



Title	積層複合材の界面塑性不安定現象の研究
Author(s)	澁谷, 陽二
Citation	大阪大学, 1992, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3089673
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

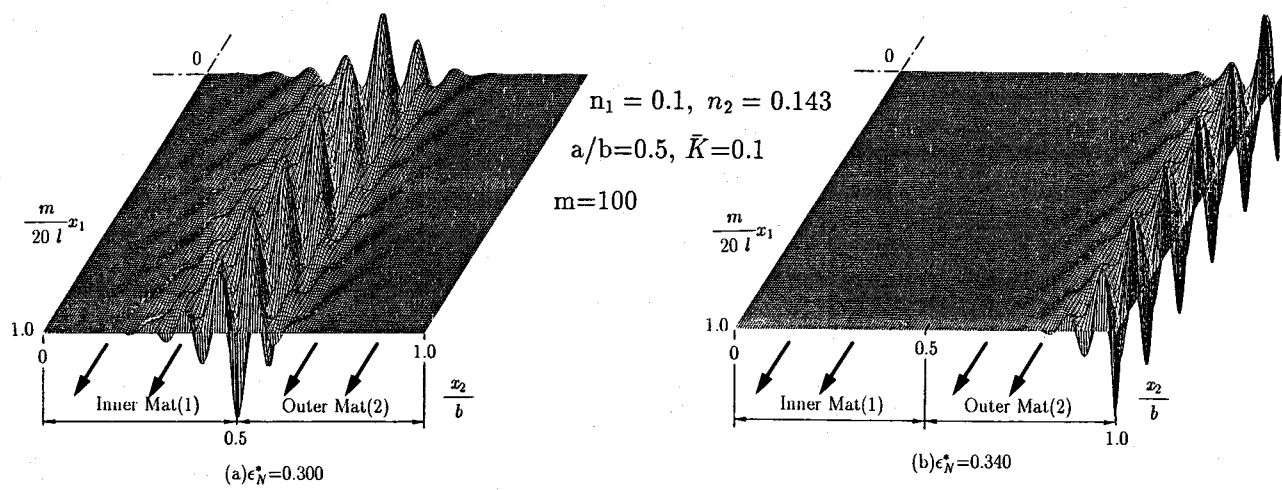
積層複合材の界面塑性 不安定現象の研究

平成 4 年 1 月

渋谷 陽 二

積層複合材の界面塑性不安定現象の研究

Interfacial Plastic Instability of Laminated Material



平成 4 年 1 月

渋谷 陽二

目 次

Abstract	...	1
第 1 章 緒 論	...	3
第 2 章 積層複合材の界面分岐解析	...	9
2.1 緒言	...	9
2.2 界面分岐問題の定式化	...	10
2.2.1 構成式とつりあい条件を満足する一般解	...	10
2.2.2 境界条件式	...	13
2.2.3 分岐解の導出方法	...	14
2.3 対称配置 3 層積層材における界面分岐解析	...	16
2.3.1 分岐モード	...	16
2.3.2 分岐モードの板厚比依存性	...	23
2.3.3 界面または表面不安定モードの材料特性依存性	...	23
2.3.4 固有値解析からの界面または表面不安定モードの推測	...	31
2.4 結言	...	37
参考文献	...	38
第 3 章 積層複合材の局所変形挙動の解析	...	39
3.1 緒言	...	39
3.2 弾粘塑性有限要素定式化	...	40
3.2.1 弾粘塑性構成式	...	40
3.2.2 接線係数法	...	41
3.2.3 仮想仕事の原理式	...	43
3.3 弾粘塑性体の分岐に関する解析的検討	...	44
3.3.1 J_2 流れ理論に基づく弾粘塑性構成式 of 分岐	...	44
3.3.2 J_2 変形理論に基づく弾粘塑性構成式 of 分岐	...	52
3.4 積層複合材の局所変形挙動の有限要素解析	...	55
3.4.1 積層複合材のくびれ変形の解析	...	55
3.4.2 積層複合材の”界面および表面あれ”の解析	...	60
3.5 結言	...	63
参考文献	...	64
第 4 章 ”界面あれ”成長の実験的検討	...	65
4.1 緒言	...	65
4.2 供試材	...	66
4.3 二軸引張り試験装置および試験方法	...	71
4.3.1 試験装置	...	71
4.3.2 断面形状測定用サンプルの作製方法	...	71
4.3.3 断面形状の画像処理方法	...	73
4.3.4 ひずみの計測方法	...	73

4.4 樹脂積層アルミはくの二軸引張り試験	...	77
4.4.1 純アルミはくおよび積層アルミはくの二軸引張り	...	77
4.4.2 アルミ合金および積層アルミ合金はくの二軸引張り	...	93
4.4.3 高速フーリエ変換 (FFT) によるスペクトル解析	...	105
4.5 結言	...	110
参考文献	...	111
Appendix (A.1) 単軸引張り試験	...	112
A.1.1 応力-ひずみ関係	...	112
A.1.2 "端面あれ" の成長	...	112
A.1.3 結晶粒界と断面形状の変化	...	120
第5章 界面はく離を考慮した樹脂積層アルミはくの弾粘塑性有限要素解析	...	123
5.1 緒言	...	123
5.2 破壊のメカニズムと解析モデルの検討	...	124
5.2.1 破壊のメカニズム	...	124
5.2.2 有限要素解析モデル	...	128
5.3 一方向引張りに対する界面はく離伝ばと局所変形挙動	...	131
5.3.1 はく離伝ばと母材局所変形挙動の解析	...	131
5.3.2 アルミはく母材の分岐解析	...	136
5.3.3 接着強度のくびれ開始点への影響	...	137
5.4 結言	...	138
参考文献	...	139
第6章 界面および表面不均質変形形状のフラクタル解析	...	140
6.1 緒言	...	140
6.2 粗視化の度合いを変える方法によるフラクタル解析	...	141
6.2.1 粗視化の度合いを変える方法 (Richardson's structured walk method)	...	141
6.2.2 "界面および表面あれ" のフラクタル次元	...	141
6.3 ウェーブレット変換によるマルチフラクタル解析	...	150
6.3.1 ウェーブレット変換	...	150
6.3.2 ウェーブレット変換の定義	...	150
6.3.3 ウェーブレット変換の自己相似性	...	151
6.3.4 アナライジング・ウェーブレット	...	152
6.3.5 マルチフラクタル解析への適用	...	154
6.4 結言	...	169
参考文献	...	170
第7章 結 論	...	171
発表論文	...	173
謝 辞	...	174

Abstract

Local plastic instability representative of surface roughening has been widely investigated by many researchers. This behavior has been related with the bifurcation at which the material starts to deform from uniformly to locally. However the plastic instability on the laminated construction which has two kinds of boundary, surface and interface, has not yet researched enough. The present research puts the great emphasis on the plastic instability occurring at the interface (interfacial plastic instability) of a laminated composite material. It should be noted that some kinds of composite sheets have recently been utilized in the field of sheet metal forming. Typical one of such materials is an aluminum foil laminated with a plastic film on each side. It is widely used for packing material of food or medicine. Interfacial plastic instability may play one of most important role in determining the forming limit of it since its occurrence comes to induce the interfacial fracture. This research is investigated on the interfacial plastic instability by both the numerical calculations based on the finite deformation theory, and the experimental considerations by means of the biaxial tensile tests. This paper is composed with five chapters except introduction and conclusions. The brief summaries of these chapters are written as follows.

The second chapter describes on the interfacial plastic instability obtained by the bifurcation analyses on the basis of Hill & Hutchinson's works. Numerical calculations are performed to the idealized laminated model subjected to uniaxial tension under a plane-strain condition. The results give some probabilities that the interfacial plastic instability occurs preferentially prior to the surface one when the hardening ratio of the skin(outer) material is relatively larger than one of the core(inner) material.

The third one is given on the elastic visco-plastic finite element method and the some analyses of the laminated model which represents an elastic plastic body laminated with an elastic visco-plastic body on each side. It is first certified analytically that bifurcation does not exist against the material modeled by using the rate-dependent constitutive law subjected to uniaxial tension. The finite element analyses indicate that the occurrence of the plastic instability of necking in the plastic body delays in comparison with the case of plastic body alone.

The forth represents the experimental studies on the interfacial roughening in the aluminum foil laminated with plastic films. The biaxial tensile tests are adopted in order for the specimens to be stretched until the neighbor of their intrinsic elongation. In-situ observations on the growth of interfacial roughening can be made by virtue of this original experimental procedures. The black spots rubbed on the specimen around the center of deformation are used for the measurements of the logarithmic strain applied in the specimen. The conventional roughness parameters R_{max} , R_a and R_{rms} are measured

through the samples made by cutting out of the specimens at some strain levels. There is remarkable difference between the growth of interfacial and surface roughening. The rate of growth on interfacial roughening diminishes from a certain strain level because of the characteristic hardening property of the polymer film, while the surface one increases monotonously until the final fracture.

The fifth chapter is written about the macroscopic mechanism of fracture in the aluminum foil laminated with the plastic films. We perform the elastic visco-plastic finite element analyses in which the propagation of delamination caused by the cohesive fracture of adhesive is modeled. This proposed finite element model is assumed on the basis of the experimental results and these results are investigated in relation to the bifurcation analyses obtained by regarding the delaminated region of the aluminum foil as the single material model subjected to the same tension. The strain at which the necking of aluminum foil occurs is roughly determined by the hardening ratio of it in the case of the relatively large initial delamination, while the propagation of delamination to a certain extent is necessary for the necking to start in the case of the small initial delamination.

The sixth chapter is dedicated to the self-similarity of the inhomogeneous deformations at the interface or surface of aluminum foils subjected to biaxial tension, which are presented in chapter 4. It may be one of the procedures to try to comprehend the mechanical behaviors from the hierarchical view point. The fractal analyses are performed by two kinds of methods which are the conventional Richardson's structured walk method and Wavelet transform. The latter method can provide the distribution developed spatially of the fractal dimensions, that is, largely defined multi-fractal concept. Two kinds of fractal dimensions are detected as the strain applied in the specimen increases in the case of the pure aluminum. They may correspond to the fractal dimensions on the microstructures of grain boundary and intergranular slip band, respectively. The fractal dimensions of the aluminum alloy hardly change as the strain during deformed almost uniformly except the initial state and the final fracture, while ones of the pure aluminum slightly increase.

第1章 緒 論

一般に金属材料に塑性変形を加えると、自由表面に”表面あれ”(Surface roughening)が生じることはよく知られている。この現象は、製品表面仕上げや工具との潤滑機構に影響を与えるとともに、材料の変形特性を評価する点からも重要な意味を持ち、従来より数多くの研究が行われている^{(1)~(7)}。この現象を引き起こす主要な原因の一つに、結晶粒の異方性(Anisotropy)や介在物の存在などに代表される材料の不均質性が考えられ、これを表現するための解析モデルも種々提案されている^{(8)~(11)}。変形初期において”表面あれ”は塑性ひずみにほぼ比例して増加するが、あるひずみレベルから急増することが実験的に確かめられている。この急増する現象は、Hill & Hutchinson⁽¹²⁾による有限変形弾塑性理論に基づいた分岐解析(Bifurcation analysis)と関連づけられ、またその不安定発生点の予測に関しても多くの検討が行われている^{(13)~(17)}。こうした研究の成果として、”表面あれ”の構造は、結晶粒界(Grain boundary)やすべり系(Slip system)といった不均質変形を引き起こす結晶学的な微細構造(Microstructure)に力学的な要因が加わることによって、それらが複雑に協同した結果形成され则认为られるようになっている。北川らは、ミクロな素過程からマクロな塑性ひずみ局所化現象⁽¹⁸⁾を把握するために、結晶すべり系モデル⁽¹⁹⁾による解析を行いより現実的な解明を行っている^{(10),(20)}。最近では、材料の多様化に伴い、塑性変形下での二相合金⁽²¹⁾や高分子材料⁽²²⁾の”表面あれ”についても報告されている。

ところで、塑性加工の分野において積層複合材料が、最近多く用いられるようになってきている⁽²³⁾。これらの材料は、熱伝導性、制振性あるいは製品の曲げ剛性の向上といった付加価値を持たせることが目的とされている。代表的なものとして、アルミはくはく高分子フィルムを積層した樹脂積層アルミはく⁽²⁴⁾、鋼板の間に樹脂を挿入した制振鋼板⁽²⁵⁾、鋼板にメッキ層を付着させた表面処理鋼板⁽²⁶⁾、あるいは超伝導線の製造に応用されている金属クラッド材⁽²⁷⁾などがある。これらの積層複合材料は大ひずみ領域まで安定に変形することが要求されるので、必然的に塑性特性が重要になってくる。従来の延性材料にみられる塑性不安定現象(Plastic instability)が積層効果により変化する過程が、この種の材料の変形限界を知る上で重要な点になってくると思われる。すなわち、”表面あれ”の

不均質変形に加えて、新たに”界面あれ”(Interfacial roughening)の存在が予想され、その発生・成長過程が界面強度を含めた特性に影響を与えることになる。先にあげた積層複合材料のうち、2材料に関する破断状態の一例を図1.1に示す。図1.1(a)は表面処理鋼板、(b)は樹脂積層アルミはくである。(a)は鋼板の両面にメッキ層の薄膜を有する積層構造で、一方向引張りが負荷された場合の最終破断部近傍の拡大図である。限界伸びが小さいためほとんど弾性範囲で生じるメッキ層の破壊が、表面のごく近傍に観察される。そして、鋼板のくびれ(Necking)で最終破断が生じている。(b)はアルミはくの両面に高分子フィルムをウレタン系の接着材で接合した積層構造で、変形に追従できなかった界面部の破壊(はく離(Delamination))が先行し、その後内部のアルミはくにくびれが生じていることがわかる。これらの材料に共通していることは、限界伸びの最も小さい母材あるいは界面での局所的な破壊がまず進行し、最終的には母材のくびれによる延性破壊を示すことである。特に界面で破壊の起点が生じる場合は、界面における塑性不安定現象、例えば”界面あれ”が力学的要因により拡大して局所的な破壊を誘引していると考えられる。このように、積層複合材料の変形限界を把握する上で、界面塑性不安定現象(Interfacial plastic instability)が重要な要因になりうると考えられる。しかしながら、これまで述べてきたように、”表面あれ”に関する実験的および解析的な検討は数多くあるが、このような”界面あれ”に代表される塑性不安定現象に関する研究は、最近の積層複合材に関する分岐解析^{(28)~(32)}以外にはほとんどない。

本研究においては、塑性特性が重要な意味を持つ積層複合材を対象として、界面における塑性不安定現象に着目した検討を行うことを目的とする。一般に材料の破壊に至るまでの過程を考える場合には、以下に述べる二点が重要になってくると思われる。一つは力学的視点から均一変形が維持できなくなる点の把握、もう一つはその限界点を越えて破壊に至るメカニズムの理解である。前者については、材料が延性、脆性にかかわらず、比較的単純な数学的モデルを仮定し弾性、塑性理論に立脚した数値解析により把握することが可能である。後者については、先に述べた理論解析では扱えない現象を含んでおり、実験や条件を設定した下での数値解析に依拠せざるをえない。以上のようなことから、本研究では、まず理想化された積層材のモデルに対して、初期に現れる変形状態(基本つり合い経路)の継続が破綻する点(数学的には分岐点としてとらえられる)を求める解析を行い、従来の単体モデルで出現する塑性不安定現象に対応する界面塑性不安定現象の存在およびその発生条件について検討を加える。また、理想的な積層モデルに対して速度依存型の構成式(Rate-dependent constitutive law)を用いた弾粘塑性有限要素法(Elastic visco-plastic finite element method)⁽³³⁾によりその界面局所変形挙動を解析する。つぎに、アルミはくに高分子フィルムを積層した材料の等二軸引張り試験(Biaxial Tensile Test)を行い、界面上の”あれ”に代表される塑性不安定現象を実験的に検討する。”あれ”は境界上

に出現する不均質変形であり，内部における微視的構造変化を反映していると考えられる．そのような”あれ”を幾何学的な側面から特徴づけるものとしてフラクタル解析（Fractal analysis）⁽³⁴⁾を行い，大ひずみ域における微視的構造変化との関係に着目して考察する．

本論文は以下の章より構成されている．

第2章は，従来の有限変形理論（Finite deformation theory）に基づく分岐解析を拡張して，積層材モデルに適用するための定式化を行う．対称配置された3層積層材の一方方向引張りに対する分岐解析を行い，積層板厚比や構成材料特性の界面不安定性に対する影響について検討を行う．

第3章は，速度依存型の構成式を用いた弾粘塑性有限要素法を用い，積層複合材に対する局所変形挙動の解析を行う．従来より速度依存型の構成式を用いた場合には分岐点が存在しないと言われている^{(35)~(37)}．第2章で用いた手法を適用し，簡便なモデルに対してその確認を行う．また，粘性を考慮した材料を弾塑性体に積層したモデルに対して局所変形の遅延に関する有限要素解析を行う．

第4章は，樹脂積層アルミはくの等二軸引張り試験を行い，アルミはくと高分子フィルム間に生じる”界面あれ”の発生および成長のメカニズムと，最終破断との関係について検討する．この材料は著しい限界伸びを示し，かつひずみ負荷中でも透明な高分子フィルムを介して界面状態の変化が把握できる．試験材料としては，高純度アルミはくとアルミ合金はくの2種類のアルミはくの両面に，高分子フィルムを積層したものをを用いる．また，アルミ合金はくについてはフィルムの厚みを変えたものも使用する．試験は積層材とアルミはく単体材料の両方について実施し，”表面あれ”の特性と比較しながら検討する．ひずみ負荷とともに変化する界面状態の観察と，各ひずみレベルにおける界面あるいは表面上のあらさ量の変化から考察する．

第5章は，第4章で得られた積層アルミ合金はくの巨視的破壊のメカニズムに基づいて，以下のようなモデル化に従い弾粘塑性有限要素解析を行う．界面接着層にボイド（Void）の存在を仮定し，簡便な応力基準のはく離条件のもとで要素を除去する方法によりはく離の伝ば（Propagation）を表現する．伝ば後自由境界となったアルミはく領域に生じる局所変形挙動について，アルミはく単体の分岐解析結果と合わせて検討を行う．

第6章は，負荷ひずみに応じて変化する界面および表面上の幾何学的形状に対して，フラクタル解析を行う．ひずみの負荷レベルに応じた界面や表面形状の自己相似性（Self-similarity）について，結晶粒界やすべり帯（Slip band）の形成といった微細構造に対応付けながら検討する．解析は従来よりよく用いられている粗視化の度合いを変える方法と，フラクタル特性の”ゆらぎ”，換言すればフラクタル特性の空間発展的依存性の検出可能なウェーブレット変換（Wavelet transform）⁽³⁸⁾を用いて行う．後者の方法においては，コントロール集合やコッホ曲線といったフラクタル次元が既知であるものに対して適用し，その変換

の自己相似性の確認および従来の粗視化の度合いを変える方法との関係を明らかにする。
そして、第4章で得られた”界面あれ”の幾何形状に対して適用することを試みる。

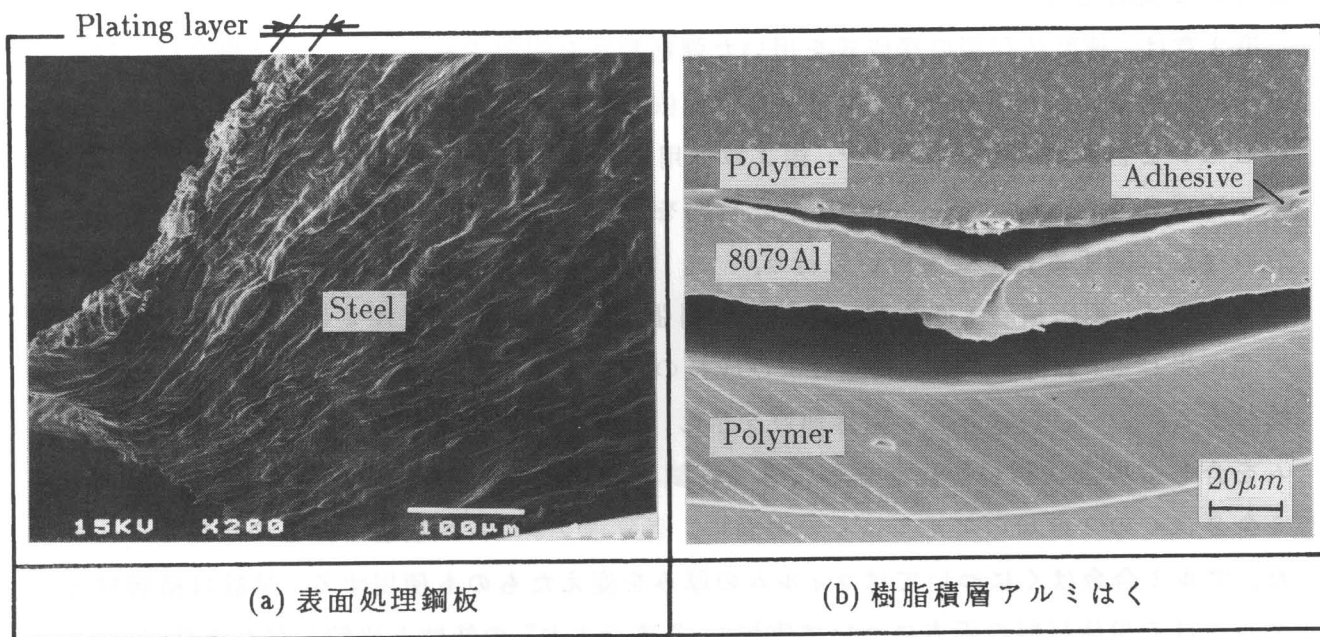


図 1.1 積層複合材の破断例

参 考 文 献

- (1) 小坂田, 大矢根, 機論, **36**-286(1970), 1017.
- (2) 大矢根, 塑性と加工, **18**, (1977), 114.
- (3) 阿部, 長嶋, 前田, 岡部, 機論, **51**, A(1985), 2036.
- (4) 高倉, 山口, 小畑, 森, 福田, 機論, **51**, C(1985), 172.
- (5) 高倉, 山口, 小畑, 森, 福田, 機論, **51**, C(1985), 2364.
- (6) 中村, 今泉, 片山, 機論, **52**, C(1986), 1448.
- (7) 小豆島, 宮川, 塑性と加工, **27**, (1986), 1261.
- (8) 阿部, 長岐, 赤瀬, 機論, **50**-469, A(1984), 1236.
- (9) 北川, 松下, 機論, **53**-469, A(1985), 2120.
- (10) 北川, 松下, 機論, **53**-469, A(1985), 2216.
- (11) 吉川, 阿部, 長岐, 機論, **53**-490, A(1987), 1144.
- (12) Hill, R. and Hutchinson, J.W., J.Mech.Phys.Solids, **23**(1975), 239.
- (13) Hutchinson, J.W. and Tvergaard, V., Int.J.Mech.Sci., **22**(1980), 339.
- (14) Hutchinson, J.W. and Tvergaard, V., Int.J.Solids Struct., **17**(1981), 451.
- (15) 北川, 機論, **47**-422(1981), 1059.
- (16) Tvergaard, V., J.Mech.Phys.Solids, **30**(1982), 399.
- (17) 富田, 進藤, 金, 機論, **51**-467(1985), 1872.
- (18) 北川, 機論, **48**-427(1982), 250.
- (19) Peirce, R., Asaro, R.J. and Needleman, A., Acta Metall., **30**(1982), 1087.
- (20) Kitagawa, H., JSME Int.J., **30**-267(1987), 1361.
- (21) 阿部, 野村, 材料, **39**-444(1990), 1248.
- (22) 阿部, 中西, 梅本, 材料, **39**-442(1990), 864.
- (23) 最近の積層複合板, 塑性と加工, **32**-360(1991).
- (24) Sakaguchi, M., Yamanoi, T., Hasegawa, M. and Kitagawa, H., Z.Metallkd, **79**(1988), 452.
- (25) 長井, 塩田, 金属 (1990-3), 4, アグネ.
- (26) 松塚, 鉄と鋼, **72**-8(1986), 891.
- (27) 石尾, 鉄と鋼, **75**-5(1989), 716.
- (28) Steif, P.S., Int.J.Solids Struct., **22**-2(1986), 195.
- (29) Steif, P.S., Int.J.Mech.Sci., **31**-7(1989), 533.
- (30) Ramirez, J.C., Int.J.Solids Struct., **25**-6(1989), 579.
- (31) Steif, P.S., Int.J.Solids Struct., **26**-8(1990), 915.
- (32) 北川, 渋谷, 山崎, 機論, **57**-534, A(1991), 232.
- (33) Peirce, D., Shih, C.F. and Needleman, A., Comput. & Struct., **18**-5(1984), 875.

- (34) 高安秀樹, フラクタル, (1989), 14, 朝倉書店.
- (35) Peirce, D., Asaro, R.J. and Needleman, A., *Acta Metall.*, **31**(1983), 1951.
- (36) Needleman, A., *Comp. Methods Appl. Mech. Engng.*, **67**(1988), 69.
- (37) Nacar, A., Needleman, A and Ortiz, M., *Comp. Methods Appl. Mech. Engng.*, **73**(1989), 235.
- (38) 山口, 山田, 科学, **60-6**(1990), 398.

第2章 積層複合材の界面分岐解析

2.1 緒言

ひずみの局所化を伴う塑性不安定現象は延性破壊に先だって現れ、延性的変形限界の力学的評価につながることから、その解明に多くの関心が寄せられている^{(1), (2)}。大ひずみ域において金属材料の表面に生じる凹凸、いわゆる”あれ”もその一つで、”あれ”が急速に増大する現象が、表面、界面における変形限界状態に対応していると考えられている。”あれ”が急増する状態の評価は、従来より一様変形から不均一変形への移行点を求める分岐解析が役立つとされており、例えば Hill & Hutchinson によって示された方法を用いることにより、比較的容易に解析を実施することができる⁽³⁾。しかし、現実には完全に一様な変形状態は存在せず、幾何学的形状の不均質や、あるいは微視的な材料特性の不均質のために、変形初期の段階から巨視的にも不均一な変形が現れる。したがって、数学モデル上で現れる分岐点の物理的解釈については、現実との対比において十分に説明できない一面がある。

一方、変形初期から不均質変形を考慮するためには、幾何学的あるいは材料特性などについて初期不整を持つモデルが用いられている^{(4), (5)}。いずれの不整のモデルにしても、物理現象の本質は、それらが複雑に協同したものであるという観点に立てば不十分である。したがって、分岐解析に現実の挙動との定量的な対比に問題があっても、相対的あるいは定性的にうまく説明でき、かつ数学的な取扱いが容易であることを考えれば、分岐点の探索は有限変形している場の塑性不安定性を検討する上で重要な意味を持つものと思われる。

ところで、分岐現象に関しては、これまでに多くの研究がなされてきているが、その大半は単一材料に対する検討が主であり、界面を有する複合材料の分岐に関する研究はまだ少ない^{(6)~(12)}。有限変形理論によって記述される積層複合材の変形場を考えると、単体材料と同様な表面の存在に加えて材料内部に界面があり、その界面上の塑性不安定現象が予想される。したがって、”表面あれ”と同様に”界面あれ”が積層複合材の変形限界を律する一要因となりうる。そこで本研究においては、平面ひずみ下で一方向引張りを受ける積

層複合材の分岐解析を，単体材料に対する従来の方法を拡張することにより実施し，界面不安定挙動に関する検討を行う．すなわち，Hill & Hutchinson によって与えられた支配微分方程式の一般解を用いて，界面における連続性の条件と自由表面の境界条件により分岐点を与える固有方程式を導出する．そして，単体材料に対する Hill & Hutchinson の解⁽³⁾，および異種材料が積層された半無限体間に対する Steif の解⁽⁶⁾と一致することを確認した上で，弾塑性有限要素法による分岐解を援用しつつ，界面あるいは表面不安定挙動の検討を行う．

2.2 界面分岐問題の定式化

引張り軸を含む板厚断面内で，平面ひずみ状態における積層複合材の分岐解析を行う．図 2.1 のように対称性のある配置を有した 2 種の材料による 3 層積層材を考え， $2b \times 2l$ の領域を解析の対象とする．積層構成材が対称配置されていない場合，一方向引張り下でも，ポアソン比の違いにより面外変形（カーリング現象⁽¹³⁾）が生じてしまうので，これを防止するために，上述のような対称配置されている構造が一般的である．

平面ひずみ下での一方向引張りをうける単体材料の分岐解析は，Hill & Hutchinson⁽³⁾により行われており，本研究では，その方法を拡張した形で複合材料の分岐解析を行う．

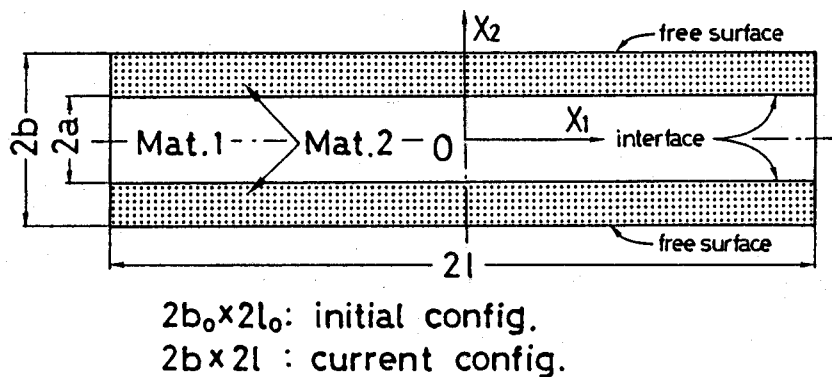


図 2.1 対称配置された 3 層積層材

2.2.1 構成式とつりあい条件を満足する一般解

各構成材料に対して， J_2 流れ理論 (J_2 -F) および J_2 変形理論 (J_2 -D) に基づいて誘導され

る構成式に、弾性変形も含めた非圧縮性を仮定すると、つぎの関係式が導かれる^{(3), (14)}.

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\sigma}}_{11} - \dot{\bar{\sigma}}_{22} &= -\frac{1}{2}H(d_{11} - d_{22}) \\ \dot{\bar{\sigma}}_{12} &= Kd_{12}\end{aligned}\quad (2.1)$$

ここで、 $\dot{\bar{\sigma}}_{ij}$ は Cauchy 応力 σ_{ij} の Jaumann 速度、 d_{ij} は変形速度テンソルである。添字 1, 2 は図 2.1 の座標軸 x_1, x_2 方向に対応しており、構成材料による区別は、表記上必要となるまで省略する。瞬間的せん断剛性を意味する H, K は、つぎのように表される。

○ J_2 -F の場合；

$$\begin{aligned}H &= 4\mu\left\{1 - \frac{3(\sigma'_{11} - \sigma'_{22})^2}{4\bar{\sigma}^2(1 + h/2\mu)}\right\} \\ K &= 2\mu\end{aligned}\quad (2.2)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 σ'_{ij} は偏差応力、 μ は横弾性係数、 $(3/2)h$ は単軸引張り状態における真応力－塑性対数ひずみ曲線の接線係数を表す。

○ J_2 -D の場合；

Stören & Rice⁽¹⁵⁾によると、式(2.2)の μ, h の代わりに次式で示す μ_s, h_s を用いた式になる。

$$\begin{aligned}\mu_s &= \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \\ \frac{1}{h_s} &= \frac{3}{2}\left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_s}\right)\end{aligned}\quad (2.3)$$

ここで、 E_t, E_s は単軸引張り状態における真応力－対数ひずみ曲線の接線係数、および割線係数を表す。

式(2.1)の Cauchy 応力の Jaumann 速度 $\dot{\bar{\sigma}}_{ij}$ を公称応力速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ に、変形速度テンソル d_{ij} を速度 v_i によって表すと次式を得る。

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{11} - \dot{\sigma}_{22} &= \frac{1}{2}\{H - (\sigma_{11} + \sigma_{22})\}(v_{1,1} - v_{2,2}) \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{1}{2}\{K - (\sigma_{11} + \sigma_{22})\}v_{2,1} + \frac{1}{2}\{K - (\sigma_{11} - \sigma_{22})\}v_{1,2} \\ \dot{\sigma}_{21} &= \frac{1}{2}\{K + (\sigma_{11} - \sigma_{22})\}v_{2,1} + \frac{1}{2}\{K - (\sigma_{11} + \sigma_{22})\}v_{1,2}\end{aligned}\quad (2.4)$$

つぎに、流れ関数 $\psi(x_1, x_2)$ を導入すると、非圧縮性の条件より、速度は次式で表される。

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}\quad (2.5)$$

式(2.5)を式(2.4)に代入し、体積力項を無視したつりあい方程式に代入することによりつぎの微分方程式が得られる^{(3), (14)}。

$$(K + \sigma_{11} - \sigma_{22})\frac{\partial^4 \psi}{\partial x_1^4} + 2(H - K)\frac{\partial^4 \psi}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + (K - \sigma_{11} + \sigma_{22})\frac{\partial^4 \psi}{\partial x_2^4} = 0\quad (2.6)$$

式(2.6)の微分方程式の一般解のうち、速度場が x_1 に関して対称な一般解を次式のように置く。

$$\psi = v(x_2)\sin(c_1x_1) \quad (2.7)$$

$x_1 = \pm l$ でせん断応力速度が0であるとするとき、

$$c_1 = \frac{m\pi}{2l}, \quad m = 0, 2, 4, \dots \quad (2.8)$$

式(2.7)を式(2.6)に代入することによって、 v に関する微分方程式の一般解として次式が得られる⁽¹⁴⁾。

$$(i) \quad \frac{K}{H} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{H} \right)^2 \quad (2.9)$$

の場合、微分方程式(2.6)は楕円形になり、

$$\begin{aligned} v(x_2) &= A\sin(pc_1x_2)\cosh(qc_1x_2) \\ &\quad + B\cos(pc_1x_2)\sinh(qc_1x_2) \\ &\quad (\text{\textit{x}}_2 \text{ について対称モードの場合}) \\ &= C\cos(pc_1x_2)\cosh(qc_1x_2) \\ &\quad + D\sin(pc_1x_2)\sinh(qc_1x_2) \\ &\quad (\text{\textit{x}}_2 \text{ について反対称モードの場合}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} p^2 - q^2 &= \frac{K - H}{K - \sigma_{11} + \sigma_{22}}, \\ p^2 + q^2 &= \sqrt{\frac{K + \sigma_{11} - \sigma_{22}}{K - \sigma_{11} + \sigma_{22}}} \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \frac{K}{H} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{H} \right)^2, \quad K > \sigma_{11} - \sigma_{22}, \quad H < K \quad (2.11)$$

の場合、微分方程式(2.6)は双曲線形となり、

$$\begin{aligned} v(x_2) &= A\sin(pc_1x_2) + B\sin(qc_1x_2) \\ &\quad (\text{\textit{x}}_2 \text{ について対称モードの場合}) \\ &= C\cos(pc_1x_2) + D\cos(qc_1x_2) \\ &\quad (\text{\textit{x}}_2 \text{ について反対称モードの場合}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} p^2 + q^2 &= 2 \frac{K - H}{K - \sigma_{11} + \sigma_{22}}, \\ p^2 - q^2 &= 2 \frac{\sqrt{(H - K)^2 - (K - \sigma_{11} + \sigma_{22})(K + \sigma_{11} - \sigma_{22})}}{K - \sigma_{11} + \sigma_{22}} \end{aligned}$$

2.2.2 境界条件式

積層複合材は完全に接着しており、界面には速度の不連続はないと仮定する。このことから、境界条件式としては以下の2式が与えられる。

○自由表面の条件；

$$x_2 = \pm b : \bar{\sigma}_{22} = \bar{\sigma}_{12} = 0 \quad (2.13)$$

○界面連続の条件；

$$x_2 = \pm a : \langle \bar{\sigma}_{22} \rangle = \langle \bar{\sigma}_{12} \rangle = \langle v_1 \rangle = \langle v_2 \rangle = 0 \quad (2.14)$$

ここで、記号 $\langle \rangle$ は2材料間での差を示す。例えば、

$$\langle \bar{\sigma}_{12} \rangle = \bar{\sigma}_{12}^{(1)} - \bar{\sigma}_{12}^{(2)} \quad (2.15)$$

式(2.10)，(2.12)の一般解を式(2.7)に代入すると、積分定数を含んだ流れ関数 ψ を得る。この積分定数を境界条件により決定する関係式として、分岐を定める特性方程式が得られる。それを誘導するに先立ち、まず式(2.10)，(2.12)の一般解を用いて、 x_2 に関する3階までの微分形を以下に示す。

(i) 楕円形領域において

$$\begin{aligned} v'(x_2) = & c_1 [p \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + q \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] A \\ & + c_1 [q \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) - p \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] B \\ & + c_1 [-p \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + q \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] C \\ & + c_1 [q \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + p \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] D \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} v''(x_2) = & c_1^2 [(q^2 - p^2) \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + 2pq \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] A \\ & + c_1^2 [-2pq \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + (q^2 - p^2) \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] B \\ & + c_1^2 [(q^2 - p^2) \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) - 2pq \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] C \\ & + c_1^2 [2pq \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + (q^2 - p^2) \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] D \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} v'''(x_2) = & c_1^3 [p(3q^2 - p^2) \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + q(q^2 - 3p^2) \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] A \\ & + c_1^3 [q(q^2 - 3p^2) \cos(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) - p(3q^2 - p^2) \sin(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] B \\ & + c_1^3 [-p(3q^2 - p^2) \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + q(q^2 - 3p^2) \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] C \\ & + c_1^3 [q(q^2 - 3p^2) \sin(\bar{p}) \cosh(\bar{q}) + p(3q^2 - p^2) \cos(\bar{p}) \sinh(\bar{q})] D \end{aligned} \quad (2.18)$$

(ii) 双曲線形領域において

$$\begin{aligned} v'(x_2) = & pc_1 \cos(\bar{p}) A + qc_1 \cos(\bar{q}) B \\ & - pc_1 \sin(\bar{p}) C - qc_1 \sin(\bar{q}) D \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} v''(x_2) = & -(pc_1)^2 \sin(\bar{p}) A - (qc_1)^2 \sin(\bar{q}) B \\ & -(pc_1)^2 \cos(\bar{p}) C - (qc_1)^2 \cos(\bar{q}) D \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} v'''(x_2) = & -(pc_1)^3 \cos(\bar{p}) A - (qc_1)^3 \cos(\bar{q}) B \\ & + (pc_1)^3 \sin(\bar{p}) C + (qc_1)^3 \sin(\bar{q}) D \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで,

$$\tilde{p} = pc_1x_2, \quad \tilde{q} = qc_1x_2$$

式(2.13)の応力速度に一般解を用いて表すと,

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{22} &: (K^{(2)} - \sigma^{(2)})v'''^{(2)} - (2H^{(2)} - K^{(2)} - \sigma^{(2)})c_1^2 v'^{(2)} = 0 \\ \tilde{\sigma}_{12} &: c_1^2 v''^{(2)} = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

また, 式(2.14)の界面条件については次式となる.

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\sigma}_{22} \rangle &: \langle (K - \sigma)v''' - (2H - K - \sigma)c_1^2 v' \rangle = 0 \\ \langle \tilde{\sigma}_{12} \rangle &: \langle (K - \sigma)(c_1^2 v + v'') \rangle = 0 \\ \langle v_1 \rangle &: \langle v' \rangle = 0 \\ \langle v_2 \rangle &: \langle v \rangle = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

$\sigma^{(i)}$ は一様引張りひずみ ϵ に対して各構成材料 (i) に生じる真応力を表す.

ところで, 式(2.13), (2.14)の $\tilde{\sigma}_{22}$ に関する条件式は, 次式と等価になり,

$$\tilde{\sigma}_{22,1} = 0, \quad \langle \tilde{\sigma}_{22,1} \rangle = 0 \quad (2.24)$$

ここでは, 式(2.24)を用いて, 式(2.22), (2.23)を求めている.

一般解には4個の未定係数が含まれているので, 2構成材で8個の係数を決定する必要がある. ところが, 式(2.13), (2.14)の境界条件式は6個なので, ここでは, 構成材(1) (図2.1参照)に関しては, x_2 について対称モード, あるいは反対称モードのいずれかを選択する. そうすることによって, 未定係数が6個に減じられ固有方程式系を誘導することができる.

2.2.3 分岐解の導出方法

界面と平行な x_1 方向に一様な引張りひずみ ϵ を与えた場合の平面ひずみ状態における分岐解を求める.

材料(1), (2)ともに相当応力-相当ひずみ関係に次式の n 乗硬化則が成立すると仮定する. 材料(i) ($i=1, 2$) に対して,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(i)} &= \sigma_0^{(i)} (\bar{\epsilon}/\epsilon_0^{(i)})^{n(i)} \\ &\equiv A^{(i)} \bar{\epsilon}^{n(i)} \\ A^{(i)} &= \sigma_0^{(i)} (\epsilon_0^{(i)})^{-n(i)} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ここで, σ_0, ϵ_0 は基準応力, 基準ひずみ, n はひずみ硬化指数である.

引張り方向ひずみ ϵ と相当ひずみ $\bar{\epsilon}$ の間には, 非圧縮性の仮定より,

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon \quad (2.26)$$

の関係があり, このときの各材料に発生する相当応力 $\bar{\sigma}^{(i)}$ は式(2.25)を用いて各材料ごとに求まる.

平面ひずみ状態における H , K を式(2.2), または式(2.3)を用いた式(2.2)から求める.
一方向引張り状態 ($\sigma_{11}=\sigma$, $\sigma_{22}=0$) に対して,

$$\sigma'_{11} - \sigma'_{22} = \sigma \quad (2.27)$$

また, 相当応力 $\bar{\sigma}$ は,

$$\bar{\sigma} = \sigma^2 - \sigma \cdot \sigma_{33} + \sigma_{33}^2$$

弾性変形を含めた非圧縮性を考慮すれば⁽¹⁶⁾,

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= \frac{1}{2} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) = \frac{1}{2} \sigma \\ \bar{\sigma}^2 &= \frac{3}{4} \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

したがって, 式(2.27), (2.28)を式(2.2)に代入すると,

$$H = 4\mu \left\{ 1 - \frac{1}{1+h/(2\mu)} \right\} \quad (2.29)$$

硬化関数 h は接線係数 E_t を用いると次式のように表される⁽¹⁷⁾.

$$h = \frac{2}{3} \frac{E E_t}{E - E_t - (1-2\nu)\sigma} \quad (2.30)$$

以上のことから, 平面ひずみ状態における H , K の具体形は次式となる⁽¹⁸⁾.

$$\begin{aligned} H^{(i)} &= \frac{4}{3} E_t^{(i)} = \frac{4}{3} n^{(i)} \frac{\bar{\sigma}^{(i)}}{\bar{\epsilon}} \\ K^{(i)} &= \frac{2}{3} E^{(i)} \quad \dots (J_2-F) \\ &= \frac{2}{3} E_s^{(i)} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}^{(i)}}{\bar{\epsilon}} \quad \dots (J_2-D) \end{aligned} \quad (2.31)$$

仮定された引張りひずみ ϵ に対して, 式(2.31)から H , K を求め, これを用いて境界条件式(2.13), (2.14)から未定係数を決定する斉次6元連立1次方程式を得る. 非自明解を持つ条件(係数行列式が0である条件式)が分岐を与える特性方程式となる. ここでは, 分岐解はつぎのような数値解析により求める. 規定されたひずみ増分量でもって, 引張りひずみを増加させ各計算ステップにおいて係数行列を求める. そして係数行列をクラウト法でLU分解した後行列式を算出し, この値が0となるひずみを反復させることによって求め, それを分岐解とする. また, 収束解に対して, 基本相似変換, ダブルQR法によって固有モード(分岐モード)を求める.

2.3 対称配置 3 層積層材における界面分岐解析

さきに示した方法で得られる分岐解は、材料(1), (2)ともに同一材料とした場合には Hill & Hutchinson の解⁽³⁾ になり、材料(2)を無限長(十分に大きい)の板厚と考えた場合には、半無限体の積層構造に対する Steif の解⁽⁶⁾ に一致する。ただし、後者の場合、式(2.13)の自由表面における2つの境界条件を、 x_2 に関して無限遠方では速度 v_1, v_2 ともに0であるという次式の条件に置き換える必要がある。

$$v_1^{(2)}, v_2^{(2)} \rightarrow 0 \quad (x_2 \rightarrow \pm\infty) \quad (2.32)$$

x_1 方向のひずみ ϵ が単調増加するにつれて、支配方程式(2.6)は楕円形から双曲線形に変化し、その間に分岐点は多数存在する。楕円形領域においては、ひずみ状態に応じて低次数から高次数におよぶ無数の分岐点が現れ、高次数の分岐点に対応する短波長の分岐モードは、単体材料の場合、その振幅が表面の境界上で最大となり、材料内部にいくほど指数関数的に減衰する⁽³⁾。このような、高次モードの分岐点は、自由表面に生じる”あれ”が急速に増大する現象に対応し、延性材料の最終破断の前過程の評価に役立つと考えられている。積層複合材の場合には、そのような”表面あれ”以外に、界面はく離を誘起すると考えられる”界面あれ”の発生が予想される。”界面あれ”の評価に対しても同様に、界面境界上で振幅が最大になる高次モードの分岐点が役立つものと考えられる。一方、式(2.6)が双曲線形に性質を変えると、不連続な速度場を伴う不均一変形を示す解が存在するようになる。これは、そのようなひずみ下で、例えば境界条件や材料特性の不均一が起因して、いわゆるせん断帯モードの局所的不均一変形が発生することを示唆している。

2.3.1 分岐モード

(1) せん断帯モードへの移行条件式

支配微分方程式が楕円形から双曲線形に移行する条件は、式(2.9), (2.11)より各構成材料(i)に対して次式で表される^{(3), (14)}。

$$\frac{K^{(i)}}{H^{(i)}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11}^{(i)} - \sigma_{22}^{(i)}}{H^{(i)}} \right)^2 \quad (2.33)$$

一方向引張り状態において上式は、

$$\frac{\sigma^{(i)}}{H^{(i)}} = \sqrt{2 \frac{K^{(i)}}{H^{(i)}} - 1} \quad (2.34)$$

さらに、式(2.31)を用いれば、

$$\epsilon = \sqrt{n^{(i)}(1 - n^{(i)})} \quad (2.35)$$

すなわち、この条件式は形状寸法に依存せず、硬化指数 n のみで決定される。

(2) 弾塑性有限要素法による分岐解との比較

ひずみの増加につれて、現れてくる分岐モードを追跡することは本解析法では困難である。一方、これらの問題に対して、有限要素法による分岐解析は、比較的容易に各分岐点における分岐モードを求めることができる。以下では、合い補う両者を併用しながら解析結果について示す。

有限要素法による分岐解析は、これまで北川ら⁽¹⁹⁾により示されており、ここではその詳細な説明は省略する。有限要素解析に用いたモデルを図2.2に示し、解析に用いた物性値は結果を示した各図に記入している。ただし、式(2.25)で定義された材料(1)、(2)に対する $A^{(1)}, A^{(2)}$ の比を $\bar{K}$ としている。

$$\bar{K} = \frac{A^{(2)}}{A^{(1)}} \quad (2.36)$$

なお、 J_2 -Fを用いた解析結果は、高次モードにおいて非現実的な分岐解を与えることがわかっている⁽²⁰⁾。したがって、ここでは、 J_2 -Dを用いた結果のみを示す。

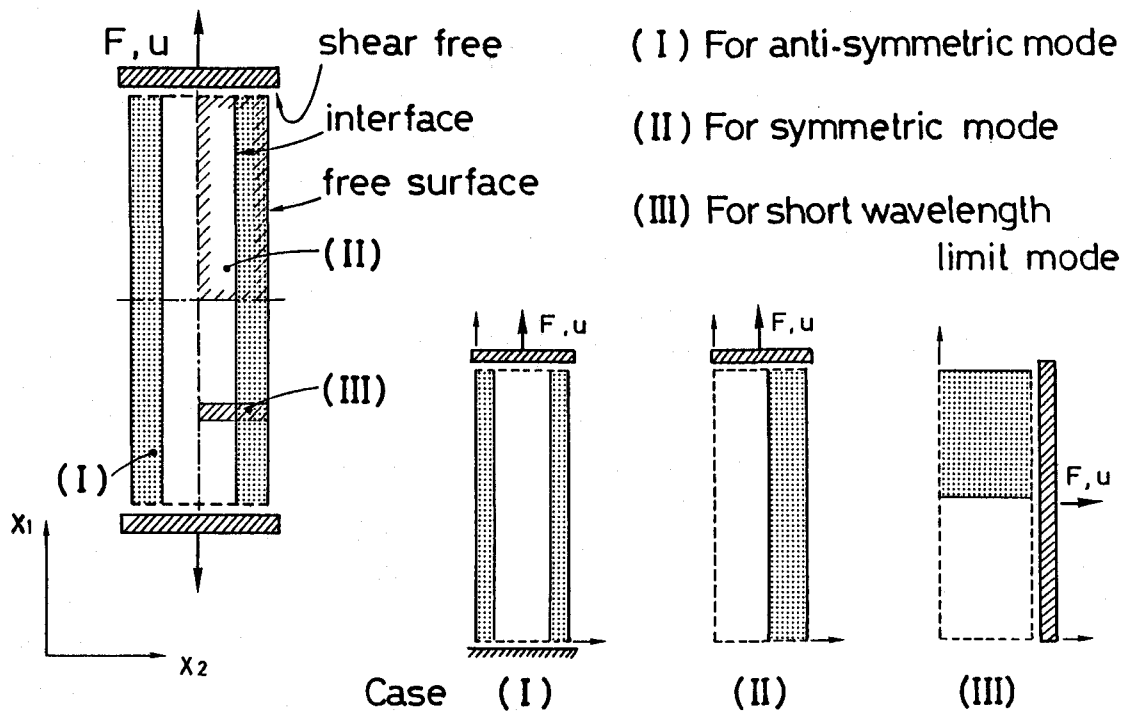


図2.2 積層材の有限要素解析モデル

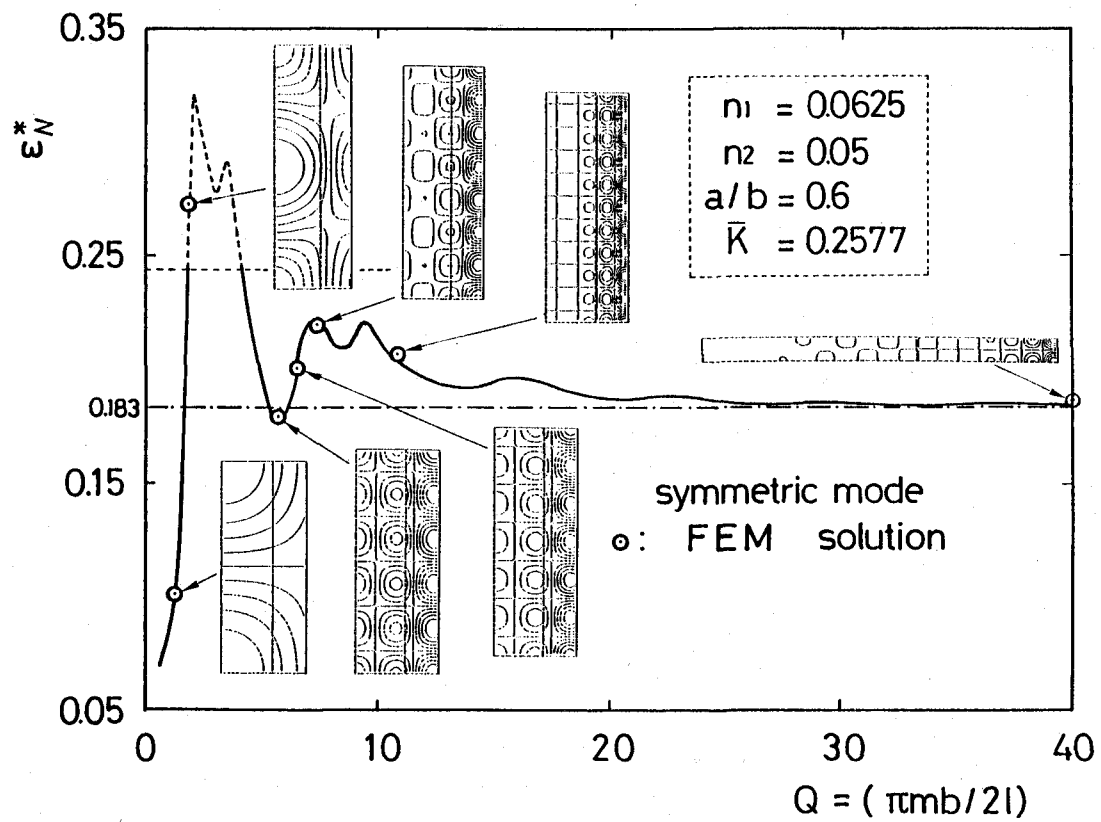
まず、 x_2 に対称な分岐モードの場合、有限要素法では図 2.2(II) のように 1/4 領域の解析を行い、全体剛性マトリックスの行列式の符号が反転した直後の不均一変形分岐モードを表示させることにより、モード次数 m を求める。分岐点におけるモデルの縦横比（アスペクト比）(l/b)、およびそのモード次数 m より Q 値 ($=\pi mb/2l$) を定義し、その Q 値と分岐ひずみ ϵ_N^* との関係を示したのが図 2.3 である。図 2.3(a) は $n_1 > n_2$, (b) は $n_1 < n_2$ の場合の一例について示している。このときの分岐ひずみは公称ひずみ $\epsilon_N^* (= \exp(\epsilon^*) - 1)$ で表示されている。白丸印(○)が有限要素解の分岐点およびそのときの分岐モードを示している。高次モードについては図 2.2 の (III) の要素分割を用いた結果を示している。解析解との良好な一致がわかる。なお、図中の点線は、材料(1), (2)のいずれかの支配方程式が楕円形から双曲線形に移行する限界ひずみを示し、このひずみを越えるとせん断帯状の局所変形を生じる。また、モード次数 m' ($=m/2$) ごとに分岐解をプロットしたのが図 2.4 である。図 2.4(a) は $n_1 > n_2$, (b) は $n_1 < n_2$ の一例である。同様に、白丸印で示した有限要素解は、解析解の結果とよく一致していることがわかる。

初期のアスペクト比 (l_0/b_0) が与えられた場合、非圧縮性を仮定したときの、公称ひずみ ϵ_N^* と変形時のアスペクト比 (l/b) の関係は次式で与えられる。

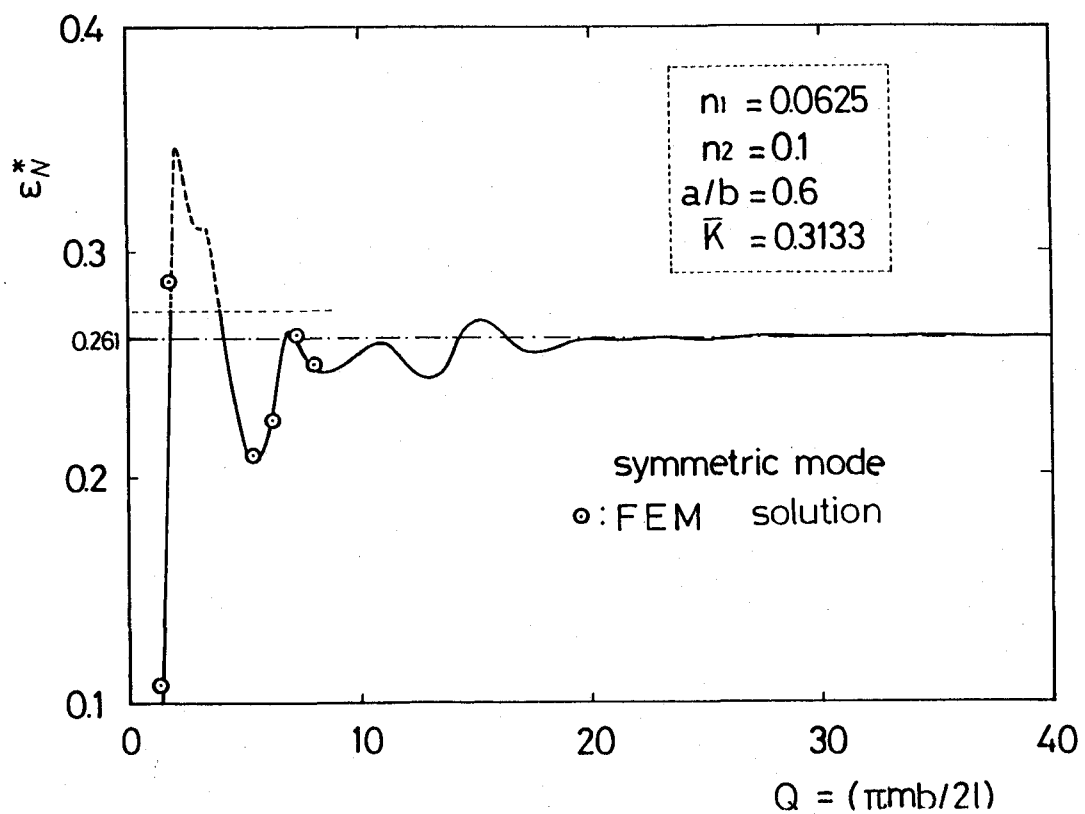
$$\epsilon_N^* = \sqrt{\frac{(l/b)}{(l_0/b_0)}} - 1 \quad (2.37)$$

したがって、上式を示す図 2.4(a) 中の点線と各モード曲線の交点が、予想される平面ひずみ下での一方向引張りに対する分岐点となる。なお、横軸との交点は、初期アスペクト比を示す。

反対称モードの場合について同様の結果を図 2.5, 2.6 に示す。このとき、有限要素解析では対称性を前提としない図 2.2(I) のモデルを用いている。図 2.5 が Q 値と分岐ひずみ ϵ_N^* の関係を、図 2.6 がモード次数ごとの分岐ひずみの分布である。前述の例と同様に、図 2.5 および 2.6 の (a) は $n_1 > n_2$, (b) は $n_1 < n_2$ の場合の一例をそれぞれ示している。図 2.4, 2.6 中の直線 l_1, l_2, l_3, l_4 は、式 (2.35) より求まる材料(1), または材料(2)にせん断帯状変形を生じる限界条件 (l_1, l_2)、そして、解析解として高次数で収束した界面不安定モードの発生点 (l_3)、および、表面不安定モードの発生点 (l_4) を示している。図 2.5, 2.6 から、反対称モードに関しても有限要素解とほぼ一致していることがわかる。

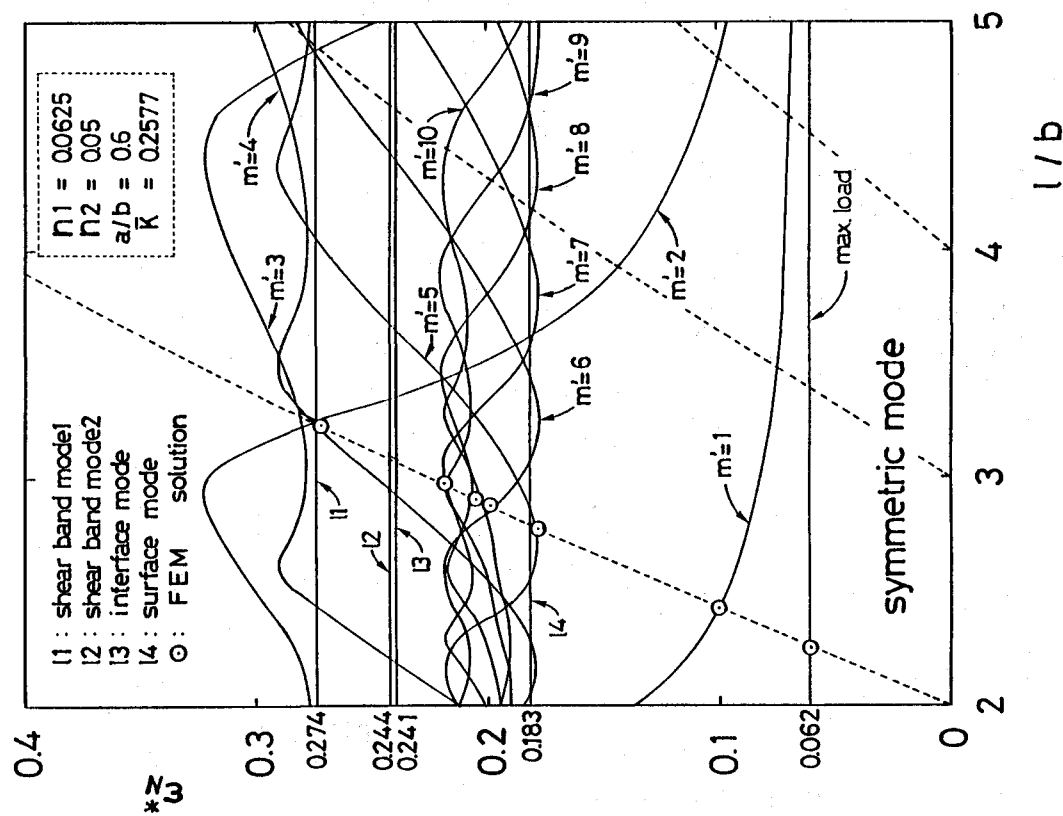


(a) $n_1 > n_2$ の場合

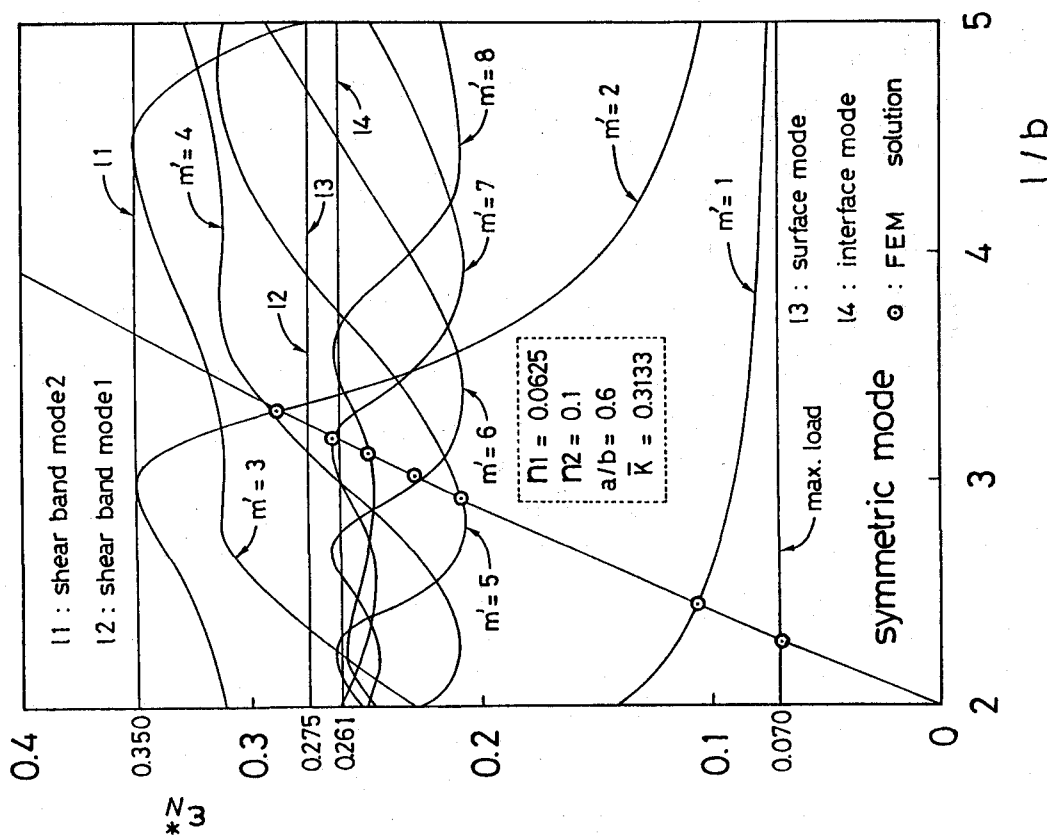


(b) $n_1 < n_2$ の場合

図 2.3 対称モードを仮定したときの分岐ひずみの変化

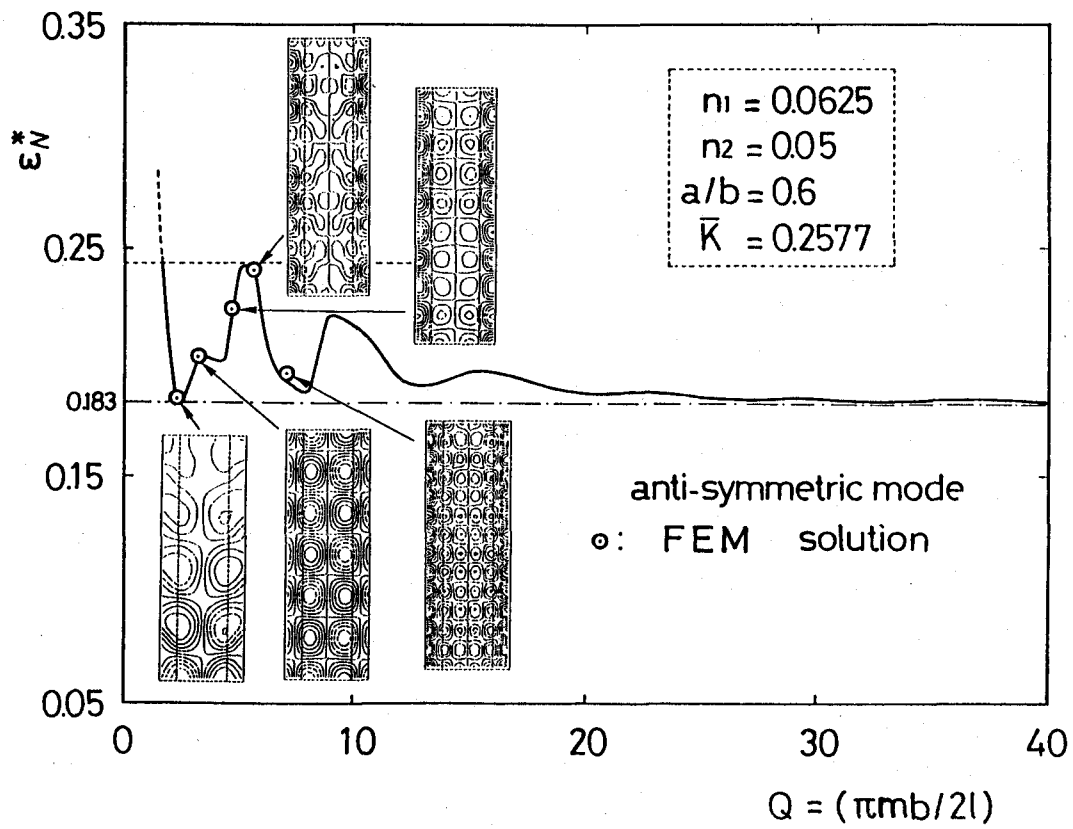


(a) $n_1 > n_2$ の場合

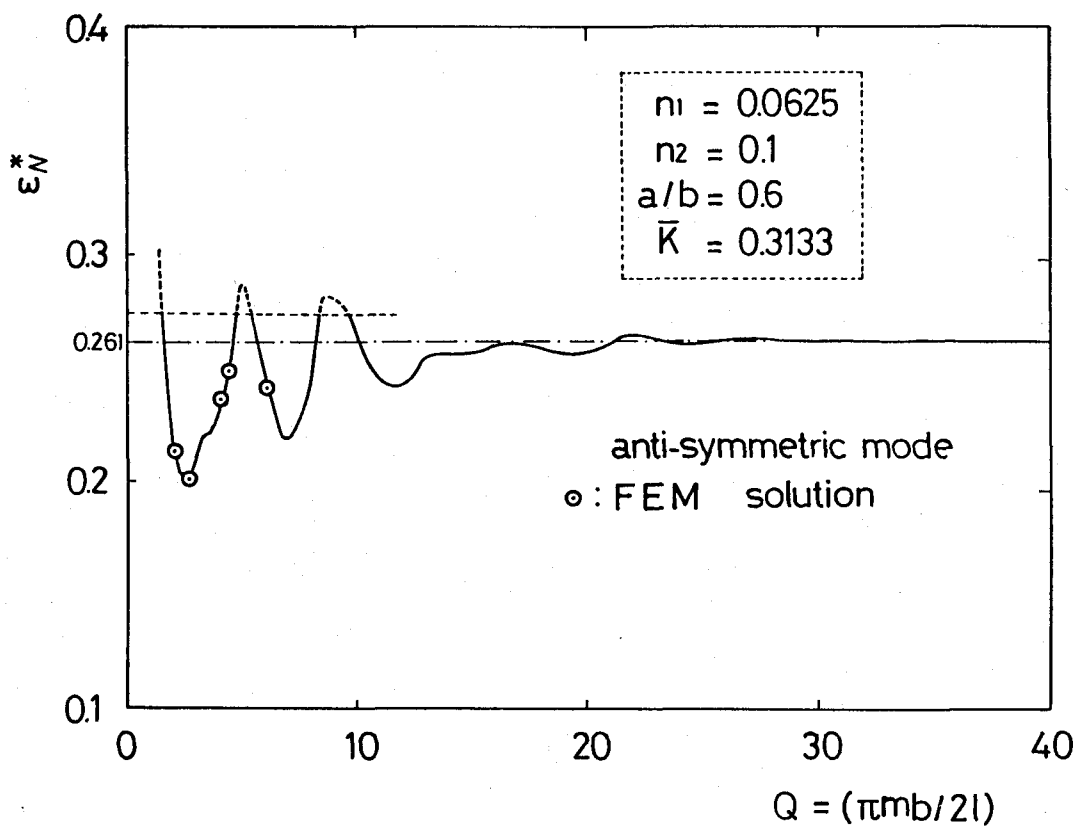


(b) $n_1 < n_2$ の場合

図 2.4 対称モードを仮定したときの各モード次数における分岐ひずみ



(a) $n_1 > n_2$ の場合



(b) $n_1 < n_2$ の場合

図 2.5 反対称モードを仮定したときの分岐ひずみの変化

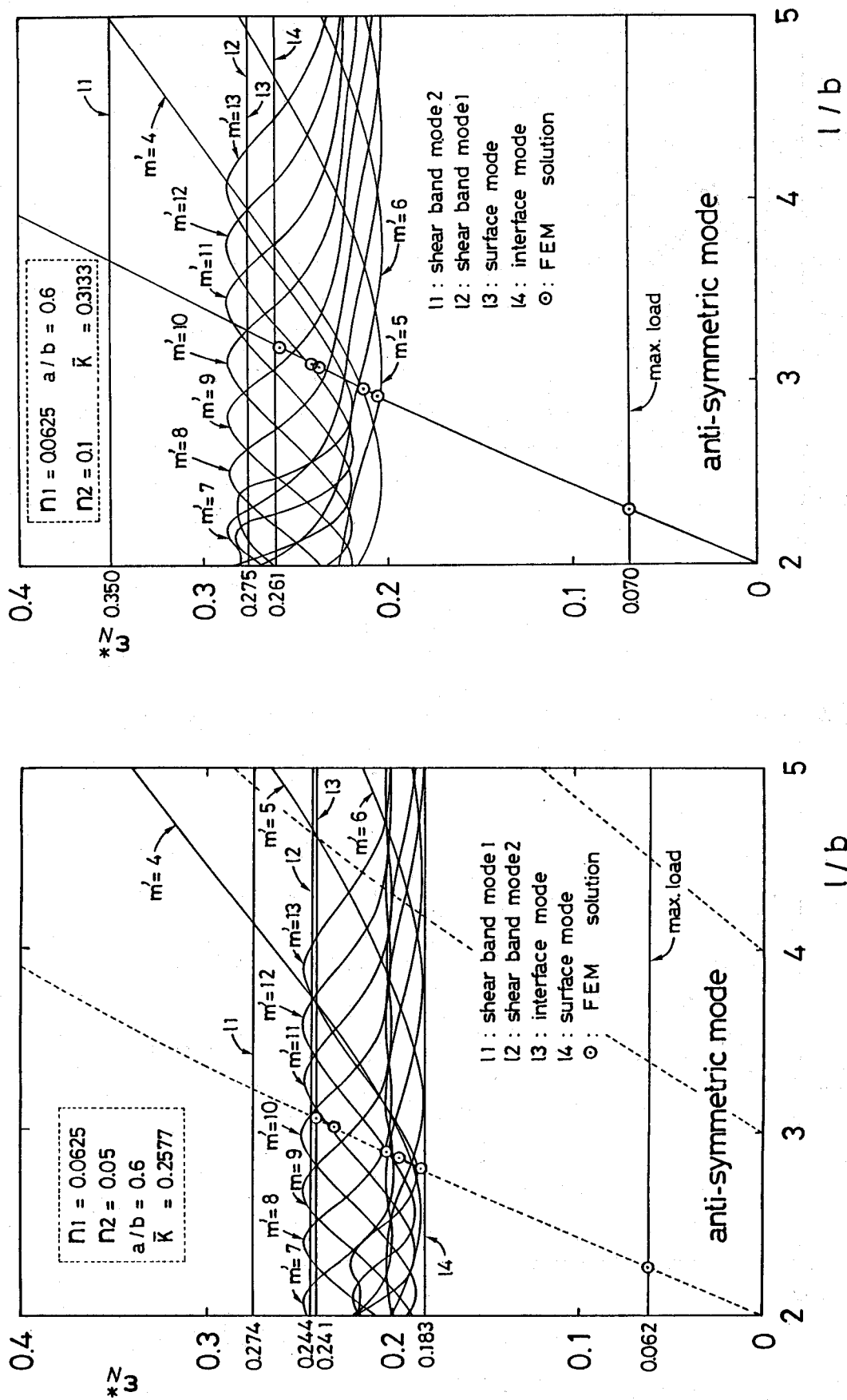


図 2.6 反対称モードを仮定したときの各モード次数における分岐ひずみ

2.3.2 分岐モードの板厚比依存性

積層材の板厚比を変化させることによって、種々の現実的な構造を持つ複合材の塑性不安定現象に関する知見が得られることになる。例えば、P V D (Physical Vapor Depositon) や C V D (Chemical Vapor Deposition), またはプラズマ溶射等により、基材の表面に数 μm から数 mm の厚みで異種材料をコーティングした構造では、一般的に基材の厚みに対して積層された材料の厚みは非常に小さい。

