The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	固気二相流の急拡大損失に関する研究
Author(s)	田代, 博之
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1586
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

固気二相流の急拡大損失に関する研究

昭和 61 年 10 月

田　代　博　之

目　　次

記　　号

第１章　序　　論 …… 1

１・１　本研究の周辺と意義 …… 1

１・２　従来の研究と問題点 …… 2

１・３　本研究の目的 …… 8

１・４　本研究の範囲と方法 …… 8

第２章　管内固気二相流における急拡大損失に関する理論的研究 …… 10

２・１　緒言 …… 10

２・２　基礎式 …… 10

２・３　流束リチャードソン数 …… 27

２・３・１　流束リチャードソン数の定義とその意味 …… 27

２・３・２　流束リチャードソン数の近似 …… 27

２・４　回復圧力の定義 …… 30

２・５　付加拡大損失の定義 …… 32

２・６　結　　論 …… 35

第３章　水平管路における固気二相流の
急拡大損失に関する実験的研究 …… 36

３・１　緒言 …… 36

３・２　単相流における急拡大損失に関する実験 …… 37

３・２・１　緒言 …… 37

３・２・２　拡大損失係数 …… 38

３・３　実験装置 …… 41

3・4　実験方法 …… 43
3・5　試料の物性値 …… 46
3・6　実験結果および考察 …… 47
3・6・1　拡大後の気流の速度分布 …… 47
3・6・2　静圧分布 …… 49
3・6・3　回復圧力 …… 53
3・6・4　付加拡大損失係数 …… 57
3・6・5　圧力回復距離 …… 66
3・6・6　試料の物性値による影響 …… 67
3・6・7　直径比による影響 …… 69
3・7　結　論 …… 70

第4章　垂直下降管路における固気二相流の
急拡大損失に関する実験的研究 …… 72
4・1　緒言 …… 72
4・2　実験装置 …… 73
4・3　実験方法 …… 74
4・4　試料の物性値 …… 76
4・5　実験結果および考察 …… 76
4・5・1　静圧分布 …… 76
4・5・2　回復圧力 …… 79
4・5・3　付加拡大損失係数 …… 83
4・5・4　圧力回復距離 …… 95
4・5・5　試料の物性値による影響 …… 97
4・5・6　直径比による影響 …… 100
4・6　結　論 …… 103

第５章　垂直上昇管路における固気二相流の
急拡大損失に関する実験的研究 …… 104
５・１　緒言 …… 104
５・２　実験装置 …… 105
５・３　実験方法 …… 106
５・４　試料の物性値 …… 107
５・５　実験結果および考察 …… 107
５・５・１　静圧分布 …… 107
５・５・２　回復圧力 …… 109
５・５・３　付加拡大損失係数 …… 114
５・５・４　圧力回復距離 …… 122
５・５・５　試料の物性値による影響 …… 123
５・５・６　直径比による影響 …… 125
５・５・７　管路の方向による固気二相流の急拡大損失への影響　127
５・６・　結　論 …… 131

第６章　総　括 …… 133

謝　辞 …… 136

参　考　文　献 …… 137

記　　号

A ： 管断面積

A_0 ： ノズル穴の断面積

C_D ： 抵抗係数

c ： 体積濃度

D ： 管径

d ： 平均粒径

E ： 気相の運動エネルギ

E_p ： 粒子相の運動エネルギ

l_E ： 回復圧力距離

M ： 質量流量

m ： 質量流量比（$=M_p/M_a$）

m_f ： ノズル開口比

P_1 ： 急拡大面の静圧

P_{max} ： 下流管の最大静圧

ΔP_E ： 回復圧力（$=P_{max}-P_1$）

$\overline{\Delta P_E}$ ： 無次元回復圧力（$=\Delta P_E/\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2$）

ΔP_0 ： ノズル差圧

Q ： 空気の体積流量

R ： 管半径

R_e ： レイノルズ数（$=UD/\nu$）

R_{ep} ： 粒子レイノルズ数（$=|U-V|d/\nu$）

R_f ： 流束リチャードソン数

r ： 半径方向位置

T ： 温度

t^* ： 粒子の緩和時間

U ： 気流の管断面平均速度

u、u ： 気流速度

u_{max} ： 同一横断面上の最大速度

u_r ： 空気と粒子との相対速度

v、v ： 粒子速度

w ： 気流の変動分代表速度

X ： 単位質量あたりの両相間の相互作用力

（ρX：単位体積あたりの両相間の相互作用力）

z_{max} ： 下流管の最大圧力位置

α ： ノズルの流量係数

β ： 直径比（$=D_1/D_2$）

ζ_a ： 空気のみの場合の拡大損失係数

ζ_{BC} ： ボルダ・カルノーの拡大損失係数

ζ_p ： 付加拡大損失係数

μ ： 空気の粘性係数

ν ： 空気の動粘性係数

ρ ： 空気密度

σ ： 粒子の物質密度

τ ： 流れの代表時間

τ_{ij} ： せん断応力

$(\overline{\ })$ ： （　）の時間平均

$(\ )'$ ： （　）の変動分

添　字

a ： 空気

p　：　粉粒体

1　：　上流管での値

2　：　下流管での値

r　：　半径方向成分

θ　：　円周方向成分

z　：　軸方向成分

第１章　序　　論

１・１　本研究の周辺と意義

産業界における管内固気二相流の例としては、工場における粉粒体原料の移動、港湾における穀類の荷役、火力発電所における微粉炭のボイラーへの供給などの空気輸送があげられる。また、新聞社などの書類の空気輸送、真空掃除機のダクト内の流れ、固体燃料を使用するロケットのノズル内の流れなども広い意味での管内固気二相流といえる。このように管内固気二相流は産業界などに多種多様な形で数多く取り入れられており、環境衛生の面からも近年益々その重要性を増している。

一般に空気輸送は、粒状体物質あるいは粉状体物質の輸送や分配に適しており、カプセル輸送など特別な場合を除いて通常は、輸送管内での閉塞などの危険性を避けるために浮遊輸送の形がとられている。そして、その設計においては装置各部の摩耗や被輸送物の破損などの問題を除けば、いかにより多くの被輸送物をより小さな動力で設定された場所から場所へ輸送するかが最も重要な問題となる。この問題を扱う場合に重要となる要因は、被輸送物の最小輸送速度（被輸送物が管底に堆積し始める時の速度）や、それに関連した質量流量比や管路などの圧力損失などがあげられる。

最小輸送速度に関しては、その速度基準のフルード数とそれに対応する質量流量比との関係式などが既に明らかにされている[1]。さらに管路などの圧力損失に関しては、被輸送物を含んだ気体と管壁との摩擦による圧力損失、被輸送物と管壁との衝突による圧力損失、被輸送物相互の衝突による圧力損失、被輸送物に対する仕事による圧力損失やベンドやエルボなどによる輸送方向の変化による圧力損失や各種の分岐による圧力損失などがあげられ、それらに関する研究は数多くおこなわれているが[1]、[2]、輸送管路の拡大による圧力損失に関する研究は数少ない[3]、[4]、[5]。そのために長距離空気輸送においてはしばしば telescopic 式に管断面積を拡大し、気流の速度の増加を防いでいる

が、その圧力損失については、ほとんど考慮されていないのが現状である。それ故、管路の断面積の変化による固気二相流の研究は重要である。

1・2　従来の研究と問題点

前節で述べたように管内固気二相流における急拡大損失に関する研究は数少なく、Jung による実験[3] や、山本らによる研究[1] がみられる程度である。

Jung は断面縮小の場合を含め、断面拡大部を有する垂直上昇管路における固気二相流の管壁での静圧分布の測定実験を粒径0.1mm ないし0.3mm の石英砂を用いて行ない、急拡大部を有する場合の例として直径比 0.552、質量流量比 0.6 の場合を示している。ディフューザ部を有する場合の例（直径比0.515 、質量流量比1.25）もそうであるが、回復圧力（拡大面またはディフューザにおいては拡大を始める面における圧力と拡大後の最大圧力との差）は、空気のみの流れの場合よりも大きくなることを示しており、粒子の慣性によってそのような結果が生じるとしている。

山本らは水平管路における固気二相流に関し、縮小の場合を含め断面積変化のある管路を用いて直径比を変えた（0.683、0.793、0.899 ）実験を行なっている。レイノルズ数は約55000 であり質量流量比は 0～5 の範囲である。Jung の場合と同様に回復圧力は粒子を混入した場合の方が空気のみの流れの場合よりも大きくなることが示されており、その原因についても粒子の慣性により拡大部において両相間の速度の逆転が生じ、粒子から気流へのエネルギー伝達が生じるためであるとしている。また、粒子の抵抗係数に及ぼすレイノルズ数の影響を考慮して理論的に付加拡大圧力損失の計算を行ない、実験結果との比較をしており、その結果、断面縮小の場合は実験との一致はきわめて良いが拡大の場合は質量流量比が３以下になると両者の差異が著しくなっている。

Jungと山本らは、粒子の慣性の面から回復圧力の増加を説明しているが、そのことを含め他の面からもその現象に関係すると考えられる研究を紹介する。

Soo は、固相から気相へのエネルギ伝達の条件として、粒子後流により平均

流のエネルギ消散（または乱流エネルギの付加的生成）が生じない程、両相間の相対速度が小さいか、または、各粒子上に生じる境界層が重なり合う程、粒子濃度（体積濃度）が大きくなければならないとしており[6]、粒子の慣性により粒子速度が気流速度よりも大きくなった場合のみ粒子から気流への運動エネルギー伝達が行なわれるとしている。

Saffman は、固気二相流の層流安定論において、平板上の平行流に関して、オア・ゾンマーフェルト方程式を利用し、粒子の緩和時間が流れの代表時間よりも、かなり大きい粗大粒子の場合は、粒子を混入することによって、流れに対して安定作用を持つが、粒子の緩和時間が流れの代表時間よりも小さい場合は、安定作用を持たないことを理論的に説明している。また、その安定作用は質量流量比を粒子の緩和時間で割ったパラメータにのみ依存していることを理論的に求めている。ただし、その安定作用が最大となる粒子の緩和時間が存在するとしている[7]。

Owenは水平管路における空気輸送の研究において、乱れに対する粒子の影響に関して、粒子とエネルギ含有渦との関係から粒子の緩和時間が流れのエネルギ含有渦の代表時間に比べて十分小さいか、ほぼ等しい場合は、粒子の質量濃度（混合気体の単位体積当たりの粒子の質量）の増加と共に気流の乱れのエネルギ消散は大きくなることを誘導しており、もし、エネルギ生成とエネルギ消散とが同程度であり、粒子濃度が十分小さい（粒子を重力に対して浮遊させておくことに消費されるエネルギが平均流からのエネルギ供給に比べて十分小さい）ならば、気流の乱れ強さは小さくなり、結果として、渦粘性係数もそれと同じ割合で小さくなることを誘導している。また、逆に粒子の緩和時間がエネルギ含有渦の代表時間に比べて十分大きければ、粒子は、気流に対して整流格子のような作用を及ぼすとしている。さらに、噴流における気流に対する粒子の影響に関して次のような説明をしている。微小な固体粒子を含む固気二相流の円形噴流は、空気のみの場合と比べて噴流幅の広がりが小さく、軸中心速度の減衰が遅く、その結果、空気のみの場合よりも遠くまで到達することは、粒

子による気流密度の増加や慣性の増加によっては説明できないとして、粒子が気流の乱流変動に十分追随し、濃度分布と流れに平均歪率が存在すれば粒子速度の遅れが生じることを示し、最終的には、渦粘性係数の減少が導けると予想している[8]。しかしながら、上滝らは、その仮定の粒子の緩和時間が十分小さくないことや、十分追随するという仮定から気流との間に速度差を導き出していることに問題があるとして、固体粒子は気流の乱流変動に追随しない粗大粒子として乱流の十分発達した領域において解析を行ない、固体粒子の存在により渦粘性係数が減少し速度場が狭くなることを示している[9]。

さらに近年、レーザ・ドップラ流速計の普及により、固体粒子を添加した場合の気流の乱れ強さ、さらには固体粒子の乱れ強さも測定可能となり、その乱流構造が実験的に取り扱われてきた。

辻らは、平均粒径3.4mm のポリエチレン粒子を用いた水平に設置された直管での実験に、レーザ流速計を使用し、実験に用いたような粗大粒子を混入した場合、管内の乱れは全般的に著しく増加するが、管底近傍では質量流量比がある程度以上増加すれば、乱れの強さが減少し始め、粒子の影響が、かく乱効果としてだけでなく抑制効果としても作用することを示した[10]。さらに平均粒径210μmの球形プラスチック粒子を用いた実験においては、前述の粗大粒子の場合と異なり、質量流量比が1までは、質量流量比の増加と共に乱れは一様に減少するが、1以上になると、その抑制効果が飽和することを示している。これらのことから、粒子の気流の乱れに対する影響は、粒径によって定性的にも異なることがわかる[11]。また、垂直上昇管路における気流の乱れ強さの実験では、平均粒径3.0mm のポリエチレン粒子を混入した場合、管全断面にわたり乱れの増加が顕著であり、その場合、質量粒量比の増加と共に、その乱れが増加している。さらに粒径が小さくなれば（例えば1.0mm 球や500μm球）粒子により管中央部では乱れは増加するが、管壁近傍の乱れ強さが減少され、200μm球の場合は全断面にわたって乱れが抑制されていることがわかる。しかしながら質量流量比がある値までは乱れが抑制されるが、それ以上になると、逆に乱

れが増加していることもわかる[12]。これらの結果は、平均粒径45μm、136μmのガラスビーズと93μm の銅球を使用した前田らの垂直上昇管路における実験結果[13]と同様な傾向を示している。

次に、管路の急拡大部と類似の現象を取り扱っていると考えられる実験として、前田らは、固気二相流のスッテップ後流のはく離域、再付着域および再発達域における粒子群の乱流に対する影響や局所熱伝達への影響に関する実験的研究に、レーザ流速計を使用している。その結果、再付着点近傍における熱伝達率が質量流量比の増加と共に減少し、逆に再発達域では増加していることがわかった。また、同一質量流量比であれば、粒径の小さい粒子を混入した場合の方が最大ヌセルト数の減少の度合いが大きいことや、主流速度がおなじであれば、平均粒径130μmのガラスビーズの場合を除き、94μmと64μmのガラスビーズを混入した場合は、ステップの高さ基準のレイノルズ数の増加と共に、その減少の度合いが大きくなることを明らかにしている[14]。このことから、熱伝達率がその場所での乱れ強さに依存していることを考慮すれば、再付着点近傍での乱れが質量流量比の増加と共に減少し、再発達域では増加することと、同一質量流量比であれば、粒径が小さい粒子の方が乱れの抑制効果は大きいことがわかる。さらに菱田らは、レーザ流速計による乱流場の測定から、ステップ後流に生じる自由せん断層内に粒子が混入すると、そこでの大きな乱れを持つ渦運動が抑制され、またその影響は直接粒子が混入していない再循環域の壁近傍の流れの場にも及んでいることを示しており、またその結果、その場所でのレイノルズ応力が減少することを明らかにしている[15]。また同様に菱田らは固気二相軸対称噴流の乱れ構造の実験的研究において、平均粒径64μm のガラスビーズを混入した場合、気流の軸方向の乱れ強さは、噴流軸中心近傍（粒子濃度が高く粒子と気相の相対速度差が大きい領域）では、空気のみの場合よりも大きな乱れ強さを有し、軸中心から外縁にいく（粒子濃度が小さくなる領域）と、乱れ強さが空気のみの場合よりも小さくなり、さらに外縁に近づくと、空気のみの場合の値に漸近することと、半径方向の乱れ強さは全領域にわたり

空気のみの場合よりもその値が減少していることを明らかにしている。また、中心軸近傍では粒子混入により軸方向の乱れ強さが空気のみの場合よりも大きくなるにもかかわらず、レイノルズ応力の値は粒子混入により空気のみの場合に比べ減少することも明らかにしている。その原因として、軸方向と半径方向の速度変動の相関を示すことによって分散相である粒子群が整流格子と同様の作用を及ぼし、その結果、レイノルズ応力が減少することを確認している[16]。

このように、直接固気二相流の急拡大部での現象を取り扱った研究は少ないが、以上の研究から急拡大部での回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなることに関して、粒子の慣性により拡大部において両相間の速度の逆転が生じ、粒子から気流へのエネルギ伝達が行なわれ、結果として回復圧力が増加することと同時に、拡大部に生じる自由せん断層や再循環域への粒子の混入により気流の乱れが抑制され、その結果として回復圧力の増加が生じるという二つの要因が推測される。そして、その場合の抑制効果は、粒子濃度や粒子の物性値にも依存していると推測される。しかしながら、その場合の粒子の慣性の効果や粒子混入による乱れの増減などに関しては、一般的な形として定量的には示されておらず、現段階では、それらのことを具体的に示すことは難しいと思われる。

以上、従来の実験的研究と理論的研究に関して述べてきたが、次に従来の数値解析に関して述べる。

乱流域における単相流の急拡大部の流れ、あるいはbackward-facing step上の流れを扱った例としては Gosmanら[17]、Runchal ら[18]、Moonら[19]、Celenligilら[20]、Kwonら[21]、[22] 等の解析があげられる。

Gosmanらは、管路の急拡大部にも適用できる各種形状の燃焼室での流れに対し、混合長モデルを用い楕円形運動方程式を積分し有限差分化して解析を行ない、流線や温度分布などを求めている。またRunchal らは同様にして解析を行ない流れ関数の分布、等乱流エネルギ線図、等温線図などを求めている。その結果、使用した1方程式モデルは、はく離した流れに対してはあまり予測でき

ないため、乱れの量に関して少なくとも二つの微分方程式を取り入れたモデルによって解析する必要性を述べている。

Moonらは、急拡大部の流れに対し２方程式モデルを使用した解析結果とレーザ流速計による実験結果との比較を行なっている。その結果、再循環流れが生じている場所では十分流れを予測でき、またモデルの定数を適当に選べば急拡大部の下流の流れに対する予測は実験値とうまく一致すると述べている。

Celenligilらは、backward-facing step上の流れの解析にMellorらが提唱した応力モデル（Reynolds stress closure model ）を使用している。その結果うすいせん断層の範囲を除けば、平均流や乱れ強さは十分に予測でき、またステップの壁と底面との交点を除くと圧力係数（その場所の静圧と入口での静圧との差を入口の動圧で割った値）は、Westphalなどの実測値[23]とうまく一致することを示している。

また最近では計算時間の短縮などのために、解析の手法に関する研究も行なわれてきており、例えばKwonらによる急拡大部を有する２次元流路を壁面近傍の粘性領域とその領域の間の非粘性領域とに分けて解析する粘性－非粘性相互作用法があり、他の解析結果との比較や実験値との比較を行ない、それらとのよい一致を得ている[21]、[22]。

