sum_{k=0}^j Z_k^o Z_k^{oT} / \lambda \end{aligned} \quad (5.19)$$

により構成しているため、 $\lambda = \infty$ の場合、MPHI-4, 5, 6はそれぞれ固定ゲインを有するMPHI-1, 2, 3となる。また、 $\lambda = 1$ を使用すると、MPHI-4からMPHI-6のそれぞれにおいてパラメータ更新式とゲイン更新式のスカラ分母が等しくなるため、

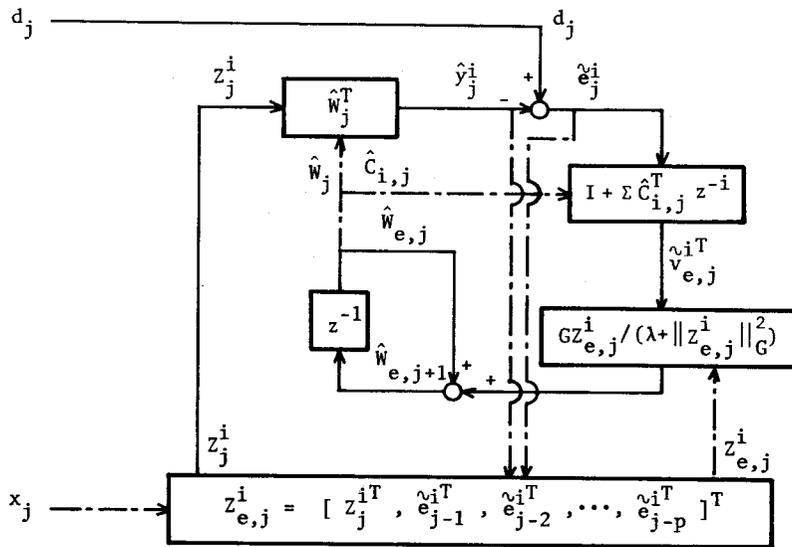


Fig. 5.3 Block diagram of MPHI-3 and MPHI-6 [$G \triangleq \Gamma_{e,j} (\geq \Gamma_{e,j-1} > 0)$ for MPHI-3 and $G \triangleq G_{e,j}^i (\geq G_{j+1}^i > 0)$ for MPHI-6].

$$\hat{W}_{e,j+1} = \hat{W}_{e,j} + G_{e,j+1} Z_{e,j}^T \tilde{v}_{e,j}^T \quad (5.20)$$

の形のパラメータ更新式を用いることも可能である。なお、後述の定理 5.1 で証明するように、 λ の制約条件は MPHI-4 に対して $\lambda > 0$ ，MPHI-5, 6 に対して $\lambda > 0.5$ となっている。また、(5.19) 式から分かるように、制約条件内で λ の値を小さくするほど入力情報をより多く適応ゲイン行列に取り込むことになる。しかしながら、MPHI-4 は Table 5.1 に示したように変数 λ を含んだ強正実条件を必要とするため、 λ の値を小さく設定すると強正実条件を満たす $C(z^{-1})$ の設定可能領域が小さくなる。

MPHI-1 から MPHI-6 の構成の際、MPHI-1, 2, 3 では固定または増加ゲインを使用し、また、MPHI-4, 5, 6 では減少ゲインを用いた。さらに、MPHI-1, 4 は固定補償器および事後出力と中間出力を必要としており、超安定性を保証するためには強正実条件を満足するように $C(z^{-1})$ を選定しなければならない。これに対して、MPHI-2, 5 は正実条件を削除するための適応補償器を組み込んでいる。適応補償器を構成する際には推定すべきパラメータ数が増加するため、少しでも計算量を少なくすることが望まれる。このため、事後出力・中間出力の使用ではなく、事前出力のみを必要とする MPHI-3, 6 を提案した。

加えて、増加・固定・減少ゲインの使用を可能とした。これにより、信号環境が変化する場合には、変化後は過渡適応特性の良い増加ゲインを使用し整定後は雑音環境に強い減少ゲインを使用できるため、MPHI-1と4、MPHI-2と5またはMPHI-3と6のアルゴリズム対を用いることにより効果的なフィルタリングが可能となる。

Table 5.2 Comparison of the computational loads of MPHI-1 to MPHI-6.

	number of multiplication and division	number of addition and subtraction
MPHI-1	$p(3M^2+M) + q(3MN+N)$ $+ (M^2+3MN+M+N+2)$	$p(3M^2+2M) + q(3MN+N)$ $+ (M^2+3MN-M+N)$
MPHI-2	$p(4M^2+2M) + q(3MN+N)$ $+ (M^2+3MN+M+N+2)$	$p(4M^2+2M) + q(2MN+N)$ $+ (M^2+3MN-M+N)$
MPHI-3	$p(3M^2+2M) + q(2MN+N)$ $+ (M^2+2MN+M+N+2)$	$p(3M^2+2M) + q(2MN+N)$ $+ (M^2+2MN-M+N)$
MPHI-4	$3p^2M^2 + 3q^2N^2 + 6pqMN$ $+ p(3M^2+6MN+2M)$ $+ q(6N^2+3MN+2N)$ $+ (M^2+3N^2+3MN+2N)$	$2p^2M^2 + 2q^2N^2 + 4pqMN$ $+ p(3M^2+4MN+M)$ $+ q(4N^2+3MN)$ $+ (M^2+2N^2+3MN-M)$
MPHI-5	$12p^2M^2 + 3q^2N^2 + 12pqMN$ $+ p(4M^2+12MN+4M)$ $+ q(6N^2+3MN+2N)$ $+ (M^2+3N^2+3MN+2N)$	$11p^2M^2 + 2q^2N^2 + 10pqMN$ $+ p(5M^2+10MN-M)$ $+ q(4N^2+3MN)$ $+ (M^2+2N^2+3MN-M)$
MPHI-6	$12p^2M^2 + 3q^2N^2 + 12pqMN$ $+ p(3M^2+12MN+4M)$ $+ q(6N^2+2MN+2N)$ $+ (M^2+3N^2+2MN+2N)$	$11p^2M^2 + 2q^2N^2 + 10pqMN$ $+ p(4M^2+10MN-M)$ $+ q(4N^2+2MN)$ $+ (M^2+2N^2+2MN-M)$

適応フィルタリングに組み込むアルゴリズムを選定する際の参考とするために、MPHI-1からMPHI-6の計算量をTable 5. 2に比較する。なお、MPHI-1からMPHI-3においてはスカラゲイン $\Gamma_j = r_j I$ の場合を比較した。

5.3 適応アルゴリズムの超安定性の証明

本節では、まず超安定性の証明に便利な等式を提案したのち、MPHI-1からMPHI-6の一般化誤差 \tilde{v}_j^o , $\tilde{v}_{e,j}^o$, $\tilde{v}_{e,j}^i$ が漸近的に0へ収束することを証明する。さらに、補償器の性質を議論することにより、推定パラメータが真値へ収束するための入力条件について考察する。

5.3.1 超安定性の証明に便利な等式の提案

超安定性を証明するためにはPopov不等式を解析する必要がある。これまで、固定ゲインを有する適応アルゴリズムについては直接不等式を解析し、減少ゲインの場合にはKalman-Yakubovichの補題が用いられていた。特に、前者においてはLandauの等式が用いられていた。ここでは、発見的な行列設定を行う必要のあるKalman-Yakubovichの補題の使用を避けるためにLandauの等式を改良し、増加・固定・減少のいずれの適用ゲインの使用においても直接Popov不等式を解析することができる新しい等式を提案する。

参考のため、Landauの等式¹¹⁶⁾を以下に記述する。

(Landauの等式)

$$\sum_{j=0}^J \left\{ \sum_{k=0}^j x_k + c \right\} x_j = \left\{ \left(\sum_{j=0}^J x_j + c \right)^2 + \sum_{j=0}^J x_j^2 - c^2 \right\} / 2$$

以下の補題5. 1から補題5. 3に新しい等式を提案する。ここに、補題5. 1はLandauの等式を包含しており、固定ゲインではなく可変ゲインを α_k に組み込むことができる。また、補題5. 2と補題5. 3は補題5. 1の多変数系への拡張である。

〔補題 5. 1〕 (スカラーの場合)

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^J \left\{ \sum_{k=0}^j \alpha_k \beta_k + r \right\} \beta_j &= \left\{ \alpha_{J+1}^{-1} \left(\sum_{j=0}^J \alpha_j \beta_j + r \right)^2 + \sum_{j=0}^J \alpha_j \beta_j^2 - \alpha_0^{-1} r^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=0}^J \left\{ \alpha_j^{-1} - \alpha_{j+1}^{-1} \right\} \left(\sum_{k=0}^j \alpha_k \beta_k + r \right)^2 \right\} / 2 \end{aligned}$$

ここに, $\alpha_j (>0)$, β_j , r はスカラーである。

〔補題 5. 2〕 (ベクトルの場合)

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^J \left\{ \sum_{k=0}^j A_k b_k + c \right\}^T b_j &= \left\{ \left\| \sum_{j=0}^J A_j b_j + c \right\|_{A_{J+1}^{-1}}^2 + \sum_{j=0}^J \| b_j \|_{A_j}^2 - \| c \|_{A_0^{-1}}^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=0}^J \left\| \sum_{k=0}^j A_k b_k + c \right\|_{\{A_j^{-1} - A_{j+1}^{-1}\}}^2 \right\} / 2 \end{aligned}$$

ここに, b_j , c はベクトル, A_j は正定行列である。

〔補題 5. 3〕 (行列の場合)

$$\begin{aligned} &\text{tr} \left\{ \sum_{j=0}^J \left(\sum_{k=0}^j A_k B_k + C \right)^T B_j \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \left(\sum_{j=0}^J A_j B_j + C \right)^T A_{J+1}^{-1} \left(\sum_{j=0}^J A_j B_j + C \right) + \sum_{j=0}^J B_j^T A_j B_j - C^T A_0^{-1} C \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=0}^J \left\{ \sum_{k=0}^j A_k B_k + C \right\}^T \left(A_j^{-1} - A_{j+1}^{-1} \right) \left(\sum_{k=0}^j A_k B_k + C \right) \right\} / 2 \\ &= \left\{ \left\| \text{cs} \left(\sum_{j=0}^J A_j B_j + C \right) \right\|_{\{I \otimes A_{J+1}^{-1}\}}^2 + \sum_{j=0}^J \left\| \text{cs} (B_j) \right\|_{\{I \otimes A_j\}}^2 \right. \\ &\quad \left. - \left\| \text{cs} (C) \right\|_{\{I \otimes A_0^{-1}\}}^2 + \sum_{j=0}^J \left\| \text{cs} \left(\sum_{k=0}^j A_k B_k + C \right) \right\|_{\{I \otimes (A_j^{-1} - A_{j+1}^{-1})\}}^2 \right\} / 2 \end{aligned}$$

ここに, $A_j (>0)$, B_j , C は行列であり, $\text{tr} \{ \cdot \}$ は行列のトレースを意味する。

(証明)

ここでは, 後述の超安定性の証明に用いる補題 5. 2 について証明する。なお, 補題 5. 1 および補題 5. 3 の前半は以下と同様の議論で導出でき, 補題 5. 3 の

後半はその前半の結果に (A, 1 0) 式を適用することにより求まる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=0}^J \left[\sum_{k=0}^j A_k b_k + c \right]^T b_j \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{j=0}^J \| b_j \|_{A_j}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^J \| b_j \|_{A_j}^2 + \sum_{j=0}^J \left[\sum_{k=0}^{j-1} A_k b_k + c \right]^T b_j \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{j=0}^J \| b_j \|_{A_j}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^J \left[\| A_j b_j \|_{A_j^{-1}}^2 + 2 \left\{ \sum_{k=0}^{j-1} A_k b_k + c \right\}^T A_j^{-1} \{ A_j b_j \} \right. \\
 &\quad \left. + \| \sum_{k=0}^{j-1} A_k b_k + c \|_{A_j^{-1}}^2 - \| \sum_{k=0}^j A_k b_k + c \|_{A_{j+1}^{-1}}^2 \right] - \frac{1}{2} \| c \|_{A_0^{-1}}^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \| \sum_{j=0}^J A_j b_j + c \|_{A_{j+1}^{-1}}^2 \\
 &= \left\{ \| \sum_{j=0}^J A_j b_j + c \|_{A_{j+1}^{-1}}^2 + \sum_{j=0}^J \| b_j \|_{A_j}^2 - \| c \|_{A_0^{-1}}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{j=0}^J \| \sum_{k=0}^j A_k b_k + c \|_{[A_j^{-1} - A_{j+1}^{-1}]}^2 \right\} / 2
 \end{aligned}$$

(証明終)

なお、以後の超安定性の解析では、 A_j 、 b_j 、 c はそれぞれ (5. 2 2) 式のゲイン G_j 、(5. 2 2) 式の入力に関する $F_j s_j$ 、(5. 2 3) 式の状態変数初期値 r_0 に対応して用いる。

5. 3. 2 超安定性の証明

ここでは、提案した 6 種類の多変数適応アルゴリズム M P H I - 1 から M P H I - 6 の超安定性について、補題 5. 2 で提案した等式を用いて統一的に議論する。

〔定理 5. 1〕 (M P H I の超安定性)

提案した多変数適応アルゴリズム M P H I - 1 から M P H I - 6 は Table 5. 3 の $H_L(z^{-1})$ が強正実であるならば漸近超安定、 \tilde{v}_j^0 、 $\tilde{v}_{e,j}^0$ 、 $\tilde{v}_{e,j}^i \rightarrow 0 (j \rightarrow \infty)$ 、である。

(証明)

超安定性を証明するためには、Fig. 5. 4 に示すように伝達行列 $H_L(z^{-1})$ を有

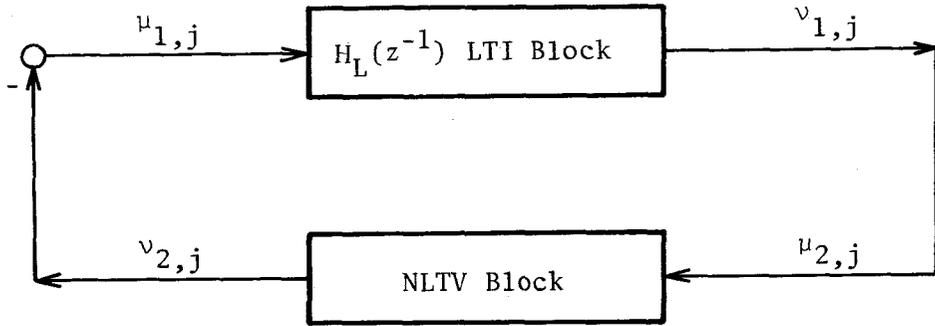


Fig. 5.4 Hyperstability problem for the MPHIs.

