



Title	Burlinの一般空洞理論の拡張
Author(s)	白貝, 彰宏
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1981, 41(8), p. 777-782
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/15185">https://hdl.handle.net/11094/15185</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## Burlin の一般空洞理論の拡張

放射線医学総合研究所物理研究部

白貝 彰 宏

(昭和55年12月1日受付)

(昭和56年1月16日最終原稿受付)

### An Extension of the Burlin's General Cavity Theory

Akihiro Shiragai

Division of Physics, National Institute of Radiological Sciences, 9-1, Anagawa 4 Chome,  
Chiba-shi 260 Japan

*Research Code No.:* 203.9

*Key Words:* General cavity theory, Photon dosimetry, Mass stopping power ratio

The general cavity theory developed by Burlin was reconstructed by revising his modifications for the Spencer-Attix relation as follows. 1) the relative distribution of electron energies in the spectrum is changed because the stopping power of the cavity differs from that of the wall material. 2) the total energies contained in the electron spectrum is changed because the electron absorption in the cavity differs from that in the wall material.

Generally the cavity wall is not always thick enough to establish electronic equilibrium in the wall. The absorbed dose in the cavity is due to electrons which are generated in the material by photons and transmitted through the cavity wall to the cavity, electrons which are generated in the wall and electrons which are generated in the cavity. Then, effective mass stopping power ratio was derived on the basis of the considerations concerning the reconstruction of Burlin's theory. The same formula could be obtained from both of continuous slowing-down model and discrete slowing-down model of electrons.

#### 1. 序 論

photon dosimetryにおいて、媒質の吸収線量は、小空洞を用いて測定する場合には、空洞の吸収線量に、2次電子に対するそれら物質の質量(衝突)阻止能の平均の比を乗ずることにより、一方大きな空洞を用いて測定する場合には、光子に対するそれら物質の質量エネルギー吸収係数の平均の比を乗ずることにより得られる<sup>1,2)</sup>.

Burlin<sup>3,4)</sup>はさらに、これらの中間的な大きさの空洞を用いて測定する場合にも扱えるように、一般空洞理論を展開した。

しかしながら、これらはいづれも、電子平衡が達成されるだけの十分な厚さの空洞壁をもつて媒質等価壁をもつて空洞に対してのみ適用可能で、壁厚が薄い場合には適用できない。言いかえれば、空洞壁を媒質として考えている。

普通の線量計による photon dosimetryでは、一般的には、空洞にエネルギーを付与する2次電子は、媒質中で発生し壁を通過して空洞に達するもの、壁中で発生し空洞に達するもの、空洞中で発生するものの3種類からなり、photonのエネルギーや空洞壁の有無、空洞の大小によりこれら

のうちどれかが無視できるにすぎない。

先に我々は<sup>5,6)</sup>このことを考慮に入れ、電子の連続減速近似に基づいて、空洞の吸収線量  $D_i$  の媒質の吸収線量  $D_m$  に対する比で定義される実効質量阻止能比  $f_m$  を得てきた。ここではさらに発展させ、Burlin の一般空洞理論の再構成を試みると共に、電子の連続減速模型だけでなく不連続減速模型に基づいても同様な結果が得られることを示す。その際、議論を簡単にし、式の複雑化をさけるために、単色エネルギーの光子の吸収により光電子が発生する場合のように、単色エネルギー  $T_0$  の電子が光子の吸収により発生する場合についてのみ扱う。実際にはそれらがスペクトルをもっているのが普通で、その場合には電子や光子のスペクトルにわたって平均すればよく、この議論の単純化によって一般性が失なわれることはない。

また実際の線量測定においては、温度、気圧、イオン再結合、cap displacement、放射線場の擾乱、湿度などに対する補正を考慮しなければならないが、これらは別に補正項として扱かえるので、空洞理論の展開においては式の煩雑さを避けるために無視するのが普通である。