数値解析における固気二相流の取り扱いとして、粒子が気流に十分追随し、気流は粒子運動を支配するが粒子運動からは何ら影響されないとするone-way coupling による扱いと、粒子が気流に追随せず、両相間相互に影響を及ぼすtwo-way couplingによる扱い[21]や、ラグランジュ的に取り扱うか、オイラー的に取り扱うかに関する議論[22]があるが、Crowe は固気二相流を ラグランジュ的に取り扱いGosmanらの解析[17]を利用し、粒子混入の効果は、わきだし項に含み解析を行なっている[5]。粒子の軌跡、粒子を混入した場合の気流の速度分布や空気のみの場合よりも再付着点が増加することなどを示しているが、初期条件によって粒子速度が常に気流よりも遅くなることや、等価粘性係数に対して粒子が混入することによる影響は何も考慮していない。

Di Giacinto らは、管路のオリフィスなどと同様な物体がある場合の質量流量比が小さく、浮遊している場合に対して、オイラー的２次元モデルを two-way couplingを考慮して解析を行ない、one-way couplingとtwo-way couplingの適用性について述べているが、実験値との比較は行なっていない[23]。

このように固気二相流の急拡大部を取り扱った解析は少なく、また一般の固気二相流に対しても、その現象の複雑さのため、広い普遍性を有する乱流モデルはまだ確立されていないのが現状である。

１・３　本研究の目的

前述のように、管路断面の急拡大は実際に長距離空気輸送管路などに設けられているにもかかわらず、直接その損失などの現象を扱った研究は少なくその基礎データも、ほとんど見られない。近年、レーザ流速計の普及により、せん断層の乱れなどを直接測定することが可能となり、固気二相流の内部構造が実験的に明らかにされつつある。しかしながら、乱れなどの流れの内部構造を変化させる因子（例えば、粒子の諸元や物性値、質量流量比など）が多く、現段階では、それらを定量的に示すことは難しいと考えられる。

そこで本研究は、流れの内部構造に立ち入った研究ではなく、固気二相流の急拡大部における現象を把握するための基礎として、水平方向、垂直下降方向垂直上昇方向の管路を用い、直径比、混入粒子の種類、質量流量比、気流速度などを変えて実験を行ない、主に回復圧力や後述する付加拡大損失、圧力回復距離などに関して実験的に調べる。また、これらの現象を支配するパラメータを理論的に誘導し、粒子の物性値による影響、直径比による影響や、管路の方向による影響などを明らかにすることを目的とした。

１・４　本研究の範囲と方法

本研究では、固気二相流の浮遊輸送の場合のみを取り扱うため、詳しい値は後述の章で記述するが試験管路内の流れは常に乱流状態になっている。管路の

直径比は主に７種類であり0.405 ～0.881 の範囲である。また、実験に使用した粉粒体は主に平均粒径が約130μmのＰ．Ｖ．Ｃ．パウダ、約150μmと約240μmのガラスビーズの計３種類である。質量流量比は直径比や管路の方向などによって差があるが、Ｐ．Ｖ．Ｃ．パウダの場合は約0～3.5、約150μmのガラスビーズの場合は約0～8.6、約240μmの場合は約0～10.0 の範囲で実験を行なった。

急拡大部で生じる現象を実験的に取り扱う方法としては、前述の研究のように、熱線風速計や、レーザ流速計などを使用して、気流速度や粒子速度を測定することや、測定した熱伝達率から間接的に、あるいは直接、気流や粒子の乱れを測定することにより、粒子混入による流れの内部構造の変化を明らかにし急拡大部での現象を調べる方法がある。しかしながら、本研究では内部構造の変化として水平管路では粒子を混入した場合の気流の速度は測定しているが、主に粉粒体を添加することによって急拡大損失やそれに関する諸現象がどのように変化するか、またその原因を検討、考察し、それらの現象をまとめるパラメータの誘導を行なうことを目的としている。そのためにまず、その現象を支配するパラメータを両相の運動方程式から、それぞれの平均運動の運動エネルギと変動分の運動エネルギを求め、レイノルズ応力と平均流のせん断による乱流エネルギの生成に対する添加物による付加的乱流エネルギの生成の比を誘導し、その比のマイナスを流束リチャードソン数と定義する。そして主にこのパラメータを使用し、直接実験で測定する管壁に沿った流れ方向の静圧分布や測定された流量から算出される気流の管断面平均速度や質量流量比および直径比などから求まる回復圧力、付加拡大損失係数、圧力回復距離の変化などをまとめ、現象を明らかにする。

第２章　管内固気二相流における急拡大損失に関する理論的研究

２・１　緒言

固気二相流の現象を支配するパラメータとしては、一般に基本的な諸元や量としての粒径、粒子密度、気流速度、質量流量比などがあげられる。また、次元解析によって得られるレイノルズ数やフルード数などがある。しかしながら、理論的に得られたパラメータは少なく、層流安定論に関してSaffman がオア・ゾンマーフェルト方程式を利用して求めたｍ／ｔ＊（ここでｍは質量流量比、ｔ＊は粒子の緩和時間）等がみられる程度である。そこで本章では、固気二相流の急拡大部における現象を支配するパラメータを両相の運動方程式と連続の式から出発し、両相間のエネルギの流れを考慮することによって誘導する。

ここで、二相流の基礎式に対して二通りの考え方がある。大部分の研究においては、二相流を混相とそれを構成している各相に関する式から出発している。例えば、二相流の運動量の式は各相の運動量の式の和として求めている。これに対してSoo は、速度差や慣性効果と関連したものから生じる両相間の運動量やエネルギの交換は、混合体の保存方程式と各相の保存方程式とを同時に考えなければ理解されないとして混相流に関する式から出発して、この式から各相の式を誘導している[6],[27]。この方法では慣性項の対流加速項の存在により各相の式に慣性連成項が追加されることになる。どちらを基準にすべきかに関して議論があるが[28]、本研究では従来通りの方法をとる。

２・２　基礎式

粒子の浮遊速度（自由沈降速度）は流れの代表速度と比べて十分に小さく、粒子に作用する重力の影響は無視すると仮定すれば、円柱座標系によって両相の連続の式と運動方程式は次のように示される。

気相の連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(1-c)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(1-c)u_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\rho(1-c)u_\theta$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\rho(1-c)u_z=0 \qquad (2\cdot1)$$

気相の運動方程式

r 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(1-c)u_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(1-c)u_ru_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\rho(1-c)u_\theta u_r$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\rho(1-c)u_zu_r-\frac{u_\theta^2}{r}\rho(1-c)$$

$$=\rho(1-c)X_r-\frac{\partial P}{\partial r}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial r\tau_{rr}}{\partial r}+\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial r\tau_{rz}}{\partial z}\right]-\frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \qquad (2\cdot2)$$

θ 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(1-c)u_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(1-c)u_ru_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\rho(1-c)u_\theta u_\theta$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\rho(1-c)u_zu_\theta+\frac{u_ru_\theta}{r}\rho(1-c)$$

$$=\rho(1-c)X_\theta-\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial r\tau_{r\theta}}{\theta r}+\frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial r\tau_{z\theta}}{\partial z}\right]+\frac{\tau_{r\theta}}{r} \qquad (2\cdot3)$$

Z 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(1-c)u_z+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(1-c)u_ru_z+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\rho(1-c)u_\theta u_z$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\rho(1-c)u_zu_z$$

$$=\rho(1-c)X_z-\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial r\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta}+\frac{\partial r\tau_{zz}}{\partial z}\right] \qquad (2\cdot4)$$

ここで

$$\tau_{rr}=2\mu\frac{\partial u_r}{\partial r},\qquad \tau_{r\theta}=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta}+\frac{\partial u_\theta}{\partial r}-\frac{u_\theta}{r}\right)$$

$$\tau_{rz}=\mu\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r}\right),\qquad \tau_{\theta\theta}=2\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}+\frac{u_r}{r}\right)$$

$$\tau_{\theta z}=\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta}+\frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right),\qquad \tau_{zz}=2\mu\frac{\partial u_z}{\partial z}\tag{2・5}$$

粒子相の連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t}\sigma c+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma cv_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\sigma cv_\theta+\frac{\partial}{\partial z}\sigma cv_z=0\tag{2・6}$$

粒子相の運動方程式

r 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\sigma cv_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma cv_rv_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\sigma cv_\theta v_r+\frac{\partial}{\partial z}\sigma cv_zv_r-\sigma c\frac{v_\theta^2}{r}$$
$$=-\rho(1-c)X_r\tag{2・7}$$

θ 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\sigma cv_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma cv_rv_\theta+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\sigma cv_\theta v_\theta+\frac{\partial}{\partial z}\sigma cv_zv_\theta+\sigma c\frac{v_rv_\theta}{r}$$
$$=-\rho(1-c)X_\theta\tag{2・8}$$

z 方向成分

$$\frac{\partial}{\partial t}\sigma cv_z+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma cv_rv_z+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\sigma cv_\theta v_z+\frac{\partial}{\partial z}\sigma cv_zv_z$$
$$=-\rho(1-c)X_z\tag{2・9}$$

次に、流れは定常非圧縮軸対称流れとし、その場合に対する両相のレイノル

ズの方程式を求める。流速、圧力、粒子の体積濃度、単位質量あたりの両相間の相互作用力を平均値と変動分との和

$$u_r=\bar{u}_r+u'_r,\qquad u_\theta=u'_\theta,\qquad u_z=\bar{u}_z+u'_z$$

$$v_r=\bar{v}_r+v'_r,\qquad v_\theta=v'_\theta,\qquad v_z=\bar{v}_z+v'_z$$

$$P=\bar{P}+P',\qquad c=\bar{c}+c',\qquad X_i=\bar{X}_i+X'_i \tag{2・10}$$

とし、流れの平均値の円周方向成分はないと仮定して式（２・１）～（２・８）に時間平均操作を行なえば気相の連続の式は式（２・１）より

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho\{(1-\bar{c})\bar{u}_r-\overline{c'u'_r}\}+\frac{\partial}{\partial z}\rho\{(1-\bar{c})\bar{u}_z-\overline{c'u'_z}\}=0 \tag{2・11}$$

となる。また気相のレイノルズの方程式は、式（２・２）、（２・３）、（２・４）より次のように示される。

ｒ方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\{\rho(1-\bar{c})\bar{u}_r\bar{u}_r+\rho(1-\bar{c})\overline{u'_ru'_r}-2\rho\overline{c'u'_r}\bar{u}_r-\rho\overline{c'u'_ru'_r}-\bar{\tau}_{rr}\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\{\rho(1-\bar{c})\bar{u}_z\bar{u}_r+\rho(1-\bar{c})\overline{u'_zu'_r}-\rho\overline{c'u'_z}\bar{u}_r-\rho\overline{c'u'_r}\bar{u}_z$$

$$-\rho\overline{c'u'_zu'_r}-\bar{\tau}_{zr}\}$$

$$-\frac{1}{r}\{\rho(1-\bar{c})\overline{u'_\theta u'_\theta}-\rho\overline{c'u'_\theta u'_\theta}\}+\frac{\bar{\tau}_{\theta\theta}}{r}-\frac{\partial\bar{P}}{\partial r}$$

$$=\rho(1-\bar{c})\bar{X}_r-\rho\overline{c'X'_r} \tag{2・12}$$

θ方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\{\rho(1-\bar{c})\overline{u'_ru'_\theta}-\rho\overline{c'u'_\theta}\bar{u}_r-\rho\overline{c'u'_ru'_\theta}\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\{\rho(1-\bar{c})\overline{u'_\theta u'_z}-\rho\overline{c'u'_\theta}\bar{u}_z-\rho\overline{c'u'_z u'_\theta}\}$$

$$+\frac{1}{r}\{\rho(1-\bar{c})\overline{u'_r u'_\theta}-\rho\overline{c'u'_r u'_\theta}\}$$

$$=\rho\overline{c'X'_\theta} \qquad (2\cdot 13)$$

z 方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\{\rho(1-\bar{c})\bar{u}_r\bar{u}_z+\rho(1-\bar{c})\overline{u'_r u'_z}-\rho\overline{c'u'_z}\bar{u}_r-\rho\overline{c'u'_r}\bar{u}_z$$

$$-\rho\overline{c'u'_r u'_z}-\bar{\tau}_{rz}\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\{\rho(1-\bar{c})\bar{u}_z\bar{u}_z+\rho(1-\bar{c})\overline{u'_z u'_z}-2\rho\overline{c'u'_z}\bar{u}_z-\rho\overline{c'u'_z u'_z}$$

$$-\bar{\tau}_{zz}\}+\frac{\partial\bar{P}}{\partial z}$$

$$=\rho(1-\bar{c})\bar{X}_z+\rho\overline{c'X'_z} \qquad (2\cdot 14)$$

粒子相に関しては、式（２・６）より連続の式は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma(\bar{c}\bar{v}_r+\overline{c'v'_r})+\frac{\partial}{\partial z}\sigma(\bar{c}\bar{v}_z+\overline{c'v'_z})=0 \qquad (2\cdot 15)$$

となり、レイノルズの方程式は次のように示される。

r 方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(\sigma\bar{c}\bar{v}_r\bar{v}_r+\sigma\bar{c}\overline{v'_r v'_r}+2\sigma\overline{c'v'_r}\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_r v'_r})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(\sigma\bar{c}\bar{v}_z\bar{v}_r+\sigma\bar{c}\overline{v'_z v'_r}+\sigma\overline{c'v'_z}\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_r}\bar{v}_z+\sigma\overline{c'v'_z v'_r})$$

$$-\sigma\frac{\bar{c}\overline{v'_\theta v'_\theta}}{r}-\sigma\frac{\overline{c'v'_\theta v'_\theta}}{r}$$

$$=-\rho(1-\bar{c})\bar{X}_r+\rho\overline{c'X'_r} \qquad (2\cdot16)$$

θ方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(\sigma\bar{c}\,\overline{v'_r v'_\theta}+\sigma\overline{c'v'_\theta}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_r v'_\theta})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(\sigma\bar{c}\,\overline{v'_z v'_\theta}+\sigma\overline{c'v'_\theta}\,\bar{v}_z+\sigma\overline{c'v'_z v'_\theta})$$

$$+\sigma\frac{\bar{c}\,\overline{v'_r v'_\theta}}{r}+\sigma\frac{\overline{c'v'_\theta}\,\bar{v}_r}{r}+\sigma\frac{\overline{c'v'_r v'_\theta}}{r}$$

$$=\rho\overline{c'X'_\theta} \qquad (2\cdot17)$$

z方向成分

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(\sigma\bar{c}\,\bar{v}_r\bar{v}_z+\sigma\bar{c}\,\overline{v'_r v'_z}+\sigma\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_r}\,\bar{v}_z+\sigma\overline{c'v'_r v'_z})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(\sigma\bar{c}\,\bar{v}_z\bar{v}_z+\sigma\bar{c}\,\overline{v'_z v'_z}+2\sigma\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_z+\sigma\overline{c'v'_z v'_z})$$

$$=-\rho(1-\bar{c})\bar{X}_z+\rho\overline{c'X'_z} \qquad (2\cdot18)$$

さらにここで粒子の体積濃度cは十分小さいと仮定すると

$$1-c\sim1 \qquad (2\cdot19)$$

となり、また気相の粘性応力はレイノルズ応力に比べて十分小さいとして無視すれば、式（2・11）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho\bar{u}_r+\frac{\partial}{\partial z}\rho\bar{u}_z=0 \qquad (2\cdot20)$$

式（２・12）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(\bar{u}_r\bar{u}_r+\overline{u'_ru'_r})+\frac{\partial}{\partial z}\rho(\bar{u}_z\bar{u}_r+\overline{u'_zu'_r})$$

$$-\frac{1}{r}\rho\overline{u'_\theta u'_\theta}+\frac{\partial\bar{P}}{\partial r}$$

$$=\rho\bar{X}_r \qquad (2\cdot21)$$

式（２・13）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho\overline{u'_ru'_\theta}+\frac{\partial}{\partial z}\rho\overline{u'_\theta u'_z}+\rho\frac{\overline{u'_ru'_\theta}}{r}=0 \qquad (2\cdot22)$$

式（２・14）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\rho(\bar{u}_r\bar{u}_z+\overline{u'_ru'_z})+\frac{\partial}{\partial z}\rho(\bar{u}_z\bar{u}_z+\overline{u'_zu'_z})+\frac{\partial\bar{P}}{\partial z}$$

$$=\rho\bar{X}_z \qquad (2\cdot23)$$

となる。粒子相に関しては、式（２・15）はそのままの形で残るが式（２・16）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma(\bar{c}\bar{v}_r\bar{v}_r+\bar{c}\overline{v'_rv'_r}+2\overline{c'v'_r}\bar{v}_r+\overline{c'v'_rv'_r})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\sigma(\bar{c}\bar{v}_z\bar{v}_r+\bar{c}\overline{v'_zv'_r}+\overline{c'v'_z}\bar{v}_r+\overline{c'v'_r}\bar{v}_z+\overline{c'v'_zv'_r})$$

$$-\sigma\bar{c}\frac{\overline{v'_\theta v'_\theta}}{r}-\sigma\frac{\overline{c'v'_\theta v'_\theta}}{r}$$

$$=-\rho\bar{X}_r \qquad (2\cdot24)$$

式（２・17）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma(\bar{c}\overline{v'_rv'_\theta}+\overline{c'v'_\theta}\bar{v}_r+\overline{c'v'_rv'_\theta})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_z'v_\theta'}+\overline{c'v_\theta'}\,\bar{v}_z+\overline{c'v_z'v_\theta'})$$

$$+\sigma\frac{\bar{c}\,\overline{v_r'v_\theta'}}{r}+\sigma\frac{\overline{c'v_\theta'}\,\bar{v}_r}{r}+\sigma\frac{\overline{c'v_r'v_\theta'}}{r}$$

$$=0 \qquad (2\cdot 25)$$

式（２・18）は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma(\bar{c}\,\bar{v}_r\bar{v}_z+\bar{c}\,\overline{v_r'v_z'}+\overline{c'v_z'}\,\bar{v}_r+\overline{c'v_r'}\,\bar{v}_z+\overline{c'v_r'v_z'})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\sigma(\bar{c}\,\bar{v}_z\bar{v}_z+\bar{c}\,\overline{v_z'v_z'}+2\overline{c'v_z'}\,\bar{v}_z+\overline{c'v_z'v_z'})$$

$$=-\rho\bar{X}_z \qquad (2\cdot 26)$$

となる。

次に両相の運動エネルギの方程式を求める。粒子の体積濃度ｃは十分小さいと仮定し１－ｃ～１とすると気相の運動エネルギＥは次式で与えられる。

$$E=\frac{1}{2}\rho u_r u_r+\frac{1}{2}\rho u_\theta u_\theta+\frac{1}{2}\rho u_z u_z \qquad (2\cdot 27)$$