する線形時不変 (L T I) フィードフォワードブロックと非線形時変 (N L T V) フィードバックブロックに適応アルゴリズムをブロック化する必要がある。そのため、変数を Table 5. 3 のように設定することにより、各々のアルゴリズムをブロック化する。ただし、次の定義を用いた。

$$\begin{aligned}\tilde{W}_j &\triangleq \hat{W}_j - W^* \\ \tilde{W}_{e,j} &\triangleq \hat{W}_{e,j} - W_e^* \\ W_e^* &\triangleq [W^{*T} : A_1^{*T}, \dots, A_p^{*T}]^T\end{aligned}$$

まず、Table 5. 1 の強正実条件 (s. p. r. condition) の項に示したように L T I フィードフォワードブロックの伝達行列 $H_L(z^{-1})$ に強正実性を条件付ける。これにより、L T I フィードフォワードブロックの超安定性を得る。

次に、入力 $\mu_{2,j} (= \nu_{1,j})$ 、出力 $\nu_{2,j} (= -\mu_{1,j})$ を有する N L T V フィードバックブロックの超安定性を Popov 不等式を満足させることにより証明する。M P H I - 1 から M P H I - 6 に関する Table 5. 3 の変数定義を用いると、N L T V フィードバックブロックは次式により表現できる。

$$s_j = \mu_{2,j} - \alpha \nu_{2,j} / 2\lambda \quad (5. 21)$$

$$r_{j+1} = r_j + G_j F_j s_j \quad (5. 22)$$

$$\begin{aligned}\nu_{2,j} &= F_j^T r_{j+1} \\ &= F_j^T \left[\sum_{k=0}^j G_k F_k s_k + r_0 \right] \quad (5. 23)\end{aligned}$$

ここに、 α は Table 5. 3 に示すように非減少ゲインと減少ゲインを区別するため

Table 5.3 Corresponding variables to the hyperstability problem in Fig. 5.4.

algorithm variable		MPHI-1	MPHI-2	MPHI-3	MPHI-4	MPHI-5	MPHI-6
$H_L(z^{-1})$		$C(z^{-1})A^*(z^{-1})^{-1}$	I	I	$C(z^{-1})A^*(z^{-1})^{-1} - I/2\lambda$	$I - I/2\lambda$	$I - I/2\lambda$
Feed-forward	input $\mu_{1,j}$	$-\tilde{W}_{j+1}^T Z_j^0$	$\tilde{v}_{e,j}^0$	$\tilde{v}_{e,j}^i$	$-\tilde{W}_{j+1}^T Z_j^0$	$\tilde{v}_{e,j}^0$	$\tilde{v}_{e,j}^i$
	output $\nu_{1,j}$	\tilde{v}_j^0	$\tilde{v}_{e,j}^0$	$\tilde{v}_{e,j}^i$	\tilde{v}_j^0	$(1-1/2\lambda)\tilde{v}_{e,j}^0$	$(1-1/2\lambda)\tilde{v}_{e,j}^i$
Feedback	input $\mu_{2,j}$	\tilde{v}_j^0	$\tilde{v}_{e,j}^0$	$\tilde{v}_{e,j}^i$	\tilde{v}_j^0	$(1-1/2\lambda)\tilde{v}_{e,j}^0$	$(1-1/2\lambda)\tilde{v}_{e,j}^i$
	output $\nu_{2,j}$	$\tilde{W}_{j+1}^T Z_j^0$	$\tilde{W}_{e,j+1}^T Z_{e,j}^0$	$\tilde{W}_{e,j+1}^T Z_{e,j}^i$	$\tilde{W}_{j+1}^T Z_j^0$	$\tilde{W}_{e,j+1}^T Z_{e,j}^0$	$\tilde{W}_{e,j+1}^T Z_{e,j}^i$
scalar α		0	0	0	1	1	1
vector r_j		$cs(\tilde{W}_j)$	$cs(\tilde{W}_{e,j})$	$cs(\tilde{W}_{e,j})$	$cs(\tilde{W}_j)$	$cs(\tilde{W}_{e,j})$	$cs(\tilde{W}_{e,j})$
matrix F_j		$I \otimes Z_j^0$	$I \otimes Z_{e,j}^0$	$I \otimes Z_{e,j}^i$	$I \otimes Z_j^0$	$I \otimes Z_{e,j}^0$	$I \otimes Z_{e,j}^i$
matrix G_j		$I \otimes \Gamma_j$	$I \otimes \Gamma_{e,j}$	$I \otimes \Gamma_{e,j}$	$I \otimes G_j^0$	$I \otimes G_{e,j}^0$	$I \otimes G_{e,j}^i$
$G_j^{-1} - G_{j+1}^{-1}$		nonnegative definite	nonnegative definite	nonnegative definite	$-F_j F_j^T / \lambda$	$-F_j F_j^T / \lambda$	$-F_j F_j^T / \lambda$

の変数である。Popov 不等式を評価するためにフィードバックブロックの入出力積和を計算すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^J \{\nu_{2,j}\}^T \{\mu_{2,j}\} &= \sum_{j=0}^J \{\nu_{2,j}\}^T \{s_j\} + \alpha \sum_{j=0}^J \{\nu_{2,j}\}^T \{\nu_{2,j}/2\lambda\} \\ &= \sum_{j=0}^J \left\{ \left(\sum_{k=0}^j G_k F_k s_k + r_0 \right)^T F_j s_j \right\} + \alpha \sum_{j=0}^J \|\nu_{2,j}\|^2 / 2\lambda \end{aligned} \quad (5.24)$$

これより補題 5.2 で提案した等式を用いることができ、Table 5.3 の変数定義ならびに減少ゲイン ($\alpha = 1$) の場合の適応ゲイン定義 (5.19) 式を用いることにより、NLTV フィードバックブロックに関する Popov 不等式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^J \{\nu_{2,j}\}^T \{\mu_{2,j}\} &= \left\{ \|r_{J+1}\|_{G_{J+1}}^2 + \sum_{j=0}^J \|F_j s_j\|_{G_j}^2 - \|r_0\|_{G_0}^2 \right\} / 2 \\ &\quad + (1-\alpha) \sum_{j=0}^J \|r_{j+1}\|_{\{G_j^{-1} - G_{j+1}^{-1}\}}^2 / 2 \\ &\quad + \alpha \sum_{j=0}^J \left\{ \|r_{j+1}\|_{\{-F_j, F_j^T\}}^2 + \|\nu_{2,j}\|^2 \right\} / 2\lambda \\ &\geq -\|r_0\|_{G_0}^2 / 2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

これまでの議論により、フィードフォワードブロックとフィードバックブロックのそれぞれの超安定性が示された。したがって、全体のシステムは漸近超安定であり、 $\nu_{1,j} \rightarrow 0$ ($j \rightarrow \infty$) が証明された。

(証明終)

なお、ここでの証明は補題 5.2 を用いたが、状態 r_j を介さずに補題 5.3 を直接用いても証明できる。また、本定理の証明では超安定理論の流れに即した表現を用いたが、その本質的な流れは強正実条件をパワスペクトルの立場から入出力に関係づけ、 $\sum \nu_j^2 < \infty$ ならば $\nu_j \rightarrow 0$ の性質を用いていることに他ならない。

5.3.3 パラメータ収束のための入力条件

これまで一変数系についての入力条件は種々考察されている。しかしながら、多変数系においては直並列モデルの状態が入手可能な場合¹²⁴⁾ や並列同定モデルの立

場²⁴⁾から議論されているものの、いずれも状態方程式を用いる必要があり、入出力方程式の次数を考慮した入力条件が議論されていなかった。ここでは、入出力方程式の立場から提案したMPHIのパラメータ収束のための入力条件を議論する。

〔補題 5. 4〕

MPHI-1からMPHI-6による推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1}\hat{B}(z^{-1})$ は、固定補償器 $C(z^{-1})$ が安定に選ばれるならば、また、適応補償器 $\hat{C}(z^{-1})$ が安定領域へ収束するならば、次の条件のもとで真の伝達行列 $A^*(z^{-1})^{-1}B^*(z^{-1})$ へ収束する。

(入力条件) Z_j^* の要素が一次独立。すなわち、 N 次元入力 x_j は各要素が独立で、各々 $(pM+q+1)/2$ 個以上の異なった周波数成分を含む。

(証明)

定理 5. 1 によって一般化誤差が0へ収束することが示されたため、適応アルゴリズムにおける推定パラメータ \hat{W}_j は何らかの行列へ収束する。このとき、定常状態の挙動を考察すると、まず一般化誤差の定義より次の表現を得る。

$$\tilde{v}_j^0 = C(z^{-1})\tilde{e}_j^0 \quad (5. 26)$$

$$\tilde{v}_{e,j}^0 = \hat{C}(z^{-1})\tilde{e}_j^0 \quad (5. 27)$$

$$\tilde{v}_{e,j}^i = \hat{C}(z^{-1})\tilde{e}_j^i \quad (5. 28)$$

したがって、補題の仮定である $C(z^{-1})$ ならびに $\hat{C}(z^{-1})$ の安定性より $\tilde{e}_j^0 \rightarrow 0$ ならびに $\tilde{e}_j^i \rightarrow 0$ を得る。これより、 $\hat{y}_j^0 \rightarrow y_j^*$ 、 $\hat{y}_j^i \rightarrow y_j^*$ 、すなわち $Z_j^0 \rightarrow Z_j^*$ 、 $Z_j^i \rightarrow Z_j^*$ の性質を用いることができ、

$$\tilde{e}_j^0 = \tilde{e}_j^i = -\hat{W}^T Z_j^* = 0 \quad (5. 29)$$

$$\hat{W} \triangleq \hat{W} - W^*$$

の関係を得ることができる。ただし、 \hat{W} は \hat{W}_j の収束した行列とする。

誤差が0になる性質とパラメータ推定誤差を関係づけるために、 \hat{W} 内の係数行列 \hat{B}_k 、 \hat{A}_k を用いて次の変数を定義しておく。

$$\tilde{A}_k \triangleq \hat{A}_k - A_k^* \quad (k = 1, 2, \dots, p)$$

$$\tilde{B}_k \triangleq \hat{B}_k - B_k^* \quad (k = 0, 1, \dots, q)$$

$$\{\text{adj } A^*(z^{-1})\} \{B^*(z^{-1})\} \triangleq \Lambda_0 + \Lambda_1 z^{-1} + \dots + \Lambda_{pM-p+q} z^{-pM+p-q}$$

$$\det A^*(z^{-1}) \triangleq 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{pM} z^{-pM}$$

これより、(5. 29)式の関係は次のように表現できる。

$$\begin{aligned}
\tilde{W}^T Z_j^* &= \frac{1}{\det A^*(z^{-1})} \tilde{W}^T \begin{bmatrix} \{ \det A^*(z^{-1}) \} I z^0 \\ \vdots \\ \{ \det A^*(z^{-1}) \} I z^{-q} \\ \{ \text{adj} A^*(z^{-1}) \} \{ B^*(z^{-1}) \} z^{-1} \\ \vdots \\ \{ \text{adj} A^*(z^{-1}) \} \{ B^*(z^{-1}) \} z^{-p} \end{bmatrix} x_j \\
&= \frac{1}{\det A^*(z^{-1})} \{ \tilde{B}_0^T, \dots, \tilde{B}_q^T, \tilde{A}_1^T, \dots, \tilde{A}_p^T \} \begin{bmatrix} I & a_1 I & \dots & a_{pM} I & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & I & a_1 I & \dots & a_{pM} I & 0 \\ \Lambda_0 & \Lambda_1 & \dots & \Lambda_{pM-p+q} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \Lambda_0 & \Lambda_1 & \dots & \Lambda_{pM-p+q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^0 I \\ z^{-1} I \\ \vdots \\ \vdots \\ z^{-pM-q} I \end{bmatrix} x_j \\
&\hspace{15em} (5.30)
\end{aligned}$$

したがって、補題の入力条件が満たされれば推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1})$ は真の伝達行列 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ へ収束することが分かる。

(証明終)

[補題 5.5]

M P H I - 2, 3, 5, 6 による推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1})$ は $\hat{A}(z^{-1})$ を安定領域へ保持する限り、次の条件のもとで真の伝達行列 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ へ収束する。

(入力条件) 入力系列は独立。

(証明)

いま、一般化誤差が 0 へ収束した後の挙動について議論しているため、推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1})$ は何らかの定まった伝達行列へ収束している。仮定より $A^*(z^{-1})$ は安定であり、また $\hat{A}(z^{-1})$ が安定な場合を考察しているため、一般化誤差は次のように表現できる。なお、ここでは自明な添字は略記する。

$$\begin{aligned}
\tilde{v}_j &= \hat{C}(z^{-1}) e_j \\
&= \hat{C}(z^{-1}) \{ A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1}) - \hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1}) \} x_j \\
&= \hat{C}(z^{-1}) \{ \sum F_k^* z^{-k} - \sum \hat{F}_k^T z^{-k} \} x_j \\
&= \hat{C}(z^{-1}) \{ \sum \tilde{F}_k^T z^{-k} \} x_j
\end{aligned}$$

$$= \{ \tilde{F}_0^T + (\tilde{F}_1^T + \hat{C}_1^T \tilde{F}_0^T) z^{-1} + \dots + (\tilde{F}_{p-1}^T + \dots + \hat{C}_{p-1}^T \tilde{F}_0^T) z^{-p+1} \\ + \sum (\tilde{F}_{p+k}^T + \hat{C}_1^T \tilde{F}_{p+k-1}^T + \dots + \hat{C}_p^T \tilde{F}_k^T) z^{-p-k} \} x_j$$

ここに,

$$A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k^{*T} z^{-k}, \hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{F}_k^T z^{-k}, \Sigma \triangleq \sum_{k=0}^{\infty}, \tilde{F}_k \triangleq F_k^* - \hat{F}_k$$