## 2. Burlin の理論

Spencer と Attix<sup>7,8)</sup> は Bragg-Gray の原理<sup>9)</sup>を発展させて、 $\delta$  線の効果をも考慮に入れた  $f_m$  に対する式を導いた。

$$f_m = \bar{S}_{i,m}(\Delta) = \left( \frac{Z}{A} \right)_{i,m} \left\{ 1 + \frac{1}{T_0} \left[ \int_{T_0}^{T_0} R_m(T_0, T) \left( \frac{B_i(T)}{B_m(T)} - 1 \right) dT + \Delta \cdot R_m(T_0, \Delta) \left( \frac{B_i(\Delta)}{B_m(\Delta)} - 1 \right) \right] \right\} \quad (1)$$

ただし、

$i$  : 空洞又は空洞物質

$m$  : 媒質又は媒質物質

$A$  : 電子が、平均で、空洞を丁度横切ることのできるエネルギー

$T$  : 電子のエネルギー

$Z$  : 原子番号

$A$  : 原子量

$$(Z/A)_{i,m} : (Z/A)_i / (Z/A)_m$$

$R(T_0, T)$  : 電子の初期エネルギーが  $T_0$  である時、エネルギー  $T$  での 1 次電子束に対する全電子束の比

$B(T)$  : エネルギー  $T$  の電子の制止数

Burlin<sup>3,4)</sup> は、 $\delta$  線の飛程にはほぼ等しい大きさの空洞を考え、この Spen-Attix の理論を次の 2 点について修正することにより、その両極限として小空洞及び大空洞を含む一般空洞理論を展開した。

(イ) スペクトル中の電子のエネルギーの相対分布は、空洞物質の阻止能が壁物質のそれと違うために変る。

(ロ) 電子スペクトルに含まれる全エネルギーは、空洞中での光子の吸収が壁物質中のそれと違うために変る。

$f_m$  に対して次式を得た

$$f_m = \left( \frac{Z}{A} \right)_{i,m} \left\{ 1 + \frac{d}{T_0} \left[ \int_d^{T_0} R_m(T_0, T) \left( \frac{B_i(T)}{B_m(T)} - 1 \right) dT + \Delta \cdot R_m(T_0, \Delta) \left( \frac{B_i(\Delta)}{B_m(\Delta)} - 1 \right) \right] + (1-d) \left[ \left( \frac{Z}{A} \right)_{m,i} (\mu_{en}/\rho)_{i,m} - 1 \right] \right\} \quad (2)$$

ただし、 $(\mu_{en}/\rho)$  は質量エネルギー吸収係数で、 $(\mu_{en}/\rho)_{i,m} = (\mu_{en}/\rho)_i / (\mu_{en}/\rho)_m$  である。

(2)式を整理すると (1)式より

$$f_m = d \cdot \bar{S}_{i,m}(A) + (1-d)(\mu_{en}/\rho)_{i,m} \quad (3)$$

Spencer-Attix の式 (1)において、修正 (イ) に起因して、壁電子の寄与を表わす第 2 項が平均  $d$  まで減弱するので (2)式の第 2 項が得られ、修正 (ロ) に起因して (2)式の第 3 項が加わる。見方を変えれば、(3)式において、第 1 項は壁電子が平均  $\alpha$  まで空洞中で減弱し、第 2 項は空洞電子が平均  $(1-d)$  までビルドアップしてそれぞれの割合で空洞中にエネルギーを付与する、とも言える。

ここで、

$$d = (1 - e^{-\beta g}) / (\beta g) \quad (4)$$

$$\beta = 16 / (T_0 - 0.036)^{1.40} \text{ cm}^2/\text{gm of air} \quad (5)$$

$g$  は空洞中での電子の平均飛程である。減弱を  $\exp(-\beta g)$  で、ビルドアップを  $\{1 - \exp(-\beta g)\}$  で近似し、 $\beta$  は最大エネルギー  $T_0$  にのみ依存するとしている<sup>3,4)</sup>。固体や液体の空洞に対しては次式を採用した<sup>10,11)</sup>。

$$\beta = 18.6 / (T_0 - 0.036)^{1.37} \text{ cm}^2/\text{gm} \quad (6)$$

$T_0$  は MeV で示す。

### 3. Burlin の理論の再構成

Burlin の設定した状況を別の見方からすると、空洞中の吸収線量  $D_i$  は、媒質中で発生した電子による線量  $D_{i,m}$  と空洞中で発生した電子による線量  $D_{i,i}$  の和で表わされるから

$$f_m = \frac{D_i}{D_m} = \frac{D_{i,m} + D_{i,i}}{D_m} = \frac{D_{i,m}}{D_m} + \frac{D_{i,i}}{D_m} \quad (7)$$