ところで、短波長（その極限としての無限小波長）のモードの分岐は幾何学的形状の影響を受けない。例えば、単体材料に対する短波長の分岐モード（表面不安定モード）に対して、つぎの近似式が成立する⁽²¹⁾。

$$\frac{\sigma}{H} = 1 + \frac{\sigma}{H \sqrt{(K - \sigma)/(K + \sigma)}} \quad (2.38)$$

この式には幾何学的特性値が含まれない。このことは、ここで示した積層材に対する高次の分岐解に対しても同様に言え、構成材の材料特性のみで決定されることになる。分岐モード次数の増加とともに、短波長モード分岐点にどのように漸近していくかについてつぎに検討を加える。

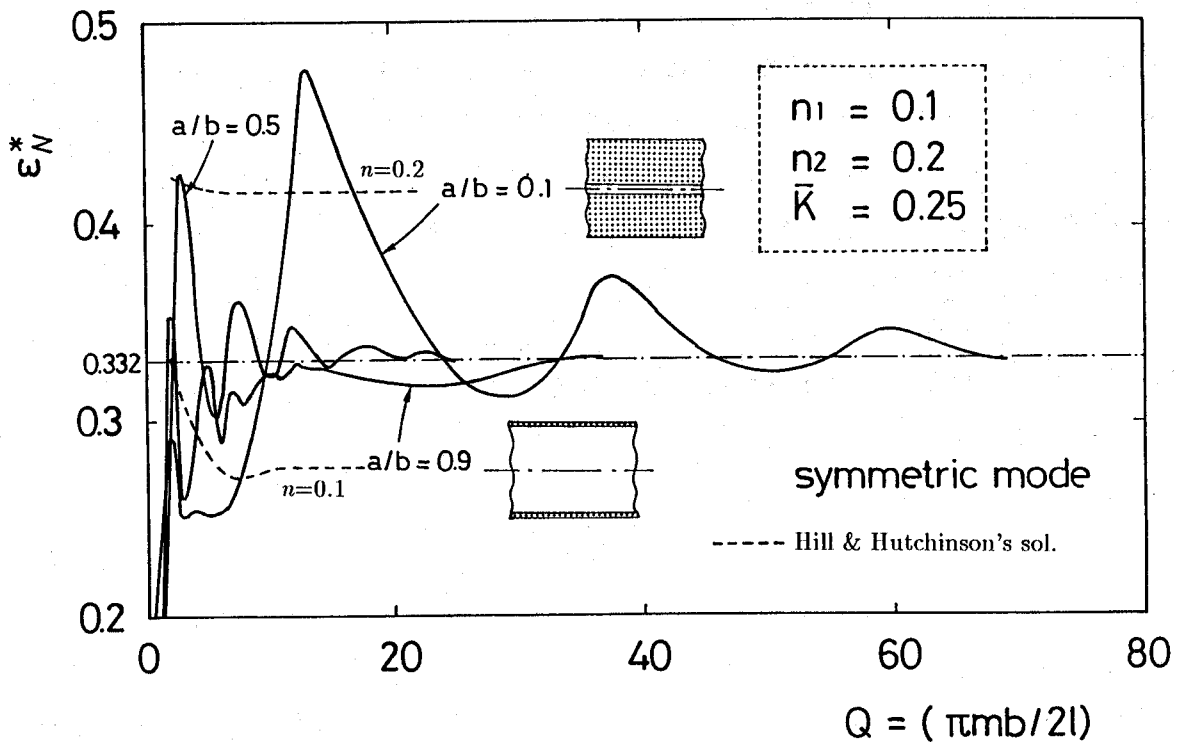
板厚比 a/b をパラメータにしたときの分岐解の分布を図 2.7 に示している。図 2.7(a) は $\bar{K}=0.25$, (b) は $\bar{K}=0.1$ の場合で、 n 値の組は同一にしている。 Q はモード次数を表し、大きくなるほど一定値 ($\epsilon_N^*=0.332$) に収束しており、幾何学的特性値の消失を示唆している。前述したコーティング材に近い構成比に近づくほど、すなわち a/b が大きくなるほど、モード次数による分岐解の変動が小さくなり、高次モード解に早く漸近する傾向を示している。このことは、コーティング層の板厚の影響は塑性不安定現象に対して敏感ではなく、板厚比よりも材料物性値に強い依存性を示すといえる。

図 2.7 の破線は $n=0.1$, および 0.2 の単体材料に対する Hill & Hutchinson の解⁽³⁾ を示している。2.3.3 で詳細に述べるが、このケース ($n_1=0.1 < n_2=0.2$) については界面不安定が最も小さなひずみレベルで生じるために、板厚比 a/b が 0 あるいは 1 のいずれかに漸近しても、 n 値が 0.1 あるいは 0.2 の単体材料の分岐解とはまったく異なった積層材の解を与える。

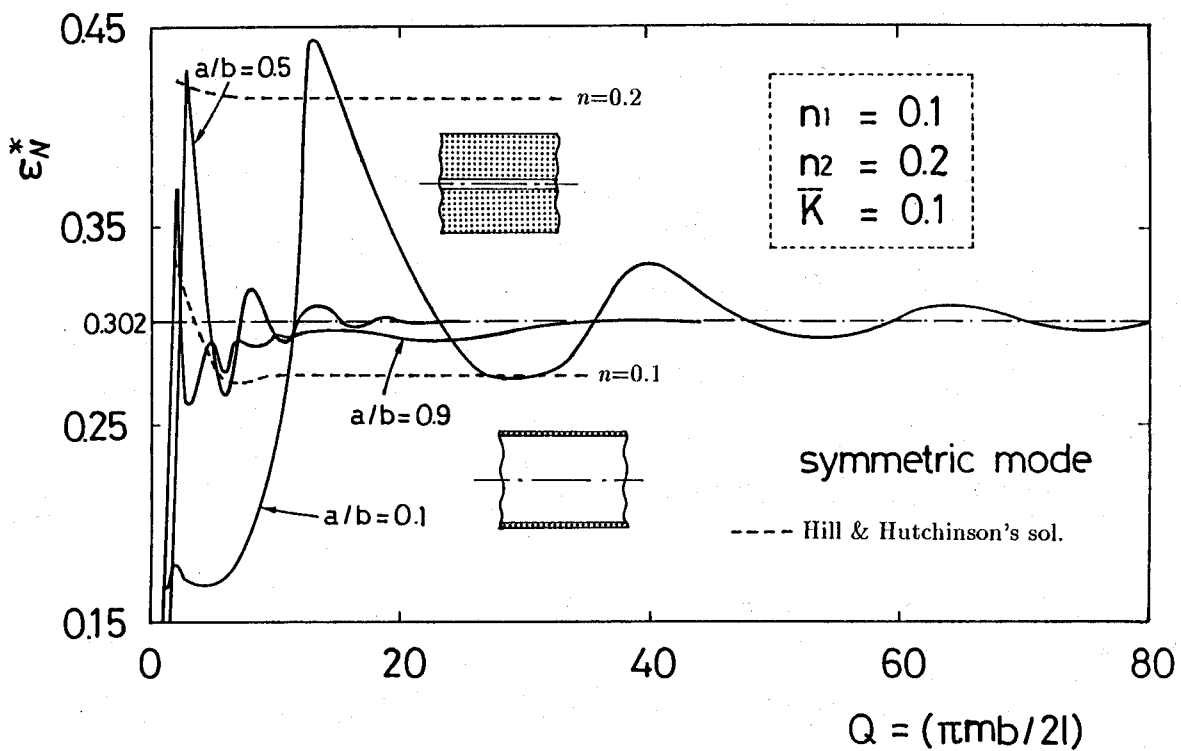
2.3.3 界面または表面不安定モードの材料特性依存性

(1) $\bar{K}$ 値依存性

応力-ひずみ関係の弾性特性を含む定数 $K^{(i)}$ 値 (式(2.25) 参照) の分岐ひずみに対する依存性について調べたのが図 2.8 である。図 2.8(a) は $n_1=0.01$, 図 2.8(b) は $n_1=0.1$ に固定した場合の結果である。 $\bar{K} \rightarrow 0$ の点、すなわち縦軸との交点は $K_2=0$ の場合に相当しており、これは $n_1=0.1$ の硬化指数を持つ単体材料の表面不安定モードの分岐解 (Hill & Hutchinson の

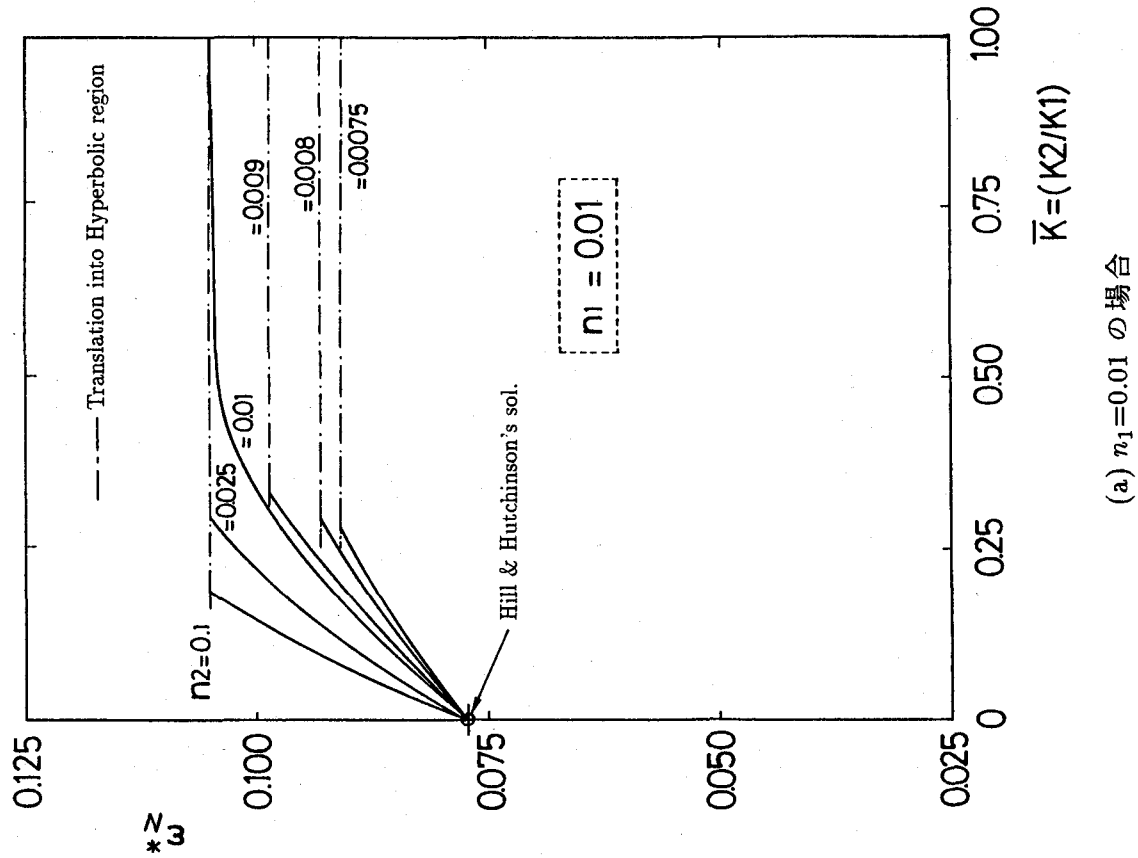


(a) $\bar{K}=0.25$ の場合

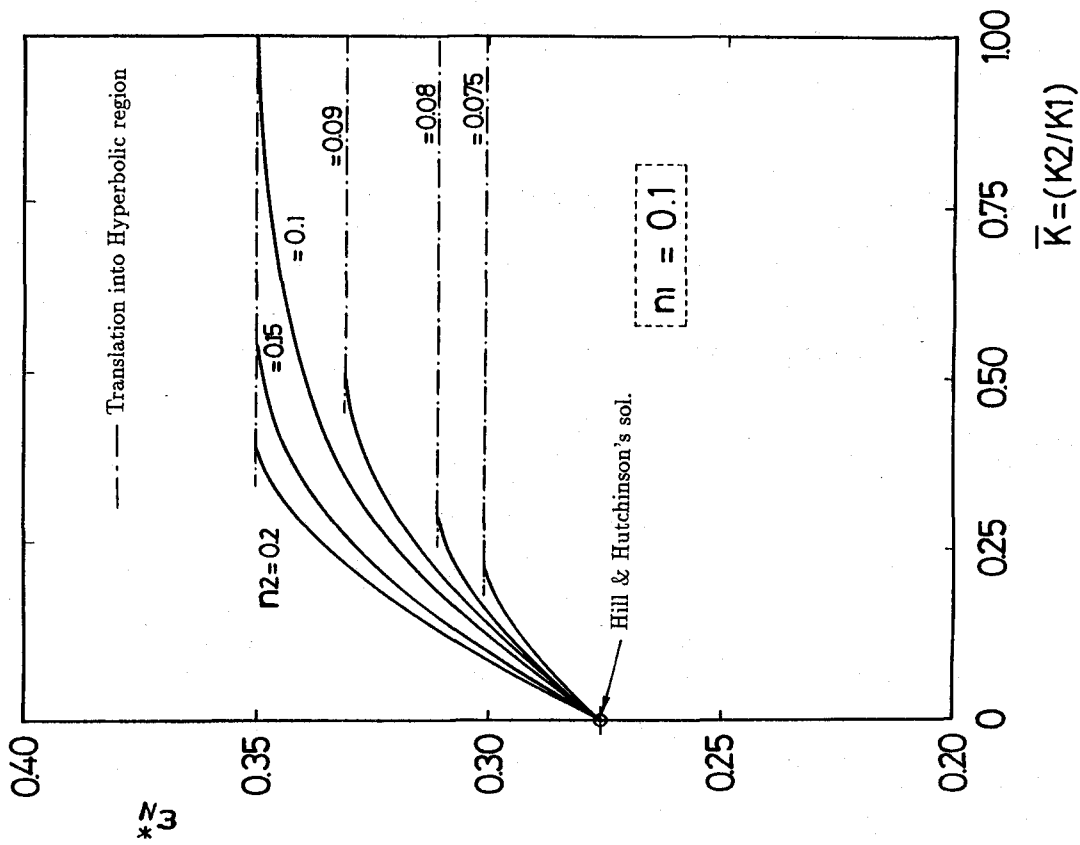


(b) $\bar{K}=0.1$ の場合

図 2.7 分岐ひずみの板厚比依存性



(a) $n_1 = 0.01$ の場合



(b) $n_1 = 0.1$ の場合

図 2.8 分岐ひずみの $\bar{K}$ 値依存性

解⁽³⁾と一致する。図中の一点鎖線は、どちらかの材料がせん断带状変形を生じる限界条件を示しており、式(2.35)からわかるように $K^{(i)}$ 値に依存せず硬化指数 n 値のみで決定される。

(2) n 値依存性

$n_1=0.1$, $\bar{K}=0.1$, $a/b=0.5$ の条件に対して, n_2 値依存性を調べたのが図2.9である。本解析で求まる分岐解で, 分岐発生時のひずみレベルが小さいものから順に, 第一分岐(図2.9中, 実線), 第二分岐(図2.9中, 一点鎖線)と呼ぶことにする。有限要素法による分岐点($n_2 = 0.08, 0.1, 0.125, 0.143$ の場合(記号 $\odot, \Delta, \odot, \Delta$)について), 分岐モード($n_2 = 0.08, 0.143$ の場合(記号 $\odot, \Delta$)について)も同図に示している。これらの結果からわかることに, 第一分岐点と第二分岐点の交点($n_2^* = 0.113$)以下の n_2 に対しては, 第一分岐は表面, 第二分岐は界面, すなわち, 表面不安定から界面不安定モードに移行していることがわかる。 n_2^* 以上の n_2 に対しては, その逆のモードの移行がみられる。これらの傾向は有限要素法による分岐モードの移行と一致している。また, 図2.9の表面不安定モード(*surface mode*)を示す曲線は, Hill & Hutchinson により与えられる材料(2)のみの単体の場合の解⁽³⁾と一致している。すなわち, 表面不安定モードが最初に現れる構成の積層材に対する分岐点は, 表面側材料(2)の材料特性によってのみ決定されることになる。

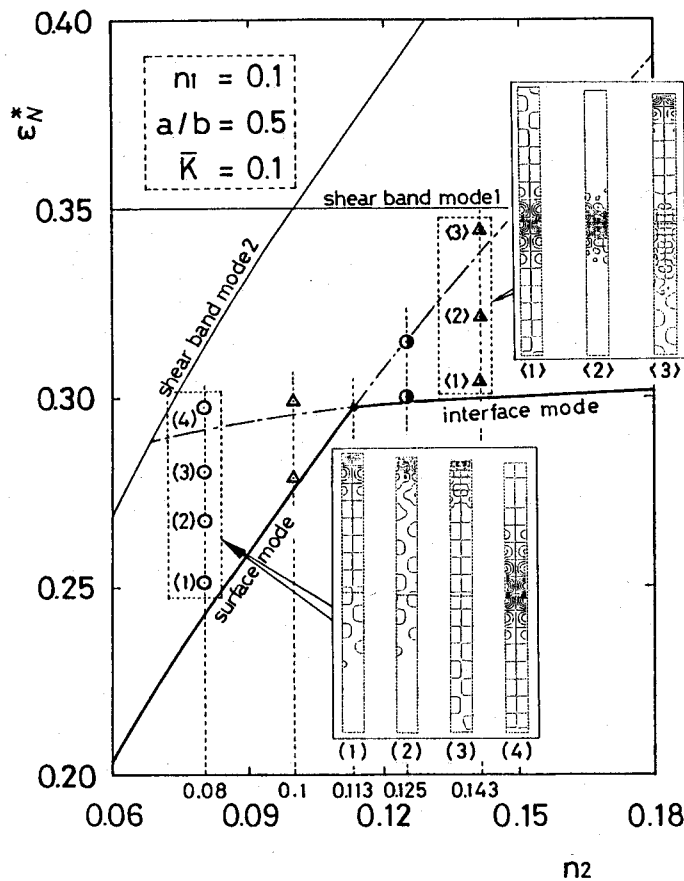
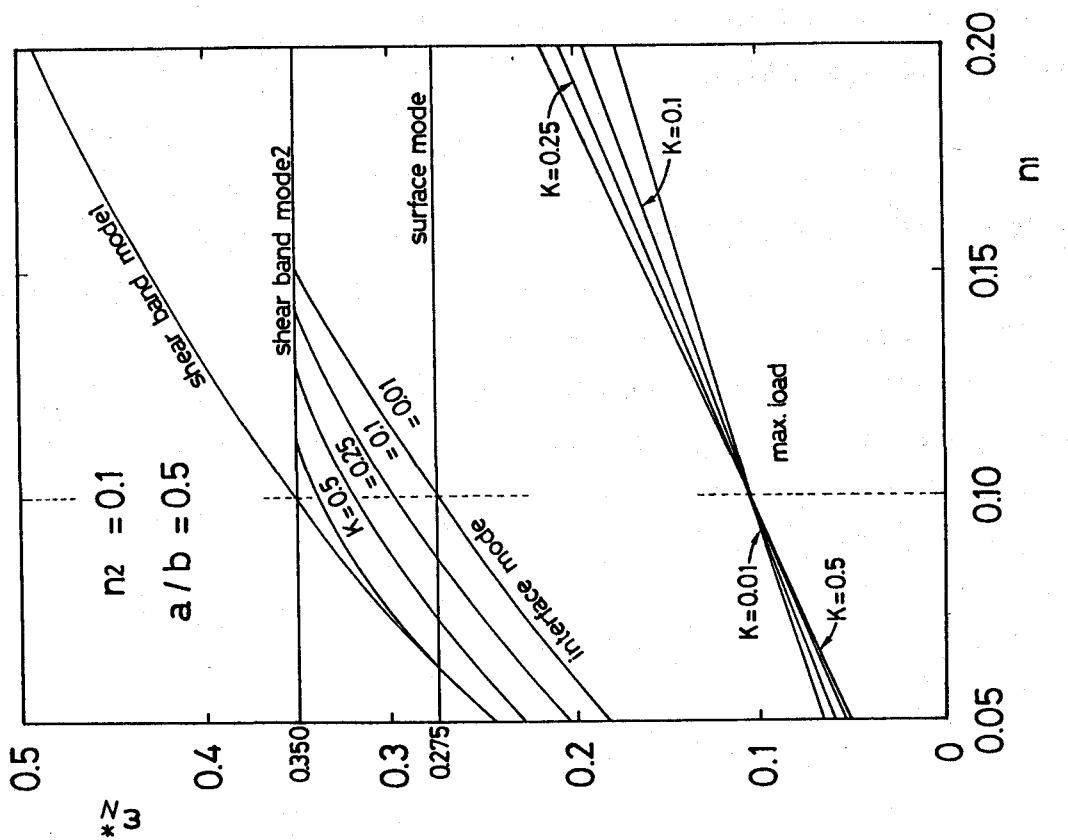


図2.9 界面あるいは表面不安定モードの n_2 値依存性

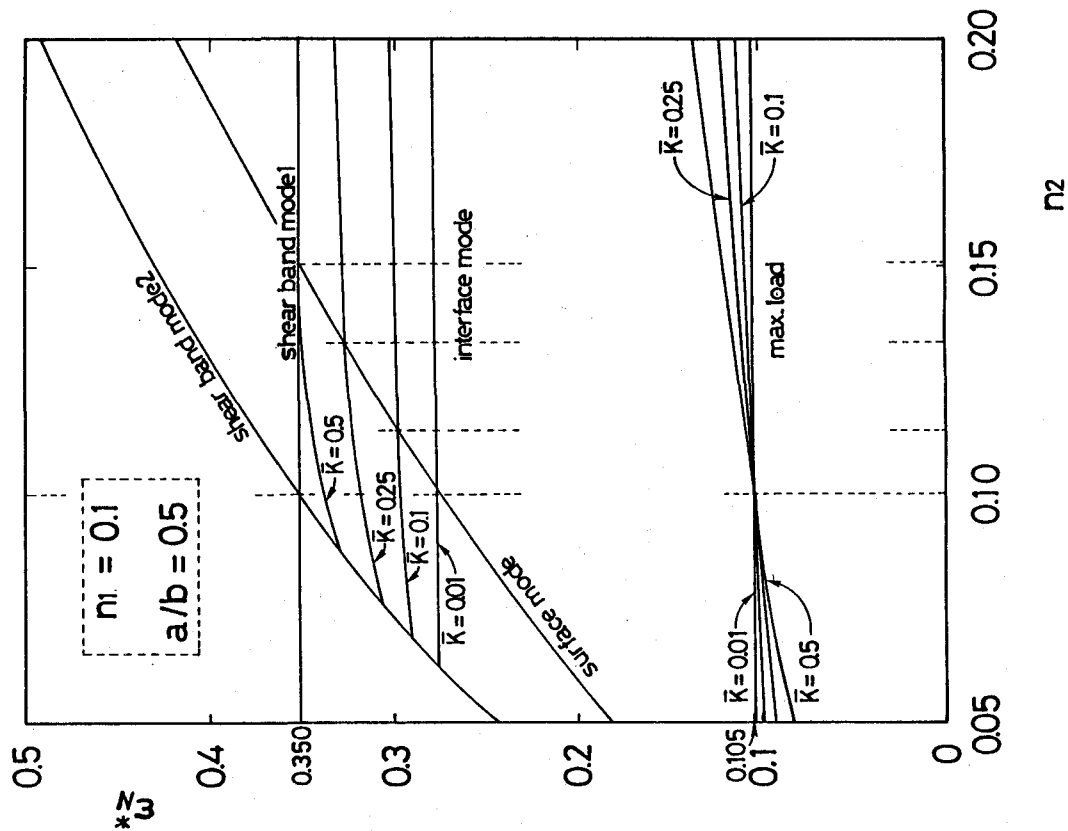
つぎに、 $\bar{K}$ をパラメータにして、 n_1, n_2 の分岐ひずみに対する依存性を調べたのが図 2.10 である。図 2.10(a) は $n_1=0.1$ と固定し、図 2.10(b) は $n_2=0.1$ とした場合である。概して、外側材料の硬化指数 n_2 が内側材料の n_1 より大きい場合には、界面不安定が最も小さいひずみレベルで生じ、そのつぎに表面不安定かあるいはせん断帯状変形の生じる場合に移行していることがわかる。逆の場合も、 n_2 の値に応じて、表面不安定モードが現れた後せん断帯状変形の生じる場合と、界面不安定モードに移行する場合が存在する。

また、界面かあるいは表面の不安定モード発生を区切る値の n_2^* (図中点線) は $\bar{K}$ に依存しており、図 2.10(a) の場合には $\bar{K}$ が大きくなるほど 0.1 から大きくなっていることがわかる。すなわち、硬化指数 n_1 と n_2 自身の大小関係のみでモードは決定されずに、 $\bar{K}$ に依存した n_2^* に応じて分岐状態が変化する。図 2.10(b) の場合は、 n_1 を変数としているので図 2.10(a) と逆の傾向を示している。

前述した分岐状態の移行を、 n_1 と n_2 によりまとめたのが図 2.11 である。図 2.11(a) は $\bar{K} \rightarrow 0^+$, (b) は $\bar{K}=0.01$, (c) は $\bar{K}=0.25$ を示している。これらの線図を用いれば、任意な組合わせの n_1, n_2 に対して、界面あるいは表面不安定モードの発生と移行の予測ができる。

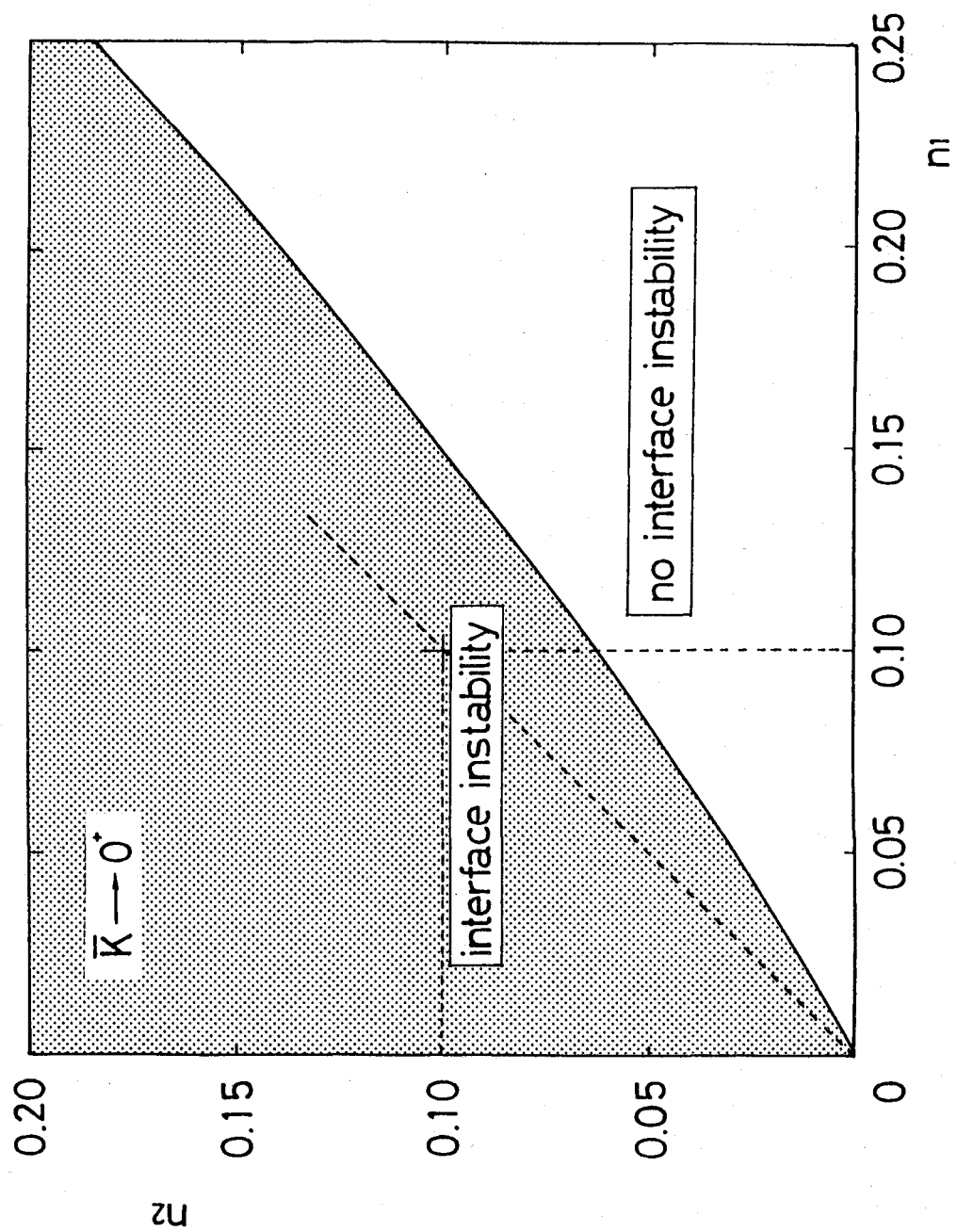


(a) n_2 値依存性



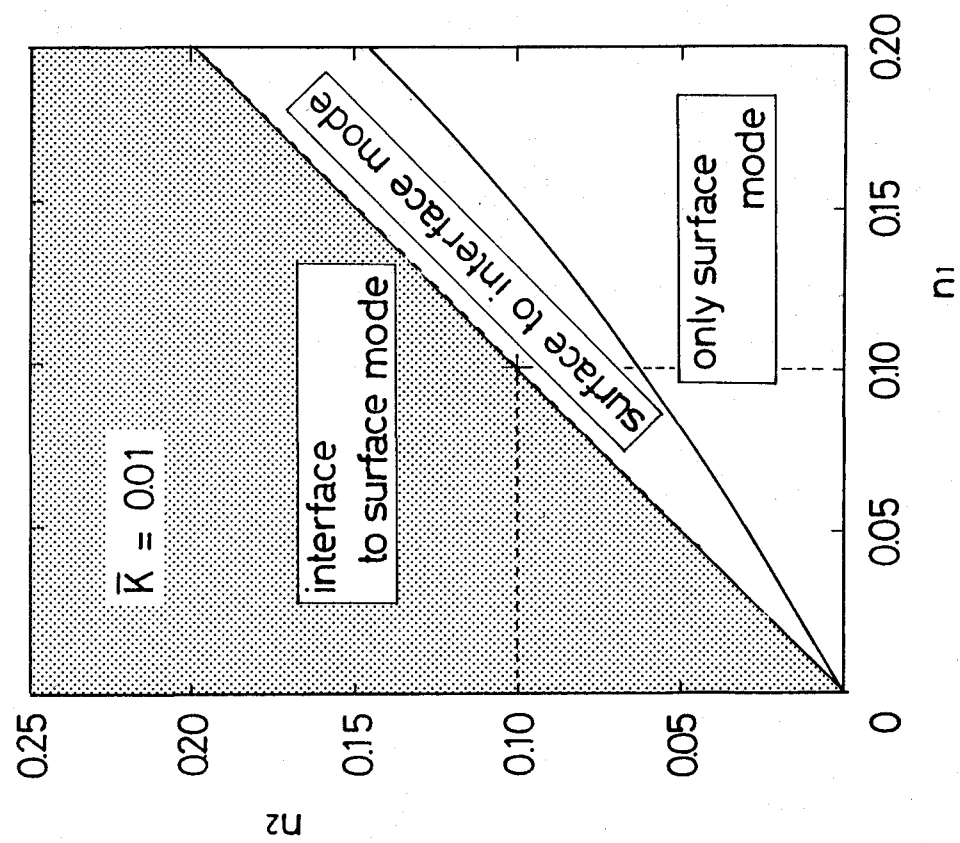
(b) n_1 値依存性

図 2.10 分岐ひずみの n 値依存性

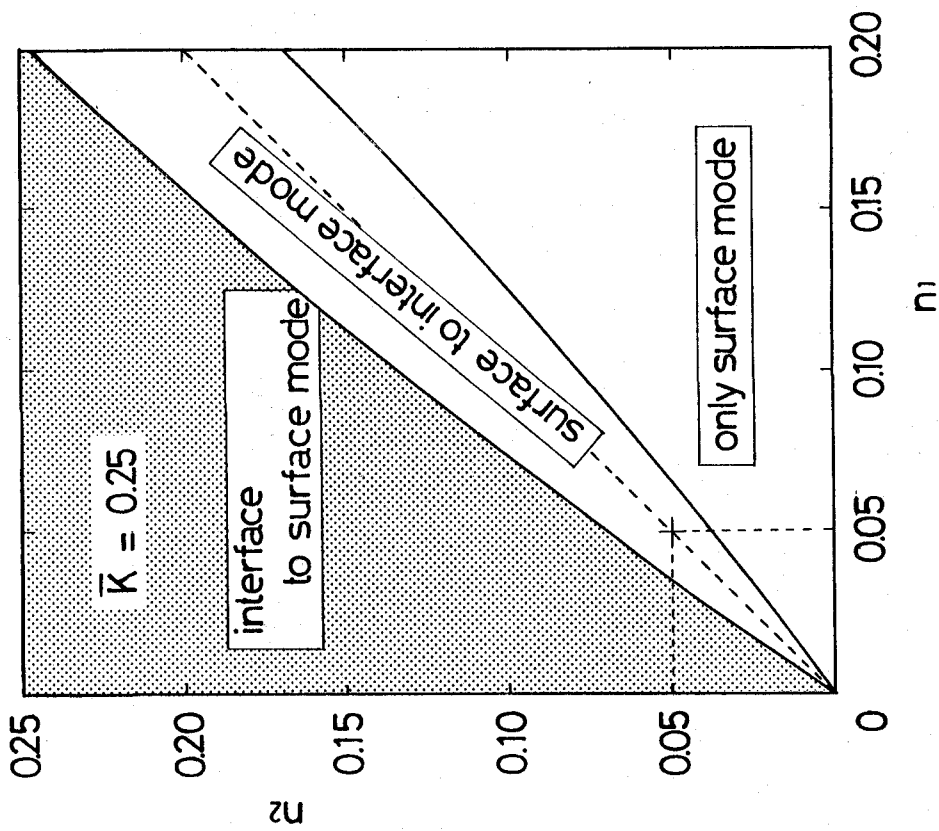


(a) $\bar{K} \rightarrow 0^+$ の場合

図 2.11 界面あるいは表面不安定モードの分類



(b) $\bar{K}=0.01$ の場合



(c) $\bar{K}=0.25$ の場合

図 2.11 界面あるいは表面不安定モードの分類

2.3.4 固有値解析からの界面または表面不安定モードの推測

解析的に得られる分岐解が、界面不安定モードか、あるいは表面不安定モードのいずれであるかを判定する方法について検討を加える。有限要素法による解析では、分岐点発生直後に変化する変形を取出すことにより分岐モードを知ることができる。ところで解析的に得られているのは、厳密には分岐点ではなく、分岐点近傍の解である。したがって、収束解近傍の固有モードを求めることで同様な分岐モードの同定ができると思われる。そこで、得られた解析解に対して固有値解析を行い固有ベクトルを求める。複数の固有値に対しては、分岐点にできるかぎり近い固有値の固有ベクトルが分岐モードに対応しているとし、実数で絶対値最小の固有値を選択する。 $n_1=0.1$, $n_2=0.08$, $\bar{K}=0.1$, $m=100$ の場合（図 2.9 の $n_2=0.08$ に対応している）の固有値を一例として表 2.1 に示す。表中記号(★)の付いている固有値が各分岐収束解で選択されたものである。

表 2.1 固有値の一例 ($n_1=0.1$, $n_2=0.08$, $a/b=0.5$, $\bar{K}=0.1$)

No.	(1) $\epsilon_N^* = 0.241$	(2) $\epsilon_N^* = 0.293$	(3) $\epsilon_N^* = 0.312$
1	3.400e11	-2.014e9	-9.559e5+i 3.597e6
2	-4.605e8	-8.244e7	-9.559e5-i 3.597e6
3	-5.348e4	-1.270e5	-3.114e4
4	3.135e-2 ★	2.160e3+i 9.472e2	-1.981e3
5	-1.311e4	2.160E3-i 9.472e2	-2.132e2 ★
6	1.972e3	-5.696e-2 ★	3.996e2

第一分岐点および第二分岐点における、界面および表面境界上の速度 v_2 の振幅 v (式 (2.7) 参照) の比 $|v_{int} / v_{out}|$ について、 n_2 をパラメータとしてプロットしたのが図 2.12 である。第一分岐点に着目すると、 n_2 が約 0.113 以上で、比 $|v_{int} / v_{out}|$ が 1 より大きくなり、界面不安定モードの方が顕著に表れていることがわかる。また、図 2.12 の n_2 値が 0.08 と 0.14 の点における界面および表面境界上の速度 v_2 の振動モードも合わせて示しており、 $n_2^*=0.113$ を境にして界面と表面の振幅の大小が逆転していることがわかる。図 2.12 の $|v_{int} / v_{out}|=1$ との交点の n_2 と、図 2.9 の界面・表面両モードの交点の n_2 がほぼ一致していることから、有限要素法を援用することなく界面不安定または表面不安定の分類が可能である。

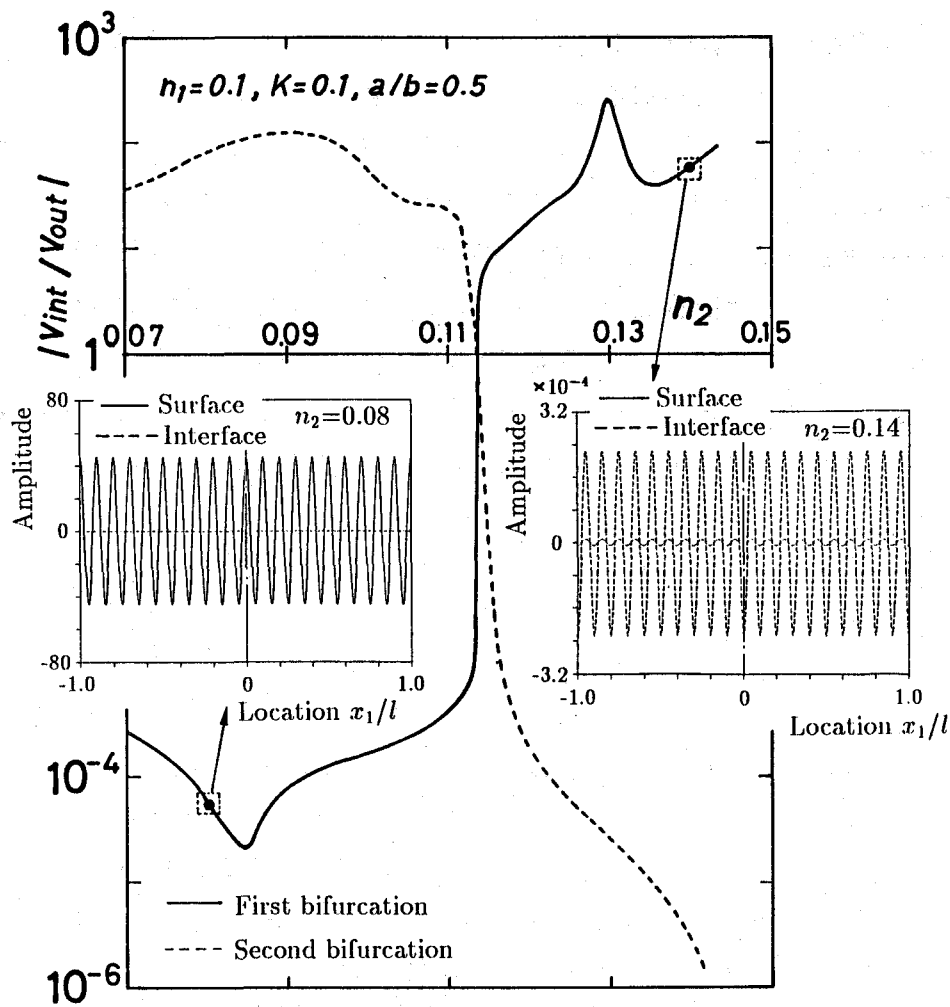
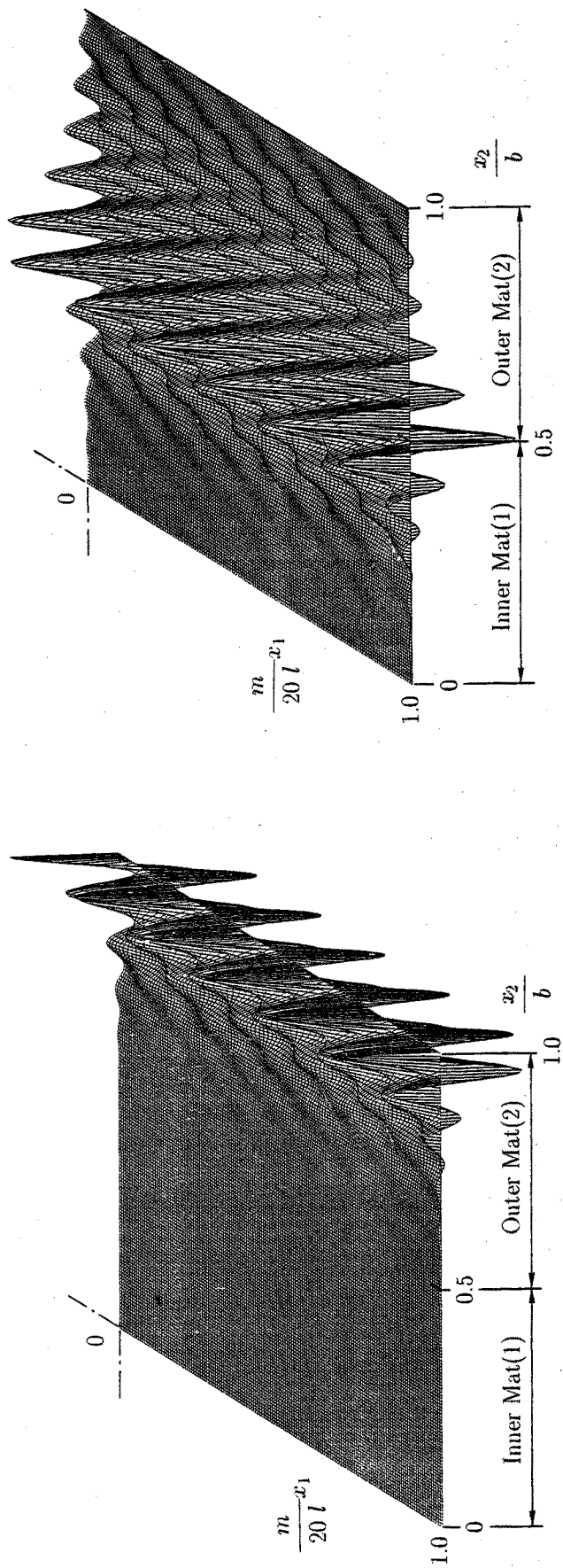


図 2.12 固有値解析からの界面と表面境界上に生じる速度 v_2 の振幅比の変化

つぎに、解析対象全体の x_2 方向の速度 v_2 の分布を求めることで固有モードを示す。図 2.9 の有限要素法による分岐モードに対応させるために、図 2.9 と同一の解析条件を用いる。積層複合材モデルについて示したのが図 2.13, 2.14 で、参考までに単層材については図 2.15 に示す。横軸は板厚方向座標 x_2 の無次元量で、縦軸はモード次数と板幅で無次元化した幅方向座標を示している。図 2.13 では、 $n_1 = 0.1$, $n_2 = 0.08$ で、図 2.14 は $n_1 = 0.1$, $n_2 = 0.143$ の場合について示している。図 2.9 の対応する横軸上の n_2 を始点とし、垂直上向きに移動させたときの各線との交点が、低ひずみレベルからの分岐点になる。例えば、 $n_2 = 0.08$ においては、まず表面不安定モードの発生があり、その後界面不安定モードに移り、そして表面側材料 (2) がせん断帯状変形の生じる場合に移行する。 $n_2 = 0.143$ では界面

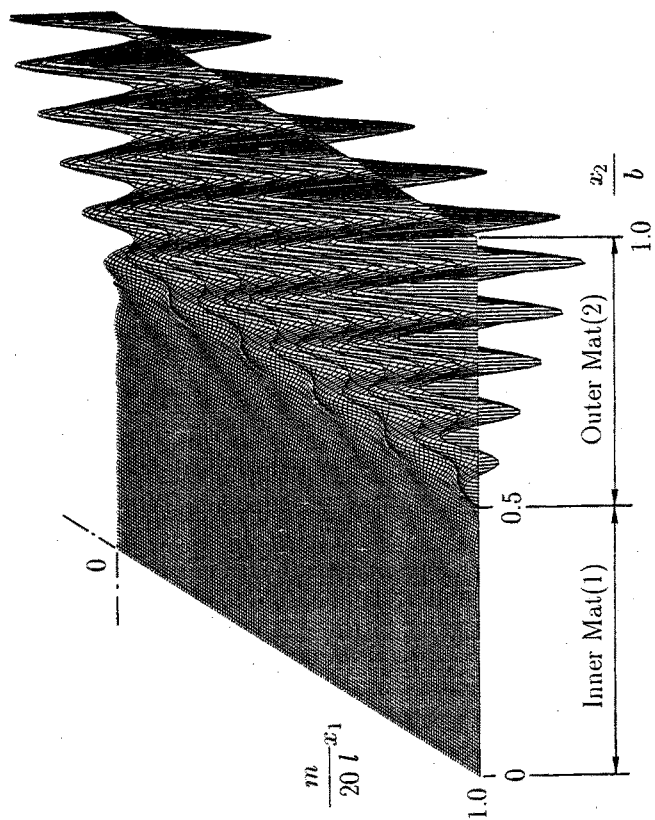
不安定発生後、表面不安定モードに、そして内側材料(1)のせん断帯状変形の生じる場合に移行している。図 2.13, 2.14 の分布をみると、それぞれ前述した移行状態と対応していることがわかる。なお、せん断帯モードに移行する分岐点においては、楕円領域内でせん断帯移行点にできるかぎり近い点で表示している。

図 2.15 の単層材モデルは $n_1 = n_2 = 0.1$ の場合で、分岐モードの次数 m を、(a) は $m=4$ 、(b) は $m=20$ 、(c) は $m=100$ について示している。高次モードになるほど、表面境界上から内部に向かって減衰していることがわかる。



(a) $\epsilon_N^* = 0.241$

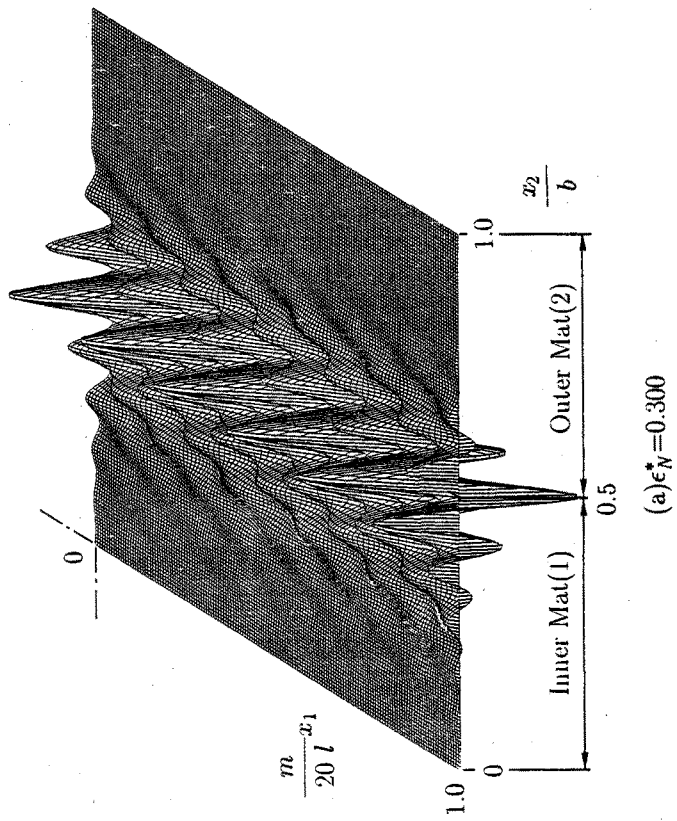
(b) $\epsilon_N^* = 0.293$



(c) $\epsilon_N^* = 0.312$

$n_1 = 0.1, n_2 = 0.08$
 $a/b = 0.5, \bar{K} = 0.1$
 $m = 100$

図 2.13 分岐点近傍の固有モード
($n_1=0.1, n_2=0.08$)



$n_1 = 0.1, n_2 = 0.143$
 $a/b = 0.5, \bar{K} = 0.1$
 $m = 100$

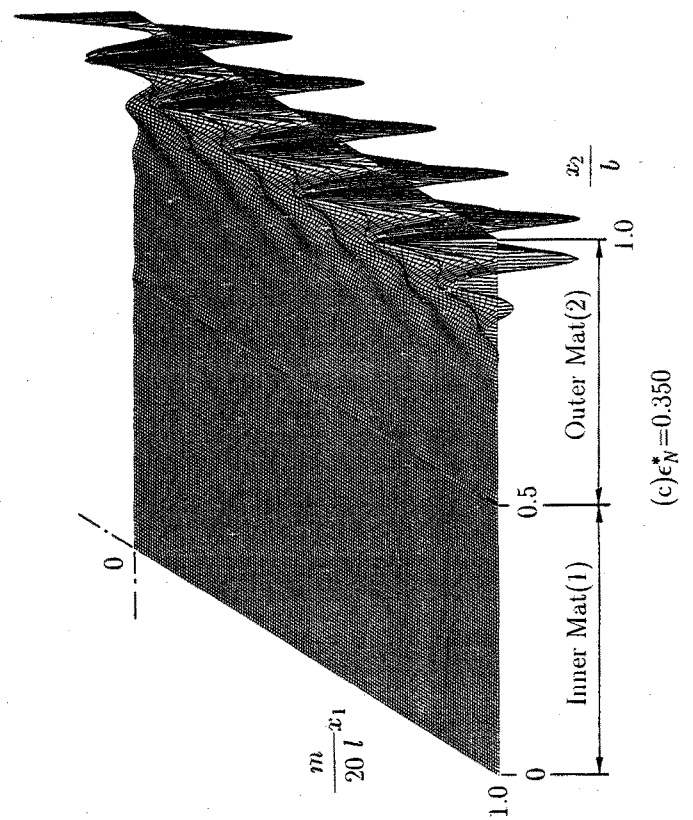
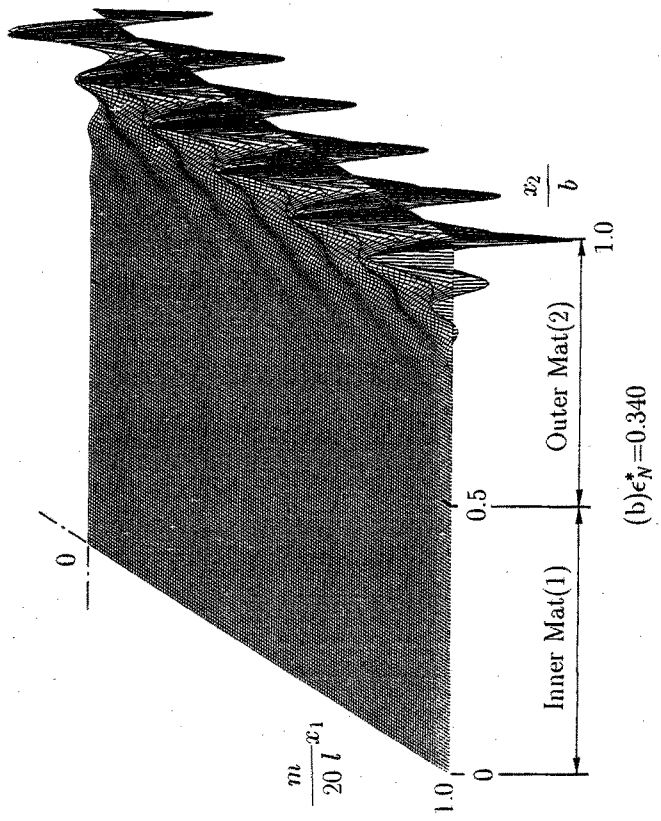
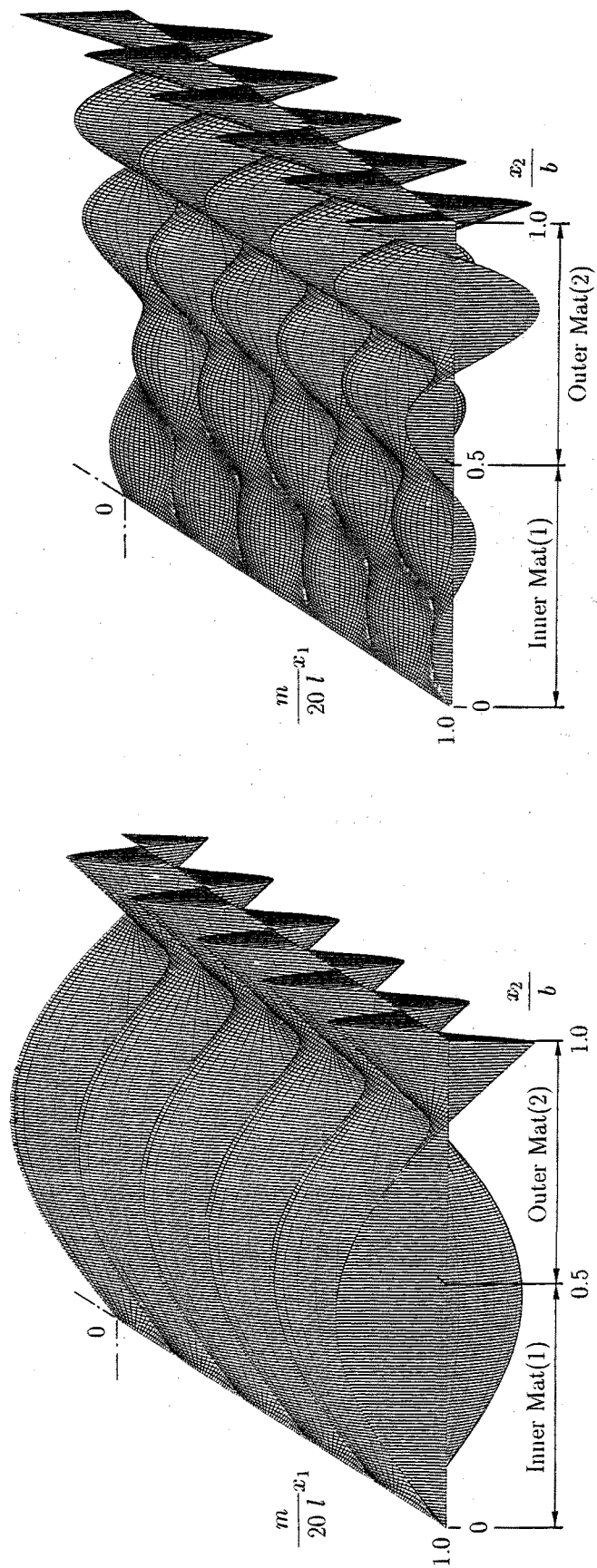
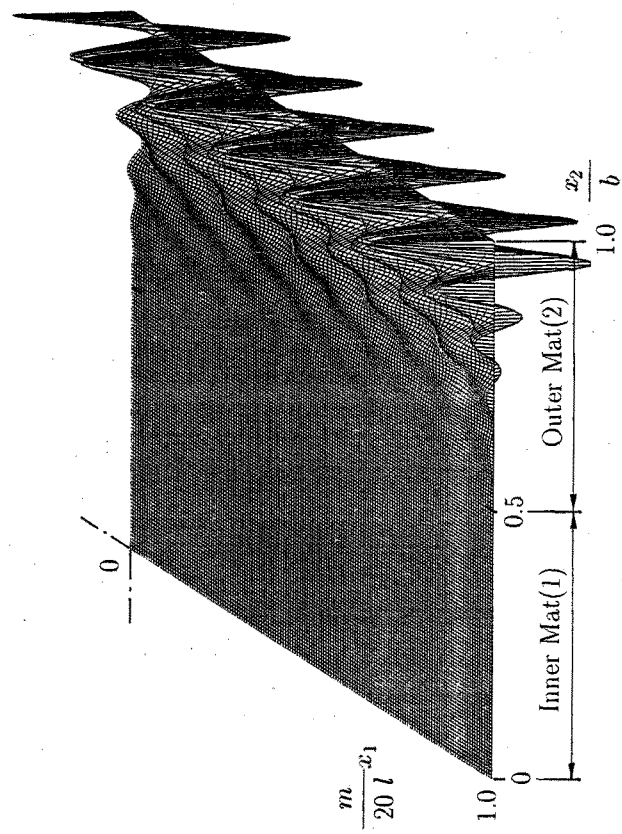


図 2.14 分岐点近傍の固有モード
 ($n_1=0.1, n_2=0.143$)



(a) $m=4$ ($\epsilon_N^*=0.335$)

(b) $m=20$ ($\epsilon_N^*=0.275$)



(c) $m=100$ ($\epsilon_N^*=0.275$)

$n_1 = 0.1, n_2 = 0.1$
 $a/b = 0.5, \bar{K} = 1.0$

図 2.15 分岐点近傍の固有モード
 (単層材 $n_1=n_2=0.1$)

2.4 結言

平面ひずみ下で一方向引張りを受ける対称配置の3層積層複合材の分岐問題に対して、従来の単体材料に対する基本解を連立させることによって、分岐解を求める解法を提案した。この解法による解析結果には、単体材料に対する Hill & Hutchinson の解や、半無限体間に異種材料を積層した場合の Steif の解を含む。この解析法を用いて、弾塑性有限要素法による分岐解を援用しつつ、界面あるいは表面の不安定挙動に関する検討を行った。

積層材の板厚比の依存性を調べた結果、以下のことが得られた。表面材料(2)の板厚を小さくしていくと、分岐ひずみのモード次数に対する変化が小さくなり、高次モードの分岐ひずみに漸近している。すなわち、塑性不安定現象に対して、基材(内側材料(1))に対するコーティング層(表面側材料(2))の板厚比の影響はあまり敏感ではなく、板厚比よりもむしろ材料特性に強い依存性を示す。

構成材料がすべて n 乗硬化則にしたがうと仮定した場合に、その硬化指数 n の分岐挙動(分岐ひずみ、高次モードである界面不安定モードあるいは表面不安定モード)に対する依存性を調べた結果、以下のことが得られた。

- (i) 表面側材料(2)の硬化指数の方が内側材料(1)よりも大きい場合には、界面不安定モードを生じる分岐点が小さいひずみレベルで現れ、逆の場合は表面不安定モードの分岐点が現れる。
- (ii) 界面不安定モードを示す分岐ひずみは、表面側材料(2)の硬化指数にはあまり強く影響されない。
- (iii) 積層材の表面不安定モードの分岐点は表面側材料(2)を単体材料とした場合の分岐点に一致している。
- (iv) 界面不安定モードが最も小さいひずみレベルで生じる材料構成の場合には、ひずみの増加とともに表面不安定モードか、あるいはせん断帯状変形の生じる場合に移行し、逆の場合も表面側材料(2)の硬化指数 n_2 に応じて、表面不安定モードから界面不安定モード、あるいはせん断帯状変形の生じる場合に移行する。
- (v) 最も小さいひずみレベルで発生する界面不安定モードかあるいは表面不安定モードを区別する値 n_2^* は、両材料の弾性特性を含む定数の比 $\bar{K}$ に依存している。
- (vi) 本解析手法により得られた収束解に対して固有値解析を行い、分岐点近傍の固有モードから界面あるいは表面不安定モードの推定を行った。その結果は、有限要素解析から得られた分岐モードにほぼ対応しており、本解析手法のみで界面あるいは表面不安定モードの推定が十分に可能である。

参 考 文 献

- (1) Needleman, A. and Rice, J.R., Mechanics of Sheet Metal Forming, (1978), 237, Plenum press.
- (2) 北川, 機論, **48**-427, A(1982), 250.
- (3) Hill, R. and Hutchinson, J.W., J. Mech. Phys. Solids, **23**(1975), 239.
- (4) 北川, 松下, 機論, **51**-469, A(1985), 2120.
- (5) 吉川, 阿部, 長岐, 機論, **53**-490, A(1987), 1144.
- (6) Steif, P.S., Int. J. Solids Structures, **22**-2(1986), 195.
- (7) 浜田, 北川, 山崎, 坂口, 機械学会関西支部講演論文集, 874-1(1987), 79.
- (8) 富田, 進藤, 馬越, 機講論, 890-50(1989), 45.
- (9) Ramirez, J.C., Int. J. Solids Structures, **25**-6(1989), 579.
- (10) Steif, P.S., Int. J. Mech. Sci., **31**-7(1989), 533.
- (11) Steif, P.S., Int. J. Solids Structures, **26**-8(1990), 915.
- (12) 北川, 渋谷, 山崎, 機論, **57**-534, A(1991), 232.
- (13) 吉田, 小松, 大森, 塑性加工春季講演論文集 (1989), 129.
- (14) 北川, 弾・塑性力学, (1987), 148, 裳華房.
- (15) Stören, S. and Rice, J.R., J. Mech. Phys. Solids, **23**(1975), 421.
- (16) Hill, R., The mathematical theory of plasticity (1983), 129, Oxford.
- (17) 文献 (14) の 91 ページ.
- (18) Hutchinson, J.W. and Tvergaard, V., Int. J. Mech. Sci., **22**-6(1980), 339.
- (19) 北川, 山田, 機論, **48**-435, A(1982), 1446.
- (20) 文献 (14) の 156 ページ.
- (21) 文献 (14) の 154 ページ.