したがって, 補題の入力条件が満足されるならば $\tilde{v}_j = 0$ より $\tilde{F}_k = 0$ ($k = 0, 1, \dots$) と結論でき, 推定伝達行列 $\hat{A}(z^{-1})^{-1} \hat{B}(z^{-1})$ は真の伝達行列 $A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1})$ へ収束することが分かる。

(証明終)

以上, M P H I - 1 から M P H I - 6 のパラメータ収束のための入力条件を議論した。このとき, 設計者が強正実条件の範囲で自由に設定できる固定補償器として通常安定多項式が選ばれるため, M P H I - 1 と M P H I - 4 は補題 5. 4 の入力条件のみ必要となる。適応補償器 $\hat{C}(z^{-1})$ を有する M P H I - 2, 3, 5, 6 はほとんどの場合 $\hat{C}(z^{-1})$ が安定領域へ収束するものの, その安定領域への収束が現在のところ証明されていないため, $\hat{C}(z^{-1})$ が不安定領域へ収束するかも知れないことを考慮して補題 5. 5 を追加した。また, 補題 5. 5 における $\hat{A}(z^{-1})$ の安定領域への保持は, 後述の数値例による検証から分かるように, 安定システムの同定であればほぼ満足される。

5.4 超安定理論に基づく適応アルゴリズムの応用

5.4.1 数値計算による収束性の検証

ここでは, 減少ゲインを有する適応アルゴリズムの収束性を数値計算により検証する。特に,

$$H^*(z^{-1}) = \frac{1}{A^*(z^{-1})} = \frac{1}{1 - a_1^* z^{-1} - a_2^* z^{-2}}$$

により表現される 2 次のスカラ系を対象とし, (a_1^*, a_2^*) の値の違いにより適応アルゴリズムの収束性がどのように変化するかを視覚的に表現する。

数値計算として, 安定領域内で (a_1^*, a_2^*) の値を変化させ, それぞれの未知パラ

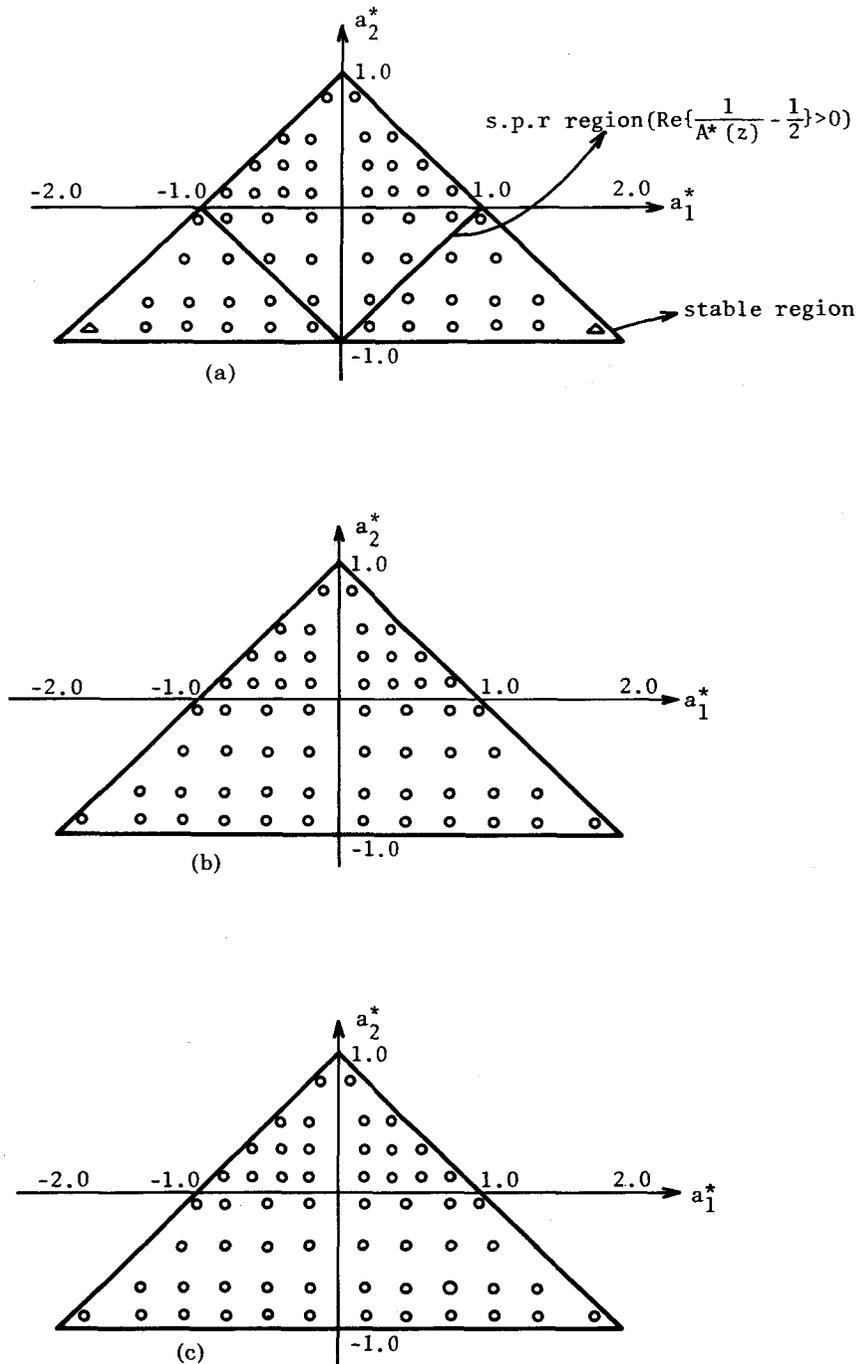


Fig. 5.5 Comparison of identification results for stable parameter pairs (a_1^*, a_2^*) by using (a) SPHI-4 ($\lambda=1, \widehat{W}_0=0, G_0^o=100I$), (b) SPHI-5 ($\lambda=1, \widehat{W}_{e,0}=0, G_{e,0}^o=100I$) and (c) SPHI-6 ($\lambda=1, \widehat{W}_{e,0}=0, G_{e,0}^i=100I$). [$\circ: 10^{-14} < \|\widetilde{W}\|^2 < 10^{-4}$, $\triangle: 10^{-4} < \|\widetilde{W}\|^2 < 10^{-2}$].

メータベクトル $W^* \triangleq [a_1^*, a_2^*]^T$ と時刻 $j=5000$ における推定パラメータベクトル $\hat{W} \triangleq [\hat{a}_1, \hat{a}_2]^T$ の差の平方ノルム $\|\tilde{W}\|^2 \triangleq \|\hat{W} - W^*\|^2$ を評価した。その結果を Fig. 5. 5 に図示している。ただし、固定または増加ゲインの使用の際にはパラメータ推定精度がそのゲイン値に大きく依存するため、減少ゲインを有する適応アルゴリズム（一変数系のため SPHI-4, 5, 6 と略記）のみ比較の対象とした。図において、三角形の領域は $H^*(z^{-1})$ の安定領域であり、正方形の領域は SPHI-4 が収束するための十分条件である強正実領域を表わしている。

Fig. 5. 5 の結果を見て分かるように、同定入力として白色雑音系列 $N(0, 1)$ を適用した結果、ほとんどの未知パラメータ組 (a_1^*, a_2^*) に対して精度良く推定が行われた。しかしながら、SPHI-4 では正方形で示された強正実領域しか収束の保証がなく、その領域から離れた未知パラメータ組に対しては推定精度が悪くなっている（図中△印）。逆に、事前出力のみを用いた SPHI-6 (MPHI-6) は、事後および中間出力を必要としている SPHI-5 (MPHI-5) と比較してその推定精度がほとんど変わらない。そのため、計算量が少ない分だけ事前出力のみを用いた適応アルゴリズム (MPHI-6) を用いる方が得策と思える。なお、推定パラメータがほぼ真値へ収束していることより、安定な未知システム伝達関数の分母多項式 $A^*(z^{-1})$ に対する推定分母多項式 $\hat{A}(z^{-1})$ は安定領域へ留まっていることが分かった。これより、補題 5. 5 において議論した $\hat{A}(z^{-1})$ を安定領域へ保持する仮定の妥当性が確認された。

5.4.2 多変数システム同定数値例

ここでは、超安定理論に基づく多変数適応アルゴリズムにおいて、固定補償器と適応補償器、また事後・中間出力と事前出力の違いにより適応過程がどのように異なるかを調べる。このとき、ゲイン選定が推定結果に影響を与えることを避けるために減少ゲインを用い、MPHI-4 から MPHI-6 による多変数システムのパラメータ推定結果を比較する。なお、同定すべき多変数システムとして、次式の入出力関係により表わされるシステムを採用する。

$$y_j^* = B_0^{*T} x_j + B_1^{*T} x_{j-1} + B_2^{*T} x_{j-2} + A_1^{*T} y_{j-1}^* + A_2^{*T} y_{j-2}^* = W^{*T} Z_j^*$$

$$W^{*T} \triangleq [B_0^{*T}, B_1^{*T}, B_2^{*T}, A_1^{*T}, A_2^{*T}]$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.24 & 0.58 & -0.37 & 0.05 & -0.40 & 0.60 & -0.21 & 0.45 \\ 0.0 & 1.0 & -0.50 & 0.19 & 0.36 & -0.28 & -0.37 & 0.65 & 0.25 & -0.17 \end{bmatrix}$$

このとき、多変数システムの伝達行列

$$H(z^{-1}) = A^*(z^{-1})^{-1} B^*(z^{-1}) = [R(z^{-1}) A^*(z^{-1})]^{-1} [R(z^{-1}) B^*(z^{-1})]$$

において、分母多項式行列の最高次の係数行列を単位行列に保持させながら次数を増加させないユニモジュラ行列 $R(z^{-1})$ は、いま扱っている例題の場合単位行列のみとなっている。したがって、この場合にはパラメータ行列要素推定の一意性は保証されるが、通常の変数系に対する行列因数分解表現ではパラメータ推定結果の一意性が満たされないため、次式の特性多項式を用いた表現も考慮する。

$$y_j^* = \frac{\text{adj}\{A^*(z^{-1})\} B^*(z^{-1})}{\det A^*(z^{-1})} x_j \triangleq \frac{N^*(z^{-1})}{d^*(z^{-1})} x_j$$

$$N^*(z^{-1}) \triangleq \mathbf{N}^{*T} [I, z^{-1} I, \dots, z^{-4} I]^T$$

$$d^*(z^{-1}) \triangleq 1 - \mathbf{d}^{*T} [z^{-1}, \dots, z^{-4}]^T$$

$$\mathbf{N}^{*T} \triangleq \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & -0.41 & 1.18 & -0.656 & 0.237 & 0.272 & -0.016 & 0.099 & -0.118 \\ 0.0 & 1.0 & -0.87 & 0.59 & 0.321 & -0.209 & 0.236 & 0.054 & -1.017 & -0.046 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}^{*T} \triangleq [0.25 \quad -0.342 \quad 0.052 \quad 0.077]$$

これら 2 種類の表現を利用し、次に示す二つの推定誤差評価を用いて多変数システムの同定結果を比較した。

$$J_w(j) \triangleq \|\hat{\mathbf{W}}_j - \mathbf{W}^*\|^2 / \|\hat{\mathbf{W}}_0 - \mathbf{W}^*\|^2$$

$$J_d(j) \triangleq \{\|\hat{\mathbf{N}}_j - \mathbf{N}^*\|^2 + \|\hat{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}^*\|^2\} / \{\|\hat{\mathbf{N}}_0 - \mathbf{N}^*\|^2 + \|\hat{\mathbf{d}}_0 - \mathbf{d}^*\|^2\}$$

ただし、推定パラメータ初期値として $\hat{\mathbf{W}}_0 = 0$ を設定し、ノルムとしてユークリッドノルムを用いた。また、ゲイン行列初期値として $100 I$ を採用し、同定入力は擬似白色雑音 $N(0, I)$ を適用した。これらの設定のもとに行った M P H I - 4 から M P H I - 6 に対する推定誤差評価 $J_w(j)$, $J_d(j)$ を Table 5. 4 に比較する。

事後出力を基礎としている M P H I - 4, 5 と事前出力を基礎としている M P H I - 6 は (5. 19) 式により構成するゲイン行列の初期値の意味が違うため正確には直接比較できない。これを無視して Table 5. 4 の結果を調べると、M P H I - 6, 4, 5 の順に精度が向上していることが分かる。未知パラメータ行列 \mathbf{W}^* に関する推定誤差評価 $J_w(j)$ では三者ともほとんど差はないが、特性多項式表現に関する誤差評価 $J_d(j)$ では事後・中間出力を有する M P H I - 4, 5 の方が精度が良

Table 5.4 Identification result of multivariable system by using MPHI-4 to MPHI-6.