ところで、空洞物質の吸収線量を  $D_{io}$  とするとき、

$$D_m = D_{io}(\mu_{en}/\rho)_{m,i} \quad (8)$$

であるから、

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{D_{i,m}}{D_m} + \frac{D_{i,i}}{D_{io}}(\mu_{en}/\rho)_{i,m} \\ &= f_{m,i} + f_{i,i}(\mu_{en}/\rho)_{i,m} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、

$$f_{m,i} = D_{i,m}/D_m \quad (10)$$

$$f_{i,i} = D_{i,i}/D_{io} \quad (11)$$

このように表わすと、 $f_{m,i}$  及び  $f_{i,i}$  を求める際に、媒質と空洞物質の吸収の違いは最早考慮する必要はなく、発生した電子についてのみ考えればよいことになる。従って、Spencer-Attix の理論に対する Burlin の修正は、これらを求めるに当っては次のように言いかえうる。修正(イ)はそのままでよいが、修正(ロ)が異なってくる。即ち、

(イ) スペクトル中の電子のエネルギーの相対分布は、空洞物質の阻止能が媒質物質のそれと違うために変る。

(ロ) 電子スペクトルに含まれる全エネルギーは、空洞中での電子の吸収が媒質物質中でのそれと違うために変る。

このようにすると、(10) 及び (11) 式から

$$\begin{aligned} f_{m,i} &= \left( \frac{Z}{A} \right)_{i,m} \left\{ 1 + \frac{d}{T_0} \left[ \int_d^{T_0} R_m(T_0, T) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left( \frac{B_i(T)}{B_m(T)} - 1 \right) dT + \Delta \cdot R_m(T_0, \Delta) \right] \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{B_i(\Delta)}{B_m(\Delta)} - 1 \right) \right] - (1-d) \right\} \\ &= d \cdot \bar{S}_{i,m}(\Delta) \end{aligned} \quad (12)$$

即ち、修正(イ)に対応して媒質の電子スペクトルは空洞中で平均  $d$  だけ減少するために (1)式の第2項に  $d$  を乗じ、修正(ロ)に対応して空洞中に吸収される平均電子数が  $d$  であるために新たに  $(1-d)$  を差し引く必要があり、第3項が加わる。

同様にして、(11) 及び (1)式から

$$\begin{aligned} f_{i,i} &= \left( \frac{Z}{A} \right)_{i,i} \left\{ 1 + \frac{1-d}{T_0} \left[ \int_d^{T_0} R_i(T_0, T) \right. \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{B_i(T)}{B_i(T)} - 1 \right) dT + \Delta \cdot R_i(T_0, \Delta) \right] \\ &\quad \left. \left( \frac{B_i(\Delta)}{B_i(\Delta)} - 1 \right) \right] - [1 - (1-d)] \right\} \\ &= 1-d \end{aligned} \quad (13)$$

従って (12) 及び (13) 式を (9) 式に代入すると

$$f_m = d \cdot \bar{S}_{i,m}(\Delta) + (1-d) (\mu_{en}/\rho)_{i,m} \quad (14)$$

となり、(3)式と同じ式が得られる。

### 4. 一般空洞理論の拡張

Burlin は壁の存在を無視できる(媒質等価壁も含む)かビルドアップ壁をもつ線量計について、空洞の大きさを限定しない空洞理論を展開した。しかしながら、光子のエネルギーがある程度高くなると、実際には壁中で電子平衡は達成されず、空洞にエネルギーを付与する電子は、