第3章 積層複合材の局所変形挙動の解析

3.1 緒言

一般に金属材料の塑性特性は速度に独立であるとされている。しかしながら、荷重条件や環境によっては速度依存性を示すことが、これまでの数多くの実験結果からわかっている⁽¹⁾。高分子材料やそれを複合した材料などでは、通常の使用条件においても速度依存性を顕著に示す。したがって、速度依存型の構成式（ここでは弾粘塑性構成式とも称する）の表現の方がより現実的であると考えられる場合がある。塑性不安定現象に関して速度依存性を考慮することは、くびれに代表される局所化現象の遅延を促し大変形領域まで安定した挙動を示すことになり⁽²⁾、この挙動に関する知見には工業的にも興味深いことが多い。

ここでは、まず J_2 流れ理論に基づく速度依存型の構成式⁽³⁾を用いた有限要素解析法について述べる^{(4)・(5)}。つぎに、従来より速度依存型の構成式を用いた場合には、分岐解が存在しないといわれているので^{(6)~(8)}、 J_2 流れ理論と J_2 変形理論に基づくそれぞれの速度依存型の構成式に対して、第2章で示した分岐解析を試みる。平面ひずみ状態を仮定し、一方向引張りひずみの増加に伴う支配微分方程式の一般解の変化に着目して検討する。

そして、通常の弾塑性体の両面に、高分子材のような速度依存性材料を表す弾粘塑性体を積層した複合モデルに対して、有限要素解析により塑性不安定挙動について調べる。分岐が存在せず安定挙動を示す弾粘塑性体の積層効果により、弾塑性体の局所化が遅延することに着目する。

3.2 弾粘塑性有限要素定式化

J_2 流れ理論に基づく速度依存型の構成式を、有限変形理論に従って以下に示す。

3.2.1 弾粘塑性構成式

これまでの弾塑性体の構成式と同様に、変形速度 d_{ij} が弾性変形速度 d_{ij}^e と粘塑性変形速度 d_{ij}^{vp} の和で表されたとする。

$$d_{ij} = d_{ij}^e + d_{ij}^{vp} \quad (3.1)$$

可逆的な弾性変形速度 d_{ij}^e は一般化された Hooke の法則を用いて次式のように表される。

$$d_{ij}^e = M_{ijkl}^{-1} \overset{\nabla}{\tau}_{kl} \quad (3.2)$$

ここで、 M_{ijkl} は弾性係数テンソル、 $\overset{\nabla}{\tau}_{kl}$ は客観性のある Kirchhoff 応力の Jaumann 速度である。

$\overset{\nabla}{\tau}_{ij}$ は Cauchy 応力の Jaumann 速度 $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$ を用いて表すと、

$$\overset{\nabla}{\tau}_{ij} \equiv \overset{\nabla}{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij} l_{kk} \quad (3.3)$$

となる。ここで、

$$\sigma_{ij} \equiv \dot{\sigma}_{ij} - \omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{il} \omega_{lj} \quad (3.4)$$

$\dot{\sigma}_{ij}$ は Cauchy 応力 σ_{ij} の物質時間微分を表し、 l_{ij} , ω_{ij} は、それぞれ速度こう配テンソル、およびスピンテンソルを示す。

また、等方性を仮定すると、 M_{ijkl} はラーメの定数 λ , μ を用いて次式で表される。

$$M_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl} \quad (3.5)$$

粘塑性変形速度 d_{ij}^{vp} の方向を n_{ij} とすると、連合流れ則 (Associated flow rule) と降伏曲面 ϕ の法線則 (Normality rule) を仮定することにより、次式のように表される。

$$\begin{aligned} n_{ij} &= \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} / \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2} \\ &= \frac{\sigma'_{ij}}{\sqrt{2/3} \bar{\sigma}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、 σ'_{ij} , $\bar{\sigma}$ はそれぞれ次式で定義される偏差応力と相当応力である。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (3.7)$$

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right]^{1/2} \quad (3.8)$$

ところで、式(3.8)より、

$$\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 = R^2 \quad (3.9)$$

とすると、

$$n_{ij} = \sigma'_{ij} / R \quad (3.10)$$

R は主応力空間における von-Mises 降伏関数の円筒形の半径を表す。

従来の J_2 流れ理論における塑性変形速度 d_{ij}^p は、応力速度 $\dot{\tau}_{ij}$ の n_{ij} 方向成分に比例するとして以下のように表される。

$$d_{ij}^p = \frac{1}{h} (n_{kl} \dot{\tau}_{kl}) n_{ij} \quad (3.11)$$

ここで、 h はひずみ履歴を表すスカラー関数である。そこで、ひずみ速度依存性を導入するために式(3.11)に対応して、

$$d_{ij}^{vp} = \dot{\eta}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) n_{ij} \quad (3.12)$$

とおく。 $\dot{\eta}$ は相当粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon})$ を用いて次式のように表すことにする。

$$\dot{\eta} = \sqrt{3/2} \dot{\epsilon} \quad (3.13)$$

したがって、式(3.12)の粘塑性変形速度 d_{ij}^{vp} は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} d_{ij}^{vp} &= \sqrt{3/2} \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) n_{ij} = \sqrt{3/2} \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) \frac{\sigma'_{ij}}{R} \\ &= \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) \frac{3 \sigma'_{ij}}{2 \bar{\sigma}} = \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) p_{ij} \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで、

$$p_{ij} = \frac{3 \sigma'_{ij}}{2 \bar{\sigma}} \quad (3.15)$$

式(3.2)の逆関係式に式(3.1)および(3.14)を代入すると、 J_2 流れ理論に基づいた弾粘塑性構成式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_{ij} &= M_{ijkl} (d_{kl} - d_{kl}^{vp}) = M_{ijkl} d_{kl} - \dot{\epsilon} M_{ijkl} p_{kl} \\ &= M_{ijkl} d_{kl} - \dot{\epsilon} P_{ij} \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで、

$$P_{ij} = M_{ijkl} p_{kl} \quad (3.17)$$

3.2.2 接線係数法

速度依存型の構成式を有限要素法に用いる場合には、解が安定している範囲内で時間ステップを極力大きくする必要がある。そのために、接線係数法⁽³⁾を用いて式(3.16)を書き換えて解析に用いる方が望ましい。

接線係数を求める方法には、相当塑性ひずみ速度を用いた Peirce ら⁽³⁾ や Yoshimura ら⁽⁹⁾ の方法や、粘塑性ひずみテンソルを用いた Kanchi ら⁽¹⁰⁾ や Marques & Owen⁽¹¹⁾ の方法が提案されている。さらに、後者の方法で粘塑性ひずみテンソルを相当粘塑性ひずみに代入し、2 次方程式を解いて接線係数を求める方法が Szabó⁽¹²⁾ により提案されている。また、Szabó によると、Peirce らにより提案された接線係数は定式化が比較的簡単で、かつ精度もよいことが示されている⁽¹²⁾。

以上のことから、ここでは Peirce らによる相当粘塑性ひずみ速度を用いた接線係数を求める方法⁽³⁾を採用する。

相当粘塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\epsilon}^{vp}$ を、以下の定式では支障のない限り $\Delta \bar{\epsilon}$ と省略する。いま、相当粘塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\epsilon}$ が、時刻 t および $t + \Delta t$ における相当粘塑性ひずみ速度によって線形補間されるとする。

$$\Delta \bar{\epsilon} = \Delta t \left[(1 - \theta) \dot{\bar{\epsilon}}_t + \theta \dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t} \right] \quad (3.18)$$

ここで、 $0 \leq \theta \leq 1$ で、 $\theta=0$ の場合 Euler 法、 $\theta=1/2$ のとき Crank-Nickolson 法、 $\theta=1$ のとき完全に陰的な積分法になる⁽¹³⁾。

$\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t}$ をテーラー展開することにより次式を得る。

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t} = \dot{\bar{\epsilon}}_t + \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \Delta \bar{\sigma} + \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \Delta \bar{\epsilon} \quad (3.19)$$

つぎに、相当応力速度 $\dot{\bar{\sigma}}$ について考える。いま、次式で表される von Mises 形の降伏関数を仮定する（式(3.9)参照）。

$$\phi = \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} / \bar{\sigma}^2 \quad (3.20)$$

塑性的な変化 $(\bar{\tau}_{ij}, \dot{\bar{\sigma}})$ に対して、Prager の整合性の条件より、

$$\dot{\phi} = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \right) \bar{\tau}_{ij} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \bar{\sigma}} \right) \dot{\bar{\sigma}} = 0 \quad (3.21)$$

したがって、相当応力速度 $\dot{\bar{\sigma}}$ は式(3.20)を式(3.21)に用いることによって、

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\sigma}} &= -\left(\frac{\partial \phi}{\partial \bar{\sigma}} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \right) \bar{\tau}_{ij} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}} \bar{\tau}_{ij} = p_{ij} \bar{\tau}_{ij} \end{aligned} \quad (3.22)$$

式(3.22)に Δt をかけて得られる相当応力増分 $\Delta \bar{\sigma}$ に式(3.16)を用いると、

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma} &= \dot{\bar{\sigma}} \Delta t = \Delta t p_{ij} \bar{\tau}_{ij} \\ &= \Delta t P_{kl} d_{kl} - \Delta \bar{\epsilon} p_{ij} P_{ij} \end{aligned} \quad (3.23)$$

式(3.23)を式(3.19)に代入後、さらに式(3.18)に代入すると、

$$\Delta \epsilon \left[1 + \Delta t \left\{ \theta \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right) p_{ij} P_{ij} + \theta \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \right) \right\} \right] = \Delta t \left[\dot{\bar{\epsilon}}_t + \theta \Delta t \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right) P_{kl} d_{kl} \right]$$

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{\Delta \bar{\epsilon}}{\Delta t} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t}{1 + \xi} + \frac{1}{\eta} \frac{\xi}{1 + \xi} P_{kl} d_{kl} \quad (3.24)$$

ここで、

$$\eta = p_{ij} P_{ij} - \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \right) \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right)^{-1} = p_{ij} M_{ijkl} p_{kl} - \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\epsilon}} \right) \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right)^{-1} \quad (3.25)$$

$$\xi = \theta \Delta t \eta \left(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \right) \quad (3.26)$$

式(3.24)を式(3.16)に代入することによって、接線係数 L_{ijkl}^{tan} で表された弾粘塑性構成式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\tau}}_{ij} &= M_{ijkl} d_{kl} - \dot{\bar{\epsilon}} P_{ij} \\ &= \left[M_{ijkl} - \frac{1}{\eta} \frac{\xi}{1 + \xi} P_{ij} P_{kl} \right] d_{kl} - \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t}{1 + \xi} P_{ij} \\ &= L_{ijkl}^{tan} d_{kl} - \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t}{1 + \xi} P_{ij} \end{aligned} \quad (3.27)$$

ここで、

$$L_{ijkl}^{tan} = M_{ijkl} - \frac{1}{\eta} \frac{\xi}{1 + \xi} P_{ij} P_{kl} \quad (3.28)$$

3.2.3 仮想仕事の原理式

増分境界値問題に対する体積力項を無視した仮想仕事の原理式は、仮想変位速度 δv_i に対して次式で与えられる。

$$\int_V \bar{\sigma}_{ij} \delta v_{i,j} dv = \int_{St} \bar{t}_i \delta v_i ds \quad (3.29)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_{ij}$ は公称応力速度、 St は表面ベクトル $\bar{t}_i$ が与えられている境界領域を表す。

式(3.29)の中の公称応力速度を式(3.3)、(3.4)などを参考にして Kirchhoff 応力の Jaumann 速度 $\dot{\bar{\tau}}_{ij}$ に置き換えたのが次式である。

$$\int_V \left(\dot{\bar{\tau}}_{ij} - \bar{F}_{ijkl} d_{kl} + v_{i,k} \sigma_{kj} \right) \delta v_{i,j} dv = \int_{St} \bar{t}_i \delta v_i ds \quad (3.30)$$

ここで、

$$\bar{F}_{ijkl} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{lj} \delta_{ki} + \sigma_{kj} \delta_{li} + \sigma_{li} \delta_{kj} + \sigma_{ki} \delta_{lj} \right)$$

3.2.2 で得られた弾粘塑性構成式(3.27)を再度示す。

$$\dot{\bar{\tau}}_{ij} = L_{ijkl}^{tan} d_{kl} - \beta P_{ij} \quad (3.31)$$

$$\beta = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t^{vp}}{1 + \xi}$$

ここで、これまで省略していた相当粘塑性ひずみ速度 $\dot{\bar{\epsilon}}$ の添字(vp)を以後再記する。

式(3.31)を(3.30)に代入すると、

$$\int_V (D_{ijkl} d_{kl} + v_{i,k} \sigma_{kj}) \delta v_{i,j} dv = \int_{St} \bar{t}_i \delta v_i ds + \int_V \beta P_{ij} \delta v_{i,j} dv \quad (3.32)$$

$$D_{ijkl} = L_{ijkl}^{tan} - \bar{F}_{ijkl}$$

式(3.32)を通常の方法^{(14), (15)}により離散化し、要素剛性方程式を得る。

3.3 弾粘塑性体の分岐に関する解析的検討

3.3.1 J_2 流れ理論に基づく弾粘塑性構成式の方岐

第2章で示した分岐解析の手法に従い、3.2で導いた J_2 流れ理論に基づく速度依存型の構成式に対する塑性不安定性について検討する。ここでは、平面ひずみ状態を仮定し、一方向引張りに対する分岐問題について考える。

平面ひずみ状態の条件から、

$$d_{33} = 0 \quad (3.33)$$

一方向引張りの条件から、

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma, \\ \sigma_{22} &= \sigma_{12} = 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

とする。

非圧縮性の条件を用いて、式(3.27)をCauchy応力のJaumann速度 $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$ で表示すると、

$$\begin{aligned} \overset{\nabla}{\sigma}_{11} &= (L_{1111}^{tan} d_{11} + L_{1122}^{tan} d_{22}) - \beta P_{11} \\ \overset{\nabla}{\sigma}_{22} &= (L_{2211}^{tan} d_{11} + L_{2222}^{tan} d_{22}) - \beta P_{22} \\ \overset{\nabla}{\sigma}_{12} &= L_{1212}^{tan} d_{12} \end{aligned} \quad (3.35)$$

ここで、

$$\beta = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_t^{vp}}{1 + \xi}$$

ξ は式(3.26)参照。

ところで、相当応力は相当ひずみに関する n 乗硬化則と、相当粘塑性ひずみ速度に関するNorton-Bailyの式⁽¹⁶⁾で近似できると仮定し次式で表す。

$$\bar{\sigma} = \sigma_o \left(\frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon_o} \right)^n \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\dot{\epsilon}_o} \right)^m \quad (3.36)$$

ここで、 $\sigma_o, \epsilon_o, \dot{\epsilon}_o$ はそれぞれ基準応力、基準ひずみ、および基準ひずみ速度を表す。また、 n, m はそれぞれひずみ硬化指数、ひずみ速度感度指数を表す。

式(3.36)より、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \bar{\epsilon}} \right) &= - \frac{n}{m} \left(\frac{\dot{\epsilon}^{vp}}{\bar{\epsilon}} \right) \\ \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \bar{\sigma}} \right) &= \frac{1}{m} \left(\frac{\dot{\epsilon}^{vp}}{\bar{\sigma}} \right) \end{aligned} \quad (3.37)$$

また、式(3.5)の弾性係数テンソル M_{ijkl} の成分を表すと、

$$\begin{aligned} M_{1111} &= \lambda + 2\mu = M_{2222} \\ M_{1122} &= \lambda = M_{2211} \end{aligned} \quad (3.38)$$

式(3.37), (3.38)を式(3.25), (3.26)に代入すると、

$$\begin{aligned} \eta &= 3\mu + n \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \\ \xi &= \theta \Delta t \eta \frac{1}{m} \frac{\dot{\epsilon}^{vp}}{\bar{\sigma}} \end{aligned} \quad (3.39)$$

となる⁽²⁾。式(3.38), (3.39)を式(3.28)に代入することによって、接線係数 L_{ijkl}^{tan} の成分が次式のように表される。

$$\begin{aligned} L_{1111}^{tan} &= L_{2222}^{tan} = \lambda + 2\mu - \frac{\xi}{\eta(1+\xi)} 3\mu^2 \\ L_{1122}^{tan} &= L_{2211}^{tan} = \lambda + \frac{\xi}{\eta(1+\xi)} 3\mu^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

式(3.40)を式(3.35)に代入し、式(2.1)に相当する関係式を求めると次式になる。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} - \dot{\sigma}_{22} &= \frac{1}{2} \tilde{H} (d_{11} - d_{22}) - \tilde{\beta} \\ \dot{\sigma}_{12} &= \tilde{K} d_{12} \end{aligned} \quad (3.41)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= 4\mu \left\{ 1 - \frac{3\mu}{\eta(1+1/\xi)} \right\} \\ \tilde{K} &= 2\mu \\ \tilde{\beta} &= 2\sqrt{3}\mu \frac{\dot{\epsilon}_t^{vp}}{1+\xi} \end{aligned} \quad (3.42)$$

式(3.41)のJaumann速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ を公称応力速度 $\bar{\sigma}_{ij}$ にかえて、つりあい式に代入する手続きは第2章で示したのと同様である。分岐点まで引張り速度を一定にしたまま負荷する条件により、式(3.41)の右辺第2項は領域内で一定値になる。したがって、最終的な支配微分方程式は式(2.6)と同式になる。

分岐探索の手法は第2章と同様で、変位制御型の増分に対して、瞬間的なせん断剛性 $\tilde{H}$, $\tilde{K}$ を求め、支配微分方程式(2.6)の一般解の分類図を用いて評価を行う。縦軸に $\tilde{K}/\tilde{H}$, 横軸に $(\sigma_{11} - \sigma_{22})/\tilde{H}$ としたときの一般解の分類⁽¹⁷⁾を図3.1に示す。

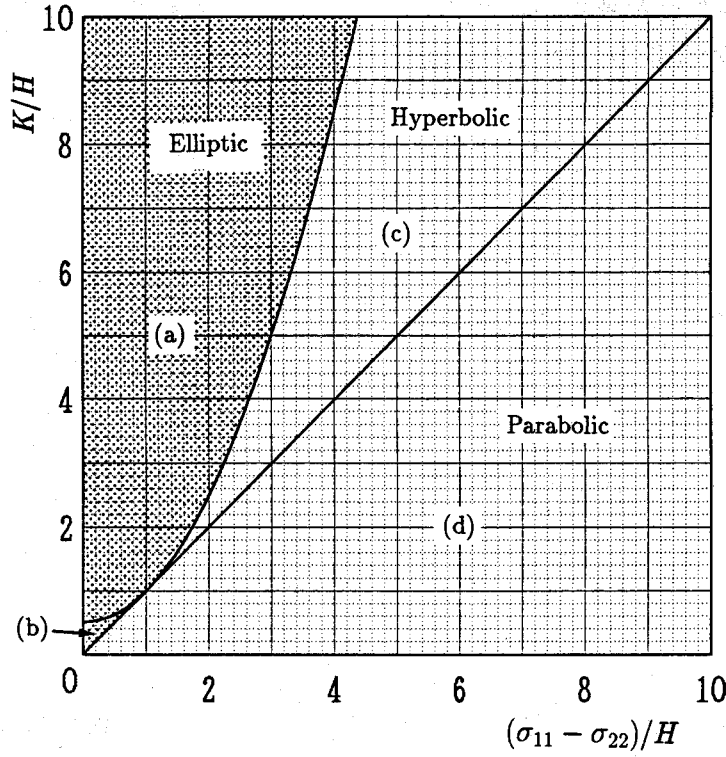


図 3.1 一般解の分類

(i) 楕円領域 (E)

$$\begin{aligned}
 (a) \cdots & \left(\frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} \right) > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}} \right)^2 \\
 (b) \cdots & \begin{cases} \left(\frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} \right) < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}} \right)^2 \\ \sigma_{11} - \sigma_{22} < \tilde{K} \rightarrow \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}} < \frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} \quad (\tilde{H} > 0 \text{ のとき}) \\ \frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} < 1 \end{cases} \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

(ii) 双曲線領域 (H)

$$(c) \cdots \begin{cases} \left(\frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} \right) < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}} \right)^2 \\ \sigma_{11} - \sigma_{22} < \tilde{K} \rightarrow \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}} < \frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} \quad (\tilde{H} > 0 \text{ のとき}) \\ \frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} > 1 \end{cases} \quad (3.44)$$

(iii) 放物線領域 (P)

$$(d) \dots \begin{cases} (\frac{\tilde{K}}{\tilde{H}}) < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{H}})^2 \\ \sigma_{11} - \sigma_{22} > \tilde{K} \rightarrow \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\tilde{K}} > \frac{\tilde{K}}{\tilde{H}} (\tilde{H} > 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (3.45)$$

図3.1に示した(a)～(d)の領域は式(3.43)～(3.45)に対応している。“表面あれ”に代表されるような表面不安定モードを含んだ分岐解は、図3.1中の(a)，(b)領域に存在する。すなわち、ひずみの増加とともに $((\sigma_{11} - \sigma_{22})/\tilde{H}, \tilde{K}/\tilde{H})$ の点の移動を図3.1上で追跡し、係数行列式が0になる点、すなわち分岐点が(a)，(b)領域内であれば、上記のような塑性不安定モードが予想されることになる。

弾粘塑性体の結果を示す前に、弾塑性体の場合について述べる。規定された引張りひずみ増分 $\Delta\epsilon$ を順次累積させて増分計算する方法は、第2章で示したのと同様である。その各ステップに $((\sigma_{11} - \sigma_{22})/H, K/H)$ の点をプロットしたのが図3.2である。なお、速度独立な弾塑性体については、第2章で示した変数と同じ K, H を用いることにする。図3.2(a)が J_2 流れ理論、(b)が J_2 変形理論の場合に対応している。ひずみ硬化指数 n は0.0625, 0.15, 0.25の3種類について示し、第2章で用いたモード次数を表す Q 値は図3.2(a)，(b)ともに $Q=2$ としている。また、各 n 値に対する公称ひずみで表した分岐ひずみ ϵ_N^* を表3.1に示す。図中では分岐の発生点を矢印で表しており、それらはすべて楕円領域(E)にあり、表面不安定モードに代表される分岐モードに該当する。また、分岐点の横軸 $(\sigma_{11} - \sigma_{22})/H$ の値を式(2.31)を用いて考えると、

$$\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{H} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \right) / \left(\frac{4}{3} n \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \right) = \frac{\sqrt{3} \bar{\epsilon}}{2n} \quad (3.46)$$

となる。表3.1の分岐ひずみ ϵ_N^* を式(3.46)に代入しその値を求めると、表3.1に示しているようにほとんど同値になるため、分岐点での横軸の値がほとんど同一になっている。

また、 J_2 変形理論の結果に対して、

$$\frac{K}{H} = \left(\frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \right) / \left(\frac{4}{3} n \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \right) = \frac{1}{2n} \quad (3.47)$$

となり、 n 値にのみ依存しているため、縦軸上の値は一定値になる(表3.1参照)

表 3.1 分岐ひずみ

n	J_2 -F		J_2 -D		
	ϵ_N^*	$(\sigma_{11}-\sigma_{22})/H$	ϵ_N^*	$(\sigma_{11}-\sigma_{22})/H$	K/H
0.25	0.492	1.60	0.480	1.57	2
0.15	0.271	1.60	0.270	1.59	3.33
0.0625	0.105	1.60	0.105	1.60	8

Q 値を変化させた場合の結果を図 3.3 に示す. 図 3.2 と同様に, (a) は J_2 流れ理論, (b) は J_2 変形理論の場合に対応している. n 値はともに 0.25 で, Q 値が大きいほど高次モードの分岐に対応している. J_2 流れ理論の場合, 従来よりよく言われているが, 高次モードの分岐点が見れず非現実的な結果を与える⁽¹⁸⁾. 図 3.3 の両軸のパラメータはこれまでに示してきたように材料特性にのみ依存しており, 幾何学的なパラメータ, 分岐モード次数は含まれていない. したがって, $Q=2, 20$ いずれも同一経路に沿って移動している.

つぎに, 弾粘塑性体の場合について考える. いま, 式 (3.39) において, $m \rightarrow 0$ を考えると, $1/\xi \rightarrow 0$ となる. したがって, 式 (3.42) の第一式は,

$$\begin{aligned}\bar{H} &= 4\mu \left\{ 1 - \frac{3\mu}{\eta} \right\} \\ &= 4\mu \left\{ 1 - \frac{1}{1 + h/(2\mu)} \right\}\end{aligned}\quad (3.48)$$

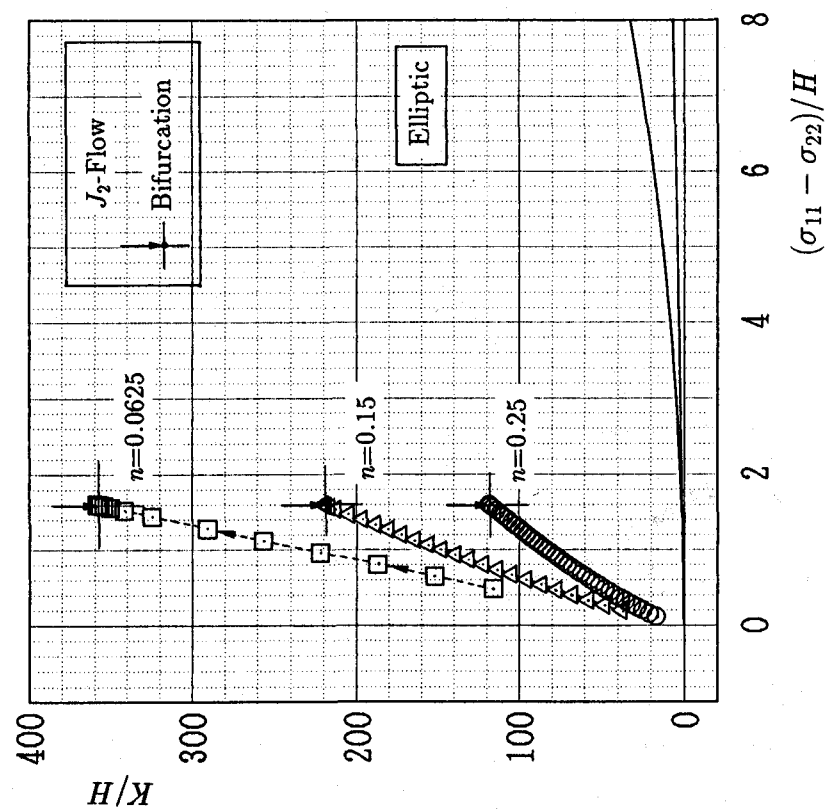
ここで,

$$\frac{2}{3} h = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}} = n \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \quad (3.49)$$

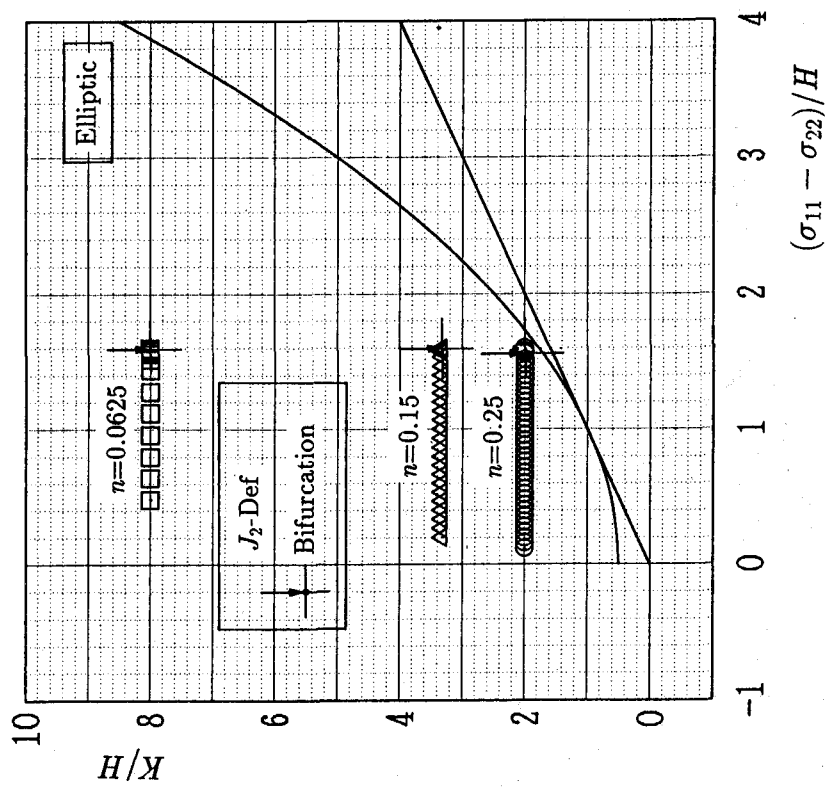
式 (3.48) は J_2 流れ理論に基づく弾塑性構成式から得られる式 (2.29) に一致している.

いま, 負荷引張り速度を一定と考えているので, 式 (3.39) からひずみの増加とともに, $\eta \rightarrow 3\mu, \xi \rightarrow 0$ に漸近していくことになる. したがって, 式 (3.42) から $\bar{H} \rightarrow 4\mu$ となり, $\bar{K}/\bar{H} \rightarrow 0.5$ に漸近していくために, 支配微分方程式は最終的には放物線領域 (P) に存在することが予想される.

まず一定なひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ を与え, 規定された時間増分 Δt に対してひずみ増分 $\Delta \epsilon$ を求める. 各増分量を加え合わせて各ステップでの $((\sigma_{11} - \sigma_{22})/\bar{H}, \bar{K}/\bar{H})$ を同様に求め図 3.1 上にプロットしたのが図 3.4 である. 図 3.4(a) は $n=0.0625$, (b) は $n=0.25$ の場合である. ひずみの増加とともに, $\bar{K}/\bar{H}$ が急激に低下し 0.5 に漸近していくため, 放物線領

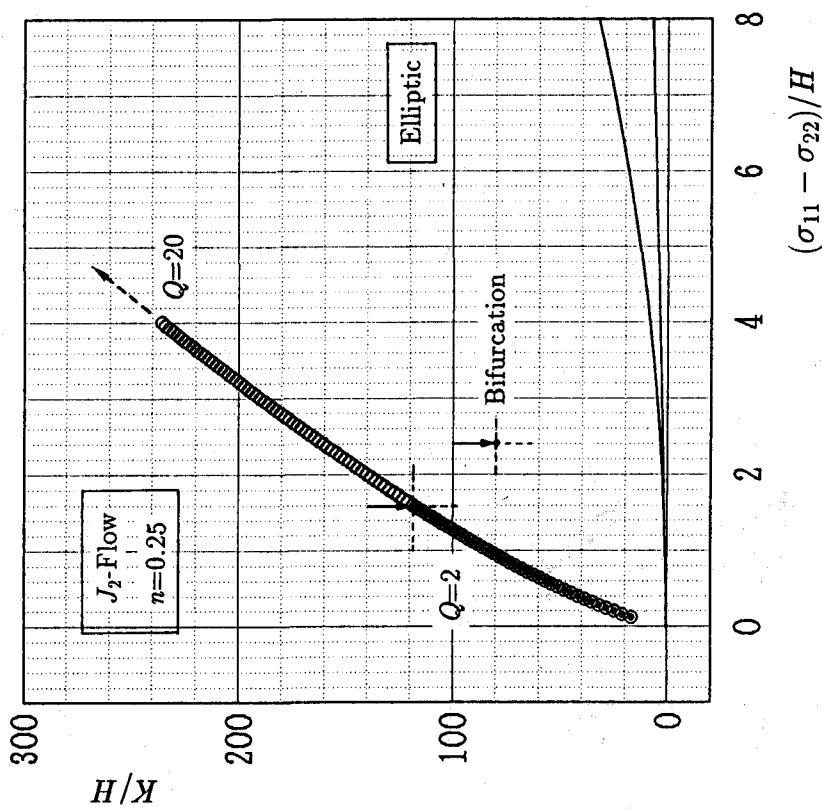


(a) J_2 流れ理論の場合

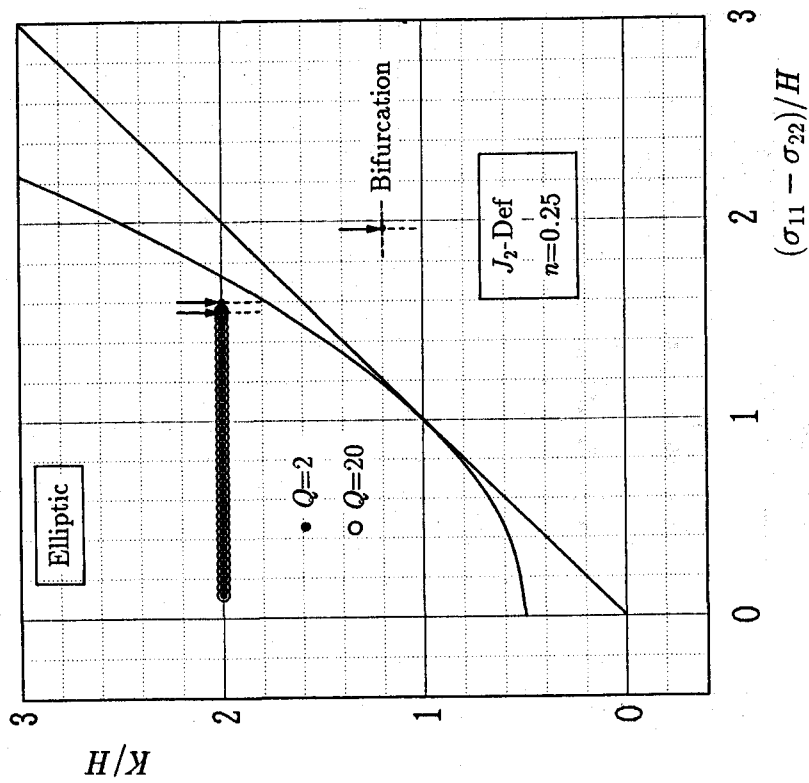


(b) J_2 変形理論の場合

図 3.2 分岐点の探索 (速度独立な構成式の場合, $Q=2$)

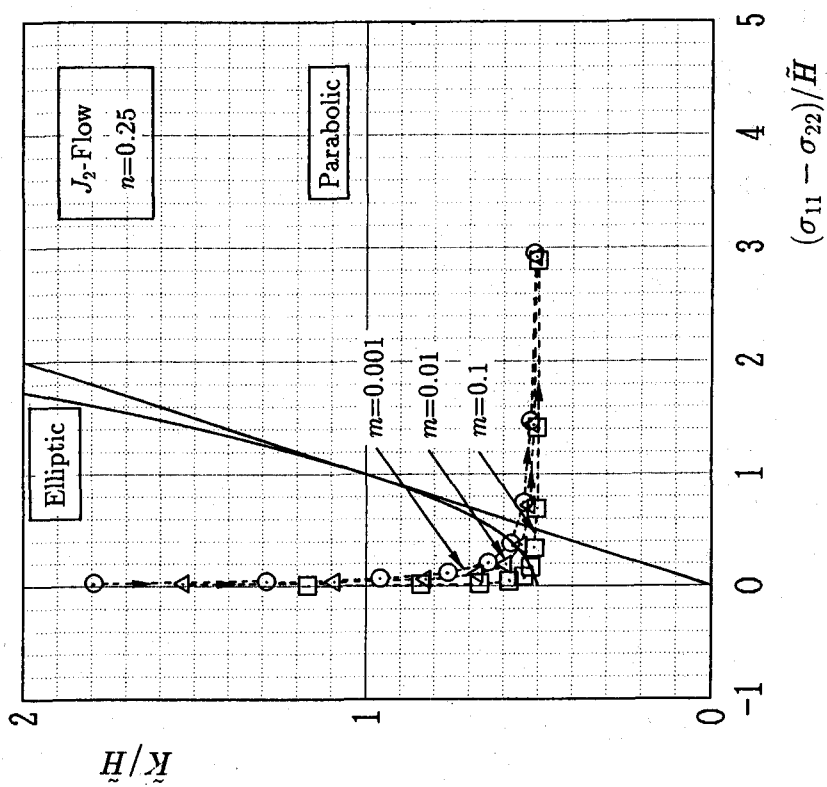


(a) J_2 流れ理論の場合

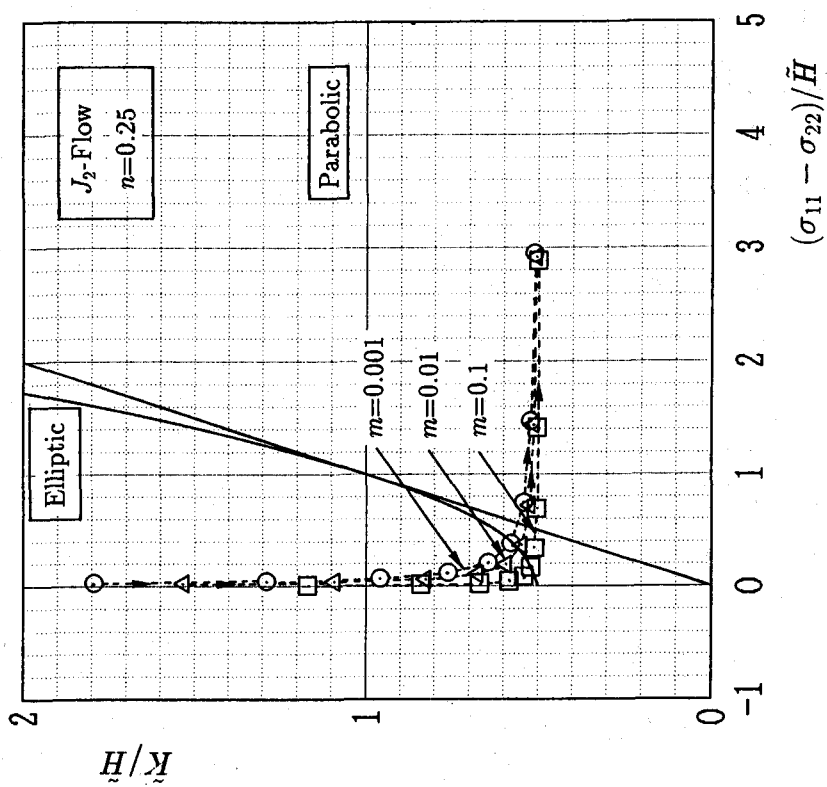


(b) J_2 変形理論の場合

図 3.3 分岐点の探索 (速度独立な構成式の場合, $n=0.25$)



(a) $n=0.0625$ の場合



(b) $n=0.25$ の場合

図 3.4 分岐点の探索 (J_2 流れ理論に基づく速度依存型構成式の場合)

域 (P) に各点が位置し現実的な分岐解は得られないことになる。また、ひずみ速度感度指数 m が大きくなるほど急激な低下を示し、低ひずみ領域から 0.5 に漸近している傾向を示している。このことは、 m 値が大きくなるほど、換言すれば粘性が強くなるほどより小さいひずみレベルから現実的な分岐解の存在する可能性のないことを意味している。

3.3.2 J_2 変形理論に基づく弾粘塑性構成式の分岐

3.2 では、 J_2 流れ理論に基づいた弾粘塑性構成式の導出について述べた。一方、 J_2 変形理論に基づいた弾粘塑性構成式も同様に定式化できることを冨田らは示している⁽²⁾。ここでは、冨田らが定式化した構成式を用いて、3.3.1 と同様な方法でその分岐に関する塑性不安定性について検討する。

J_2 変形理論に基づく弾粘塑性構成式は、式(3.27)に対応して次式で表される。

$$\begin{aligned}\dot{\tau}_{ij} &= \tilde{L}_{ijkl}^{tan} d_{kl} - \frac{\dot{\epsilon}_t}{1+\xi} P_{ij} \\ \tilde{L}_{ijkl}^{tan} &= M'_{ijkl} - \frac{1}{\eta} \frac{\xi}{1+\xi} P_{ij} P_{kl}\end{aligned}\quad (3.50)$$

ここで、 η, ξ はそれぞれ式(3.25)、(3.26)と同一で、弾性係数テンソル M_{ijkl} に対応する M'_{ijkl} が次式のようになる。

$$M'_{ijkl} = \frac{h_s}{h_s + 3G} \left[M_{ijkl} + \frac{3G}{h_s} \left\{ \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \frac{2G(1+\mu)}{1-2\mu} + \frac{3G\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2} \right\} \right] \quad (3.51)$$

ここで、 $(3/2)h_s$ は式(2.3)で与えられる真応力-塑性対数ひずみ曲線の割線係数、 G は横弾性係数を表す。

式(3.51)の中かっこ $\{ \}$ の部分を N_{ijkl} とし、その成分表示すると、

$$\begin{aligned}N_{1111} &= \frac{5-4\mu}{3(1-2\mu)} G = N_{2222} \\ N_{1122} &= \frac{-1+8\mu}{3(1-2\mu)} G = N_{2211}\end{aligned}\quad (3.52)$$

したがって、

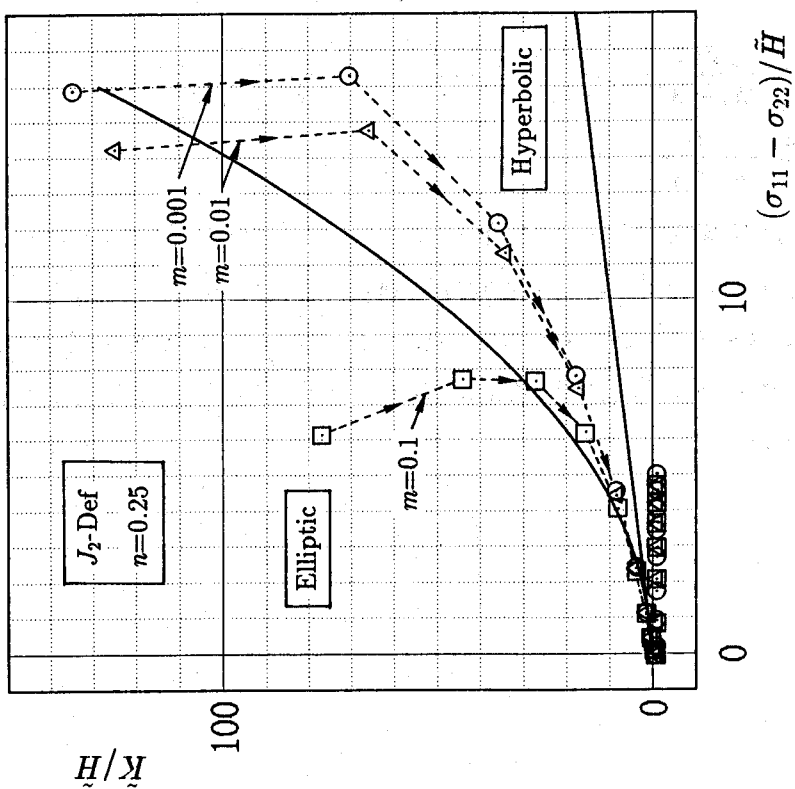
$$\begin{aligned}M'_{1111} &= \frac{h_s}{h_s + 3G} \left[\frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{1-\mu}{1+\mu} E + \frac{5-4\mu}{h_s} G^2 \right) \right] \\ &= M'_{2222} \\ M'_{1122} &= \frac{h_s}{h_s + 3G} \left[\frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\mu}{1+\mu} E + \frac{-1+8\mu}{h_s} G^2 \right) \right] \\ &= M'_{2211}\end{aligned}\quad (3.53)$$

式(3.53)を式(3.50)の第2式に代入後、3.3.1と同様な方法で $\tilde{H}, \tilde{K}$ を求めると次式に

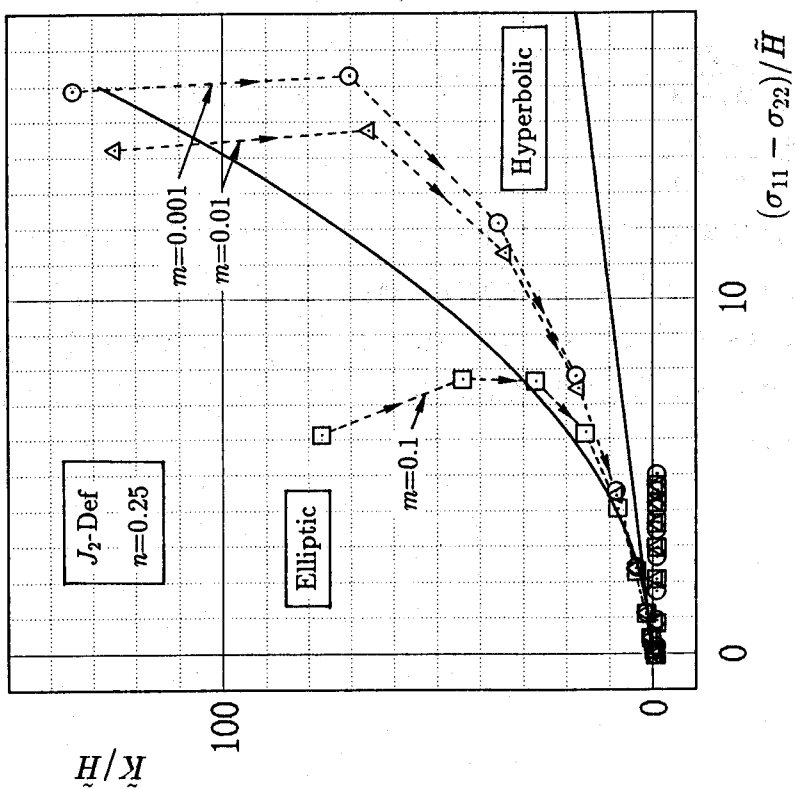
なる。

$$\begin{aligned}\tilde{H} &= \frac{2h_s}{h_s + 3G} \left(\frac{E}{1 + \mu} + \frac{6G^2}{h_s} \right) - \frac{12\mu^2}{\eta(1 + 1/\xi)} \\ \tilde{K} &= \frac{h_s}{h_s + 3G} 2\mu\end{aligned}\tag{3.54}$$

式(3.54)を用いて、分岐点探索を行った結果を図3.5に示す。図3.5(a)は $n=0.0625$, (b)は 0.25 の場合についてそれぞれ一定のひずみ増分後の軌跡をプロットしている。ひずみの増分とともに双曲線領域にはいり、その領域のまま原点に漸近していく傾向を示している。したがって、 J_2 変形理論に基づく弾粘塑性構成式を用いた場合にも、現実的な分岐解の存在は予測できないことになる。



(a) $n=0.0625$ の場合



(b) $n=0.25$ の場合

図 3.5 分岐点の探索 (J_2 変形理論に基づく速度依存型構成式の場合)

3.4 積層複合材の局所変形挙動の有限要素解析

3.2 に示した J_2 流れ理論に基づく速度依存型の構成式を用いて、弾塑性体と弾粘塑性体が積層された複合モデルの解析例を以下に示す。

3.4.1 積層複合材のくびれ変形の解析

(a) 解析モデル

図 3.6 に解析モデルを示す。内側に弾塑性体、その両側に弾粘塑性体の 3 層構造に対して、平面ひずみ状態を仮定し一方向引張りを負荷したときのくびれの解析を行う。変形の対称性を仮定し、1/4 領域を解析の対象とする。3.3 で示したように、速度依存型の構成式を用いた単一材の場合、一様変形からの分岐は発生しない。積層複合材の場合にも同様に考えられるので、ここでは弾粘塑性体の表面に板厚半分に對して 0.2 % 程度のわずかな幾何学的初期不整を与え、不均一変形の成長速度を調べることにより不安定性を評価する。使用した物性値および解析パラメータを表 3.2 に示す。弾塑性体および弾粘塑性体の物性値は、ひずみ速度感度指数の設定以外は同一としている。なお、表中の θ は式 (3.18) に表れる補間パラメータであり、種々の値を用いて予備計算を行った結果 0.5 が最適であるとした。ここでは、特にひずみ速度感度指数 m と、弾塑性体と弾粘塑性体の板厚比の塑性不安定性に与える影響について調べる。解析に使用した要素は 8 節点アイソパラメトリック要素である。また、端面の引張り速度は $\dot{u}/L = \dot{\epsilon}_0$ としている。

表 3.2 物性値および解析パラメータ

	E-Plastic	E-Viscoplastic
Young ratio E [GPa]	200	200
Possion ratio ν	0.333	0.333
Reference strain ϵ_0	0.002	0.002
Reference strain rate $\dot{\epsilon}_0$	—	0.002
Reference stress σ_0 [MPa]	400	400
Strain hardening exponent n	0.0625	0.0625
Strain rate hardening exponent m	—	0.001~0.1
Parameter of integration scheme θ	—	0.5

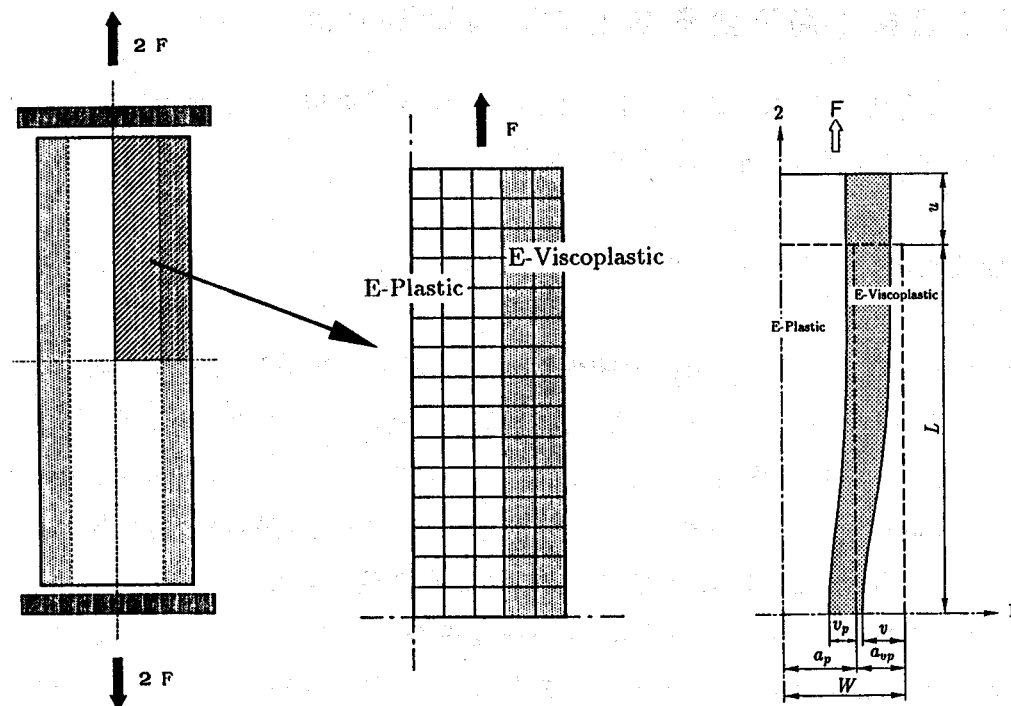


図 3.6 積層複合材の局所変形解析のための解析モデル

(b) 解析結果

弾塑性体の板厚 a_p の弾粘塑性体の板厚 a_{vp} に対する比（以降，単に a_p/a_{vp} と表記する）が $3/2$ の場合の荷重－伸びおよびくびれ量関係を，ひずみ感度指数 m をパラメータとして図 3.7 に示す．界面および表面におけるくびれ量を示す v_p/W , v/W はともに中心軸（1 軸）上の変形量を示している．

一般に単一材の場合， m 値を大きくするほど，局所変形の開始は遅延し一様変形を保持する傾向にあると言われており⁽²⁾，積層複合材についても同様に m 値が大きくなるほどくびれの発生が遅れている． m 値が 0.1 程度になるとほとんど均一変形を示しており，積層効果により弾塑性体の局所変形を抑制し，変形限界を著しく向上させている．

積層板厚比を変化させたときの，荷重－伸び，およびくびれ量－伸び関係を図 3.8 に示す．弾粘塑性体の占める割合が大きくなるほどくびれの発生が遅くなっている．

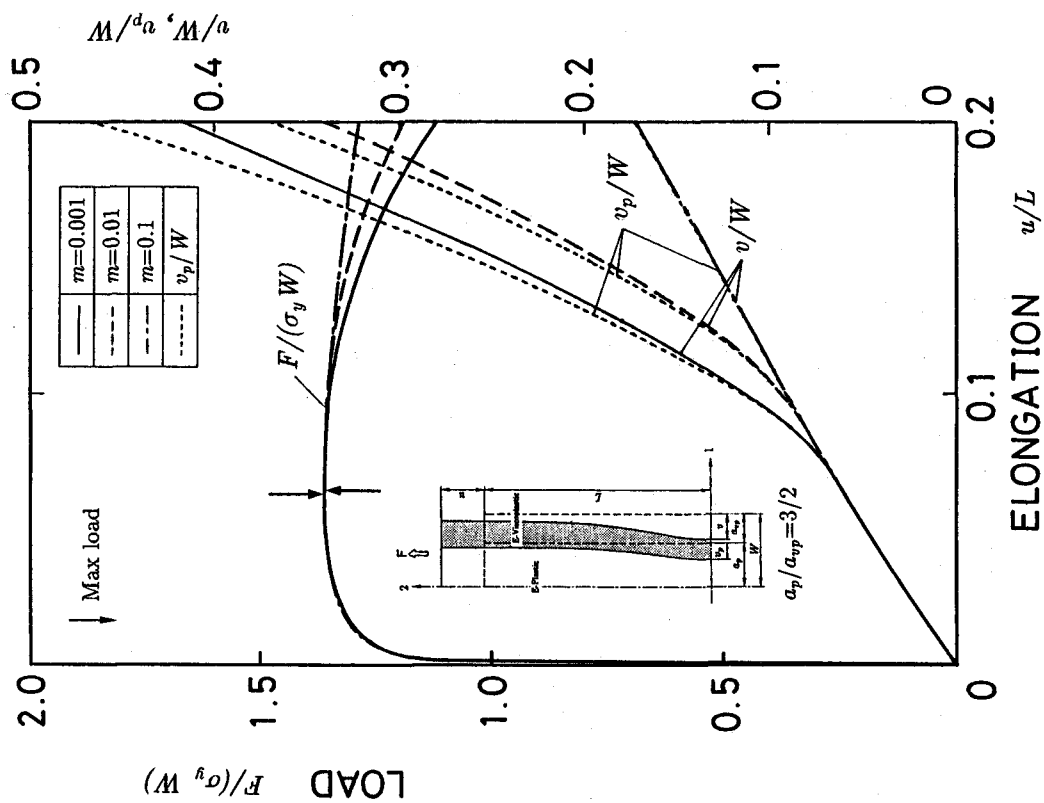


図 3.7 荷重—伸び量およびくびれ量（ひずみ速度感度指数 m の影響）

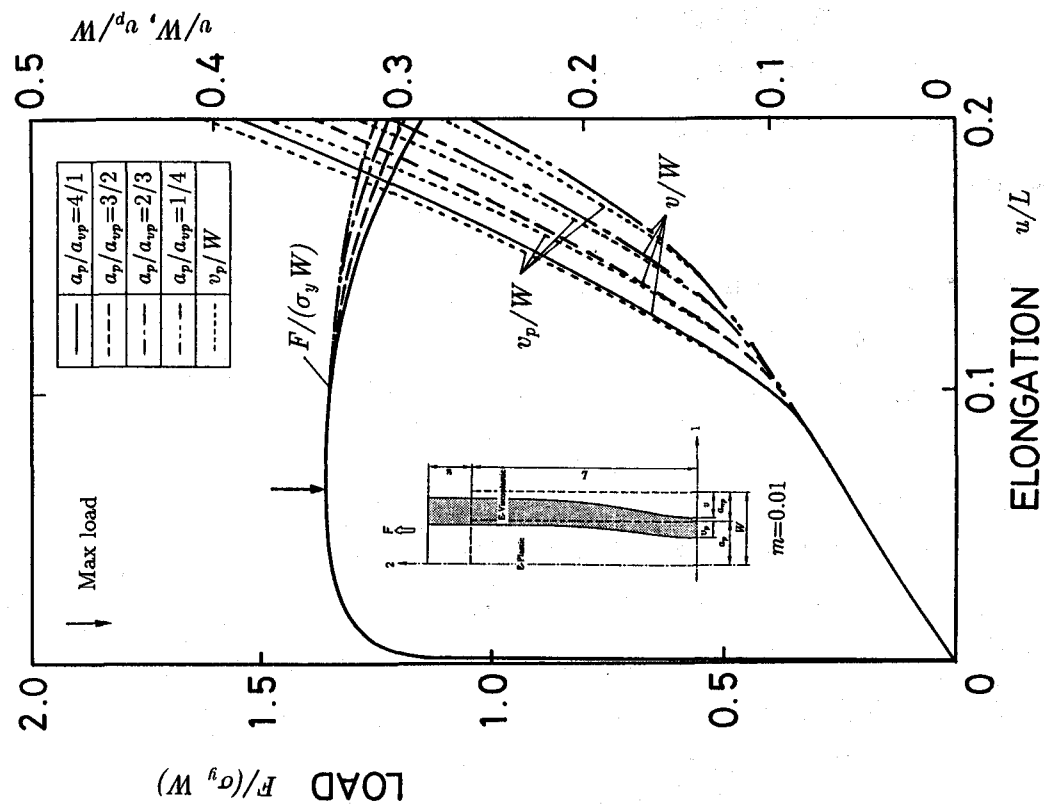


図 3.8 荷重—伸び量およびくびれ量（積層構成の影響）

界面近傍応力成分の界面方向分布を図3.9および図3.10に示す。8節点の高次要素を使用しているが、要素分割は粗く界面の詳細な応力評価を目的とするモデルとしては適していない。ここでは m 値と、積層板厚比をパラメータとしたときの巨視的な応答の把握と、定性的な傾向の抽出のみを目的としている。界面強度を評価する場合には、その破壊形態を想定して行う必要がある。ここで取扱う積層材の界面はく離を誘起する応力因子は、界面方向のせん断成分と界面垂直方向の引張り垂直成分の2成分が考えられ、図3.9, 3.10ではせん断応力 σ_{12} 、垂直応力 σ_{11} について示している。一様変形を保持しているかぎり前述した2応力成分の発生はほとんどないが、くびれが発生し不均一変形を始めると界面上にはせん断変形からのせん断応力と、両材料のくびれ変形量の違いから生じる界面垂直方向の引張り垂直応力（いわゆるピール応力）が発生する。

図3.9は、伸び $u/W=0.2$ のときの界面最近接の弾塑性体側に生じている応力分布と相当応力の等応力線図を、 m 値をパラメータにして示している。図中の点線は解析結果を外挿した領域を示し、せん断成分については、その対称性から $y=0$ の中心点で0になる。 m 値が小さくなるほど、界面近傍の応力は大きくなっている。これは、 m 値が小さいほどくびれが成長し、変形の不均一性が顕著となるためである。せん断応力 σ_{12} のピーク値の発生位置はくびれ形状の曲率が反転している部分で発生し、垂直応力 σ_{11} の最大値は対称軸上、すなわちくびれが最も進行している断面で生じている。等応力線図をみると、 m 値が小さいほど弾粘塑性体は弾塑性体の特性に漸近していくので、界面における不連続性は消失している。等高線の作図上、 $m=0.01$ および $m=0.1$ における分布図で界面において線が集中している。これは界面を境にして両者の相当応力に明確な不連続があることを示唆している。 $m=0.1$ の積層材の等高線は、引張り方向とほぼ垂直になっており一様変形していることがわかる。

積層板厚比を変化させたときの同様な界面近傍の応力分布を図3.10に示す。弾粘塑性体の板厚比が大きいほどくびれ変形が小さくなり、界面発生応力も小さい。また、積層比の変化は界面の垂直応力よりもせん断応力成分に強い影響を与えているといえる。

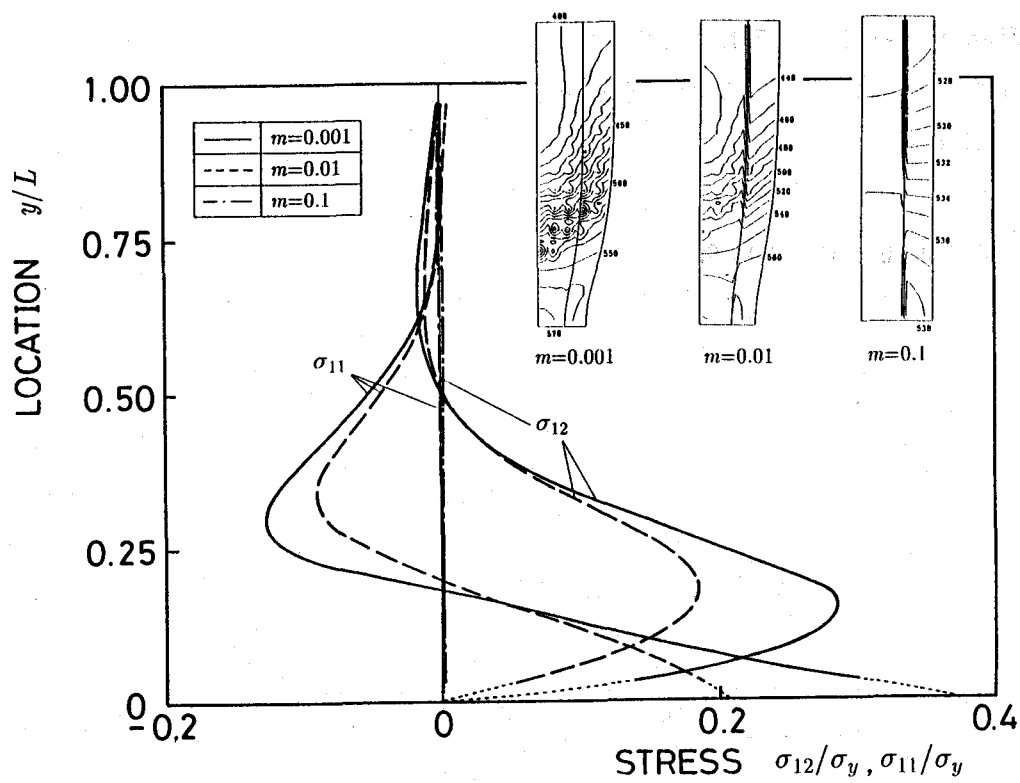


図 3.9 界面近傍の応力分布（ひずみ速度感度指数 m の影響）

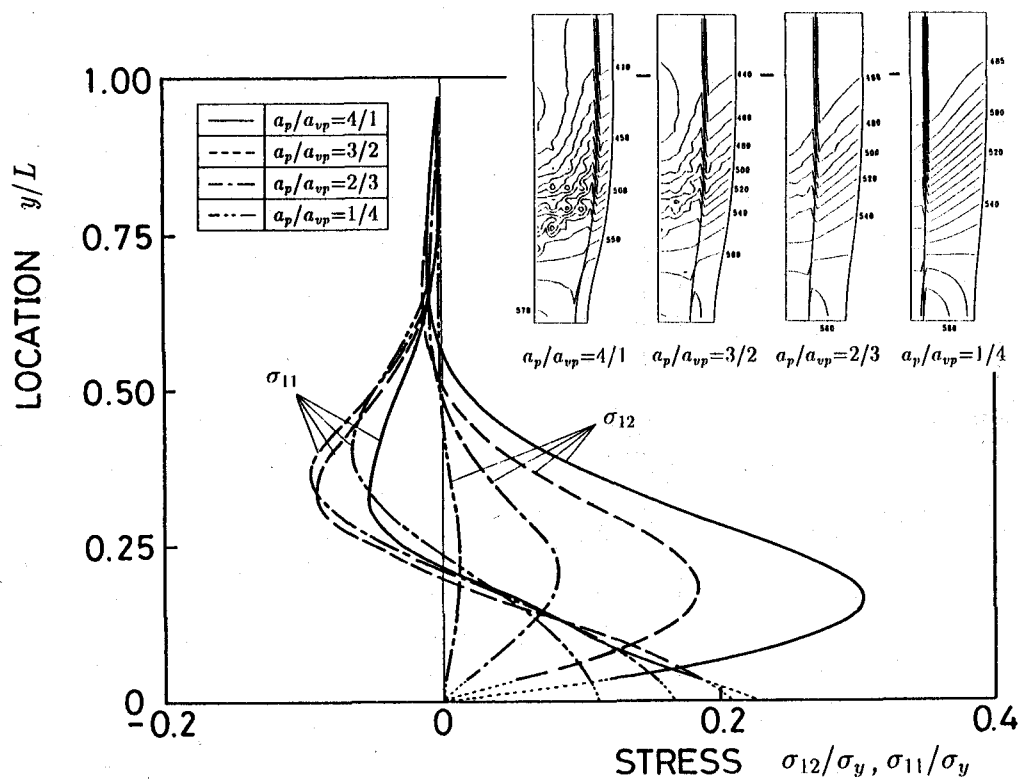


図 3.10 界面近傍の応力分布（積層構成の影響）

3.4.2 積層複合材の”界面および表面あれ”の解析

材料特性の不均質に基づく不均一変形挙動の解析から,”界面および表面あれ”の成長について検討する。

(a) 解析モデル

”界面および表面あれ”の解析モデルを図3.11に示す。弾塑性体は図中に示すようなひずみ硬化指数 n が部分的に異なる不均質体, 一方弾粘塑性体は均質材としている。解析に使用した物性値および解析パラメータを表3.3に示す。また, 端面の引張り速度は $\dot{u}/l = \dot{\epsilon}_0$ としている。

表3.3 物性値および解析パラメータ

	E-Plastic(A)	E-Plastic(B)	E-Viscoplastic
E [GPa]	200	200	200
ν	0.333	0.333	0.333
ϵ_0	0.002	0.002	0.002
$\dot{\epsilon}_0$	—	—	0.002
σ_0 [MPa]	400	400	400
n	0.0625	0.0833	0.0625
m	—	—	0.001~0.1
θ	—	—	0.5

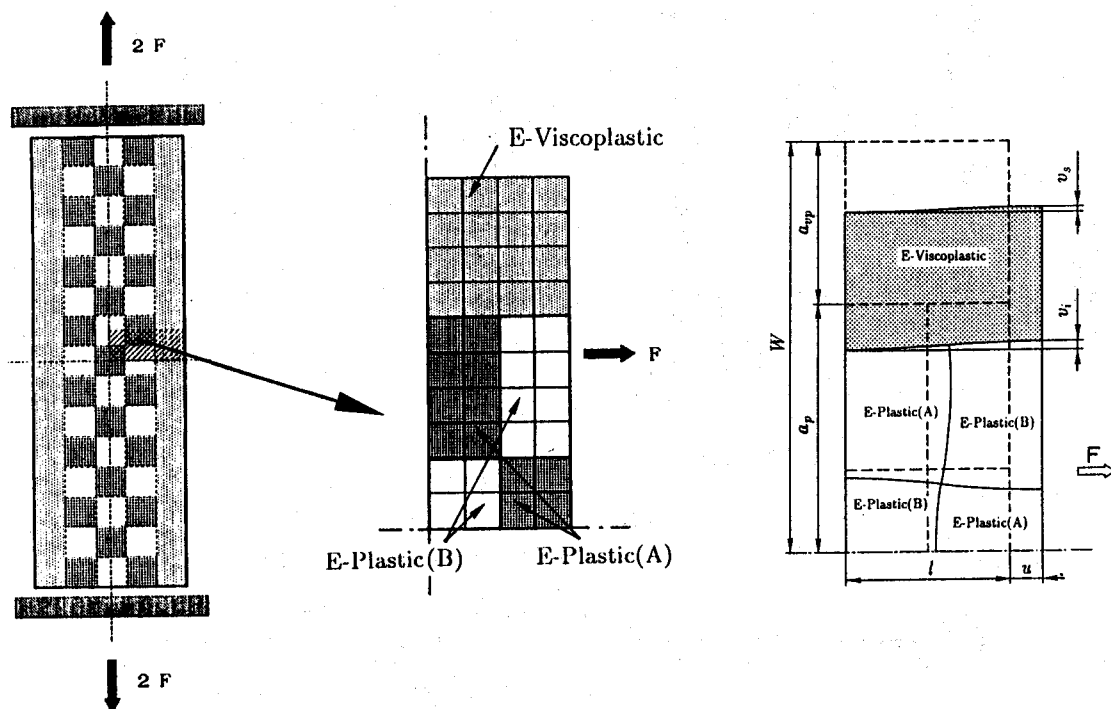


図3.11 界面および表面不均質変形解析のための解析モデル

(b) 解析結果

積層板厚比 $a_p/a_{vp} = 3/2$ の場合についてひずみ速度感度指数 m をパラメータにし、界面および表面上の不均一変形による凹凸量 v_i, v_s を示したのが図3.12である。界面に接する弾塑性体の引張り端面側の硬化指数が中心軸側より大きいので、界面上の凹凸は一方向に増大している。一方、表面側の弾粘塑性体については、反対に引張り端面側のくびれ量が大きくなり、ひずみレベルの小さい範囲内では負の方向に増大する。弾塑性体と弾粘塑性体のくびれ量を同一負荷ひずみに対して比較すると、弾塑性体の方が大きいことがこれまでの結果から予想される。このことから、 v_i の増大につれて v_s は負から正に反転していくことになると考えられる。

弾粘塑性体の板厚の変化が界面上の凹凸量に与える影響を調べたのが図3.13である。概して、弾粘塑性体の板厚が大きくなると v_i は小さくなっている。 $a_p/a_{vp} = 3/1$ と $3/2$ の曲線が、伸び $u/l=0.1$ を越えたあたりで交差しているが、これは、弾塑性体の界面における変形拘束率に加えて、弾粘塑性体自身のくびれ量の変化が重畳していることによると思われる。また、各積層板厚比に対する相当塑性ひずみの等高線も同図に示している。弾粘塑性体が厚くなるほど、ひずみの等高線間隔が大きくなっており、ひずみの一様化、平滑化の傾向がわかる。なお、相当塑性ひずみの等高線を表示しているので、前述した相当応力とは異なり、界面での連続性を保持している。

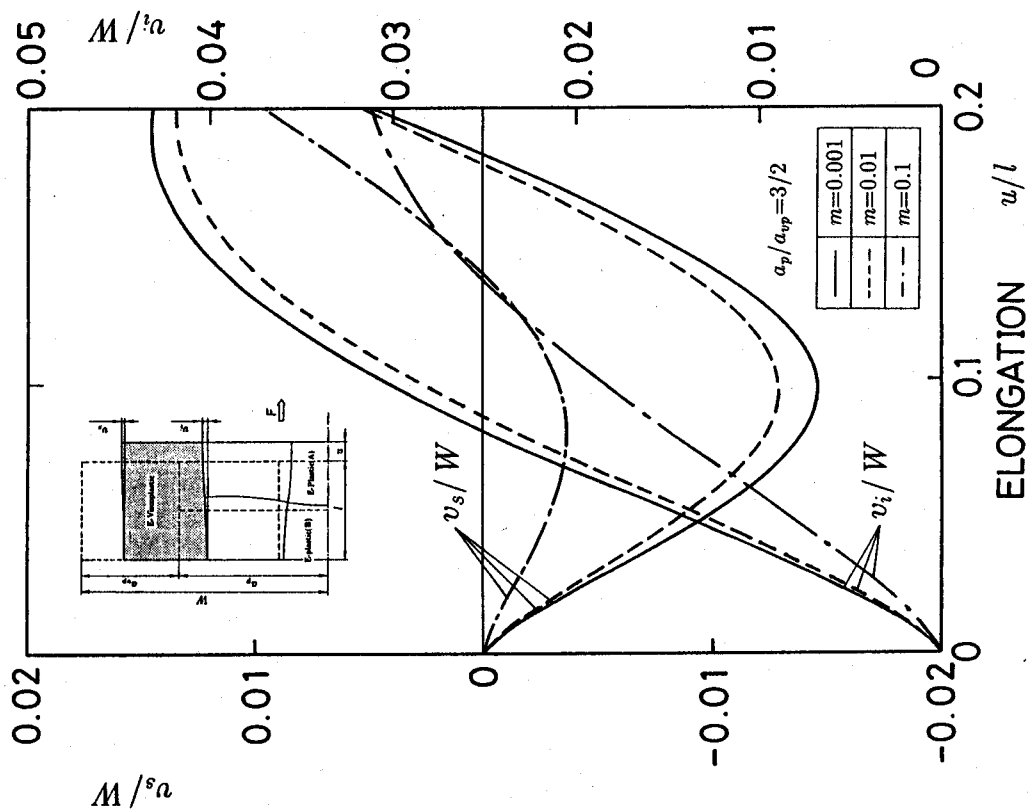
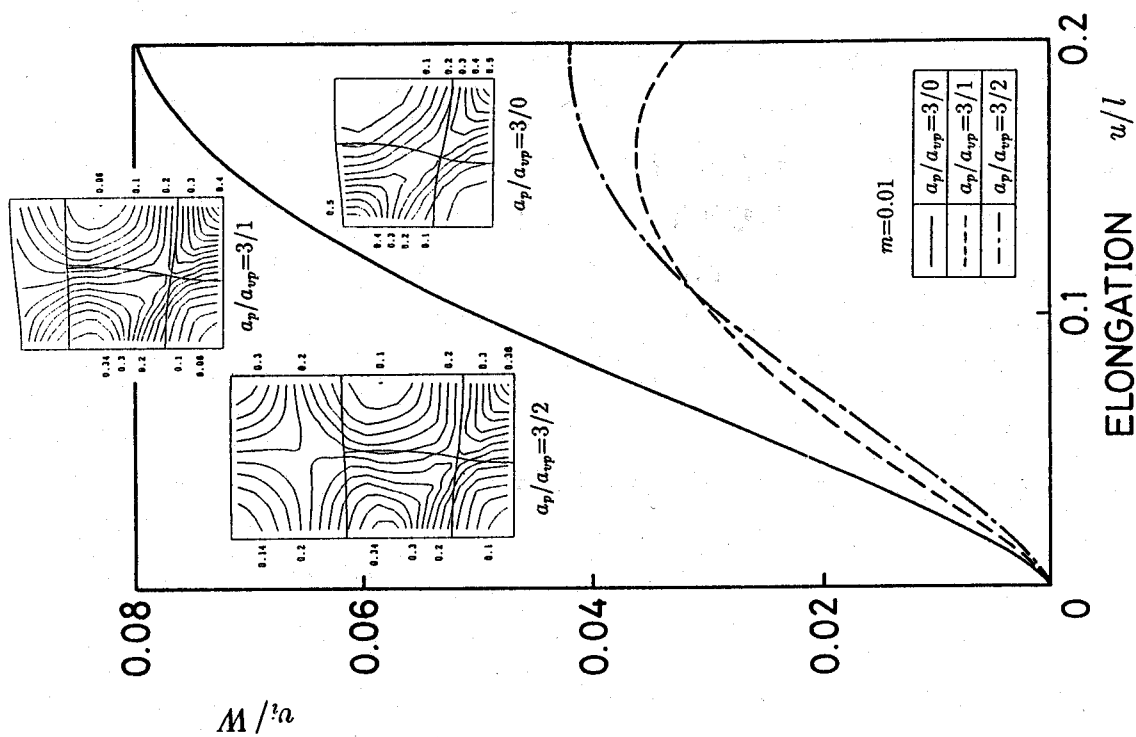


図 3.12 界面あるいは表面あれ量の変化(ひずみ速度感度指数 m の影響)



3.5 結言

従来より速度依存型の構成式を用いると、一様変形からの分岐点は発生せずに塑性力学的にも安定的な挙動を示すと言われている。そこで、まず J_2 流れ理論および J_2 変形理論に基づく速度依存型の構成式を用いて、第2章で示した解析的な手法により分岐点の存在に関する検討を行った。平面ひずみ状態を仮定し一方向に引張りひずみ速度を一定にした負荷に対して、いずれの構成式においても場の支配微分方程式が放物線形になり現実的な分岐解を与えないことがわかった。

つぎに J_2 流れ理論に基づく速度依存型の構成式を用いた有限要素法の解法について述べ、弾塑性体の両面に弾粘塑性体が積層された積層モデルに一方向引張り負荷が作用するときの塑性不安定解析を行った。ひずみ速度感度指数 m と積層板厚比をパラメータにしたときの、くびれの遅延、界面および表面不均一変形量の成長に関する検討を行った結果、以下のことが得られた。

- (1) m 値が大きくなるほど、また弾粘塑性体の占める割合が大きくなるほどくびれの発生は遅れる。また、界面あるいは表面上の不均質変形による凹凸量の変化も、 m 値が大きくなるほどその量は小さくなった。
- (2) 弾塑性体と弾粘塑性体の積層割合の変化は、界面上の垂直応力成分よりもせん断応力成分に強い影響を与えている。

これらのことをまとめると、粘性特性を持つ材料を積層した複合材料や、単一材料でも改質により表面に粘性特性を持たせた不均質材料は、従来の材料では得られない著しい変形特性の向上を示すことが予測できる。

参 考 文 献

- (1) 谷村, 日本金属学会会報, **29**-5(1990), 337.
- (2) 富田, 進藤, 朝田, 後藤, 機論, **54**-501, A(1988), 1124.
- (3) Peirce, D., Shih, C.F. and Needleman, A., Comput. & Struct., **18**-5(1984), 875.
- (4) 渋谷, 北川, 赤木, 坂口, 機論, **56**-522, A(1990), 201.
- (5) Shibutani, Y., Kitagawa, H., Akagi, M. and Sakaguchi, M., JSME Int. J., **34**-310, A(1991), 207.
- (6) Peirce, D., Asaro, R.J. and Needleman, A., Acta Metall., **31**(1983), 1951.
- (7) Needleman, A., Comp. Methods Appl. Mech. Engrg., **67**(1988), 69.
- (8) Nacar, A., Needleman, A. and Ortiz, M., Comp. Methods Appl. Mech. Engrg., **73**(1989), 235.
- (9) Yoshimura, S., Chen, K.L. and Atluri, S.N., Int. J. Plasticity, **3**(1987), 391.
- (10) Kanchi, M.B., Zienkiewicz, O.C. and Owen, D.R.J., Int. J. Numer. Meth. Engrg., **12**(1987), 169.
- (11) Marques, J.M.M.C. and Owen, D.R.J., Comput. & Struct., **17**(1983), 301.
- (12) Szabó, L., Comput. & Struct., **34**-3(1990), 401.
- (13) 富田佳宏, 数値弾塑性力学 (1990), 142, 養賢堂.
- (14) 文献 (13) の 113 ページ.
- (15) 北川浩, 弾・塑性力学 (1987), 165, 裳華房.
- (16) 矢川元基, 宮崎則幸共著, 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析
(1987), 60, サイエンス社.
- (17) 文献 (15) の 151 ページ.
- (18) 文献 (15) の 156 ページ.