	$J_w(j)$			$J_d(j)$		
	$J_w(0)=4.4449/4.4449$			$J_d(0)=5.6458/5.6458$		
	MPHI-4	MPHI-5	MPHI-6	MPHI-4	MPHI-5	MPHI-6
j= 50	0.01556	0.01581	0.01748	0.00236	0.00245	0.01250
100	0.00363	0.00299	0.00317	0.00038	0.00020	0.00242
150	0.00144	0.00124	0.00124	0.00009	0.00009	0.00093
200	0.00062	0.00058	0.00062	0.00005	0.00005	0.00050
250	0.00038	0.00035	0.00037	0.00004	0.00003	0.00031
300	0.00025	0.00024	0.00025	0.00002	0.00002	0.00019
350	0.00017	0.00017	0.00017	0.00002	0.00002	0.00013
400	0.00012	0.00012	0.00013	0.00001	0.00001	0.00009
450	0.00009	0.00009	0.00010	0.00001	0.00001	0.00007
500	0.00008	0.00008	0.00009	0.00001	0.00001	0.00006

くなっている。これは、アルゴリズム構成が W^* 表現から構成されているため、特性多項式を用いた表現へ変換する際 $A^*(z^{-1})$ パラメータに対する推定精度の違いが影響したためと考えられる。ただし、固定補償器を有する MPHI-4 は強正実条件を必要とするため、正実条件を必要とせず計算量を減少させる観点から事前出力を基礎とした MPHI-3, 6 が有効である。

5.4.3 観測機器異常の検知問題への応用

第2章で議論した Fig. 2. 4 の異常検知手法については、すでに4. 4. 2において一変数系の信号系列の異常に対する検知問題として考察した。ここでは、Fig. 2. 2 の多変数システム同定手法を用いて観測雑音の変化を抽出し、プラント情報を測定している観測機器の異常を検知する問題を考察する。特に、観測値ベクトルが2次元の場合を扱い、一方のセンサのみ故障が発生していてもそれを検知できる

ことを数値例により示す。

応答誤差規範適応アルゴリズムは、方程式誤差規範適応アルゴリズムと違い、パラメータ推定値が観測雑音からの影響を受けにくい構造となっている。この特徴と Fig. 2. 2 の多変数システム同定手法を併用することにより、プラント出力を観測している機器の異常を検知することができる。

Fig. 5. 6 はプラント出力の第 1 要素 d_j^1 のみに観測機器の異常として観測雑音を重畳させた波形である。なお、雑音は $j=60$ から $j=80$ において重畳させた。

このとき、Fig. 5. 6 の情報のみでは観測機器に異常が発生しているかどうか判定できない。この情報に M P H I - 6 を組み込んだ Fig. 2. 2 の多変数システム同定手法を適用すると、異常検知結果として Fig. 5. 7 の波形を得た。これにより、一方のセンサのみに異常が発生してもそれを明確に検知することができた。

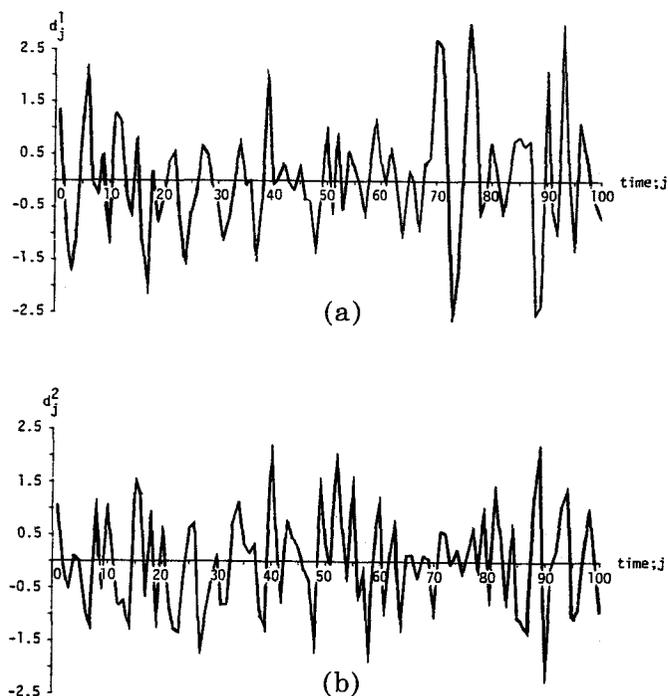


Fig. 5.6 Plant output $d_j = [d_j^1, d_j^2]^T$, where the first measurement apparatus (d_j^1) goes wrong from $j=60$ to $j=80$.

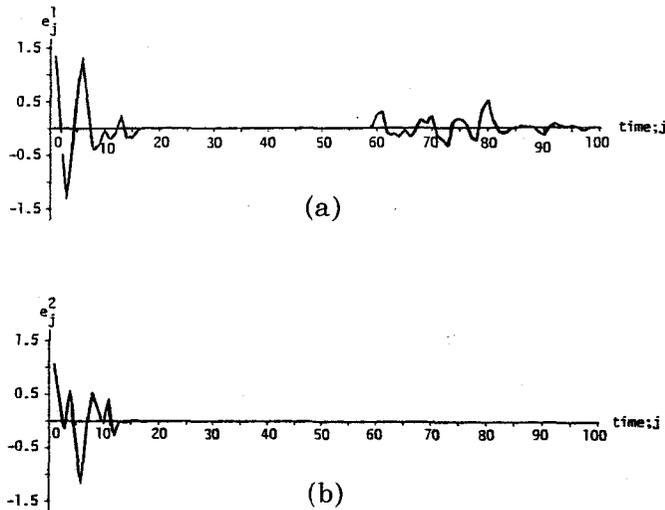


Fig. 5.7 Detection output $e_j = [e_j^1, e_j^2]^T$ for the wrong phenomena shown in Fig. 5.6.

5.4.4 大気汚染質への応用

本章で提案した超安定理論に基づく適応アルゴリズムの実データ処理における有効性を調べるために、徳島県の4地点で測定された4種類の大気汚染データの異常検知を行う。なお、4.4.3においても大気汚染質を取り扱ったが、ここでは特に多変数系による適応フィルタリングを用いる。

対象とする測定局はFig. 5.8に示される松茂、藍住、北島、川内の4測定局であり、大気汚染データとして1975年9月1日より10月31日までに測定されたNO、NO₂、O_x、SO₂の4種類の1時間積分値データを用いる。なお、北島測定局の近くには小規模ながら化学工場が点在しており、松茂測定局の東には徳島空港がある。また、松茂および川内の両測定局は徳島と高松を結ぶ国道11号線に位置しており自動車排ガスの影響も無視できない。

多地点で測定された大気汚染データを評価する場合は風による影響も調べる必要がある。対象期間である1975年秋の各方位ごとの平均風速と風配図を調べてみると次の結果を得た。まず、平均風速はどの方位についてもほぼ同じであった。風

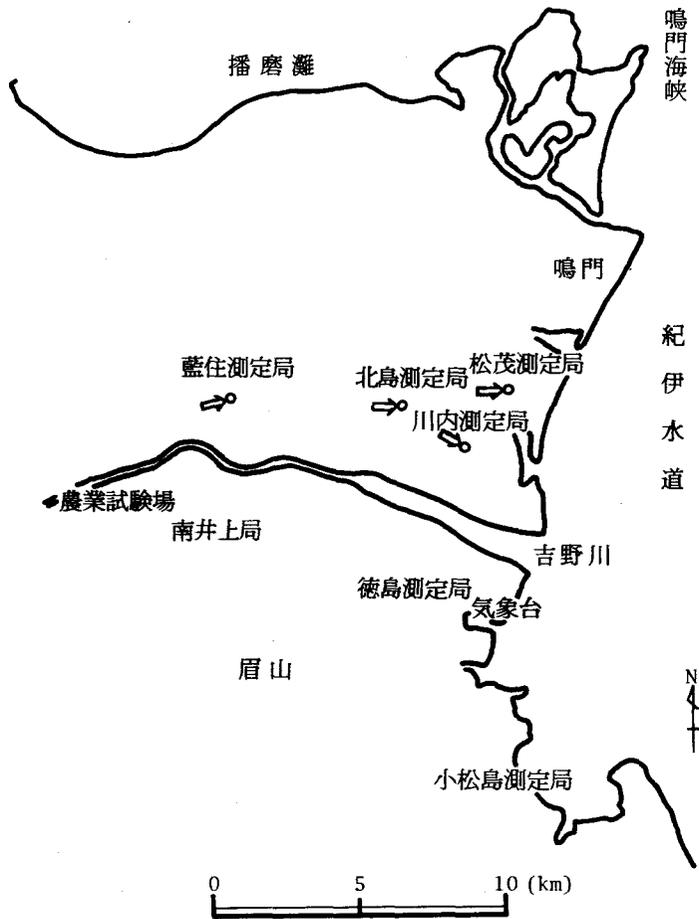


Fig. 5.8 Map of monitoring stations in Tokushima.

配図からは西風の影響が強いことが分かり、特に夜間にその傾向が強く現われた。各測定局において一番頻度が多かった風向をFig. 5. 8に示している。これらの事実より、松茂および川内測定局の観測データは国道を通過する車の排気ガスとともに北島付近で発生する工場排煙等から影響を受けているものと思える。

各測定局において測定した同種の汚染データ間の相関ならびに同一測定局における4種類の汚染データ間の相関を調べてみると次の状況が把握された。まず、同種の大気汚染データに関する相関では松茂・川内間の相関が一番大きく、次いで北島・松茂間または北島・川内間の順となっている。また、全般的に相関係数値は NO_2 および O_x に関する場合が大きく、 SO_2 についてはあまり大きな相関係数値は得られなかった。さらに、 NO は化学的に不安定であるため NO_2 に関してよりも相関係係

数の値が全般的に小さくなっている。一方、同じ測定局内の4種類の汚染データ間の相関係数を調べてみると、NOとNO₂の間の相関係数値がいずれの測定局においても高く、他は低い値となっている。これについては両者の化学変化構造からも推測できる。

次に、それぞれの汚染物質に関する自己相関係数の系列を調べてみた。このとき、O_xについてはいずれの測定局データに関しても類似な自己相関係数の系列を得たが、SO₂については北島と松茂の相関系列が似かよったパターンとなった。しかしながら、NO_xについてはどの測定局データから求めた相関系列も特徴を捉えにくく、特にNOについては場所ごとに異なる性質が認められた。

以上の状況を考慮し、以下では化学的に不安定なNOデータに対する異常検知問題を考察する。特に、多変数系として同一測定局における4種類の大気汚染データを用いる場合と、同種の大気汚染物質の4測定局データを用いる場合の異常検知結果を、一変数系による検知結果と比較する。なお、各時刻における検知能力を一定にするために固定ゲイン $\Gamma_{e,j} = 0.01I$ を採用し、分母・分子多項式行列が4変数5次のMPHI-3を用いた。また、異常検知システムはFig. 2. 4のシステムを用い、その遅れ z^{-6} は相関情報を加味して z^{-3} と設定した。

松茂、藍住、北島、川内それぞれにおいて測定されたNO汚染データに対する異常検知結果をFig. 5. 9からFig. 5. 12に示す。ここに、図(a)は各測定局で測定されたNO汚染データを示しており、図(b)は異常検知の対象としているデータのみを用いた一変数系による検知結果、図(c)は対応する測定局におけるNO、NO₂、O_x、SO₂汚染データを用いた4変数系による検知結果、図(d)は松茂、藍住、北島、川内のNO汚染データを用いた4変数系による検知結果を示している。さらに、図中の検知結果では、予測誤差標準偏差 σ_e を用いて $2\sigma_e$ および $3\sigma_e$ の閾値設定を行っており、これにより異常の程度を判断することができる。これらの図の中で特に注目すべきこととして、Fig. 5. 9からFig. 5. 12のいずれの検知結果においても、図(b)ならびに(d)に対応する一変数系ならびに同一汚染物質の4測定局データを用いた多変数系による予測誤差標準偏差よりも、図(c)に対応する同一測定局における4種類の大気汚染物質情報を用いた多変数系による予測誤差標準偏差の方がより小さくなっていることがあげられる。したがって、NO大気汚染データに対して異常検知を行う際には、同一測定局内の他の汚染物質からの

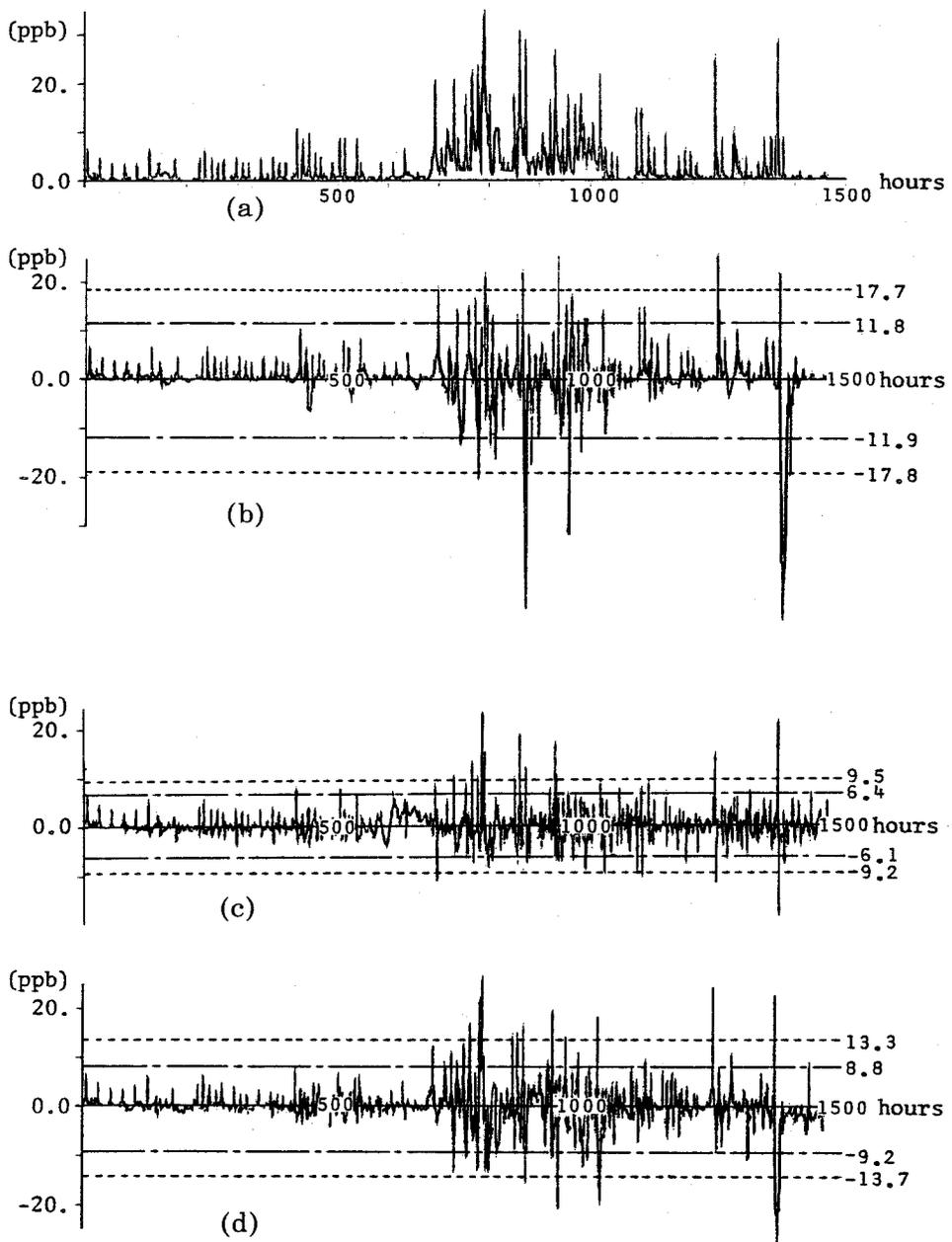


Fig. 5.9 (a) Raw NO data measured at Matsushige and detection output of extraordinary levels by using (b) only NO data at Matsushige, (c) four pollutants at Matsushige and (d) NO data at four monitoring stations.