1) 媒質中で発生し、壁を通過、減弱して空洞に達するもの、

2) 壁中で発生し、ビルドアップして空洞に達するもの

3) 空洞中で発生し、ビルドアップするものの3成分から構成されるようになる。

そこで、それぞれの電子による空洞の吸収線量の成分を  $D_{i,m}$ ,  $D_{i,w1}$ ,  $D_{i,i}$  とすると、

$$f_m = D_i / D_m = (D_{i,m} + D_{i,w1} + D_{i,i}) / D_m \quad (15)$$

また、壁物質の吸収線量を  $D_{w1}$  とすると、

$$D_m = D_{w1} (\mu_{en}/\rho)_m, w1 = D_{io} (\mu_{en}/\rho)_m, i \quad (16)$$

であるから、(16) 式を (15) 式に代入すると、

$$f_m = f_{m,i} + f_{w1,i} (\mu_{en}/\rho)_{w1,m} + f_{i,i} (\mu_{en}/\rho)_{i,m} \quad (17)$$

ただし、

$$f_{m,i} = D_{i,m} / D_m \quad (18)$$

$$f_{w1,i} = D_{i,w1} / D_{w1} \quad (19)$$

$$f_{i,i} = D_{i,i} / D_{io} \quad (20)$$

で、 $w1$  は空洞壁または空洞壁物質を示す。

ここで、電子の連続減速模型及び不連続減速模型に基づいて  $f_m$  を求めることを試みる。

#### (a) 電子の連続減速模型

電子が連続的にエネルギーを失うと仮定する、ある点での電子フルエンスのスペクトル  $\Phi_{T,m}$  は、電子の全質量阻止能  $(S/\rho)_{tot}$  の逆数

$$\Phi_{T,m} = 1/(S/\rho)_{tot,m} \quad (21)$$

で与えられるから、(18) 及び (21) 式より

$$f_{m,i} = \frac{\int_0^{T_0} d \cdot \alpha \cdot \Phi_{T,m} \cdot (S/\rho)_{coll,i} dT}{\int_0^{T_0} \Phi_{T,m} (S/\rho)_{coll,m} dT} = \frac{\int_0^{T_0} d \cdot \alpha [(S/\rho)_{coll,i} / (S/\rho)_{tot,m}] dT}{\int_0^{T_0} [(S/\rho)_{coll,m} / (S/\rho)_{tot,m}] dT} \quad (22)$$

ここで、 $(S/\rho)_{coll}$  は電子の質量衝突阻止能、 $\alpha$  は 1) の成分の壁透過率を示し、 $d$  はその空洞中での平均減弱率で (4) 式で与えられる。 $\alpha$  についても Burlin と同様に指數関数減弱を仮定すると、 $x$  を実効壁厚として、

$$\alpha = \exp(-\beta x) \quad (23)$$

で与えられ、 $d$  も  $\alpha$  も電子の最大エネルギーのみに依存するので、(22) 式においてそれらは積分の外へ出せる。従って

$$f_{m,i} = d \cdot \alpha \cdot \frac{\int_0^{T_0} [(S/\rho)_{coll,i} / (S/\rho)_{tot,m}] dT}{\int_0^{T_0} [(S/\rho)_{coll,m} / (S/\rho)_{tot,m}] dT} \quad (24)$$

であるが、電子の制動輻射によるエネルギー損失

を無視すると

$$(S/\rho)_{tot,m} = (S/\rho)_{coll,m} \quad (25)$$

であるから、(25) 式を (24) 式に代入すると、

$$f_{m,i} = d \cdot \alpha \cdot \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \frac{(S/\rho)_{coll,i}}{(S/\rho)_{coll,m}} dT = d \cdot \alpha \cdot \bar{S}_{i,m} \quad (26)$$

ただし、

$$\bar{S}_{i,m} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \frac{(S/\rho)_{coll,i}}{(S/\rho)_{coll,m}} dT \quad (27)$$

