

Title	複数の単色X線束による減弱を利用した多成分分析法
Author(s)	小西, 圭介; 豊福, 不可依
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1980, 40(2), p. 168-170
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/15008">https://hdl.handle.net/11094/15008</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 研究速報

## 複数の単色X線束による減弱を利用した多成分分析法

九州大学歯学部歯科放射線学教室 (主任: 神田重信教授)

小西圭介 豊福不可依

(昭和54年9月1日受付)

(昭和54年10月31日最終原稿受付)

## Polychromatic Photon Absorptiometry

Keisuke Konishi and Fukai Toyofuku

Department of Dental Radiology, Faculty of Dentistry, Kyushu University, Maidashi  
3-1-1, Higashi-ku, Fukuoka 812, Japan

Research Code No.: 203

Key Words: Photon absorptiometry, Bone mineral content,  
Monochromatic x-ray

Photon absorptiometry is a popular method for determining the mineral contents of body components, such as bone. The single photon absorptiometry introduced by Cameron and Sorenson (1963) has become widely accepted. Dichromatic absorptiometry using two monochromatic photon beams was recently introduced by Witt and Mazess (1978). The photon absorptiometry described here involves an unlimited number of monochromatic photon beams and component materials. Formulation for this polychromatic photon absorptiometry (PCPA) can be described as the linear algebraic expression using the least square method, by measuring photon intensities for each photon beam attenuated by the sample. For example, the lead content of lead-containing acrylic resin sheets was measured by PCPA using fluorescent X-ray from appropriate secondary targets which had been excited by white X-rays. The values obtained were in good agreement with the real contents and proved accurate to within 1%.

## 研究目的

Cameron-Sorenson 法<sup>1)</sup>に代表されるように、骨塩類等の物質量を一種類の $\gamma$ 線の減弱から求める方法を monochromatic photon absorptiometry と称するとし、Witt ら<sup>2)</sup>は2つのエネルギーを用いたものを dichromatic photon absorptiometry と称している。我々はこの概念を一般的に拡張し、複数 $m$ 個の単色エネルギーの光子束による複数 $n$ 個の物質成分の定量を行う polychromatic photon (or Xray) absorptiometry と云うべき方法を確立した。この方法を用いて既知成分ながら未知量

の試料を定量する研究を手掛けたので報告する。

## 理 論

記号を

 $E_i$ :  $i$  番目の光量子エネルギー  $i=1\sim m$  $X_j$ :  $j$  番目の成分の量  $\text{g/cm}^2$  で未知の量  $j=1\sim n$  $\rho_j$ :  $j$  番目の成分の密度 $\mu_{ij}/\rho_j$ :  $j$  番目の成分の  $i$  番目のエネルギー  $E_i$  に対するに質量減弱係数で既知の量 $I_i$ : 試料に入射するエネルギー  $E_i$  の光子の強度で測定すべき量

$J_i$ : 試料によって減弱し出てくるエネルギー  $E_i$  の強度で測定すべき量

とおけば、物質によるX線の減弱の原理から

$$J_i = I_i \exp\left[-\sum_{j=1}^n (\mu_{ij}/\rho_j) X_j\right] \quad (1)$$

で示される。

ここで式を簡単にするために

$$h_i = \ln(I_i/J_i), \quad a_{ij} = \mu_{ij}/\rho_j \quad \text{とおくと}$$

$$h_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (i=1, \dots, m) \quad (2)$$

これは次のような行列の成分に外ならない。

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

これはまたそれぞれに対応する行列を  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{X}$  とすると

$$\mathbf{AH} = \mathbf{AX} \quad (4)$$

と書く事が出来る。ここで  $\mathbf{X}$  は未知量、 $\mathbf{A}$  が既知の量、 $\mathbf{H}$  は測定によって得られる量である。ところで式 (1) または (4) が  $x_j$  について解けることが absorptiometry の原理である。  $m=n$  の場合には  $n$  元一次連立方程式になり数式としては解けるが、測定値にはいわゆる測定誤差を含み、その影響で解が非常に不安定になる。従って  $m>n$  とすることにより  $h_i$  の測定値から最少2乗法で  $X_j$  を導けば安定な解が得られる。いま  $X_j (j=1, \dots, n)$  を解とすれば

$\Delta_i = h_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$  は  $h_i$  が実験誤差を含む限り必ずしも0にならない従って

$$S = \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 = \sum_{i=1}^m \left( h_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right)^2 \quad (5)$$