第4章 ” 界面あれ” 成長の実験的検討

4.1 緒言

第2章の積層複合材の分岐解析において、表皮材料（外側材料）の加工硬化指数 n 値が芯材料（内側材料）より大きい場合に、” 界面あれ” が優先的に生じることを述べたが、ここでは現実的な” 界面あれ” の特性について実験的な立場から検討を行う。

ひずみ負荷とともに界面状態の変化がその場観察できる材料として、アルミはくの両面に高分子材のポリエチレンテレフタレート（PET）を積層した複合材を取上げる。この積層複合材はアルミはく単体に比べて著しく大きな限界伸びを示すことが、すでに報告されている⁽¹⁾。その伸びの向上を可能にしているメカニズムは、” 界面あれ” の発生・成長と密接な関係にあると考えられる⁽²⁾。 ” 界面あれ” の発生および成長過程を、積層していないアルミはく単体の表面に生じる” 表面あれ” と比較することによって、その特性を明らかにし最終破断との関係について検討することをここでの目的とする。

ところで、短冊形の試験片を用いて単軸引張り変形を加えた場合、はくのような薄板材における自由縁の存在は、通常のパルク材とは異なり最終破断に及ぼす力学的な影響力が大きい。すなわち、自由縁上に生じる不安定現象から破断が生じ、材料本来の伸びに近い変形が得られない⁽³⁾。破断に至るまでの” 界面あれ” 成長メカニズムを観測するには、自由縁のない試験方法が望ましく、ここではポンチ張出しによる二軸引張り試験を用いる。通常のポンチ張出し試験でも、ポンチと試験片間の摩擦により接触端における応力が大きくなり破断する。そのため、両者間の摩擦を極力低減させた試験装置を用いない限りは、二軸引張り試験でも材料本来の伸びに近い状態が得られないことになる。ここで用いられる二軸引張り試験装置では、中央部に潤滑油を供給するための貫通孔を有するポンチを使用するとともに、ポンチと試験片間にテフロンシートを挿入し、完全潤滑に近い状態を実現させる。そして、負荷ひずみの増加とともに変化する界面のその場観察と、適当なひずみレベルで試験片から切出したサンプルの断面形状に対してあらさ解析を行う。

4.2 供試材

二軸引張り試験に用いる材料を表4.1に示す。大別して、高純度アルミはくはと、アルミ合金はくの2種類の単体材料と、それらの両面に高分子フィルム（ポリエチレンテレフタレート⁽⁴⁾、以後PETと称する）をウレタン系の接着剤で積層したものである。99.99%高純度アルミはくに関しては平均結晶粒径をかえたもの2種類を用意している。アルミ合金はくは2種類を対象とするが、積層材については8079アルミ合金はくに対してのみとする。それらの化学組成を表4.2に示す。Fe含有量の多い8079の方が、熱処理時に結晶成長を抑制するため結晶粒が微細化されている。高純度アルミはくの組織を図4.1に、8079アルミ合金の組織、およびその積層材の断面構造を図4.2に示す。

ここで用いる板厚 $25\mu\text{m}$ のPETの真応力-真ひずみ関係を図4.3に参考として示す。図中 θ はPET延伸方向と引張り方向の間の角度であり、強い異方性を示している。また、大ひずみ域で硬化が著しくなる高分子材特有の逆S字形の応力-ひずみ関係になっているのがわかる。

なお、以後の節における材料の記述は、表4.1に示した略記号を用いる。

表4.1 供試材

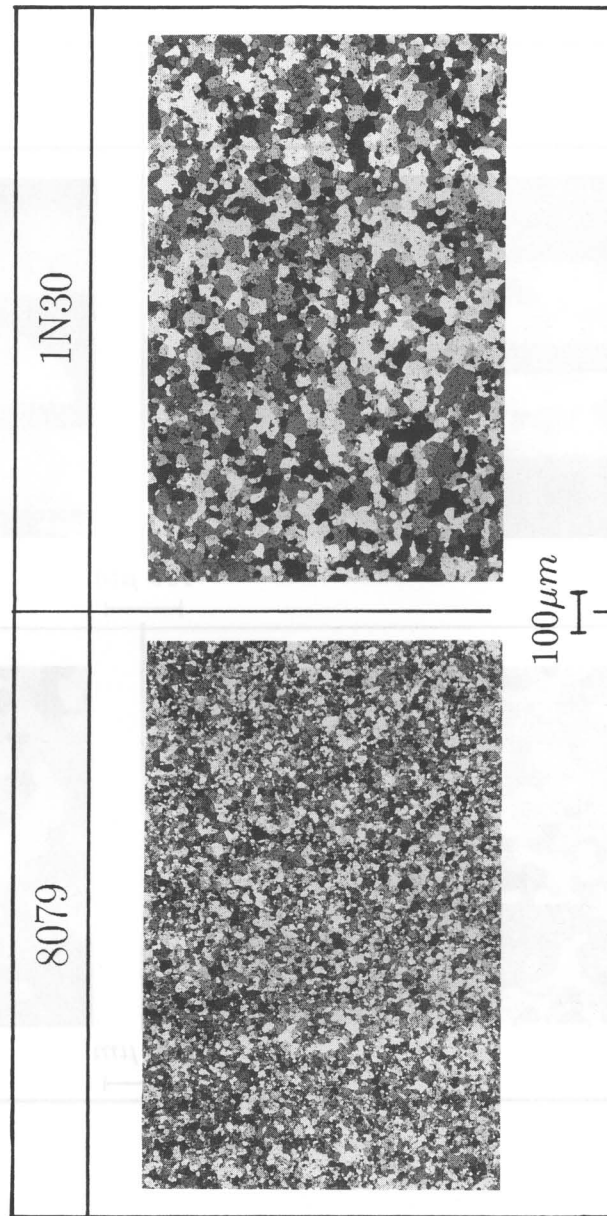
Material	$t_{Al}^{(*1)}$	$t_{PET}^{(*2)}$	$d_g^{(*3)}$	Orient.	$T \times H^{(*4)}$	Symbol
Pure Al foil	100	-	60	R ^(*5)	300×10	A60
Laminated pure Al	100	25	60	R	300×10	PA60
Pure Al foil	100	-	100	R	370×10	A100
Laminated pure Al	100	25	100	R	370×10	PA100
8079 Al-alloy	50	-	10	R	370×2	8079
Laminated Al-alloy	50	16	10	R	370×2	P16
Laminated Al-alloy	50	25	10	R	370×2	P25
1N30 Al-alloy	50	25	20	R	-	1N30

Remarks

- (*1) t_{Al} ... Thickness of Al foil [μm]
- (*2) t_{PET} ... Thickness of PET [μm]
- (*3) d_g ... Average grain size [μm]
- (*4) $T \times H$... Heat treatment Temperature [$^{\circ}\text{C}$] $\times$ Duration [hr]
- (*5) R ... Randomized lattice orientation

表 4.2 アルミ合金の化学組成

Mat	Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zr	Ni	Ti
	[wt %]									
8079	Bal	0.04	1.3	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02
1N30	Bal	0.1	0.45	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02



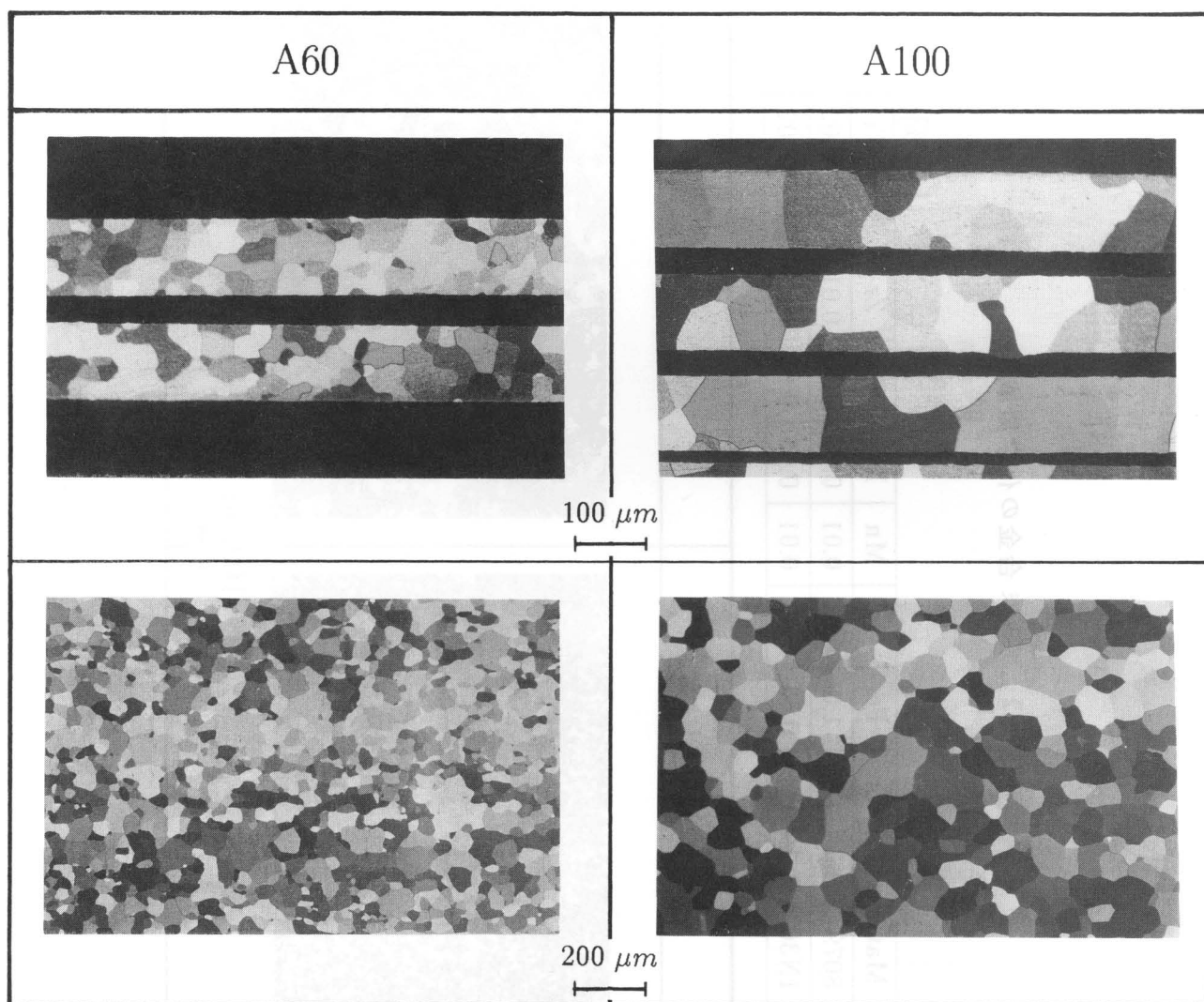


図 4.1 高純度アルミはくの組織

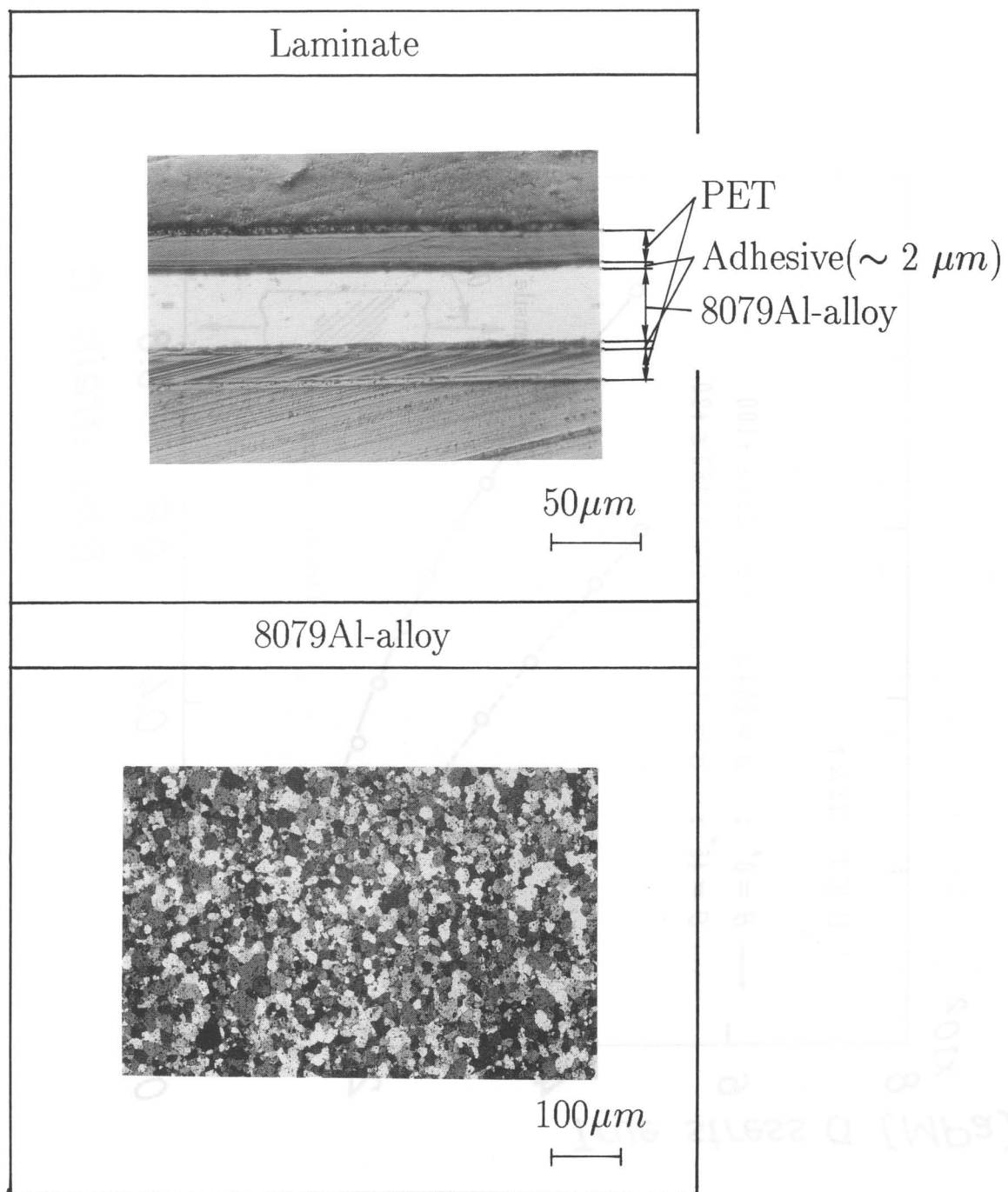


図 4.2 8079 アルミ合金はくの組織およびその積層材の断面構造

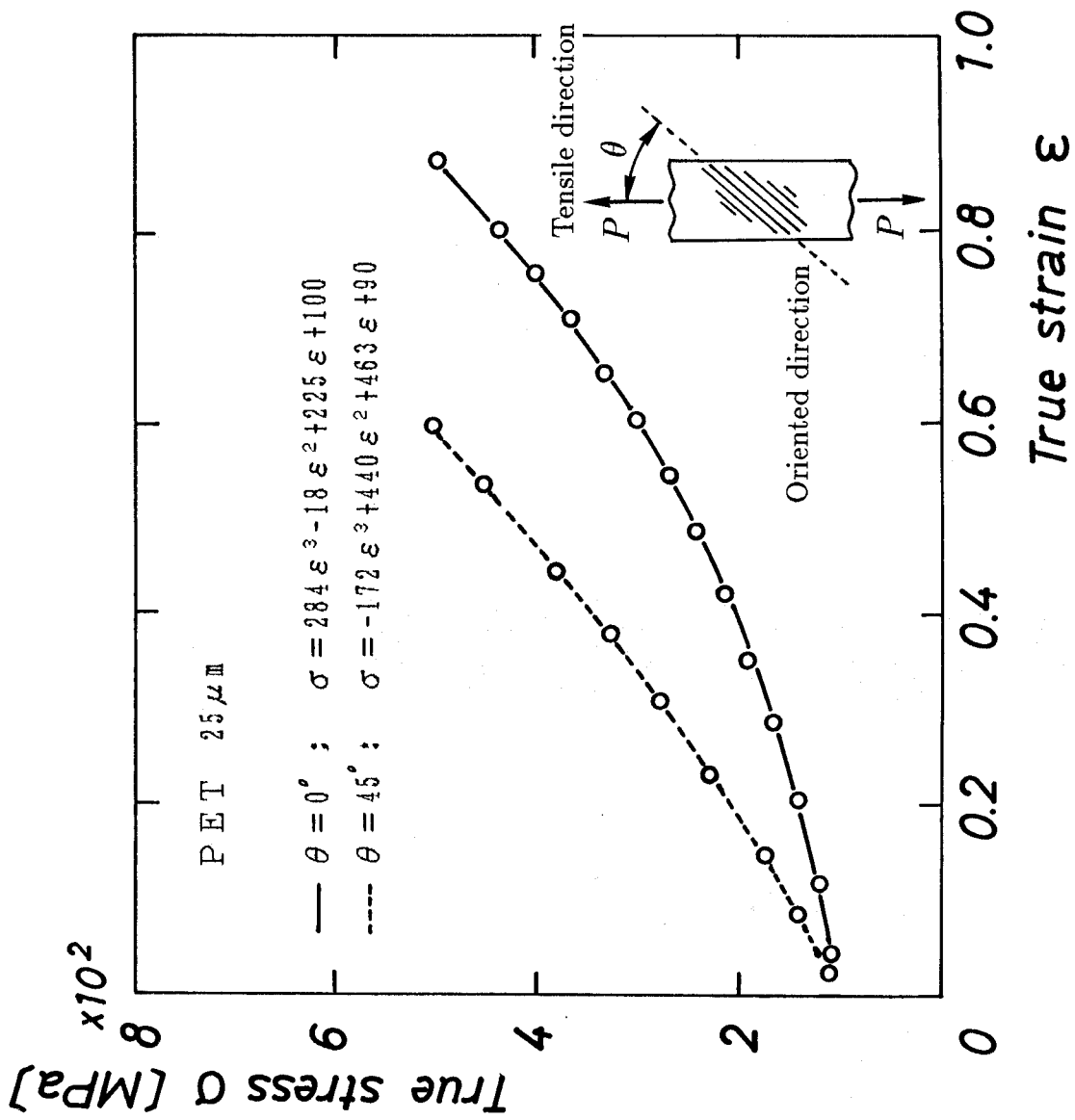


図 4.3 PET の真応力－真ひずみ関係

4.3 二軸引張り試験装置および試験方法⁽⁵⁾

4.3.1 試験装置

試験装置の概観を図4.4に示す。試験片を固定する支持枠は油圧式サーボ引張り試験装置のアクチュエータに取付けられている。一方、ポンチはロードセルを介して試験機本体に固定されている。このことより、試験片のポンチと接触している部分はポンチの進行にかかわらず、ほぼ一定の高さを保持することができる。また、試験片上部には十分な作業空間が確保できるので、上部から CCD カメラや光学顕微鏡によってその場観察が可能である。

ポンチは図4.4に示すように、中央部に潤滑油を供給するための貫通孔を有し、上部に凹部を設けた形状をしている。潤滑油はポンチ先端より上部に設置された油だめより加圧されずに供給され、試験片とポンチ間のすべりに乗じて流れ込むようになっている。また、 $\phi 15\text{mm}$ の凹部領域に接触している試験片部分は常に平面を保持し、光学顕微鏡の焦点粗調整を不要にしている。

ポンチと試験片間には、厚さ約 $50\mu\text{m}$ の中央にスリットを設けたテフロンシートを挿入している。アルミはく単体のような伸びの小さな試験片に対しては、さらに $25\mu\text{m}$ の PET を挿入することによって、いずれの試験片もポンチ上部において破断の生じることを予備試験から確認している。

ポンチ押付け力はポンチ下部に設置したロードセル、ポンチ移動量（本試験装置の場合には試験片取付支持枠の移動量に相当する）は差動トランス形変位計により計測を行う。

なお、ポンチ移動速度は、十分に静的変形挙動を示す範囲内で $\dot{u}=4.6\text{mm/min}$ 一定にしている（相当ひずみ速度に換算して約 $1.0\times 10^{-3}\text{ strain/sec}$ 以下である）。

4.3.2 断面形状測定用サンプルの作製方法

あらかじめ設定された押付け力に達した時点で変位増分を 0 にし、一定ひずみ状態にする。積層材の場合にはひずみ負荷状態で、エポキシ樹脂系接着剤を試験片の上部平面領域に塗布する。固化後、試験片のその領域を切り取り、はく離液（主成分塩化メチレン）に約 20 分漬ける。PET とアルミはく間の接着材が十分に分解し、PET が分離された状態でアルミはくを取出す。これをエポキシ樹脂で埋込み、切断後研磨し断面形状測定用のサンプルを作製する。接着剤で固化させるのは、試験片を取外す際の PET の収縮による座屈を防止するためである。また、はく離液につけて PET とアルミはくを分離させるのは、両者の硬度の違いによる研磨時の段差を防止するためである。アルミはく単体については試験装置から直接取外し、同様にエポキシ樹脂で固める方法を用いている。

なお、この方法では各ひずみレベルで採取するサンプルの試験片は異なるが、ポンチ押

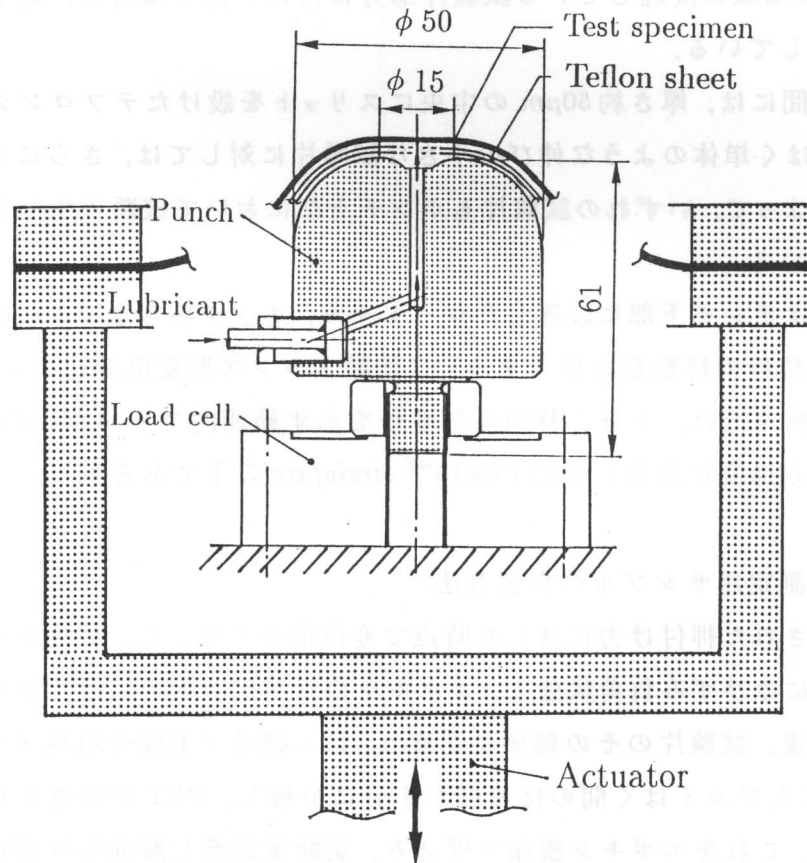
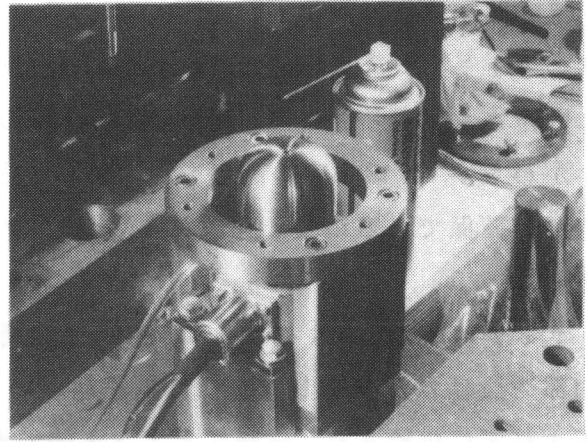
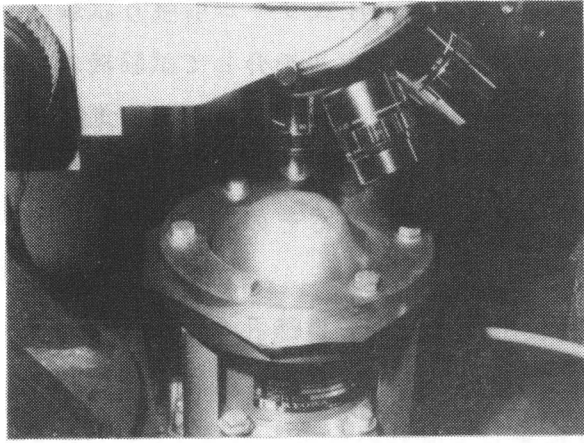


図 4.4 二軸引張り試験装置

付け力-変位関係に十分な再現性が得られることを確認した上で行っている。

4.3.3 断面形状の画像処理方法

以上の方法により得られたサンプルに対して、断面形状を図4.5に示した画像処理システムにより計測を行う。光学顕微鏡に取付けられた CCD カメラから、画像処理ボードを介してコンピュータに画像データを取込む。断面画面を二値化し、ラプラシアンフィルタをかけることによって境界線のデータのみを残す。これに対して、つぎの計測および解析を実施する。

(a) あらさパラメータ⁽⁶⁾

従来よりよく用いられている視野長 L 内の最大値と最小値の差 R_{max} ，および次式で表される中心線平均あらさ R_a ，二乗根あらさ R_{rms} を用いる（図4.6 参照）。

$$R_a = \frac{1}{L} \int^L |z| dx \quad (4.1)$$

$$R_{rms} = \sqrt{\frac{1}{L} \int^L z^2 dx} \quad (4.2)$$

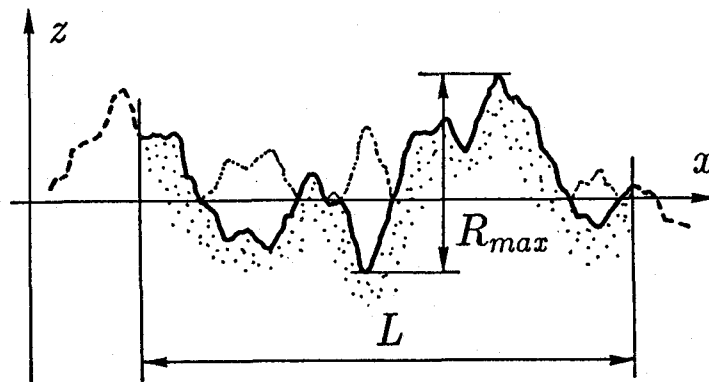


図4.6 あらさパラメータ

(b) 高速フーリエ変換（以後 FFT と称する）によるスペクトル解析⁽⁷⁾

(c) フラクタル解析⁽⁸⁾

フラクタル解析の詳細については第6章で述べる。

4.3.4 ひずみの計測方法

ひずみ計測システムを図4.7に示す。試験片に生じているひずみは、試験片上面に転写

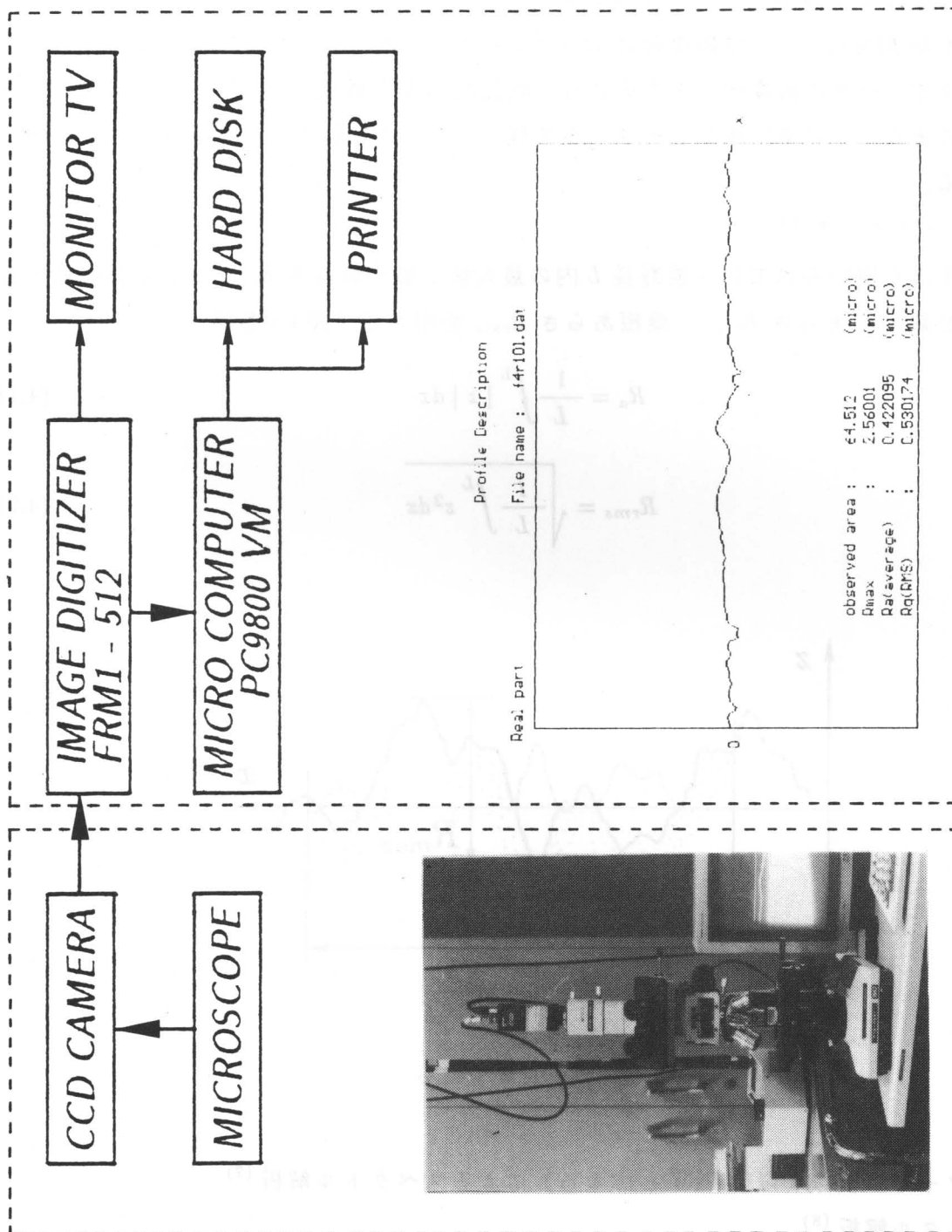


図 4.5 断面形状測定システム

した黒点間の距離の変化から対数ひずみとして求める。直径約 $500\mu m$ の黒点を約 $300\mu m$ の間隔で、まず試験片の幾何学的中心に25個程度転写する。CCDカメラにより黒点の移動をビデオレコーダに録画する。張出し速度とビデオ録画時間の関係から、ポンチ押付け力に対する黒点中心間の距離の変化を画像処理により求め、押付け力-対数ひずみの関係を得る。

最初の試験において、黒点群の移動を画像処理により追跡し、比較的移動量の少ない黒点を求める。以後のひずみの計測においては、その黒点を変形の中心と考えて周囲の4点間の距離の変化を計測する。黒点の移動の一例を図4.8に示す。図4.8は、黒点群の一部分の移動のみを表しており、前述した変形の中心に最も近接する黒点は、より下部に位置しているものと思われる。

なお、ひずみの計測は各材料とも2試験片以上実施し、再現性の確認を行っている。また、最終破断における黒点の接着状態を観察し、黒点周囲が半径方向に激しい“あれ”が見られるにもかかわらず、はがれや移動のこん跡のないことも確認している。

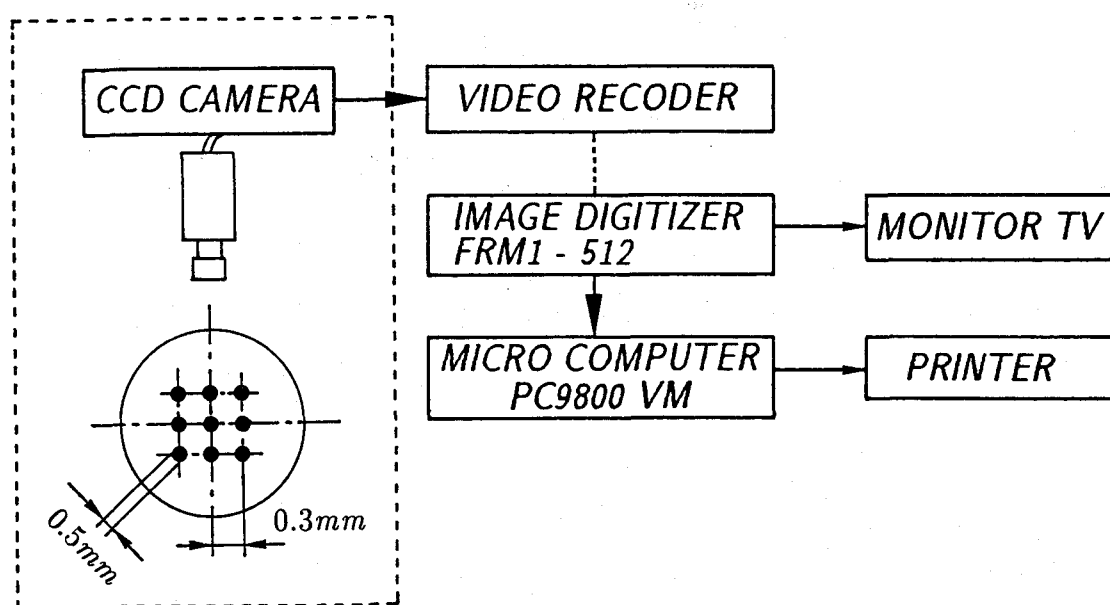


図4.7 ひずみ計測システム

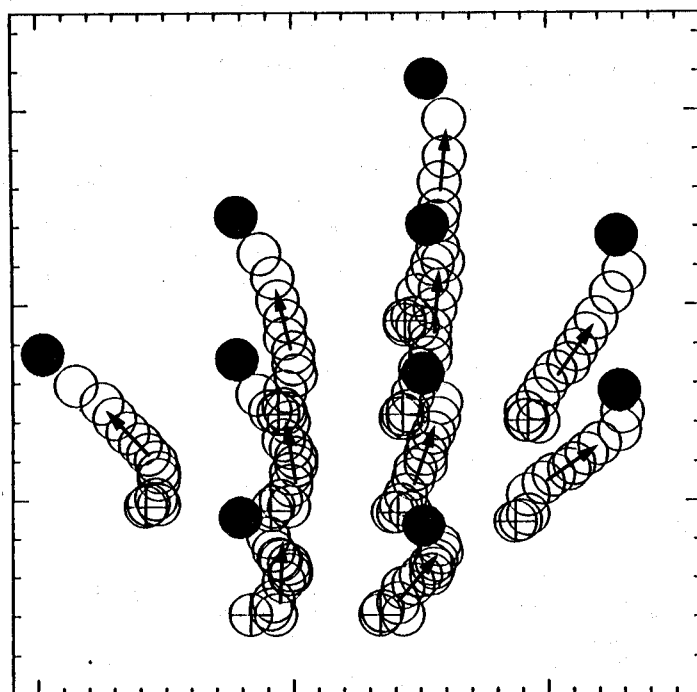


図 4.8 黒点群の移動軌跡の一例

4.4 樹脂積層アルミはくの二軸引張り試験

4.4.1 純アルミはくおよび積層アルミはくの二軸引張り

A60, A100, PA60, PA100 の破断直後のマクロ写真を図4.9に示す。A60, A100, PA60, PA100 のひずみ計測結果をそれぞれ図4.10, 4.11, 4.12, 4.13に示す。各図の(a)は図中に示した4方向の対数ひずみを, (b)はそれらの平均値を示している。また, 縦軸の平均押付け力はロードセルより得られた荷重をポンチの投影面積で除した値である。A60, A100については各方向によりかなりの変動を示しているが, これは前述した黒点間の距離と結晶粒径が相対的にかわらないことから, 黒点近傍に位置する結晶粒ごとの不均質変形を表していると考えられる。特に, A100ではその傾向が強くみられる。一般に, 単結晶体の集合を多結晶体であるとして平均化の処理を行えば, 個々は不均質変形を示す一方で, 巨視的にはほぼ均質変形になる。個数が少ないが, 平均値についてプロットした各(b)図をみれば, ほぼ一つの曲線で近似できる。

A60, A100においては負のひずみ増分がみられ, 特にA60では顕著に現れている。A60, A100ともに結晶方位はランダムなため, 変形の進行とともにすべり系の回転などから, 黒点を結ぶ方向に負のひずみ増分が生じたためと思われる。同一荷重レベルにおいて4方向のひずみを調べると, 同時に負の増分を示すのは2方向まででそれ以上はない。

PA60, PA100については, 各方向ともほぼ同様なひずみ硬化を示している。これは, 積層効果で各結晶粒の均一変形を促していると考えられる。極端に大きなはく離領域が存在せず, アルミはくの局所変形の発生がないひずみ範囲においては, ほぼ複合則が成立していることがこれまでの実験結果からわかっている⁽⁹⁾。このことから, PET上で計測しているひずみは, アルミはくに生じているひずみとほぼ同一であると思われる。

各図(b)に示した5段階(無負荷状態も含めて)のひずみレベルにおける界面状態および断面形状を, それぞれ図4.14, 4.15, 4.16, 4.17に示す。変形前においては, アルミの圧延時に生じた圧延条こんが約 $10\mu\text{m}$ 間隔でみられる。A60, A100についてはひずみが増加してくると, 圧延条こんの消失とすべり帯が結晶粒ごとに生じ, 粒界の存在位置が明確になってきている。また, 粒界近傍で明るさが変化しているの, 粒径サイズで面外方向に変形していると思われる。断面を電解腐食によりエッチングした写真をみると, A100の最終段階においてある一つの結晶のみが選択的に伸ばされ一粒内でくびれの生じていることがわかる。PA100について, $\bar{\epsilon}=0.42$ の界面状態をみると, 界面部の焦点がずれている領域が発生しており, 界面はく離を起こしていることが考えられる。最終破断直前においては, はく離領域が結晶粒界で区切られており, 界面の結晶粒ごとの面外方向不連続性と結晶粒単位のはく離領域の存在を示している。

断面形状測定用サンプルに4.3.3で述べた画像処理によって, 境界線の波形解析を行っ

た。各サンプル 10 画面ずつ取込み、上下面で計 20 個の境界線について中心線平均あらさ R_a 、二乗根あらさ R_{rms} および R_{max} について示したのが表 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 である。各負荷ひずみごとの最下欄は、 R_a と R_{rms} については 20 個の平均値、 R_{max} については 20 個のデータの最大値を示している。

R_a 、 R_{max} の負荷ひずみに対する変化を示したのがそれぞれ図 4.18, 4.19 である。 R_a については、20 個のデータをもとに 95 % 信頼区間もあわせて示している。”界面あれ”の成長には急激に増加して破断に至る過程の前に、あまり成長の進行しない時期がみられる。ひずみが大きい領域で、”あれ”の成長が抑制されるのは PET の逆 S 字形の硬化特性によると思われる。最終破断時におけるあらさ R_a は、積層材であってもそのアルミはく単体材料とほぼ同一になっている。すなわち、PET の存在はアルミはく境界面に位置する結晶の変形を拘束し、その成長を遅延させ伸びを向上させているが、アルミはく内での最終破断に至るメカニズムは同じであると考えられる。先に示した各ひずみにおける界面、表面および断面写真の結果と合わせて考えると、A100 や PA100 のように結晶粒径が板厚と同程度の場合には一粒内のくびれで破断が生じているので、一結晶粒程度のはく離領域の存在で破断に至る条件が整うことになる。したがって、くびれの発生から最終破断に至る過程はほぼ一ヶ所で発生し、巨視的な荷重-変位関係においてほとんど荷重低下を示さない(図 4.29(a) 参照)。

R_{max} を示した図 4.19 についても、前述したのと同様に破断直前におけるあらさ量はほぼ同じである。

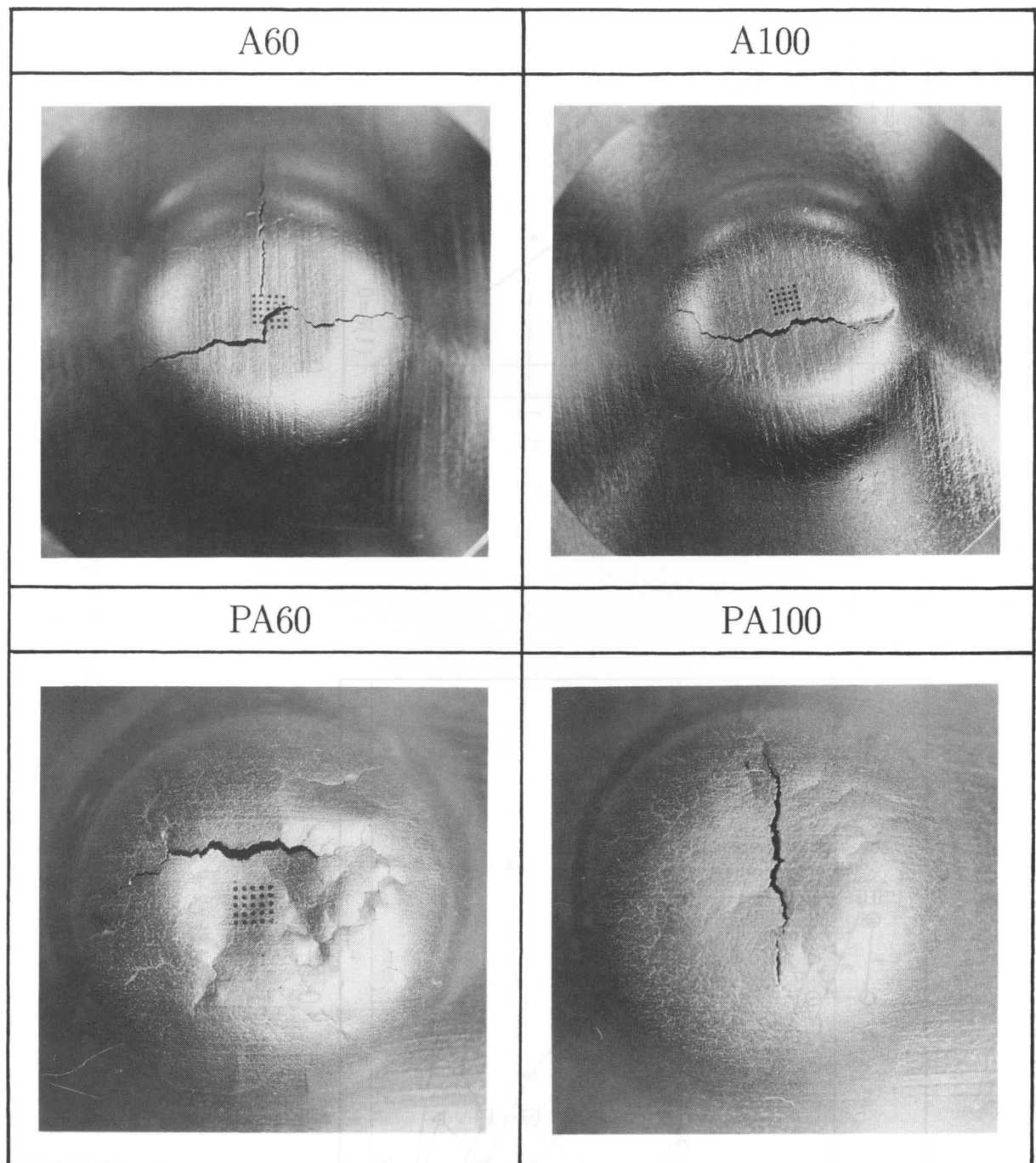


図4.9 純アルミはくおよび積層アルミはくの破断面

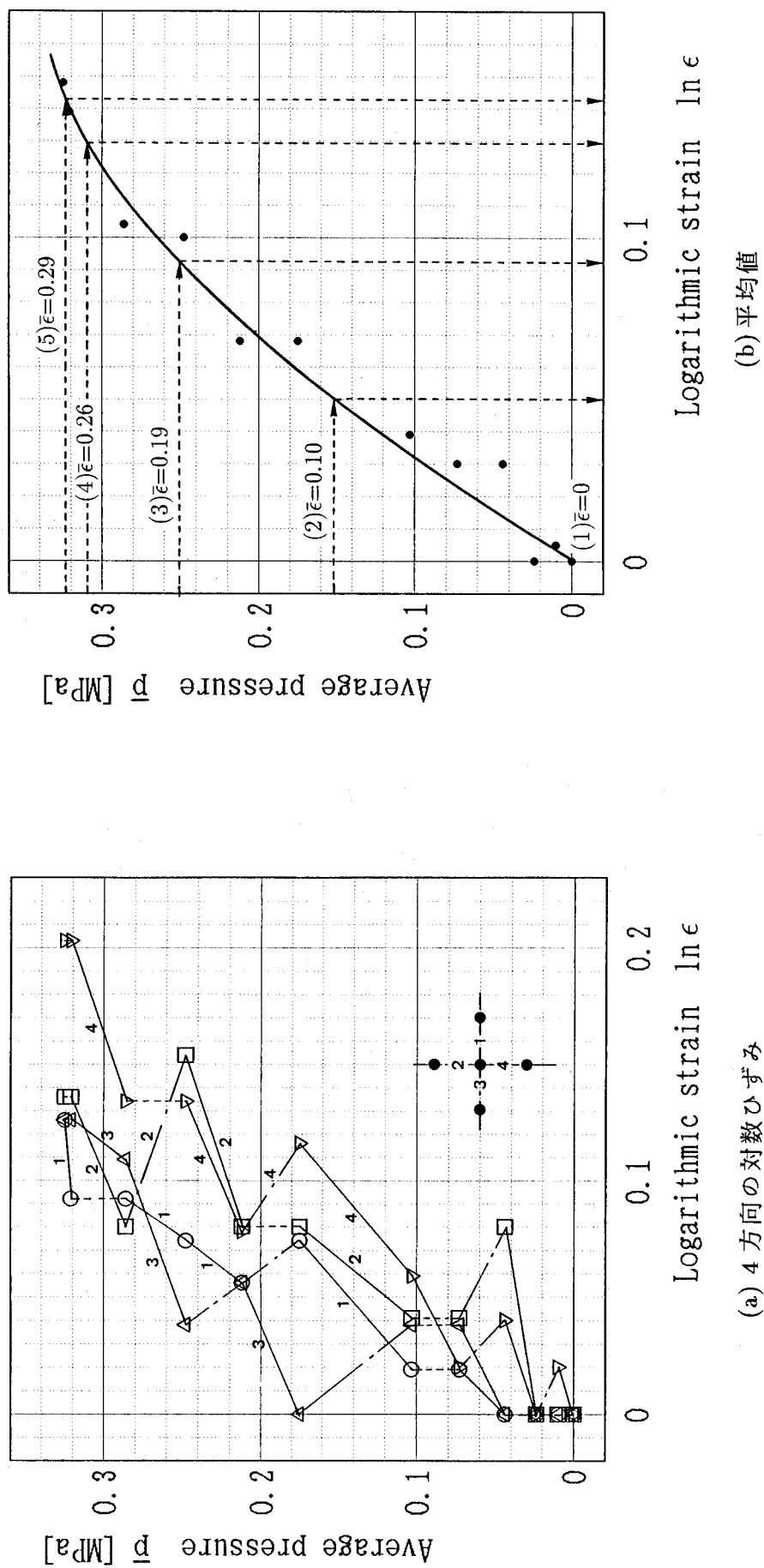


図 4.10 A60 のポンチ平均押付け力-対数ひずみ関係

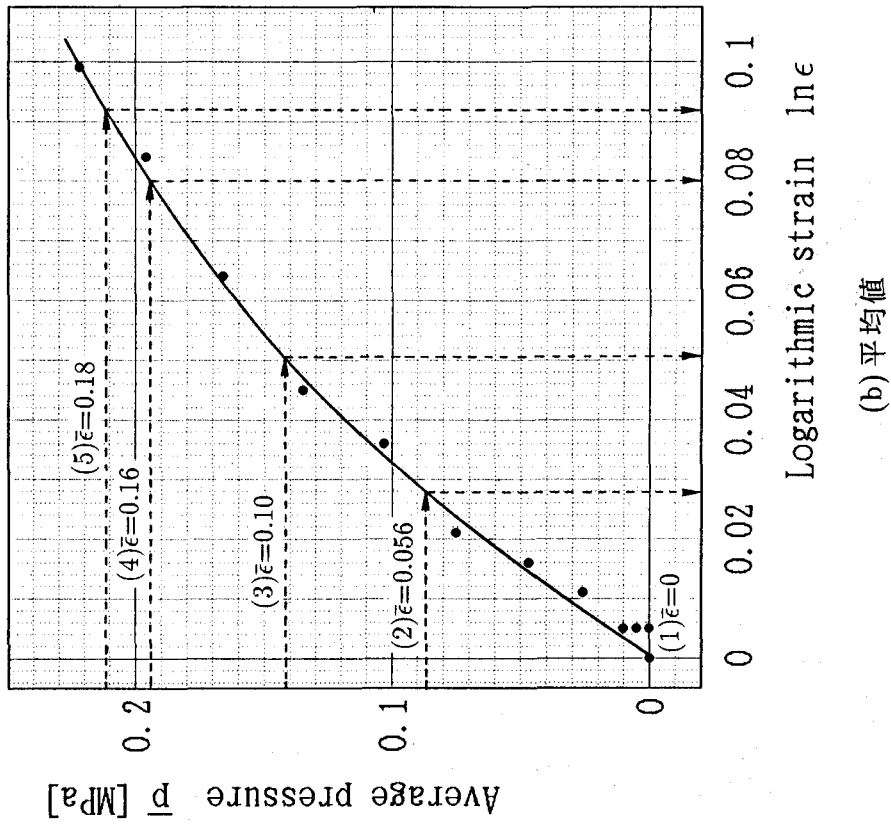
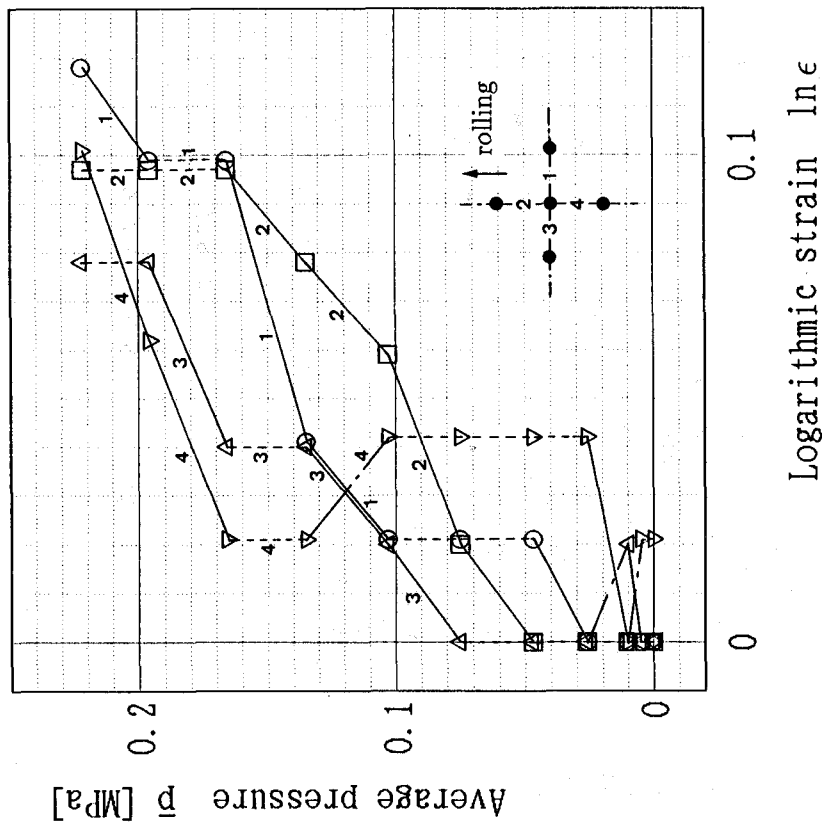
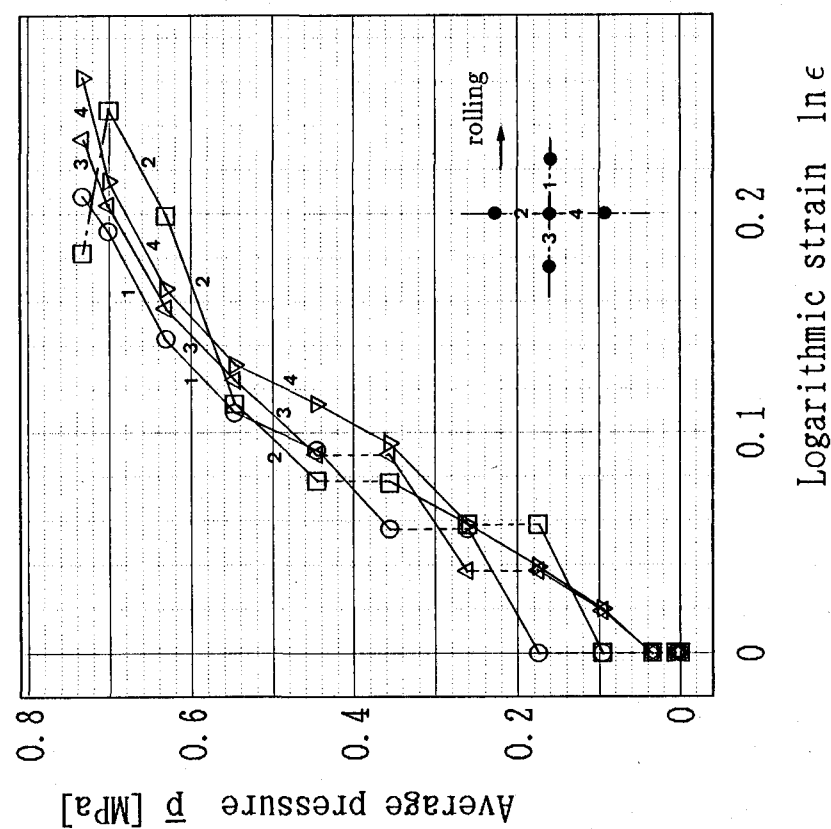
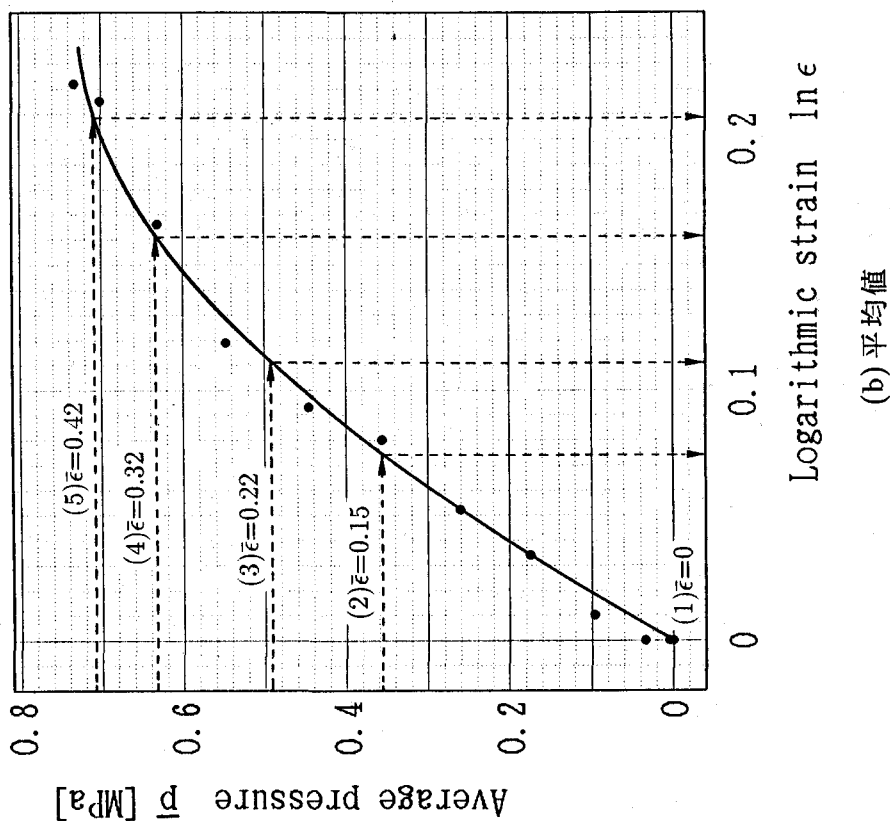


図 4.11 A100 のポンチ平均押付け力-対数ひずみ関係



(a) 4 方向の対数ひずみ



(b) 平均値

図 4.12 PA60 の ポンチ平均押付け力-対数ひずみ関係

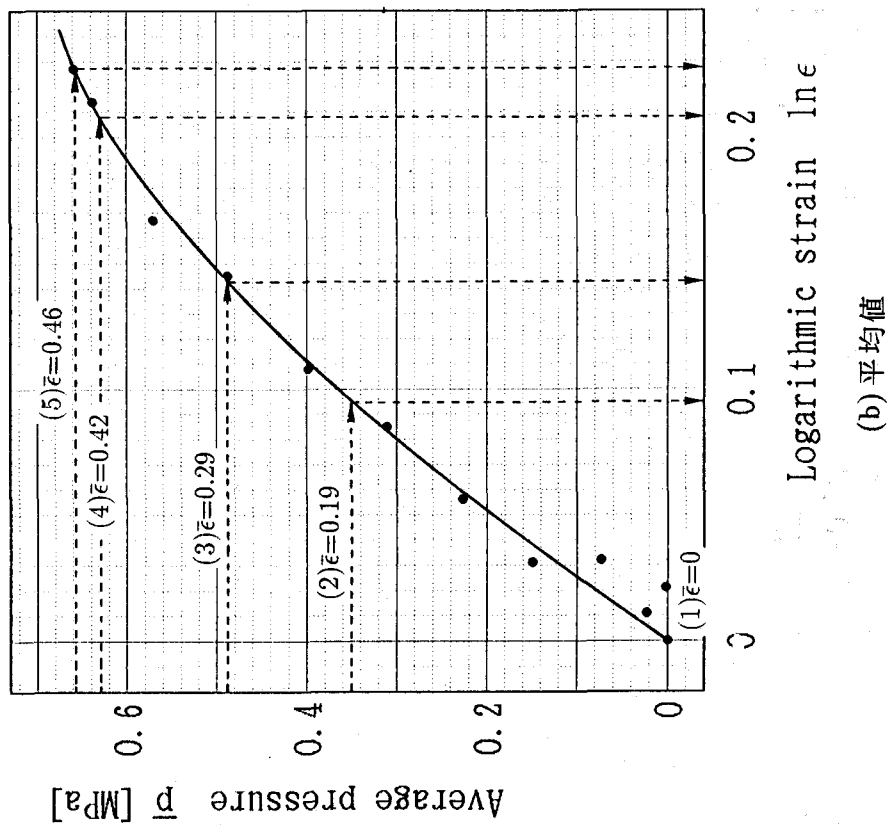
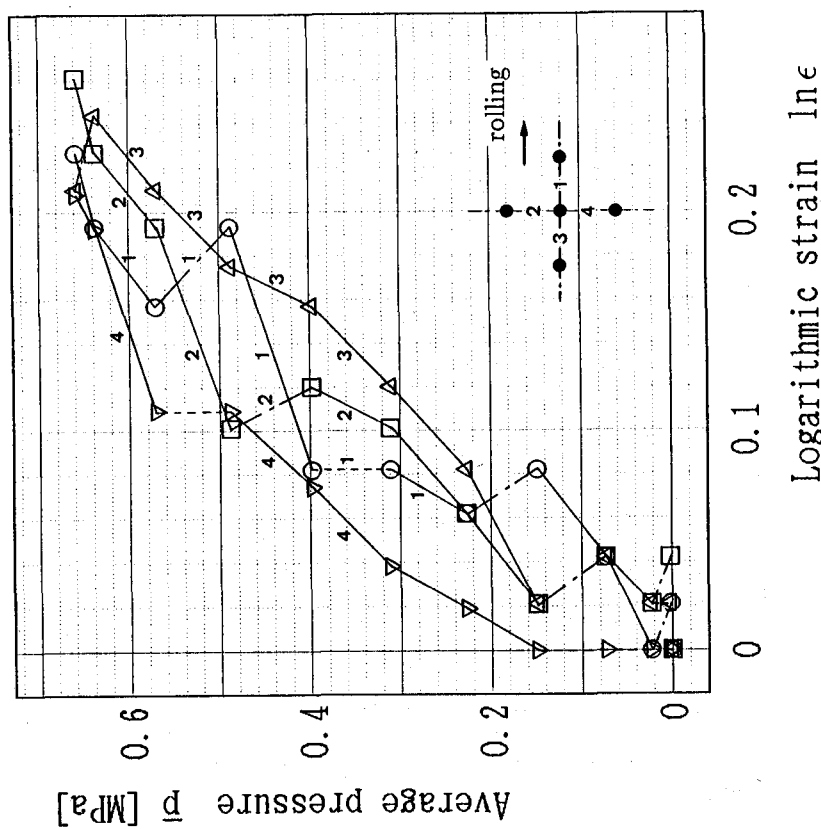


図 4.13 PA100 のポンチ平均押付け力-対数ひずみ関係

表 4.3 A60 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[A60]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.10$			$\bar{\epsilon}=0.19$			$\bar{\epsilon}=0.26$			$\bar{\epsilon}=0.29$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	2.889	0.653	0.782	3.531	0.686	0.814	3.210	0.647	0.810	4.949	1.193	1.321	7.704	2.302	2.555
02	1.926	0.379	0.468	2.568	0.487	0.597	3.531	0.978	1.129	5.457	1.150	1.386	9.309	2.053	2.516
03	3.852	0.778	0.985	3.210	0.846	0.967	4.494	0.793	1.023	4.173	0.792	1.001	7.062	1.517	1.792
04	1.605	0.298	0.368	3.210	0.990	1.070	3.852	0.945	1.036	5.778	0.852	1.191	6.741	1.779	2.145
05	1.926	0.335	0.421	4.815	1.591	1.704	10.593	2.994	3.412	5.136	1.085	1.268	10.272	2.567	2.901
06	4.173	1.046	1.195	4.815	0.770	0.952	2.889	0.605	0.722	5.778	1.549	1.843	7.062	2.107	2.307
07	2.889	0.508	0.648	4.494	0.881	1.080	4.494	0.513	0.683	6.420	1.292	1.631	7.704	2.044	2.301
08	1.605	0.329	0.394	2.889	0.598	0.748	3.210	0.866	0.981	6.099	1.347	1.601	6.741	1.126	1.579
09	2.247	0.456	0.564	4.173	0.716	0.898	9.630	3.246	3.472	9.951	2.996	3.293	6.741	1.221	1.616
10	2.247	0.452	0.536	4.173	0.700	0.885	3.531	0.663	0.810	12.840	3.310	3.904	8.667	1.921	2.335
11	2.889	0.666	0.772	2.889	0.663	0.769	10.593	3.559	3.886	8.988	1.763	2.261	7.704	1.807	2.194
12	2.568	0.533	0.665	3.852	0.706	0.922	3.531	0.947	1.064	4.494	1.089	1.240	6.420	1.819	2.111
13	2.568	0.601	0.686	2.568	0.525	0.637	7.383	1.705	2.031	11.235	2.749	3.173	6.741	1.724	1.965
14	2.247	0.575	0.666	4.494	1.230	1.340	3.852	0.699	0.852	12.198	3.218	3.649	12.198	3.383	3.867
15	3.531	0.729	0.909	2.568	0.448	0.567	7.062	1.529	1.793	9.630	2.402	2.816	8.025	1.850	2.199
16	2.889	0.559	0.678	2.889	0.487	0.618	3.852	0.736	0.897	5.457	1.201	1.384	7.383	1.896	2.125
17	2.568	0.465	0.578	3.582	0.782	0.906	5.136	1.084	1.363	8.667	2.147	2.487	4.815	0.958	1.140
18	2.247	0.461	0.538	3.582	0.766	0.946	5.136	1.051	1.314	5.778	0.914	1.196	6.099	1.634	1.861
19	2.247	0.558	0.673	4.680	0.990	1.166	5.457	1.204	1.427	7.704	2.144	2.409	6.741	1.857	2.142
20	2.568	0.552	0.688	4.173	0.887	1.012	3.210	0.814	0.919	6.099	1.431	1.614	9.951	2.601	3.011
	4.173	0.547	0.661	4.815	0.787	0.930	10.593	1.279	1.481	12.840	1.731	2.033	12.198	1.908	2.233

表 4.4 A100 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[A100]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.056$			$\bar{\epsilon}=0.10$			$\bar{\epsilon}=0.16$			$\bar{\epsilon}=0.18$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	2.889	0.653	0.782	3.240	0.670	0.783	6.741	0.700	0.782	8.424	1.906	2.367	9.396	2.830	3.114
02	1.926	0.379	0.468	3.888	0.849	1.019	2.889	1.028	1.390	4.536	0.794	0.964	13.284	3.024	3.534
03	3.852	0.778	0.985	2.592	0.484	0.616	3.531	0.785	0.931	8.100	1.713	2.120	13.284	4.207	4.645
04	1.605	0.298	0.368	4.212	0.804	0.948	4.860	1.077	1.378	5.424	1.526	1.992	13.608	3.300	3.973
05	1.926	0.335	0.421	3.564	0.847	1.029	7.128	1.980	2.206	9.396	2.316	2.670	9.072	1.832	2.177
06	4.173	1.046	1.195	2.268	0.374	0.444	7.776	2.077	2.353	6.480	1.417	1.690	6.480	1.362	1.675
07	2.889	0.508	0.648	1.944	0.302	0.384	5.184	0.902	1.098	2.916	0.847	0.933	5.832	1.101	1.390
08	1.605	0.329	0.394	3.888	0.926	1.060	8.100	1.927	2.199	3.888	0.895	1.023	2.592	0.398	0.547
09	2.247	0.456	0.564	3.564	0.799	0.891	7.128	1.585	1.899	4.860	0.699	0.992	17.496	5.133	5.866
10	2.247	0.452	0.536	3.888	0.697	0.849	4.212	1.191	1.270	5.508	1.101	1.365	10.692	2.927	3.405
11	2.889	0.666	0.772	5.457	1.286	1.496	2.592	0.688	0.784	2.916	0.565	0.684	7.776	1.430	1.823
12	2.568	0.533	0.665	4.173	0.966	1.135	9.072	2.395	2.765	5.508	1.667	1.779	2.916	0.487	0.610
13	2.568	0.601	0.686	5.457	1.149	1.311	3.240	0.641	0.781	5.508	1.416	1.652	12.960	3.338	3.779
14	2.247	0.575	0.666	4.494	0.874	1.031	3.888	0.842	1.037	6.480	1.244	1.549	8.100	1.702	2.013
15	3.531	0.729	0.909	4.494	0.947	1.136	4.860	1.168	1.384	5.832	1.320	1.503	6.804	1.560	1.872
16	2.889	0.559	0.678	4.173	0.887	1.066	3.240	0.649	0.820	9.720	2.088	2.630	7.128	1.766	1.995
17	2.568	0.465	0.578	3.210	0.537	0.671	4.536	0.963	1.216	6.480	1.546	1.896	2.916	0.673	0.760
18	2.247	0.461	0.538	5.136	1.170	1.408	4.815	1.435	1.620	5.508	0.943	1.218	6.480	1.211	1.505
19	2.247	0.558	0.673	3.210	0.678	0.814	4.173	1.038	1.230	5.508	0.953	1.217	9.720	3.096	3.354
20	2.568	0.552	0.688	7.704	2.315	2.502	7.062	1.669	1.947	3.888	0.809	0.946	10.914	3.325	3.727
	4.173	0.547	0.661	7.704	0.878	1.030	9.072	1.237	1.454	9.720	1.288	1.560	17.496	2.235	2.588

表 4.5 PA60 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[PA60]																				
Sec	$\bar{\epsilon}=0$				$\bar{\epsilon}=0.15$				$\bar{\epsilon}=0.22$				$\bar{\epsilon}=0.32$				$\bar{\epsilon}=0.42$			
	R_{max}	R_a	R_{rms}	No.	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}				
01	2.568	0.410	0.522		3.531	0.841	1.043		6.420	1.949	2.141		9.951	3.222	3.478		5.136	1.767	1.885	
02	4.173	0.700	0.847		5.457	1.769	1.914		4.173	0.756	0.949		4.173	0.960	1.068		7.704	2.002	2.325	
03	2.568	0.484	0.631		3.852	0.521	0.743		5.778	1.278	1.461		4.494	0.956	1.139		12.840	3.380	3.950	
04	3.531	0.710	0.857		5.457	1.163	1.414		4.494	1.279	1.424		6.741	1.769	1.933		9.630	2.238	2.643	
05	2.568	0.441	0.532		3.210	0.583	0.723		4.173	1.115	1.237		6.420	1.140	1.432		3.531	0.688	0.797	
06	2.889	0.463	0.590		2.568	0.452	0.563		2.889	0.494	0.645		5.136	0.829	1.000		5.136	1.378	1.533	
07	2.568	0.677	0.799		4.173	1.135	1.241		6.741	1.642	1.872		4.173	0.915	1.116		5.457	1.557	1.776	
08	2.247	0.553	0.634		2.889	0.594	0.715		7.062	1.662	1.942		5.457	1.424	1.618		5.457	1.788	1.938	
09	2.568	0.621	0.715		1.605	0.398	0.461		3.210	0.702	0.833		5.136	1.184	1.410		9.309	2.354	2.734	
10	2.889	0.593	0.674		6.420	1.614	1.881		4.494	1.673	1.747		4.173	0.845	0.998		8.988	2.096	2.479	
11	2.889	0.510	0.655		3.210	0.720	0.856		3.210	0.775	0.933		3.852	1.096	1.239		11.556	3.368	3.861	
12	2.568	0.612	0.703		5.778	1.456	1.642		5.136	1.171	1.347		8.346	1.947	2.463		10.593	3.798	4.053	
13	3.531	0.932	1.030		1.605	0.336	0.398		4.815	1.027	1.160		6.099	1.415	1.566		7.383	1.597	1.943	
14	3.210	0.713	0.832		1.926	0.423	0.525		7.062	2.021	2.299		4.815	0.913	1.165		3.210	0.664	0.818	
15	3.210	0.670	0.791		5.457	1.316	1.592		4.173	1.254	1.464		4.173	0.685	0.902		6.420	1.436	1.715	
16	3.210	0.585	0.731		2.568	0.457	0.591		7.383	1.333	1.735		4.815	1.160	1.368		4.815	1.016	1.248	
17	2.889	0.648	0.754		6.099	1.904	2.060		4.494	0.999	1.207		5.457	0.998	1.309		5.136	0.733	0.959	
18	3.852	0.990	1.097		3.210	0.585	0.729		5.136	1.208	1.469		4.815	1.373	1.509		6.420	1.827	2.011	
19	3.210	0.806	0.904		6.099	1.829	2.045		3.531	0.790	0.946		5.778	1.517	1.699		10.212	2.413	2.992	
20	2.889	0.722	0.847		3.531	1.010	1.128		8.667	1.910	2.095		5.136	1.155	1.370		7.383	1.733	1.995	
	4.173	0.642	0.757		6.420	0.955	1.113		8.667	1.252	1.445		9.951	1.275	1.489		12.840	1.892	2.183	

表 4.6 PA100 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[PA100]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.19$			$\bar{\epsilon}=0.29$			$\bar{\epsilon}=0.42$			$\bar{\epsilon}=0.46$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	3.888	1.148	1.239	3.210	0.687	0.790	4.536	1.328	1.423	9.630	2.715	3.011	11.340	2.748	3.221
02	3.888	0.664	0.839	6.156	1.654	1.900	9.396	1.593	2.083	7.704	2.572	2.825	11.664	2.689	3.152
03	3.564	0.552	0.703	2.592	0.587	0.672	7.128	1.587	1.994	9.630	2.765	3.007	6.480	1.508	1.776
04	2.268	0.555	0.634	4.536	1.041	1.233	6.156	1.342	1.629	3.564	0.624	0.753	10.044	2.362	2.738
05	2.916	0.513	0.643	3.564	0.752	0.919	3.888	0.922	1.060	4.212	0.950	1.148	15.729	4.799	5.313
06	2.268	0.380	0.459	2.916	0.568	0.673	6.804	1.797	2.242	5.832	1.281	1.616	5.508	1.206	1.403
07	2.916	0.533	0.622	2.916	0.456	0.557	6.156	1.342	1.604	5.832	0.984	1.261	6.480	1.229	1.525
08	2.916	0.469	0.616	4.860	1.255	1.426	8.424	1.805	2.063	7.452	2.003	2.267	9.396	2.603	2.967
09	2.916	0.504	0.598	4.536	1.441	1.568	5.184	1.482	1.644	6.480	1.404	1.650	13.608	2.840	3.650
10	2.247	0.587	0.676	6.804	2.145	2.278	10.368	2.075	2.586	10.692	3.005	3.344	11.988	2.879	3.362
11	1.620	0.360	0.405	5.184	1.147	1.342	11.340	3.526	3.877	10.272	2.864	3.202	5.184	1.218	1.376
12	1.620	0.306	0.370	2.916	0.568	0.662	9.720	2.921	3.221	6.804	1.583	1.890	9.396	2.985	3.338
13	2.268	0.494	0.597	3.564	0.542	0.706	7.062	2.093	2.331	3.888	0.834	0.987	7.452	1.424	1.876
14	2.592	0.648	0.768	8.424	1.946	2.332	3.888	0.860	1.023	12.198	2.278	2.887	5.508	1.465	1.610
15	1.944	0.406	0.491	7.128	1.737	2.038	7.776	1.820	2.232	6.804	1.061	1.305	11.664	3.074	3.461
16	1.620	0.219	0.304	4.212	1.105	1.227	5.778	1.575	1.764	6.804	1.240	1.632	12.312	2.997	3.630
17	3.240	0.340	0.526	7.383	1.312	1.680	3.888	0.706	0.887	6.156	1.505	1.706	5.184	1.137	1.311
18	2.916	0.557	0.748	3.564	0.886	1.044	5.832	1.876	2.034	9.630	3.002	3.206	6.480	1.425	1.741
19	1.620	0.343	0.421	10.272	3.386	3.694	5.508	1.273	1.569	12.312	3.265	3.862	12.312	3.416	3.798
20	2.592	0.481	0.575	3.564	0.929	1.083	6.420	2.162	2.257	8.988	2.493	2.778	15.876	4.705	5.173
	3.888	0.503	0.612	10.272	1.207	1.391	11.340	1.704	1.976	12.312	1.921	2.217	15.876	2.436	2.821