同様にして、

$$f_{w1,i} = d \cdot \gamma \cdot \bar{S}_{i,w1} \quad (28)$$

$$f_{i,i} = 1 - d \quad (29)$$

ここで  $\gamma$  は 2) の成分のビルドアップ率で、

$$\gamma = 1 - \alpha \quad (30)$$

と近似できるかもしれない。

従って、(26) 及び (28), (29) 式を (17) 式に代入すると、

$$f_m = d [\alpha \cdot \bar{S}_{i,m} + \gamma \cdot \bar{S}_{i,w1} (\mu_{en}/\rho)_{w1,m} + (1-d) (\mu_{en}/\rho)_{i,m}] \quad (31)$$

となり、先に我々が<sup>5,6)</sup>得て来たと同じ式に到達する。

#### (b) 電子の不連続減速模型

電子のエネルギー損失は実際には不連続的で、3 節での議論から

$$f_{m,i} = \left( \frac{Z}{A} \right)_{i,m} \left\{ 1 + \frac{d \cdot \alpha}{T_0} \left[ \int_{T_0}^{T_0} R_m(T_0, T) \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{B_i(T)}{B_m(T)} - 1 \right) dT + \Delta \cdot R_m(T_0, \Delta) \right] \right. \\ \left. \left( \frac{B_i(\Delta)}{B_m(\Delta)} - 1 \right) \right] - (1-d \cdot \alpha) \right\} \quad (32)$$

修正 (い) に対応して、壁により  $\alpha$  まで減弱した媒質の電子スペクトルは空洞中で平均  $d$  だけ減少するために (31) 式の第 2 項が得られ、また修正 (ろ) に対応して、吸収される電子数が  $d \cdot \alpha$  であるために、その電子スペクトルの全エネルギーは電子阻止能比に対して 1 ではなく  $d \times \alpha \times 1$  で、第 3 項が加わる。これを整理すると、(1) 式より

$$f_{m,i} = d \cdot \alpha \cdot \bar{S}_{i,m}(\Delta) \quad (33)$$

同様にして、

$$f_{w1,i} = d \cdot \gamma \cdot \bar{S}_{i,w1}(\Delta) \quad (34)$$

$$f_{i,i} = 1 - d \quad (35)$$

従って (33) 及び (34), (35) 式を (17) 式に代入すると

$$f_m = d [ \alpha \cdot \bar{S}_{i,m}(\Delta) + \gamma \cdot \bar{S}_{i,w1}(\Delta) \\ \cdot (\mu_{en}/\rho)_{w1,m} ] + (1-d) (\mu_{en}/\rho)_{i,m} \quad (36)$$

以上から、(31)式と(36)式とは同じ形をしており、電子の連続減速模型を用いても、不連続減速模型を用いても、共に次式の形で表わせることがわかる。

$$f_m = d [ \alpha \cdot S_{i,m} + \gamma \cdot S_{i,w1} \cdot (\mu_{en}/\rho)_{w1,m} ] \\ + (1-d) (\mu_{en}/\rho)_{i,m} \quad (37)$$

ただし、 $S_{i,m}$  および  $S_{i,w1}$  は  $\bar{S}_{i,m}$  および  $\bar{S}_{i,w1}$  又は  $\bar{S}_{i,m}(\Delta)$  および  $\bar{S}_{i,w1}(\Delta)$  である。

## 5. 議論

Burlin<sup>3,4)</sup> の一般空洞理論の再構成を試みるとともに、Burlin の理論の拡張として、空洞壁の効果を考慮に入れ、電子の連続減速模型および不連続速模型に基づいて、photon dosimetry における実効質量阻止能比に対するより一般的な式を導いた。<sup>5)</sup>

同様な考察は Almond ら<sup>12)</sup>や Nahum ら<sup>13)</sup>によってもなされたが、数値的な差の小さいこと<sup>14)</sup>とは別に、それらには基本的な誤りがあり<sup>15)</sup>、Williams<sup>16)</sup>もその点について正しく指摘している。