さらに流れの平均値の円周方向成分はなく、定常非圧縮軸対称流れという仮定を用いて時間平均操作を行なえば

$$\bar{E}=\left(\frac{1}{2}\rho\bar{u}_r\bar{u}_r+\frac{1}{2}\rho\bar{u}_z\bar{u}_z\right)+\left(\frac{1}{2}\rho\overline{u_r'u_r'}+\frac{1}{2}\rho\overline{u_\theta'u_\theta'}+\frac{1}{2}\rho\overline{u_z'u_z'}\right)$$

$$=E_s+E_t \qquad (2\cdot 28)$$

となる。すなわちＥは，平均運動の運動エネルギE_sと変動分の運動エネルギE_tとで構成される。ただし

$$E_s=\frac{1}{2}\rho\bar{u}_r\bar{u}_r+\frac{1}{2}\rho\bar{u}_z\bar{u}_z$$

$$E_t=\frac{1}{2}\rho\overline{u'_ru'_r}+\frac{1}{2}\rho\overline{u'_\theta u'_\theta}+\frac{1}{2}\rho\overline{u'_zu'_z} \qquad (2\cdot29)$$

気相の運動エネルギの方程式は

（２・２）× u_r ＋（２・３）× u_θ ＋（２・４）× u_z より

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(Eu_r+Pu_r-u_r\tau_{rr}-u_\theta\tau_{r\theta}-u_z\tau_{rz})$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(Eu_\theta+Pu_\theta-u_r\tau_{r\theta}-u_\theta\tau_{\theta\theta}-u_z\tau_{\theta z})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(Eu_z+Pu_z-u_r\tau_{rz}-u_\theta\tau_{\theta z}-u_z\tau_{zz})$$

$$=\rho u_rX_r+\rho u_\theta X_\theta+\rho u_zX_z-\rho\varepsilon \qquad (2\cdot30)$$

ただし、

$$\rho\varepsilon=\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=\frac{\mu}{2}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2 \qquad (2\cdot31)$$

は、気相の単位時間、単位体積あたりの運動エネルギの消散速度を表わしており熱として外部へ放出されるものである。

次に、気相の平均運動の運動エネルギの方程式は気相のレイノルズの方程式を用いて

（２・12）× $\bar{u}_r$ ＋（２・14）× $\bar{u}_z$ より

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(E_s\bar{u}_r+\rho\overline{u'_ru'_r}\bar{u}_r+\rho\overline{u'_ru'_z}\bar{u}_z+\bar{P}\bar{u}_r-\bar{u}_r\bar{\tau}_{rr}-\bar{u}_z\bar{\tau}_{rz})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(E_s\bar{u}_z+\rho\overline{u'_ru'_z}\bar{u}_r+\rho\overline{u'_zu'_z}\bar{u}_z+\bar{P}\bar{u}_z-\bar{u}_r\bar{\tau}_{zr}-\bar{u}_z\bar{\tau}_{zz})$$

$$-\rho\frac{\overline{u'_\theta u'_\theta}\bar{u}_r}{r}$$

$$=\rho\bar{u}_r\bar{X}_r+\rho\bar{u}_z\bar{X}_z-\rho\varepsilon_s$$

$$+\left(\rho\overline{u'_r u'_r}\frac{\partial\bar{u}_r}{\partial r}+\rho\overline{u'_z u'_r}\frac{\partial\bar{u}_r}{\partial z}+\rho\overline{u'_r u'_z}\frac{\partial\bar{u}_z}{\partial r}+\overline{u'_z u'_z}\frac{\partial\bar{u}_z}{\partial z}\right) \qquad (2\cdot32)$$

となる。ただし、

$$\rho\varepsilon_s=\bar{\tau}_{ij}\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}=\frac{\mu}{2}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right)^2 \qquad (2\cdot33)$$

は、分子運動粘性係数の作用による気相の単位時間、単位体積あたりの平均運動のエネルギの消散速度を表わしている。

また、気相の変動分の運動エネルギの方程式は、気相の運動エネルギEに対する式（2・30）に時間平均操作を行ない気相の平均運動の運動エネルギE_sに対する式（2・32）を項別に引けば

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\{E_t\bar{u}_r+\frac{1}{2}\rho(\overline{u'_r u'_r u'_r}+\overline{u'_\theta u'_\theta u'_r}+\overline{u'_z u'_z u'_r})$$

$$+\overline{P'u'_r}-\overline{u'_r\tau'_{rr}}-\overline{u'_\theta\tau'_{r\theta}}-\overline{u'_z\tau'_{rz}}\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left\{E_t\bar{u}_z+\frac{1}{2}\rho(\overline{u'_z u'_r u'_r}-\overline{u'_z u'_\theta u'_\theta}-\overline{u'_z u'_z u'_z})\right.$$

$$\left.+\overline{P'u'_z}-\overline{u'_r\tau'_{rz}}-\overline{u'_\theta\tau'_{\theta z}}-\overline{\tau'_{zz}u'_z}\right\}+\rho\frac{\overline{u'_\theta u'_\theta}\bar{u}_r}{r}$$

$$=\rho\overline{u'_r X'_r}+\rho\overline{u'_\theta X'_\theta}+\rho\overline{u'_z X'_z}-\rho\bar{\varepsilon}_t$$

$$-\left(\rho\overline{u'_r u'_r}\frac{\partial\bar{u}_r}{\partial r}+\rho\overline{u'_z u'_r}\frac{\partial\bar{u}_r}{\partial z}+\rho\overline{u'_r u'_z}\frac{\partial\bar{u}_z}{\partial r}+\rho\overline{u'_z u'_z}\frac{\partial\bar{u}_z}{\partial z}\right) \qquad (2\cdot34)$$

となる。ただし、

$$\rho\bar{\varepsilon}_t=\overline{\tau_{ij}\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}}=\frac{\mu}{2}\sum_{i,j}\overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)^2} \qquad (2\cdot35)$$

は、粘性の作用による気相の単位時間、単位体積あたりの変動分の運動エネルギの消散の平均速度という意味をもっている。また、式（２・32）と（２・34）との比較により

$$-\rho\overline{u_j'u_j'}\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \qquad (2\cdot 36)$$

は、平均運動と変動分との間のエネルギの相互変換を表わしていることがわかる。

次に、粒子相の運動エネルギは次式で与えられる。

$$E_p=\frac{1}{2}\sigma c v_r v_r+\frac{1}{2}\sigma c v_\theta v_\theta+\frac{1}{2}\sigma c v_z v_z \qquad (2\cdot 37)$$

さらに、気相の場合と同じく流れの平均値の円周方向成分はなく、定常非圧縮軸対称流れの仮定を用いて時間平均操作を行なえば

$$\begin{aligned}\bar{E}_p=&\left(\frac{1}{2}\sigma\bar{c}\,\bar{v}_r\bar{v}_r+\frac{1}{2}\sigma\bar{c}\,\bar{v}_z\bar{v}_z\right)+\left(\sigma\overline{c'v_r'}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v_z'}\,\bar{v}_z\right)\\&+\left\{\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_r'v_r'}+\overline{c'v_r'v_r'})+\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_\theta'v_\theta'}+\overline{c'v_\theta'v_\theta'})\right.\\&\left.+\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_z'v_z'}+\overline{c'v_z'v_z'})\right\}\\=&E_{ps}+E_{pst}+E_{pt}\end{aligned} \qquad (2\cdot 38)$$

となる。すなわちE_pは平均運動の運動エネルギE_{ps}と、変動分の運動エネルギの補足的部分であるE_{pst}と、変動分の運動エネルギE_{pt}とで構成される。ただし

$$E_{ps}=\frac{1}{2}\sigma\bar{c}\,\bar{v}_r\bar{v}_r+\frac{1}{2}\sigma\bar{c}\,\bar{v}_z\bar{v}_z$$

$$E_{pst}=\sigma\overline{c'v_r'}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v_z'}\,\bar{v}_z$$

$$E_{pt}=\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_r'v_r'}+\overline{c'v_r'v_r'})+\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_\theta'v_\theta'}+\overline{c'v_\theta'v_\theta'})$$

$$+\frac{1}{2}\sigma(\bar{c}\,\overline{v_z'v_z'}+\overline{c'v_z'v_z'}) \qquad (2\cdot39)$$

粒子相の運動エネルギの方程式は

（２・７）×v_r ＋（２・８）×v_θ ＋（２・９）×v_z より

$$\frac{\partial E_p}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}rE_pv_r+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}E_pv_\theta+\frac{\partial}{\partial z}E_pv_z$$

$$=-\rho X_rv_r-\rho X_\theta v_\theta-\rho X_zv_z \qquad (2\cdot40)$$

となる。

次に粒子相の平均運動の運動エネルギの方程式を求めるために、まず$\sigma\bar{c}\,\bar{v}_i$（ｉ＝r, z）と$\sigma\overline{c'v'_i}$（ｉ＝ｒ，ｚ）に対する式を導く。

式（２・７）、（２・９）は粒子相に対する連続の式（２・６）を用いて次式のように書ける。ただし、１－ｃ～１の仮定を使用する。

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}-\frac{v_\theta^2}{r}=-\frac{\rho}{\sigma}\left(\frac{X_r}{c}\right) \qquad (2\cdot41)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\rho}{\sigma}\left(\frac{X_z}{c}\right) \qquad (2\cdot42)$$

さらに時間平均操作を行なえば

$$\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\overline{v_r'\frac{\partial v_r'}{\partial r}}+\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}+\overline{v_z'\frac{\partial v_r'}{\partial z}}-\frac{\overline{v_\theta'v_\theta'}}{r}=-\frac{\rho}{\sigma}\left(\frac{\overline{X_r}}{c}\right) \qquad (2\cdot43)$$

$$\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+\overline{v_r'\frac{\partial v_z'}{\partial r}}+\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}+\overline{v_z'\frac{\partial v_z'}{\partial z}}=-\frac{\rho}{\sigma}\left(\frac{\overline{X_z}}{c}\right) \qquad (2\cdot44)$$

となる。ここで、式（２・43）×$\sigma\bar{c}$＋ 式（２・15）×$\bar{v}_r$ より

$$\sigma\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\bar{c}\,\bar{v}_r\bar{v}_r+\bar{c}\,\overline{v_r'v_r'})+\sigma\frac{\partial}{\partial z}(\bar{c}\,\bar{v}_z\bar{v}_r+\bar{c}\,\overline{v_z'v_r'})$$

$$=x_r-\rho\bar{X}_r \qquad (2\cdot45)$$

また、式（２・44）× $\sigma\bar{c}$ ＋ 式（２・15）× $\bar{v}_z$ より

$$\sigma\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\bar{c}\bar{v}_r\bar{v}_z+\overline{c'v_r'v_z'})+\sigma\frac{\partial}{\partial z}(\bar{c}\bar{v}_z\bar{v}_z+\overline{c'v_z'v_z'})$$

$$=x_z-\rho\bar{X}_z \qquad (2\cdot46)$$

となり、この２式がそれぞれ $\sigma\bar{c}\bar{v}_r$ 、$\sigma\bar{c}\bar{v}_z$ に対する式である。ただしここで

$$x_r=\overline{\sigma\frac{v_r'}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\bar{c}v_r'}+\overline{\sigma v_r'\frac{\partial}{\partial z}\bar{c}v_z'}-\sigma\frac{\bar{v}_r}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\overline{c'v_r'}$$

$$-\sigma\bar{v}_r\frac{\partial}{\partial z}\overline{c'v_z'}-\rho\bar{c}\left(\overline{\frac{X_r}{c}}\right)+\rho\bar{X}_r \qquad (2\cdot47)$$

$$x_z=\overline{\sigma\frac{v_z'}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\bar{c}v_r'}+\overline{\sigma v_z'\frac{\partial}{\partial z}\bar{c}v_z'}-\sigma\bar{v}_z\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\overline{c'v_r'}$$

$$-\sigma\bar{v}_z\frac{\partial}{\partial z}\overline{c'v_z'}-\rho\bar{c}\left(\overline{\frac{X_z}{c}}\right)+\rho\bar{X}_z \qquad (2\cdot48)$$

次に式（２・24）－式（２・45）より

$$\sigma\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(\overline{c'v_r'}\bar{v}_r+\overline{c'v_r'}\bar{v}_r+\overline{c'v_r'v_r'})$$

$$+\sigma\frac{\partial}{\partial z}(\overline{c'v_r'}\bar{v}_z+\overline{c'v_z'}\bar{v}_r+\overline{c'v_z'v_r'})$$

$$=-x_r \qquad (2\cdot49)$$

式（２・26）－式（２・46）より

$$\sigma\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(\overline{c'v_z'}\bar{v}_r+\overline{c'v_r'}\bar{v}_z+\overline{c'v_r'v_z'})$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_z+\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_z+\overline{c'v'_zv'_z})$$

$$=-x_z \qquad (2\cdot 50)$$

となり、この２式がそれぞれ $\sigma\overline{c'\ v'_r}$ 、$\sigma\overline{c'\ v'_z}$ に対する式となる。これらの式における x_i （ｉ＝ｒ，ｚ ）は平均運動と変動運動との間の運動量交換を表わしている。

従ってＥ$_{ps}$に対する方程式は式（２・45）× $\bar{v}_r$ ＋ 式（２・46）× $\bar{v}_z$ より

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r(E_{ps}\bar{v}_r+\sigma\overline{c\,v'_rv'_r}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c\,v'_rv'_z}\,\bar{v}_z)$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}(E_{ps}\bar{v}_z+\sigma\overline{c\,v'_rv'_z}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c\,v'_zv'_z}\,\bar{v}_z)$$

$$=-\rho\bar{v}_r\bar{X}_r-\rho\bar{v}_z\bar{X}_z$$

$$+\left(\bar{v}_r\bar{x}_r+\frac{\bar{v}_r\bar{v}_r}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma\overline{c'v'_r}+\frac{\bar{v}_z\bar{v}_z}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma\overline{c'v'_r}\right)$$

$$+\left(\bar{v}_z\bar{x}_z+\frac{\bar{v}_r\bar{v}_r}{2}\frac{\partial}{\partial z}\sigma\overline{c'v'_z}+\frac{\bar{v}_z\bar{v}_z}{2}\frac{\partial}{\partial z}\sigma\overline{c'v'_z}\right)$$

$$+\left(\sigma\overline{c\,v'_rv'_r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c\,v'_\theta v'_\theta}\frac{\bar{v}_r}{r}+\sigma\overline{c\,v'_zv'_r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}\right.$$

$$\left.+\sigma\overline{c\,v'_rv'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+\sigma\overline{c\,v'_zv'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}\right) \qquad (2\cdot 51)$$

となる。Ｅ$_{pst}$ に対する方程式は式（２・49）× $\bar{v}_r$ ＋式（２・50）× $\bar{v}_z$ より

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\left(E_{pst}\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_rv'_r}\,\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v'_rv'_z}\,\bar{v}_z\right.$$

$$+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'}\bar{v}_r\bar{v}_r+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'}\bar{v}_z\bar{v}_z\Big)$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\Big(E_{pst}\bar{v}_z+\sigma\overline{c'v_r'v_z'}\bar{v}_r+\sigma\overline{c'v_z'v_z'}\bar{v}_z$$

$$+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_z'}\bar{v}_r\bar{v}_r+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_z'}\bar{v}_z\bar{v}_z\Big)$$

$$=-\Big(\bar{v}_r\bar{\chi}_r+\frac{\bar{v}_r\bar{v}_r}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma\overline{c'v_r'}+\frac{\bar{v}_z\bar{v}_z}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\sigma\overline{c'v_r'}\Big)$$

$$-\Big(\bar{v}_z\bar{\chi}_z+\frac{\bar{v}_r\bar{v}_r}{2}\frac{\partial}{\partial z}\sigma\overline{c'v_z'}+\frac{\bar{v}_z\bar{v}_z}{2}\sigma\overline{c'v_z'}\Big)$$

$$+\Big(\sigma\overline{c'v_r'v_r'}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v_\theta'v_\theta'}\frac{\bar{v}_r}{r}+\sigma\overline{c'v_r'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}+\sigma\overline{c'v_r'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}$$

$$+\sigma\overline{c'v_z'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}+\sigma\overline{c'v_r'}\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v_r'}\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}$$

$$+\sigma\overline{c'v_z'}\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+\sigma\overline{c'v_z'}\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}\Big) \qquad (2\cdot52)$$

となる。E_{pt}に対する方程式はE_pに対する式（2・40）に時間平均操作を行ないE_{ps}に対する式（2・51）とE_{pst}に対する式（2・52）を項別に引けば次式として求まる。

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\Big(E_{pt}\bar{v}_r+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_r'v_r'}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_\theta'v_\theta'}$$

$$+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_z'v_z'}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_r'v_r'}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_\theta'v_\theta'}$$

$$+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_r'v_z'v_z'}\Big)$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\Big(E_{pt}\bar{v}_z+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_z'v_r'v_r'}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_z'v_\theta'v_\theta'}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v_z'v_z'v_z'}$$

$$+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v'_zv'_rv'_r}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v'_zv'_\theta v'_\theta}+\frac{1}{2}\sigma\overline{c'v'_zv'_zv'_z}\Big)$$

$$=-\rho\overline{v'_rX'_r}-\rho\overline{v'_\theta X'_\theta}-\rho\overline{v'_zX'_z}$$

$$-\Big(\sigma\overline{c'v'_rv'_r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v'_\theta v'_\theta}\frac{\bar{v}_r}{r}+\sigma\overline{c'v'_zv'_r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}$$

$$+\sigma\overline{c'v'_rv'_z}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v'_zv'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}\Big)$$

$$-\Big(\sigma\overline{c'v'_rv'_r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v'_\theta v'_\theta}\frac{\bar{v}_r}{r}+\sigma\overline{c'v'_rv'_z}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}+\sigma\overline{c'v'_rv'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}$$

$$+\sigma\overline{c'v'_zv'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}+\sigma\overline{c'v'_r}\,\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\sigma\overline{c'v'_r}\,\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}$$

$$+\sigma\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+\sigma\overline{c'v'_z}\,\bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}\Big) \qquad (2\cdot53)$$

ここでE_{ps}に対する式（２・51）とE_{pst}に対する式（２・52）より

$$\bar{v}_i\bar{x}_i+\frac{1}{2}\bar{v}_i\bar{v}_i\frac{\partial}{\partial x_i}\sigma\overline{c'v'_i} \qquad (2\cdot54)$$

はE_{ps}とE_{pst}相互間の運動エネルギ交換を表わしており、E_{ps}に対する式（２・51）とE_{pt}に対する式（２・53）より

$$-\sigma\overline{c'v'_iv'_j}\frac{\partial\bar{v}_j}{\partial x_i} \qquad (2\cdot55)$$