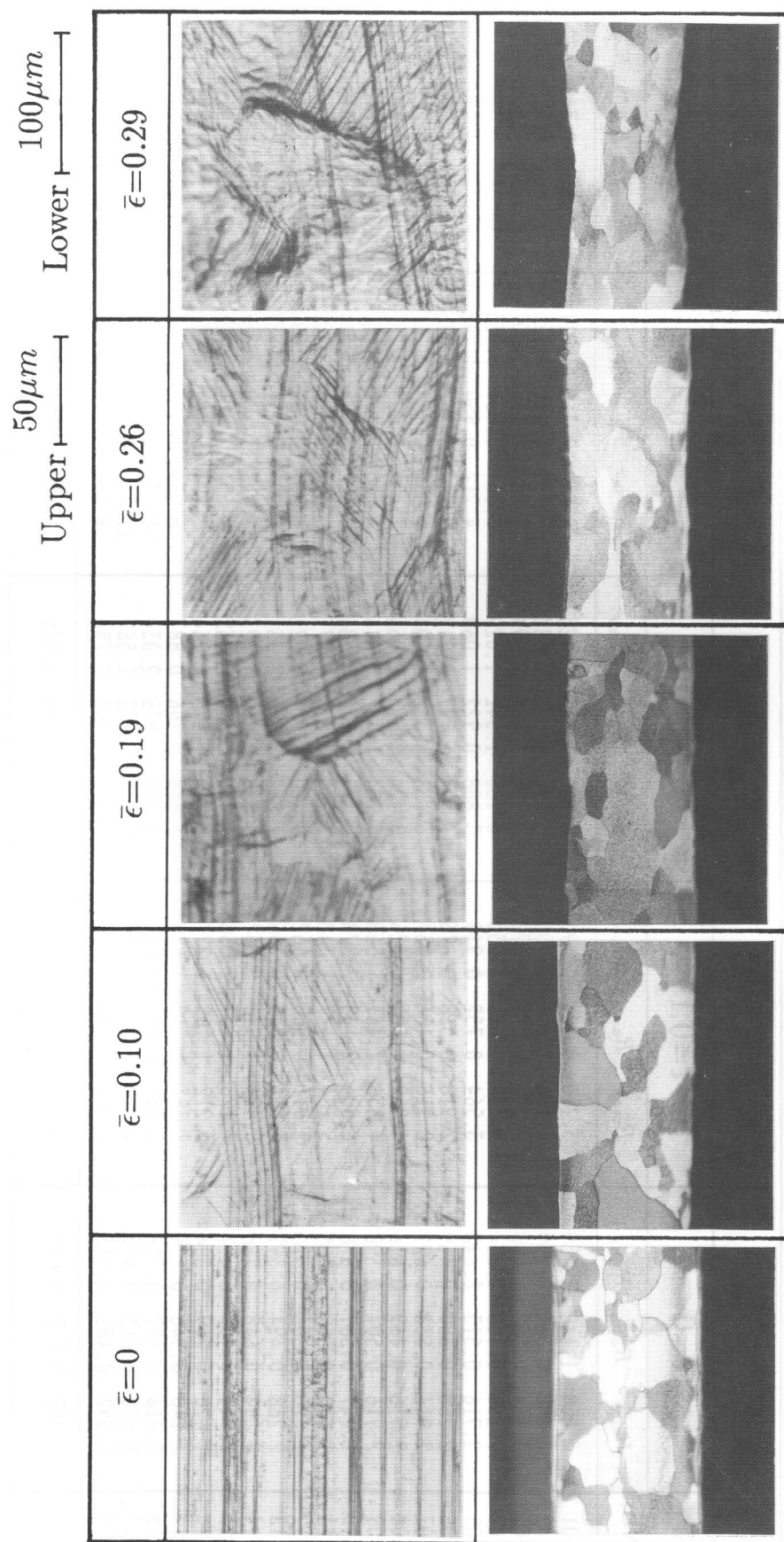


図 4.14 A60 の表面および断面組織のひずみに対する変化

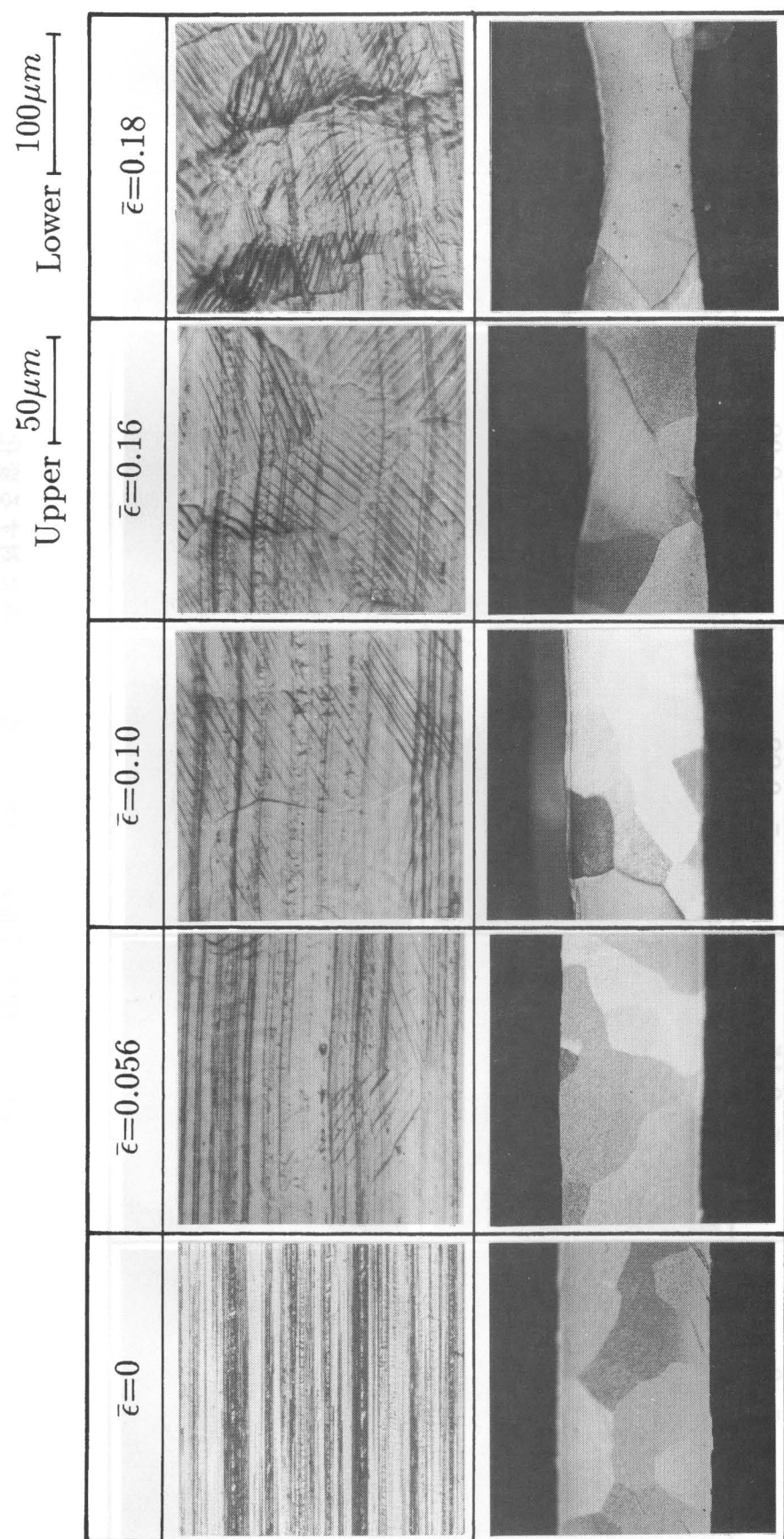


図 4.15 A100 の表面および断面組織のひずみに対する変化

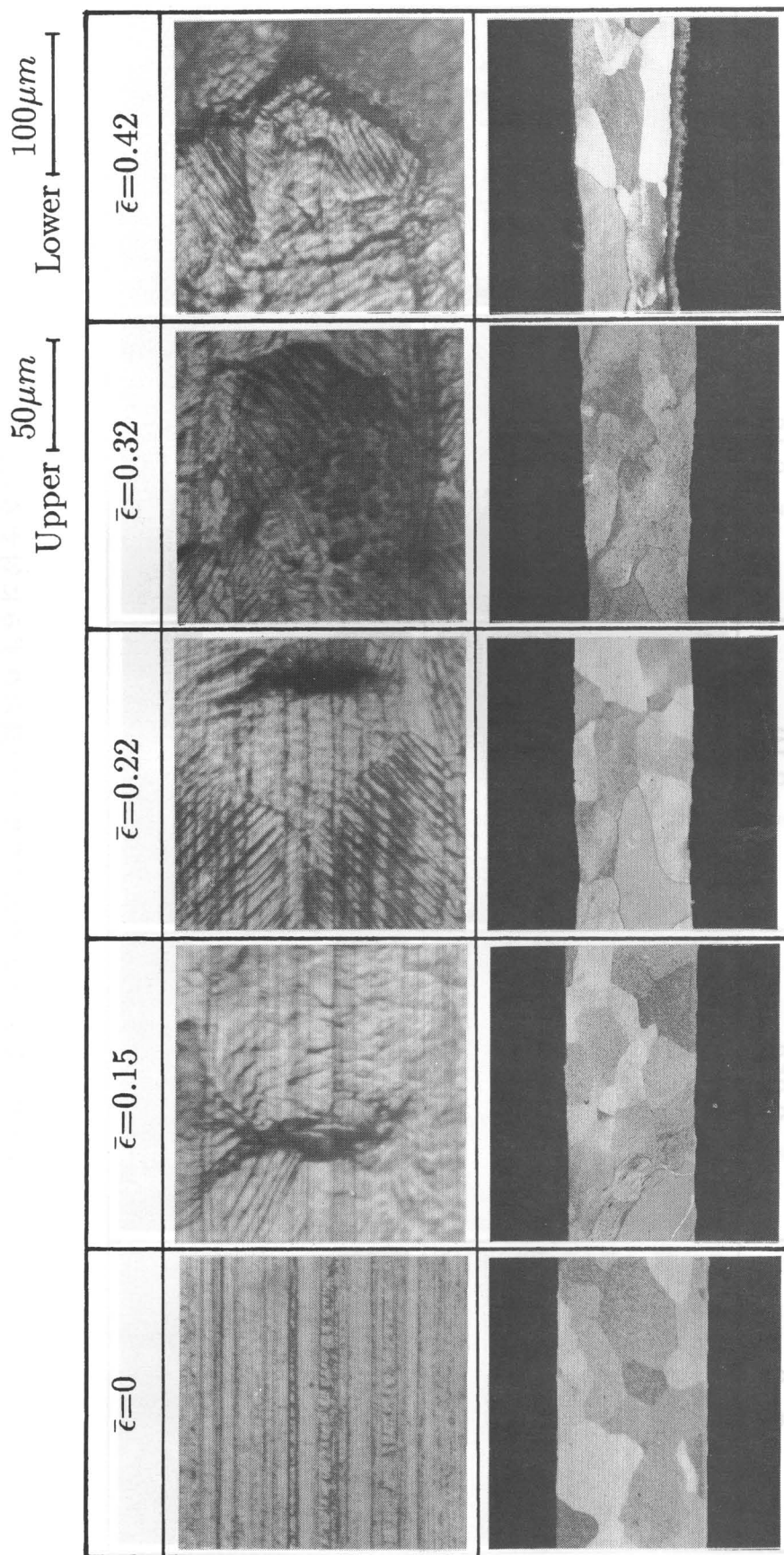


図 4.16 PA60 の界面および断面組織のひずみに対する変化

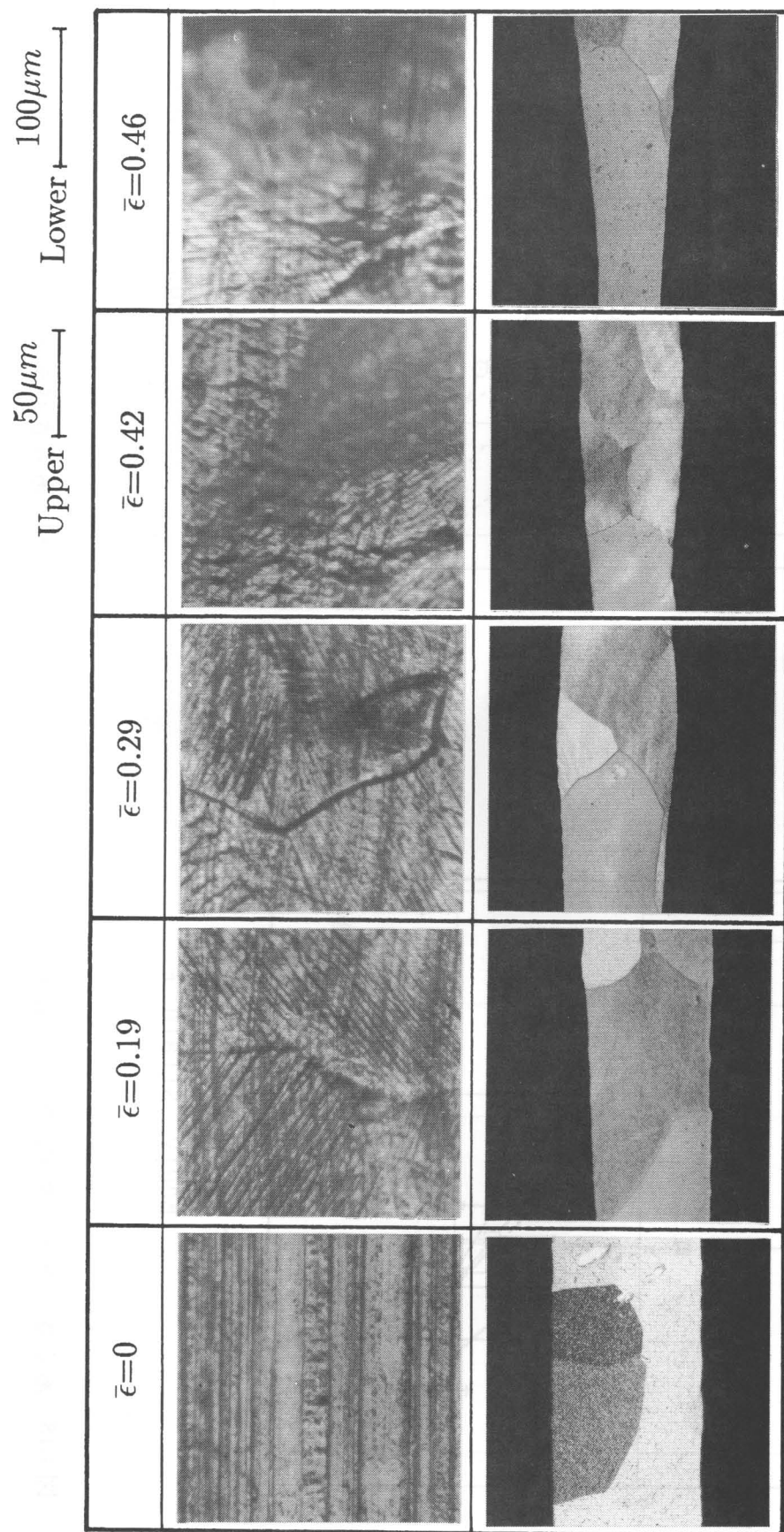


図 4.17 PA100 の界面および断面組織のひずみに対する変化

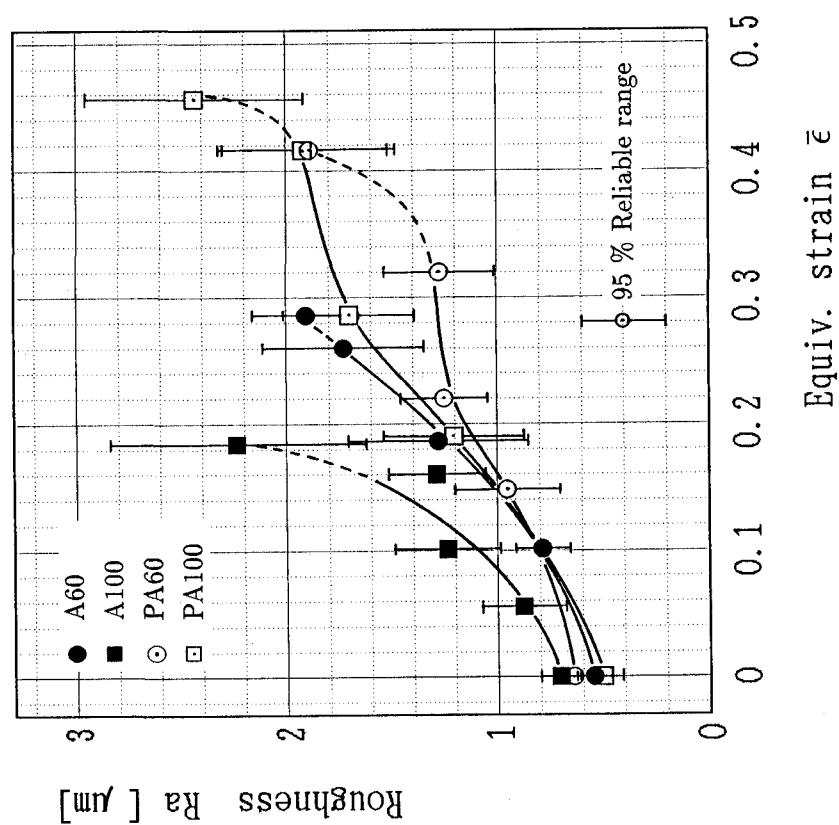


図 4.18 あらさパラメータ R_a のひずみに対する変化

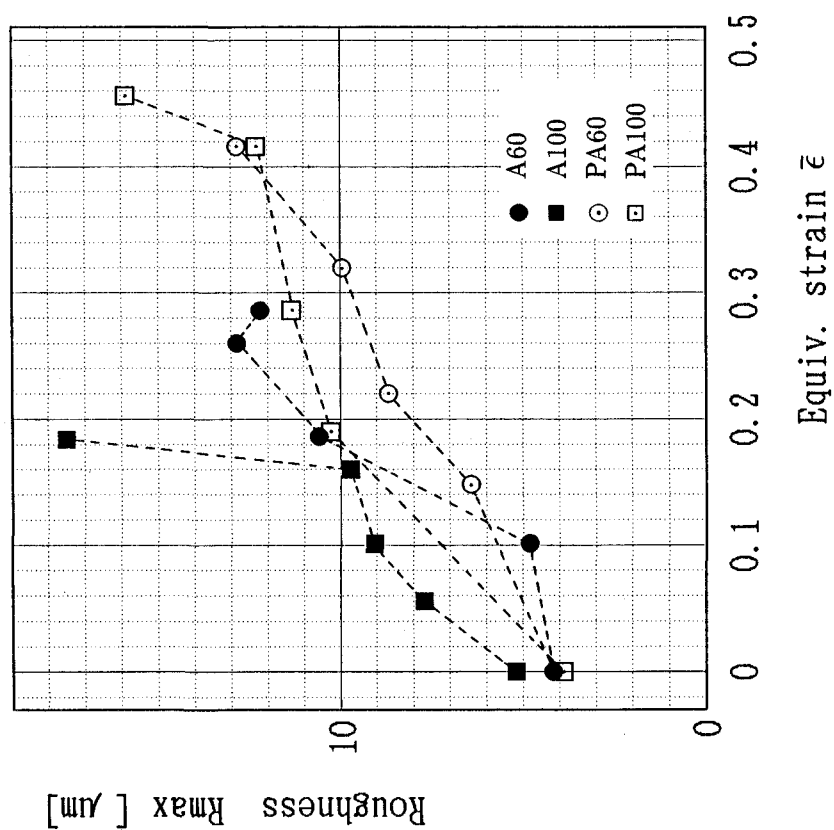


図 4.19 あらさパラメータ R_{max} のひずみに対する変化

4.4.2 アルミ合金および積層アルミ合金はくの二軸引張り

8079, P16, P25 の破断直後のマクロ写真を図4.20 に示す. 8079, P16, P25 のひずみ計測結果をそれぞれ図4.21, 4.22, 4.23 に示す. (a), (b) の違いは4.4.1 の純アルミはくの場合と同じで, (a) は4方向の対数ひずみについて, (b) はそれらの平均値を示している. A60, A100 では負のひずみ増分を示している部分がみられたが, 8079 では正の増分があるいは0である. これは, A60 やA100 に比較して平均結晶粒径が約 $10\mu\text{m}$ と小さいので, 標点間に位置する結晶の個数が多くなり均一化されたことによると思われる. 4.4.1 と同様に, 平均値をとるとほぼなめらかな曲線で表される. P16, P25 では均質化されて方向性があまり現れていない.

限界伸びについて, 章末の Appendix (A.1) に示した単軸引張り試験結果と比較する. 図A.3 で得られた単軸引張り試験での限界伸びは, 1N30 単体で約7%, P25 の方向2で約55% である. 一方, 二軸引張りでは, 8079 単体で約24%, P25 で約112% となり, 単体で3倍, 積層材で2倍程度のひずみが計測されている. 単体材料の場合は合金の種類が異なるので参考データとしての意味しか持たないが, このような薄片における単軸引張り試験では, 自由縁の影響がかなり大きいことがわかる.

図4.21 ~ 4.23 の(b) に示した5段階のひずみレベルにおける界面状態, および断面変形状態をそれぞれ図4.24, 4.25, 4.26 に示す. P25 の最終破断直前の界面状態では, 破断線の周囲に焦点のぼけている領域があり, 界面はく離が生じていると考えられる. 破断線の先端領域にもはく離が先行していることもわかる. すなわち, PA60, PA100 のときも同様であるが, 積層材の最終破断には界面はく離の先行と, それによるアルミはくの自由境界の存在が必ず必要であることがわかる.

純アルミはくの場合と同様に, 断面境界線の波形解析した結果を表4.7, 4.8, 4.9 に示す. また, R_a , R_{max} と相当ひずみの関係をそれぞれ図4.27, 4.28 に示す. P16, P25 について, ひずみが0.3 ~ 0.4 付近でやや”あれ”の成長が小さくなり, P16 はその後急激に増加し破断する. この傾向はPA60, PA100 と同様である. P25 については,”あれ”の成長がほとんど停滞したまま破断に至っている. 一方, R_{max} の変化をみると, 伸びが大きいほど最終破断直前の R_{max} も大きくなっている. この傾向は純アルミの場合とは異なっている. この理由を, 図4.9, 4.20 のマクロ破断写真と図4.29 に示した巨視的なポンチ押付け力-支持棒移動量の関係を参照しながら考察する. 純アルミの場合には, 4.4.1 で述べたように, 一結晶粒内でのくびれがほぼ一ヶ所で発生し破断に至るので, 図4.9 のように積層材の破断形態は単体材料とあまり変わりなく, 巨視的にはほとんど荷重低下がみられない. P25 の場合には, 二軸状態にある至るところで局所的なはく離領域の存在とその領域に”界面あれ”に起因すると考えられるマイクロき裂(あるいはピンホール)の発生がみられる. 図4.20 に示した最終破断のマクロき裂 ($\bar{\epsilon}=0.9$ 程度) と, それ以前のひずみ状

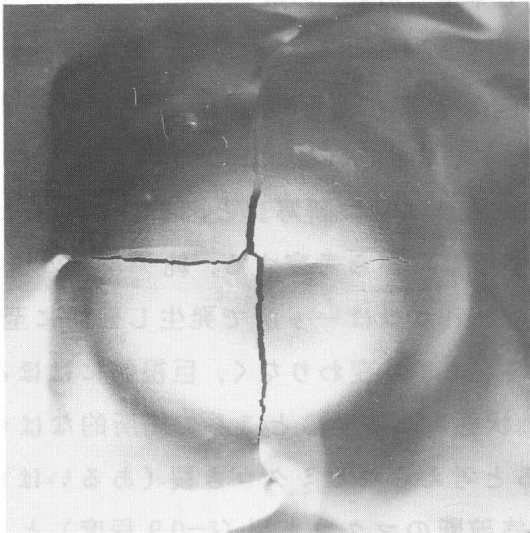
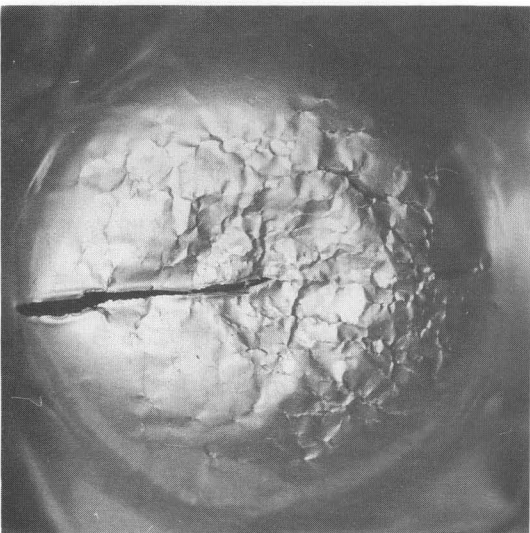
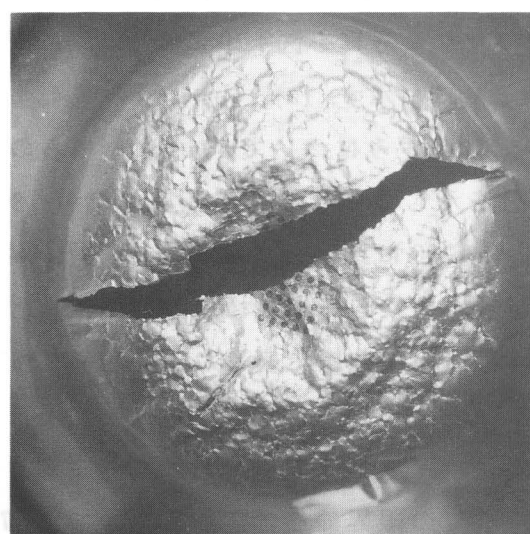
8079	
P16	
P25	

図 4.20 アルミ合金はくおよび積層アルミ合金はくの破断面

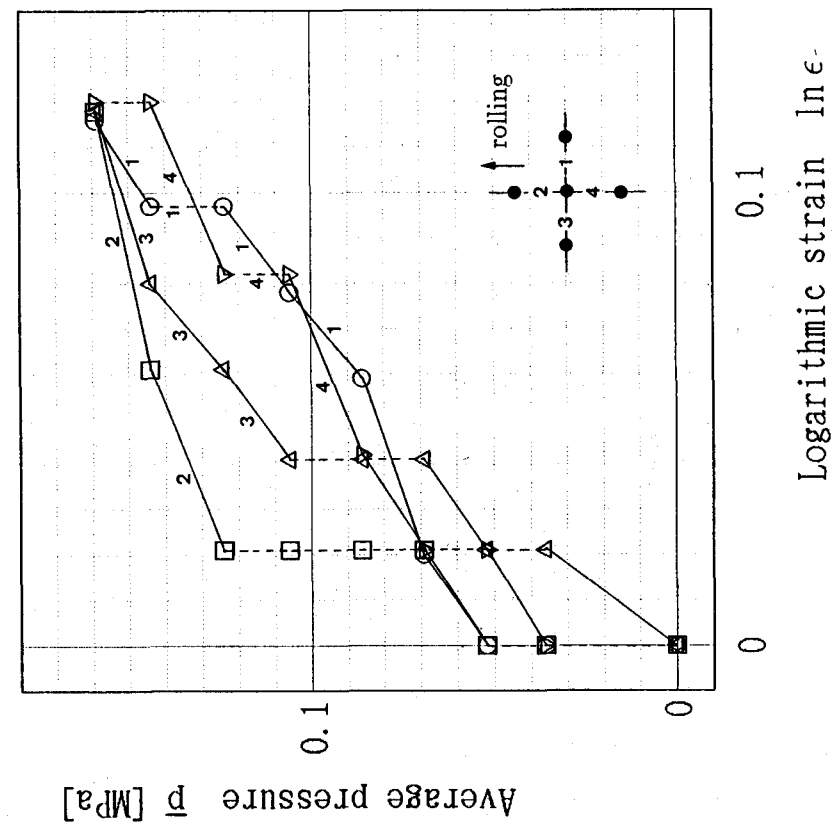
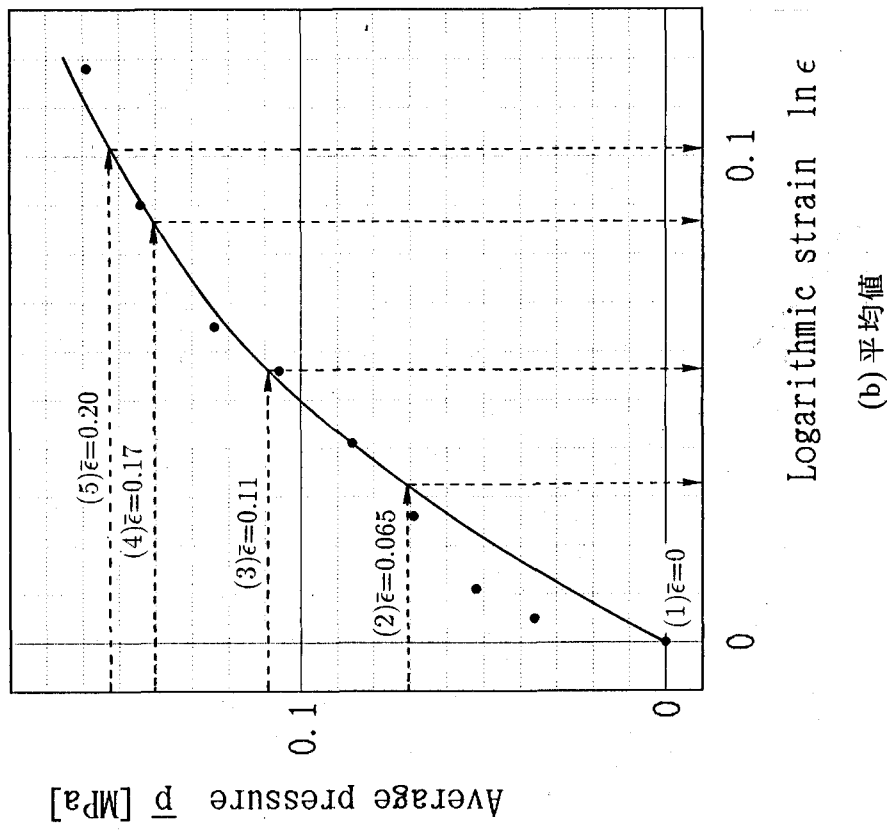
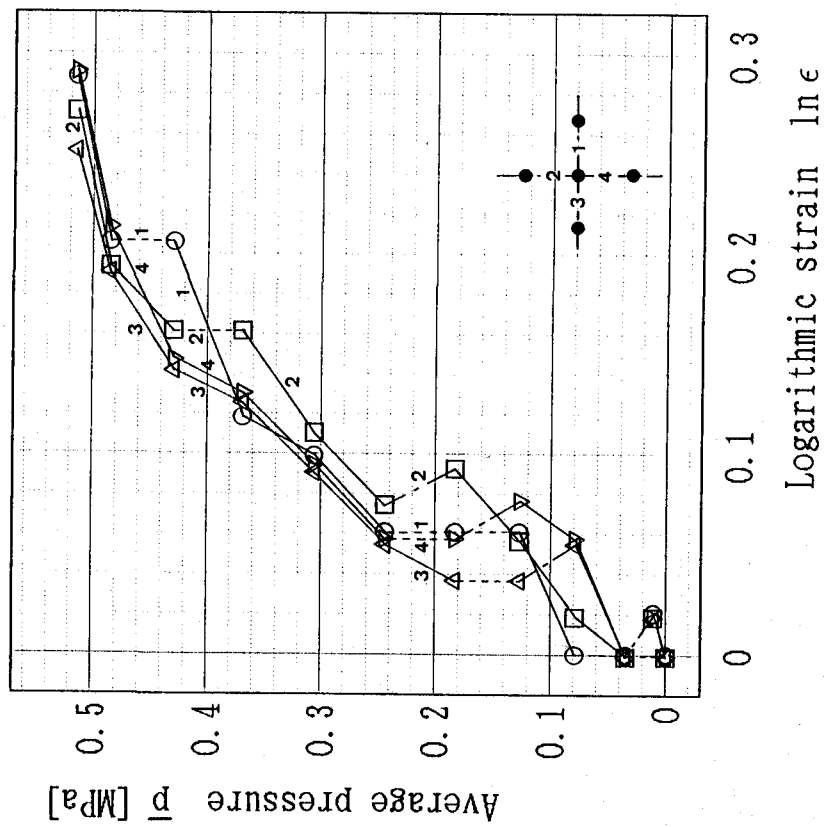
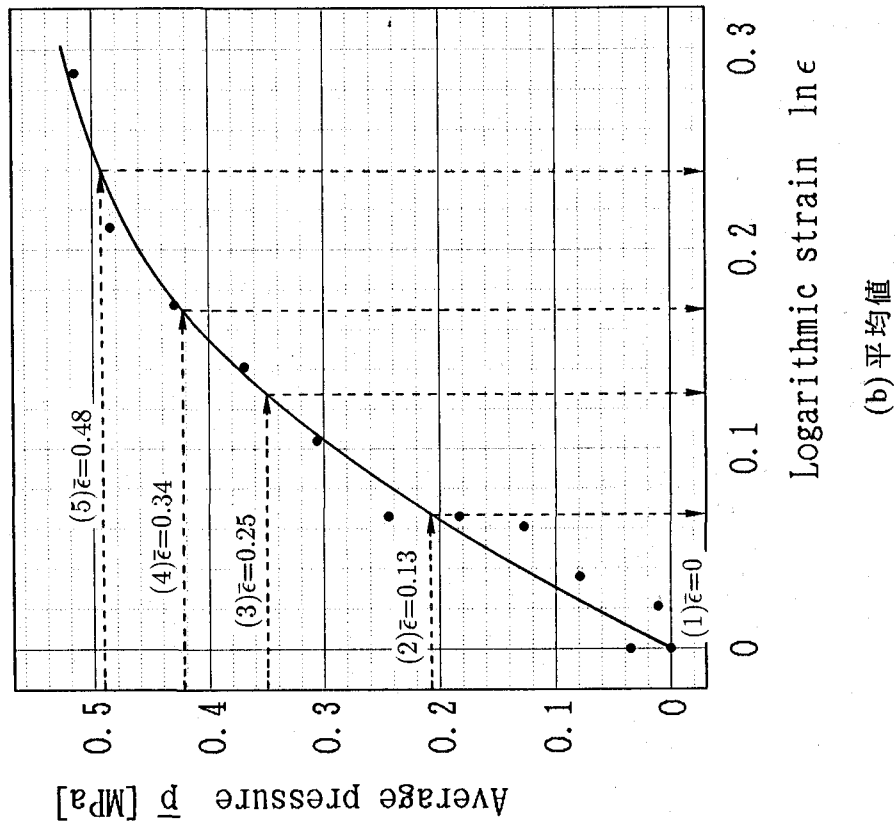


図 4.21 8079 のポンチ平均押付け力-対数ひずみ関係

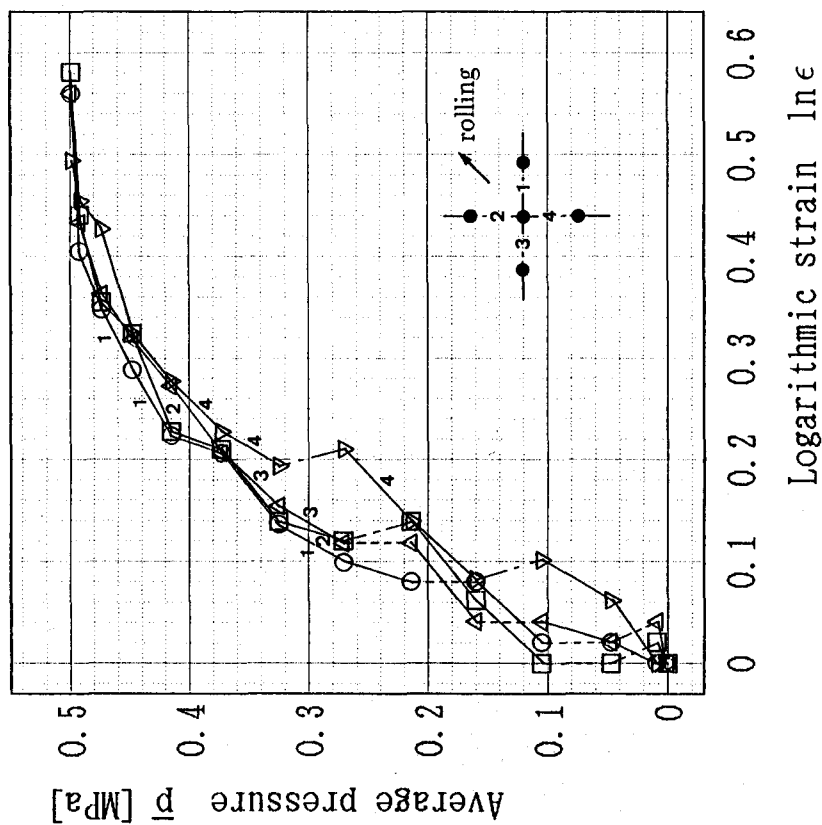


(a) 4 方向の対数ひずみ

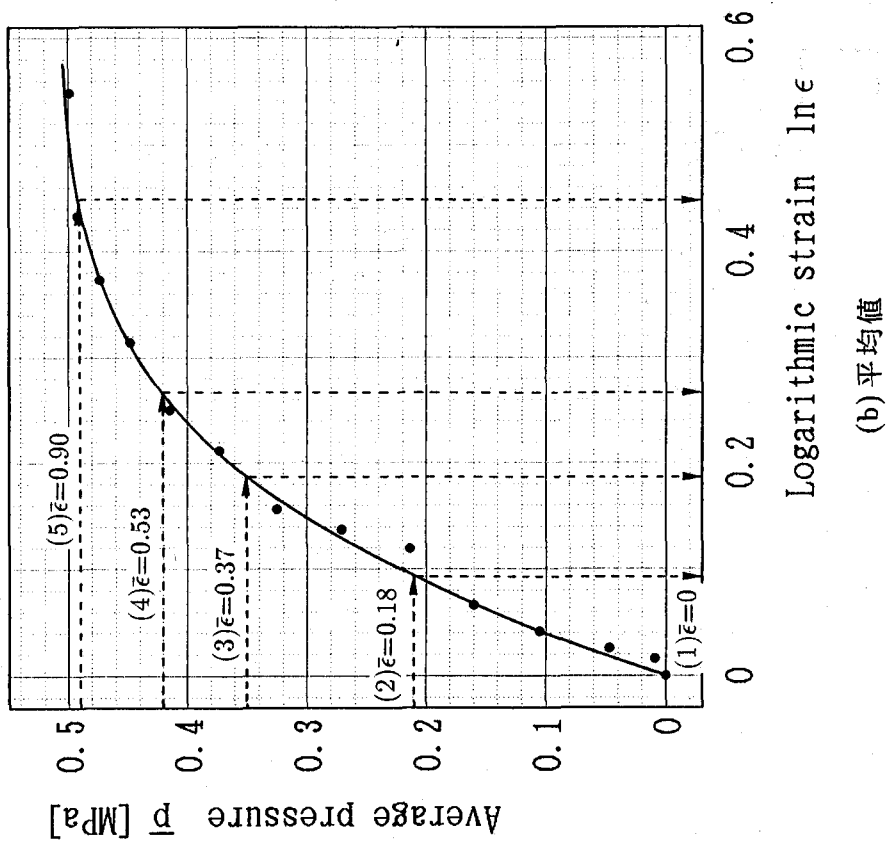


(b) 平均値

図 4.22 P16 のボンチ平均押付け力-対数ひずみ関係



(a) 4 方向の対数ひずみ



(b) 平均値

図 4.23 P25 のボンチ平均押付け力-対数ひずみ関係

表 4.7 80790 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[8079]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.065$			$\bar{\epsilon}=0.11$			$\bar{\epsilon}=0.17$			$\bar{\epsilon}=0.20$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	1.280	0.303	0.349	1.280	0.424	0.458	1.280	0.279	0.344	1.408	0.290	0.350	1.664	0.340	0.456
02	1.024	0.284	0.320	0.896	0.225	0.260	1.024	0.181	0.213	2.304	0.733	0.787	1.152	0.251	0.290
03	1.664	0.272	0.336	1.024	0.151	0.197	1.024	0.257	0.298	1.664	0.386	0.460	1.920	0.402	0.490
04	1.280	0.415	0.442	1.280	0.303	0.359	1.664	0.493	0.538	1.280	0.321	0.371	1.408	0.210	0.284
05	1.152	0.307	0.338	1.280	0.274	0.341	1.920	0.462	0.529	1.664	0.254	0.319	3.584	1.091	1.205
06	1.152	0.301	0.325	1.152	0.244	0.284	1.664	0.423	0.459	1.664	0.381	0.430	2.304	0.646	0.744
07	1.152	0.265	0.309	1.280	0.331	0.386	2.176	0.384	0.483	2.432	0.633	0.714	1.920	0.425	0.518
08	1.024	0.245	0.287	1.536	0.225	0.308	1.920	0.396	0.499	1.152	0.209	0.266	2.560	0.546	0.693
09	1.024	0.214	0.251	1.408	0.354	0.394	1.920	0.494	0.557	2.048	0.395	0.514	2.176	0.541	0.624
10	1.280	0.193	0.275	1.408	0.268	0.333	1.024	0.228	0.268	1.792	0.371	0.464	1.280	0.327	0.364
11	1.152	0.254	0.288	1.536	0.382	0.457	1.024	0.246	0.314	2.304	0.575	0.651	3.712	1.150	1.251
12	1.024	0.184	0.227	1.408	0.322	0.373	1.408	0.337	0.402	1.280	0.321	0.364	1.792	0.471	0.513
13	1.152	0.234	0.275	2.432	0.525	0.631	1.024	0.205	0.238	1.920	0.506	0.556	2.688	0.631	0.729
14	1.024	0.232	0.273	1.024	0.230	0.264	1.664	0.407	0.475	2.304	0.573	0.679	2.048	0.553	0.635
15	1.280	0.245	0.285	0.896	0.193	0.242	1.152	0.198	0.246	1.792	0.413	0.462	1.408	0.337	0.399
16	1.664	0.426	0.491	1.920	0.416	0.506	1.024	0.228	0.275	2.176	0.504	0.606	1.920	0.400	0.470
17	1.280	0.241	0.282	1.536	0.375	0.424	1.024	0.203	0.246	2.176	0.583	0.654	1.664	0.433	0.497
18	1.792	0.474	0.535	1.024	0.193	0.238	1.664	0.448	0.511	2.176	0.431	0.518	2.432	0.532	0.620
19	1.152	0.259	0.306	1.280	0.303	0.342	2.304	0.563	0.677	3.072	1.066	1.117	3.328	0.942	1.055
20	0.768	0.116	0.154	1.536	0.360	0.412	2.048	0.571	0.628	2.560	0.621	0.724	1.920	0.621	0.668
	1.792	0.273	0.317	2.432	0.305	0.360	2.304	0.350	0.410	3.072	0.478	0.550	3.712	0.542	0.625

表 4.8 P16 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[P16]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.13$			$\bar{\epsilon}=0.25$			$\bar{\epsilon}=0.34$			$\bar{\epsilon}=0.48$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	2.944	0.593	0.725	2.176	0.506	0.594	1.280	0.256	0.305	2.304	0.458	0.549	2.560	0.678	0.769
02	2.432	0.604	0.692	1.408	0.280	0.340	1.280	0.241	0.301	1.152	0.271	0.316	2.432	0.727	0.793
03	3.072	0.656	0.786	1.024	0.154	0.200	1.536	0.315	0.375	2.304	0.577	0.676	2.432	0.518	0.591
04	2.432	0.557	0.653	1.408	0.237	0.295	1.664	0.451	0.516	1.280	0.240	0.286	2.432	0.640	0.737
05	3.328	0.745	0.878	1.536	0.405	0.446	1.280	0.225	0.268	2.176	0.546	0.640	2.688	0.546	0.680
06	1.024	0.229	0.260	1.280	0.220	0.258	1.408	0.322	0.378	3.456	0.867	0.989	2.176	0.553	0.641
07	1.152	0.277	0.325	2.944	0.490	0.620	1.152	0.211	0.252	2.816	0.690	0.800	1.792	0.353	0.423
08	1.024	0.244	0.277	3.328	0.986	1.097	1.920	0.546	0.603	2.304	0.503	0.625	1.024	0.146	0.181
09	1.408	0.341	0.391	2.560	0.498	0.602	1.024	0.158	0.196	1.664	0.379	0.444	1.664	0.302	0.372
10	1.024	0.240	0.281	2.176	0.492	0.574	3.328	0.859	0.967	2.432	0.659	0.739	1.280	0.261	0.315
11	2.048	0.456	0.504	1.920	0.431	0.485	1.920	0.346	0.433	2.688	0.624	0.721	1.792	0.469	0.551
12	1.280	0.232	0.281	2.688	0.537	0.672	4.864	1.219	1.424	1.280	0.290	0.333	0.896	0.230	0.265
13	1.664	0.250	0.337	1.536	0.305	0.352	1.920	0.399	0.503	1.792	0.349	0.429	1.920	0.447	0.527
14	1.152	0.200	0.247	1.280	0.254	0.307	2.048	0.378	0.499	1.280	0.194	0.237	2.816	0.788	0.852
15	1.792	0.319	0.399	1.152	0.251	0.293	1.280	0.234	0.296	1.152	0.242	0.298	2.560	0.642	0.718
16	1.024	0.238	0.277	1.280	0.248	0.302	1.664	0.433	0.492	1.152	0.190	0.238	1.920	0.535	0.574
17	1.152	0.206	0.256	1.536	0.255	0.336	1.792	0.436	0.508	2.560	0.588	0.680	2.816	0.569	0.712
18	1.280	0.246	0.305	1.152	0.221	0.265	1.536	0.268	0.352	1.664	0.264	0.358	2.176	0.584	0.652
19	1.792	0.305	0.385	1.536	0.401	0.465	1.792	0.441	0.499	1.024	0.246	0.284	4.224	1.106	1.237
20	1.280	0.226	0.285	2.304	0.519	0.611	2.304	0.358	0.513	1.024	0.229	0.267	4.352	1.278	1.419
	3.328	0.358	0.427	3.328	0.385	0.457	4.864	0.405	0.484	3.456	0.420	0.495	4.352	0.569	0.650

表 4.9 P25 の断面あらさパラメータのひずみに対する変化

[μm]

[P25]															
Sec No.	$\bar{\epsilon}=0$			$\bar{\epsilon}=0.18$			$\bar{\epsilon}=0.37$			$\bar{\epsilon}=0.53$			$\bar{\epsilon}=0.90$		
	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}	R_{max}	R_a	R_{rms}
01	2.560	0.547	0.651	3.840	0.493	0.593	2.176	0.517	0.595	1.792	0.380	0.451	1.920	0.381	0.464
02	2.688	0.574	0.699	2.304	0.204	0.260	2.816	0.576	0.713	1.664	0.428	0.492	2.048	0.363	0.455
03	2.688	0.572	0.677	1.920	0.424	0.521	1.792	0.298	0.369	1.792	0.348	0.437	3.200	0.834	0.945
04	1.664	0.474	0.515	1.536	0.327	0.392	1.664	0.225	0.295	1.664	0.338	0.423	2.688	0.398	0.515
05	2.304	0.473	0.556	1.408	0.184	0.251	1.792	0.459	0.519	1.792	0.385	0.451	2.304	0.422	0.542
06	2.560	0.431	0.566	1.280	0.278	0.333	2.176	0.353	0.444	3.328	0.763	0.918	4.352	1.152	1.310
07	0.640	0.131	0.159	1.664	0.379	0.452	2.816	0.577	0.689	4.608	1.316	1.428	2.816	0.564	0.680
08	0.896	0.166	0.209	1.920	0.398	0.463	2.944	0.561	0.714	3.720	0.808	0.909	2.176	0.425	0.528
09	1.280	0.306	0.345	1.792	0.368	0.460	1.536	0.289	0.359	4.352	1.296	1.380	2.304	0.384	0.488
10	1.792	0.282	0.360	1.664	0.402	0.474	1.664	0.390	0.447	3.712	0.810	0.949	3.840	0.865	1.034
11	1.024	0.208	0.257	1.536	0.248	0.312	3.328	0.770	0.888	2.688	0.570	0.685	3.456	0.693	0.871
12	1.536	0.212	0.292	1.664	0.340	0.388	2.048	0.400	0.500	2.688	0.472	0.628	4.992	0.916	1.159
13	1.664	0.428	0.488	2.304	0.486	0.628	2.688	0.504	0.652	2.048	0.349	0.447	2.816	0.545	0.676
14	1.664	0.411	0.469	1.024	0.188	0.241	1.280	0.242	0.298	1.664	0.339	0.413	1.920	0.408	0.464
15	1.408	0.325	0.382	1.664	0.429	0.496	1.920	0.432	0.503	1.536	0.309	0.374	4.096	0.908	1.106
16	1.408	0.342	0.390	2.176	0.458	0.573	1.920	0.453	0.521	2.688	0.548	0.677	2.048	0.417	0.515
17	1.920	0.311	0.390	2.176	0.556	0.633	1.536	0.355	0.421	2.304	0.515	0.590	2.944	0.486	0.627
18	1.280	0.244	0.310	3.328	0.937	1.041	1.536	0.291	0.345	1.536	0.292	0.351	2.560	0.565	0.627
19	1.664	0.321	0.396	2.432	0.565	0.631	2.816	0.846	0.930	2.560	0.479	0.606	4.352	1.190	1.326
20	1.664	0.411	0.472	3.584	1.052	1.132	2.688	0.723	0.805	4.096	0.759	1.001	2.432	0.425	0.543
	2.688	0.358	0.429	3.840	0.436	0.514	3.328	0.463	0.550	4.608	0.575	0.681	4.992	0.617	0.744

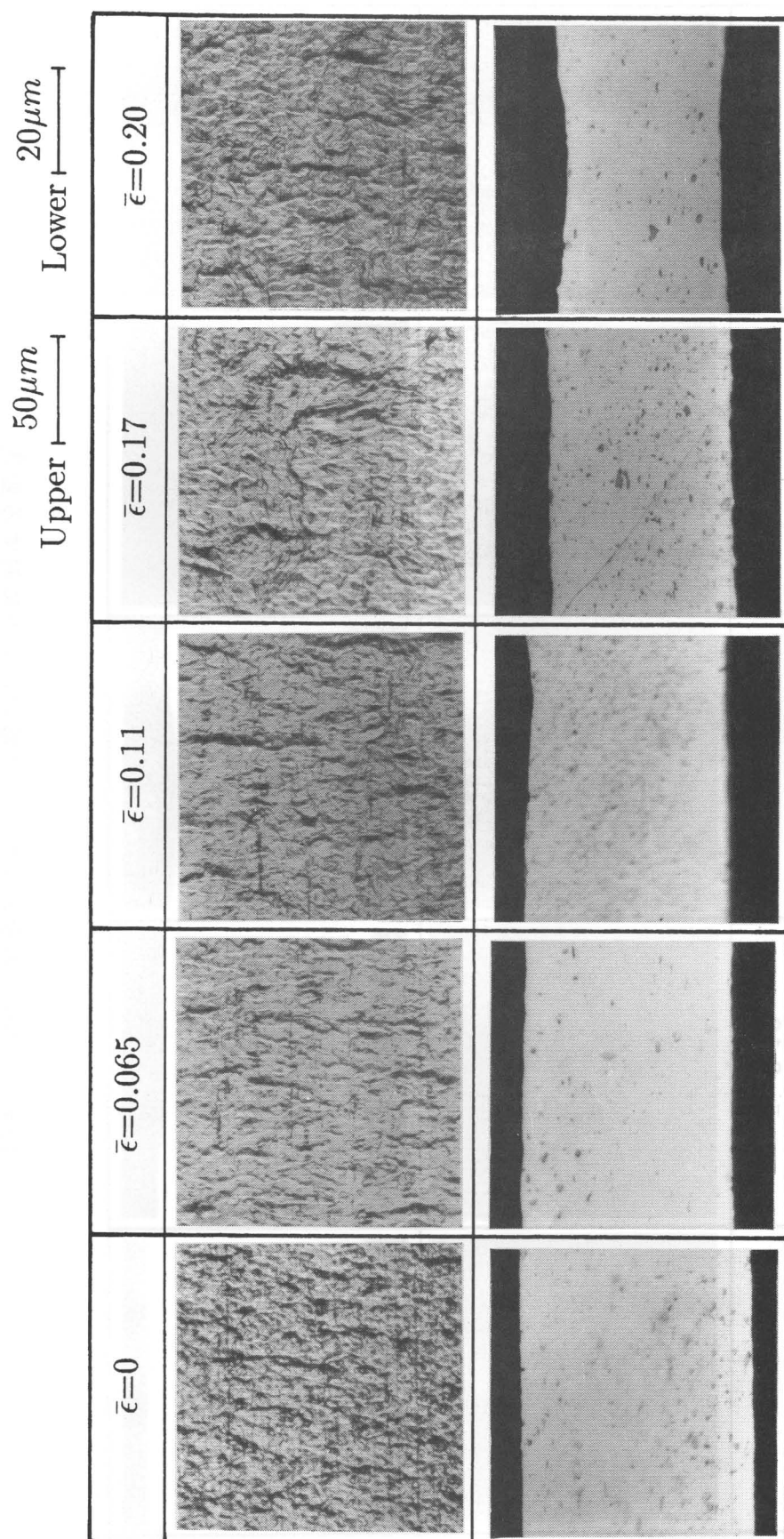


図 4.24 8079 の表面および断面組織のひずみに対する変化

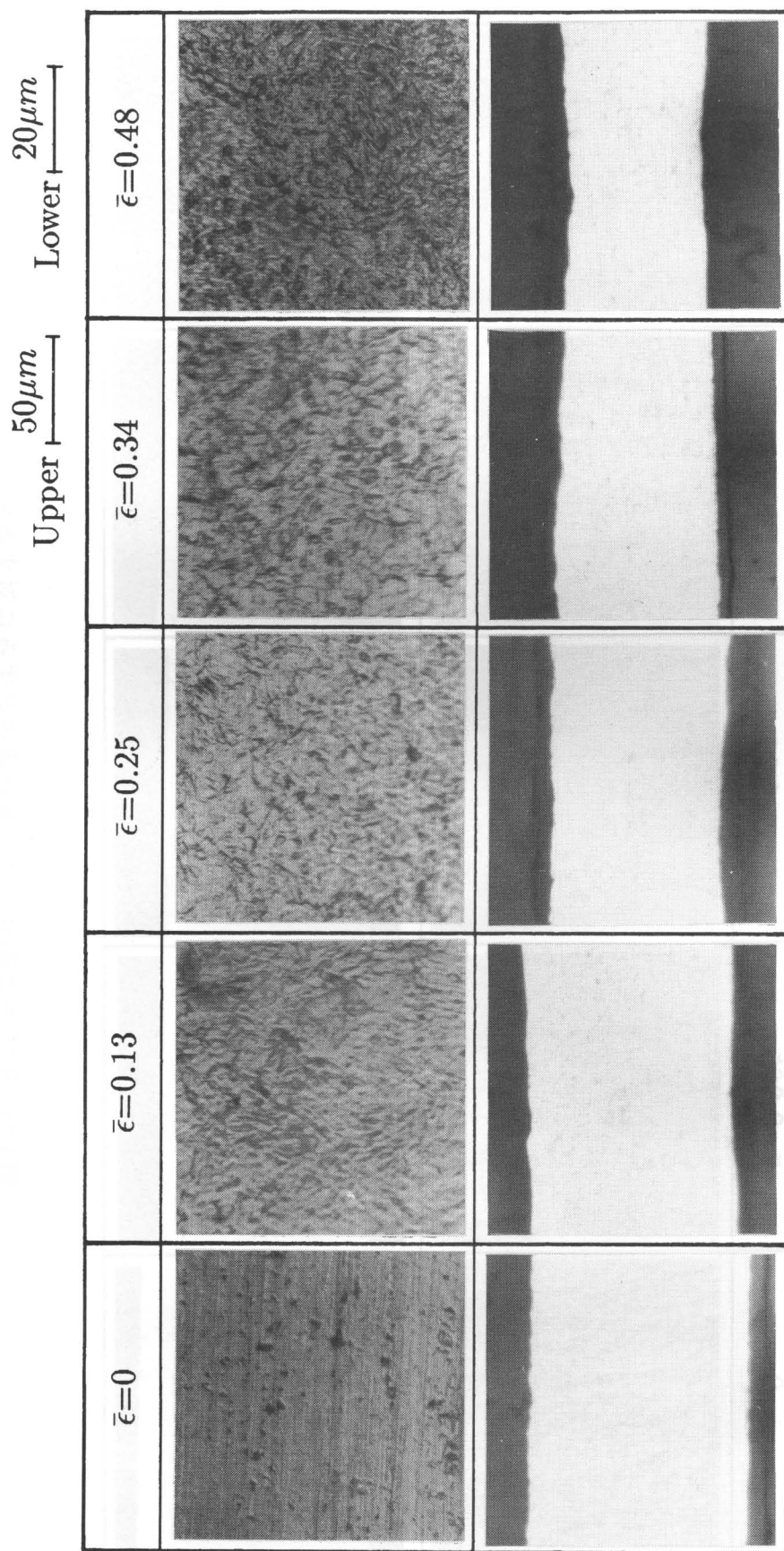


図 4.25 P16 の界面および断面組織のひずみに対する変化

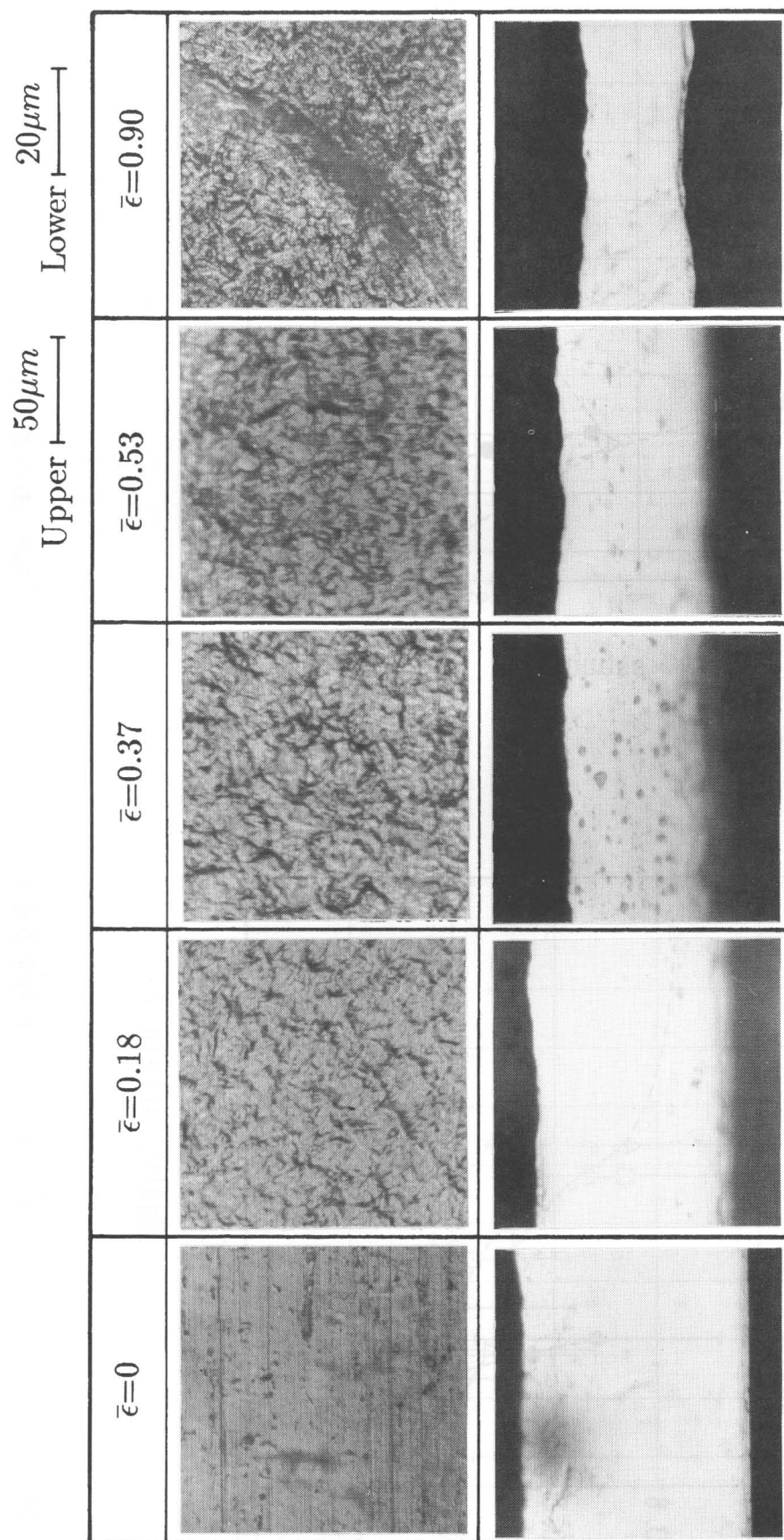


図 4.26 P25 の界面および断面組織のひずみに対する変化

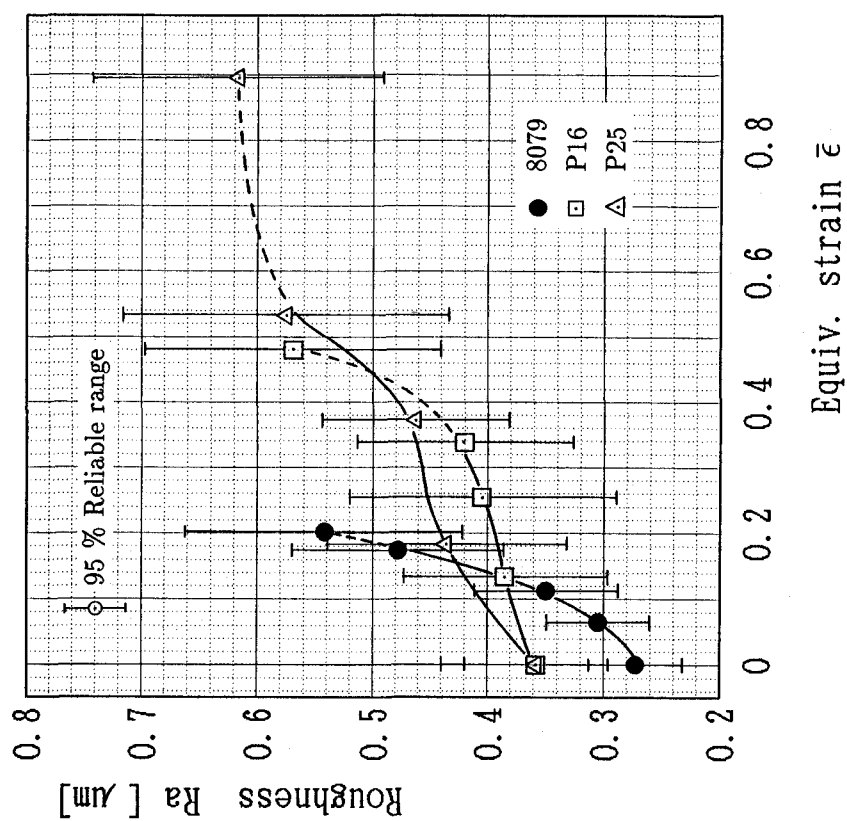


図 4.27 あらさパラメータ R_a のひずみに対する変化

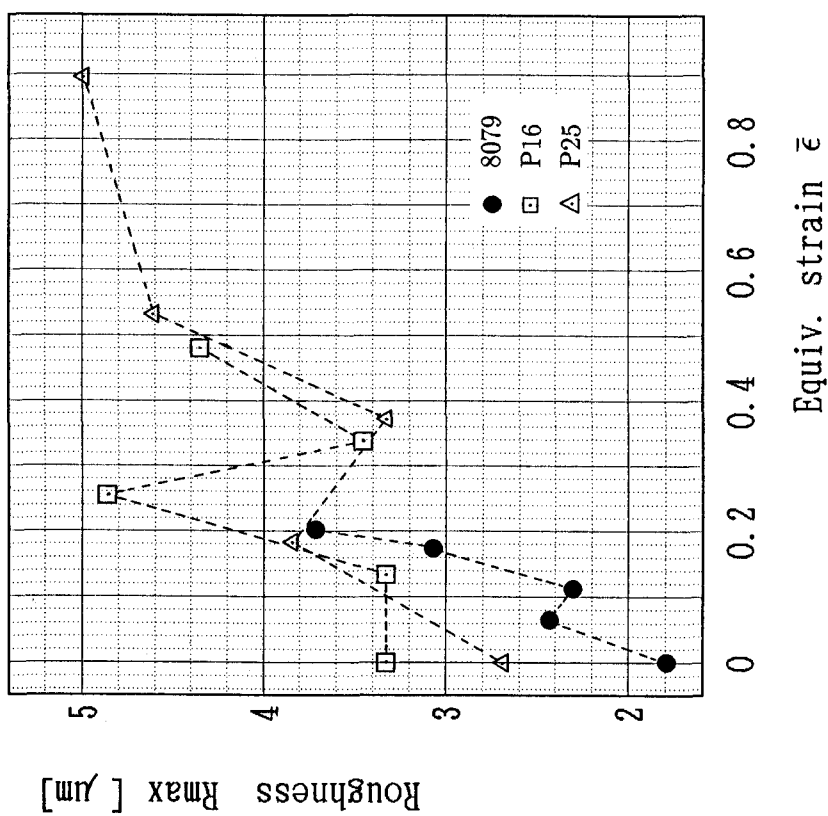


図 4.28 あらさパラメータ R_{max} のひずみに対する変化

態 ($\bar{\epsilon}=0.5$ 程度) における界面状態を図 4.30 に示す。多数のマイクロき裂の存在が確認できる。それらのマイクロき裂が合体してマクロき裂を形成する過程を、PET の拘束により抑制することによって、P16 では破断が生じている” あれ” 量に達しても、さらに変形が継続されていると考えられる。このように著しい伸びを示す一方で、マイクロき裂の分散効果による全体的な剛性低下によって図 4.29(b) のような荷重低下がみられる。

以上のことから” 界面あれ” の成長は、PA60, PA100 および P16 でみられたように PET の大ひずみ域における硬化特性に加えて、P25 で示されたように PET の剛性 (板厚) にも依存していることがわかる。

4.4.3 高速フーリエ変換 (FFT) によるスペクトル解析

” 界面あれ” のスペクトル解析を行い、支配的な周期成分と表面微細構造との関連について検討する。P25 のアルミ合金はくのはく積層材により得られた測定データをスペクトル解析した結果の一例を図 4.31 に示す。無負荷状態 (図 4.31(a)) では、圧延条こんの凹凸 ($2\mu m$ 程度, 図 4.28 参照) に対応するスペクトルが強く現れている。ひずみの増大とともに圧延条こんは消失し (図 4.31(b)), やがて結晶粒径 (平均粒径約 $10\mu m$) に依存した周期成分が現れてくる (図 4.31(c))。そのスペクトルはひずみの増加とともにさらに強くなり (図 4.31(d)), 最終的には $60\mu m$ 程度のくびれが生じて破断する (図 4.31(e))。圧延条こんの存在および消失, 結晶粒径に依存した” 界面あれ”, およびアルミはくのはくくびれによる最終破断といった一連の微細構造の変化は, 図 4.26 のその場観察結果からも得られており, 図 4.31 に示した一連のスペクトル解析結果とよく対応して説明できることがわかる。

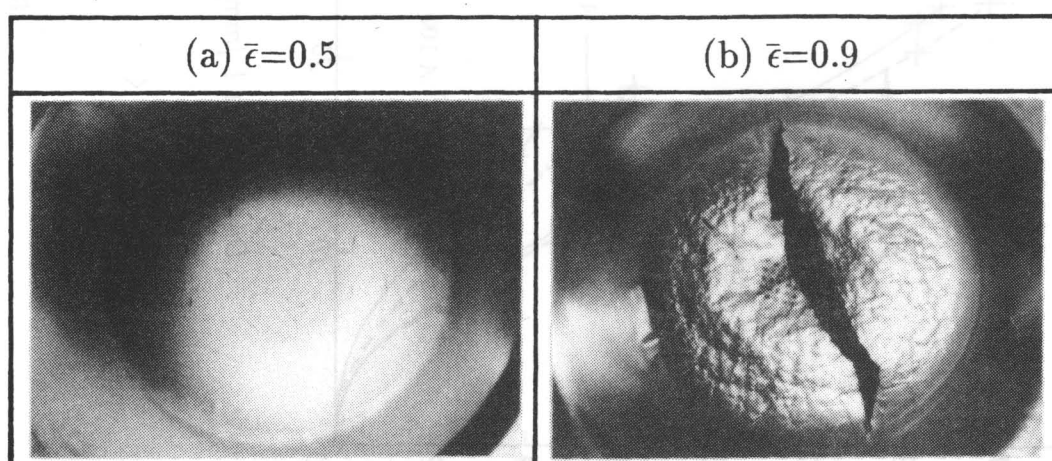
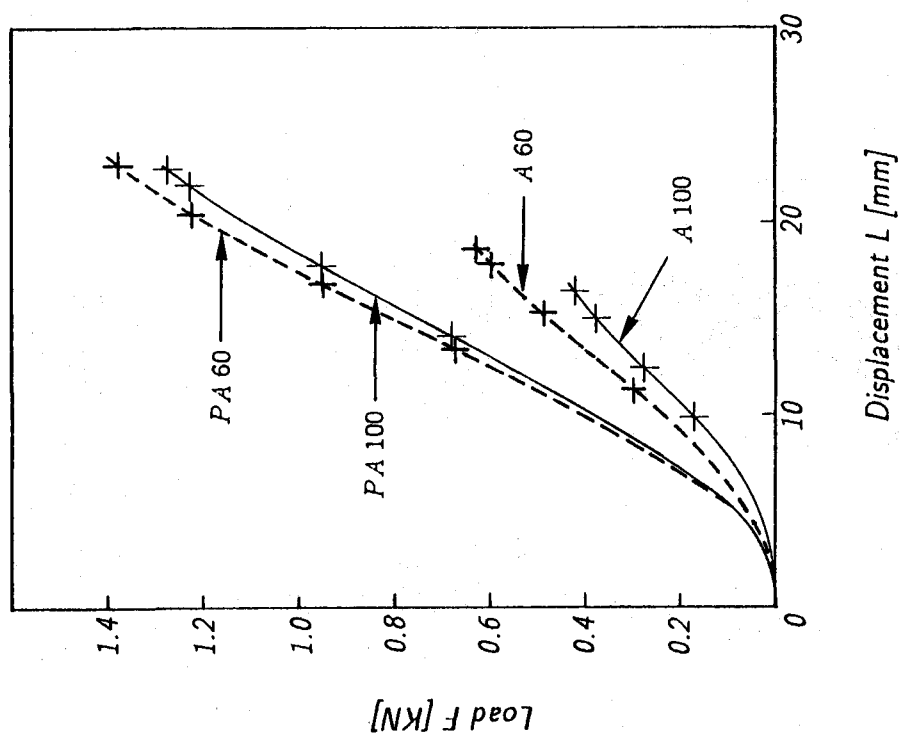
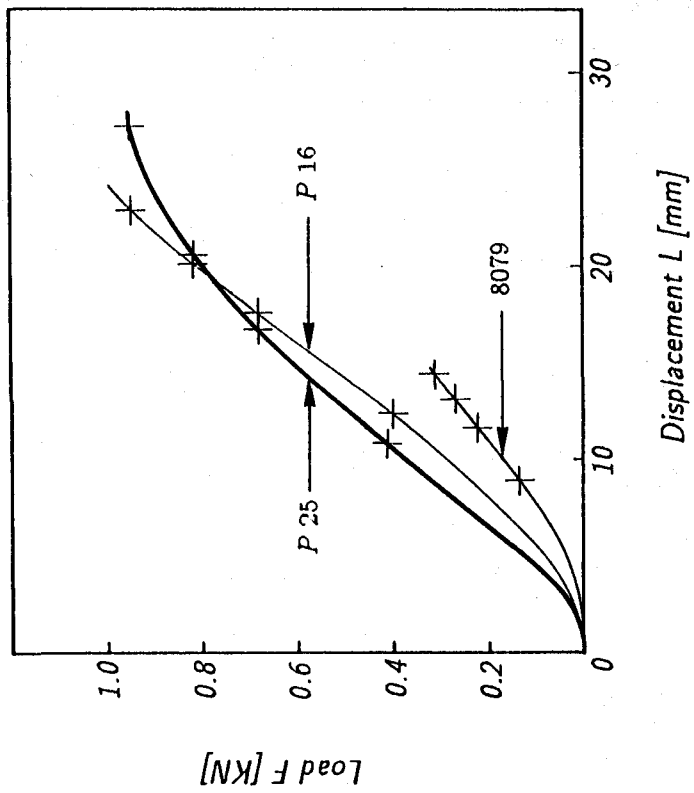