を最少に導くように  $\frac{\partial S}{\partial x_j} = 0$  の正規剩程式を組立てると

$$\mathbf{A}'\mathbf{H} = \mathbf{A}'\mathbf{A}\mathbf{X} \quad (6)$$

なる関係式が得られる。但し  $\mathbf{A}'$  は  $\mathbf{A}$  の転置行列である。式 (6) はとりもなおさず  $\mathbf{A}'\mathbf{A}$  が正方行列となり  $n$  元一次の  $\mathbf{X}$  に関する連立方程式となり ( $m>n$ ) であっても一意的に解ける。つまり成分の数  $n$  より多い  $m$  本の単色エネルギーをもった光子束で absorptiometry を行えば (6) を解く事により各成分の量  $X_j (j=1, \dots, n)$  が最少2乗法で求まることを示している。また全体の厚み  $t$  がわかっていると

$$\sum_{j=1}^n x_j \rho_j = t \quad (7)$$

の関係からこの (7) 式を (2) に加えた  $m+1$  行の式を解くことによって精度を上げることが出来る。Cameron-Sorenson<sup>1)</sup> は (1) 式で  $m=1, n=2$  及び (7) 式から骨塩量である  $X$  を求めたことになる。

#### 計測方法及び実験例

光子束源を放射性同位元素からの  $\gamma$  線にもとめることも一方法であるが、半減期、強度、エネルギーの種類等の問題で制約を受ける。そこで我々はX線管球から出て来る白色X線で任意の二次ターゲットを叩き、得られる蛍光X線を利用することを試みた。これによると1個のターゲットでも  $K_{\alpha}$  線と  $K_{\beta}$  線に分けられ、さらに半導体検出器のような分解能の良好なものではターゲットの原子番号が高くなると  $K_{\alpha 1}$  と  $K_{\alpha 2}$ ,  $K_{\beta 1}$  と  $K_{\beta 2}$  の4本にも分かれる。さらにターゲットを適当な合金、あるいはベースとなる金属に他の金属を蒸着するような手段をとれば、同時に数本のエネルギーに対して計測が可能になる。我々の手持ちの装置では二次ターゲットから 50cm 1mm の細いビ

Table 1 Lead content of lead-containing acrylic resin sheets according to manufacture and polychromatic photon absorptiometry (PCPA).

	Real contents				Measurement by PCPA
	H	C	O	Pb	Pb (weight %)
type H	5.8	43.8	20.4	30.0	30.08 ± 0.16*
type S	7.1	55.3	24.6	13.0	13.05 ± 0.18*

\* standard deviation of 5 samples

ームで $10^4$  カウント/秒程度の出力が得られ統計誤差の面からも十分な強度が得られている。

#### (測定例)

放射線遮蔽材として鉛を含んだアクリル板（商品名、協和グラス）の鉛の量を定量してみた。製造所の成分比を参考に我々の実測値との比較を Table 1 に示す。これはアクリルと鉛の2成分に対して  $\text{TeK}_\alpha$  (27.4keV),  $\text{TeK}_\beta$  (31.1keV),  $\text{GdK}_\alpha$  (42.8keV),  $\text{GdK}_\beta$  (49.0keV),  $\text{WK}\alpha_1$  (59.3keV),  $\text{WK}\beta_1$  (67.22keV),  $\text{AuK}\beta_1$  (77.9keV) の7エネルギーを用いた厚みの情報を含む PCPA である。良好な一致を示している。

#### 考 察

この方法は骨塩類の *in vivo* 計測、トロトラストの肝、脾内の絶対測定、また血液中の鉄分の定量等の計測にも広く応用できるものである。し

かしこの方法の欠点は吸収係数がエネルギーに対して比例に近い成分（例えば比較的原子番号が近いもの同志）は理論式の性質上解が非常に不安定になる。

また行列  $\mathbf{A}$  の性質から誤差の伝わり方を調べどのような成分の分析にはどのような光子エネルギーを選ぶかを吟味することは大きな研究課題である。

#### 文 献

- 1) Cameron, J.R. and Sorenson, J.: Measurement of bone mineral *in vivo*: An improved method. *Science*, 142: 230—232, 1963
- 2) Witt, R.M. and Mazess, R.B.: Photon absorptiometry of soft tissue and fluid content: The method and its precision and accuracy. *Phys. Med. Biol.*, 23: 620—629, 1978