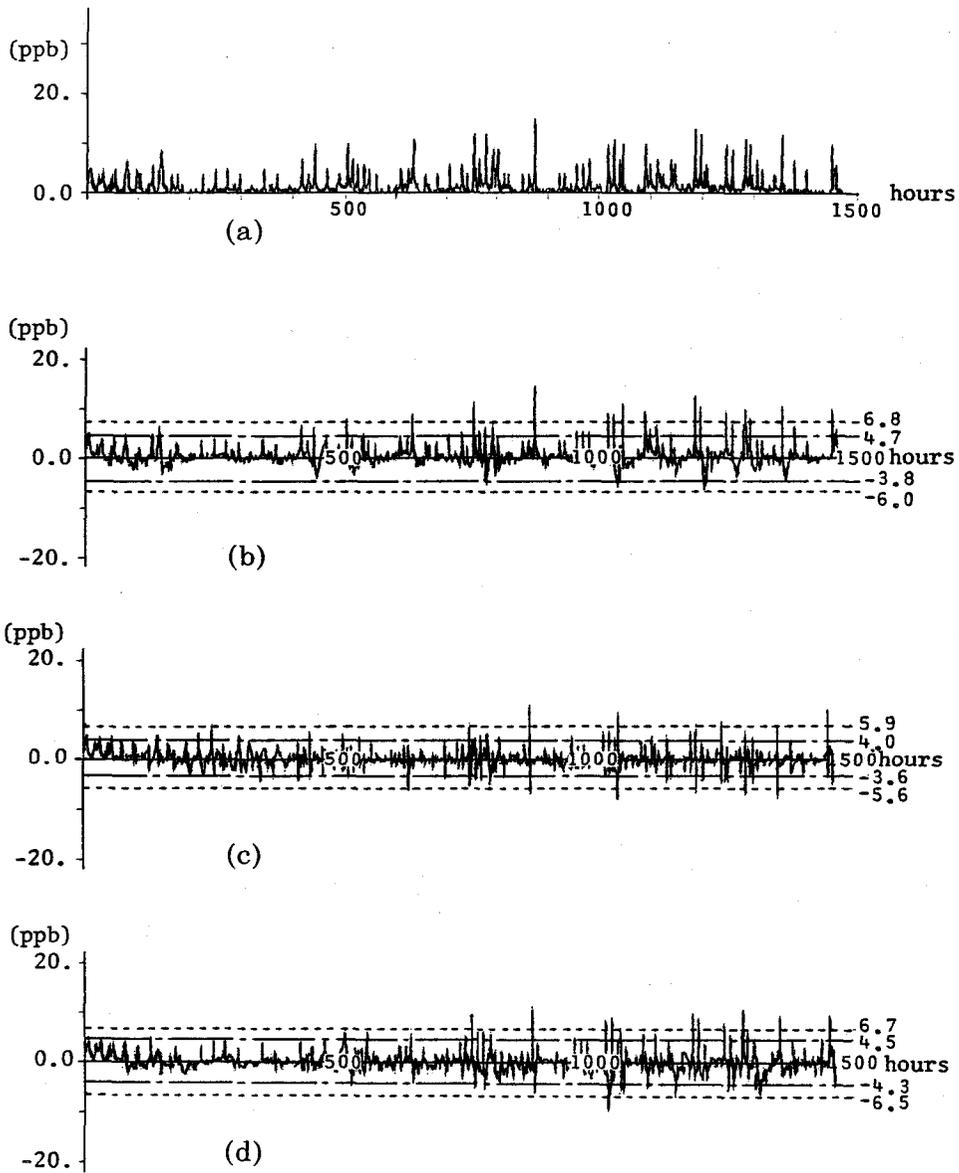


Fig. 5.10 (a) Raw NO data measured at Aizumi and detection outputs of extraordinary levels by using (b) only NO data at Aizumi, (c) four pollutants at Aizumi and (d) NO data at four monitoring stations.

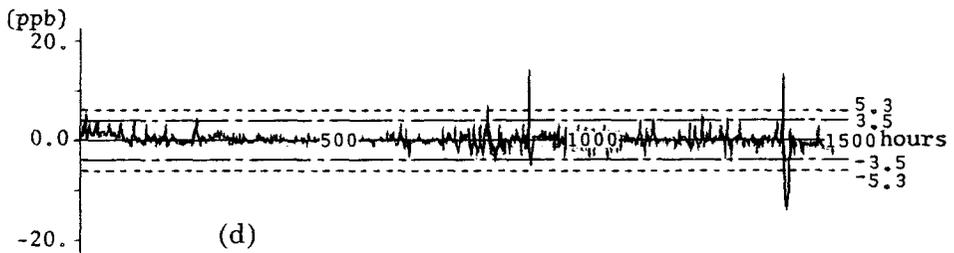
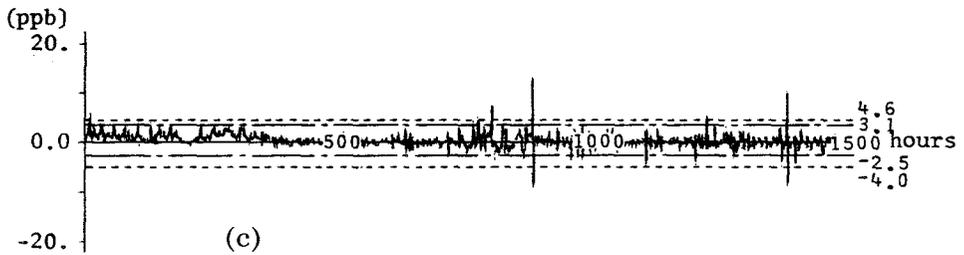
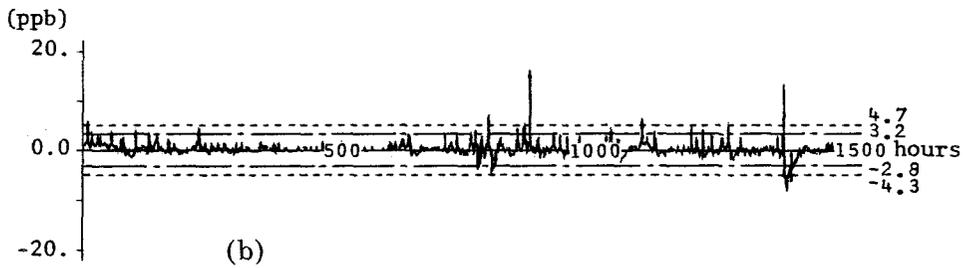
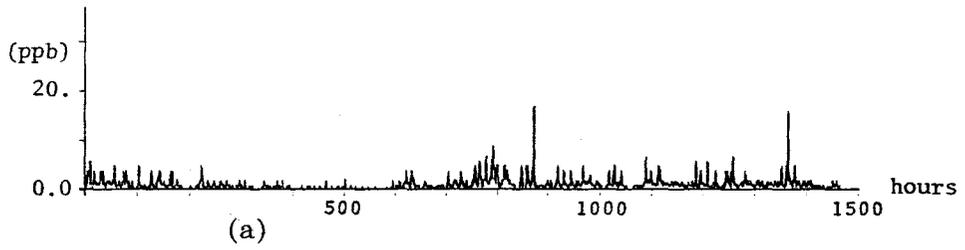


Fig. 5.11 (a) Raw NO data measured at Kitazima and detection outputs of extraordinary levels by using (b) only NO data at Kitazima, (c) four pollutants at Kitazima and (d) NO data at four monitoring stations.

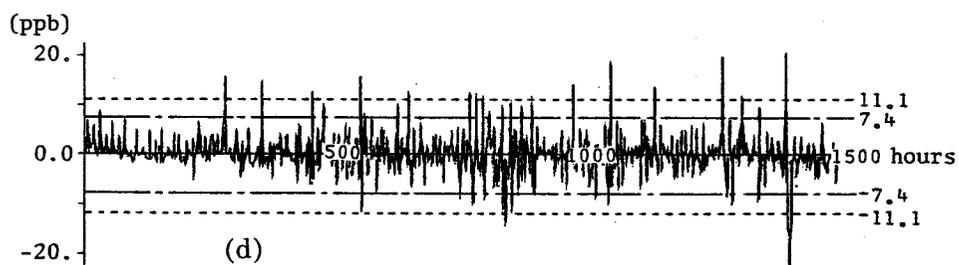
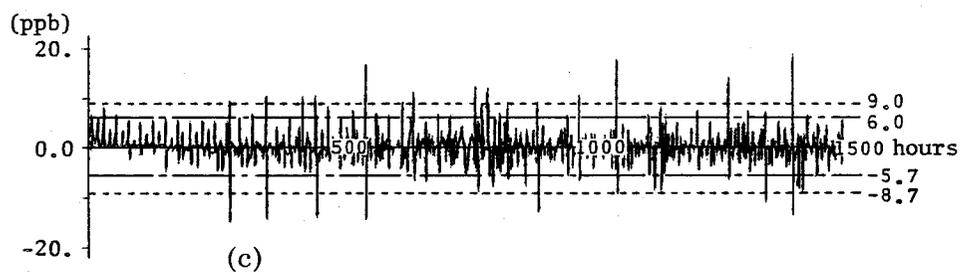
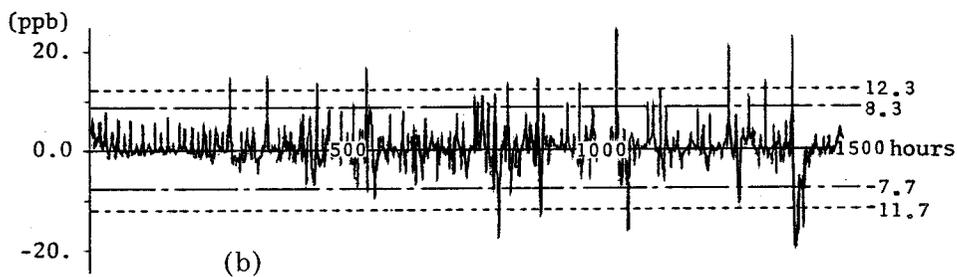
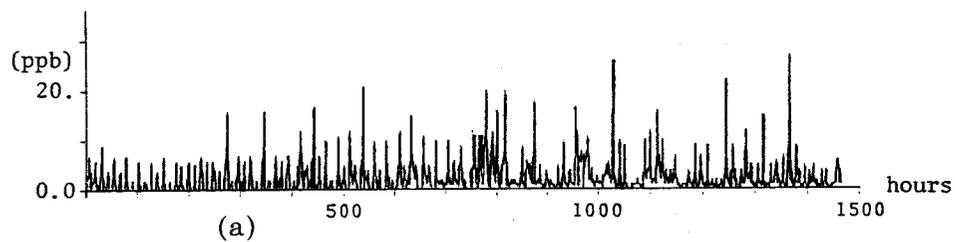


Fig. 5.12 (a) Raw NO data measured at Kawauchi and detection outputs of extraordinary levels by using (b) only NO data at Kawauchi, (c) four pollutants at Kawauchi and (d) NO data at four monitoring stations.

影響のみを考慮する方が異常検知結果をより明確に判断できる。またこれは、異なった測定局のNOデータ同士の相関よりも同じ測定局内のNOデータとNO₂データの相関の方が高くなっている事実にも合致している。以上、NO汚染データの異常検知に対して、同一測定局で測定された大気汚染質情報を利用することの有用性が認められた。なお、4.4.3における異常検知の議論と同様に、他の手法による検知結果も考慮して総合的な判断を下すことにより、より正確な異常検知が可能となる。

5.5 結 言

本章では、タップ遅延線素子構造を有する多変数適応フィルタを扱い、超安定理論に基づく多変数適応IIRフィルタリング手法について考察した。このとき、2.4で議論した分母多項式行列の最高次係数行列を単位行列に変換した多変数予測誤差同定モデル構造を利用することにより、6種類の適応アルゴリズムMPHI-1からMPHI-6を構成した。特に、従来の超安定理論に基づく応答誤差規範適応アルゴリズムでは事後出力と中間出力を同時に必要としていたが、新しく構成した増加・固定ゲインを有したMPHI-3と減少ゲインを有したMPHI-6は事前出力のみを必要としており、超安定性を満足しつつ計算量を減少させることができた。さらに、これまでの超安定性の証明においては、減少ゲインを有する適応アルゴリズムの場合発見的に行列を設定する必要のあるKalman-Yakubovichの補題を用いる必要があった。これを改良するために新しい等式を提案し、直接的な証明を可能とした。また、パラメータ推定のための入力条件についても考察した。提案した適応アルゴリズムの収束性を比較することを目的として、システム同定の数値計算を行った。これにより、適応補償器を用いたアルゴリズムは安定システムのパラメータをほぼ完全に推定することを確認できた。加えて、固定補償器を用いたアルゴリズムでは、その収束のための十分条件である強正実領域から離れたパラメータに対して収束が遅いことも確認した。最後に、多変数時系列モデリングを利用した大気汚染質の異常検知を考察したが、NO大気汚染データに対する異常検知では、化学的に密接な関係がある同じ測定局のNO₂大気汚染質情報を積極的に利用するこ

とにより精度の良い異常検知が可能となった。

なお、本章で考察した適応アルゴリズムは超安定理論に基づいて構成したため、確定系として収束性を解析した。応答誤差規範適応アルゴリズムの確率系としての収束性解析は現在までそれほど議論されておらず、わずかに S P H I - 4 に対して、 $C(z^{-1}) = 1$ の場合の O D E 手法による解析⁹⁵⁾、 $C(z^{-1}) = 1$ の場合の Martingale 理論による解析⁹⁶⁾、一般的な $C(z^{-1})$ の場合の Martingale 理論による解析⁹⁷⁾ が報告されているのみである。M P H I - 5 および M P H I - 6 の確率系としての収束性解析は今後の問題として残された。

