Title	Quantized enveloping algebras associated to simple Lie su-peralgebras and universal R-matrices
Author(s)	山根, 宏之
Citation	大阪大学, 1992, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3060137
rights	
Note	

【32】

氏　　　名	山根宏之（やまね　ひろゆき）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学位記番号	第　10138　号
学位授与年月日	平成4年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科　数学専攻
学位論文名	Quantized enveloping algebras associated to simple Lie superalgebras and universal R-matrices （複素単純リー超代数の量子包絡環と普遍R-行列）
論文審査委員	（主査） 教　授　川中　宣明 （副査） 教　授　山本　芳彦　　教　授　伊達　悦朗　　助教授　谷崎　俊之

論文内容の要旨

Vを有限次元複素線形空間とする。R End（V⊗V）とする。この時，End（V⊗V⊗V）の中で次の関係式を（定数）ヤン・バクスター方程式と言う。

$$R_{12}R_{13}R_{23}=R_{23}R_{13}R_{12} \qquad (*)$$

ここで$R=\sum_i a_i\otimes b_i$ $(a_i, b_i\ \varepsilon\,\mathrm{End}(V))$と表したとき$R_{12}=\sum_i a_i\otimes b_i\otimes 1$，$R_{13}=\sum_i a_i\otimes 1\otimes b_i$，$R_{23}=\sum_i 1\otimes a_i\otimes b_i\ \varepsilon\,\mathrm{End}(V\otimes V\otimes V)$とおく。(*)の解をR－行列と言う。ヤン・バクスター方程式は，数理物理学では，熱統計力学の格子模型の可解性等さまざまな量子的可積分系の可解性にかかわるものとしてその重要性が認識されて来た。また今日では，ジョーンズ多項式等の結び目の不変量がR－行列を通して構成される事が，知られている。

一方Hをホップ代数，$\Delta: H\rightarrow H\otimes H$を余積とする。$H\otimes H$の可逆元$\tilde{R}$が次の条件を満たすときHを準三角ホップ代数と言う。

$$\tilde{R}\Delta(x)\tilde{R}^{-1}=\tau\Delta(x)\ (x\ \varepsilon H),\ (id\otimes\Delta)(\tilde{R})=\tilde{R}_{13}\tilde{R}_{12},\ (\Delta\otimes id)(\tilde{R})=\tilde{R}_{13}\tilde{R}_{23}$$

ここで$\tau(x\otimes y)=y\otimes x$とおく。準三角ホップ代数が重要なのは，$\tilde{R}$がヤン・バクスター方程式$\tilde{R}_{12}\tilde{R}_{13}\tilde{R}_{23}=\tilde{R}_{23}\tilde{R}_{13}\tilde{R}_{12}$を満たすからである。従って表現$\rho: H\rightarrow \mathrm{End}(V)$が有れば$(\rho\otimes\rho)(\tilde{R})\ \varepsilon\,\mathrm{End}(V\otimes V)$は，R－行列である。この$\tilde{R}$の事を普遍R－行列と言う。

Gを複素単純リー代数とする。U(G)をGの包絡環とする。ドリンフェルドと神保は，独立にU(G)の自然なq－類似であるホップ代数$U_h(G)$を導入した。今日$U_h(G)$は量子群又は，量子包絡環と呼ばれる。さらにドリンフェルドは，$U_h(G)$の普遍R－行列の一般的構成法を導入し，その結果として$U_h(G)$が準三角ホップ代数である事を示した。その構成法は，量子二重構成法と呼ばれる。その後幾

人かの数学者達が，量子二重構成法を使って$U_h(G)$の普遍R－行列の具体的構成を行った。

この論文では，幾つかの例外を除く複素単純リー超代数$\widehat{G}$の包絡環$U(\widehat{G})$の自然なq－類似であるホップ超代数$U_h(\widehat{G})$及びその自然なホップ代数化$U_h(\widehat{G})^\sigma$を導入し，量子二重構成法により$U_h(\widehat{G})^\sigma$の普遍R－行列の具体的構成を行った。その結果として$U_h(\widehat{G})^\sigma$が準三角ホップ代数である事を示した。さらに$U_h(G)$が，h－進位相の意味で$U_h(\widehat{G}) \to U(G)$ $(h \to 0)$となる位相的自由加群である事も示した。

$U_h(G)$のときと同様に，$U_h(\widehat{G})^\sigma$に対しても量子二重構成法を構成的に実行する為や，普遍R－行列を具体的に書き表す為にq－ルートベクトルと呼ぶべきものを使って$U_h(\widehat{G})^\sigma$に対してポアンカレ・バァーコフ・ヴィット型の基底を構成する必要がある。$U_h(\widehat{G})^\sigma$のq－ルートベクトルは，ルスティックが$U_h(G)$に対して導入したq－ルートベクトルの自然な類似になっている。

さらに論文では，$U_h(\widehat{G})$の定義関係式も与えた。この定義関係式を$h \to 0$にすると$U(\widehat{G})$の定義関係式が得られるが，それは，今迄知られていなかったものの様である。

論文審査の結果の要旨

1986年、ドリンフェルドはヤン・バクスター方程式の解の構成のための代数的枠組みとして，準三角ホップ代数の概念を導入した。

この論文において，山根君は複素単純リー超代数に付随する準三角ホップ代数の新しい系列を見出し，さらにその普遍R－行列を具体的に構成するなど，すぐれた成果をあげた。よって博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。