はE_{ps}とE_{pt}相互間の運動エネルギ交換を表わし、さらにE_{pst}に対する式（２・52）とE_{pt}に対する式（２・53）より

$$\sigma\overline{c'v'_iv'_j}\frac{\partial\bar{v}_j}{\partial x_i}+\sigma\overline{c'v'_i}\,\bar{v}_j\frac{\partial\bar{v}_i}{\partial x_j} \qquad (2\cdot56)$$

はE_{pst}とE_{pt}相互間の運動エネルギ交換を表わしていることがわかる。そこで、両相間および各相における運動エネルギの流れを図２・１に示す。

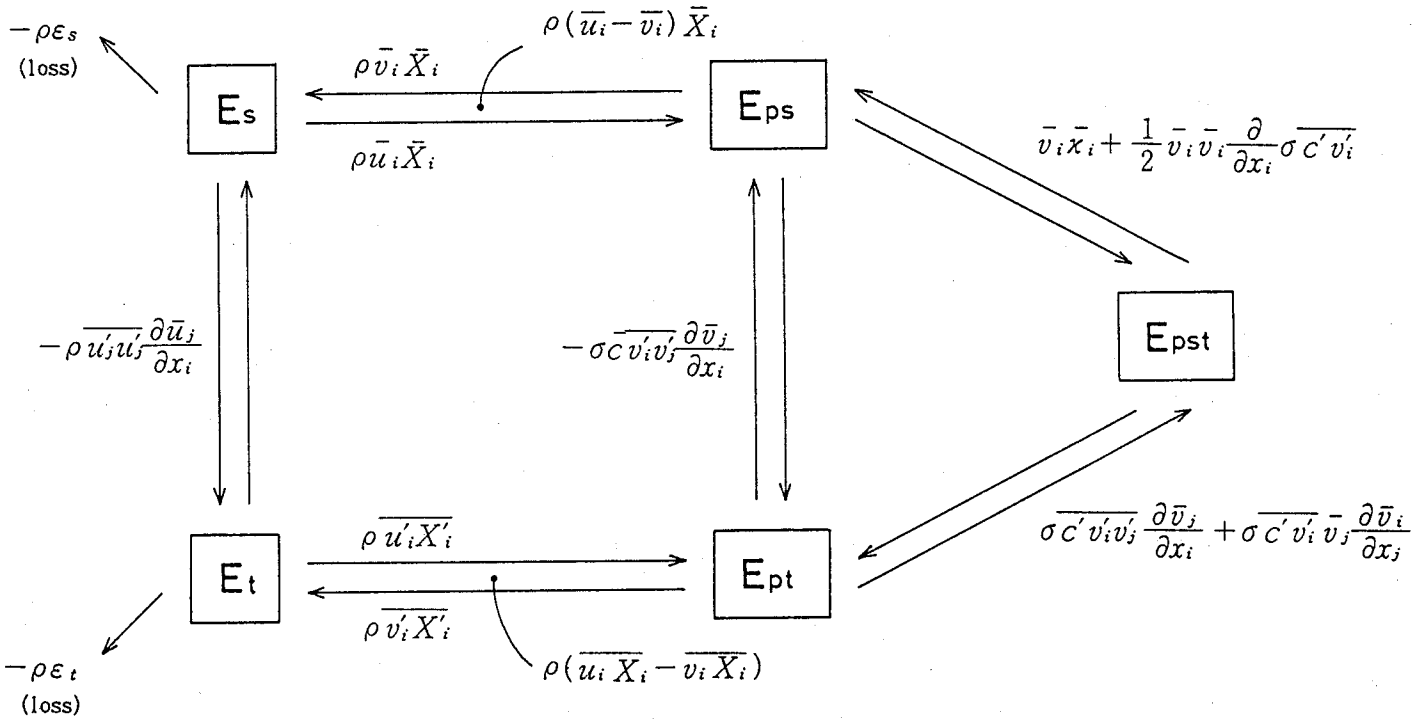


図２・１　運動エネルギの流れ

2・3　流束リチャードソン数

2・3・1　流束リチャードソン数の定義とその意味

一般に流束リチャードソン数とは成層流運動の安定判別や乱流構造の変化判別に使用される無次元パラメータである。Tayler[29]は成層流の安定限界を流束リチャードソン数R_fで$R_f>0.25$とし、Blackader[29]らは$R_f>0.2$になるともはや乱流は存在しないとしている。そして0.1付近から添加物の影響をうけ乱流は変化するといわれている。

通常の気流の乱流エネルギは平均流のせん断とレイノルズ応力によるエネルギ生成ＳＰと粘性の作用によるエネルギ消散とがほぼ平衡している。添加物が混入されるとこれによる乱流エネルギの付加的生成ＥＰが生じる。流束リチャードソン数R_fは添加物による乱れの付加的生成項ＥＰの平均流のせん断とレイノルズ応力による乱れの生成項ＳＰに対する負の比

$$R_f=-\frac{EP}{SP} \qquad (2\cdot 57)$$

として定義される。ＥＰが損失の場合は気体の乱れは添加物によって弱められることになる。そこでR_fがある値に達すると粒子混入により回復圧力は空気のみの場合よりも増すと仮定する。

2・3・2　流束リチャードソン数の近似

流束リチャードソン数R_fは本来局所的な量であるが、本研究においては急拡大部での平均的（巨視的）なR_fを評価していく。

平均流のせん断とレイノルズ応力によるエネルギ生成ＳＰは節２・２で誘導した気相の平均運動の運動エネルギに対する式（２・32）、または変動分の運動エネルギに対する式（２・34）から次のように与えられる。

$$SP=-\rho\left\{\overline{u_r'u_r'}\frac{\partial\bar{u}_r}{\partial r}+\overline{u_\theta'u_\theta'}\frac{\bar{u}_r}{r}+\overline{u_z'u_z'}\frac{\partial\bar{u}_z}{\partial z}\right.$$

$$+\overline{u'_r u'_z}\left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial z}+\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r}\right)\Bigg\} \qquad (2\cdot 58)$$

ここでChaturvediによる急拡大部での空気の乱れの測定によればＳＰはほとんど$-\rho\,\overline{u'_r u'_z}$（$\partial\bar{u}_z/\partial r$）によることが示されている[30]。従ってＳＰは近似的に次式で与えられる。

$$SP \cong -\rho\,\overline{u'_r u'_z}\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \qquad (2\cdot 59)$$

さらに $\partial\bar{u}_z/\partial r$ を次式で評価し、

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \sim \frac{U_2-U_1}{D_2-D_1} \qquad (2\cdot 60)$$

また気相の変動分の代表速度をwとすれば

$$SP \cong -\rho w^2\frac{U_2-U_1}{D_2-D_1}$$

$$=\rho w^2(1+\beta)\frac{U_1}{D_2} \qquad (2\cdot 61)$$

とおける。

また、添加物による乱れの付加的生成項ＥＰは式（２・34）から次のように与えられる。

$$EP=-(\overline{u'_r X'_r}+\overline{u'_\theta X'_\theta}+\overline{u'_z X'_z}) \qquad (2\cdot 62)$$

ここで両相間の単位質量あたりの相互作用力Ｘはストークスの抵抗則で与えられると仮定すればそのｉ方向成分は

$$X_i=-\frac{\sigma c}{t^*\rho(1-c)}(u_i-v_i) \qquad (2\cdot 63)$$

で与えられる。従って１－ｃ～１を考慮して式（２・63）を式（２・62）に代入すればＥＰは次式で与えられる。

$$EP=-\frac{1}{t^*}[\sigma\bar{c}\{\overline{u'_r(u'_r-v'_r)}+\overline{u'_\theta(u'_\theta-v'_\theta)}+\overline{u'_z(u'_z-v'_z)}\}$$

$$+\sigma\{\overline{c'u'_r}(\bar{u}_r-\bar{v}_r)+\overline{c'u'_z}(\bar{u}_z-\bar{v}_z)\}] \qquad (2\cdot 64)$$

ＥＰにおいて粒子は粗大粒子と仮定すれば、粒子の乱流変動は無視でき、さらに粒子の体積濃度変動 c′ も無視できるので、右辺［　］内第２項は０とおける。従ってＥＰは

$$EP\cong-\frac{\sigma\bar{c}w^2}{t^*} \qquad (2\cdot 65)$$

とおける。従って $\sigma\bar{c}/\rho\cong m$ を考慮すれば、R_f は式（２・57）より近似的に

$$R_f=\frac{mD_2}{(1+\beta)U_1t^*} \qquad (2\cdot 66)$$

とおける。式（２・66）の流束リチャードソン数はあくまでも急拡大部を対象として平均的（巨視的）なものとして誘導したものであり、その条件（仮定）として粒子は粗大粒子であり、かつ体積濃度が小さい流れに限定して誘導したものである。そのため式（２・66）は常に正となる。すなわちこの条件（仮定）の下では流れは粒子添加によって安定化されると判別される。または少なくとも圧力損失は空気のみの場合よりも大きくならないことが予測される。それ故ここでは、この R_f を本現象を支配するパラメータと考え以下これを流束リチャードソン数と呼ぶ。

ここまでの基礎式の誘導は粒子に働く重力は無視すると仮定して行なったが、流れ方向が垂直上向きおよび垂直下向きの場合においては無視できないと考える。その場合は粒子相の運動方程式、式（２・８）の右辺に $\pm\sigma cg$ （ただし符号は垂直上向きの場合プラス、垂直下向きの場合マイナス）が加えられる。それ故、流束リチャードソン数の誘導においてもＥＰに対する式（２・62）、式（２・64）の右辺に $-\overline{c'u'_z}\sigma g$ の項が加えられる。しかしながら、粒子の

乱流変動は無視できるという粗大粒子の仮定によりこの重力項は消去され、どの流れ方向の場合に対しても結局R_fの近似式は式（２・66）となる。

２・４　回復圧力の定義

従来の研究において急拡大流れにおける回復圧力の定義の方法は、いく通りかある。下流管での最大静圧と拡大面での静圧との差を定義しているもの[31]、上流管と下流管の両管における全圧の線を延長し、拡大面における差を定義しているもの[32]などがある。これらの定義の方法についての是非が問われるが、急拡大部での再循環域における摩擦損失が下流管での発達した領域での摩擦損失と同じ大きさとは考えられないことなどから本研究では、下流管での最大静圧と拡大面での静圧との差を回復圧力と定義する。

次に、固気二相流の急拡大部における回復圧力について検討する。式（２・23）と式（２・26）とを加えて拡大面から圧力回復位置まで（z_1～z_2）積分すれば固気二相流の場合の回復圧力 ΔP_m が次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\Delta P_m &= \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\bar{P}(z_2)\,r\,dr - \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\bar{P}(z_1)\,r\,dr \\
&= \frac{\rho}{R_2^2}\Bigg(\int_0^{R_1}\overline{u_z(z_1)}^2\,r\,dr - \int_0^{R_2}\overline{u_z(z_2)}^2\,r\,dr \\
&\qquad + \int_0^{R_1}\overline{u_z'(z_1)^2}\,r\,dr - \int_0^{R_2}\overline{u_z'(z_2)^2}\,r\,dr\Bigg) \\
&\quad + \frac{\sigma}{R_2^2}\Bigg(\int_0^{R_1}\overline{c\,v_z(z_1)}^2\,r\,dr - \int_0^{R_2}\overline{c\,v_z(z_2)}^2\,r\,dr \\
&\qquad + \int_0^{R_1}\overline{c\,v_z'(z_1)^2}\,r\,dr - \int_0^{R_2}\overline{c\,v_z'(z_2)^2}\,r\,dr \\
&\qquad + 2\int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)}\;\overline{v_z(z_1)}\,r\,dr - 2\int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)}\;\overline{v_z(z_2)}\,r\,dr \\
&\qquad + \int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)^2}\,r\,dr - \int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)^2}\,r\,dr\Bigg)
\end{aligned}
\qquad (2\cdot 67)
$$

ただし、ここでR_1は上流管の半径、R_2は下流管の半径である。気相に対する式（２・23）を同様にz_1～z_2にわたって積分すると空気のみの場合の回復圧力 ΔP_a が次式で与えられる。ただし、空気のみの場合であるので相互作用力の項ははぶく。

$$\Delta P_a=\frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}P(z_2)rdr-\frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}P(z_1)rdr$$

$$=\frac{\rho}{R_2^2}\left(\int_0^{R_1}\overline{u_z(z_1)}^2rdr-\int_0^{R_2}\overline{u_z(z_2)}^2rdr\right.$$

$$\left.+\int_0^{R_1}\overline{u_z'(z_1)^2}rdr-\int_0^{R_2}\overline{u_z'(z_2)^2}rdr\right) \qquad (2\cdot68)$$

次に、式（２・67）の右辺第１項は、粒子を混入しても変わらないとして式（２・67）から式（２・68）の辺々を引けば粒子相から気相への回復圧力への寄与分 ΔP_p として次式が求まる。

$$\Delta P_p=\Delta P_m-\Delta P_a$$

$$=\frac{\sigma}{R_2^2}\left(\int_0^{R_1}\overline{c\,v_z(z_1)}^2rdr-\int_0^{R_2}\overline{c\,v_z(z_2)}^2rdr\right.$$

$$+\int_0^{R_1}\overline{c\,v_z'(z_1)^2}rdr-\int_0^{R_2}\overline{c\,v_z'(z_2)^2}$$

$$+2\int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)}\,\overline{v_z(z_1)}rdr-2\int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)}\,\overline{v_z(z_2)}rdr$$

$$\left.+\int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)^2}rdr-\int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)^2}rdr\right) \qquad (2\cdot69)$$

ここで右辺は式（２・26）をz_1～z_2にわたって積分すると

$$右辺=-\frac{\rho}{R_2^2}\int_{z_1}^{z_2}dz\int_0^{R_2}\bar{X}_zrdr \qquad (2\cdot70)$$

となり、結局粒子相の寄与分 ΔP_p は次式で与えられる。

$$\Delta P_p = -\frac{\rho}{R_2^2}\int_{z_1}^{z_2} dz \int_0^{R_2} \bar{X}_z r dr \qquad (2\cdot 71)$$

ここで$\bar{X}_z$はストークス則に従うとしているので1－c～1を考慮すれば次式で与えられる。

$$\bar{X}_z = \frac{\sigma}{t^*\rho}\{\bar{c}(\bar{u}_z - \bar{v}_z) + \overline{c'(u'_z - v'_z)}\} \qquad (2\cdot 72)$$

この式を式（2・71）に代入すると次式となる。

$$\Delta P_p = -\frac{\sigma}{R_2^2 t^*}\int_{z_1}^{z_2} dz \int_0^{R_2} \{\bar{c}(\bar{u}_z - \bar{v}_z) + \overline{c'(u'_z - v'_z)}\} r dr \qquad (2\cdot 73)$$

従って、粒子は粗大粒子で粒子の体積濃度が十分小さい場合は次式が満足されるとき回復圧力は気相のみの場合よりも増加することがわかる。

$$\int_{z_1}^{z_2} dz \int_0^{R_2} \bar{c}(\bar{u}_z - \bar{v}_z) r dr < 0 \qquad (2\cdot 74)$$

すなわち、粒子の速度が気流の速度よりも大きければ回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなる可能性を生じる。またここで、同一密度の粒子であれば粒径が小さい（緩和時間が小さい）粒子を添加した場合の方が拡大部における両相の速度の逆転の度合が大きくなると推測される。さらに$\sigma\bar{c}/\rho \cong m$を考慮すれば式（2・72）は

$$\Delta P_p = -\frac{\rho m}{R_2^2 t^*}\int_{z_1}^{z_2} dz \int_0^{R_2} (\bar{u}_z - \bar{v}_z) r dr \qquad (2\cdot 75)$$

となり、同一の質量流量比であれば緩和時間が小さい粒子を添加した場合の方が回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなる度合も大きくなると推測される。

2・5　付加拡大損失の定義

固気二相流の場合の急拡大損失について検討する。単相流の場合の急拡大損失の考え方と同様に、粘性などによる損失が無い場合の単相流の場合の回復圧

力を ΔP_{an} 、固気二相流の場合の回復圧力を ΔP_m とおけば、固気二相流における急拡大損失 ΔP_T は $\Delta P_T = \Delta P_{an} - \Delta P_m$ で求められる。ここで ΔP_m は式（２・67）で求まっている。単相流の場合、流れには速度の旋回成分はなく拡大面（z_1 断面）と拡大後の最大静圧位置（z_2 断面）において $\bar{v}_r = 0$ と仮定すると次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{2}\rho\bar{u}_r^2 + \frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{2}\rho\bar{u}_z^2 = -\frac{\partial\bar{P}}{\partial z} \qquad (2\cdot 76)$$

この式を z_1～z_2 まで積分すれば

$$\Delta P_{an} = \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\overline{P(z_2)}\,rdr - \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\overline{P(z_1)}\,rdr$$

$$= \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_1}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_1)}^2\,rdr - \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_2)}^2\,rdr \qquad (2\cdot 77)$$

となり，ΔP_{an} が求まる。次に、ΔP_T を求めるために式（２・77）から式（２・67）の辺々を引けば

$$\Delta P_T = \Delta P_{an} - \Delta P_m$$

$$= \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_1)}^2\,rdr - \frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_2)}^2\,rdr$$

$$-\frac{\rho}{R_2^2}\Big(\int_0^{R_1}\overline{u_z(z_1)}^2\,rdr - \int_0^{R_2}\overline{u_z(z_2)}^2\,rdr$$

$$+\int_0^{R_1}\overline{u_z'(z_1)^2}\,rdr - \int_0^{R_2}\overline{u_z'(z_2)^2}\,rdr\Big)$$

$$-\frac{\sigma}{R_2^2}\Big(\int_0^{R_1}\overline{c\,v_z(z_1)}^2\,rdr - \int_0^{R_2}\overline{c\,v_z(z_2)}^2\,rdr$$

$$+\int_0^{R_1}\overline{c\,v_z'(z_1)^2}\,rdr - \int_0^{R_2}\overline{c\,v_z'(z_2)^2}\,rdr$$

$$+2\int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)}\;\overline{v_z(z_1)}\,rdr - 2\int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)}\;\overline{v_z(z_2)}\,rdr$$

$$+\int_0^{R_1}\overline{c'v_z'(z_1)^2}\,rdr-\int_0^{R_2}\overline{c'v_z'(z_2)^2}\,rdr\Big) \qquad (2\cdot 78)$$

となる。ここで式（2・70）より

$$\Delta P_T=\frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_1)}^2\,rdr-\frac{1}{R_2^2}\int_0^{R_2}\frac{1}{2}\rho\,\overline{u_z(z_2)}^2\,rdr$$

$$-\frac{\rho}{R_2^2}\Big(\int_0^{R_1}\overline{u_z(z_1)}^2\,rdr-\int_0^{R_2}\overline{u_z(z_2)}^2\,rdr$$

$$+\int_0^{R_1}\overline{u_z'(z_1)^2}\,rdr-\int_0^{R_2}\overline{u_z'(z_2)^2}\,rdr\Big)$$

$$+\frac{\rho}{R_2^2}\int_{z_1}^{z_2}dz\int_0^{R_2}\bar{X}_z\,rdr \qquad (2\cdot 79)$$