第 6 章 結 論

本論文では、通信理論およびシステム・制御理論を始めとする各種分野における信号処理問題に対して、統計量を用いることなくまた対象システムの時間的変化にも追従可能な多変数適応信号処理手法について考察した。その代表的な応用範囲としては、システム同定、時系列同定・スペクトル推定に始まり、検知・線スペクトル強調・予測システム、エコーキャンセラ、等化器、参照入力を用いたノイズキャンセラ等があげられる。これらに対して、対象システムの処理すべき信号系列と処理の目標となる信号系列の 2 種類の信号系列を個々の問題に対して意味付けすることにより、適応フィルタを統一的に組み込むことができることを明らかにした。さらに、確率環境変化にも強く、対象システムが複雑な挙動を示す場合にも適用できる、適応 IIR フィルタリング手法構成のための各種多変数適応アルゴリズムを構成した。従来、多変数系により信号処理を行う場合には、そのモデル構造の列次数または行次数を正確に知る必要があった。これに対して、分母多項式行列の正則性が満たされているならば、分母多項式行列の最高次係数行列が単位行列である多変数予測誤差同定モデルを用いて処理できることを明確にしたため、細かいモデル構造を気にすることなく対象信号系列に合致するように全体の伝達行列次数を決定するのみで十分となった。また、時系列同定に関してはこれまで方程式誤差規範適応アルゴリズムが用いられていた。これに対して、応答誤差規範に基づく適応 IIR フィルタリング手法によっても時系列同定が可能となったため、その応用可能性が増大した。さらに、検知・線スペクトル強調・予測システムに関して、これまで因果性を無視した解析しか行われていなかった。新たに因果性を考慮したパワースペクトル解析を行うことによりそれぞれの適応能力を評価し、またその有効性を確認した。

適応信号処理の中核をなす適応アルゴリズム構成については、安定性チェックが簡単なラティスフィルタ構造とデータの時間推移が直感的に把握できるタップ遅延線素子構造の両面から考察した。まず、適応ラティスフィルタリング手法においては、従来の適応 FIR ラティスフィルタリング手法〔OALF〕を改良し、FIR ラティスフィルタの decoupling property を積極的に利用することにより、反射係

数収束速度を向上させた適応手法〔NALF 1, 2〕を提案した。しかしながら、確率環境が変化する場合には適応 IIR フィルタリング手法を用いる方が得策であり、IIR ラティスフィルタ構造に対しても 2 種類の適応アルゴリズム〔IIR Lattice 1, 2〕を提案した。他方、タップ遅延線素子構造を有する適応 IIR フィルタリング手法においては、過渡状態ならびに定常状態に着目した勾配原理に基づく 4 種類の適応アルゴリズム〔MPSI-1~4〕と、超安定理論に基づく 6 種類の適応アルゴリズム〔MPHI-1~6〕を提案した。なお、これらのアルゴリズム構造の特徴を組み合わせることにより他の新しい適応アルゴリズム構成も可能であるが、本論文では性質の明らかになった適応アルゴリズムについてのみ述べた。

提案した種々の適応アルゴリズムについての乗除算回数と加減算回数に関する計算量比較は Table 3. 1, Table 3. 2, Table 4. 1, Table 5. 2 にまとめられる。これらの適応アルゴリズムを実際の問題に適用する際には、得られているデータの処理をサンプリング間隔内に完了させる必要があり、その意味で計算量の少ない適応アルゴリズムが有用となる。しかしながら、同時に適応アルゴリズムの収束特性も考慮する必要があり、適応アルゴリズムの選定は明確には決定しがたい側面を有している。

適応アルゴリズムを一時的に用いるか恒常的に用いるかの立場より、適応 IIR フィルタリング手法は過渡状態に着目した構成法と定常状態に着目した構成法に分類される。前者のアルゴリズムとして IIR Lattice 1, MPSI-1, 3, MPHI-1~6 があげられ、特に MPHI-1~3 は増加・固定ゲインの使用を許している。また、IIR Lattice 2, MPSI-2, 4 は後者の概念に基づいたアルゴリズムとなっており、恒常的に適応信号処理に組み込む場合に有効である。

提案したアルゴリズムの収束性についての解析結果を眺めると、MPHI については確定系としての解析、また MPSI については確率系としての解析の違いはあるものの、MPHI-4, MPSI-1, 3 は強正実条件を必要としており、逆に MPHI-5, 6, MPSI-2, 4 は正実条件が不必要となっている特徴がある。なお、正実条件を必要としないアルゴリズムのうち、超安定理論に基づいた事後出力を含む MPHI-5 と事前出力を含む MPHI-6 では応答誤差をフィルタリングした結果である一般化誤差を組み込んでいるのに対し、勾配原理に基づいた事前出力を含む MPSI-2 と事後出力を含む MPSI-4 では適応フィルタの入出力

ベクトルをフィルタリングしており，その構成に違いを生じている。

適応信号処理の数値計算例として，通信回線の異常に見られる観測雑音混入の検知，信号位相変化の検知，雑音に埋もれた信号の検出ならびに観測機器故障の検知を扱ったが，さらに実データとして大気汚染質を取上げ予測ならびに異常レベル検知を行った。特に，大気汚染質の異常レベル検知では，異常の初期を検知することを目的とし，以下の4手法の有効性を検証した。

- (1) 前処理として低域通過フィルタを使用し，そのシャ断周波数を変化させ各々の検知結果を組み合わせる手法。
- (2) 大気汚染の発生源と風および地形の関連性を考慮し，他の測定局データに対する異常検知結果を利用した早期検知手法。
- (3) 数種類のモデル構造を用いた検知結果を総合判断する手法。
- (4) 大気汚染物質の化学変化特性を利用し，相関の強いデータを組み入れた多変数系による検知手法。

以上，本論文では，個々の目的に応じた適応信号処理システムの構成と効果的な多変数適応フィルタリングを行うための適応アルゴリズムの開発を行った。しかしながら，提案した適応アルゴリズムの確率系としての大域的収束性の解析など未解決な問題も残されており，今後さらに検討していく所存である。

謝

辞

本研究をまとめるにあたり，直接懇切な御指導，御鞭撻を賜った大阪大学有本卓教授に深甚なる感謝の意を表す。

そして，本論文を完成させるにあたり，有益な御教示を賜った大阪大学児玉慎三教授，坂和愛幸教授，鈴木良次教授，須田信英教授に深い感謝の意を表す。

また，本研究を遂行するにあたり，終始親身な御指導をいただいた徳島大学添田喬学長，守末利弥教授，大松繁助教授に深厚な感謝の意を表す。

さらに，大阪大学有本研究室において文部省内地研究員として研究中，門田良実助教授には連日貴重な時間を割いていただき，有益な御教示を賜った。ここに心からの感謝の意を表す。

加えて，防衛大学校中溝高好教授，早稲田大学秋月影雄教授，九州大学相良節夫教授，三菱電機情報電子研究所主幹立花康夫博士，東京大学原島博助教授，九州大学和田清助教授，京都大学片山徹助教授，酒井英昭講師，慶應義塾大学浜田望講師をはじめとする数多くの諸先生より，学会等を通して有益な御助言を賜った。今後も御指導をお願いするとともに，ここに深い感謝の意を表す。

最後に，日本電機C & Cシステム研究所宮下敏昭氏，大阪大学玉城史郎助手，大鵬薬品工業岡山佳弘氏をはじめとする徳島大学工学部情報工学科システム工学研究室の関係諸氏には，本研究を遂行する際に熱心な討論をいただいた。ここに記して以上の方々に深い感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Digital Signal Processing, Edited by L.R.Rabiner and C.M.Rader, IEEE Press, 1972.
- 2) Digital Signal Processing II, Edited by Digital Signal Processing Committee IEEE ASSP Society, IEEE Press, 1976.
- 3) B.Gold and C.M.Rader: Digital Processing of Signals, McGraw-Hill, 1969.
- 4) A.V.Oppenheim and R.W.Schafer: Digital Signal Processing, Prentice-Hall, 1975.
- 5) L.R.Rabiner and B.Gold: Theory and Application of Digital Signal Processing, Prentice-Hall, 1975.
- 6) 宮川 他：デジタル信号処理，電子通信学会，1975.
- 7) 添田，中溝，大松：信号処理の基礎と応用，日新出版，1979.
- 8) 有本：信号・画像のデジタル処理，産業図書，1980.
- 9) 木村：デジタル信号処理と制御，昭晃堂，1982.
- 10) Y.Z.Tsytkin: Adaptation and Learning in Automatic Systems, Translated by Z.J.Nikolic (Russian:1968), Academic Press, 1971.
- 11) Y.Z.Tsytkin: Foundations of the Theory of Learning Systems, Translated by Z.J.Nikolic (Russian: 1970), Academic Press, 1973.
- 12) J.M.Mendel and K.S.Fu (ed.): Adaptive, Learning and Pattern Recognition System, Academic Press, 1970.
- 13) “シンポジウム S1：適応信号処理とその応用技術”，昭和 57年度，電子通信学会通信部門全国大会，S1-1~S1-28, 1982.
- 14) B.Widrow: " Adaptive Filters, " in Aspects of Network and System Theory, edited by R.E.Kalman and N.DeClaris, Holt, Rinehart and Winston, 1971, pp.563-587.
- 15) J.Nagumo and A.Noda: " A Learning Method for System Identification, " IEEE, Vol.AC-12, pp.282-287, 1967.

- 16) B.Friedlander: "Lattice Filters for Adaptive Processing," Proc IEEE, Vol.70, pp.829-867, 1982.
- 17) 酒井: "ラティス形フィルタによる信号処理", システムと制御, Vol.26, pp.747-755, 1982.
- 18) R.C.K.Lee: Optimal Estimation, Identification, and Control, M.I.T. Press, 1964.
- 19) J.M.Mendel: Discrete Techniques of Parameter Estimation - The Equation Error Formulation, Marcel Dekker, 1973.
- 20) P.Eykhoff: System Identification, Parameter and State Estimation, John Wiley & Sons, 1974.
- 21) G.C.Goodwin and R.L.Payne: Dynamic System Identification: Experimental Design and Data Analysis, Academic Press, 1977.
- 22) 相良, 秋月, 中溝, 片山: システム同定, SICE 学術図書, 1981.
- 23) 中溝: "線形離散時間システムの同定手法, I ~ V", システムと制御, Vol.25, pp.476-489, pp.551-563, pp.609-622, pp.755-767, 1981, Vol.26, pp.84-95, 1982.
- 24) I.D.Landau: Adaptive Control, The Model Reference Approach, Marcel Dekker, 1979.
- 25) ランダウ, 富塚: 適応制御システムの理論と実際, オーム社, 1981.
- 26) K.S.Narendra and R.V.Monopoli (ed.): Applications of Adaptive Control, Academic Press, 1980.
- 27) B.Egardt: Stability of Adaptive Controllers, Springer-Verlag, 1979.
- 28) 小西 克信: パラメータ同定および適応レギュレータに関する基礎的研究, 学位論文, 1982.
- 29) 赤池, 中川: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 1972.
- 30) R.H.Jones: "Identification and Autoregressive Spectral Estimation," IEEE, Vol.AC-19, pp.894-897, 1974.
- 31) E.Parzen: "Multiple Time Series: Determining the Order of Approximating Autoregressive Schemes," in Multivariate Analysis IV, P.R.Krishnaiah ed., 1977, pp.283-295.

- 32) T.Ozaki: " On the Order Determination of ARIMA Models, " Appl. Statist., Vol.26, pp.290-301, 1977.
- 33) A.S.Willsky: " A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems, " Automatica, Vol.12, pp.601-611, 1976.
- 34) 中溝, 秋月, 添田: " システムの統計的故障検知法 ", 計測と制御, Vol.18, pp.471-480, 1979.
- 35) J.S.Bendat and A.G.Piersol: Random Data: Analysis and Measurement Procedures, Wiley-Interscience, 1971.
- 36) N.J.Bershad and P.L.Feintuch: " The Recursive Adaptive LMS Filter-A Line Enhancer Application and Analytical Model for the Mean Weight Behavior, " IEEE, Vol.ASSP-28, pp.652-660, 1980.
- 37) B.Widrow et al.: " Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications, " Proc. IEEE, Vol.63, pp.1692-1716, 1975.
- 38) M.M.Sondhi: " An Adaptive Echo Canceler, " B.S.T.J. Vol.46, pp.497-511, 1967.
- 39) D.L.Duttweiler: " A Twelve-Channel Digital Echo Canceler, " IEEE, Vol.COM-26, pp.647-653, 1978.
- 40) 山本 誠一: エコーキャンセラにおける適応推定アルゴリズムに関する研究, 学位論文, 1982.
- 41) T.J.Schonfeld and M.Schwartz: " Rapidly Converging Second-Order Tracking Algorithms for Adaptive Equalization, " IEEE, Vol.IT-17, pp.572-579, 1971.
- 42) G.Ungerboeck: " Theory on the Speed of Convergence in Adaptive Equalizers for Digital Communication, " IBM J. Res. Develop., Vol.16, pp.546-555, 1972.
- 43) T.Walzman and M.Schwartz: " Automatic Equalization Using the Discrete Frequency Domain, " IEEE, Vol.IT-19, pp.59-68, 1973.
- 44) 坂庭, 横山: " 群反復法を用いた自動等化器の一形式 ", 信学論, Vol.J65-A, pp.1011-1018, 1982.
- 45) P.Monsen: " Feedback Equalization for Fading Dispersive Channels, " IEEE, Vol.IT-17, pp.56-64, 1971.