ここで得た式には  $d$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  がパラメータとして含まれており、電子の減弱、ビルドアップ、吸収を指数関数で近似することを述べたが、高エネルギー領域では電子の発生、散乱は前方方向に偏っており、これは必ずしも妥当であるとは言えないであろう。これらが近似的にでもどのような関数形で表わされるかが今後の研究課題として残されている。

一方 Janssens ら<sup>17,18)</sup>は、Burlin の取り扱いとは別に、輸送方程式から直接種々の大きさの空洞を用いて媒質の吸収線量を求める方法を検討しており、これらの研究がさらに発展し、一般空洞理論が確立されていくであろう。

本研究を進めるに当って御指導下さった放射線医学総合研究所物理研究部の川島勝弘博士、丸山隆司博士に深く感謝いたします。

## 文 献

- 1) ICRU Report 14: Radiation dosimetry: X-rays and gamma rays with maximum photon energies between 0.6 and 50 MeV. 1969, ICRU Publications, Washington, D.C.
- 2) ICRU Report 17: Radiation dosimetry: X-rays generated at potentials of 5 to 150 kV. 1970, ICRU Publications, Washington, D.C.
- 3) Burlin, T.E.: A general theory of cavity ionisation. Brit. J. Radiol., 39: 727—734, 1966
- 4) Burlin, T.E.: Cavity-chamber theory. In) Radiation dosimetry. Second Edition, Vol 1, eds. Attix, F.H., Roesch, W.C. and Tochilin, E., Chap. 8, pp. 331—392, 1968, Academic Press, New York and London
- 5) 白貝彰宏: X線、γ線の吸収線量測定に関する理論的考察. 日本医放会誌, 37: 570—577, 1977
- 6) Shiragai, A.: A proposal concerning the absorbed dose conversion factor. Phys. Med. Biol., 23: 245—252, 1978
- 7) Spencer, L.V. and Attix, F.H.: A theory of cavity ionization. Radiat. Res., 3: 239—254, 1955
- 8) Spencer, L.V.: Note on the theory of cavity ionization chambers. Radiat. Res., 25: 352—358, 1965
- 9) ICRU Report 10b: Physical aspects of irradiation. 1962, (NBS Handbook 85), U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- 10) Burlin, T.E. and Chan, F.K.: The effect of the wall on the Fricke dosimeter. Int. J. Radiat. Isotopes, 20: 767—775, 1969
- 11) Chan, F.K. and Burlin, T.E.: An experimental examination of a general cavity theory using a solid state dosimeter. Brit. J. Radiol., 43: 54—61, 1970
- 12) Almond, P.R. and Svensson, H.: Ionization chamber dosimetry for photon and electron beams. Theoretical considerations. Acta Radiol., Ther. Phys. Biol., 16: 177—186, 1977
- 13) Nahum, A.E. and Greening, J.R.: A detailed re-evaluation of  $C_d$  and  $C_E$  with application to ferrous sulphate G-values. Phys. Med. Biol., 23: 894—908, 1978
- 14) Nahum, A.E. and Greening, J.R.: Effective mass stopping power ratio in photon dosimetry. Phys. Med. Biol., 24: 454, 1979
- 15) Shiragai, A.: Effective mass stopping power ratio in photon dosimetry. Phys. Med. Biol.,

24: 452—454, 1979

- 16) Williams, P.C.: The experimental determination of  $C_\lambda$  using an absorbed dose calorimeter. *Phys. Med. Biol.*, 25: 77—84, 1980
- 17) Janssens, A., Eggermont, G. and Jacobs, R.: Recent developments in the general cavity theory. (In) *Proc. 5th Symp. on Microdosimetry*. Vol. II, pp. 1067—1089, 1976,

EUR5432 (Luxembourg: CEC)

- 18) Janssens, A., Eggermont, G. and Jacobs, R.: General cavity theory in the dosimetry of X-rays. Experimental study with a high-pressure chamber. (In) *National and International Standardization of Radiation Dosimetry*. Vol. II, pp. 207—228, 1978, IAEA-SM-222/43 (Vienna: IAEA)