

Title	Decay of Solutions to the Cauchy Problem for the Linearized Boltzmann Equation with Some External-Force Potential
Author(s)	田畑, 稔
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	https://doi.org/10.11501/3072881
DOI	10.11501/3072881
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏 名	田 畑 <small>たばた</small> 稔 <small>みのる</small>
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 0 9 4 8 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 5 年 10 月 4 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学 位 論 文 名	Decay of Solutions to the Cauchy Problem for the Linearized Boltzmann Equation with Some External-Force Potential (ある外力を持つ線形化されたボルツマン方程式の解の減衰)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 田 辺 広 城 (副査) 教 授 井 川 満 助 教 授 小 松 玄 助 教 授 磯 崎 洋

論 文 内 容 の 要 旨

外力項を持たない非線形 Boltzmann 方程式 (NBE) についての初期値問題及び混合問題は, 初期値が十分に熱力学的平衡状態に近いときには, 時間大域的に一意に解けることが, 鶴飼正二, 静田 靖, 浅野 潔並びに西田孝明によって証明されている。これら四者によってなされた存在証明は, 次の三つのプロセスからなりたっている: (イ) Fourier 級数展開並びに Fourier 変換を用いて方程式の線形部分のスペクトルの構造を調べる。(ロ) (イ) で求めた評価を, 線形化された Boltzmann 方程式 (LBE) へ適用してその解の減衰評価を求める。(ハ) 初期値が平衡状態に十分近いことを仮定して, 非線形項を, LBE からの摂動と考えて処理し, 縮小写像の原理によって大域解を構成する。

これにたいして, 初期値が十分に平衡状態に近いときの, 外力項をもつ NBE (外力が働いている希薄気体の運動を記述する方程式) についての初期値問題及び混合問題の大域解の存在については, 今までまったく結果が得られていなかった。困難さの原因は主に次の 2 点である: (1) 外力ポテンシャルにより作られる力学系によって, 方程式の線形部分のスペクトルの構造が大きく異なる。(2) (1) と同様に, 外力項をもつ LBE についての Cauchy 問題の解の減衰の order は, 外力ポテンシャルによって作られる力学系の時間大域的性質と密接な関係があり, 外力ポテンシャルによって LBE の解の減衰の order は全く異なると予想される。

(1-2) で述べた理由により, 外力のない場合と同じプロセスで外力のある場合を取り扱おうとするならば, (イ-ハ) で用いる方法を外力ポテンシャルに応じて変える必要がある。また外力ポテンシャルによって作られる力学系の時間大域的性質を詳しく調べなくてはいけないから, その問題の困難さから考えて, まず古典力学においてその性質が, 詳しく調べられている具体的なポテンシャルを対象とすべきである。そこで本研究では, 外力ポテンシャルとして調和振動子のそれを考え, 次の結果を得た: 『調和振動子のポテンシャルを, 外力項にもつ LBE についての初期値問題の解は, 時間についてある無理関数の order で減衰する』。この結果は対応する外力項をもつ NBE の大域解の存在証明に適用できる。

外力ポテンシャルが調和振動子のポテンシャルの場合, 方程式の線形部分のスペクトルが虚軸に非常に強く接触す

るという, 方程式の解の減衰評価を得るには不都合な現象が起こるが, これは R. Caflisch の cut-off method によって解析できる。

論文審査の結果の要旨

本論文は調和振動子のポテンシャルを持つ外力がある場合の線形化されたボルツマン方程式の解の減衰を示したものである。種々の重みを持つヒルベルト空間を導入して, その適当な切除空間への解の射影は指数関数的に減衰することを先ず示し, その他独特の方法を用いて所要の結果を導いている。得られた結果は非線形方程式の大域的可解性を示すのに有効である。この論文は外力がある場合のボルツマン方程式の数少ない本格的な研究として注目すべきものであり, 博士(理学)の学位論文として十分な価値があると認める。