となり、右辺第１項から第３項までが空気のみの場合の急拡大損失となり第４項が粒子を混入することによる付加拡大損失となる。ここで、右辺第４項が負になることが固気二相流の場合の拡大損失が空気のみの場合よりも小さくなることを意味している。回復圧力が気相のみの場合よりも大きくなる条件と同じく固気二相流の場合の急拡大損失が空気のみの場合よりも小さくなるには両相の速度の逆転が必要であることがわかる。また回復圧力の場合と同様に緩和時間が小さい粒子を添加した場合の方がその損失の減少の度合が大きいと推測される。すなわち回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなることと付加拡大損失が負になることとは対応していることがわかる。

またここで、流れは非圧縮性であり z_1 断面と z_2 断面において気流の速度と粒子の速度はそれぞれ一定とし変動成分を無視すれば固気二相流の急拡大損失 $\overline{\Delta P}_T$ は

$$\overline{\Delta P}_T=\frac{1}{2}\rho(\overline{u_z(z_1)}^2-\overline{u_z(z_2)}^2-\rho(\overline{u_z(z_1)}^2\beta^2-\overline{u_z(z_2)}^2)$$

$$-\sigma c(\overline{v_z(z_1)}^2\beta^2-\overline{v_z(z_2)}^2)$$

$$\therefore \overline{\Delta P}_T = \frac{1}{2}\rho \overline{u_z(z_1)}^2 (1-\beta^2)^2$$

$$-\sigma \bar{c}(\overline{v_z(z_1)}^2 \beta^2 - \overline{v_z(z_2)}^2) \qquad (2 \cdot 80)$$

となる。また、気相のみの場合を考えると右辺第２項が消去され

$$\overline{\Delta P}_{BC} = \frac{1}{2}\rho \overline{u_z(z_1)}^2 (1-\beta^2)^2 \qquad (2 \cdot 81)$$

となりボルダ・カルノーの急拡大損失 $\overline{\Delta P}_{BC}$ の式が得られる。

２・６　結　　論

本章では両相の連続の式および運動方程式から両相の運動エネルギを誘導し、乱流エネルギの平衡を考えることから固気二相流の急拡大損失に関する諸現象をまとめるパラメータとして平均的（巨視的）な流束リチャードソン数の近似式を誘導した。また、固気二相流の場合の回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなる条件や付加拡大損失が負になる条件などを検討した。得られた結果をまとめて以下に示す。

（１）　固気二相流の急拡大損失に関する諸現象をまとめるパラメータとして、平均的な流束リチャードソン数［式（２・66）］を誘導した。

（２）　拡大部において両相の速度の逆転があれば回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなり、付加拡大損失が負になる可能性を生じた。

第３章　水平管路における固気二相流の急拡大損失に関する実験的研究

３・１　緒言

単相流の場合の急拡大損失に関しては、ボルダ・カルノーの損失として古くからよく知られており、それに関する実験的研究も古くからなされている[32]~[38]。しかしながら第１章でも述べたように固気二相流の場合の急拡大損失を知ることは重要であるがそれに関する研究は数少ない[3]~[5]。一般に一定管径の管での粉粒体空気輸送においては、粒子は気流から運動エネルギをもらって運搬されるが、急拡大部を有する管内では減速流となり粒子の慣性のため粒子から気流への運動エネルギの逆輸送が期待されうる。

第２章では、両相の運動方程式から出発し運動エネルギーの流れを検討して急拡大損失現象をまとめるパラメータとして流束リチャードソン数を定義しその近似式を誘導した。さらに両相の速度の逆転があれば回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなり急拡大損失は空気のみの場合よりも小さくなる可能性を生じることを示した。またそれらの度合は緩和時間が小さい粒子を添加した場合の方が大きいと推測された。

そこで本章では、急拡大部を水平管路に設けた場合の損失現象を比較的粒子の体積濃度が少ない場合の運動エネルギの逆輸送に着目して実験的に調べる。まず、直径比0.523 の管においてＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを混入した場合の気流の速度分布をサーミスタ流速計で測定し、空気のみの場合の速度分布と比較することによって速度分布の面から粉粒体混入の影響を調べ、また、質量流量比の増加によって静圧分布がどのように変化するかを調べ、さらにその静圧分布から、回復圧力の変化や付加拡大損失係数の変化を調べる。その際特に第２章で誘導した流束リチャードソン数によって粒子添加の流れに及ぼす効果がどのように関連づけられるかを調べる。また同時に、この急拡大損失に大きな影響を及ぼ

すと予想される要因の中から特に粉粒体の物性値による影響と急拡大部での直径比による影響を調べるために３種類の物性値の異なる粉粒体を用い、７種類の直径比の異なる管路において実験を行なった。また粉粒体添加の場合の流れ構造と直接関連していると考えられる圧力回復距離の変化についても調べる。

３・２　単相流における急拡大損失に関する実験

３・２・１　緒言

前述のように単相流の場合の急拡大損失はボルダ・カルノーの損失として古くから知られており、それに関する研究も古くから行なわれている。たとえばArcherによる水を用いた実験において実際の損失をボルダ・カルノーの損失に係数Ｂをかけたものとした場合、速度の増加あるいは直径比の減少と共に係数Ｂの値は減少することと圧力回復距離（拡大面から下流管での最大圧力位置までの距離）は上流管と下流管の内径差のみの関数で与えられることを示している[33]。またGibsonは、同じく水を用いた実験で同一直径比では管径が小さい場合の方が損失が大きくなることと、ボルダ・カルノーの損失との比較によって直径比が小さい場合は公式による損失より若干大きく、直径比が大きくなれば若干小さくなるが公式とほぼ一致していることを示しており、その損失は直径比のみの関数であるとしている。また彼は損失の実験式も与えている[34]。Lipsteinは空気を用い拡大損失は直径比が小さい場合はボルダ・カルノーの損失とうまく一致するが直径比が大きくなれば壁面摩擦が関係しその損失よりも小さくなりまたその差は大きくなることを実験的に示している[35]。植松は、Archerと同様にボルダ・カルノーの損失に係数Ｋをかけたものを実際の損失とし、実際の損失は全体的に理論値よりも若干大きいが直径比が小さくなると共に理論値に近づくことを実験的に示し、拡大部に生じる渦流が管壁によってあまり抵抗を受けないためであるとしている。また、損失の実験式も与えている[32]。以上の研究は非圧縮性流体の場合であり主にボルダ・カルノーの損失との比較や実験式を求めることを目的としており急拡大部への流入速度分布が一

様分布から著しくはずれているような場合を除くとボルダ・カルノーの損失とほぼ一致していることが示されている。またレイノルズ数が約10～5000くらいの低レイノルズ数の場合のいろいろな直径比での損失係数もすでに示されている[36]。

また近年では圧縮性を考慮したBenedictらの研究があり、圧縮性を考慮した理論式を求め実験値との比較を行なっており、流入圧力比（拡大面での全圧に対する静圧の比）と損失係数との関係は同一直径比においても非圧縮性の場合と圧縮性を考慮した場合では大きく異なるが、流入圧力比と全圧比（圧力回復位置での全圧に対する拡大面での全圧の比）の逆数との関係はどちらの場合でもうまく一致することや、圧力比（回復圧力位置での全圧に対する静圧の比）と全圧比または静圧比（圧力回復位置での静圧に対する拡大面での静圧の比）との関係も一致し、また彼らの理論式ともうまく一致していることを示している[37]、[38]。このように単相流の場合の急拡大損失は幅広く行なわれているが、本実験では拡大部入口での速度分布は一様分布ではなく十分発達しているので二相流の場合の損失に入る前に調べておく。

3・2・2　拡大損失係数

気相のみの場合の拡大損失係数ζ_aは次式で定義される。

$$P_1+\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho_2 U_2^2+\zeta_a\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2 \qquad (3\cdot1)$$

故にζ_aは

$$\zeta_a=1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\beta^4-\frac{\Delta P_E}{\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2} \qquad (3\cdot2)$$

ここで$\Delta P_E=P_{max}-P_1$であり回復圧力と呼ぶ。

実験装置は二相流の場合と同じ装置を使用しているので後述の節で詳しく述べるが使用した試験管路は空気に対する管摩擦係数の測定からPrandtl-Kármánの公式に従う滑らかな管であることが確認されている。ここで使用した管路の

表３・１　管路の主要寸法および上流管基準のレイノルズ数と質量流量比の最大値

L_1 m	L_2 m	D_1 mm	D_2 mm	β	R_{e1}	Maximum of m				
						P.V.C.powder	d=151μm Glass beads	d=254μm Glass beads	d=280μm Glass beads	d=900μm Glass beads
2.20 (4.00)	2.80 (6.00)	20.0 (40.0)	(100.0)	0.420	90000～244000	* 0.4			1.0	1.7
			(80.3)	0.523	27000～236000	* 0.3		0.8 (d=240μm)		0.6
			35.1	0.570	26000～69000	2.7	3.5	5.4		
			(70.0)	0.600	73000～251000	* 0.4			1.1	1.9
			26.9	0.743	25000～67000	2.7	4.8	4.8		
			24.5	0.816	28000～61000	2.4	2.8	6.3		
			22.7	0.881	22000～63000	2.8	9.2	8.2		

注）＊印は表３・２の＊印と対応している。

主要寸法と直径比βを表３・１に示す。また各直径比における上流管基準のレイノルズ数の範囲および質量流量比の最大値も表３・１に示す。

図３・１は空気に対する拡大損失係数ζ_aと上流管基準のレイノルズ数R_{e1}との関係を示している。どの直径比の場合においてもR_{e1}の増加と共にζ_aも若干増加する傾向がみられる。なお、ここで求めたζ_aとR_{e1}との関係式は最小二乗法で求めており後述の付加拡大損失係数の実験データの整理にはこの関係式を使用する。

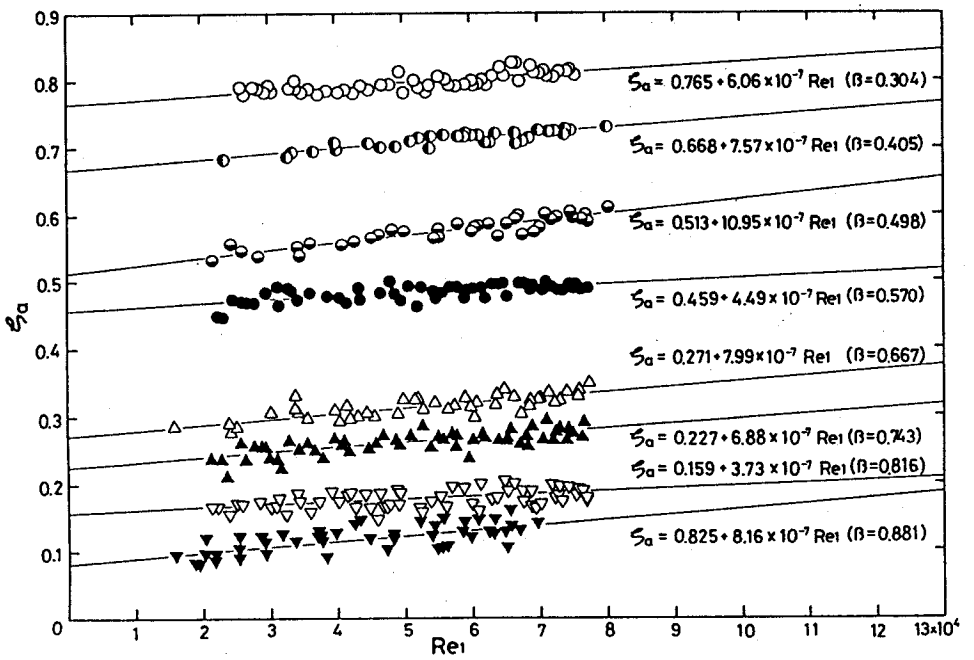


図３・１　空気のみの場合の拡大損失係数と
上流管基準のレイノルズ数との関係

$$\zeta_a = 0.765 + 6.06 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.304)$$

$$\zeta_a = 0.668 + 7.57 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.405)$$

$$\zeta_a = 0.513 + 10.95 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.498)$$

$$\zeta_a = 0.459 + 4.49 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.570)$$

$$\zeta_a = 0.271 + 7.99 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.667)$$

$$\zeta_a = 0.227 + 6.88 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.743)$$

$$\zeta_a = 0.159 + 3.73 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.816)$$

$$\zeta_a = 0.825 + 8.16 \times 10^{-7} R_{e1} \quad (\beta = 0.881) \qquad (3 \cdot 3)$$

図３・２はボルダ・カルノーの損失係数ζ_{BC}およびζ_aと直径比βとの関係を示しており、直径比βの値が0.65ないし0.70を超えるとβの増加と共にζ_aは、ζ_{BC}よりも大きくなることがわかる。このことは植松[29]の実験結果とも一致する傾向であり直径比が大きいほど、管壁の摩擦の影響が現われることを示している。

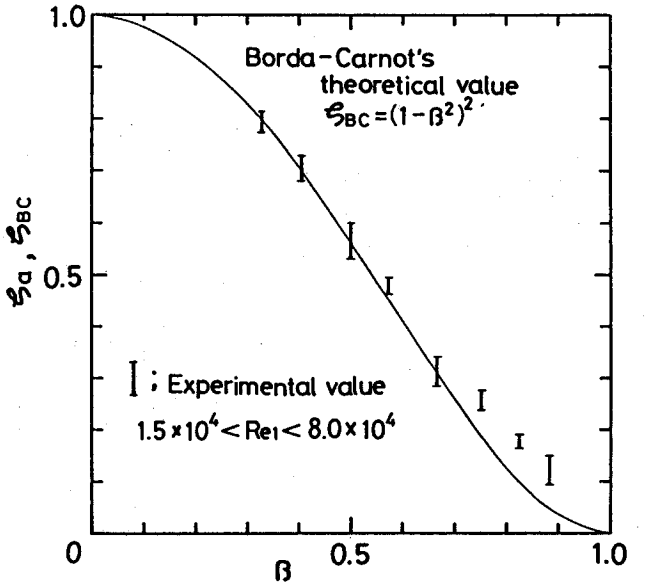


図３・２　ボルダ・カルノーの損失係数および空気のみの場合の拡大損失係数と直径比との関係

３・３　実験装置

本実験は３種類の圧送式管路と４種類の吸引式管路の合計７種類の試験管路を用いた。いずれの場合も、実験装置は送風機、流量調節用バルブ、流量測定部、粉粒体供給装置、試験管路、粉粒体分離装置からなっており基本的な構造は同じである。図３・３に吸引式の実験装置の概略を示す。管路は水平に置かれた透明アクリルパイプからなっており表３・１に使用した管路の管内径、管長、直径比を示している。試験管路の静圧タップは上流管に８点（１２点）、下流管に１２点（１４点）で各タップは粒子の濃度分布による同一横断面での

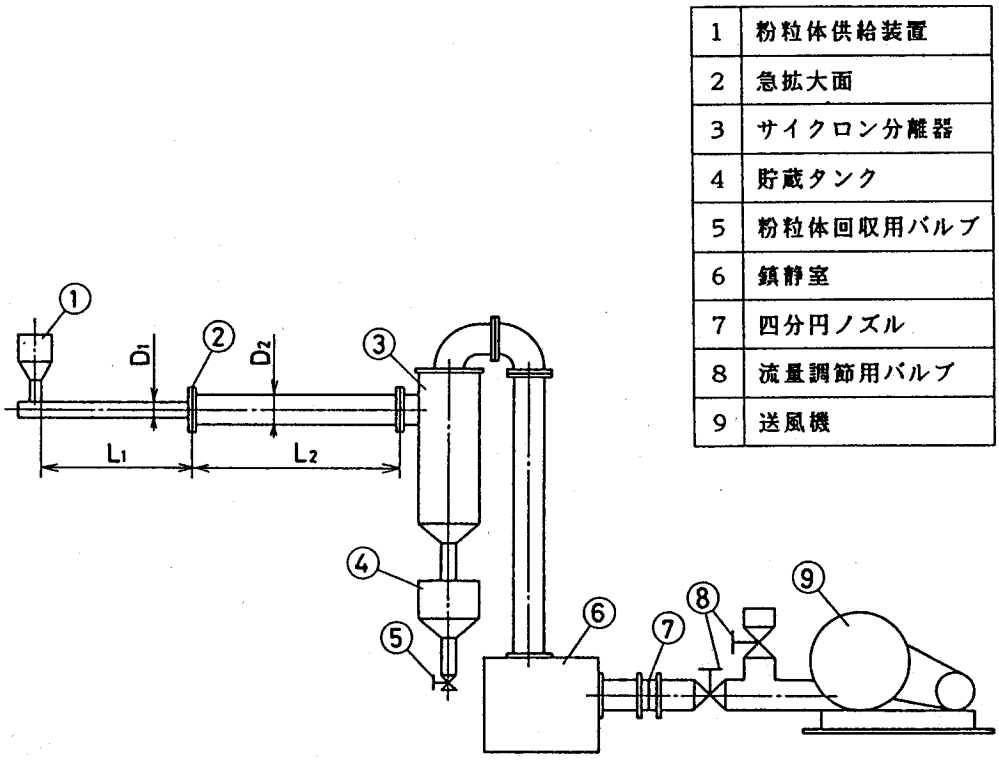
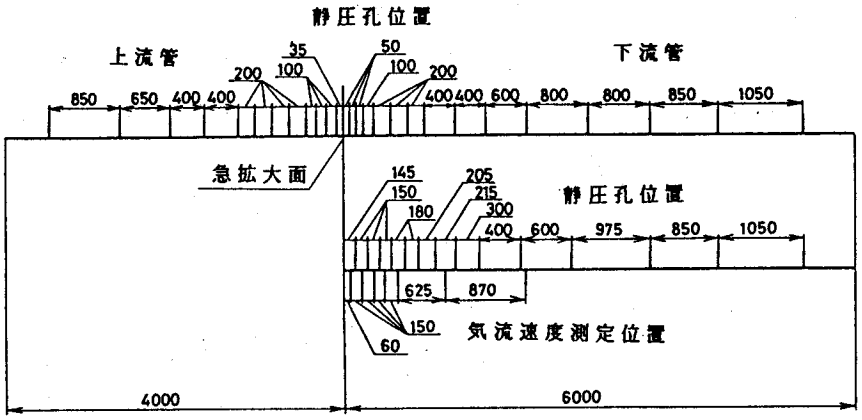
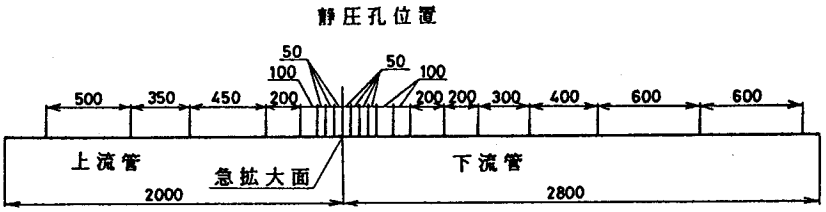