図 4.30 P25 のマイクロき裂 (ピンホール) の発生と最終破断

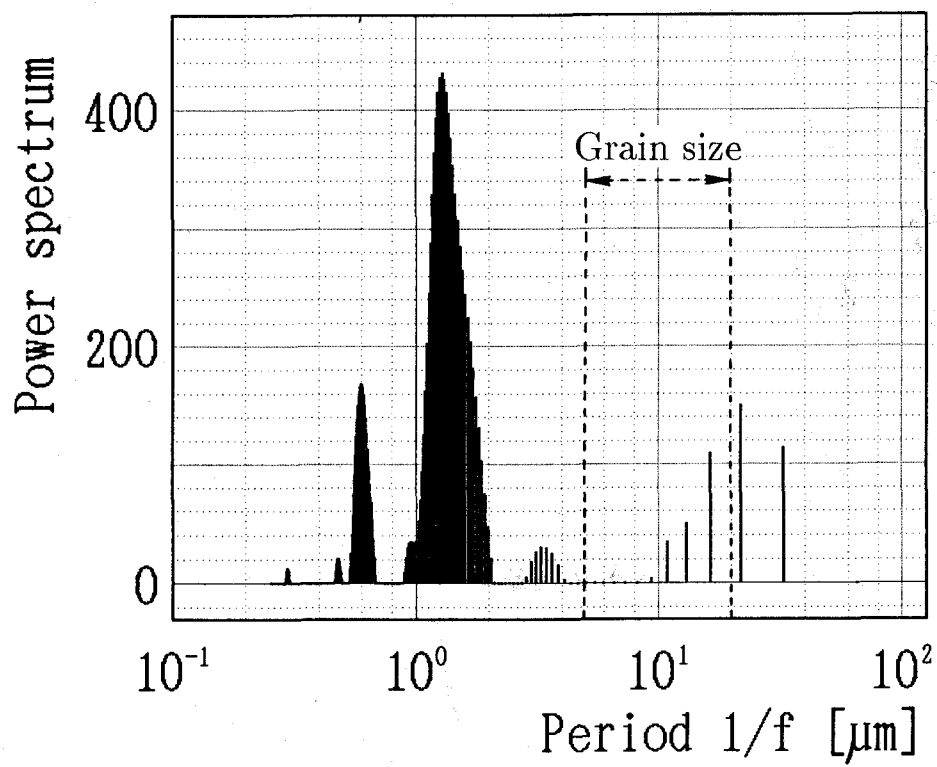


(a) 純アルミはく

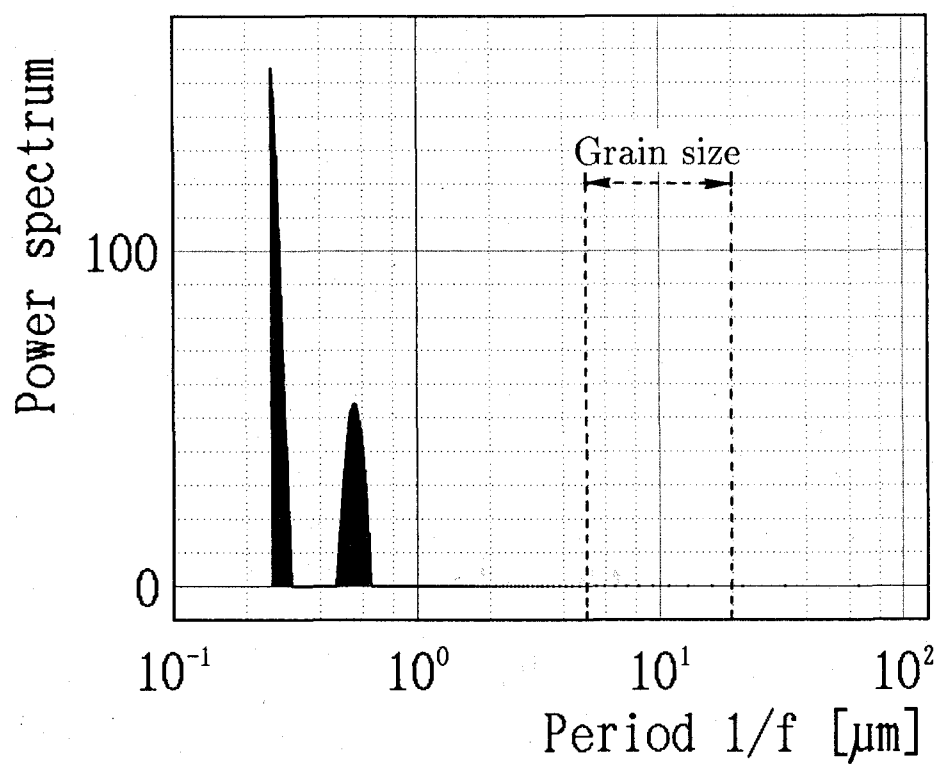


(b) アルミ合金はく

図 4.29 ポンチ押付け力と支持棒移動量の関係

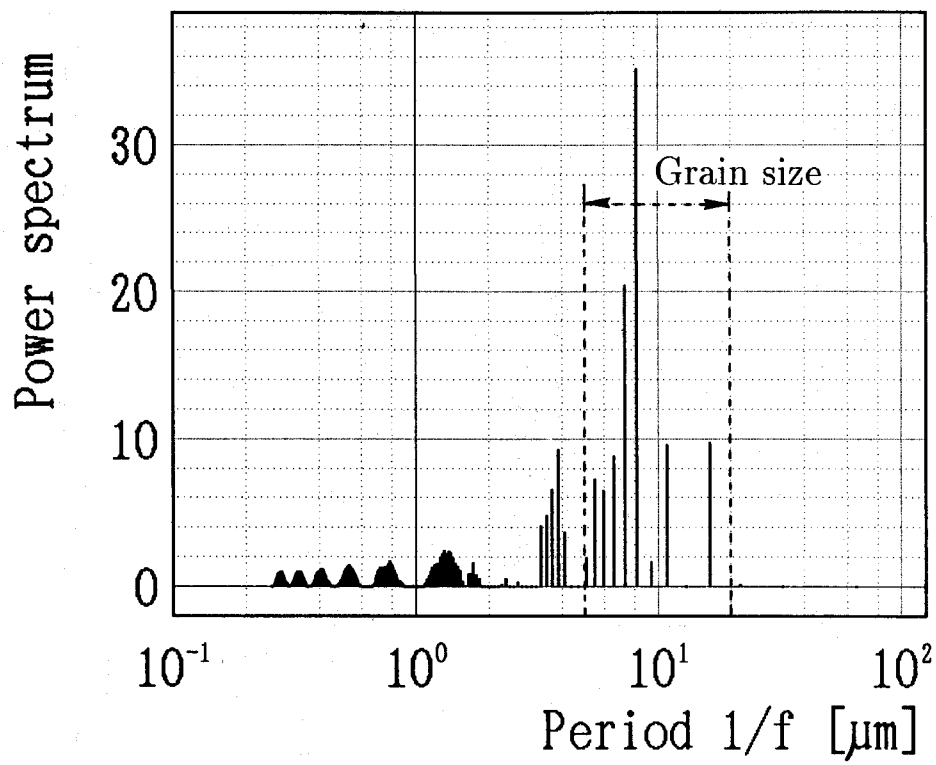


(a) $\bar{\epsilon}=0$

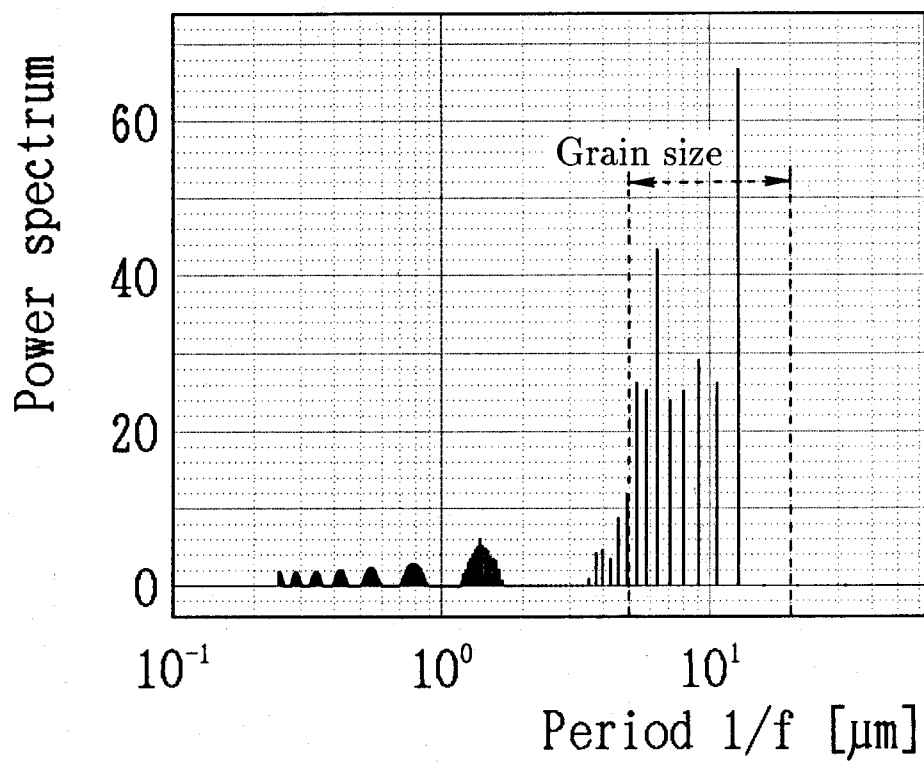


(b) $\bar{\epsilon}=0.18$

図4.31 FFTによるスペクトル解析 (P25の場合)

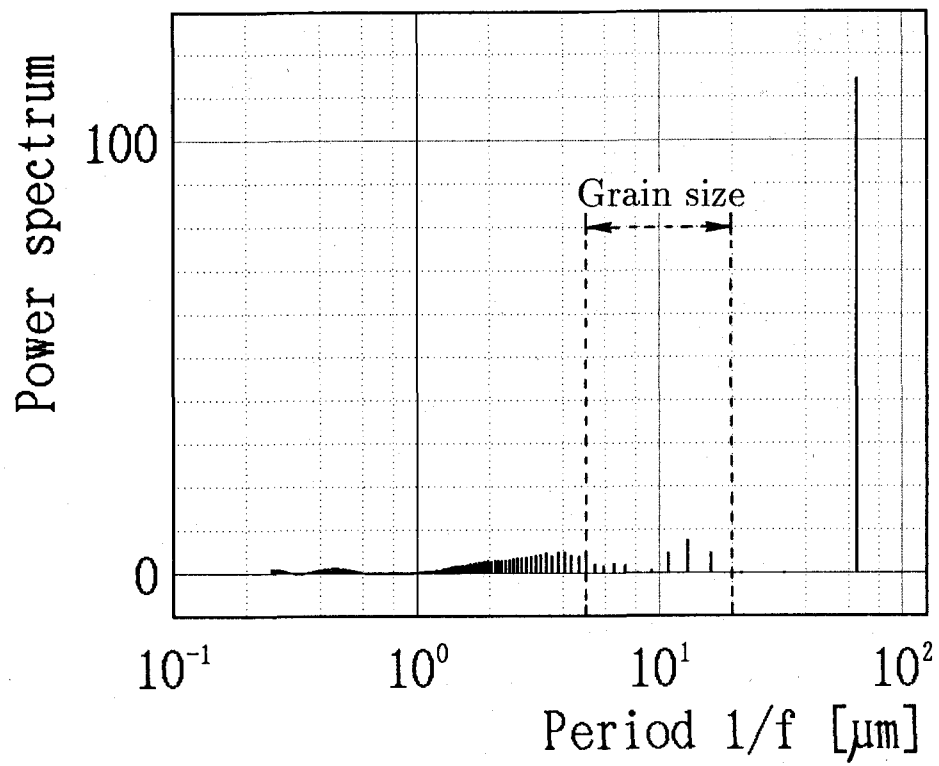


(c) $\bar{\epsilon}=0.37$



(d) $\bar{\epsilon}=0.53$

図 4.31 FFT によるスペクトル解析 (P25 の場合)



(e) $\bar{\epsilon}=0.90$

図 4.31 FFT によるスペクトル解析 (P25 の場合)

4.5 結言

アルミはくは PET を積層した複合材に対して、ポンチ張出しによる二軸引張り試験を行い、“界面あれ”の特性とその成長メカニズムについて以下のような結論を得た。

まず微視的視点から、

(1) その場観察結果から、比較的結晶粒径の大きな純アルミはくの場合、ひずみの負荷とともに結晶粒径に依存した凹凸の発生に、結晶粒内に生じるすべり帯の凹凸が重畳した“あれ”がみられる。“あれ”は負荷ひずみとともに増大し、“表面あれ”の場合にはそのまま急増して破断に至る。一方、“界面あれ”は変形初期の増加から、しだいに成長率が低下していき、その後急激な増加とともに破断が生じる。これは、逆 S 字形の硬化特性を示す PET の積層によって、ひずみ増加とともにアルミはくに生じる“あれ”の成長が抑制されるためである。

(2) 結晶粒径が約 $60\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ の純アルミはく積層材場合には、ほぼ一ヶ所で一結晶粒程度のはく離領域の存在が粒内くびれによる最終破断を導くため、巨視的な荷重低下の傾向はみられない。一方、粒径が約 $10\mu\text{m}$ のアルミ合金はく P25 の場合には、至るところではく離領域と“界面あれ”に起因すると考えられるマイクロき裂（ピンホール）の発生がみられる。これらのマイクロき裂が合体してマクロき裂になる過程を、PET の拘束により再び抑制することによって変形を継続させている。したがって、著しい伸びを示す一方で、マイクロき裂の分散効果による巨視的な荷重低下がみられる。

(3)(1)、(2) のことから、“界面あれ”の成長は表皮材料（PET）の硬化特性とその剛性（板厚）に依存しているといえる。

つぎに、巨視的視点から

(4) 積層材は PET とアルミはくが同時に破断するのではなく、界面はく離の先行と、はく離の結果生じるアルミはくの自由境界面の存在から最終的にはアルミはくのくびれにより破断する。

(5) アルミはくのような薄板材の単軸引張り試験では、自由縁上に生じる“端面あれ”の成長から最終破断が生じる。破断時の伸びを相当ひずみで示すと、単軸引張り試験においてアルミはく単体は約 7%（1N30 の場合）、積層材（P25）は約 55% である。一方、二軸引張り試験において単体材料は約 24%（8079 の場合）、積層材は約 112% である。したがって、単体で約 3 倍（参考値）、積層材で 2 倍程度の伸びの向上があり、自由縁の変形特性におよぼす影響の大きいことがわかる。

参 考 文 献

- (1) Sakaguchi, M., Yamanoi, T., Hasegawa, M. and Kitagawa, H., *Z. Metallkd.*, **79**(1988), 452.
- (2) 渋谷, 北川, 赤木, 坂口, *機論*, **56-522, A**(1990), 201.
- (3) 北川, 吉井, 坂口, 向井, 井上, 日本機械学会関西支部卒業研究発表講演会前刷集 (1988), 15.
- (4) *工業材料*, **36-2**(1988), 49.
- (5) 渋谷, 北川, 中村, 日本機械学会第 68 期全国大会講演論文集, Vol. A, No. 900-59(1990), 302.
- (6) Tomas, T. R., *Rough Surface*(1982), 86, Longman.
- (7) 南茂夫, 科学計測のための波形データ処理, (1986), 140, C Q 出版.
- (8) Dauskardt, R. H., Haubensak, F. and Ritchie, R. O., *Acta Metall.*, **38-2**(1990), 143.
- (9) 岡正義, 大阪大学工学部機械工学科特別研究, (1989), 48.

Appendix (A.1) 単軸引張り試験

4.1の緒言で述べたように、材料本来の伸びに近い状態を得るためには、自由縁のない二軸引張り試験の方が好ましい。しかしながら、材料の機械的特性、特に応力-ひずみ関係を把握する目的においては、単軸引張り試験の方が簡便で、一様変形している範囲内では応力の算出も容易である。

ここでは、4.3の二軸引張り試験において得られた限界伸びと比較するために、単軸引張り試験による積層材およびアルミはくの応力-ひずみ関係を求める。また、単軸引張りにおいて自由縁上に発生する”端面あれ”の成長の一例についても示す。

A.1.1 応力-ひずみ関係

単軸引張り試験に用いる試験装置を図A.1に示す。駆動部にはステッピングモータを用いて引張り速度を可変にしている。引張り荷重はビーム形のロードセルにより、変位は試験片取付部の移動を差動トランス形変位計により計測する。

アルミ合金はく(1N30)単体の真応力-対数ひずみ関係の一例を図A.2に示す。真応力は非圧縮性を仮定し体積不変の関係から求め、対数ひずみは上述の計測により得られる変位から求める。実験結果としては示していないが、1N30は8079合金に比べてFe含有量が少ないので、結晶粒径が大きくひずみ硬化が大きい反面、破断伸びが小さい(表4.2参照)。

8079アルミ合金に厚み $16\mu m$ のPETを積層したP16の真応力-対数ひずみ関係を図A.3に示す。図中の圧延方向はアルミはく自身の圧延方向を示している。PET積層による伸びの著しい向上がわかる。また、圧延方向に対して直角方向の伸びが最も大きい。アルミはくは圧延後の熱処理によりさほど異方性を示さないが、PETは図4.3のように著しい。PETはアルミはくの圧延方向に対して 45° の方向にその延伸方向をもつように積層されており、その異方性の影響が現れていると思われる。

A.1.2 ”端面あれ”の成長

ひずみの負荷とともに変化する端面の状態をCCDカメラにより取込み、画像処理により再現した結果を図A.4に示す。切出しの方向は図A.3と同様である。図A.4(a)は切出し方向1(圧延方向)、(b)は2(90° 方向)、(c)、(d)は3、4(45° 方向)を示している。”端面あれ”はアルミはく自身に生じ、PETは著しい局所変形を受けているが破断は生じていない。

アルミはく単体の場合の結果を、参考までに図A.5に示す。積層材の”端面あれ”の進展はPETの拘束のために比較的遅いが、単体の場合進展が早く計測できていない。

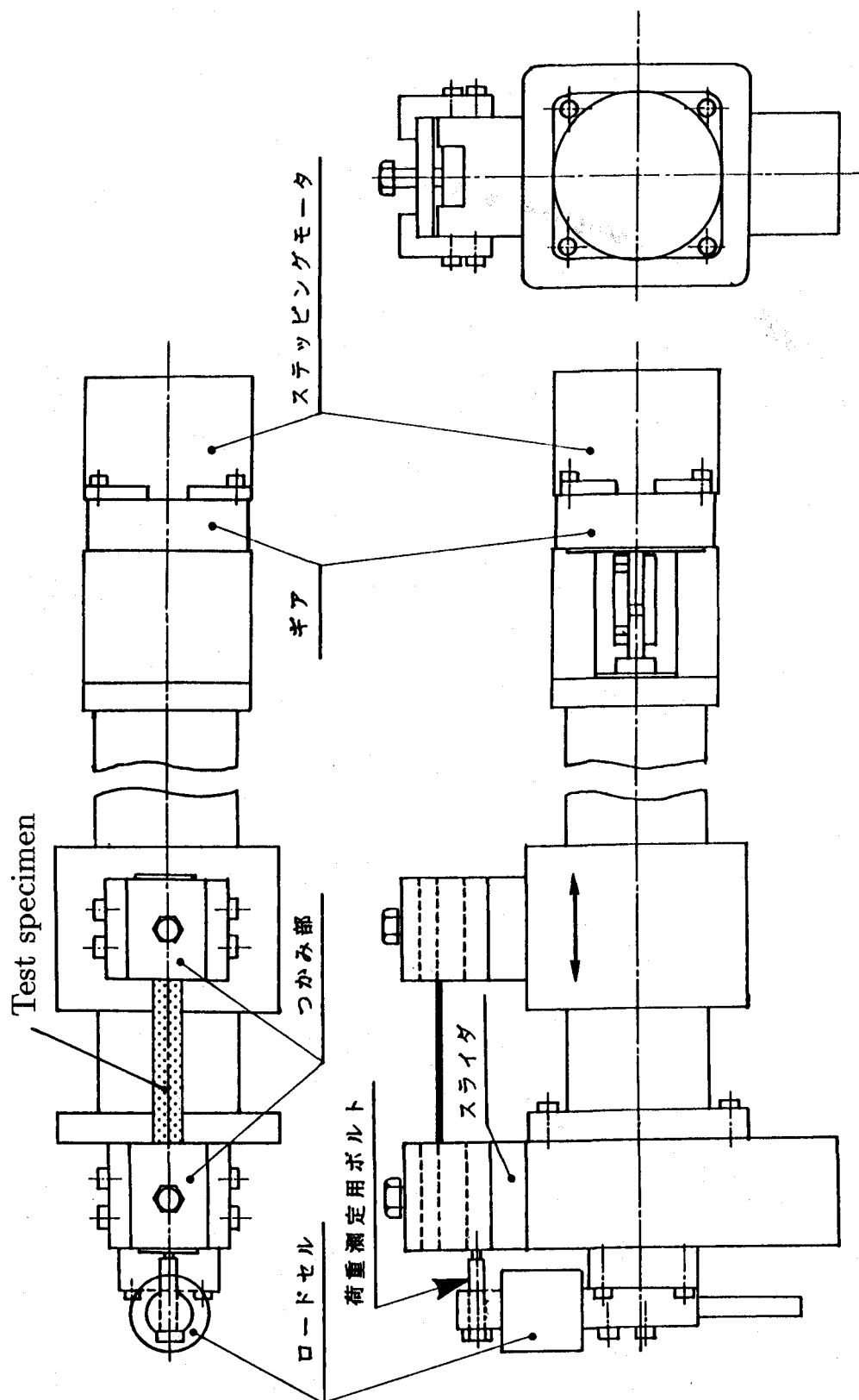


図 A.1 単軸引張り試験装置

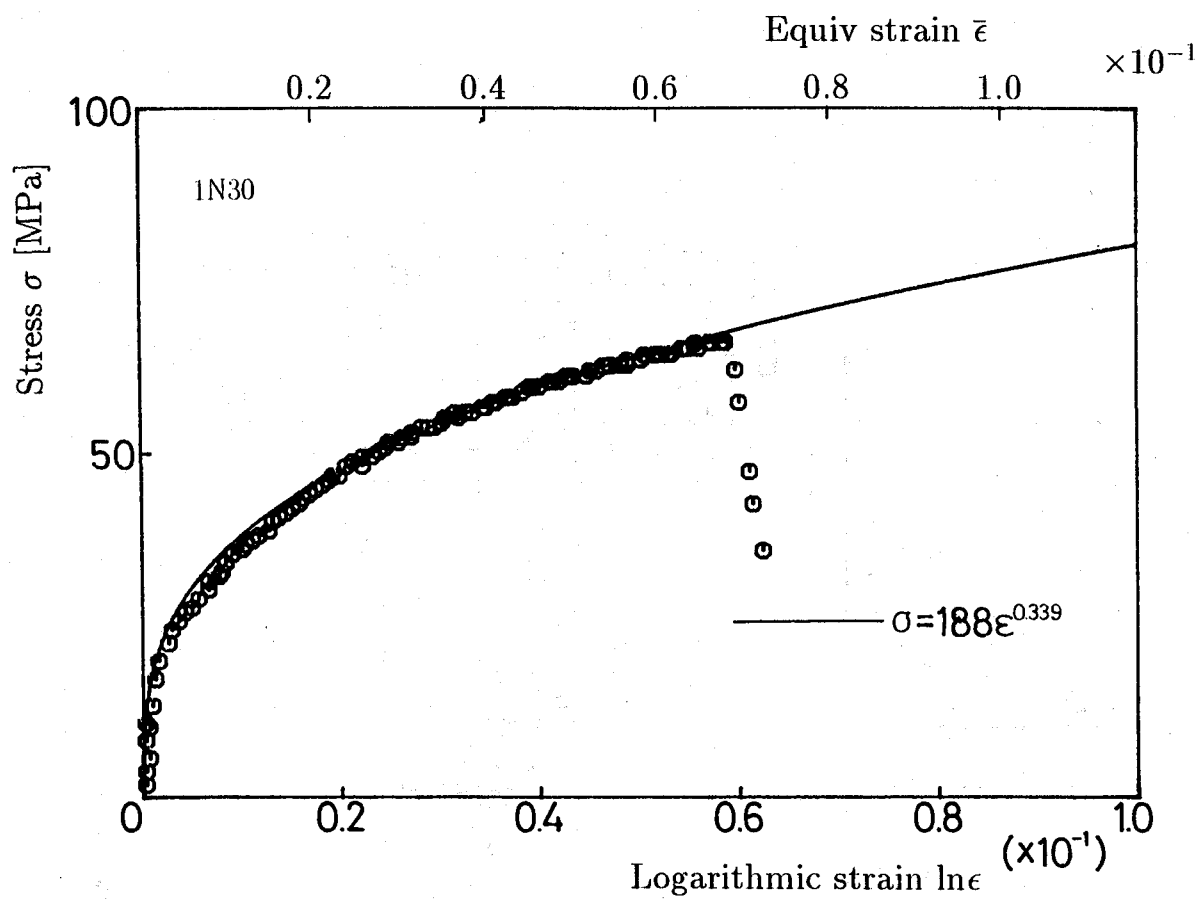


図 A.2 1N30 の真応力-対数ひずみ関係

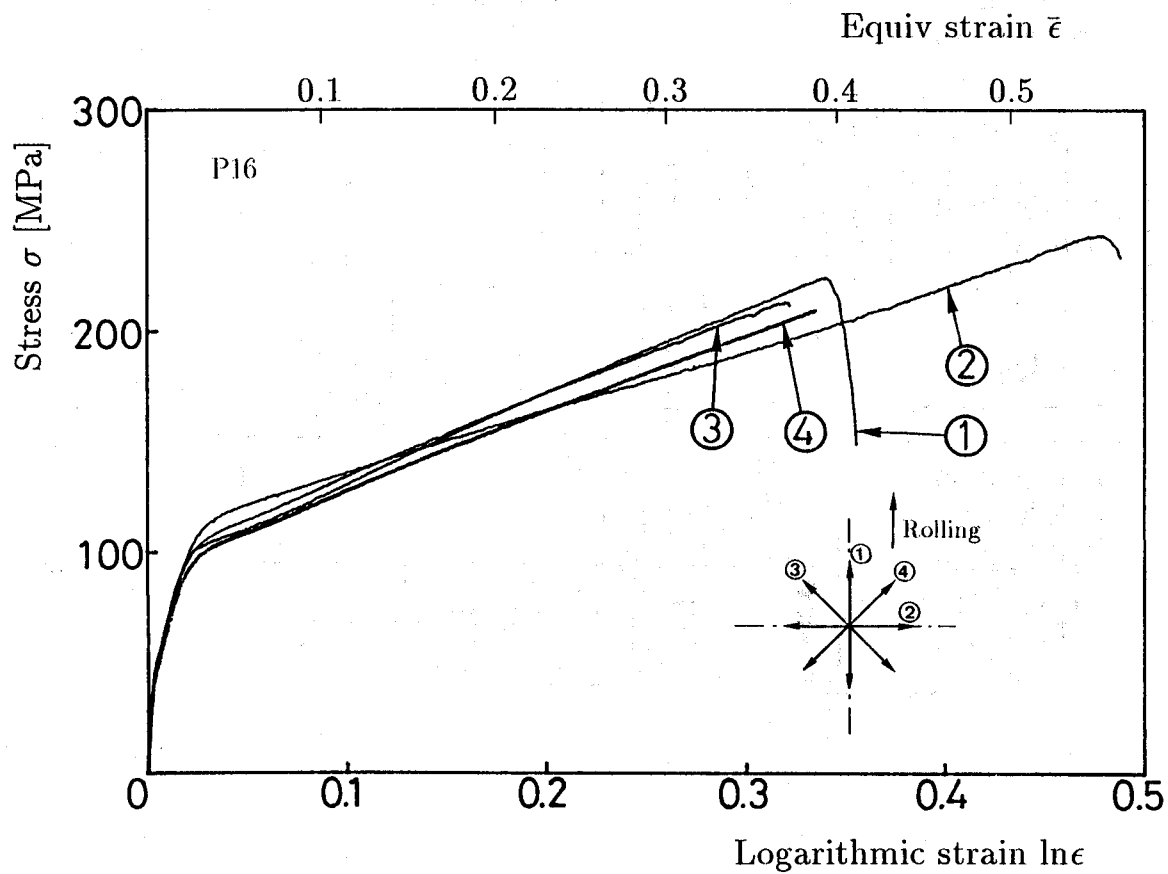


図 A.3 P16 の真応力-対数ひずみ関係

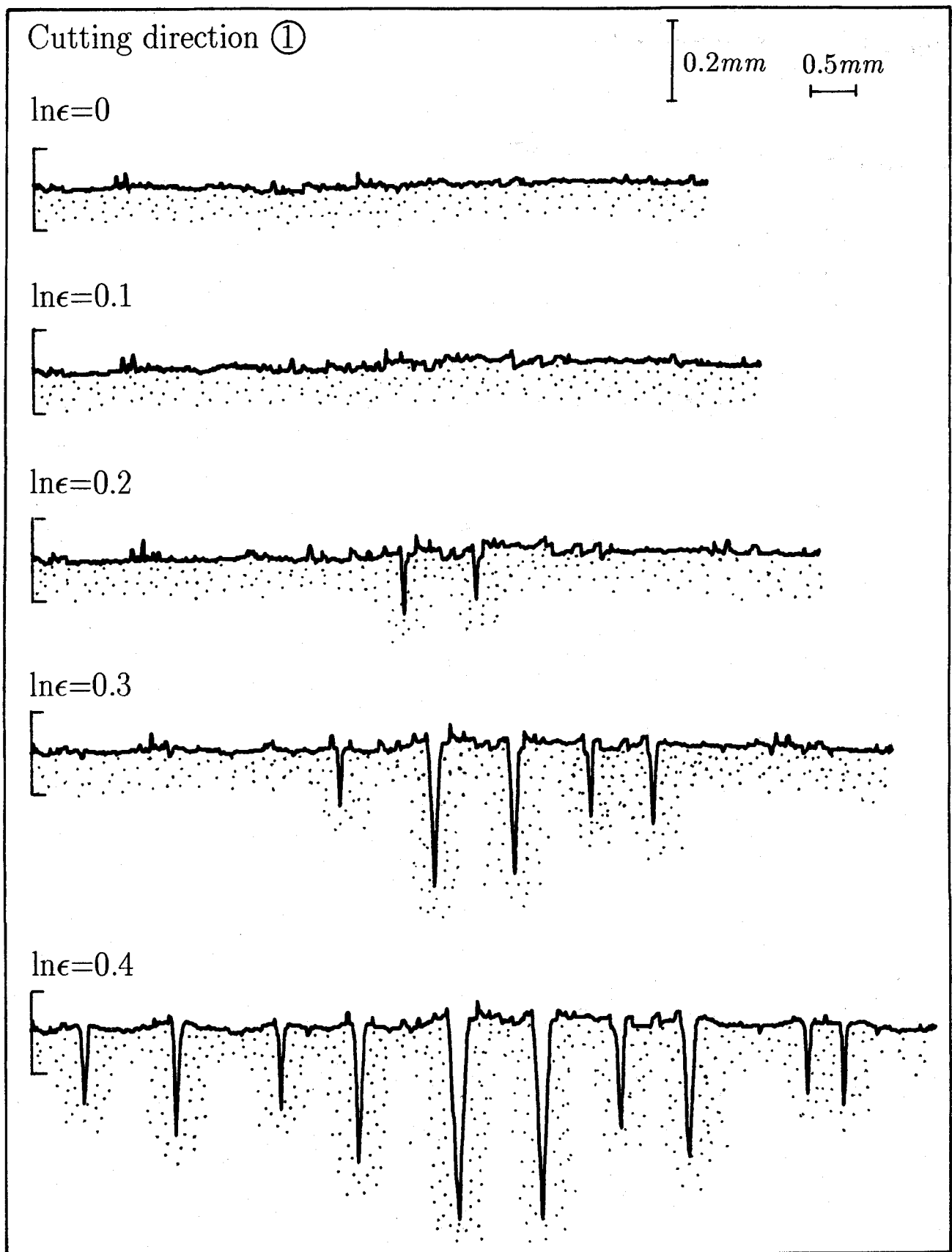
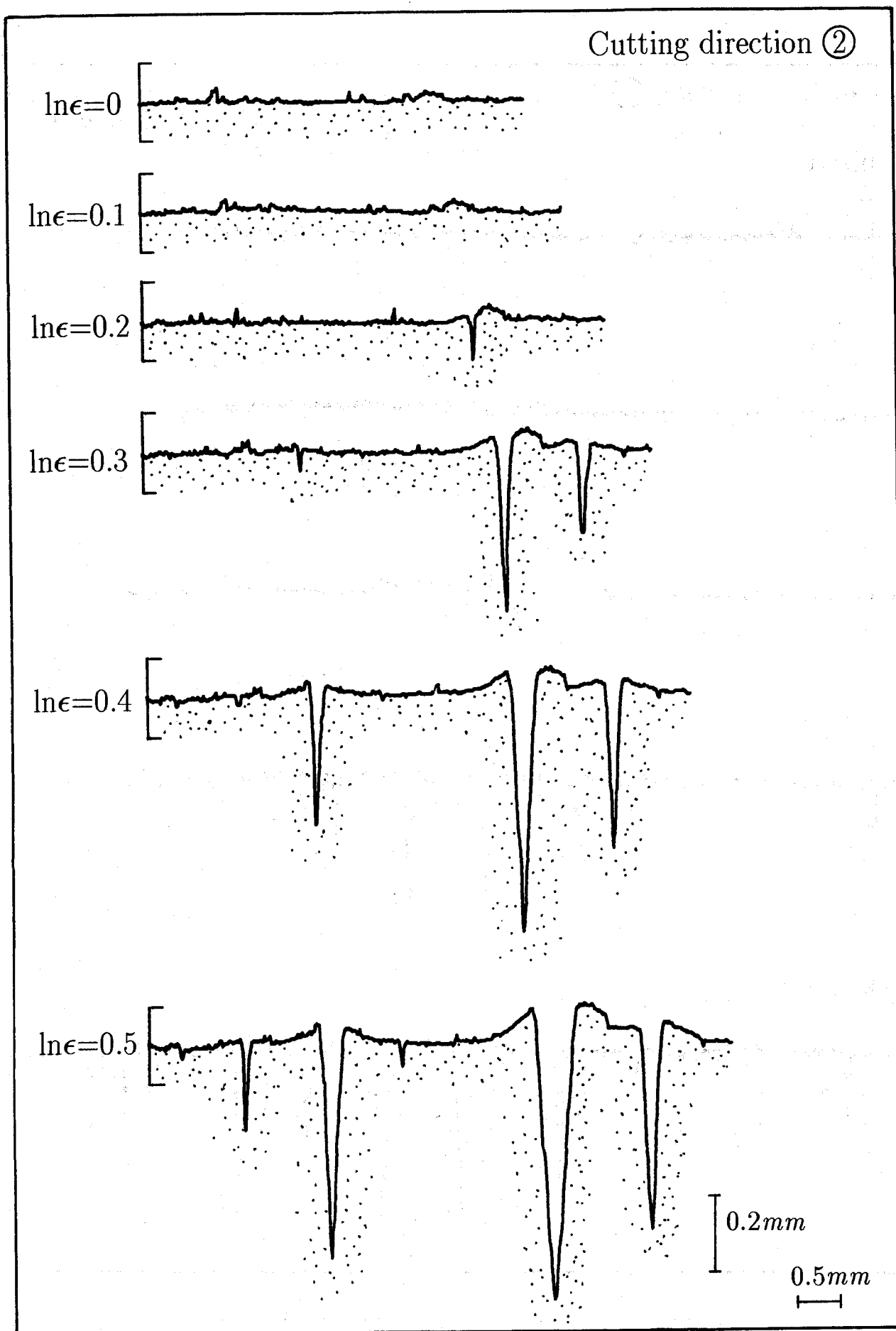


図 A.4 (a) 自由縁上に生じる”端面あれ”の成長
(切出し方向①の場合)



図A.4 (b) 自由縁上に生じる”端面あれ”の成長
(切出し方向②の場合)

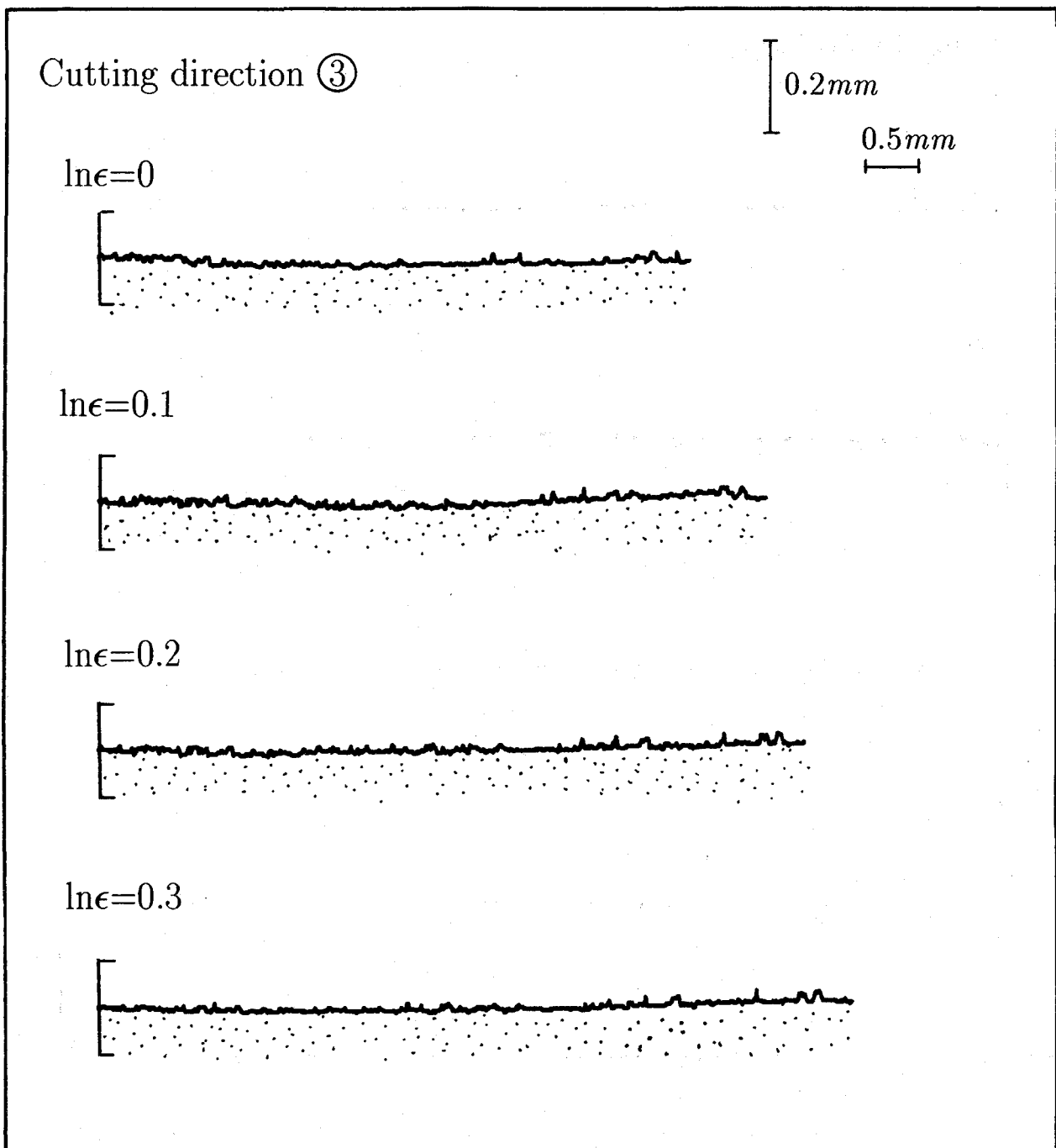


図 A.4 (c) 自由縁上に生じる”端面あれ”の成長
(切出し方向③の場合)

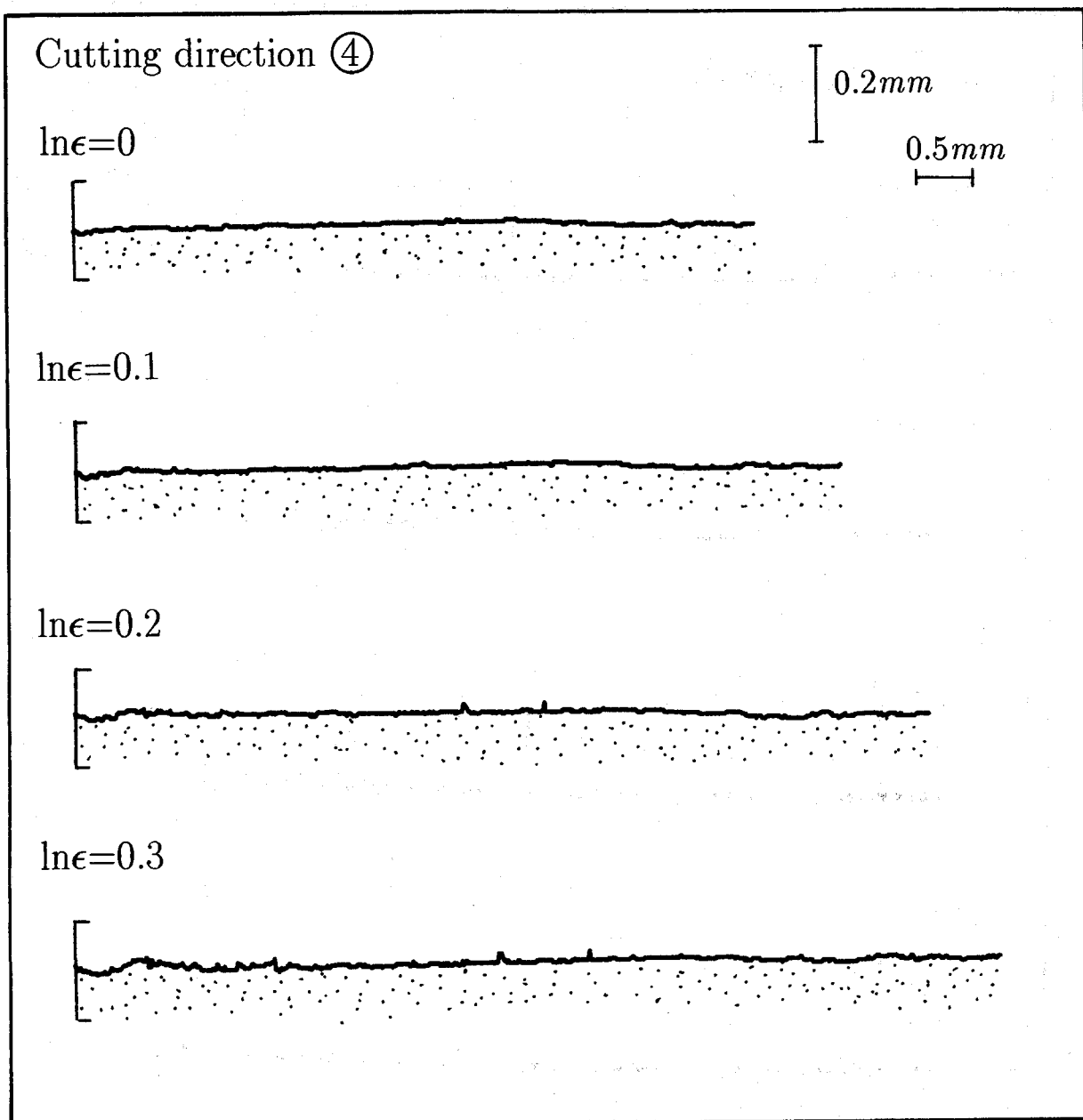


図 A.4 (d) 自由縁上に生じる”端面あれ”の成長
(切出し方向④の場合)

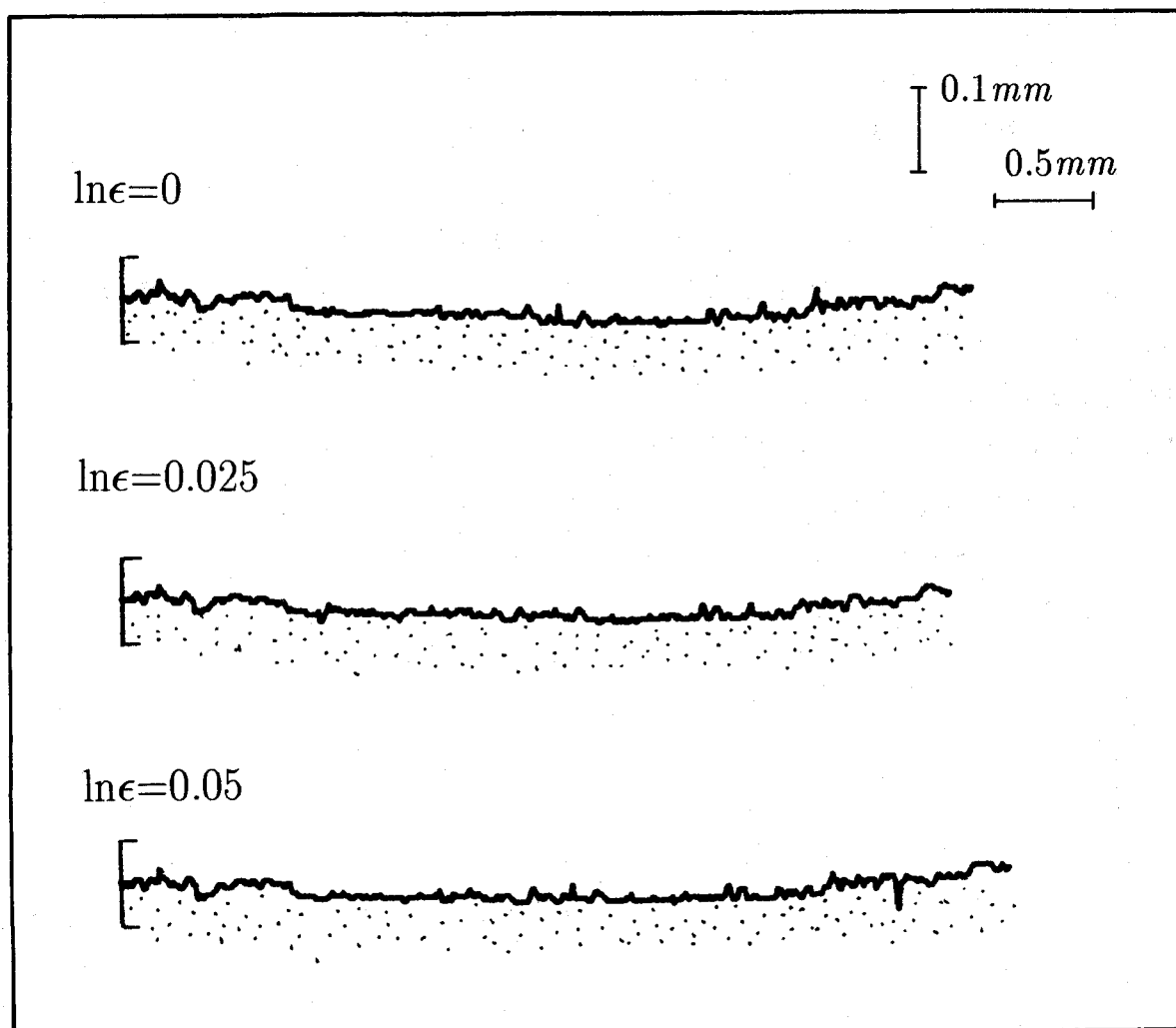


図 A.5 アルミ合金はく (1N30) の自由縁上に生じる”端面あれ”の成長

A. 1. 3 結晶粒界と断面形状の変化

純アルミはく A60, A100 と, それらを $25\mu\text{m}$ の PET で積層した PA60, PA100 の自由縁上の断面における結晶粒の変化を示したのが, それぞれ図 A.6, A.7 である. いずれも破断直前の状態を表し, 公称ひずみで A60 が約 13 %, A100 が約 7 %, PA60 が約 28 %, そして PA100 が約 25 % 程度である.

図 A.6 の単体材料の表面形状をみると, 結晶粒界と表面の交点(交線)において角度の変化があり, 表面形状の変化が結晶粒径に依存していることがわかる. 表面上の角部は各結晶粒のすべり系の不連続性に起因しており, 粒間の傾角が大きいほど顕著に現れると予想される. また, この材料のような板厚方向に結晶粒が 1, 2 個の場合には表裏の起伏が同様で, 上面のある一点で凸形状を示すと下面の対応する点近傍では凹形状になっているのがわかる. ただし, 角部の位置は最近接の結晶粒界に移動している. 表面の微細構造の変化が, 通常のパルク材ではそのごく近傍までしか影響をおよぼさないが, この場合には表裏の構造変化が互いに干渉していることになる.

図 A.7 の積層材については, 試験片の取外しの際に PET の収縮によるアルミはくの座屈が生じて, 波うち状になっている. しかし, 単体材料と同様に, 波うちの極点(山, 谷部)の位置と結晶粒界の表面交差点がほぼ対応していることがわかる.

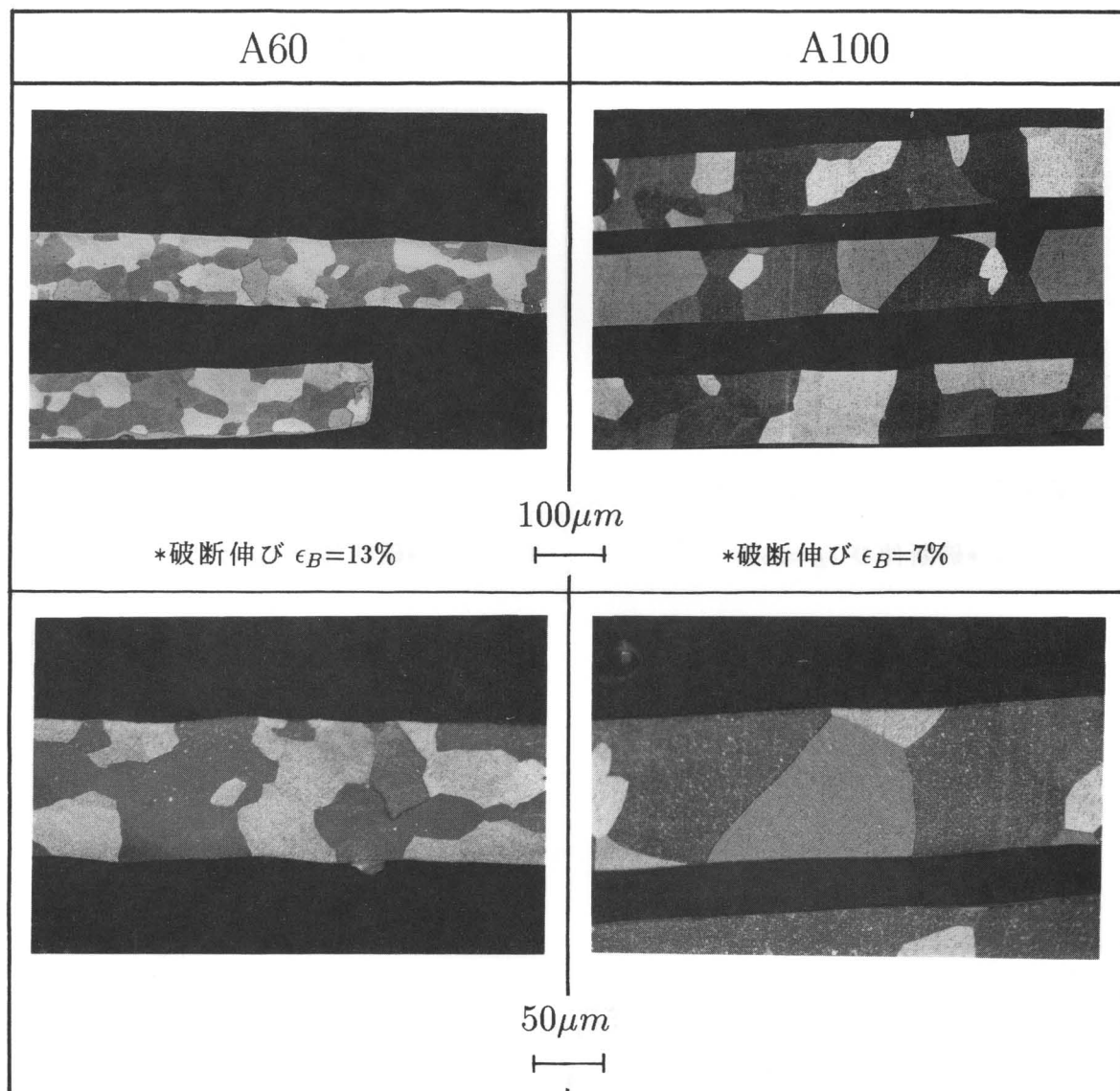


図 A.6 純アルミはくの単軸引張り後の断面組織

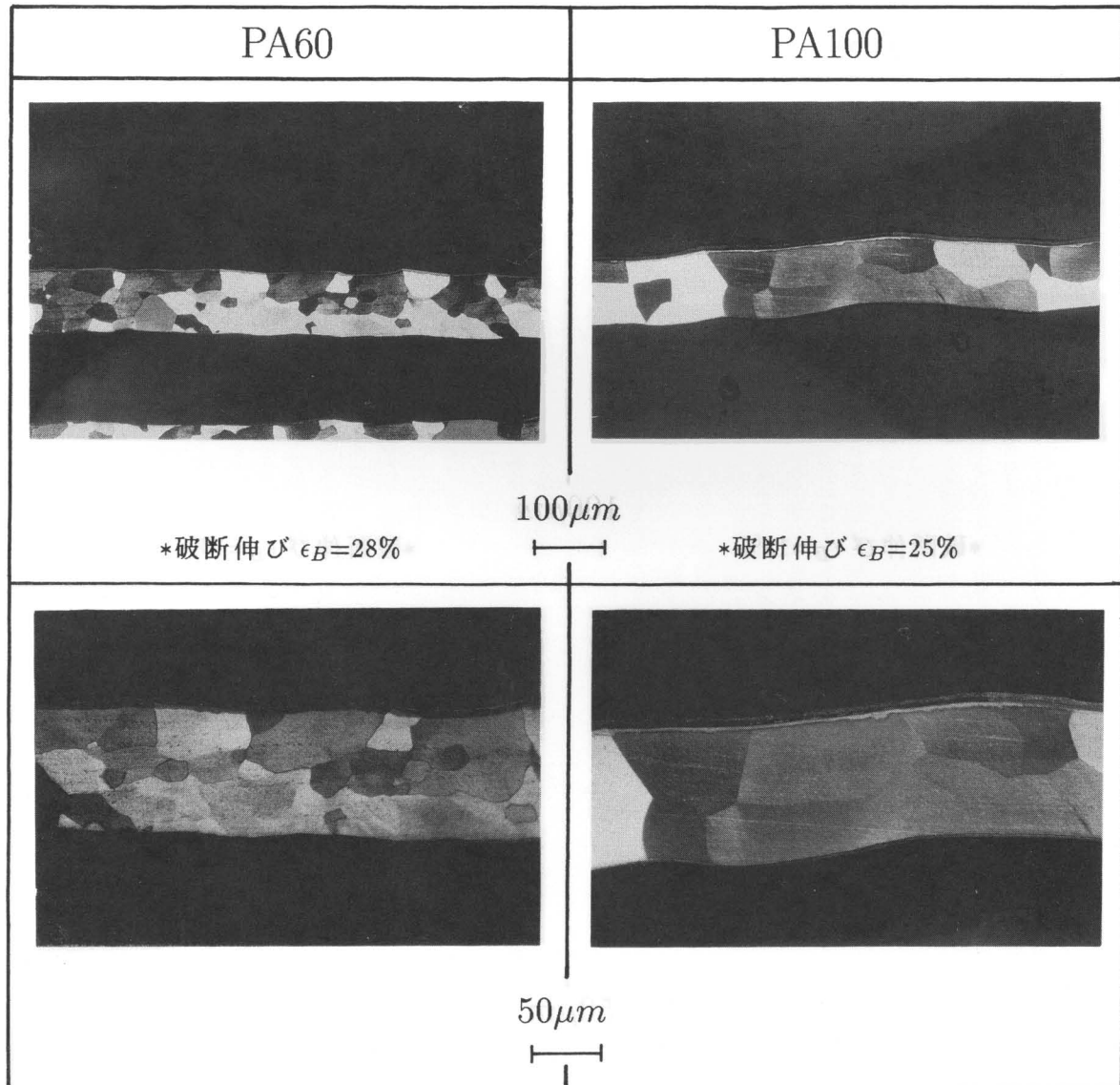


図 A.7 積層アルミはくの単軸引張り後の断面組織

第5章 界面はく離を考慮した樹脂積層アルミはくの弾粘塑性有限要素解析

5.1 緒言

第4章の実験に用いた積層複合材料のうちで、特にアルミ合金はくの両面にPETを積層した材料は、二軸引張り状態での相当ひずみで表した限界伸びがアルミはく単体では高々20～30%であるのに対して、100～120%の伸びを示す。そのために、張出し成形性が良くなり、食品や薬品などの包装材として需要の増大している積層材である。また、伸びが大きいことの他に、空気・光・水などに対するバリア性が高く、衛生管理上からも優れた付加価値を持つ。

第4章で示した実験結果から、この積層材の破壊には界面はく離の先行と、その直後に生じるアルミはくのくびれが重要な過程であることがわかった。このことから、界面はく離の伝ば過程とアルミはく母材の局所変形の開始との相互作用を解明することが、この積層材の変形限界を評価する上で重要になると思われる。界面はく離が伝ばしていくことは、材料内部に自由境界領域の発生そして拡大を意味し、アルミはく母材にとっては変形が拘束される領域と自由境界領域の混在状態となる。いま、この積層材に一方向引張りが負荷され、アルミはくの自由境界領域がはく離伝ば中でも一様変形を保持していると仮定する。そうすると、その領域の応力状態はアルミはく単一材に同じ負荷が作用したときとほぼ等価な状態になる。したがって、一様引張りの均一変形から不均一変形に移行する塑性不安定発生点、すなわち第2章で議論したような分岐点から、一方向引張り負荷に対する積層材の局所変形の開始が予想できると考えられる⁽¹⁾。

そこで、まず第4章で得られた実験結果をもとに、破壊の起点から界面部破壊そして最終破壊に至るメカニズムを整理し、上述した相互作用およびくびれ開始点を求める有限要素解析モデルについて検討する。つぎに、接着層内に想定したボイドの大きさがアルミはくのくびれ開始点に与える影響を調べ、自由境界領域のアルミはく単体に対する分岐点との関係に着目して、樹脂積層アルミはくの局所変形挙動について検討を行う。

5.2 破壊のメカニズムと解析モデルの検討

5.2.1 破壊のメカニズム

(a) 破壊を誘引する要因

破壊につながる要因は種々考えられるが、この積層材の場合、界面部はく離を誘引する要因が最終的には破壊を導くことになる。

初期状態で多く見られる欠陥は、製造段階の接着不良によって生じるボイドである。その一例を図5.1に示す。図5.1にみられるボイドの大きさは、接着層厚 ($\sim 2\mu\text{m}$) の1~3倍程度であることがわかる。

また、第4章で示したような”界面あれ”の発生、成長に伴う不均質変形によって、局所的なひずみ集中が生じはく離を誘引することも考えられる。実際の現象はこれらの要因が複雑に協同した結果破壊が生じると思われるが、ここでは図5.1のような界面部に位置する初期ボイドのみが起点となり、はく離が伝ばすると考える⁽²⁾。

(b) 界面破壊の形態

一般に、界面部の破壊を界面境界上の分離で表される”界面破壊 (Interfacial fracture)”と、接着材などの接合媒体自身の破壊により構成材間のはく離が生じる”凝集破壊 (Cohesive fracture)”とに分類できると考えられる⁽³⁾。接着材を用いた接合の場合には、接合材料間のぬれ性が良好で、かつ接合面状態が不良でなければ、接着材内部の気泡や不純物などによって凝集破壊を起こすと言われている⁽⁴⁾。ここで取扱う積層材の場合も、接着材自身の凝集破壊により界面はく離の生じていることが図5.2の断面写真より明らかである。すなわち、はく離の伝ばは接着材自身の連続的な破壊により形成されると考えられる。

(c) 最終破壊に至るメカニズム

第4章で得られた最終破断の観察結果から、そのメカニズムについて整理する。(a)で述べたはく離の起点から、(b)で示したはく離伝ばにより積層材内部に自由境界面が形成される。はく離端の応力集中などにより、はく離はさらに伝ばし十分に自由境界が拡大した時点で、アルミはくにくびれが生じ内部破断を起こす。そして、その後PETが破断するという一連の過程で説明できる。

図5.3に最終破断の観察結果を示す。上図は破断線まわりの界面状態を表している。第4章で述べたように、破断線まわりにははく離領域が広がっており、き裂先端領域にも先行していることがわかる。破断線と直角方向のはく離領域は $20\mu\text{m}$ 程度の帯状になっており、アルミはくにくびれが生じるための必要最小限の自由境界長さが存在すると考えられる。

下図はアルミはくのくびれを起こしたときの断面図で、接着材の凝集破壊によるはく離の伝

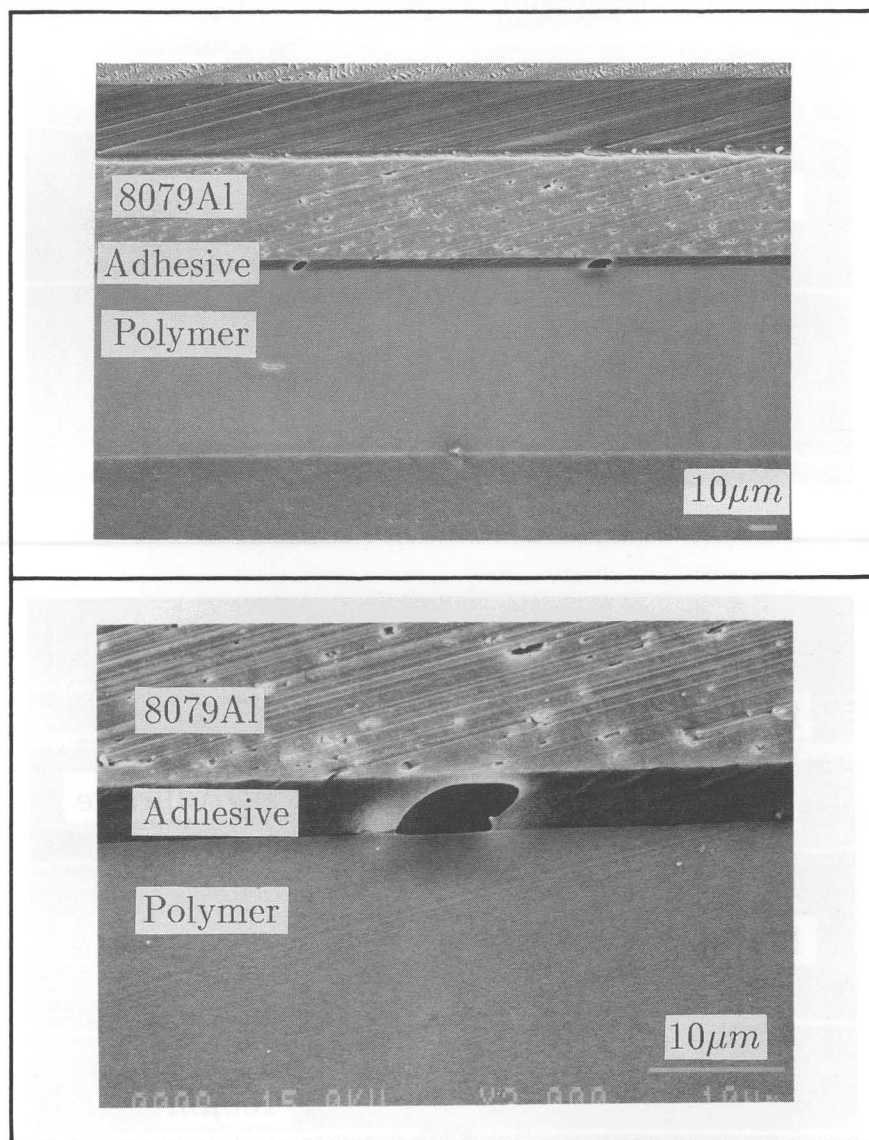
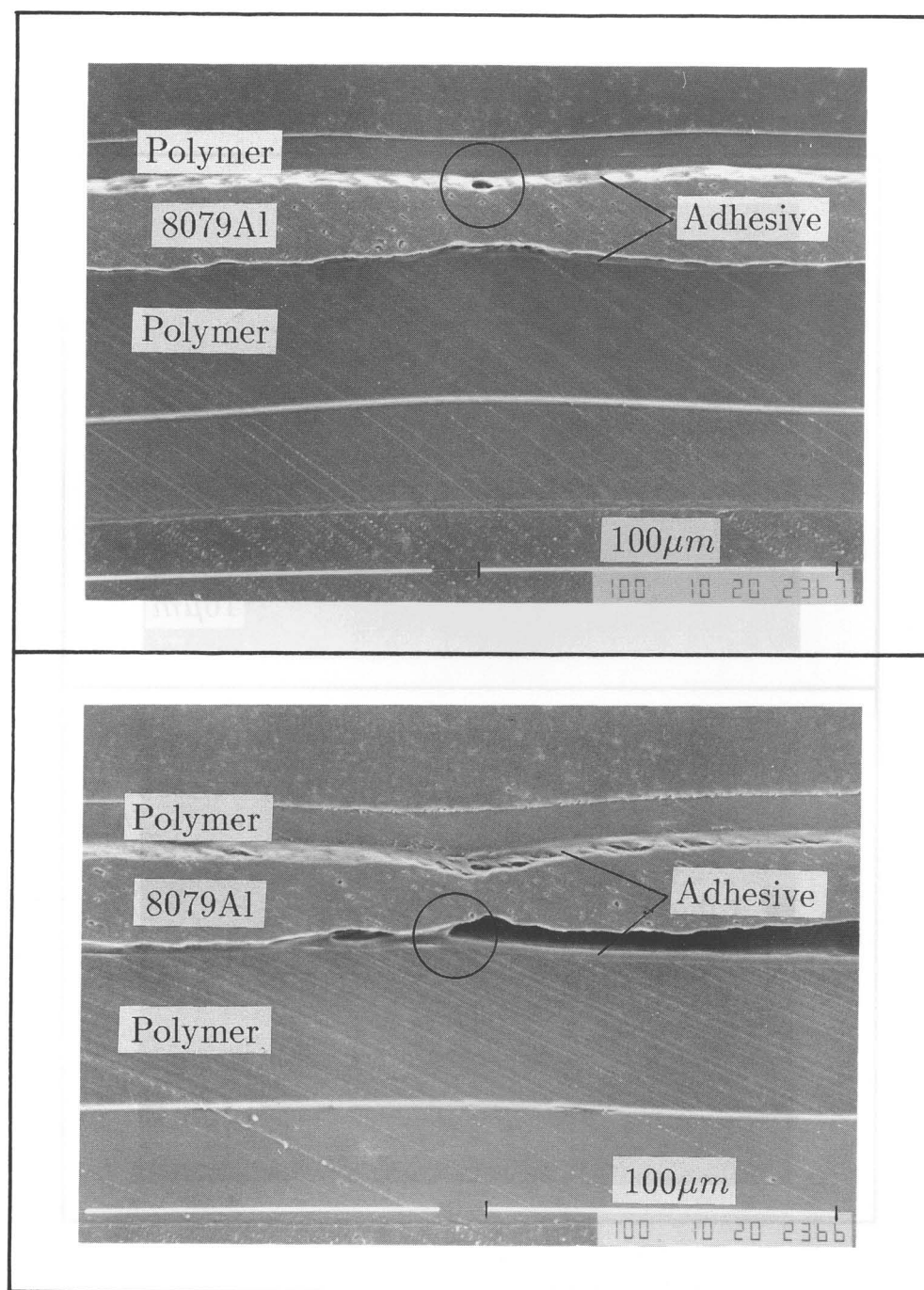


図 5.1 初期欠陥の一例



○ Cohesive fracture

図 5.2 界面部の凝集破壊

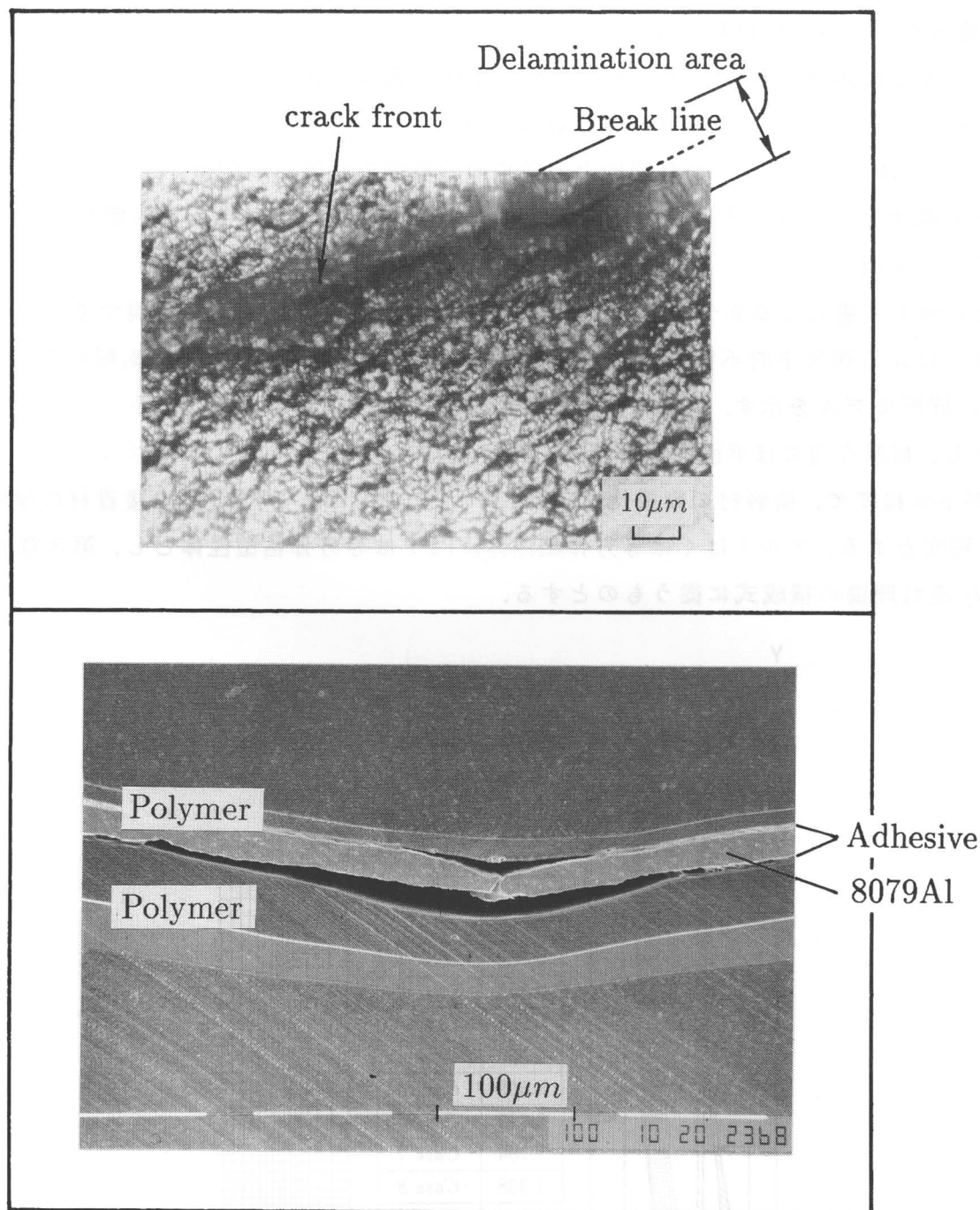


図 5.3 樹脂積層アルミはくの破断

ばと界面における自由境界領域の生成、そしてアルミはくのかびれが明らかに示されている。

5.2.2 有限要素解析モデル

(a) 積層モデルおよび材料特性

これまでに述べてきた破壊のメカニズムを極力表現できる有限要素解析モデルを考える。解析の目的を、(1)界面はく離伝ばとアルミはく母材の局所変形の開始の相互作用、(2)アルミはくに生じるくびれ開始点と従来の分岐解析結果との関係、(3)接着層内に仮定した初期ボイドの界面方向長さがアルミはくのかびれ開始点に与える影響について検討することに置く。

接着層も考慮した要素分割を行い、要素欠落によって初期ボイドを表現する。この初期ボイドによる幾何学的不整を内部に持った解析モデルで弾粘塑性有限要素解析を行う。図5.4に解析モデルを示す。解析モデルは変形の対称性を仮定して積層断面の1/4領域を対象とし、板厚方向には平面ひずみ状態を仮定している。アルミはくの板厚は $40\ \mu\text{m}$ 、PETは $25\ \mu\text{m}$ 程度で、積層材の縦横比 $L/W=2.87$ 、アルミはくとPET間の接着材の厚みは $2\ \mu\text{m}$ 程度とする。アルミはくは等方弾塑性体、PETは等方弾粘塑性体とし、第3章で示した J_2 流れ理論の構成式に従うものとする。

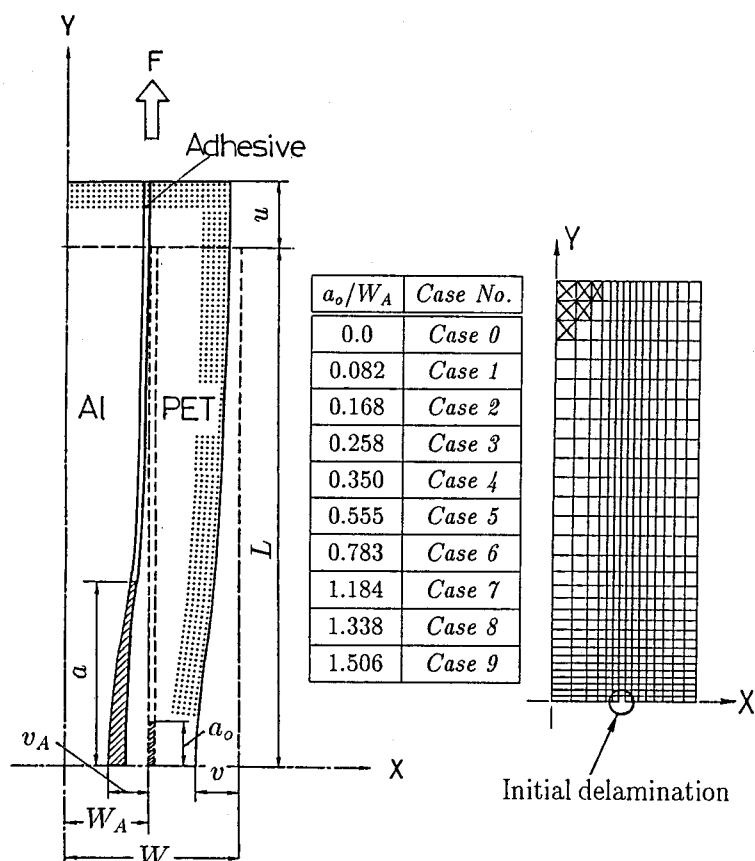


図5.4 有限要素解析モデルと解析ケース

応力-ひずみ関係に関して、アルミ合金はくは通常の n 乗硬化則、PET は逆 S 字形を表した 3 次式の硬化則で、粘塑性ひずみ速度に対してはべき乗則が成立すると仮定する。それらの関係式を以下に示す。

$$8079\text{Al} : (\bar{\sigma}/\sigma_o) = (\bar{\epsilon}/\epsilon_o)^n \quad (5.1)$$

$$\text{PET} : \bar{\sigma} = (A\bar{\epsilon}^3 + B\bar{\epsilon}^2 + C\bar{\epsilon} + D)(\dot{\bar{\epsilon}}^{vp}/\dot{\epsilon}_o)^m \quad (5.2)$$

アルミ合金はく、および PET の機械的特性を表 5.1 に示す。PET は高分子材であることから粘性を考慮した解析を行うが、詳細な物性値が不明である。力学的には粘性特性よりも逆 S 字形の硬化特性の方が強い影響を与えられ、ここでは表 5.1 に示したひずみ速度感度指数 m 値を 0.001 一定として解析を行う。

5.2.1 で述べたように、初期ボイトがはく離の起点と仮定し、初期に接着層内の欠落させた要素長さの合計を初期はく離量 (a_o) として、これを解析パラメータに用いる。解析は図 5.4 中に示した 9 ケースについて行う。 $a_o/W_A = 1.0$ というのは、アルミはくの板厚程度の初期はく離量が存在していることを意味する。典型的な接着不良を図 5.1 に示したが、この図から推定される接着不良部の初期はく離量 a_o は、接着層板厚程度から 3 倍程度までで、 a_o/W_A 換算で 0.05 ~ 0.15 程度である。したがって、図 5.4 に示す各ケースのうち Case 1, 2 がその寸法比に該当する。

なお、解析では図 5.4 中にも示したように、非圧縮性の拘束による解析誤差を軽減するために crossed-triangle 要素⁽⁵⁾を用いる。

表 5.1 構成材料の機械的特性

	Aluminum	Polymer
Material	8079Al-alloy	PET
Thickness [μm]	40	25
σ_o (*1)	50	100
ϵ_o (*2)	0.002	0.002
$\dot{\epsilon}_o$ (*3)	—	0.002
n (*4)	0.22	—
A, B, C, D (*5)	—	284, -18, 225, 100
E (*6)	25	50
ν (*7)	0.34	0.4
m (*8)	—	0.001