- 46) E.H.Satrius and S.T.Alexander: " Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithm, " IEEE, Vol.COM-27, pp.899-905, 1979.
- 47) 児玉, 須田: マトリクス理論, SICE 学術図書, 1978.
- 48) 伊藤, 木村, 細江: 線形制御系の設計理論, SICE 学術図書, 1978.
- 49) T.Kailath: Linear Systems, Prentice-Hall, 1980.
- 50) F.R.Gantmacher: Theory of Matrices, Vols. 1 and 2, Chelsia, 1959.
- 51) I.H.Rowe: " A Bootstrap Method for the Statistical Estimation of Model Parameters, " Int. J. Control, Vol.12, pp.721-732, 1970.
- 52) A.Jakeman and P.Young: " Refined Instrumental Variable Methods of Recursive Time Series Analysis: Part II, Multivariable Systems, " Int. J. Control, Vol.29, pp.621-644, 1979.
- 53) U.Borison: " Self-Tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems, " Automatica, Vol.15, pp.209-215, 1979.
- 54) H.N.Koivo: " Multivariable Self-Tuning Controller, " Automatica, Vol.16, pp.351-366, 1980.
- 55) R.L.Kashap and R.E.Nasburg: " Parameter Estimation in Multivariable Stochastic Difference Equations, " IEEE, Vol.AC-19, pp.784-794, 1974.
- 56) A.Gautheier and I.D.Landau: " On the Recursive Identification of Multi-Input, Multi-Output Systems, " Automatica, Vol.14, pp.609-614, 1978.
- 57) G.E.P.Box and G.M.Jenkins: Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, 1970.
- 58) J.Makhoul: " Linear Prediction: A Tutorial Review, " Proc.IEEE, Vol.63, pp.561-580, 1975.
- 59) J.P.Burg: Maximum Entropy Spectral Analysis, Ph.D. Dissertation, Stanford Univ., 1975.
- 60) A.Papoulis: " Maximum Entropy and Spectral Estimation: A Review, " IEEE, Vol.ASSP-29, pp.1176-1186, 1981.
- 61) N.Levinson: " The Wiener RMS(Root Mean Square) Error Criterion in Filter Design and Prediction, " J. Math. Phys., Vol.25, pp.261-278, 1947.

- 62) J.Durbin: " The fitting of Time Series Model," Rev. Int. Inst. Statist., pp.233–243, 1960.
- 63) P.Whittle: " On the Fitting of Multivariate Autoregressions and the Approximate Canonical Factorization of a Spectral Density Matrix," Biometrika, Vol.50, pp.129–134, 1963.
- 64) R.A.Wiggins and E.A.Robinson: " Recursive Solution to the Multichannel Filtering Problem," J. Geophys. Res., Vol.70, pp.1885–1891, 1965.
- 65) Y.Monden and S.Arimoto: " Generalized Rouché's Theorem and Its Application to Multivariate Autoregressions," IEEE, Vol.ASSP–28, pp.733–738, 1980.
- 66) M.Morf: Fast Algorithms for Multivariable Systems, Ph.D. Dissertation, Stanford Univ., 1974.
- 67) M.Morf and T.Kailath: " Square–Root Algorithms for Least–Squares Estimation," IEEE, Vol.AC–20, pp.487–497, 1975.
- 68) M.Morf, A.Vieira and T.Kailath: " Covariance Characterization by Partial Autocorrelation Matrices," Ann. of Stat., Vol.6, pp.643–648, 1978.
- 69) B.W.Dickinson: " Estimation of Partial Correlation Matrices Using Cholesky Decomposition," IEEE, Vol.AC–24, pp.302–305, 1979.
- 70) D.T.L.Lee: Canonical Ladder Form Realizations and Fast Estimation Algorithms, Ph.D. Dissertation, Stanford Univ., 1980.
- 71) D.T.L.Lee, M.Morf and B.Friedlander: " Recursive Least Squares Ladder Estimation Algorithms," IEEE, Vol.CAS–28, pp.467–481, 1981.
- 72) B.Poaz, B.Friedlander and M.Morf: " Square Root Covariance Ladder Algorithms," IEEE, Vol.AC–27, pp.813–829, 1982.
- 73) C.J.Gibson and S.Haykin: " Linear Characteristics of Adaptive Lattice Filtering Algorithms," IEEE, Vol.ASSP–28, pp.681–691, 1980.
- 74) M.J.Honig and D.G.Messerschmitt: " Convergence Properties of an Adaptive Digital Lattice Filter," IEEE, Vol.CAS–28, pp.482–493, 1981.
- 75) S.K.Mitra and R.J.Sherwood: " Canonical Realizations of Digital Filters Using the Continued Fraction," IEEE, Vol.AU–20, pp.185–194, 1972.

- 76) S.K.Mitra and R.J.Sherwood: "Digital Ladder Networks," IEEE, Vol.AU-21, pp.30-36, 1973.
- 77) J.D.Markel and A.H.Gray: "On Autocorrelation Equations as Applied to Speech Analysis," IEEE, AU-21, pp.69-79, 1973.
- 78) A.H.Gray and J.D.Markel: "Digital Lattice and Ladder Filter Synthesis," IEEE, Vol.AU-21, pp.491-500, 1973.
- 79) 滝沢, 岸, 浜田: "状態変数法によるラティスデジタルフィルタの構成", 信学論(A), Vol.J65-A, pp.363-370, 1982.
- 80) D.Parikh, N.Ahmed and S.D.Stearns: "An Adaptive Lattice Algorithm for Recursive Filters," IEEE, Vol.ASSP-28, pp.110-111, 1980.
- 81) I.L.Ayala: "On a New Adaptive Lattice Algorithm for Recursive Filters," IEEE, Vol.ASSP-30, pp.316-319, 1982.
- 82) J.Makhoul: "A Class of All-Zero Lattice Digital Filters: Properties and Applications," IEEE, Vol.ASSP-26, pp.304-314, 1978.
- 83) 安居院, 中嶋: コンピュータ音声処理, 産業出版, 1980.
- 84) B.Friedlander: "Recursive Lattice Forms for Adaptive Control," JACC, WP2-E, 1980.
- 85) B.Friedlander: "Recursive Algorithms for All-Pole Ladder Forms," Tech. Rept. TM5334-02, pp.1-39, 1980.
- 86) B.Friedlander: "Recursive Algorithms for Pole-Zero Ladder Forms," Tech. Rept. TM5334-03, pp.1-45, 1980.
- 87) P.L.Feintuch: "An Adaptive Recursive LMS Filter," Proc.IEEE, Vol.64, pp.1622-1624, 1976.
- 88) S.A.White: "An Adaptive Recursive Digital Filter," in Proc. 9th Asilomar Conf. Circuit and Systems, 1975, pp.21-25.
- 89) S.D.Stearns, G.R.Elliott and N.Ahmed: "On Adaptive Recursive Filtering," in Proc. 10th Asilomar Conf. Circuit and Systems, 1975, pp.5-11.
- 90) L.Ljung, T.Söderström and I.Gustavsson: "Counterexamples to General Convergence of a Commonly Used Recursive Identification Method," IEEE, Vol.AC-20, pp.643-652, 1975.

- 91) L.Ljung: " On Positive Real Transfer Functions and the Convergence of Some Recursive Schemes," IEEE, Vol.AC-22, pp.539-551, 1977.
- 92) L.Ljung: " Analysis of Recursive Stochastic Algorithms," IEEE, Vol.AC-22, pp.551-575, 1977.
- 93) L.Ljung: " Convergence of an Adaptive Filter Algorithm," Int. J. Control, Vol.27, pp.673-693, 1978.
- 94) V.Solo: " The Convergence of AML," IEEE, Vol.AC-24, pp.958-962, 1979.
- 95) P.Stoica and T.Söderström: " Analysis of an Output Error Identification Algorithm," Automatica, Vol.17, pp.861-863, 1981.
- 96) V.Solo: " The Convergence of an Instrumental-Variable-like Recursion," Automatica, Vol.17, pp.545-547, 1981.
- 97) J.B.Moore: " Global Convergence of Output Error Recursions in Colored Noise," IEEE, Vol.AC-27, pp.1189-1199, 1982.
- 98) A.Dvoretzky: " On Stochastic Approximation," in Proc. 3th Berkley Symp. Math., Stat., and Prob., Vol.1, 1959, pp.39-59.
- 99) 坂和：最適システム制御論，コロナ社，1972.
- 100) Y.Sawaragi et al.: " Statistical Prediction of Air Pollution Levels Using Non-Physical Models," Automatica, Vol.15, pp.441-451, 1979.
- 101) " 環境データ処理システムに関する調査研究(国立公害研究所委託研究) "，数
理計画，1977.
- 102) V.M.Popov: Hyperstability of Control Systems, Springer-Verlag, 1973.
- 103) B.D.O.Anderson: " A Simplified Viewpoint of Hyperstability," IEEE, Vol.AC-13, pp.292-294, 1968.
- 104) T.Ionescu: " Hyperstability of Linear Time-Varying Discrete Systems," IEEE, Vol.AC-15, pp.645-647, 1970.
- 105) I.D.Landau: " Hyperstability Concepts and Their Applications to Discrete Control Systems," in Proc. of JACC, Stanford, 1972, pp.1-9.
- 106) D.D.Šiljak: " Algebraic Criterion for Absolute Stability, Optimality and Passivity of Dynamic Systems," Proc. IEE, Vol.117, pp.2033-2036, 1970.

- 107) K.S.Narendra and J.H.Taylor: Frequency Domain Criteria for Absolute Stability, Academic Press, 1973.
- 108) 高橋, 有本 : 回路網とシステム理論, コロナ社, 1974.
- 109) B.D.O.Anderson: " A System Theory Criterion for Positive Real Matrices," J. SIAM Control, Vol.5, pp.171-182, 1967.
- 110) L.Hitz and B.D.O.Anderson: " Discrete Positive-Real Functions and Their Application to System Stability," Proc. IEE, Vol.116, pp.153-155, 1969.
- 111) 有本 : 線形システム理論, 産業図書, 1974.
- 112) A.Hattori and K.Kobayashi: " The Matrix Forms of Yakubovich-Kalman-Lefschetz Theorems Derived from the Popov Theory of Positive Systems," IEEE, Vol.AC-25, pp.102-104, 1980.
- 113) J.M.Martin-Sanchez: " A New Slution to Adaptive Control," Proc. IEEE, Vol.64, pp.1209-1218, 1976.
- 114) T.Suzuki and S.Takashima: " A Hyperstable Scheme for Discrete Model Reference Adaptive Control System," Int. J. Control, Vol.28, pp.245-252, 1978.
- 115) R.M.Johnston, S.L.Shah and D.G.Fisher: " An Extension of Hyperstable Adaptive Control to Non-Minimum Phase Systems," Int. J. Control, Vol.31, pp.539-545, 1980.
- 116) I.D.Landau: " Synthesis of Discrete Model Reference Adaptive System," IEEE, Vol.AC-16, pp.507-508, 1971.
- 117) I.D.Landau: " Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques," IEEE, Vol.AC-21, pp.194-202, 1976.
- 118) I.D.Landau: " An Addendum to Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques," IEEE, Vol.AC-23, pp.97-99, 1978.
- 119) I.D.Landau: " Elimination of the Real Positivity Condition in the Design of Parallel MRAS," IEEE, Vol.AC-23, pp.1015-1020, 1978.
- 120) C.S.Baradello and C.P.Neuman: " A Series-Parallel(SP) Identifier with Variable Relaxation Gains," IEEE, Vol.AC-25, pp.573-576, 1980.
- 121) C.R.Johnson: " A Convergence Proof for a Hyperstable Adaptive Recursive Filter," Vol.IT-25, pp.745-749, 1979.

- 122) R.Guidorzi: " Canonical Structures in the Identification of Multivariable System," Automatica, Vol.11, pp.361–374, 1975.
- 123) M.Tomizuka: " Parallel MRAS without Compensator Block," IEEE, Vol.AC–27, pp.505–506, 1982.
- 124) P.Kudva and K.S.Narendra: " An Identification Procedure for Discrete Multivariable Systems," IEEE, Vol.AC–19, pp.549–552, 1974.
- 125) M.Athan: " The Matrix Minimum Principle," Information and Control, Vol.11, pp.592–606, 1968.
- 126) W.J.Vetter: " Some Extensions of Matrix Methods for Large System Studies," Proc. of 14th Midwest Symp. on Circuit Theory, 1971, pp.1.2.1–1.2.10.
- 127) W.J.Vetter: " Matrix Calculus Operations and Taylor Expantions," SIAM Rev., Vol.15, pp.352–369, 1973.
- 128) J.W.Brewer: " Kronecker Products and Matrix Calculus in System Theory," IEEE, Vol.CAS–25, pp.772–781, 1978.

関 連 発 表 論 文

- (1) 菊地, 大松, 添田: "アダプティブデジタルフィルタによる信号およびその異常レベルの検出", 信学論, Vol.J61-A, No.7, pp.657-664, 1978.
- (2) A.Kikuchi, S.Omatu and T.Soeda: "Applications of Adaptive Digital Filtering to the Data Processing for the Environmental System," IEEE, Vol.ASSP-27, No.6, pp.790-803, 1979.
- (3) 菊地, 大松, 添田: "ADFによる大気汚染質のモデリングとその応用", 計測と制御, Vol.19, No.7, pp.721-724, 1980.
- (4) 菊地, 大松, 添田: "自己回帰時系列に対する m 段予測器の諸性質", 信学論, Vol.J64-A, No.12, pp.1052-1053, 1981.
- (5) Y.Okayama, A.Kikuchi, S.Omatu and T.Soeda: "Fast Convergence Lattice Method and Its Convergence Property," Bull. of Fac. of Engineering, Tokushima University, Vol.18, pp.19-39, 1981.
- (6) A.Kikuchi, S.Omatu and T. Soeda: "Novel Multivariable Prallel Identifiers Using A Priori and A Posteriori Outputs," Bull. of Fac. of Engineering, Tokushima University, Vol.18, pp.41-65, 1981.
- (7) 岡山, 菊地, 大松: "反射係数収束速度を向上させた新しい適応ラティスフィルタ", 信学論, Vol.J66-A, No.3, pp.266-273, 1983.
- (8) 菊地, 大松, 守末, 有本: "多変数適応 I I R フィルタリング", 信学論, Vol.J66-A, No.9, pp.820-827, 1983.
- (9) 菊地, 大松, 守末, 有本: "離散時間多変数並列超安定同定器の構成", システムと制御, Vol.27, No.12, pp.775-784, 1983.