図３・３　実験装置概略図

圧力差による影響をさけるために同一横断面で壁に120°間隔であけられた３つの孔からなっており、それらを１つにまとめて平均値を測定するようにしている。ここで（　）内の値は圧送式の実験の場合を示している。図３・４（ｂ）に吸引式の場合の静圧タップの位置を示す。また、圧送式の試験管路の下流管には気流の速度を測定するために無指向性プローブの挿入孔を設けており静圧タップの位置と共に挿入孔の位置を図３・４（ａ）に示している。気流は送風機によって吸い込まれ、粉粒体は上流管の端に設けてある供給装置によって気流に添加される。そして試験管路を通過した粉粒体はサイクロン分離器によって分離、回収され空気は鎮静室、流量測定用管路、送風機を通って大気中に放出される。



（ａ）　圧送式



（ｂ）　吸引式

図３・４　静圧孔位置と気流速度測定位置

３・４　実験方法

空気流量は鎮静室を出た後に校正された四分円ノズルで測定された。粉粒体の質量流量は供給重量を計り、それが流れ終わるまでの時間を測定して求める。管軸方向の静圧分布は静圧タップを通しディジタル圧力計によって測定される。気流の速度分布は無指向性プローブを管軸に垂直方向に１７点移動させて測定しており粉粒体を添加した場合はそれが流れ終わるまでに全ての測定を終了させている。また実験における上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲は表３・１に併記している。なお、実験は流量調節用バルブを空気のみの場合と粉粒体添加の場合と同一の絞りにしたまま行なう。そのために質量流量比を増加させる

と、ノズル差圧が減少し、その結果、試験管路の空気流量も減少し、静圧は低くなっている。また実験のまとめに使用したデータは管底流が現われない範囲の実験データを採用している。

以下に実験データの整理に使用した計算式を示す。

1）空気密度（ρ）

空気密度ρは絶対圧力Pと絶対温度Tにより次式で表わす。

$$\rho = 3.487 \times 10^{-3} \frac{P}{T} \quad (kg/m^3) \qquad (3 \cdot 4)$$

ここでP；（P_a）、T；（K）

2）空気体積流量（Q）

空気の体積流量は次式で求める。

$$Q = \alpha m_f A_0 \varepsilon \sqrt{2 \Delta P_0 / \rho_0} \quad (m^3/s) \qquad (3 \cdot 5)$$

本実験では、流量係数$\alpha = 0.84$、開口比$m_f = 0.25$、ノズルの穴の断面積$A_0 = 5.064 \times 10^{-3}$（$m^2$）、圧縮性補正係数$\varepsilon = 1$として次式を得る。

$$Q = 1.504 \times 10^{-3} \sqrt{\Delta P_0 / \rho_0} \quad (m^3/s) \qquad (3 \cdot 6)$$

ここでΔP_0；ノズル差圧（P_a）、ρ_0；ノズル直前の密度（kg/m^3）

3）空気質量流量（M_a）

ノズル部の空気流量と空気密度との積で表わし次式を得る。

$$M_a = \rho_0 Q = 1.504 \times 10^{-3} \sqrt{\Delta P_0 \times \rho_0} \quad (kg/s) \qquad (3 \cdot 7)$$

4）粉粒体質量流量（M_p）

供給装置に供給した粉粒体の質量を測定時間で割って求める。

M_p (kg／s)　　(3・8)

5）質量流量比

空気の質量流量に対する粉粒体の質量流量の比であり次式で与える。

$$m = \frac{M_p}{M_a} \qquad (3・9)$$

6）拡大損失係数（ζ_{BC}、ζ_a、ζ_p）

ボルダ・カルノーの損失の公式は次式で与えられる。

$$\zeta_{BC} = (1-\beta^2)^2 \qquad (3・10)$$

固気二相流の急拡大部での全圧力損失ΔPは空気のみの流れによる圧力損失ΔP_Lと、気流中の固体粒子に起因して生じる付加圧力損失ΔP_Kの和として$\Delta P = \Delta P_L + \Delta P_K$で表わされる。$\Delta P_K$には粒子と管壁との摩擦および衝突による付加圧力損失、粒子相互の衝突による圧力損失、垂直管における粒子群を重力にさからって支えるための圧力損失などがあげられる。しかしながら、急拡大部のみに着目するとそれらによる損失は直管の場合の定速部の場合と比べて小さいと考えられ拡大部では粒子が混入することによる気流の変化による圧力損失がほとんどをしめているものと考える。ここでは節2・5の定義により全圧力損失から空気のみの流れによる圧力損失を差し引いたものを付加拡大損失とする。そこでデータ整理に使用する計算式としては付加拡大損失を管路形状変化による圧力損失の一種と考え次式で定義する。

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho_1 U_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 U_2^2 + (\zeta_a + \zeta_p)\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2 \qquad (3・11)$$

ここでζ_a；空気のみの場合の拡大損失係数、ζ_p；粉粒体混入による付加拡大損失係数

5．1）空気のみの場合の拡大損失係数（ζ_a）

ζ_a は式（3・2）で与えている。

5・2）付加拡大損失係数（ζ_p）

ζ_p は式（3・8）を変形し次式で与えられる。

$$\zeta_p = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\beta^4 - \frac{\Delta P_E}{\frac{1}{2}\rho_1 U_1^2} - \zeta_a \qquad (3 \cdot 12)$$

ここで $\Delta P_E = P_{max} - P_1$、なお ζ_a には同じレイノルズ数での空気のみの場合の流れに対する値を用いる。

3・5　試料の物性値

表3・2に使用した粉粒体の物性値と諸元を示している。粉粒体の平均粒径dは振動ふるいによって粒径を分級し粒度分布を求め平均粒径を求めている。また本実験では粉粒体の緩和時間 t^* には単一粒子が気流に追随するのに要する時間を用いており、浮遊速度（最終自由落下速度）u_s を重力加速度gで割ったもので定義する。ここで緩和時間 t^* の算出方法を説明する。一般に粒子が静止空気中を重力によって落下する場合、空気の抵抗を受けるが、その大きさは粒子の速度をv（m／s）とすると v^n（n＝1～2）に比例する。従ってvが大きくなると抵抗もそれに応じて大きくなりついには粒子の自重に等しくなって、粒子の重力と抵抗力とは釣合状態になるので粒子は等速運動をする。

表3・2　粉粒体の物性値と諸元

	d μm	σ kg/m³	t* sec
P.V.C.powder	* 134	1330	4.80×10^{-2}
	139		5.51×10^{-2}
Glass beads	151	2480	1.02×10^{-1}
	240		1.77×10^{-1}
	254		1.90×10^{-1}
	280		2.02×10^{-1}
	900		6.45×10^{-1}

この速度をその粒子の浮遊速度という。C_D を抵抗係数、ρを空気密度、dを粒径、σを粒子密度とすると浮遊速度u_sは次式で与えられる。

$$C_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho u_s}{2} = \sigma g \frac{\pi d^3}{6}$$

$$\therefore u_s = \left(\frac{4}{3} \frac{g d}{C_D} \frac{\sigma}{\rho} \right)^{0.5} \quad (m/s) \qquad (3 \cdot 13)$$

ここで抵抗係数C_Dは一般に粒子レイノルズ数$R_{ep} = |u - v| d / \nu$によって変化し、ここでは次式を使用する[39]。

$$C_D = K_1 + \frac{K_2}{R_{ep}} + \frac{K_3}{R_{ep}^2} \qquad (3 \cdot 14)$$

ここで、R_{ep}に対するK_1、K_2、K_3の値を表3・3に示す。従って式（3・13）と式（3・14）によって繰り返し計算でu_sを求め、そのu_sをgで割ってt^*を算出する。

$$t^* = \frac{u_s}{g} \qquad (3 \cdot 15)$$

表3・3　球の抵抗係数を表わす式（3・14）の係数

	K_1	K_2	K_3
$0 < R_{ep} < 0.1$	0	24.0	0
$0.1 < R_{ep} < 1.0$	3.69	22.73	0.0903
$1.0 < R_{ep} < 10.0$	1.222	29.1667	-3.8889
$10.0 < R_{ep} < 100.0$	0.616674	6.50	-116.667
$100.0 < R_{ep} < 1000.0$	0.3644	98.33	-2778.3
$1000.0 < R_{ep} < 50000.0$	0.35713	148.62	-47500.0

3・6　実験結果および考察

3・6・1　拡大後の気流の速度分布

図3・5は上流管基準のレイノルズ数$R_{e1} = 14.6 \times 10^4$の場合の空気のみの場合の速度分布と同一レイノルズ数で平均粒径$d = 134 \mu m$のP.V.C.パウダを質量流量比$m = 0.05$で気流に添加した場合の気流の速度分布を無指向性サーミスタ流速計で測定し各軸方向位置で比較したものである。ただし実験は圧送式の管路で行なっており直径比$\beta = 0.523$の場合である。拡大面からの距離z

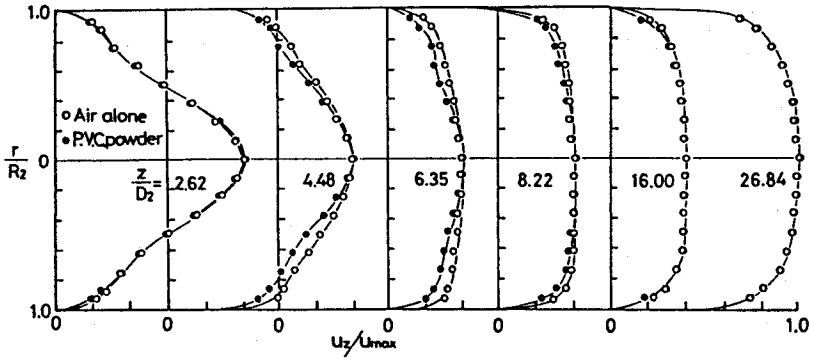


図３・５　気流速度分布（$R_{e1}=14.6\times10^4$、$\beta=0.523$）

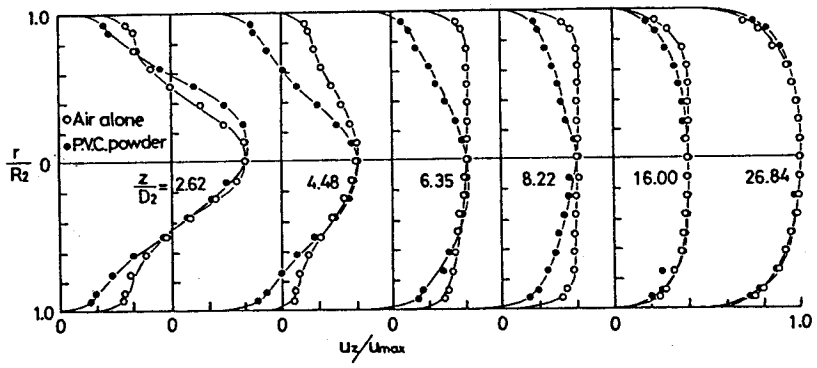


図３・６　気流速度分布（$R_{e1}=18.7\times10^4$、$\beta=0.523$）

を下流管内径D_2で割ったz／D_2＝2.62においては、空気のみの場合とP.V.C.パウダを添加した場合との間にはほとんど差はない。z／D_2＝4.48においては、P.V.C.パウダを添加した場合の方がやや中央部が突出しているが空気のみの場合との差はわずかである。拡大面からの距離が大きくなると共に速度分布は徐々に平坦になり、空気のみの場合はz／D_2＝8.22で平坦になっている。一方、P.V.C.パウダを添加した場合の速度分布は、まだ空気のみの場合よりも丸みがある。z／D_2＝16.00では、空気のみの場合とP.V.C.パウダを添加した場合の速度分布は、ほとんど同じ形状となっている。さ

らに$z/D_2=26.84$では速度分布は再び丸みをおびてきており流れが発達していく段階を示している。なおこの場合、式（２・66）で定義した流束リチャードソン数の値は$R_f=4.75\times10^{-4}$である。なお、無指向性サーミスタ流速計で測定しているために再循環域などにおける逆流の速度は検出されておらず全て正の値として検出された。

図３・６は$R_{e1}=18.7\times10^4$ で空気のみの場合の速度分布と同一レイノルズ数で平均粒径$d=134\mu m$のＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを$m=0.153$ で気流に添加した場合の気流の速度分布を示している。この場合においても直径比は$\beta=0.523$ である。$z/D_2=4.48$ ではＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した場合の速度分布は空気のみの場合よりもかなり山形となっている。また、図３・５と比べてもかなり差がある。空気のみの場合の速度分布は$z/D_2=8.22$で平坦になっているがＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した場合は依然として山形である。$z/D_2=16.00$では空気のみの場合は丸みをおびてきている。また、Ｐ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した場合との差も小さくなっている。$z/D_2=26.84$では、どちらの場合の速度分布もほとんど同じ形状となっておりかなり丸みをおびてきており流れが発達段階にあることを示している。なお、この場合の流束リチャードソン数は$R_f=2.07\times10^{-3}$ である。以上のことから$m=0.153$ の場合はＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した気流の速度分布は平坦になることなしに発達していくことがわかる。すなわち粉粒体を添加することによって乱流の混合作用が抑制され気体の乱れが変化させられていることを示している。

３・６・２　静圧分布

本節では管壁における静圧の管軸方向の分布から粉粒体添加の効果がそれにどのように現われるかを示す。図３・７に直径比$\beta=0.570$ でＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した場合を、図３・８に$\beta=570$ で$d=151\mu m$のガラスビーズを添加した場合を、図３・９に$\beta=0.570$ で$d=254\mu m$のガラスビーズを添加した場合を質量流量比ｍをパラメータとして示す。なお、それぞれの図に空気のみの

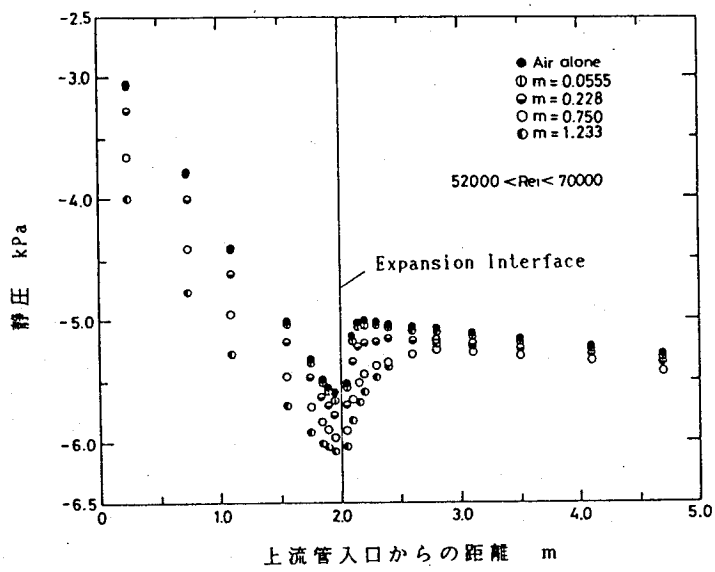


図３・７　静圧分布（P.V.C.パウダ、β＝0.570）

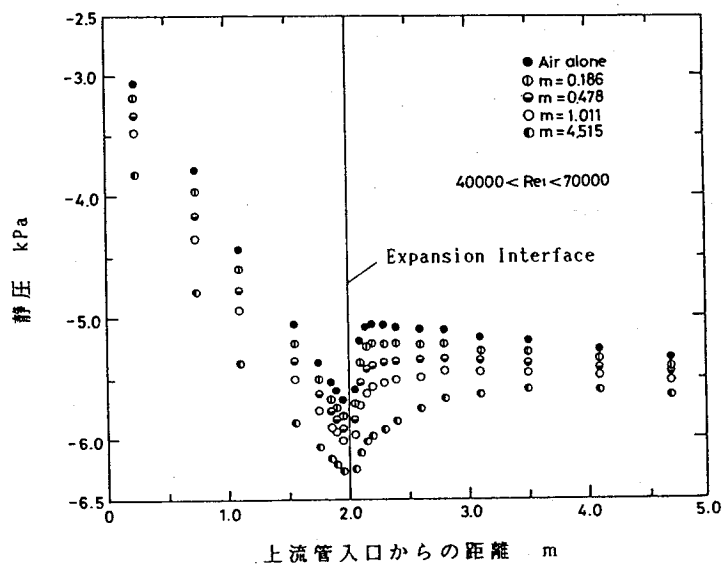


図３・８　静圧分布（ｄ＝151μm ガラスビーズ、β＝0.570）

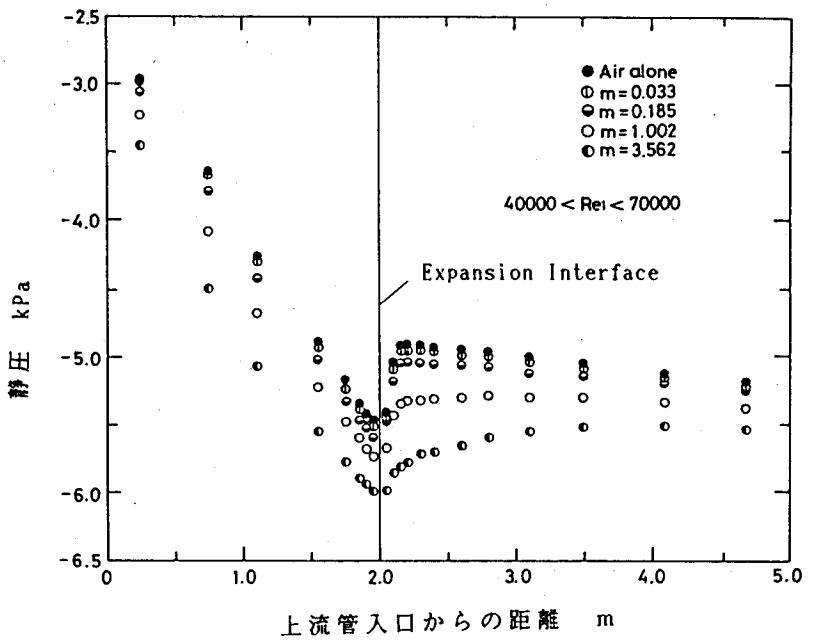


図３・９　静圧分布（ｄ＝254μｍ ガラスビーズ、β＝0.570）

場合（ｍ＝０）の静圧分布を併記している。ただし、節３・４で述べたように実験は流量調節用バルブを空気のみの場合と同じ絞りで行なっているためにｍの増加と共に静圧も全体的に低くなっている。そのため同一の図中のそれぞれのｍの値におけるレイノルズ数は同一の値ではない。上流管基準のレイノルズ数R_{e_1}の範囲を図中に示している。