(*1) Reference stress [MPa] (*5) Coefficients of stress-strain curve [MPa]

(*2) Reference strain (*6) Young ratio [GPa]

(*3) Reference strain rate (*7) Poisson ratio

(*4) Hardening exponent (*8) Strain rate exponent

(b) 界面はく離条件

5.2.1 (b) で述べたように、この積層材は凝集破壊により界面部がはく離していることから、解析においても接着材の局所的な破壊がはく離を形成すると仮定する。

接着構造物の強度則として、池上らは被着材、接着材の強度則（これは、通常 von Mises 条件などで表される）と、接着界面の法線方向応力（ピール応力）および界面方向せん断応力に着目した接着強度則の組合せを提案している⁽⁶⁾。接着材自身の厚みが他の構成材に比して十分に小さいことから、ここでは接着層の要素に対して、ピール応力とせん断応力で表される次式の接着強度則を適用する。

$$F = \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_o} \right]^m + \left[\frac{\bar{\tau}}{\tau_o} \right]^m \quad (5.3)$$

ただし、 $\bar{\sigma}$, $\bar{\tau}$ は、変形後の界面に沿う局所座標系に変換された接着層内のピール応力とせん断応力である。 σ_o , τ_o , m は実験により決定される定数である。 F が 1 以上の条件を満足する場合に破壊が生じたとして、その要素を除去する方法⁽⁷⁾によりはく離をモデル化する。この解析モデルの場合、界面方向に一方向引張りを負荷しているので、大きな局所変形を示さないひずみ範囲では、 $\bar{\sigma}$ は $\bar{\tau}$ に比べて十分に小さく、接着強度はせん断応力のみによってほぼ決定される。ここでは、 τ_o を 8[MPa] とする。

また、界面がはく離した結果アルミはく母材に生じる変形の局所化に着目しているので、接着層領域の詳細な応力評価やはく離先端部の特異性の評価は行っていない。

5.3 一方向引張りに対する界面はく離伝ばと局所変形挙動

5.3.1 はく離伝ばと母材局所変形挙動の解析

初期はく離量 a_0 をパラメータとした時の積層材全体の荷重 $F/(W \sigma_y^*)$ - 伸び u/L 関係を図 5.5 に、アルミはくのくびれ量 v_A/W_A - 積層材の伸び u/L 関係を図 5.6 に示す。図 5.5 中の σ_y^* は複合則に従って求めた積層複合材の降伏応力で次式によって定義される。

$$\sigma_y^* = \frac{W_A}{W} \sigma_{y(Al)} + \frac{W - W_A}{W} \sigma_{y(PET)} \quad (5.4)$$

初期はく離のない場合 (Case 0) は、PET が逆 S 字形硬化を示すために、通常の n 乗硬化則に見られるような最高荷重点は存在しない。初期はく離が存在する場合には、アルミはくの局所変形の開始とともに荷重の低下が始まり、図 5.5 のように最高荷重点が存在する。初期はく離量が大きくなるにつれて、最高荷重点の発生しているひずみはほぼ一定値に近づいている傾向を示し、その値はアルミはくの n 値に近くなると思われる (ただし、図中の横軸は公称ひずみなので、 $\epsilon_N = e^n - 1 = 0.284$ となる)。図 5.6 のくびれの進行を示す曲線群についても、同様に初期はく離が大きくなるにつれてアルミはくのくびれ開始点がほぼ一定のひずみ値に近づいている。Case 0 はくびれを起こさず、大ひずみ域まで一様変形を呈している。他のケースについてはいずれも変形初期の段階からやや不均一変形を呈しているが、これははく離端面における拘束条件の不連続性によるものと思われる。

くびれ量およびはく離量と伸びとの関係を示したのが図 5.7 である。図 5.7(a) は初期はく離量の比較的小さい Case 1, (b) は比較的初期はく離量の大きい Case 9 について示している。はく離の進展は、接着層の要素が先に示した応力基準を満足したときにその要素を除去させることによって表現している。そのために、図中の点線のように離散的な伝ば経路をとるが、要素を細かくすることによって図中の実線で示したようななめらかな曲線に近づくことは確認している。図 5.7(a) の場合には、くびれが急速に進行するひずみレベル以前に、それまではほぼ線形的に増加していたはく離量が急速に増加し始めていることがわかる。はく離が急速に増加しはじめたひずみレベルにおいては、まだ顕著な不均一変形を示しておらず、せん断変形によるはく離端近傍のせん断応力の増加による影響はあまり考えられない。換言すれば、積層材全体からみた局所変形が PET の硬化特性によってほとんど進行しないために、接着層に対してせん断変形に基づくせん断応力の増加があまりなく、ボイド近傍の応力集中によってのみはく離の条件を満たしている。したがって、接着層内に設定した初期ボイドから順次はく離が進展していく結果となっている。 u/L が 0.6 近辺からはく離が顕著に進行しアルミはく母材にくびれが開始し始めると、はく離端近傍での接着層のせん断変形が大きくなりさらに伝ばが進行する。この相互作用により母材の局所変形が一層進み、最終的にはアルミはくの母材破断に至ると推測できる。

一方、図 5.7(b) の場合にははく離が急速に増加するのと、くびれが急激に進行するひず

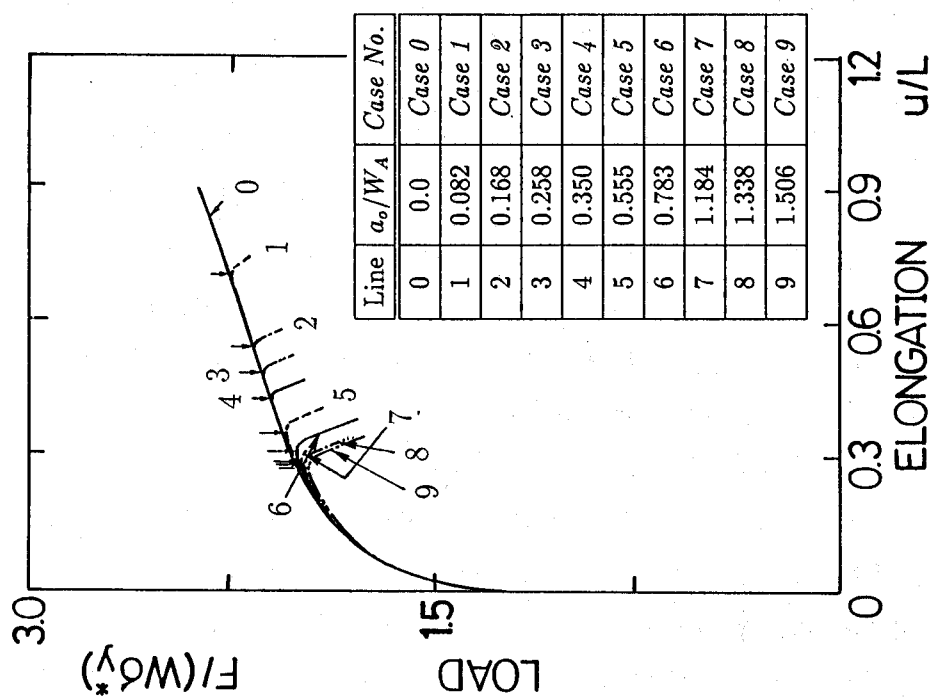


図 5.5 荷重－伸び関係

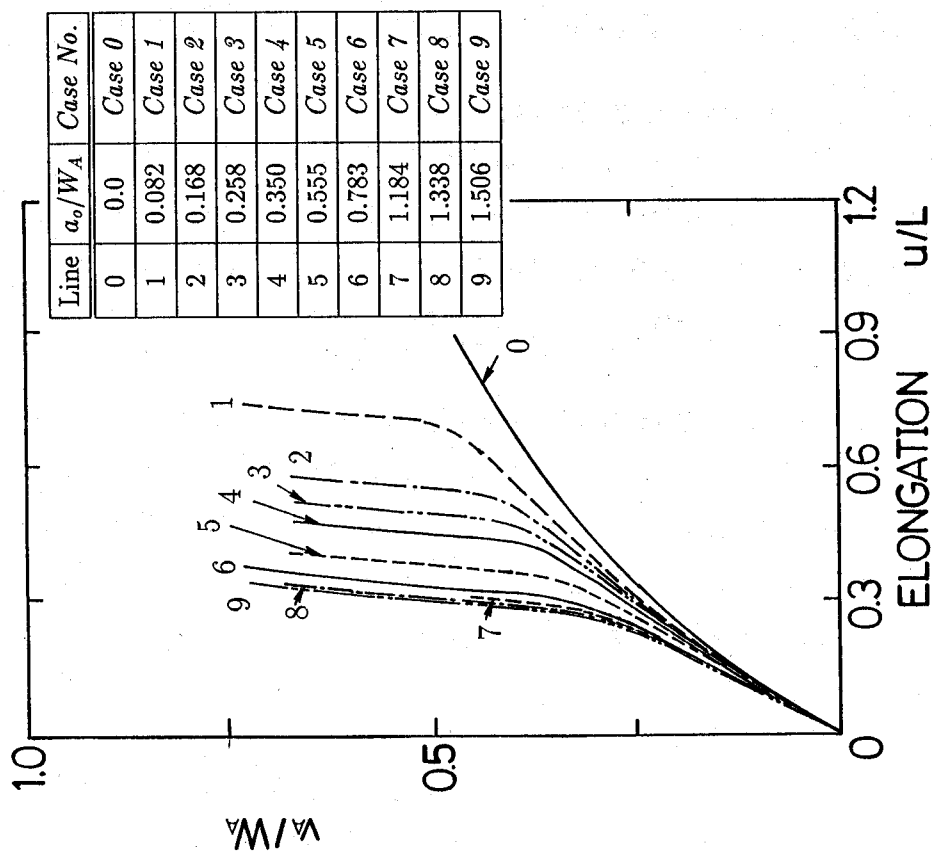
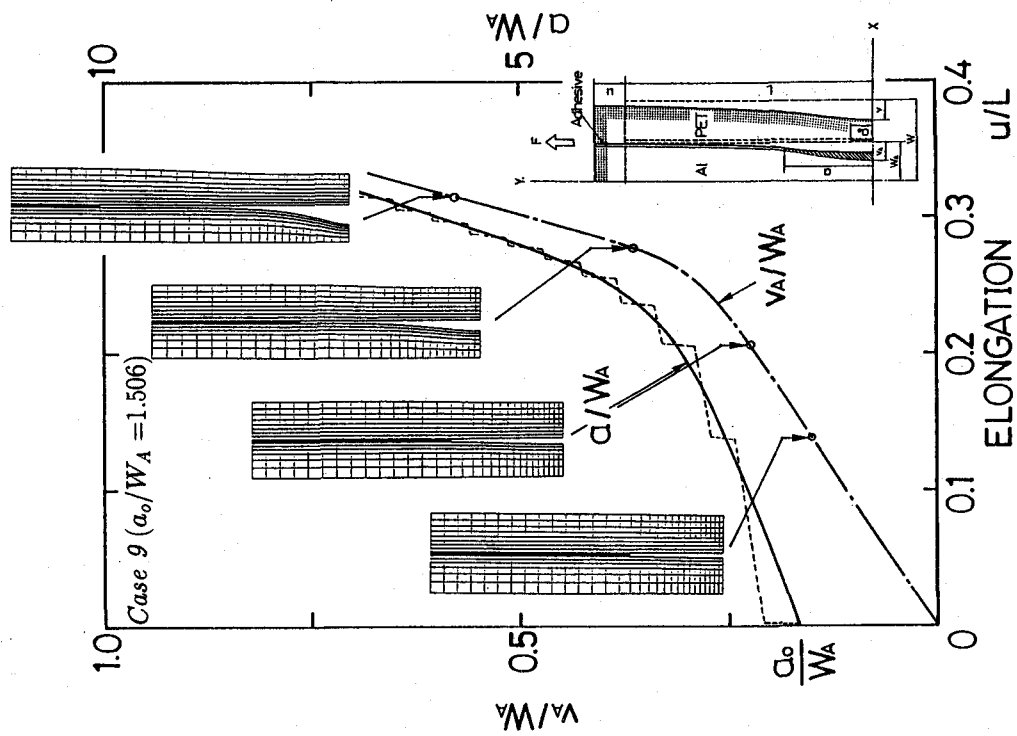
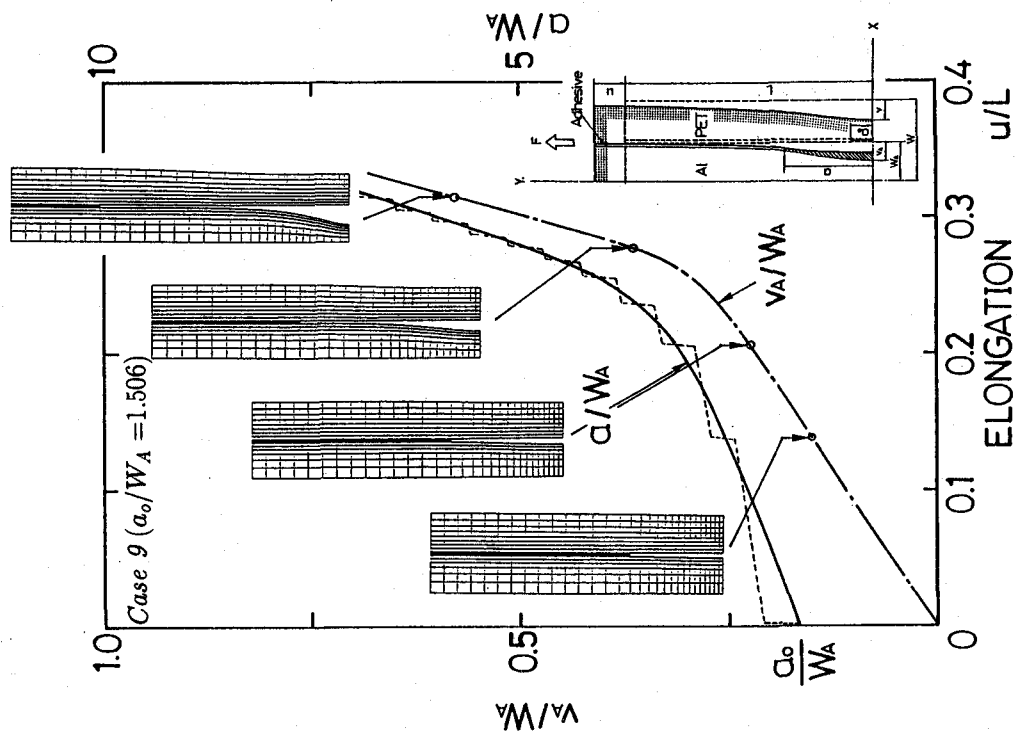


図 5.6 くびれ量－伸び関係



(a) Case 1 の場合



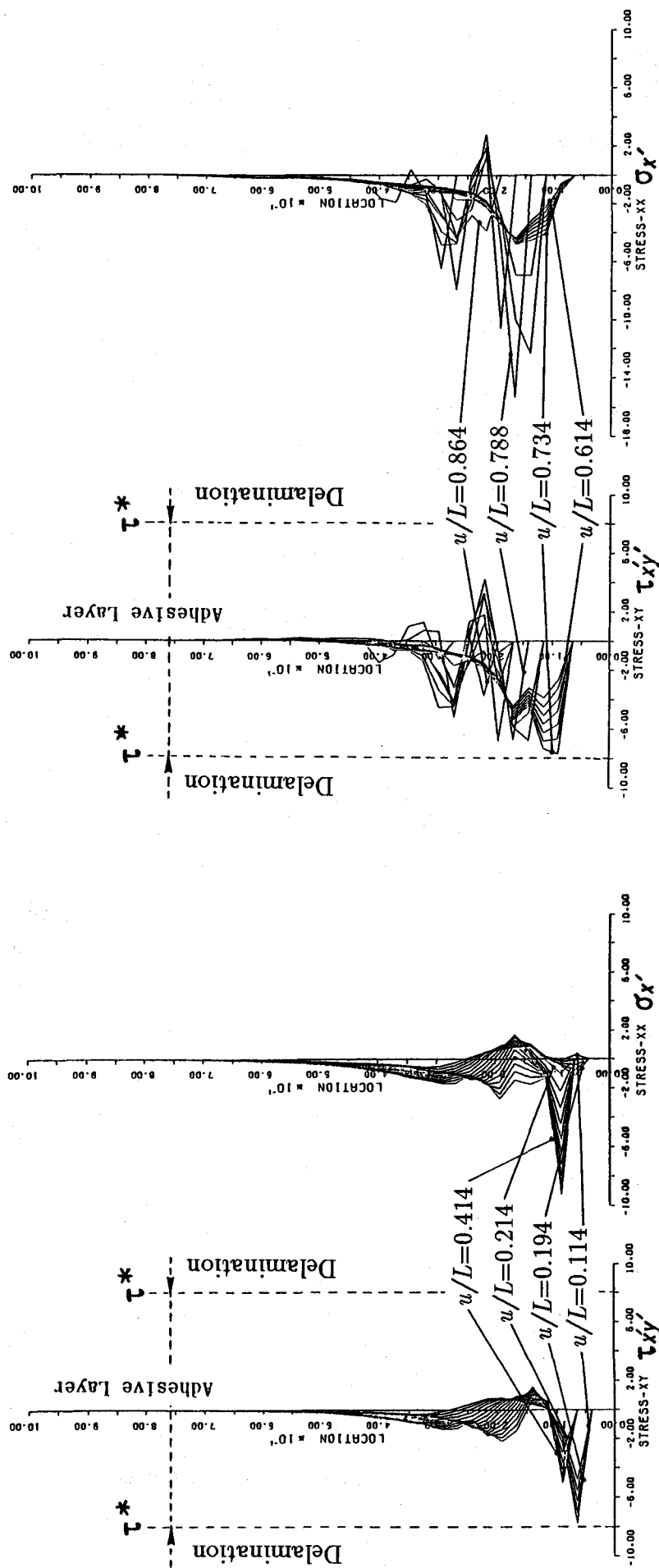
(b) Case 9 の場合

図 5.7 はく離量，くびれ量の伸びに対する変化

みレベルがあまり変わらない。したがって、くびれの開始にはある程度の自由境界長さとひずみレベルの両者が必要であると考えられる。

つぎに、接着層の界面方向とその垂直方向を座標軸とする局所直交座標系に変換されたせん断応力 $\tau_{x'y'}$ と界面に垂直な応力 $\sigma_{x'}$ の分布を図5.8に示す。図5.8は初期はく離量の小さな *Case 1* に対する結果である。比較的小さなひずみレベルでは、せん断応力も垂直応力もほぼ相似形で増加しており、ボイド近傍の応力集中の度合は変化していないことがわかる(図5.8(a))。ところが、ひずみレベルが大きくなると応力推移に変化が生じ、応力分布が乱れてくる(図5.8(b))。したがって、初期のはく離は応力集中により進展するが、不均一変形開始とともに界面部のせん断変形の影響がそれらの応力分布に付加されている。

界面はく離に対して、垂直応力のうち正の引張り方向のみはく離に寄与すると考えられるが、この解析モデルの場合図5.8をみてもほとんど発生しておらず、 $\sigma_{x'}$ の影響が小さいといえる。



(b) ひずみレベルが比較的大きい場合

(a) ひずみレベルが比較的小さい場合

図 5.8 接着層内のせん断応力と界面垂直方向応力の分布

5.3.2 アルミはく母材の分岐解析

はく離が伝ばしていくことは、アルミはく母材にとっては、自由境界領域が材料内部で増加することと等価である。積層材端面に与えられている一様引張りと同様に、自由境界領域のアルミはくもはく離端面で一様引張りの変位拘束をうけていると考え、アルミはく単体の引張り問題とほぼ等価な場になっていると仮定できる。異なる点は、変位拘束の境界条件がはく離端面において一様ではなく、またはく離長さに応じて変化する可能性があることである。そこで、アルミはく単体の塑性不安定点（分岐点）について検討する。

一方向引張り応力 σ をうける平面ひずみブロックの分岐解は Hill & Hutchinson により解析的に求められている⁽⁸⁾。分岐解析に関する詳細は、第2章で述べているのでここでは省略し、分岐応力を与える式のみを示す。場の支配微分方程式が楕円形になるひずみ範囲内で、分岐応力を与える固有方程式は次式となる。

$$\frac{q \sin(2pc_1a_2)}{p \sinh(2qc_1a_2)} = \frac{\sqrt{\frac{K-\sigma}{K+\sigma} - (1 - \frac{H}{\sigma})}}{\sqrt{\frac{K-\sigma}{K+\sigma} + (1 - \frac{H}{\sigma})}} \quad (5.5)$$

$$p^2 - q^2 = \frac{K-H}{K-\sigma}, \quad p^2 + q^2 = \sqrt{\frac{K+\sigma}{K-\sigma}}$$

$$c_1 = \frac{m\pi}{2a_1}$$

ここで、初期状態 $2L \times 2W_A$ (図5.4 参照) に対して現状態での寸法を $2a_1 \times 2a_2$ で表し、 K , H は瞬間的せん断剛性を示す。アルミはく母材の仮定された応力-ひずみ関係式(5.1)を用いて分岐応力から分岐ひずみが算出される。現状態での寸法 $2a_1 \times 2a_2$ をパラメータとし、 J_2 流れ理論と J_2 変形理論の両者についてその分岐ひずみを示したのが図5.9である。図中の分岐ひずみは公称ひずみを表しており、また縦軸 $a/(W_A - v_A)$ は積層材における記号を用いているが、単体における a_1/a_2 と同じ意味を持つ。式(5.5)の m は分岐モード次数を示しており、 $m=1$ は端面拘束条件、 $m=2$ は端面自由条件に対応している。

図5.7のように、くびれ量およびはく離量の伸びに対する変化を示した図上で、くびれが急速に増加するひずみをくびれ開始点として定める。そのときの内部自由境界となったアルミはく領域の自由境界長さの板厚半分に對する比（以後アスペクト比と称する）を、同図から推定する。そのくびれ開始点を各ケースについて示したのが図5.9の白丸印(○)である。初期はく離量が Case 5 より大きい場合については、 $m=1$ の分岐曲線に沿っているが、ほぼアルミはくの n 値付近にあると考えられる。一方、Case 5 以下の場合には $m=1$ の分岐曲線から離れ、 $m=2$ の曲線に沿う傾向を示している。自由境界領域にあるアルミはくの端面境界上のせん断応力の大きさを調べてみると、初期はく離量が小さくなるほどせん断応力も小さくなっており、見かけ上、端面自由条件 ($m=2$) に近づいていると考えられる。ところで、Case

1, 2の分岐ひずみの領域になると、分岐曲線が構成式の違いにより分かれている。したがって、分岐曲線と関連付ける考察は、分岐解が構成式に影響を受けないひずみレベルまでとする。

5.3.3 接着強度のくびれ開始点への影響

式(5.3)の σ_0, τ_0 を無限大、すなわちはく離が伝ばしないとした場合のアルミはく母材のくびれ開始点について検討する。Case 6, 8, 9の初期はく離量に対する解析結果を図5.9の黒丸印(●)で示している。これらの結果をみると、はく離の伝ばを考慮した場合の結果を結ぶ経路上に沿って移動していることがわかる。このことから、接着強度を増加させると、概してアルミはくのくびれ開始点は遅れ、積層材としての変形限界は向上することになるが、初期はく離量がある程度大きい場合に対しては、ひずみはほとんど変わらずくびれをおこすときのアスペクト比が低下するだけで変形限界は接着強度の影響をあまり受けないことになる。

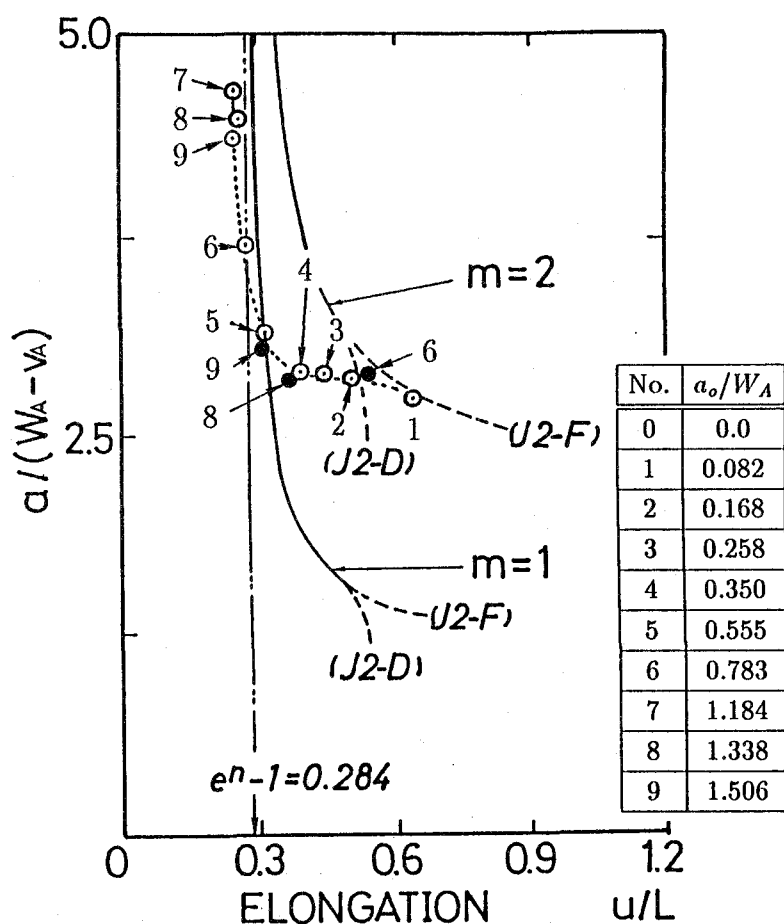


図5.9 アルミはくのくびれ開始点と分岐点の関係

5.4 結言

ここでは、樹脂積層アルミはく界面のはく離伝ばとアルミはく母材の局所変形の相互作用を解明するために、実験観察結果に基づいた有限要素解析モデルを用いて巨視的な破壊に至るメカニズムの検討を行った。また、接着不良を表す初期はく離量のアルミはく母材のくびれ開始点に与える影響を、アルミはく単体の分岐解析結果と合わせて検討を行った。以下に得られた結果をまとめる。

- (1) 初期不整を与えず、初期ボイドを想定しはく離の伝ばを考慮したモデルによる解析結果は、実験により得られた破壊様式と定性的にはほぼ一致している。
- (2) 初期ボイトがなくPETの初期不整のみを考慮したモデルでは、著しい局所変形を示さない。これは、主としてPETの逆S字形の硬化特性によると思われる。初期ボイドによる不整を考慮した場合には、変形初期の段階でははく離端近傍の応力集中によりはく離が伝ばするので隣接する要素から順次進行するが、ひずみレベルが大きくなると急激にはく離が増加し、その直後アルミはく母材のくびれが開始することがわかった。
- (3) 比較的初期ボイドの大きい場合には、アルミはく単体から得られる分岐曲線に沿っており、アルミはくの n 値によりくびれ開始点がほぼ決定されているといえる。くびれ開始時のアルミはく自由境界領域のアスペクト比は、初期ボイドの大きさに応じてかなり異なっている。一方、初期ボイドの小さい場合には、ボイドが小さくなるにつれて、くびれが生じるまでの伸びは向上するが、くびれ発生時のアスペクト比はあまり変わらない。換言すれば、くびれを起こさせるのに必要最小限のはく離長さの存在を示唆していることになる。
- (4) 接着強度を増加させると、概して伸びは向上するが、初期ボイドがある大きさ以上の場合、ほとんどその影響を受けずくびれ開始点はあまり変わらない。

参 考 文 献

- (1) 渋谷, 北川, 向井, 塑性と加工 (日本塑性加工学会誌), **32**-360(1991), 88.
- (2) 渋谷, 北川, 赤木, 坂口, 機論, **56**-522, A(1990), 201.
- (3) 北川, 渋谷, 山崎, 機論, **57**-534(1991), 232.
- (4) 井本立也著, 接着のはなし (1988), 7, 日刊工業新聞社.
- (5) Cook, R.D., Concepts and Applications of Finite Element Analysis(1981),
181, John Wiley & Sons.
- (6) 池上皓三, 機論, **50**-457, A(1984), 1557.
- (7) Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, **30**-6(1982), 399.
- (8) Hill, R., Hutchinson, J.W., J. Mech. Phys. Solids, **23**, 239(1975).

第6章 界面および表面不均質変形状のフラクタル解析

6.1 緒言

最近フラクトグラフィの分野において、金属破面をフラクタル解析により定量的に特徴づけようとする研究が行われている^{(1)~(3)}。これは破面の幾何学的形状の持つ自己相似性から、延性や脆性といった材料特性を定量化しようとするものである。

本報告においては、破面ではなく力学的な応答（変形）中に出現する幾何学的形状に対してフラクタル特性を調べる。すなわち、変形状に自己相似性を認めることができれば、巨視的な材料応答を求める一方で、フラクタルという拡大鏡を用いてより微細な構造変化を抽出することが可能であると思われる。一般に、材料に力学量（例えば、ひずみ）が負荷されると、その内部構造に変化が生じる。外部との境界、すなわち表面や界面上においては、変形の拘束率が内部に比較して小さいことから、その内部構造の変化をより増幅した大きな変化が出現すると考えられる。ここでは、第4章で得られた負荷ひずみに対する“界面および表面あれ”の測定データに対してフラクタル解析を行う。負荷ひずみが駆動源となり生じる結晶粒オーダの変形や回転、結晶粒内のすべり帯の発生といった素過程により形成される界面あるいは表面微細構造の自己相似性、およびその微細構造の変化とフラクタル構造の変化の相関について検討することを目的とする。

フラクタル解析は、視野領域内で一様なフラクタル構造（Homogeneous fractal）を仮定し粗視化の度合いを変えることによりフラクタル次元を求める方法⁽⁴⁾と、最近地下資源の効率的な探索解析手法として提案されているウェーブレット変換（Wavelet transform）⁽⁵⁾による方法に基づいて行う。前者では、フラクタル次元の負荷ひずみに対する変化を調べることによって、力学状態とフラクタル構造の関係の一面を明らかにする。

粗視化の度合いを変える従来の方法では、視野内のさらなるフラクタル構造の抽出はできない。不均質構造を考える場合に、等方性の仮定や平均化処理といった操作は極力避けなければ現象の本質を見逃す場合がありうる。後者の方法によれば視野内の任意な位置でのフラクタル構造の抽出が可能となり、いわばマルチフラクタル（Multifractal）⁽⁶⁾の解析が行える。ここでは、まずフラクタル次元が既知であるカントール集合（Cantor sets）と

コッホ曲線 (Koch curve) に対して、ウェーブレット変換を適用しその自己相似性に関する確認を行う。そして、P25 (8079 アルミ合金に 25 μm の PET を積層した材料) の”界面あれ”のデータに対して、その不均質性に基づくフラクタル構造の変化について調べる。

6.2 粗視化の度合いを変える方法によるフラクタル解析

6.2.1 粗視化の度合いを変える方法 (Richardson's structured walk method)

従来よりよく用いられている方法で、Richardson により海岸線の長さをこの方法で求めたことはよく知られている⁽⁷⁾。いま、図 6.1 に示すような視野長 L 内で凹凸の測定データが得られたとする。まず、視野の一端を始点とし、その点を中心にして半径 η の円を描く。その円と凹凸の輪郭線が最初に交差した点と、始点とを直線で結ぶ。つぎに、その交点を新たな始点とし、以下同様の操作を繰返し行う。このようにして、半径 η の線分で得られた凹凸の長さ $\bar{L}$ は、操作の繰返し回数 N を用いて次式で表される。

$$\bar{L} = N\eta \quad (6.1)$$

η の大きさを種々に変えたときの $N(\eta)$ を同様の方法で求める。

ところで、対象としている凹凸の曲線は、回数 $N(\eta)$ が η に対して次式で表されるような自己相似性を持つとする。

$$N(\eta) \propto \eta^{-D} \quad (6.2)$$

ただし、 D はフラクタル次元で、この場合 $1 < D < 2$ となる。

式 (6.2) を式 (6.1) に代入すると、

$$\bar{L} = k \eta^{(1-D)} \quad (6.3)$$

ここで、輪郭線の投影長さ L で上式を無次元化した線形あらさパラメータ R_L を次式で定義する⁽²⁾。

$$R_L = \frac{\bar{L}}{L} = R_o \eta^{(1-D)} \quad (6.4)$$

したがって、 R_L と η の対数をグラフにプロットし、その直線の傾きからフラクタル次元 D を求めることができる。

6.2.2 ”界面および表面あれ”のフラクタル次元

第 4 章で得られた各ひずみレベルにおける”界面および表面あれ”の測定データを用いて、フラクタル解析を行った結果の一例を図 6.2, 6.3 に示す。図 6.2 は A100 (平均結晶粒

径 $100\mu\text{m}$ の高純度アルミはく), また図 6.3 は PA100 (A100 の両面に PET をラミネートした材料) における R_L と η の対数をそれぞれプロットしたものである。

A100 の場合, 無負荷も含めた各ひずみレベルで, ほぼ傾きが一定とみなせる範囲が認められ, フラクタル構造を示す範囲の存在することがわかる。ひずみが負荷されると, 2 つの直線領域が存在するようになり, 各々の範囲はおよそすべり帯の間隔と結晶粒径の大きさに対応している。第 4 章で述べたように, A100 では結晶粒径に依存した不均質変形に, 粒内に生じるすべり帯の発生が重畳された構造を持つ表面を形成する。フラクタル構造もその表面マイクロ構造に対応しているものと考えられる。ガウス分布を仮定した疑似波形のフラクタル解析から, 2 種類の重畳した微細構造を持つ波形のフラクタル構造にも, このような 2 つの直線領域の存在することがすでに報告されている⁽²⁾。このことは PA100 に関しても同様に言える。

以上のようにして得られた 2 種類のフラクタル次元のうち, すべり帯に関与して大きな値を持つフラクタル次元のひずみに対する変化を示したのが図 6.4, 6.5 である。図 6.4 は高純度アルミはくに関して, 図 6.5 はアルミ合金はくについてである。なお, アルミ合金はくの場合結晶粒径が小さく, 観察スケールにおいては粒径に依存した不均質変形のみで形状がほぼ決定されている。したがって, フラクタル次元は必ずしも 2 個存在しない(図 6.14 参照)。第 4 章で示したあらさパラメータと同様に, 20 画面に対するフラクタル次元の平均値と, その 95% 信頼区間を表している。8079 に関しては絶対的な”あれ”量が小さく, フラクタル次元を同定する範囲が狭くなっているために, 解析精度が他のデータに比較して落ちる。比較的バラツキの大きな無負荷状態と最終破断のフラクタル次元をのぞけば, 巨視的に一様変形をしている範囲内において, 純アルミはくの場合は負荷ひずみにつれてやや増加しているが, アルミ合金はくについてはほとんど一定である。これは, 前述したように純アルミはくとアルミ合金はくの,”あれ”を形成する素過程の重畳度の相違によると思われる。

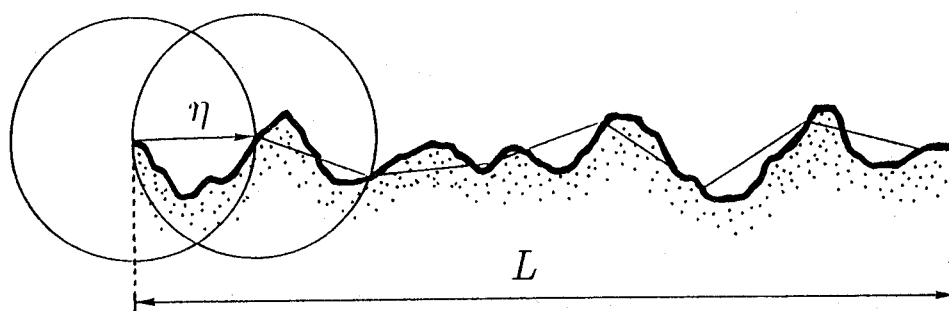


図 6.1 粗視化の度合いを変える方法

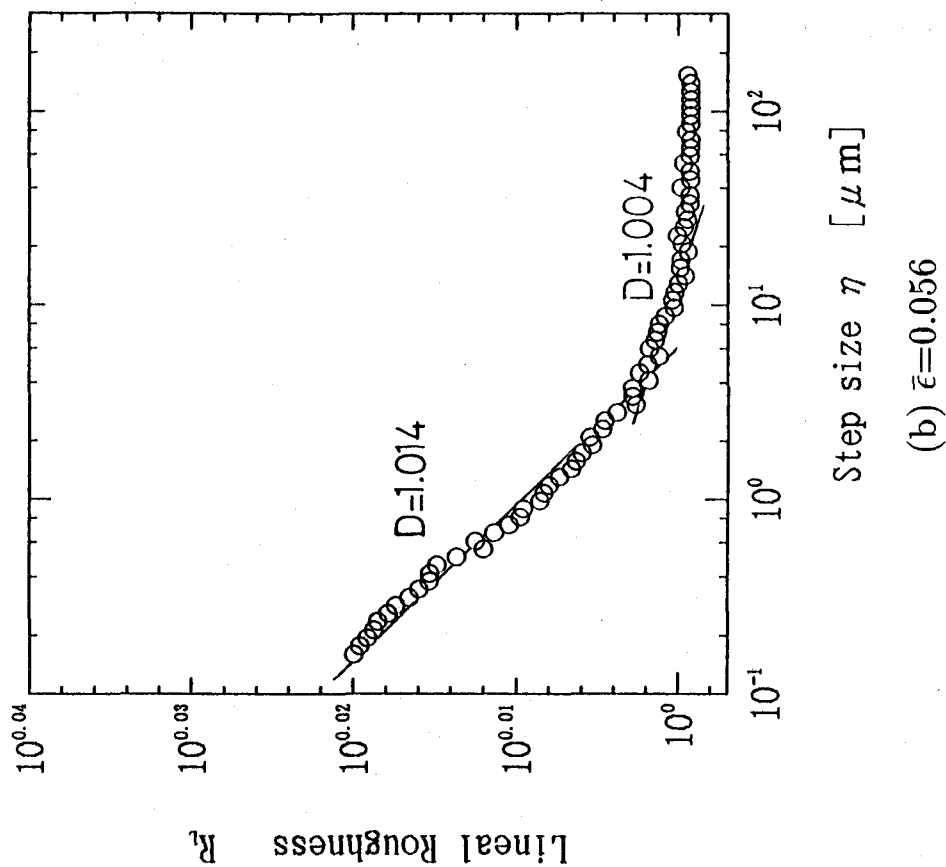
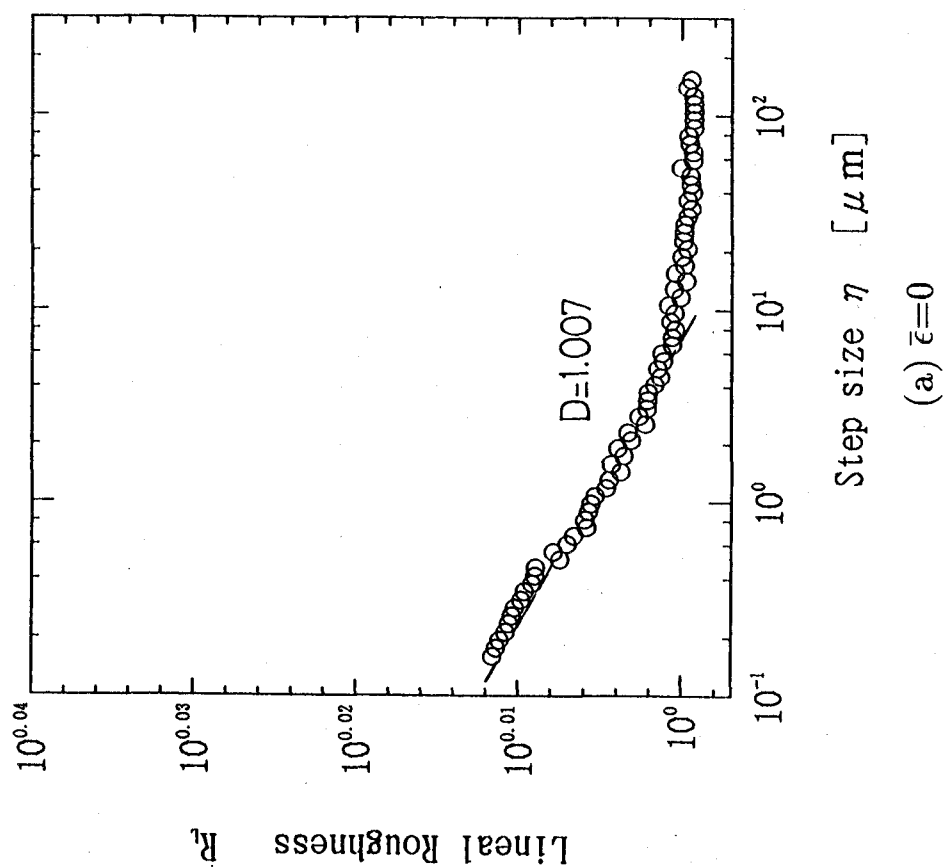


図 6.2 A100 の R_L/η プロット

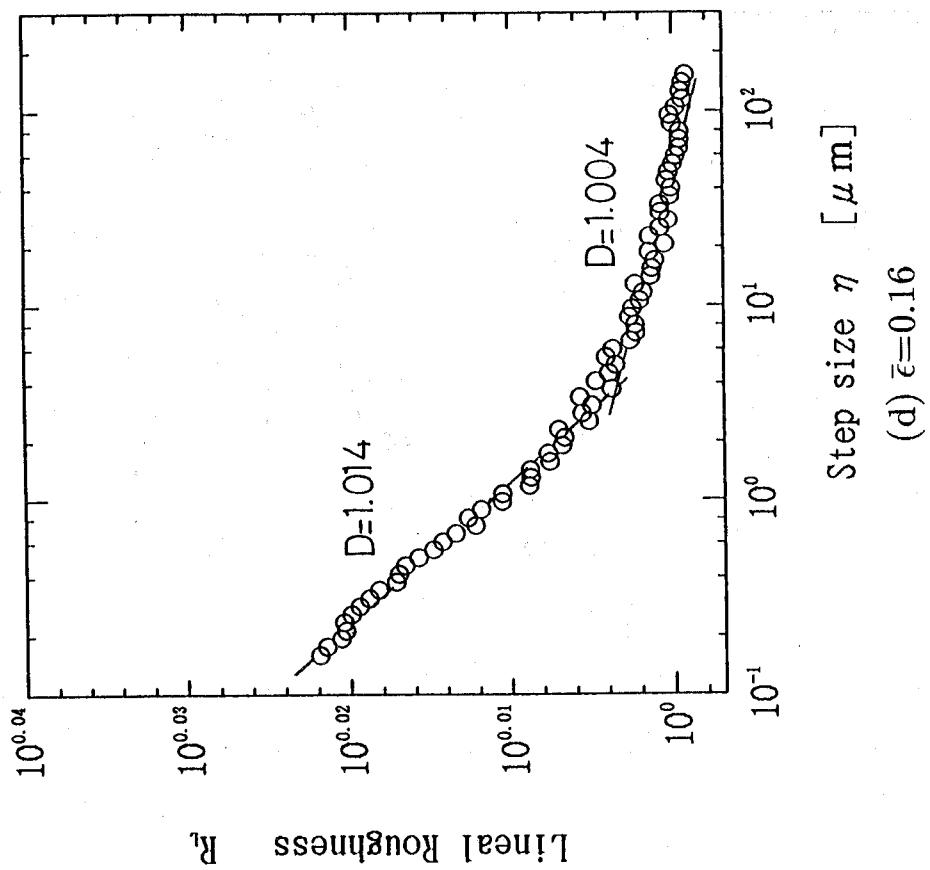
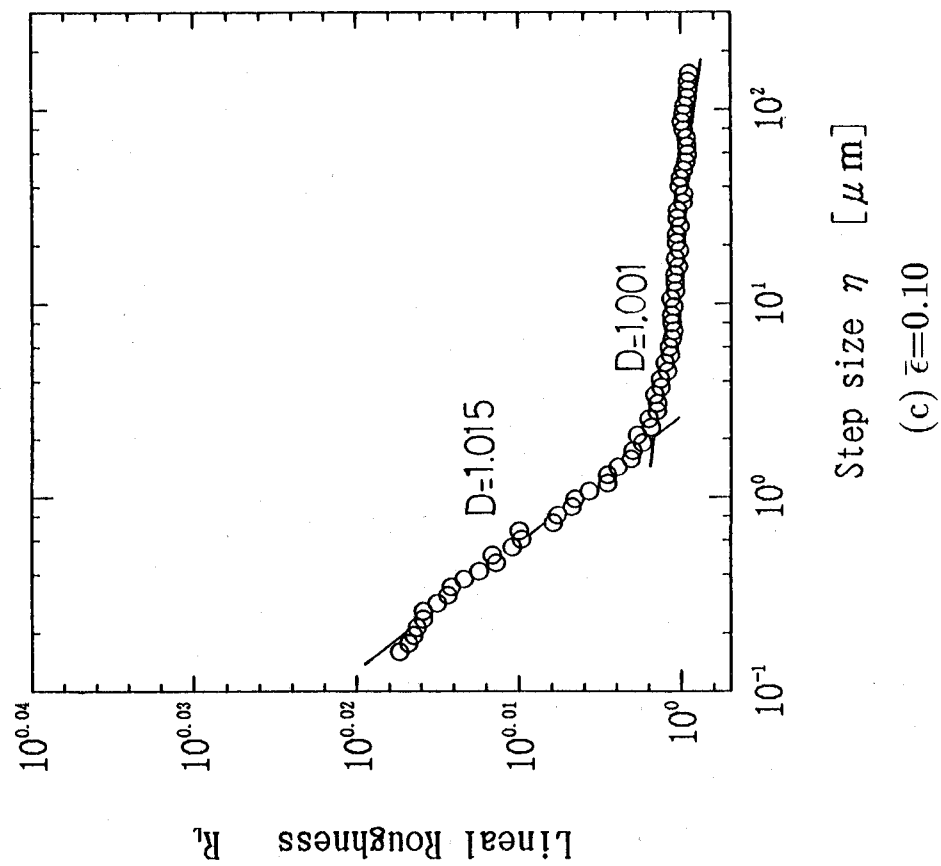


図 6.2 A100 の R_L/η プロット

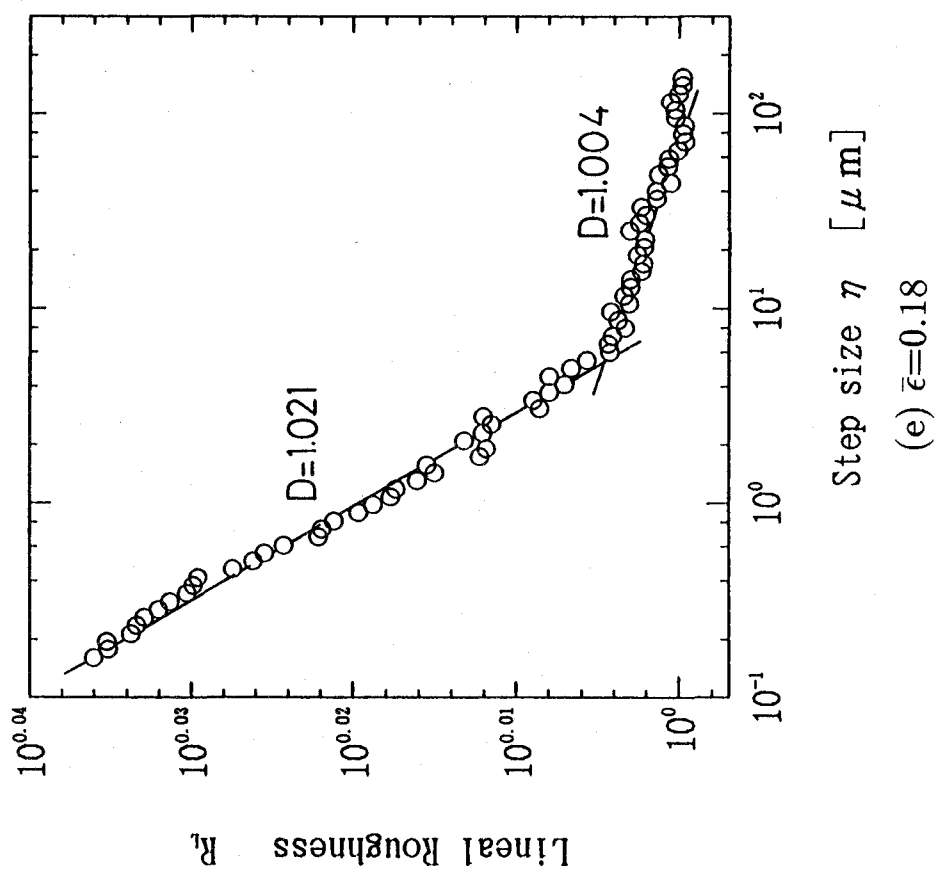


図 6.2 A100 の R_L/η プロット

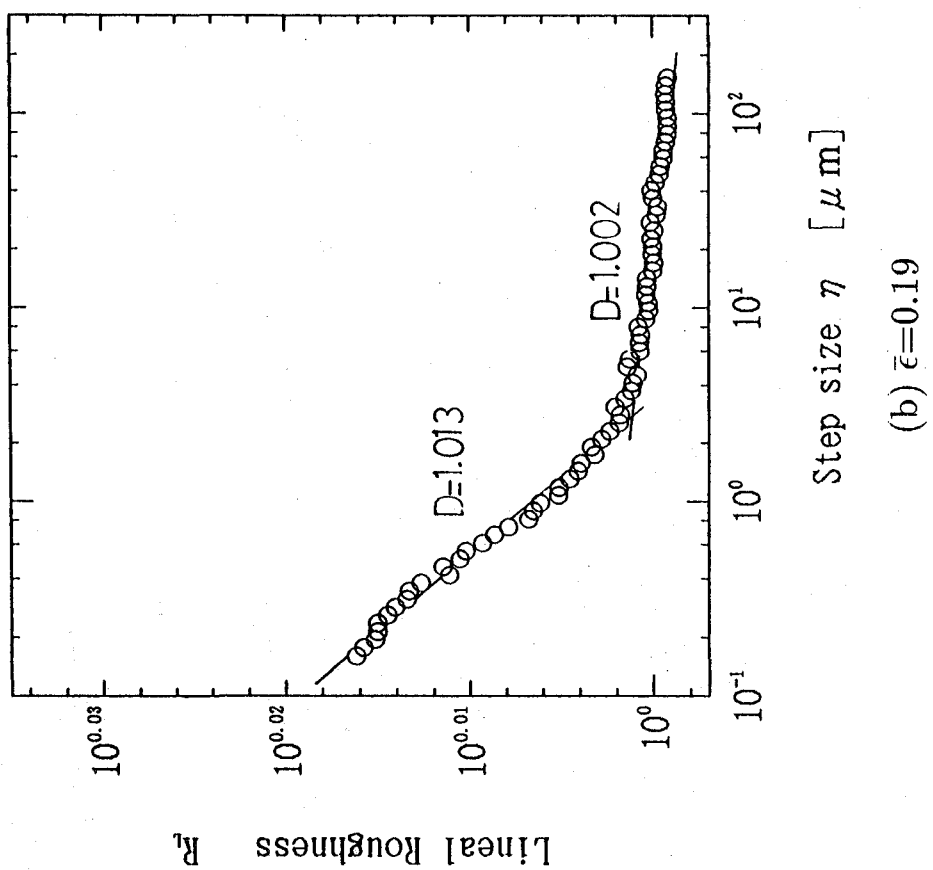
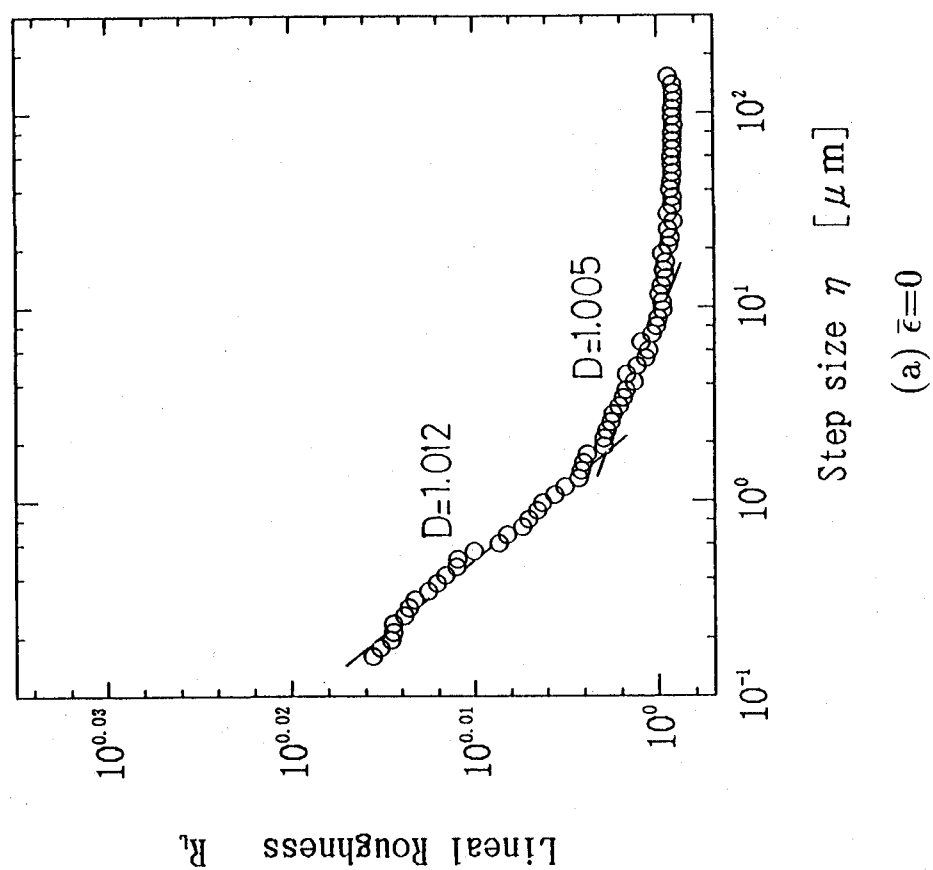
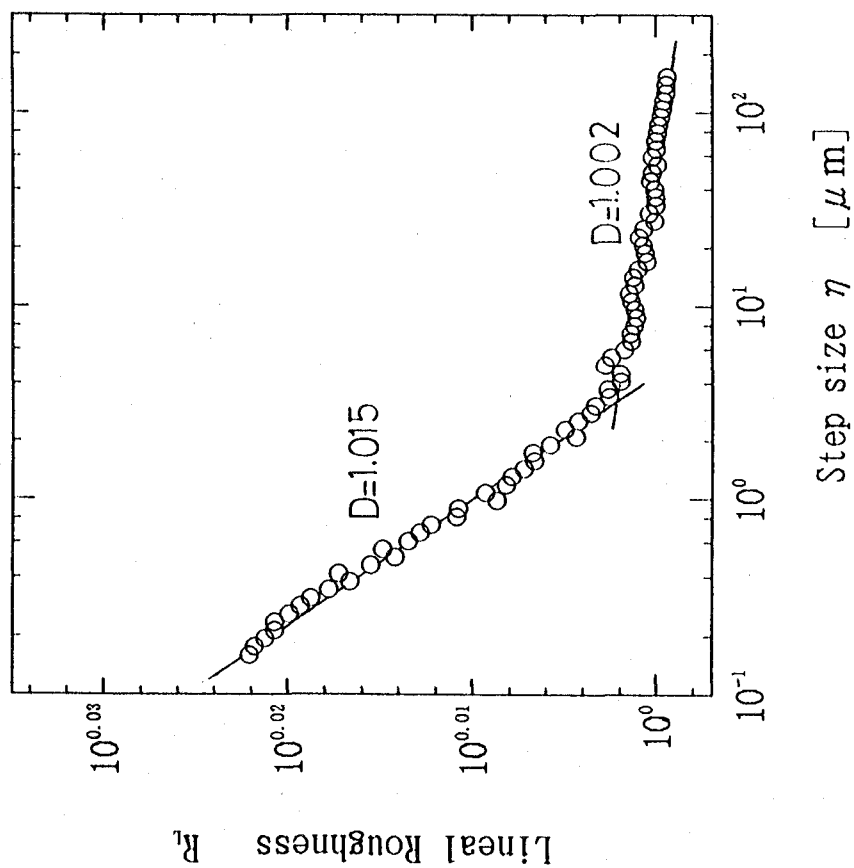
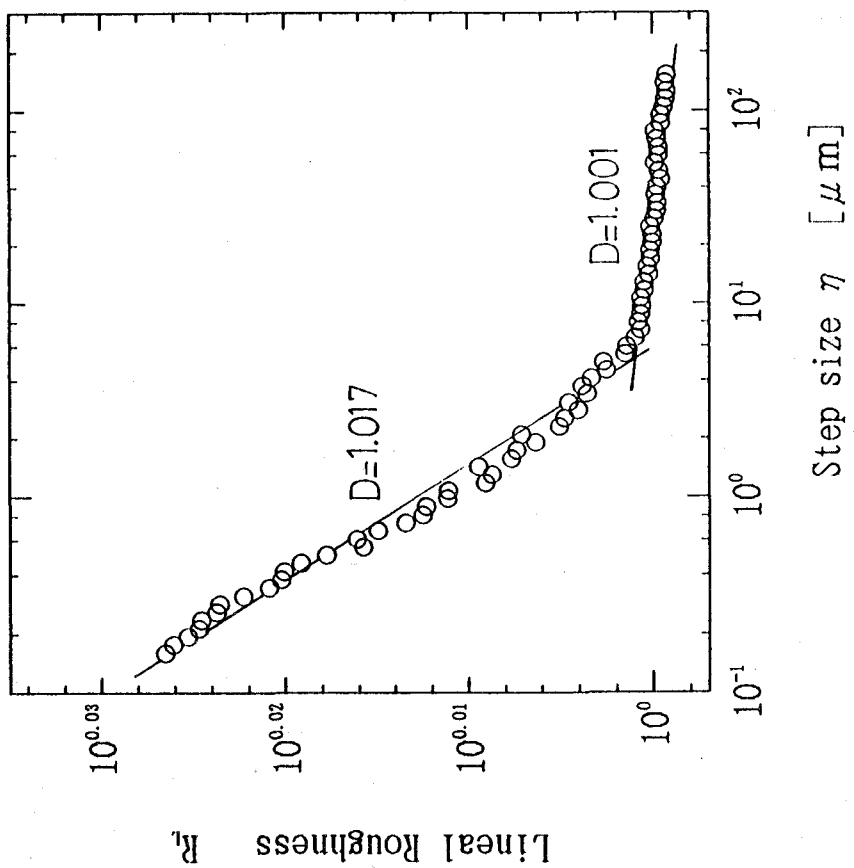


図 6.3 PA100 の R_L/η プロット



(c) $\bar{\epsilon}=0.29$



(d) $\bar{\epsilon}=0.42$

図 6.3 PA100 の R_L/η プロット

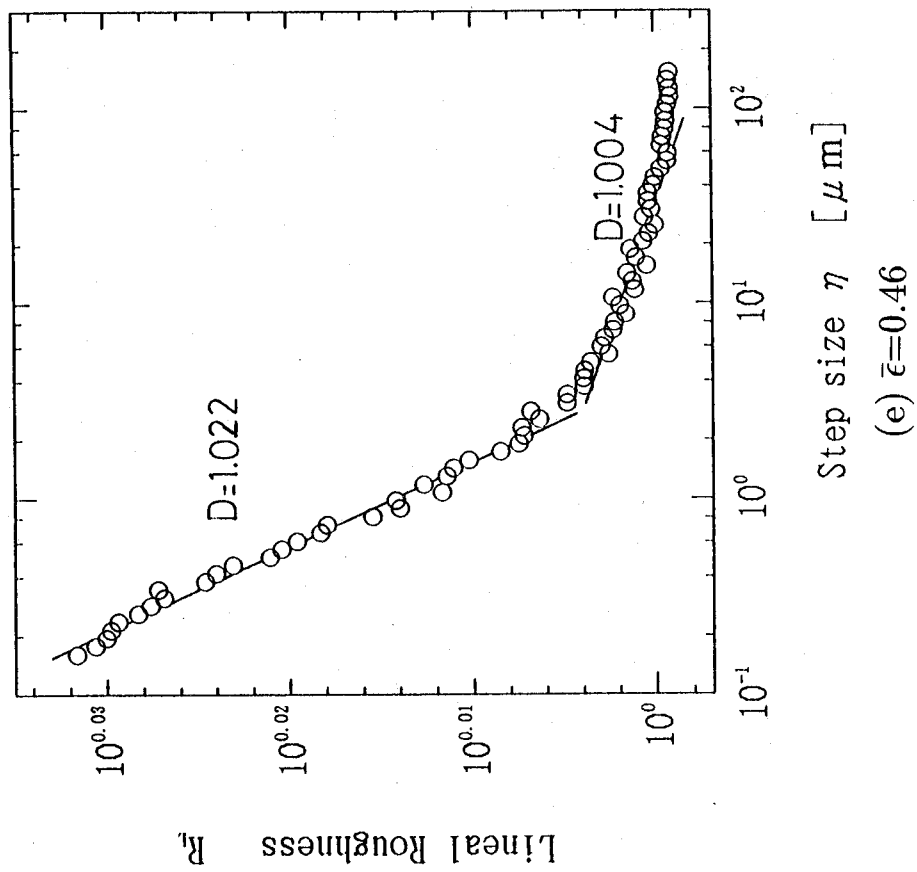


図 6.3 PA100 の R_L/η プロット

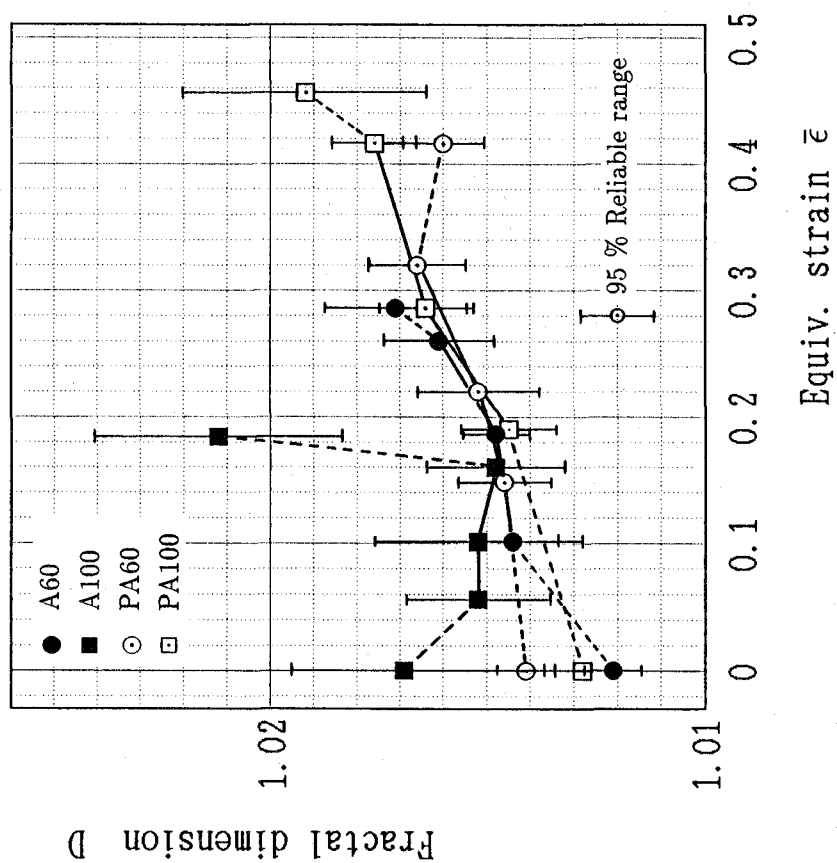


図 6.4 フラクタル次元 D と相当ひずみ $\bar{\epsilon}$ の関係 (純アルミ)

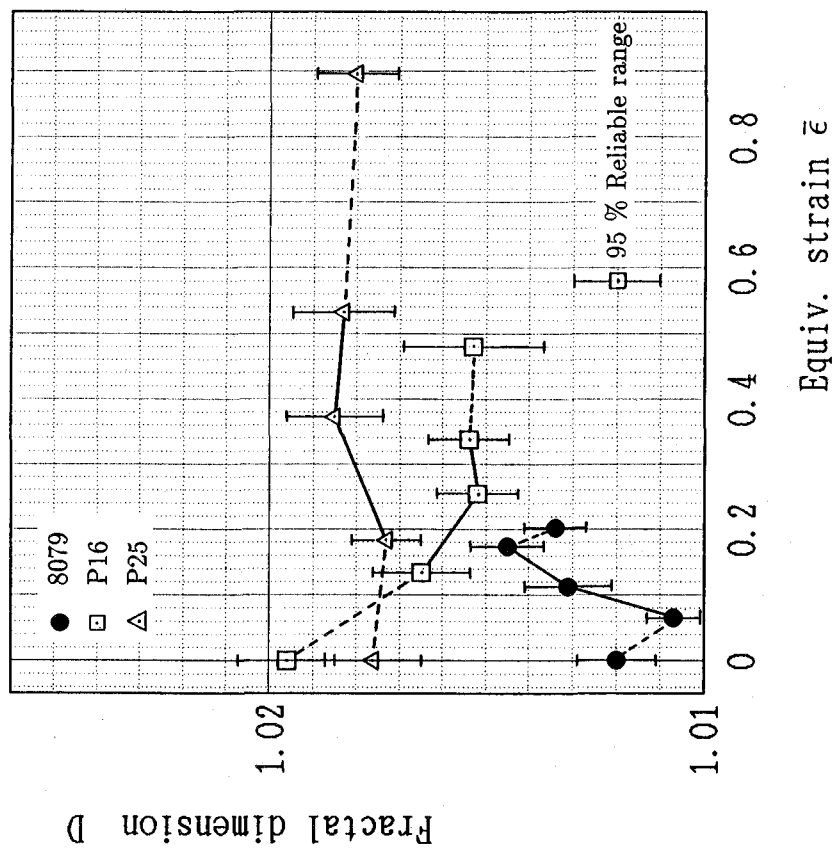


図 6.5 フラクタル次元 D と相当ひずみ $\bar{\epsilon}$ の関係 (アルミ合金)

6.3 ウェーブレット変換によるマルチフラクタル解析⁽⁸⁾

6.3.1 ウェーブレット変換

現象の発生や変化の出力として現れる信号や波形の解析手段の一つとして、工学の分野では、従来よりフーリエ変換が多岐にわたって用いられている。フーリエ変換では、現象に含まれる周期成分への分解を行っており、パワースペクトルでの表示は、現象の支配的周期成分の抽出を行っていることになる。ところが、現象の発生した時刻(位置)に関する情報は位相にのみ反映され、パワースペクトルにはまったく含まれない。この欠点を補うために、従来よりウィンドーと称される局在化した関数を重畳させて、特定の有限領域に対してスペクトル解析を行う方法⁽⁹⁾が用いられている。しかしながら、実空間上の関数 $f(t)$ と、そのフーリエ変換 $F(\omega)$ の両者には不確定性関係⁽¹⁰⁾が存在し、ウィンドーをせまくして時刻に関する分解能をあげると周波数の分解能が低下してしまうことになる⁽⁵⁾。

そこで、任意の時刻(位置)まわりに局在化した関数を選び、平行移動と相似変換によって積分核を形成し、その積分核により積分変換を行うウェーブレット変換^{(5), (13)}が、フランスの石油探査技師 J. Morlet らにより提案された。ウェーブレット変換はそのような積分核を用いることから、元の関数 $f(t)$ の任意な時刻(位置)における局所的な相似構造を、容易に調べることが可能である。すなわち、任意な位置におけるフラクタル特性の解析、マルチフラクタルの解析には有用であると考えられる^{(5), (11)}。また、適切な積分核の選択は、ウェーブレット変換の基底を直交化させ、エネルギー的内容を与えることになり、フーリエ解析と同様にスペクトル解析が可能になる⁽¹²⁾。あるいは、ウェーブレット変換の離散形(ウェーブレット展開)は、非常に局在化した関数の表現が可能になるため⁽¹²⁾、工学分野への適用が、今後拡大していくことが予想される。

6.3.2 ウェーブレット変換の定義

実関数 $f(t)$ に対する連続ウェーブレット変換は次式のように定義される。

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{ca}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) f(t) dt \quad (6.5)$$

ここで、 a 、 b はそれぞれスケールと位置に対応した変数で、実数全体の集合を $\mathbf{R}$ および正の実数のみを $\mathbf{R}^+$ と表すと、 $b \in \mathbf{R}$ 、 $a \in \mathbf{R}^+$ となる値をとる。また、 $\bar{g}$ はアナライジング・ウェーブレットと呼ばれ、局在化した関数で表現される積分核である。この $\bar{g}$ の選択には、かなりの自由度があり、次式を満足するものであれば許容される(Admissibility condition)。

$$c = 2\pi \int |G(\omega)|^2 \frac{d\omega}{|\omega|} < \infty \quad (6.6)$$

ここで、 $G(\omega)$ は $\bar{g}$ のフーリエ変換である。上式は積分して0、すなわち次式を満足する

関数 $\bar{g}(t)$ であるならば許容されることと等価になる。

$$\int \bar{g}(t) dt = 0 \quad (6.7)$$

また，ウェーブレット変換には式(6.6)の条件下で逆変換が存在する。

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{ca}} \iint T(a, b) \bar{g}\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2} \quad (6.8)$$

信号や波形といった有限領域の離散的な計測データに対して，式(6.5)は以下のようになる。すなわち，時刻 $t_i = i T_f$ (T_f : サンプル周波数) について，

$$T(a, i T_f) = T_f \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_k \bar{g}\left(\frac{(k-i)T_f}{a}\right) f(k T_f) \quad (6.9)$$

と離散表示される。

6.3.3 ウェーブレット変換の自己相似性⁽¹⁴⁾

6.3.2では時間軸 t に対して変動する実関数 $f(t)$ を考えたが，フラクタル特性については位置 x を独立変数とする実関数 $f(x)$ に対して以下に述べる。

いま， x 軸上の任意な点 x_0 において，その近傍 $x_0 + x$ における差を

$$f x_0 = f(x_0 + x) - f(x_0) \quad (6.10)$$

と表す。ところで，縮尺を変えるという操作は， $x \rightarrow \lambda x$ という変換に対応する。 $f(x)$ はフラクタル特性を示すので，縮尺を変えても分布は不変である。すなわち，

$$f x_0(\lambda x) \propto f x_0(x) \quad (6.11)$$

という関係が成立する。 $f(x)$ が $x = x_0$ で指数 $\alpha(x_0)$ の特異性を持つとすると，次式のようなべき形近似式で表されることになる。

$$f x_0(\lambda x) \sim \lambda^{\alpha(x_0)} f x_0(x) \quad (6.12)$$

つぎに，実関数 $f(x)$ の平行移動や相似変換が，ウェーブレット空間においてどのように表現されるかを以下に示す。

● 平行移動

$f(x) \rightarrow f(x+c)$ のとき，

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) f(x+c) dx &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x'-(b+c)}{a}\right) f(x') dx' \\ &= T(a, b+c) \end{aligned}$$

すなわち,

$$T(a, b) \rightarrow T(a, b + c) \quad (6.13)$$

• 相似変換

$f(x) \rightarrow f(\lambda x)$ ($\lambda \neq 0$) のとき,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) f(\lambda x) dx &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \frac{1}{\sqrt{\lambda a}} \int \bar{g}\left(\frac{x' - \lambda b}{\lambda a}\right) f(x') dx' \\ &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} T(\lambda a, \lambda b) \end{aligned}$$

すなわち,

$$T(a, b) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} T(\lambda a, \lambda b) \quad (6.14)$$

式(6.13), (6.14) の関係を用いて, x_0 近傍で指数 α の自己相似性を持つ関数 f のウェーブレット変換は,

$$\begin{aligned} T(\lambda a, x_0 + \lambda b) &= \sqrt{\lambda} \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) f(\lambda x + x_0) dx \\ &= \sqrt{\lambda} \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) \{f(\lambda x + x_0) - f(x_0)\} dx \\ &\sim \sqrt{\lambda} \frac{1}{\sqrt{a}} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) \lambda^{\alpha(x_0)} f_{x_0}(x) dx \end{aligned}$$

すなわち,

$$T(\lambda a, x_0 + \lambda b) = \lambda^{\alpha(x_0)+1/2} T(a, x_0 + b) \quad (6.15)$$

となり, ウェーブレット変換後も x_0 近傍で指数 α の自己相似性を持つことがわかる.

6.3.4 アナライジング・ウェーブレット

6.3.2 で述べたように, 式(6.6), あるいは(6.7)を満足する関数ならば $\bar{g}$ として許容される. ここでは, 図6.6に示すような, いわゆる "French hat", "Mexican hat" と呼ばれている実空間上で定義されるものをあげる⁽⁵⁾.