他の発表論文

- (1) 大松, 菊地, 添田: "連続時間線形系の状態推定と相互情報量", 信学論, Vol.J60-D, No.7, pp.539-546, 1977.
- (2) 大松, 菊地, 宮下, 添田: "相互情報量に基づいた最適フィルタ", 信学論, Vol.J61-A, No.9, pp.820-827, 1978.
- (3) S.Omatu, A.Kikuchi and T.Soeda: "The Optimal Smoothing Estimator Based on the Wiener-Hopf Theory," Int. J. of Sys. Sci., Vol.10, No.11, pp.1203-1217, 1979.
- (4) A.Kikuchi, S.Omatu and T.Soeda: "A Study on the Distribution of River Pollution by Remote Seosing," Bull. of Fac. of Engineer., Tokushima University, Vol.15, pp.47-59, 1979.
- (5) 大松, 宮下, 菊地, 添田: "ウィナー・ホッフ理論に基づく最適平滑推定機構", 信学論, Vol.J63-A, No.1, pp.40-42, 1980.
- (6) 大松, 菊地, 添田: "リモートセンシングの水質汚染問題への適用", システムと制御, Vol.24, No.4, pp.12-21, 1980.
- (7) S.Tamaki, S.Omatu, A.Kikuchi and T.Soeda: "Design of a Discrete Adaptive Observer Based on Lyapunov's Direct Method," Int. J. of Sys. Sci., Vol.12, No.4, pp.473-484, 1981.
- (8) 玉城, 大松, 菊地, 添田: "離散時間モデル規範形適応制御系の一設計法", 信学論, Vol.J64-A, No.7, pp.588-589, 1981.
- (9) 大松, 小田, 菊地, 添田: "リモートセンシングによる播磨灘海域の赤潮調査", 病態生理, Vol.2, No.6, pp.637-640, 1983.

付録 1 クロネッカ積に関する等式

スカラ値関数の行列に関する微分規則は行列最大原理^{125), 47)}としてよく知られているが、さらに複雑な関数の微分を扱う際には行列関数の行列に関する微分が必要となり、クロネッカ積表現が重要となる。クロネッカ積に関する種々の性質はよく議論されているが、¹²⁶⁾⁻¹²⁸⁾ここでは重要な性質を列挙するとともに、本論文における解析に必要な新しい等式を提案する。

〔定義〕

$$e_p^i \triangleq \{ \text{第 } i \text{ 要素} = 1, \text{ 他要素} = 0 ; p \text{ 次元ベクトル} \}$$

$$E_{p \times q}^{ij} \triangleq \{ (i, j) \text{ 要素} = 1, \text{ 他要素} = 0 ; p \times q \text{ 行列} \}$$

$$E_{p \times q}^{p \times q} \triangleq \{ (i, j) \text{ ブロック} = E_{p \times q}^{ij} ; i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, q \} \\ = cs(I_p) cs(I_q)^T$$

$$E_{q \times p}^{p \times q} \triangleq \{ (j, i) \text{ ブロック} = E_{p \times q}^{ij} ; j = 1, \dots, q, i = 1, \dots, p \} \\ = [I_q \otimes e_p^1, \dots, I_q \otimes e_p^p] = [I_p \otimes e_q^1, \dots, I_p \otimes e_q^q]^T$$

$cs(A) \triangleq$ 行列 A の列展開縦ベクトル

$rs(A) \triangleq$ 行列 A の行展開横ベクトル

$c_i(A) \triangleq$ 行列 A の第 i 列

$r_i(A) \triangleq$ 行列 A の第 i 行

$$A_{pq} \otimes B \triangleq \begin{bmatrix} a_{11} B & \cdots & a_{1q} B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{p1} B & \cdots & a_{pq} B \end{bmatrix}$$

〔代表的性質〕

$$[A \otimes B]^T = A^T \otimes B^T \tag{A. 1}$$

$$[C \otimes D]^{-1} = C^{-1} \otimes D^{-1} \quad (C, D : \text{正則行列}) \tag{A. 2}$$

$$[A \otimes B][C \otimes D] = [AC] \otimes [BD] \tag{A. 3}$$

$$\mathcal{D}_B B_{m \times n} = E_{m \times n}^{m \times n} \tag{A. 4}$$

$$\mathcal{D}_B^T B_{m \times n} = E_{n \times m}^{m \times n} \tag{A. 5}$$

$$\mathcal{D}_B [CD] = [\mathcal{D}_B C][I_n \otimes D] + [I_m \otimes C][\mathcal{D}_B D] \tag{A. 6}$$

$$\mathcal{D}_B A^{-1} = -[I_m \otimes A^{-1}][\mathcal{D}_B A][I_n \otimes A^{-1}] \tag{A. 7}$$

$$\begin{aligned}
B(A) &= B(a^*) + \sum_{i=1,3,\dots} \frac{1}{i!} \{ [(a-a^*)^T \otimes]^{(i-1)/2} I_m \} \\
&\quad \cdot \{ \mathcal{D}_{a^T} (\mathcal{D}_{aa^T})^{(i-1)/2} B(a^*) \} \{ [(a-a^*) \otimes]^{(i+1)/2} I_n \} \\
&\quad + \sum_{i=2,4,\dots} \frac{1}{i!} \{ [(a-a^*)^T \otimes]^{i/2} I_m \} \{ (\mathcal{D}_{aa^T})^{i/2} B(a^*) \} \\
&\quad \cdot \{ [(a-a^*) \otimes]^{i/2} I_n \} + R_M(a^*, a) \tag{A. 8}
\end{aligned}$$

ここに、 $a \triangleq \text{cs}(A)$ 、 $R_M(a^*, a) \triangleq$ 剰余行列である。

上記の代表的性質に加えて、新しく次の等式を導出することができる。

なお、以下では、 A, B, C は $p \times q, p \times p, r \times r$ 行列、また、 x, y, a_i, b_i は p, q, r, s 次元のベクトルとする。

[新しい等式]

$$E_{p \times q}^{q \times p} \{ I_q \otimes x \} = \{ x \otimes I_q \} \tag{A. 9}$$

$$\text{tr} \{ A^T B A \} = \text{cs}(A)^T \{ I_q \otimes B \} \text{cs}(A) \tag{A. 10}$$

$$A^T x = \{ I_q \otimes x^T \} \text{cs}(A) \tag{A. 11}$$

$$A y = \{ y \otimes I_p \} \text{cs}(A) \tag{A. 12}$$

$$\mathcal{D}_{rs(A)} x = \{ \mathcal{D}_{\text{cs}(A)^T} x \} E_{q \times p}^{p \times q} \tag{A. 13}$$

$$\mathcal{D}_{\text{cs}(A)^T} x = \{ \mathcal{D}_{rs(A)} x \} E_{p \times q}^{q \times p} \tag{A. 14}$$

$$\mathcal{D}_{rs(A)} x = \{ rs(I_p) \otimes I_p \} \{ I_p \otimes \mathcal{D}_A x \} \tag{A. 15}$$

$$\mathcal{D}_{\text{cs}(A)^T} x = \{ rs(I_q) \otimes I_p \} \{ I_q \otimes \mathcal{D}_A^T x \} \tag{A. 16}$$

$$\mathcal{D}_A \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_N \otimes e_r^{1^T} \otimes I_r \\ \vdots \\ I_N \otimes e_r^{r^T} \otimes I_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{D}_A a_1 \\ \vdots \\ \mathcal{D}_A a_N \end{bmatrix} \tag{A. 17}$$

$$\text{cs}(A^T) = E_{p \times q}^{q \times p} \text{cs}(A) \tag{A. 18}$$

$$\{ I_p \otimes D \} \text{cs}(I_p) = \text{cs}(D) \tag{A. 19}$$

$$\text{cs}(I_p)^T \{ I_p \otimes x \} = x^T \tag{A. 20}$$

$$\{ r_m(I_p) \otimes I_p \} \text{cs}(D) = c_m(D) \tag{A. 21}$$

$$\mathcal{D}_A \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cc} I_m \otimes e_p^{1^T} \otimes I_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_m \otimes e_p^{1^T} \otimes I_s \end{array} \right] \\ \vdots \\ \left[\begin{array}{cc} I_m \otimes e_p^{p^T} \otimes I_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_m \otimes e_p^{p^T} \otimes I_s \end{array} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{D}_A a_1 \\ \vdots \\ \mathcal{D}_A a_m \\ \mathcal{D}_A b_1 \\ \vdots \\ \mathcal{D}_A b_n \end{bmatrix} \quad (\text{A. 22})$$

付録 2 (4.26) 式の導出

〔補題〕

定理 4. 1 の証明内で定義した変数 F^* を用いて次の関係式が成立する。

$$\{ (I_M \otimes Z_j^*) + F^* W^* \} \{ I_M \otimes Z_j^{*T} \} = \{ A^* (z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} \{ I_M \otimes Z_j^{*T} \}$$

ここに、

$$A^* (z^{-1}) \triangleq I - A_1^{*T} z^{-1} - \dots - A_p^{*T} z^{-p}$$

(証明)

推定パラメータ行列 \hat{W}_j が固定された場合の挙動を考えると、 y_j^* ならびに \hat{y}_j^i は次式で表現できる。

$$y_j^* = W^{*T} Z_j^* = A^* (z^{-1})^{-1} B^* (z^{-1}) x_j \quad (\text{A. 23})$$

$$\hat{y}_j^i = \hat{W}^T Z_j^i = \hat{A} (z^{-1})^{-1} \hat{B} (z^{-1}) x_j \quad (\text{A. 24})$$

さらに、 F^* の定義と (A. 16) 式を用いると次式が成立する。

$$\begin{aligned} F^* &\triangleq \mathcal{D}_{cs(\hat{W})^T} Z_j^i \Big|_{\hat{W}=W^*} \\ &= \{ rs(I_M) \otimes I_d \} \{ I_M \otimes (\mathcal{D}_{\hat{W}^T} Z_j^i \Big|_{\hat{W}=W^*}) \} \end{aligned} \quad (\text{A. 25})$$

このとき、適応フィルタの入出力ベクトルの微分を分割して表現すると次のようになる。

$$\mathcal{D}_{\hat{W}^T} Z_j^i = \{ \mathcal{D}_{\hat{B}_0^T} Z_j^i, \dots, \mathcal{D}_{\hat{B}_q^T} Z_j^i, \mathcal{D}_{\hat{A}_1^T} Z_j^i, \dots, \mathcal{D}_{\hat{A}_p^T} Z_j^i \} \quad (\text{A. 26})$$

上式を具体的に表現するために、(A. 24) 式、(A. 6) 式、(A. 7) 式、(A. 22) 式を用いて次の関係を導出しておく。

$$\mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} x_j = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, q) \quad (\text{A. 27})$$

$$\mathcal{D}_{\hat{A}_k^T} x_j = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, p) \quad (\text{A. 28})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} \hat{y}_j^i &= \{ I_M \otimes \hat{A} (z^{-1})^{-1} \} \{ \mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} \hat{B} (z^{-1}) \} \{ I_N \otimes x_j \} \\ &= \{ I_M \otimes \hat{A} (z^{-1})^{-1} \} \{ cs(I_M) cs(I_M)^T z^{-k} \} \{ I_N \otimes x_j \} \end{aligned} \quad (\text{A. 29})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\hat{A}_k^T} \hat{y}_j^i &= - \{ I_M \otimes \hat{A} (z^{-1})^{-1} \} \{ \mathcal{D}_{\hat{A}_k^T} \hat{A} (z^{-1}) \} \{ I_M \otimes \hat{A} (z^{-1})^{-1} \} \\ &\quad \cdot \{ I_M \otimes (\hat{B} (z^{-1}) x_j) \} \\ &= \{ I_M \otimes \hat{A} (z^{-1})^{-1} \} \{ cs(I_M) cs(I_M)^T z^{-k} \} \{ I_M \otimes \hat{y}_j^i \} \end{aligned} \quad (\text{A. 30})$$

$$\mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} Z_j^i = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cc} I_{q+1} \otimes e_M^{1^T} \otimes I_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_p \otimes e_M^{1^T} \otimes I_M \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} x_j \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{\hat{B}_k^T} \hat{y}_{j-p}^i \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cc} I_{q+1} \otimes e_M^{M^T} \otimes I_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_p \otimes e_M^{M^T} \otimes I_M \end{array} \right] \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (e_M^{1^T} \otimes I_M) D_{k,1}(x_j) \\ \vdots \\ (e_M^{1^T} \otimes I_M) D_{k,p}(x_j) \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ (e_M^{M^T} \otimes I_M) D_{k,1}(x_j) \\ \vdots \\ (e_M^{M^T} \otimes I_M) D_{k,p}(x_j) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 31})$$

$$\mathcal{D}_{\hat{A}_k^T} Z_j^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (e_M^{1^T} \otimes I_M) D_{k,1}(\hat{y}_j^i) \\ \vdots \\ (e_M^{1^T} \otimes I_M) D_{k,p}(\hat{y}_j^i) \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ (e_M^{M^T} \otimes I_M) D_{k,1}(\hat{y}_j^i) \\ \vdots \\ (e_M^{M^T} \otimes I_M) D_{k,p}(\hat{y}_j^i) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 32})$$

ここに,

$$D_{k,\ell}(\alpha_j) \triangleq [I_M \otimes \hat{A}(z^{-1})^{-1}] \{cs(I_M) cs(I_M)^T\} [I_M \otimes \alpha_{j-k-\ell}]$$

これより, (A. 31)式と(A. 32)式を(A. 26)式に代入し, さらにその結果を(A. 25)式に代入した後に要素を整理すると次式を得る。

$$F^{*T} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ c_1(A^*(z^{-1})^{-1})Z_{j-1}^{*T} \\ \vdots \\ c_1(A^*(z^{-1})^{-1})Z_{j-p}^{*T} \end{array} \right] \dots \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ c_M(A^*(z^{-1})^{-1})Z_{j-1}^{*T} \\ \vdots \\ c_M(A^*(z^{-1})^{-1})Z_{j-p}^{*T} \end{array} \right] \quad (\text{A. 33})$$

上式と W^* の定義より次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} W^{*T} F^{*T} &= \{ B_0^{*T}, \dots, B_q^{*T}, A_1^{*T}, \dots, A_p^{*T} \} F^{*T} \\ &= \{ I - A^*(z^{-1}) \} \{ A^*(z^{-1})^{-1} \otimes Z_j^{*T} \} \end{aligned} \quad (\text{A. 34})$$

これより、次の式変形が可能である。

$$\begin{aligned} & \{ (I_M \otimes Z_j^*) + F^* W^* \} \{ I_M \otimes Z_j^{*T} \} \\ &= \{ \{ A^*(z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} \{ A^*(z^{-1})^T \otimes 1 \} \\ & \quad + \{ A^*(z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} \{ I - A^*(z^{-1})^T \} \} \{ I_M \otimes Z_j^{*T} \} \\ &= \{ A^*(z^{-1})^{-T} \otimes Z_j^* \} \{ I_M \otimes Z_j^{*T} \} \end{aligned} \quad (\text{A. 35})$$

以上により、補題が証明された。

(証明終)