ｍの値が大きいほど上流管入口から約１ｍまでの静圧分布の勾配が大きいが、これは粉粒体の加速の影響が現われているためである。上流管基準のレイノルズ数に幅があるため粉粒体を添加した場合と空気のみの場合との静圧分布の大小を直接比較することはできないが、質量流量比の増加と共に圧力の回復がゆるやかになり圧力回復距離（拡大面から下流管での最大静圧の位置までの距離）が増加していることがわかる。このことに関しては後述の節３・６・５で詳しく述べるが、粉粒体添加によって噴流の広がりが抑制されるというLaats[40]の実験と類似している。

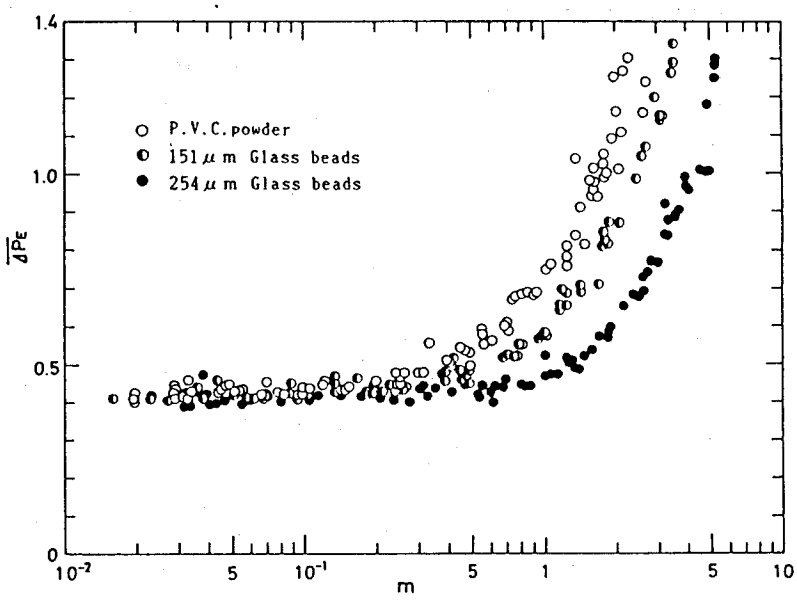


図３・10　無次元回復圧力と質量流量比との関係（β =0.570）

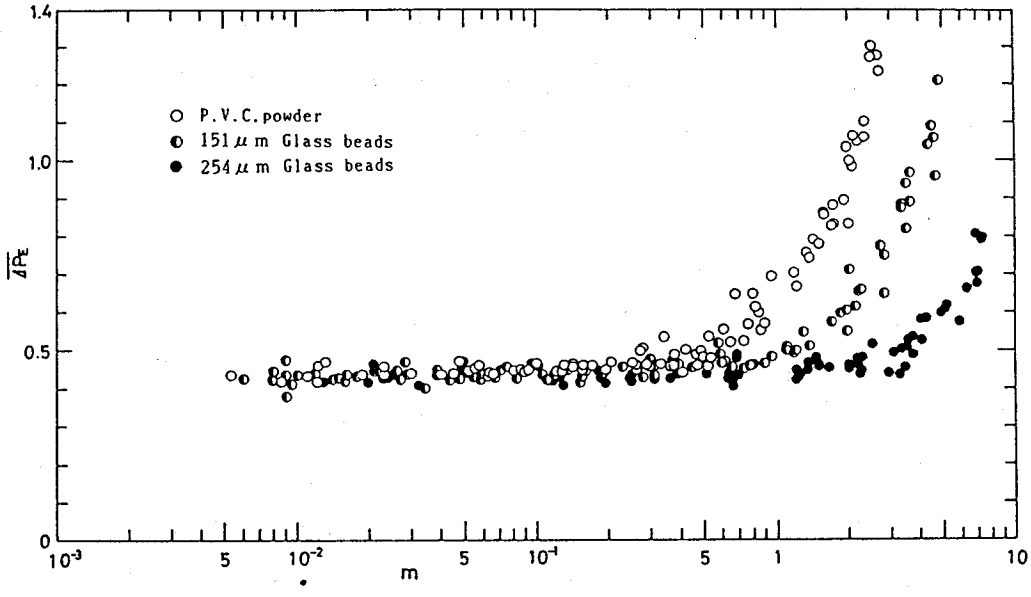


図３・11　無次元回復圧力と質量流量比との関係（β =0.743）

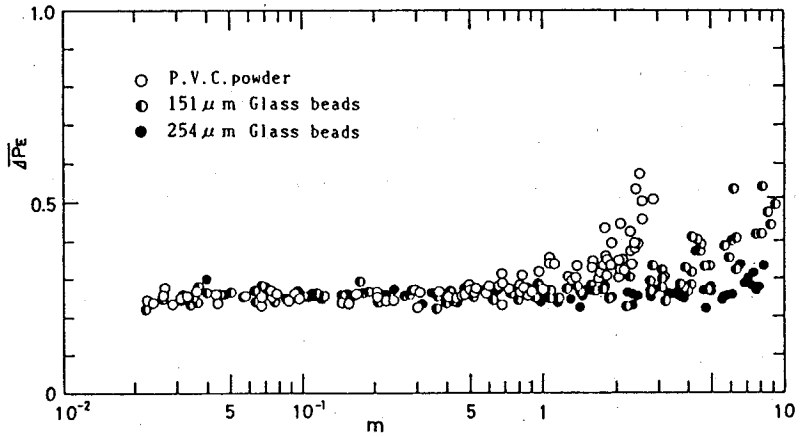


図３・12　無次元回復圧力と質量流量比との関係（β＝0.881）

３・６・３　回復圧力

図３・10、３・11、３・12にそれぞれβ＝0.570、0.743、0.881 の管路に３種類の粉粒体を添加した場合の回復圧力ΔP_Eを動圧$(1/2)\rho_1 U_1^2$で割り無次元化した$\overline{\Delta P_E}$と質量流量比mとの関係を示す。データにばらつきがあるがmがある値以上になると空気のみの場合よりも増加することがわかる。もしこの場合の粉粒体を添加した気体を密度が$\rho(1+m)$の混合気体とみなせば、回復圧力は気体のみの場合と比べて$(1+m)$倍だけ増加することになりm＝0 から直線的に増加するはずであるが本実験結果とは一致しない。すなわち本実験に使用した粉粒体の緩和時間t^*が流れの代表時間τよりも大きな粗大粒子に対応することを示している。このことから本実験で使用した粉粒体に関しては第２章の理論的検討において粗大粒子の仮定を用いたことの妥当性がいえる。それぞれの図より粉粒体添加の影響が現われる開始点のmの値は緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が小さいことがわかる。また同一の粉粒体であればβの値が小さい程、その開始点のmの値が小さいことがわかる。このことに関しては、データによって気流速度が異なるために節３・６・６で詳しく述べるが緩和時間が小さい粉粒体の方が拡大部に流入する際の両相間の速度差が小

さいので拡大後の両相間の速度の逆転の度合が大きくなることが原因と考えられ、第２章での式（２・74）から推測された結果と一致した傾向が得られている。次に、式（２・66）で定義された流束リチャードソン数R_fで回復圧力をまとめてみる。図３・13～図３・19に$\overline{\Delta P_E}$とR_fとの関係を示す。$\overline{\Delta P_E}$はR_fによってうまくまとまり、$\beta \leqq 0.600$では、どの直径比の場合もそして、

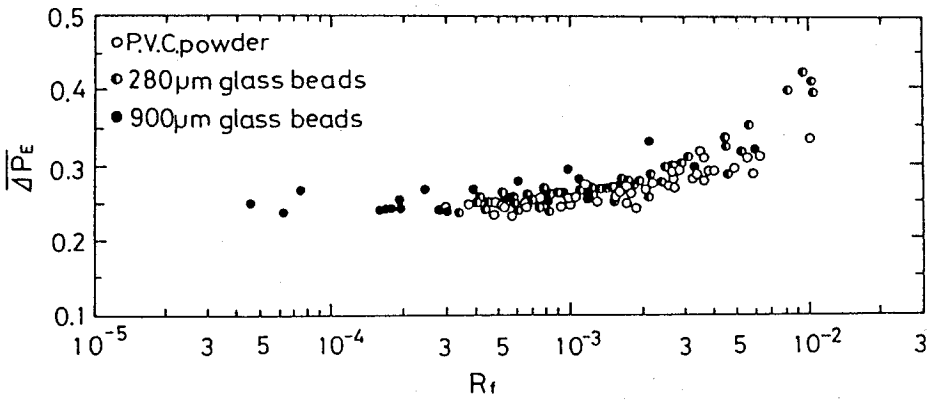


図３・13　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β＝0.420）

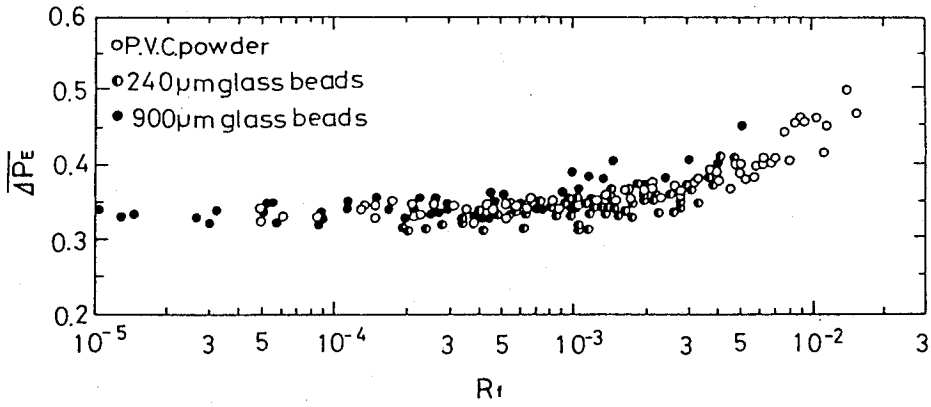


図３・14　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β＝0.523）

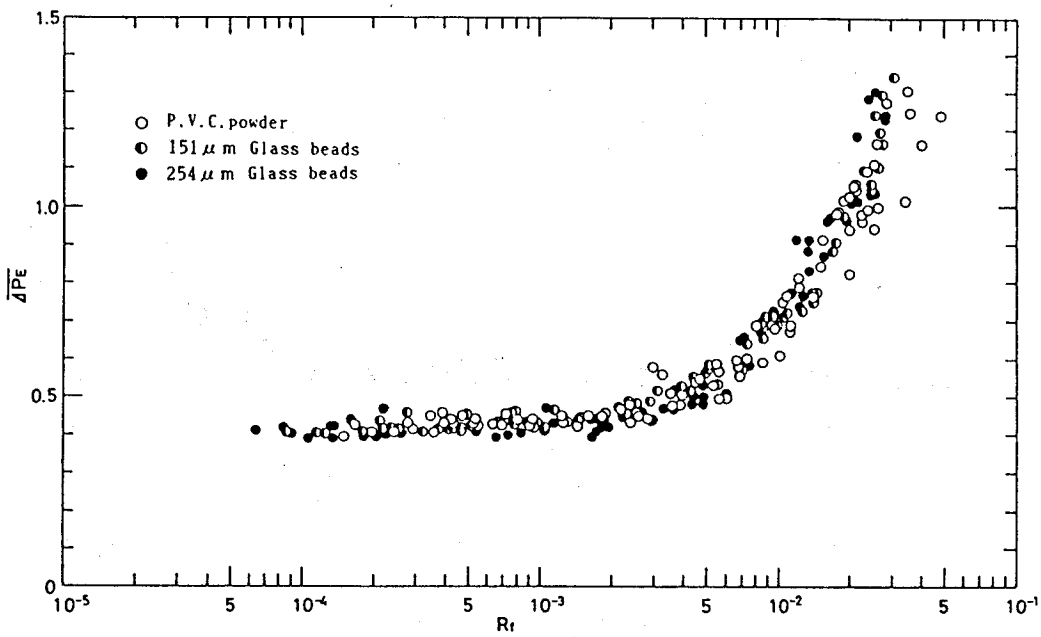


図３・15　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.570）

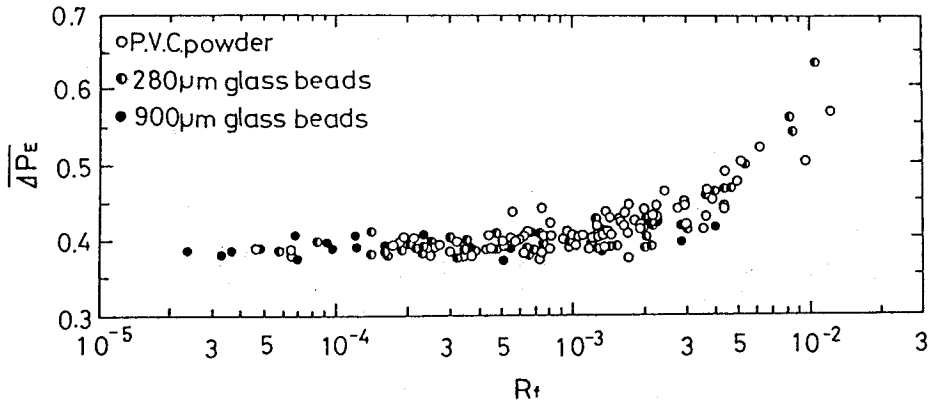


図３・16　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.600）

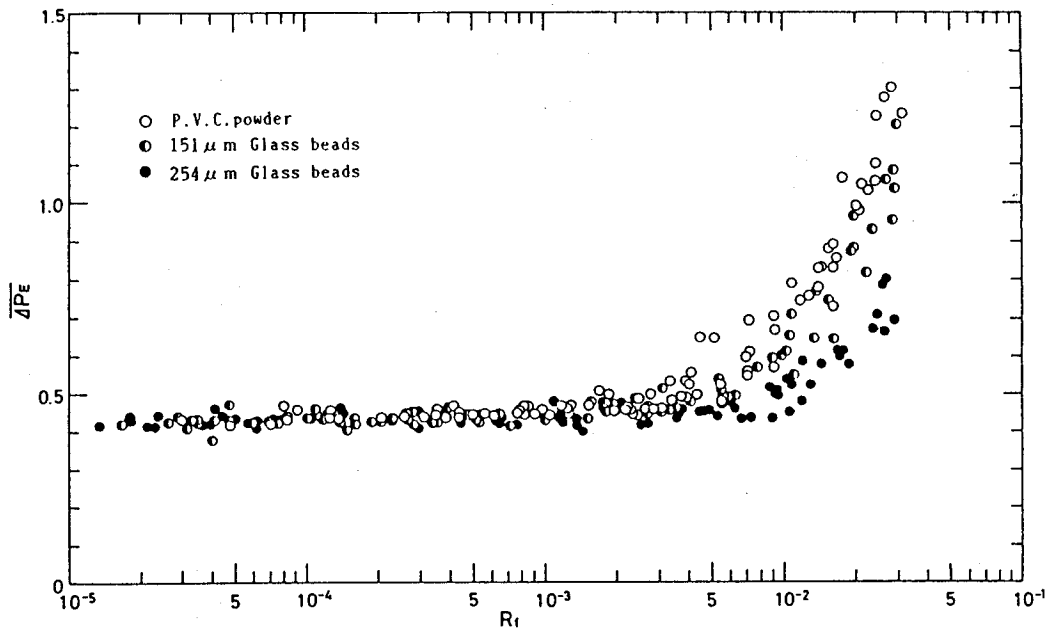


図３・17　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.743）

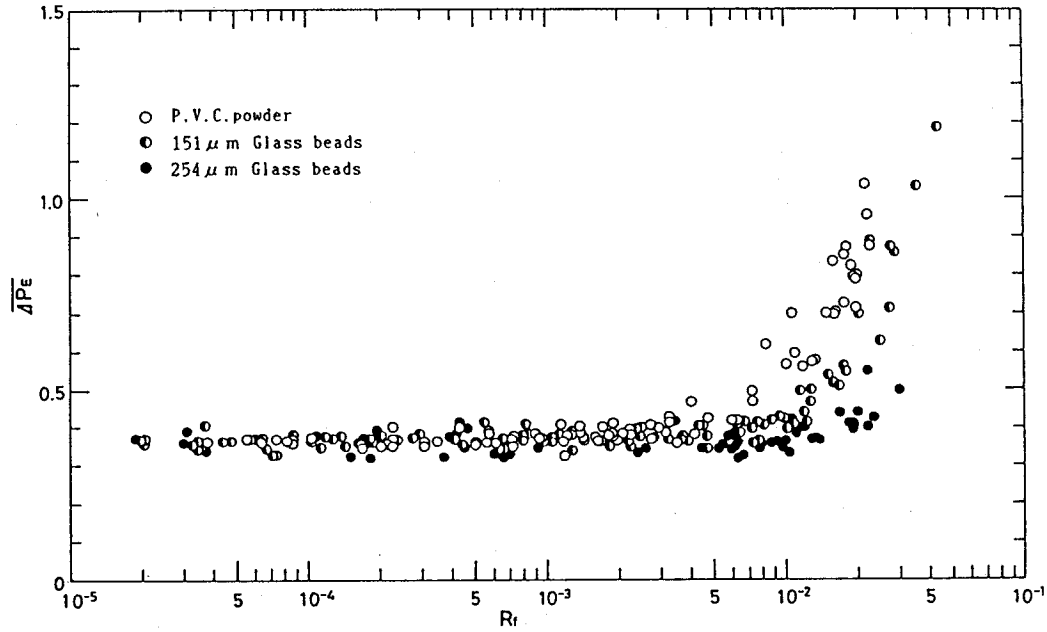


図３・18　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.816）

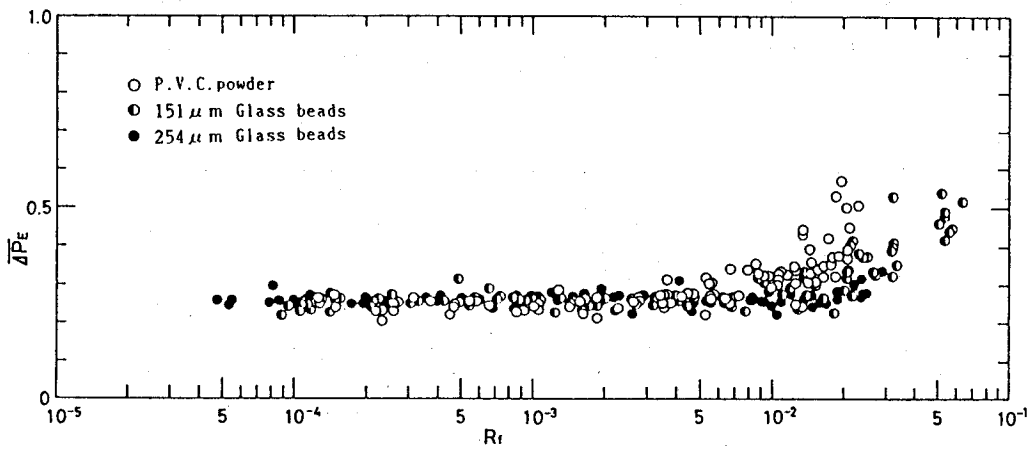


図３・19　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β＝0.881）

どの粉粒体添加の場合でもR_fが約2.0×10^{-3}以上になると粉粒体添加の影響が現われ空気のみの場合よりも回復圧力が増加し始めることがわかる。ただし、$\beta>0.600$ではβの値が増加すると共に$\overline{\Delta P_E}$が増加し始めるR_fの値も大きくなっている。これは、βの値の増加は上流管と下流管との内径差が小さくなることを意味しており、そのため拡大部での気流の減速が小さく両相間の速度の逆転が小さくなっていることを示している。また、前節の図３・５の場合（$R_f=4.75\times10^{-4}$）はほとんど粉粒体添加の影響が現われていないがその場合は回復圧力にもその影響が現われておらず、粉粒体添加の影響が顕著に現われている図３・６の場合（$R_f=2.07\times10^{-3}$）は回復圧力にもその影響が現われている。

