

Title	Anisotropic Interfacial Tension and Equilibrium Crystal Shapes of Exactly Solvable Models
Author(s)	藤本, 雅文
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/2964353">https://doi.org/10.11501/2964353</a>
DOI	10.11501/2964353
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 【7】

氏名・(本籍)	藤 本 雅 文
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 9 6 3 3 号
学位授与の日付	平成 3 年 3 月 26 日
学位授与の要件	理学研究科 物理学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	Anisotropic Interfacial Tension and Equilibrium Crystal Shapes of Exactly Solvable Models (可解格子模型における異方的界面張力と結晶の平衡形)
論文審査委員	(主査) 教授 金森順次郎
	(副査) 教授 吉川 圭二      教授 大坪 久夫      助教授 城 健男
	助教授 阿久津泰弘

## 論 文 内 容 の 要 旨

本研究では、二次元の可解格子模型である hard-hexagon (H. H.) 模型と eight-vertex (8. V.) 模型について相関距離、界面張力の異方性を計算し、結晶の平衡形を導いた。

H. H. 模型は、三角格子上で、お互いに第一近接格子点には来れない粒子系を想定した模型である。Baxter 達は、H. H. 模型が、star-triangle 関係式を満たす厳密に解ける模型であることを示し、転送行列法を用いて、H. H. 模型の自由エネルギー、秩序変数、相関距離、界面張力などを計算した。ここで問題にしたのは、相関距離、界面張力の解析は、ある特殊な方向しか行なわれていなかった、という事である。そもそも、通常の転送行列を用いた相関距離、界面張力の解析方法には、ある特殊な方向しか解析できない、という欠点があった。本論文では、相関距離、界面張力を全ての方向で解析する為の新しい方法として、通常の転送行列法に shift operator を導入した方法を提案した。ここで、shift operator とは、ある横軸上の粒子配列を一格子間隔だけずらす働きのある演算子の事である。H. H. 模型の転送行列と、shift operator を同時に用いる事によって、H. H. 模型の相関距離、界面張力を、全ての方向で計算する事に成功した。更に、異方的界面張力の解析の応用として、結晶の平衡形を導いた。結晶の平衡形とは、臨界点以下である単一相の中に一定体積の別の相を混ぜた時の最も安定な形で、Wulff の定理を用いることによって、界面張力の異方性より導くことができる。この解析より、H. H. 模型の平衡形は、臨界点付近の円形から基底状態の正三角形へと連続的に変化する事、そして平衡形の曲率を計算する事によって、基底状態での roughening 転移が確認された。

Shift operator を用いた異方的相関距離、界面張力の解析方法は、広い範囲の可解格子模型に適用できる一般的な方法である。H. H. 模型に続き 8. V. 模型で、異方的界面張力及び平衡形の解析を行なっ

た。その結果 8. V. 模型の異方的界面張力及び平衡形の表示は, Baxter の用いた parameter  $Z, X, Q$  のうち,  $Q$  には依らないと言う事が示された。8. V. 模型に  $Q$  がある値を取る極限として含まれる Ising 模型 ( $Q = X^4$ ), six-vertex 模型 ( $Q = 0$ ) については, これまでに平衡形の決定がなされており, この二つの模型の平衡形が本質的に同じである, と言う事が知られていた。上で述べた  $Q$ -independence は, この事実の拡張になる。更に, 8. V. 模型の平衡形がある対称双二次形式として表されると言う事を, 指摘した。一般に対称双二次形式は楕円関数によって parametrize できる事が, 知られている。この parametrization を 8. V. 模型の平衡形に行なえば, 界面張力の表示の中の楕円  $\theta$  関数を再現する。これより 8. V. 模型の界面張力の表示の中の楕円  $\theta$  関数は, その平衡形を反映していた事が解った。

### 論文審査の結果の要旨

2次元格子模型がある条件を満たしたときには, その自由エネルギーを厳密に計算することができて, 可解格子模型と呼ばれる。しかしその場合でもあらゆる物理量を厳密に計算することが可能ではなく, 現在なお多くの未解決の問題がある。藤本君の研究は, 任意の方向にある 2 格子点間の相関関数および界面張力の方向依存性, さらに秩序パラメーターの異なる 2 相について一つの相が他の相に取り囲まれたときの相領域の平衡形の計算について, 新しい厳密な計算法を進展させ, 幾つかの興味ある結果を得ている。限定された模型であっても, 厳密に得られる結論は, 各種の問題での議論の基礎ないしは試金石となるものでその意義は大きい。

藤本君はまず, 3角格子上的任意の数の粒子を想定し, 各粒子は互いに最隣接格子点には入らないと仮定する Hard Hexagon 模型を論じた。この模型の名称は一つの粒子がその占有する格子点のまわりの格子点を結んで得られる 6 角形に対応し, 6 角形は互いに重なることはないことに由来する。粒子数がある濃度を越すと, 3角格子の第 2 近接格子点を結んで得られる 3 つの部分格子の一つに偏在した秩序状態が出現する。この模型での相関関数は特定の方向については既に計算されていたが, 藤本君はある軸上の粒子配列を 1 格子間隔だけでなく shift operator を用いる新しい方法を考案し, 相関関数および界面張力の方向依存性を厳密に求めることに成功した。また部分格子の種類に対応して 3 種類ある秩序状態が共存するとき, 一つの秩序相が他の秩序相に取り囲まれる場合の平衡形を粒子濃度に対応する activity の関数として厳密に決定した。さらにこの方法を 2次元系の最も一般的な模型の一つである 8 頂点模型に適用して, 相関関数, 界面張力, 平衡形を一般的に求めることに成功している。8 頂点模型はイジング模型および氷の水素結合の模型に対応する 6 頂点模型を特定のパラメーターの値に対応した場合として含んでいる。藤本君は, この場合の平衡形が, 系を特徴づけるパラメーターの一つには依存しないことを発見し, また一般の場合の平衡形をきめる方程式を導いた。

藤本君の研究は, 第 1 に考案した shift operator の方法の独創性に関して高く評価することができる。また 8 頂点模型, Hard Hexagon 模型について得られた結論は各種模型の相互関連について極めて示唆に富むもので, 今後の研究の発展に資するところ大である。さらに Hard Hexagon 模型での結論は結晶成長等の問題にも関係がある。結論として, 同君の論理学博士の学位論文として十分なものであると認める。