• "French hat"

$$\bar{g}(t) = \begin{cases} 1 & \dots & |t| < 1 \\ -\frac{1}{2} & \dots & 1 < |t| < 3 \\ 0 & \dots & 3 < |t| \end{cases} \quad (6.16)$$

• "Mexican hat"

$$\begin{aligned} \bar{g}(t) &= \frac{d^2}{dt^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \\ &= -(1 - t^2) \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (6.17)$$

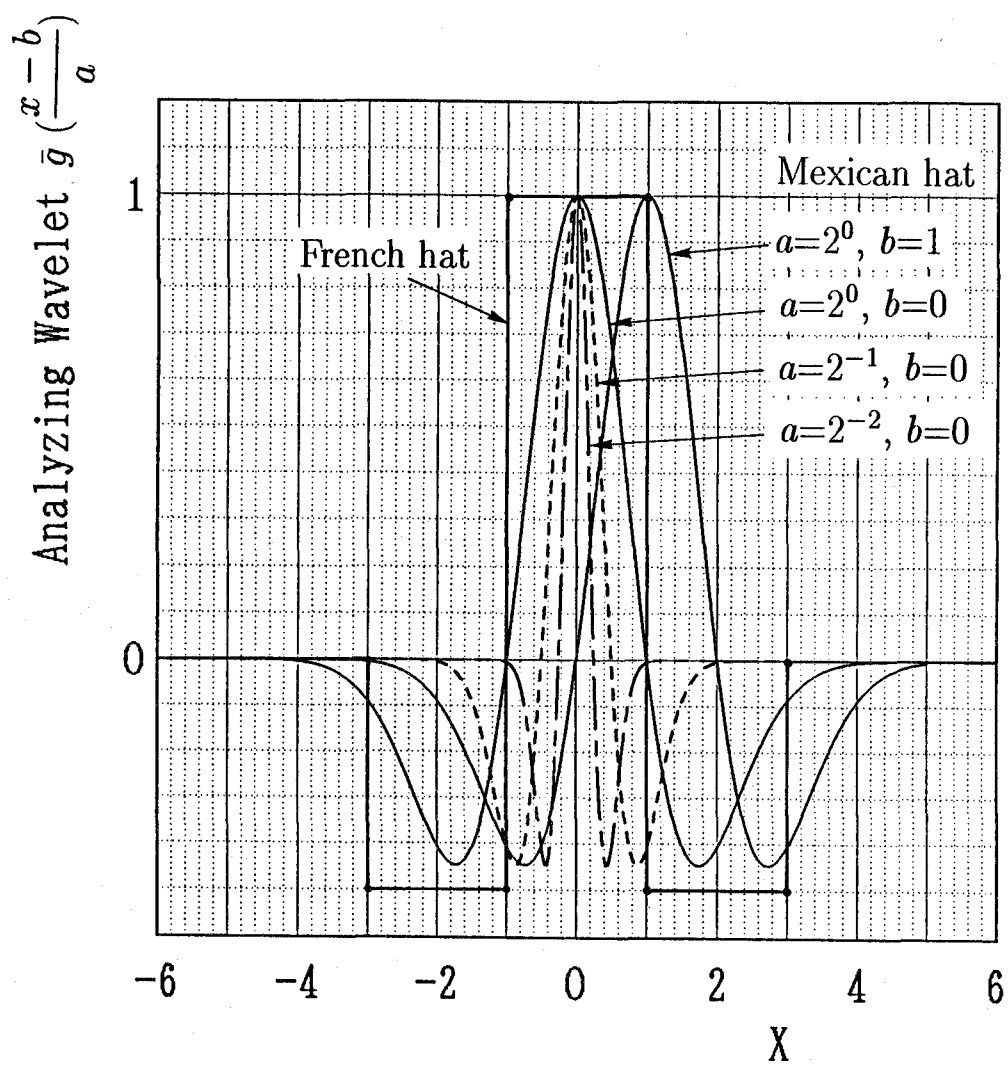


図 6.6 アナライジングウェーブレットの一例

式(6.16), (6.17)ともに式(6.7)の条件を満足している。また, この他にも, 現在, 完全正規直交基底となるアナライジング・ウェーブレットが Y.Meyer⁽¹⁵⁾ や山田ら⁽¹²⁾ により提案されている。

本報告においては, "Mexican hat" 形のアナライジング・ウェーブレットを用いて解析を行う。

6.3.5 マルチフラクタル解析への適用

一般に関数解析の分野において, 線分の長さや平面図形の面積といったものをより一般化した概念として測度 (Measure) を定義している⁽¹⁸⁾。 d 次元ユークリッド空間 (d は自然数) から D 次元ハウスドルフ空間⁽¹⁹⁾ に拡張したときの測度を, ここではフラクタル測度と称する。例えば, 6.2 で示した粗視化の度合いを変える方法では, 変化する円の半径の集合がそれに該当する。いま, 位置 x におけるフラクタル測度を $d\eta(x)$ とし, 式(6.5)の $f(t) dt$ を $d\eta(x)$ に置き換えることによって, フラクタル測度 $d\eta(x)$ に対するウェーブレット変換を次式で定義する^{(16), (17)}。

$$T(a, b) = \frac{1}{a^n} \int \bar{g}\left(\frac{x-b}{a}\right) d\eta(x) \quad (6.18)$$

ここで, $1/a^n$ は正規化するための係数で, 対象とするフラクタル測度に応じて最適なものを選択する。

式(6.15)よりフラクタル特性をもつウェーブレット変換は, スケール a に対して次式のべき形で表されることになる。

$$T(a, x_0 + b) = \beta a^{\hat{\alpha}(x_0)} \quad (6.19)$$

$$\hat{\alpha}(x_0) = \alpha(x_0) + n$$

したがって, ウェーブレット変換 $T(a, x_0 + b)$ とスケール a の対数をプロットし, その直線の傾きから x_0 近傍のフラクタル次元 $\alpha(x_0)$ を決定することができる。

(a) カントール集合への適用

カントール集合 (一様カントール集合) は, 図 6.7 に示すように長さ 1 の線分を $1/3$ に分割し, 中央の領域を除去する操作を無限に繰り返していくことにより生成される⁽²⁰⁾。いま, 式(6.18)のフラクタル測度として, 分割された線分の確率密度 $\rho(x)$ を用いる。

一様カントール集合の場合, 確率密度 $\rho(x)$ は次式で与えられることになる。

$$\rho = \left(\frac{3}{2}\right)^n, \quad n = 0, 1, 2, 3, \quad (6.20)$$

ここで, n は集合の生成数である (図 6.7 参照)⁽²¹⁾。

上述のフラクタル測度に対するウェーブレット変換像を図 6.8 に示す。縦方向は位置 b/L , 横方向はスケールの対数 $\log a$, 高さ方向にウェーブレット変換 $\text{sgn}(T(a, b)) |T(a, b)|^{1/2}$ を

示している。フォーク状に集合が生成されていることがわかる。 $b/L = 0, 0.1, 0.2, 0.8, 1.0$ におけるフラクタル構造を調べたのが図6.9である。カントール集合のフラクタル次元はすでにわかっており次の値になる^{(20), (21)}。

$$D = \log 2 / \log 3 = 0.6309 \dots$$

$b/L = 0, 1.0$ においては、接線の傾きがそのフラクタル次元にほぼ一致している。それ以外の b/L については、線分の存在する生成段階までの傾きもやはり同じであるが、線分が存在しなくなると確率密度が0になるため、ウェーブレット変換も0に減少している。したがって、一様カントール集合の場合は任意な位置でフラクタル次元が一定の一様フラクタル構造となっていることがわかる。

また、フラクタル特性をもつ関数のウェーブレット変換では周期性を示すことも、すでに2, 3の例で示されており⁽¹⁶⁾、カントール集合の場合、周期が $\log 3 = 0.4771 \dots$ となる⁽¹⁶⁾。本結果から推定される周期も0.47ではほぼ一致している。

なお、式(6.18)の n は2としている⁽¹⁶⁾。

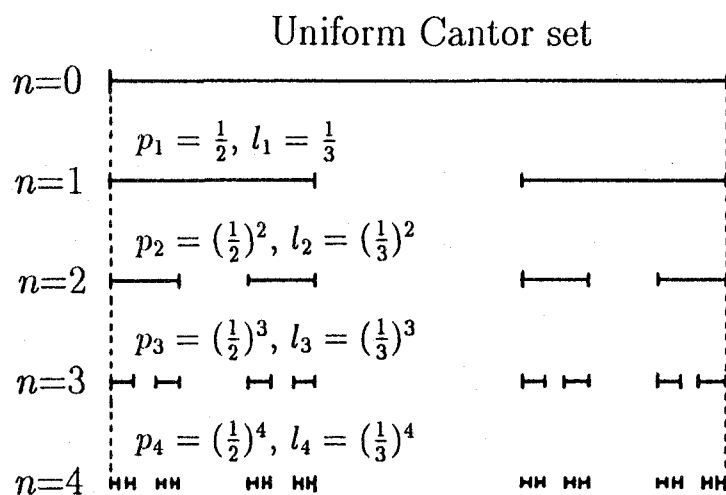


図6.7 カントール集合

(b) コッホ曲線への適用

つぎにコッホ曲線⁽²²⁾を図6.10に示す。コッホ曲線を金属材料の表面上に生じた凹凸と仮定し、6.2で示したような R_L に相当する量をフラクタル測度とする。ウェーブレット変換像を図6.11に、また6.2で述べた粗視化の度合いを変える方法の結果を図6.12に示す。図中“Div”はコッホ曲線の再帰分割数を示している。コッホ曲線のフラクタル次元も

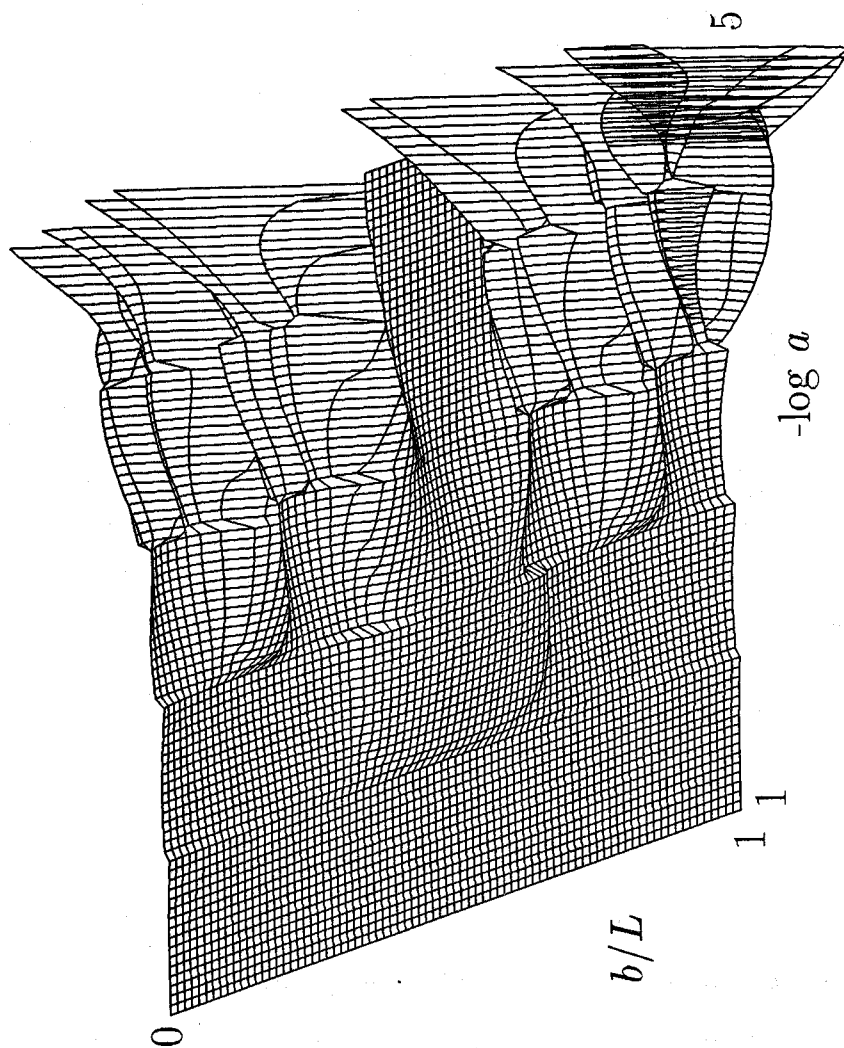
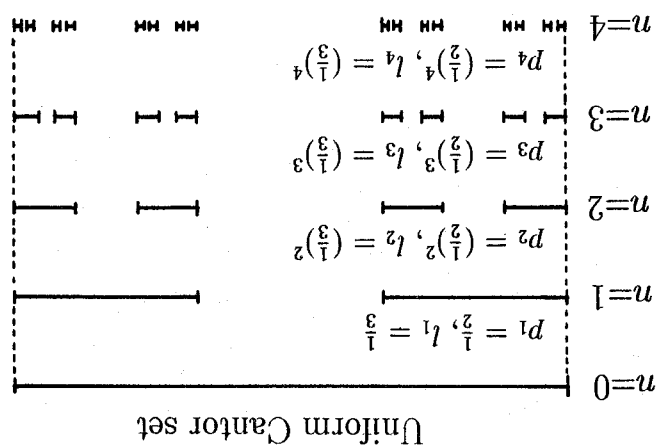


図 6.8 カントール集合のウェーブレット変換



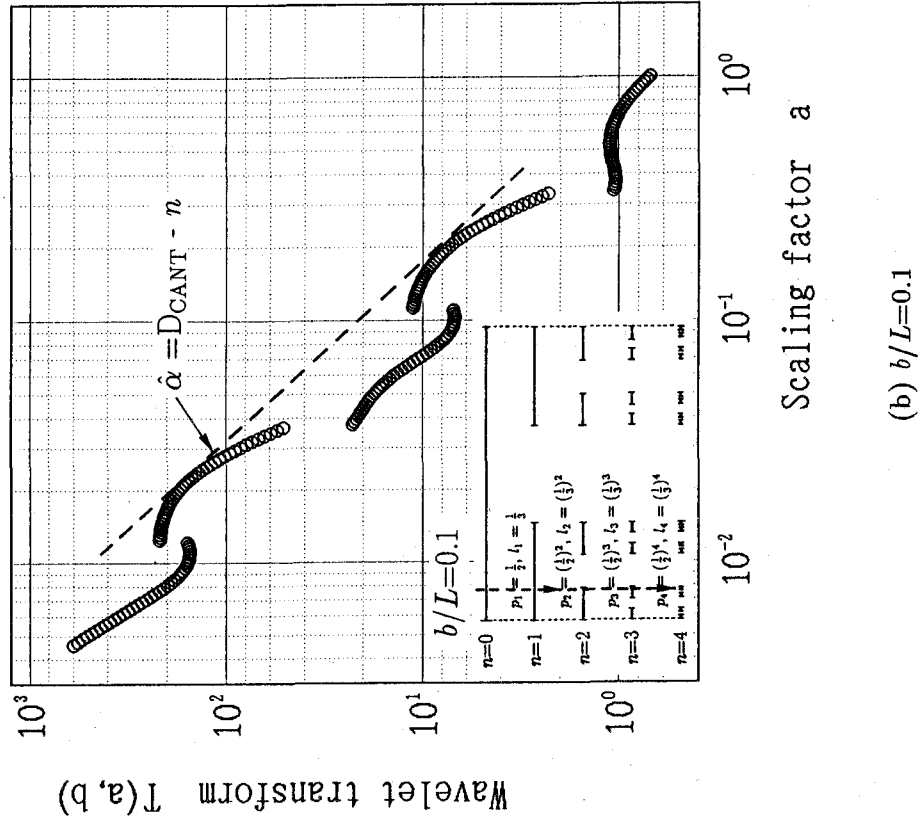
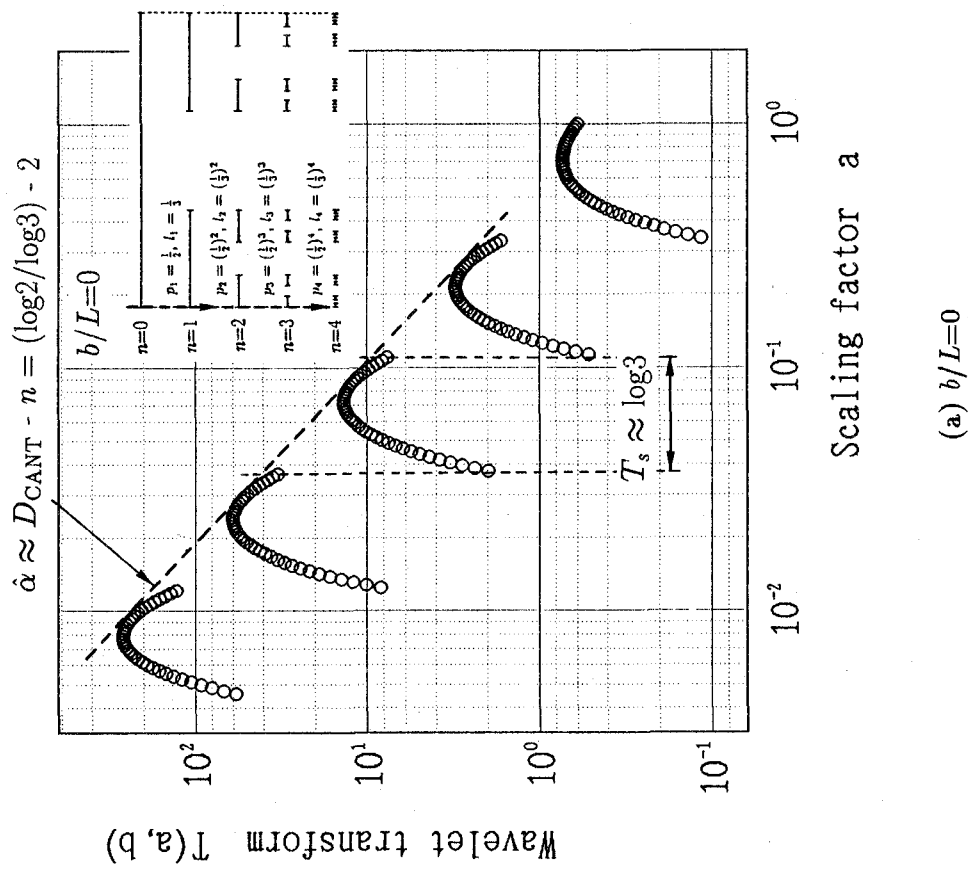
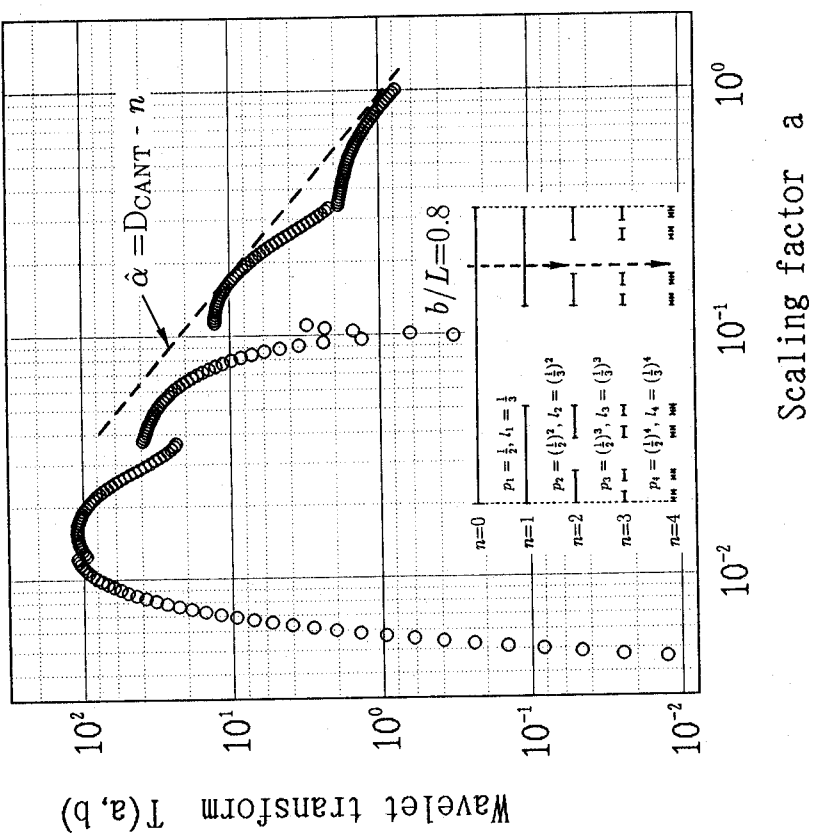
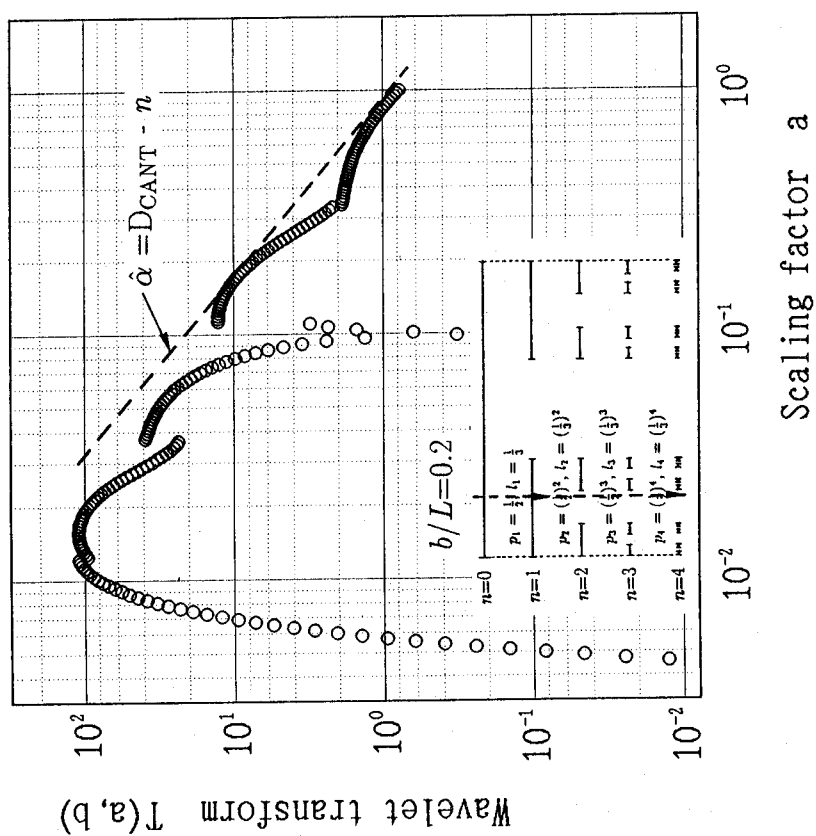


図 6.9 任意な位置におけるカントール集合のフラクタル構造



(d) $b/L=0.8$



(c) $b/L=0.2$

図 6.9 任意な位置におけるカントール集合のフラクタル構造

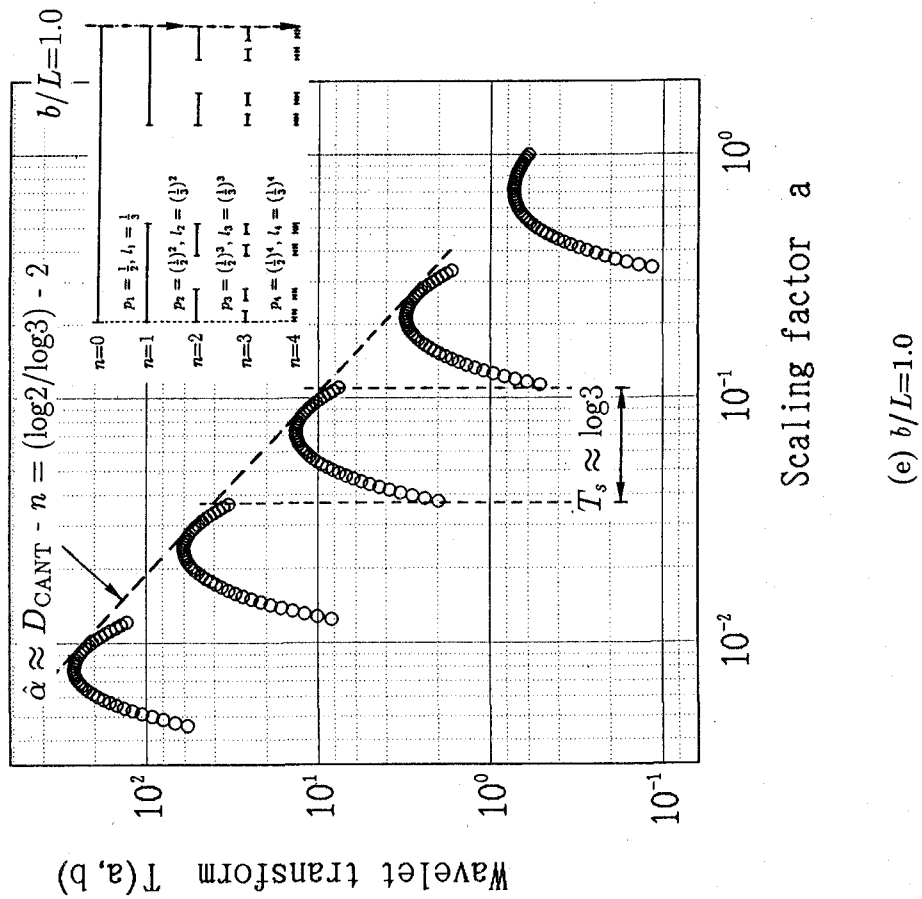


図 6.9 任意な位置におけるカントール集合のフラクタル構造

既知で、 $D = \log 4 / \log 3$ である⁽²³⁾。図 6.12 の接線の傾きはそのフラクタル次元とほぼ一致している。再帰分割数が増えるほど、そのフラクタル次元を示す傾きが明確に現れている。 $b/D = 0.5$ でウェーブレット変換した結果を図 6.13(a) に示す。同様に、接線の傾きはコッホ曲線のフラクタル次元と一致している。それ以外の位置でのウェーブレット変換を図 6.13(b) から (e) までに示す。(b) の結果をみると、 $b/L = 1/6$ を中心にした左側 $1/3$ 領域は全体のコッホ曲線の相似形になっていることがわかる。したがって、スケーリングファクタ a を小さくしていきその領域が強く抽出されるようになると、周期性を持つ関係が現れフラクタル特性を示す。その傾きも、(a) の結果と同様にコッホ曲線のフラクタル次元に一致している。(c) の位置における構造では、スケーリングファクタ a を小さくしてもその相似形が現れないため、ウェーブレット変換においても非フラクタル構造の結果を示していることがわかる。

これらの結果から、 $b/L = 0.5$ におけるウェーブレット変換が粗視化の度合いを変える方法に対応し、またこの変換による解析では非フラクタル構造や、フラクタルの上下限界の抽出も可能であることがわかった。

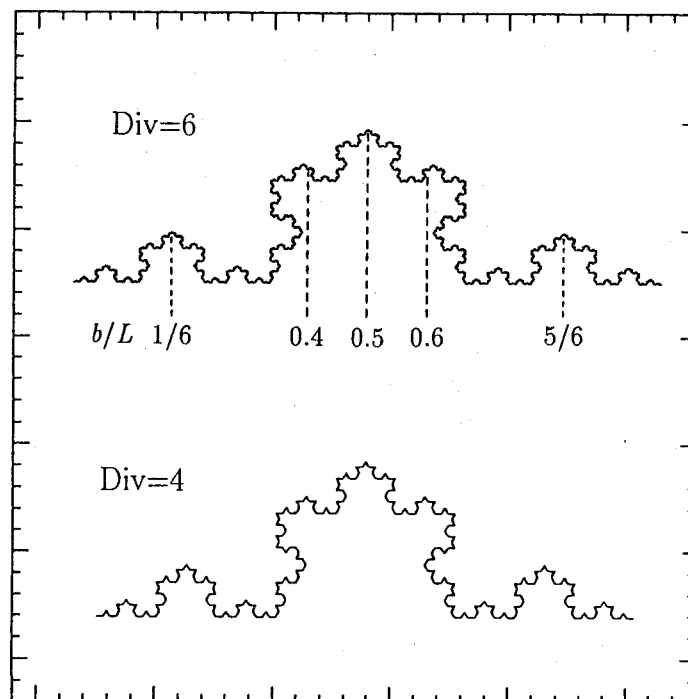


図 6.10 コッホ曲線

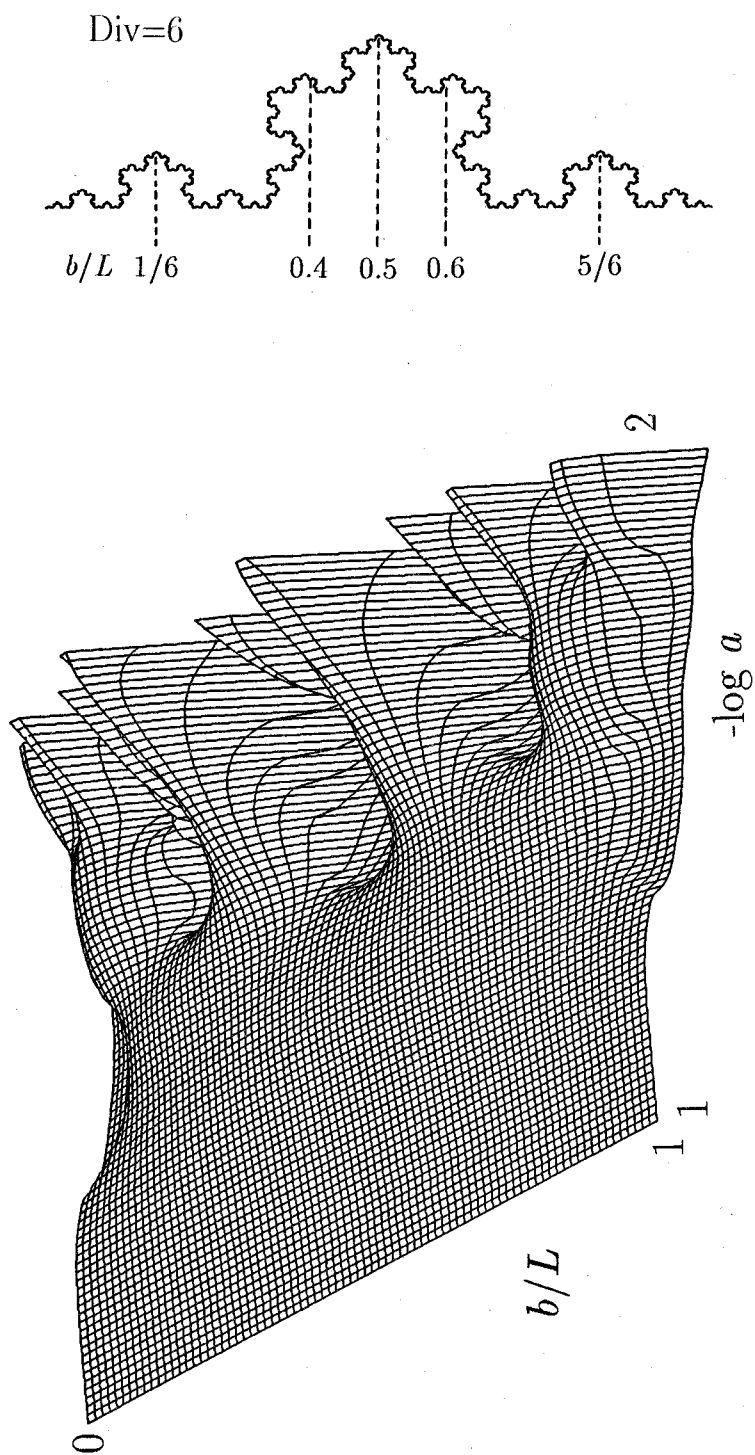


図 6.11 コッホ曲線のウェーブレット変換

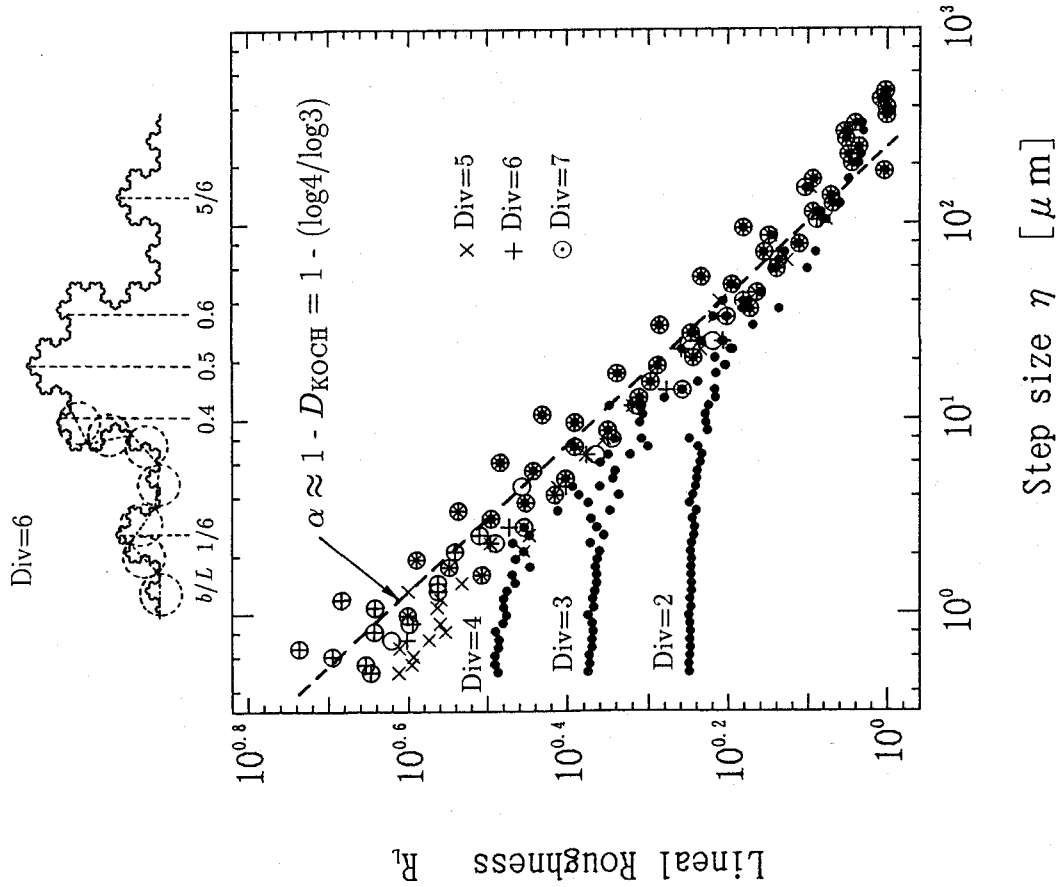


図 6.12 粗視化の度合いを変える方法による
コッホ曲線のフラクタル次元

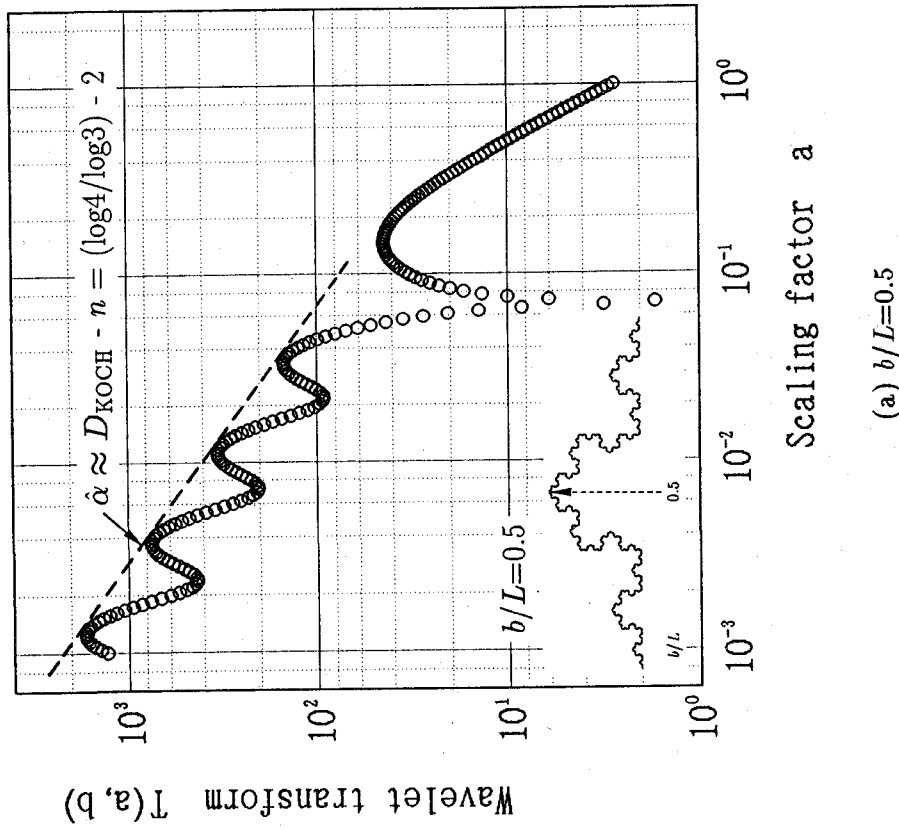
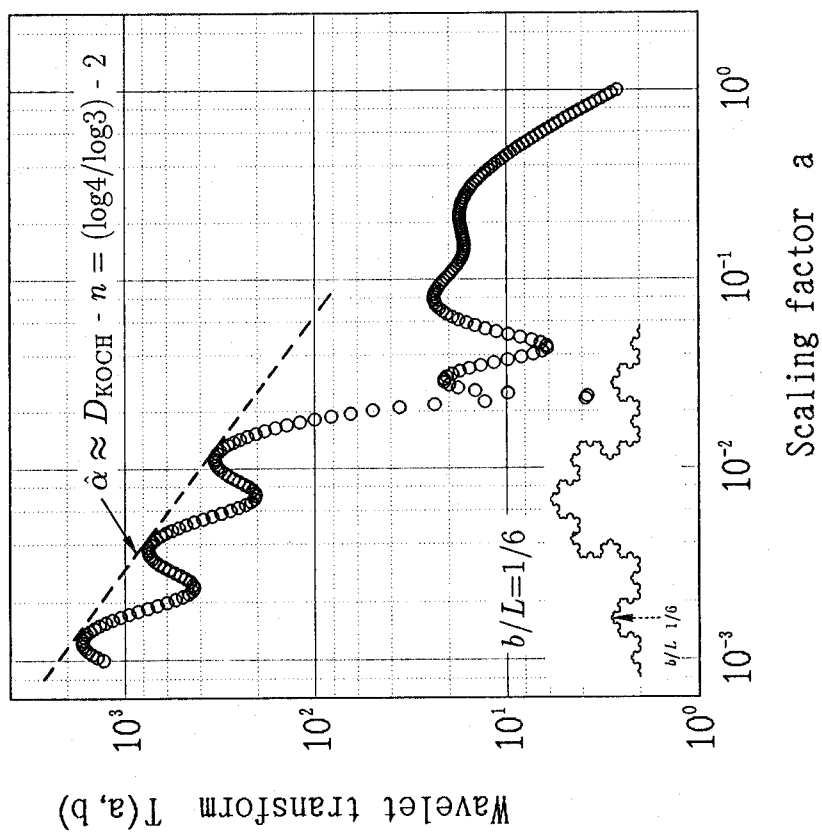
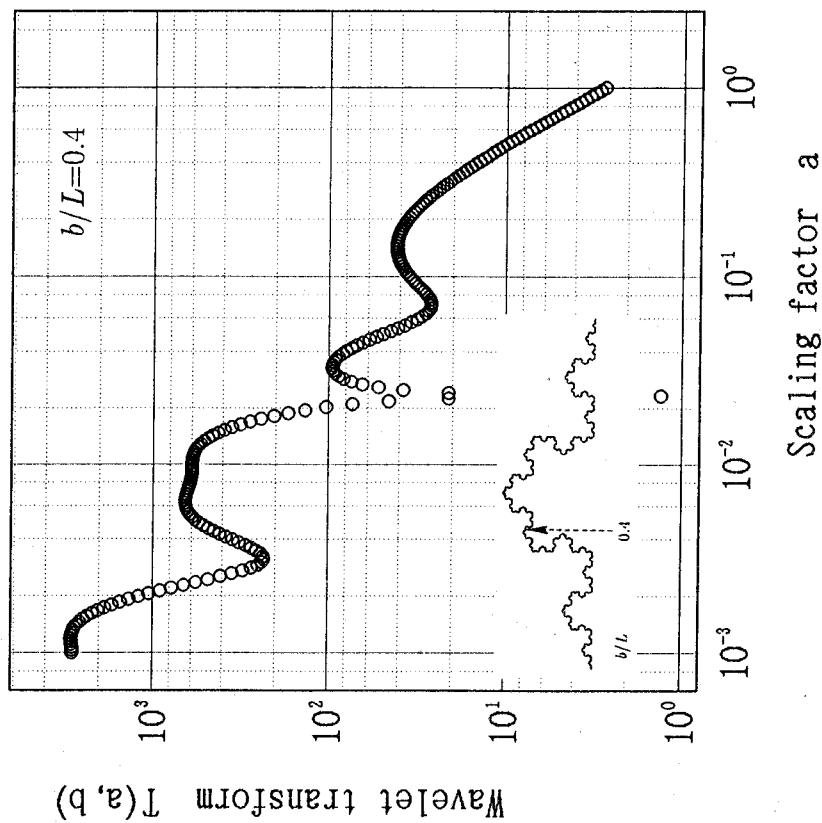


図 6.13 任意な位置におけるコッホ曲線の
フラクタル構造

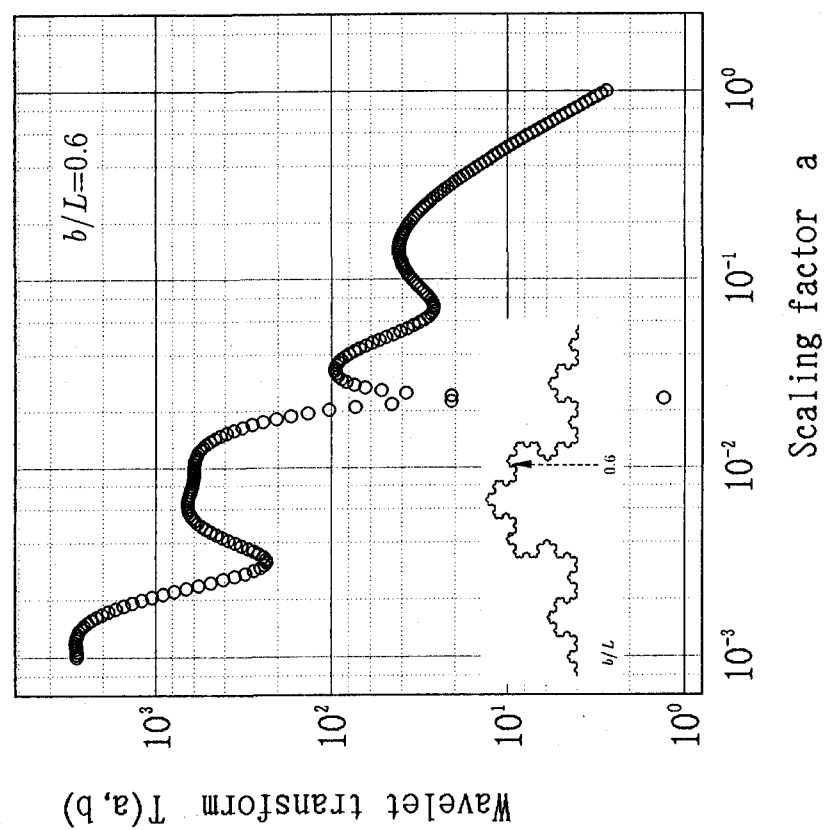


(b) $b/L = 1/6$

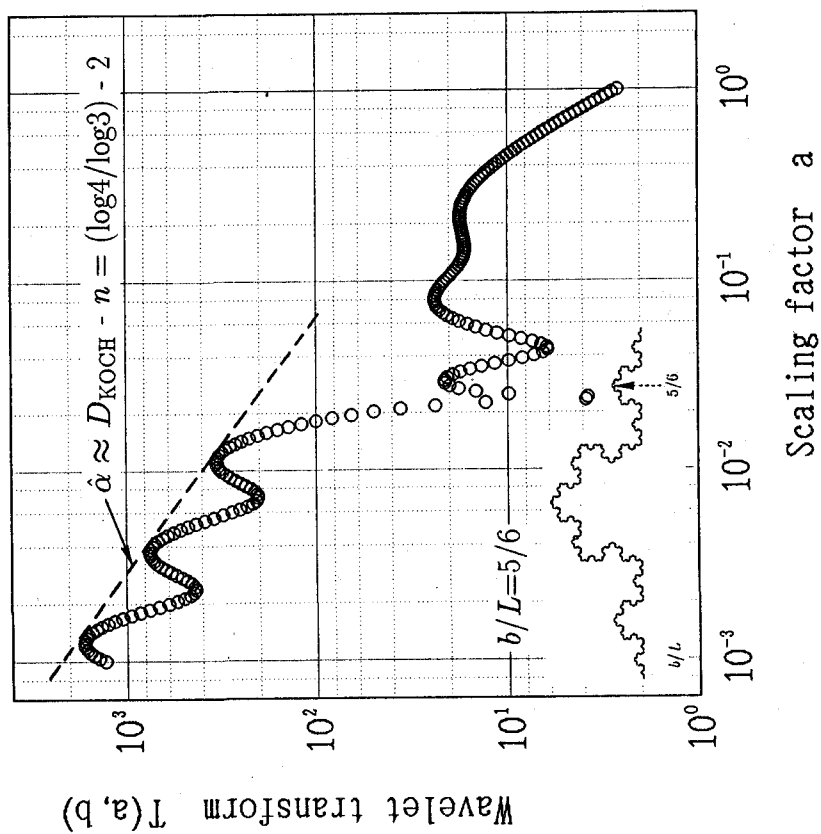


(c) $b/L = 0.4$

図 6.13 任意な位置におけるコッホ曲線のフラクタル構造



(d) $b/L=0.6$



(e) $b/L=5/6$

図6.13 任意な位置におけるコッホ曲線のフラクタル構造

(c) "界面あれ" の測定データへの適用

P25 の試験片の相当ひずみ $\bar{\epsilon}=0.53$ における断面形状に対して、粗視化の度合いを変えた方法による結果を図 6.14 に示す。およそ $0.1\mu\text{m} \sim 1\mu\text{m}$ の範囲においてフラクタル構造になっているのがわかる。 $b/L=0.5$ においてウェーブレット変換した結果を図 6.15 に示す。この実験データはもともと測定範囲が狭く、さらにフラクタル構造を示す範囲が小さいので、ウェーブレット変換上ではそのフラクタル次元を明確に示すことができない。図 6.14 のフラクタルを示す範囲の接線の傾きを図 6.15 に示すと、プロットされた点群の 2 山程度の接線に該当し、そのスケールの範囲は図 6.14 の範囲とおおよそ対応していると思われる。それ以外の b/L について示したのが図 6.16(b) から (e) までで、位置によるプロットの分布形状の変化がみられる。

一般にマルチフラクタルの概念は、時間空間上で発展する(被変換)関数のフラクタル構造の"ゆらぎ"として理解されている。ここでは、位置空間上で定義される関数を対象にしているので、場所による"ゆらぎ"に拡張解釈して用いている。現実のマイクロ構造を考えると、フラクタル特性の上下限界の存在⁽³⁾、あるいは位置による構造変化、すなわちマルチフラクタルの存在といったことが本質的であると考えられる。例えば、充分に発達した乱流の速度データに対して、任意な時刻におけるウェーブレット変換を行った結果、統計的には従来より言われているコルモゴロフの関係がほぼ成立している一方で、個々の時刻におけるフラクタル構造は非常に変動している^{(24),(25)}。いわば統計的視点からのフラクタル特性と力学量との関係に着目した 6.2 は、力学現象の自己相似性を定量的に評価する上では重要と思われる。一方、階層的な視点から自己相似性をみるときにどの位置におけるフラクタル構造であるかということが重要になってくる。ここで得られた"界面あれ"のウェーブレット変換により、位置によるフラクタル構造の変化(非フラクタル構造も含めて)が顕著であることが示され、このことは粗視化の度合いを変える方法では抽出することはできない。

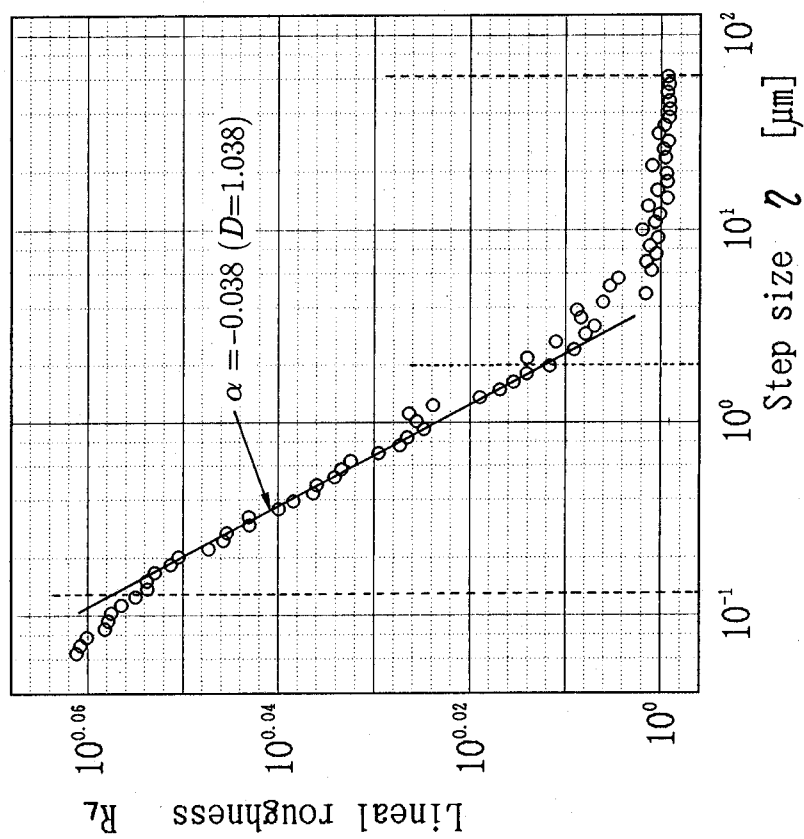
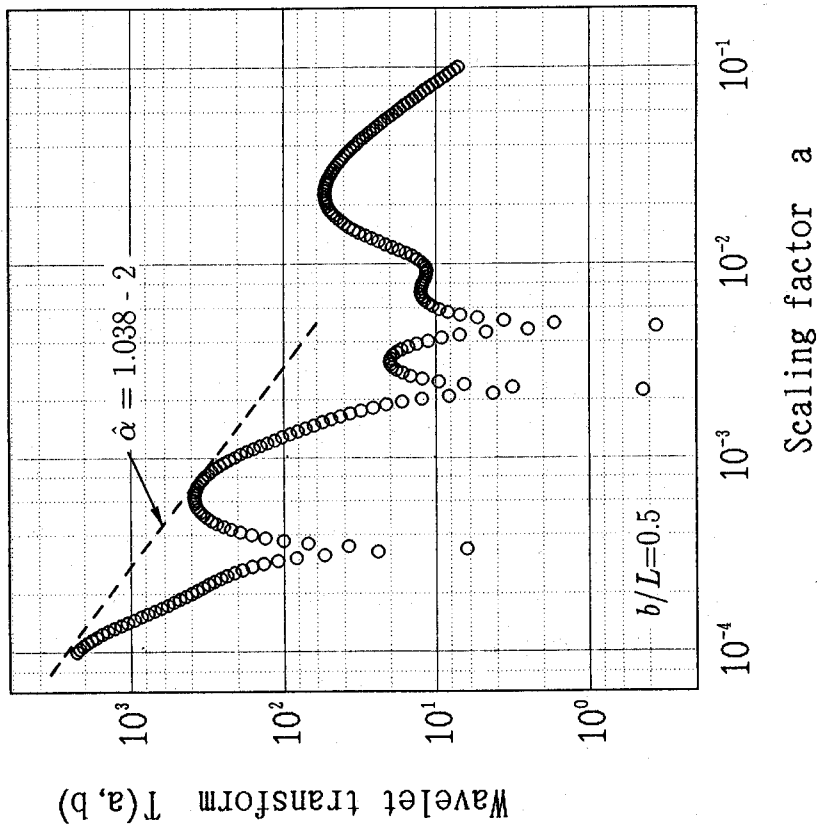


図 6.14 粗視化の度合いを変える方法による
界面あれのフラクタル次元



(a) $b/L=0.5$

図 6.15 任意な位置における界面あれのフラクタル構造

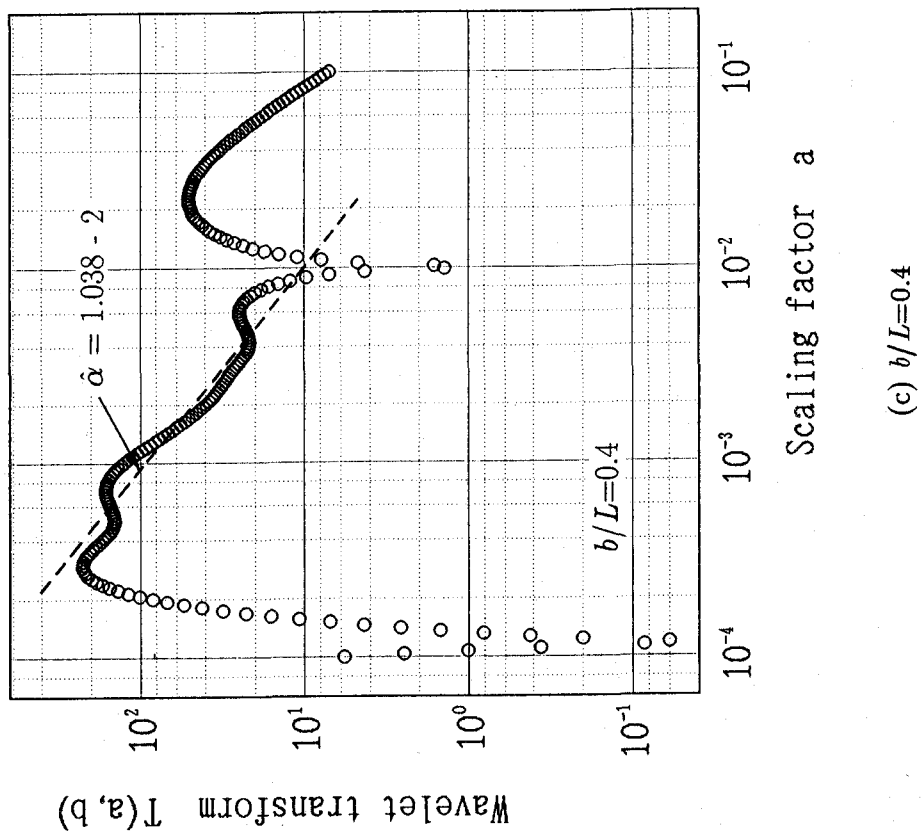
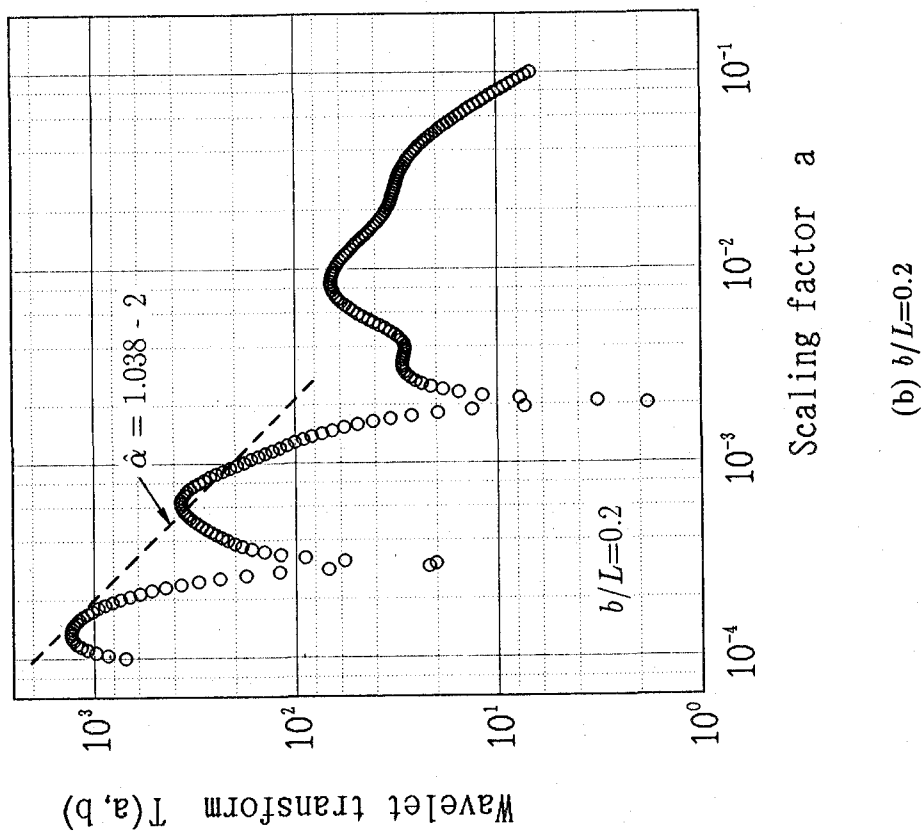
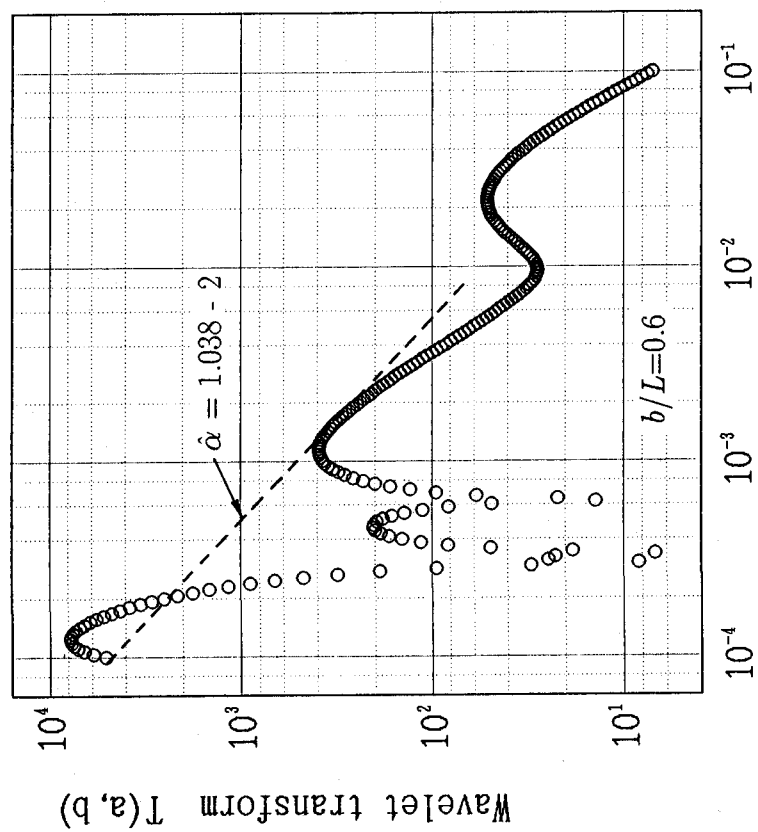
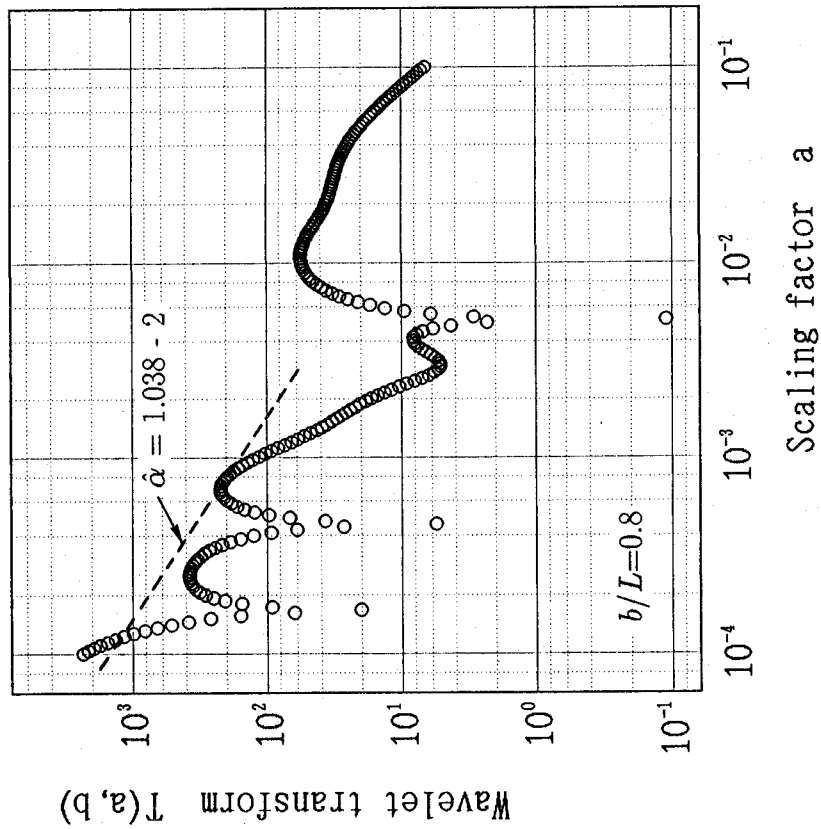


図 6.15 任意な位置における界面あれのフラクタル構造



(d) $b/L=0.6$



(e) $b/L=0.8$

図 6.15 任意な位置における界面あれのフラクタル構造

6.4 結言

力学的応答により出現する界面および表面上の幾何学的形状として、第4章で得られた”界面および表面あれ”の測定データに対してフラクタル解析を行った。

まず、従来の粗視化の度合いを変える方法によってフラクタル解析を行い、負荷ひずみとの関係について調べた結果以下のことがわかった。

- (1) 無負荷状態も含めた各ひずみレベルにおいて、フラクタル構造を示すスケールが存在することがわかった。
- (2) 比較的結晶粒径の大きな純アルミはくの場合、ひずみ負荷とともに R_L/η プロットは2直線領域に分かれ、2個のフラクタル次元が存在するようになる。これは、結晶粒オーダの変形や回転により生じる不均質変形に、粒内に生じるすべり帯が重畳したことにより形成される界面あるいは表面微細構造に対応したフラクタル構造であると考えられる。
- (3) 無負荷状態と最終破断のフラクタル次元をのぞけば、巨視的に一様変形している範囲内において、純アルミはくの場合負荷ひずみとともにやや増加している。一方、アルミ合金はくはほぼ一定である。これは、”あれ”を形成している素過程の重畳度に相関していると思われる。

つぎに、等方的なフラクタル構造を仮定した粗視化の度合いを変える方法に対して、任意な位置における相似構造の抽出が容易なウェーブレット変換によって、マルチフラクタル解析を行った結果以下のことがわかった。

- (1) フラクタル次元が既知であるカントール集合やコッホ曲線に対してウェーブレット変換を行った結果、それらのフラクタル次元に対応する直線の傾きが得られウェーブレット変換の自己相似性が確認された。
- (2) コッホ曲線に対する解析では、特異点の選択によってフラクタル構造を示さなかったり、フラクタルの上限が規定される結果が得られた。このことは、ウェーブレット変換による解析では非フラクタル構造やフラクタルの上下限界の抽出も可能であることがわかった。
- (3) コッホ曲線に対して従来の粗視化の度合いを変える方法により得られた結果と比較することによって、視野長の中心におけるウェーブレット変換の結果が粗視化の度合いを変える方法の結果に対応していることがわかった。
- (4) ”界面あれ”のデータに対してウェーブレット変換を行った結果、明確なフラクタル次元の抽出は困難であったが、位置によるフラクタル構造の著しい変化がわかり、位置空間における”ゆらぎ”の存在が示された。

参 考 文 献

- (1) Pande, C.S., Richards, L.E., Louat, N., Denpsey, B.D. and Schwoeble, A.J.,
Acta Metall., **35**-7(1987), 1633.
- (2) Dauskardt, R.H., Haubensak, F. and Ritchie, R.O., Acta Metall., **38**-2(1990), 143.
- (3) 松岡, 住吉, 石川, 機論, **56**-530, A(1990), 2091.
- (4) 高安秀樹, フラクタル, (1989), 14, 朝倉書店.
- (5) 山口, 山田, 科学, **60**-6(1990), 398.
- (6) 高安秀樹, フラクタル科学, (1987), 99, 朝倉書店.
- (7) マンデルブロ著, 広中平祐監訳, フラクタル幾何学, (1986), 28, 日経サイエンス.
- (8) 渋谷, 北川, 第 6 8 期通常総会講演会講演論文集, A(1991), 249.
- (9) 日野幹雄, スペクトル解析, (1977), 167, 朝倉書店.
- (10) 湯川秀樹監修, 現代物理学の基礎 3(量子力学 I), (1978), 149, 岩波書店.
- (11) Argoul, F., Arneodo, A., Grasseau, G., Gagne, Y., Hopfinger, E.J. and Frisch, U.,
Nature, **338**(1989), 51.
- (12) Yamada, M. and Ohkitani, K., Prog. Theor. Phys., **83**-5(1990), 819.
- (13) 例えば, Combes, J.M. and Grossmann, A., Wavelets, (1989) Springer.
- (14) Holschneider, M., J. Stat. Phys., **50**, (1988), 963.
- (15) Meyer, Y., in Ref.(14).
- (16) Arneodo, A., Grasseau, G. and Holschneider, M.,
Phys. Rev. Lett., **61**-20(1988), 2281.
- (17) Arneodo, A., Grasseau, G. and Holschneider, M., in Ref.(14).
- (18) コルモゴロフ, フォーミン著, 山崎三郎訳, 関数解析の基礎 (1972), 240, 岩波書店.
- (19) 松坂和夫著, 集合・位相入門 (1990), 214, 岩波書店.
- (20) 文献 (4) の 25 ページ.
- (21) Halsey, T.C., Jensen, M.H., Kadanoff, L.P., Procaccia, I. and Shraiman, B.,
Phys. Rev. A, **33**-2(1986), 1141.
- (22) 文献 (4) の 3 ページ.
- (23) 文献 (4) の 10 ページ.
- (24) 山田道夫, 応用数理 (日本応用数理学会誌), 創刊準備第 3 号 (1990), 14.
- (25) Arnedo, A., Argoul, F., Bacry, E. and Elezgaray, J., Wavelet Transform
of Fractals, (not be published), Centre de Recherche Paul Pascal (France), 23.

第7章 結 論

本研究では、積層複合材の変形限界を律する主な要因として界面上の塑性不安定現象の存在を仮定し、その現象を理論および数値解析と実験の両面から解明した。一般に材料の破壊に至るまでの過程を考える場合には、降伏点のような強度が急変したり、局所化にみられるような変形挙動の急変する限界点の把握と、その限界点を越えて破壊に至るメカニズムの理解が必要であることは第1章で述べた。そこで前者に対しては、有限変形理論に基づいた従来の分岐解析を積層複合材のモデルに拡張した手法を提案し、“界面あれ”に代表される界面塑性不安定現象の発生条件について検討した。また、弾塑性体の両面に弾粘塑性体を積層したモデルに対して、速度依存型の構成式を用いた弾粘塑性有限要素法により局所変形の遅延現象について解析を行った。そして後者に対しては、アルミはくの両面に高分子フィルムを積層した樹脂積層アルミはくを対象にして、“界面あれ”の挙動をアルミはく単体に生じる“表面あれ”と比較しながら実験的に検討した。この積層材の巨視的な最終破断に至るメカニズムについても、弾粘塑性有限要素解析を併用して考察した。また、“あれ”に代表される不均質変形に対してフラクタル解析を行い、力学的要因に対するフラクタル特性の変化や微細構造との関係について検討した。

以上の検討結果より得られた主な研究成果をつぎに示す。

1. 積層複合材の分岐解析による界面塑性不安定性の検討を行なった結果、概して外側材料の硬化指数が内側材料より大きい場合に、界面上に高次モードの分岐解が優先的に生じることが示され、積層複合材の変形限界を示唆する一つの限界点を与えた。
2. 樹脂積層アルミはくに対して、等二軸引張り試験による界面不均質変形の成長過程を調べた結果、以下のことがわかった。“表面あれ”は、負荷ひずみとともに単調増加し破断に至る。一方、“界面あれ”は変形初期では同様に増加するが、表皮材料（PET）の硬化特性や剛性（板厚）により単調には増加しない。
3. また、ひずみの負荷とともに現れる“界面あれ”や、界面接合層内の初期ボイドなど

を起点として接着層内のはく離が伝ばし、アルミはくにとっては変形が拘束される領域と自由境界となる領域の混在した状態になる。その自由境界領域においてくびれが発生することで、巨視的な最終破壊となる。すなわち、はく離の先行なしでは破断は起こらないことがわかった。

4. (3)の巨視的な破壊に至るメカニズムを考慮した有限要素モデルにより、はく離の伝ばとアルミはくの局所変形挙動の相互作用について検討した。その結果、界面接着層内の初期ボイドが比較的大きい場合には、ほぼアルミはくの硬化指数 n 値でくびれの開始点が予想できる。一方、初期ボイドの小さい場合にはくびれを起こさせるのに必要最小限のはく離長さの存在を示す結果を得た。
5. 第4章で得られた実験結果をもとにフラクタル解析を行った結果、アルミはくの界面および表面に出現する不均質構造は自己相似性を持ち、比較的結晶粒径の大きな純アルミはくについては、ひずみが負荷されると微細構造のスケールに応じた2種類のフラクタル次元が現れた。後者のことは、結晶粒径に依存した凹凸に、短波長のすべり帯の発生による凹凸が重畳された”あれ”構造の形成を示唆している。
6. 著しい局所変形の生じないひずみ範囲において、2種類の素過程の重畳により形成される純アルミはくの”あれ”に対するフラクタル次元は、負荷ひずみとともにやや増加する。一方、結晶粒が小さくほとんど粒径に依存した不均質変形のみにより”あれ”が形成されるアルミ合金はくの場合は、ほとんど一定であることがわかった。

発表論文

本研究の各章に関連して発表された論文を以下に示す。

第2章 …

- (1) 北川 浩, 渋谷陽二, 山崎英数
”積層複合材の界面分岐解析”
日本機械学会論文集 (A 編), 57-534(1991), 232.

第3章 …

- (1) 渋谷陽二, 北川 浩, 赤木正紀, 坂口雅司
”樹脂積層材の界面はく離伝ばと母材局所変形挙動の解析”
日本機械学会論文集, 56-522(1990), 201.
- (2) Yoji SHIBUTANI, Hiroshi KITAGAWA, Masaki AKAGI, Masashi SAKAGUCHI
”Propagation Process of Delamination and Local Deformation
on Metal- Polymer Laminated Materials”
JSME International Journal, 34-2(1991), 207.

第4章 …

- (1) Yoji SHIBUTANI, Hiroshi KITAGAWA, Takayuki NAKAMURA
”Growth of Interfacial Inhomogeneous Deformation in Thin Laminated Material
Subjected to Biaxial Tension”
Submitted to Proc. MECAMAT'91(1991, FRANCE).
- (2) 渋谷陽二, 北川 浩, 中村恭之
”積層複合材の界面不均質変形挙動”
(第1報, 積層複合材の界面あれ成長メカニズムの検討)
日本材料学会論文掲載予定

第5章 …

- (1) 渋谷陽二, 北川 浩, 向井秀樹
”樹脂積層アルミはくの局所変形挙動の検討”
塑性と加工 (日本塑性加工学会誌), 32-360(1991), 88.

第6章 …

- (1) Yoji SHIBUTANI, Hiroshi KITAGAWA, Takayuki NAKAMURA
”Growth of Interfacial Inhomogeneous Deformation in Thin Laminated Material
Subjected to Biaxial Tension”
Submitted to Proc. MECAMAT'91(1991, FRANCE).
- (2) 渋谷陽二, 北川 浩, 中村恭之
”積層複合材の界面不均質変形挙動”
(第2報, 界面あるいは表面不均質変形のフラクタル特性)
日本材料学会論文投稿中

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、終始変わらぬ懇切な御指導を賜りました大阪大学工学部北川浩教授に心より感謝の意を表します。

本論文を作成するに際して、御教示を賜りました大阪大学工学部斎藤好弘教授、花崎伸作教授、そして久保司郎教授に深く感謝します。本研究の遂行において、御助言、御指導をいただきました大阪大学工学部仲町英治助教授、井上豊助手、さらに試験片の提供を含めて実験に関して御援助していただきました昭和アルミニウム(株)研究開発部坂口雅司博士、西川直毅氏に厚く御礼申し上げます。

また、本論文各章の研究をまとめるにあたって、大阪大学工学部北川研究室諸氏の多大な御援助をいただきました。特に、第2章は山崎英数氏(現、富士写真フイルム(株))、第3章は赤木正紀氏(現、トヨタ自動車(株))、第4章は中村恭之氏(現、大阪大学大学院)、第5章は向井秀樹氏(現、住友電気工業(株))の優秀な研究の成果によるところが大きく、深く感謝します。第6章は、京都大学防災研究所山田道夫博士の御指導を賜りまして、厚く御礼申し上げます。

(株)東芝を退社後、大阪大学工学部におきまして再び研究を行う機会を与えていただきました北川浩教授には、あらためて感謝の意を表すと同時に、研究にひたすら専念できる環境を与え、精神的にも支えてくれた妻由佳、長女文美には心から感謝します。