３・６・４　付加拡大損失係数

粉粒体添加の影響が現われる開始点をより明確にするために式（３・９）で定義された付加拡大損失係数ζ_pによって現象をみてみる。図３・20～図３・23にそれぞれβ＝0.420、0.570、0.743、0.881の管路に３種類の粉粒体を添加

した場合のζ_pと質量流量比mとの関係を示す。式（３・２）と式（３・12）との比較や図３・10～図３・12との比較からわかるように、ζ_pが負の場合が

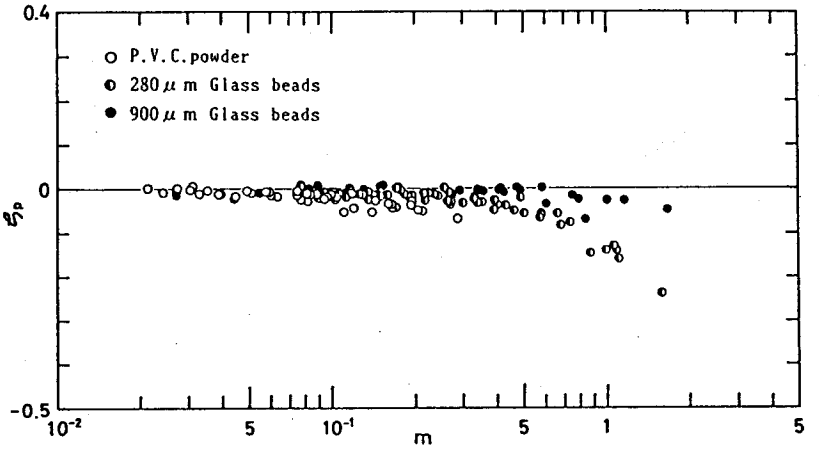


図３・20　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.420）

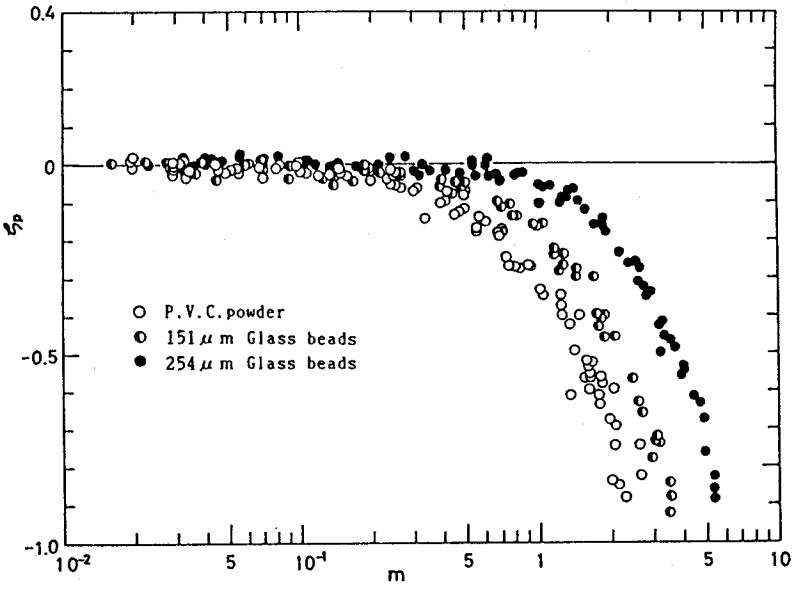


図３・21　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.570）

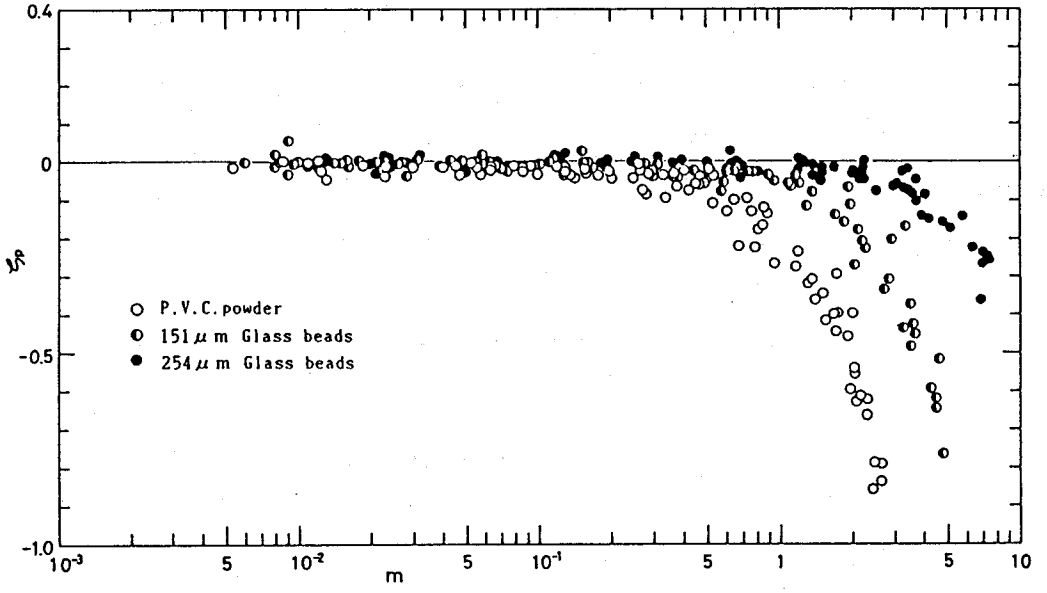


図３・22　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.743）

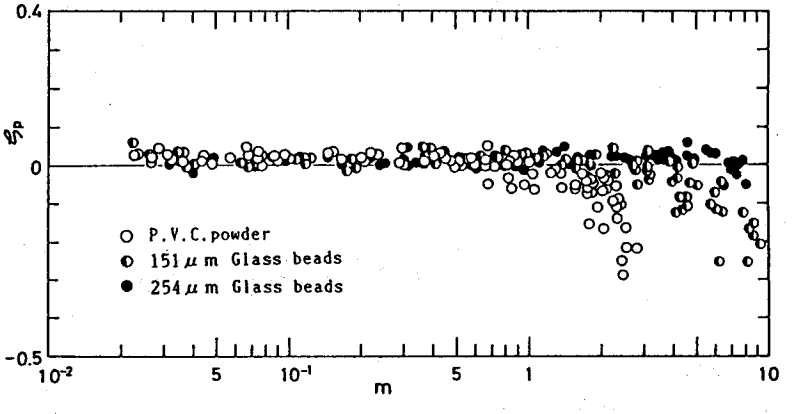


図３・23　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.881）

粉粒体を添加することにより実質的に回復圧力が空気のみの場合よりも増加となっている。回復圧力の場合と同様に粉粒体添加の影響が現われる開始点のm

の値は緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が小さく、同一の粉粒体であればβの値が小さいほど、その開始点のmの値が小さい。また同一のmの値であれば緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方がζ_pの減少の度合が大きいことがわかる。この結果も緩和時間が小さい粉粒体の方が拡大部での両相の速度の逆転が大きいことが原因と考えられ、式（２・75）から推測された結果と一致している。次に、ζ_pとR_fとの関係を図３・24～図３・30に示す。

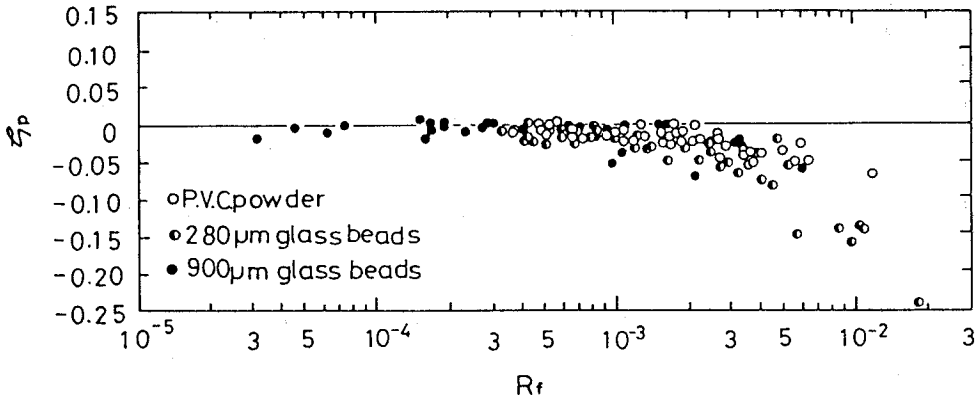


図３・24　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β＝0.420）

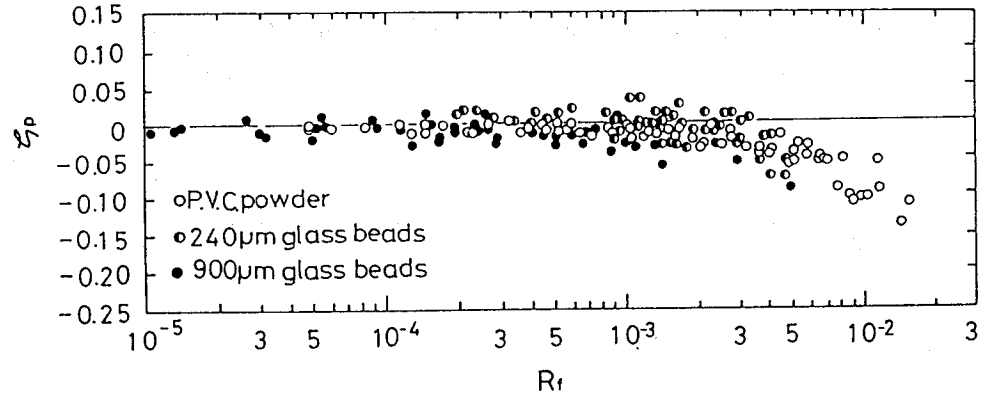


図３・25　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β＝0.523）

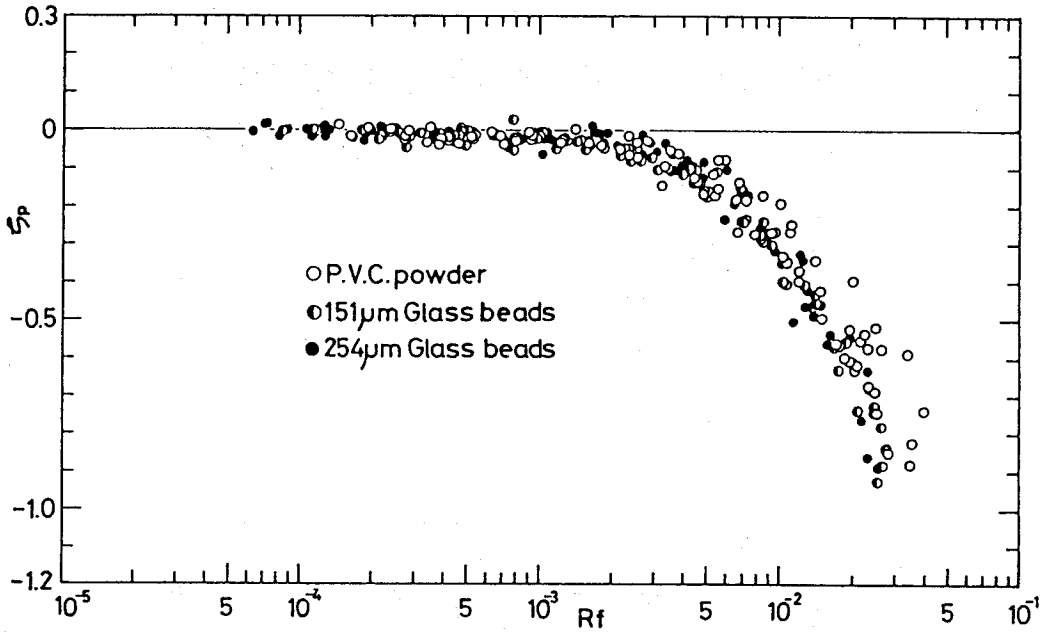


図３・26　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数
との関係（β ＝0.570）

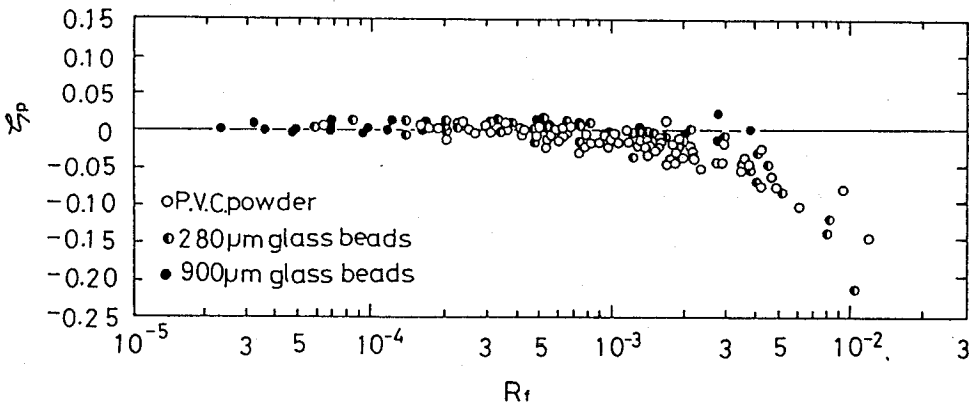


図３・27　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数
との関係（β ＝0.600）

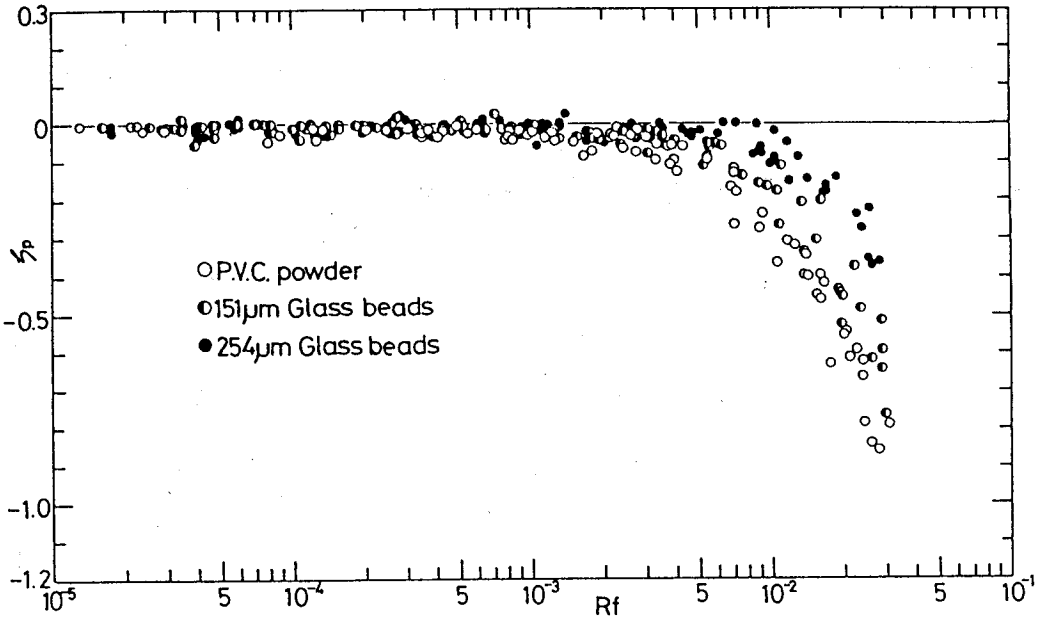


図３・28　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.743）

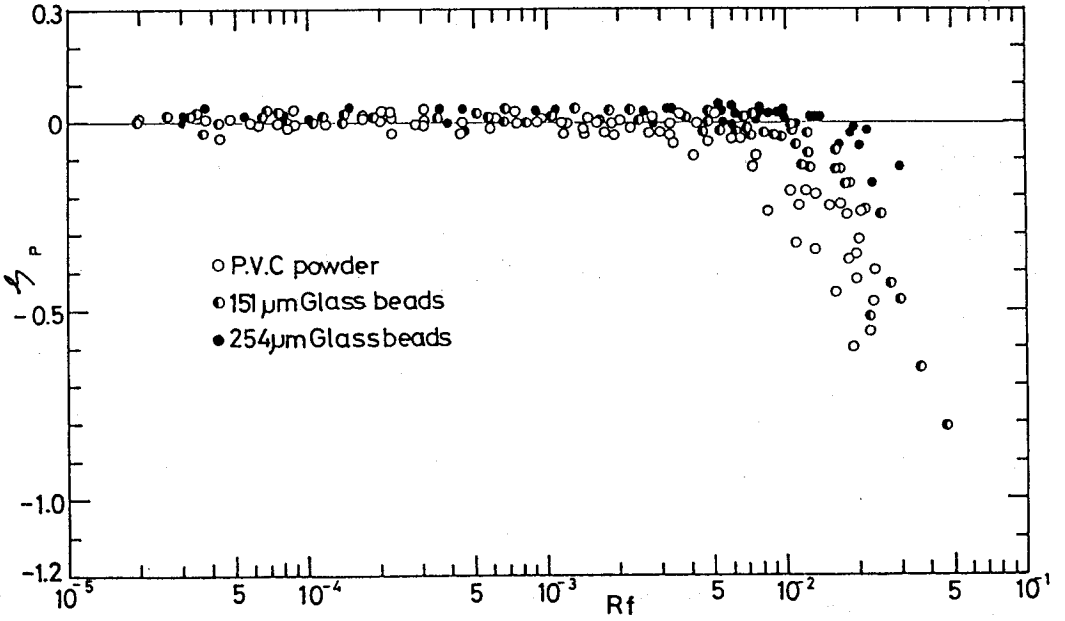


図３・29　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.816）

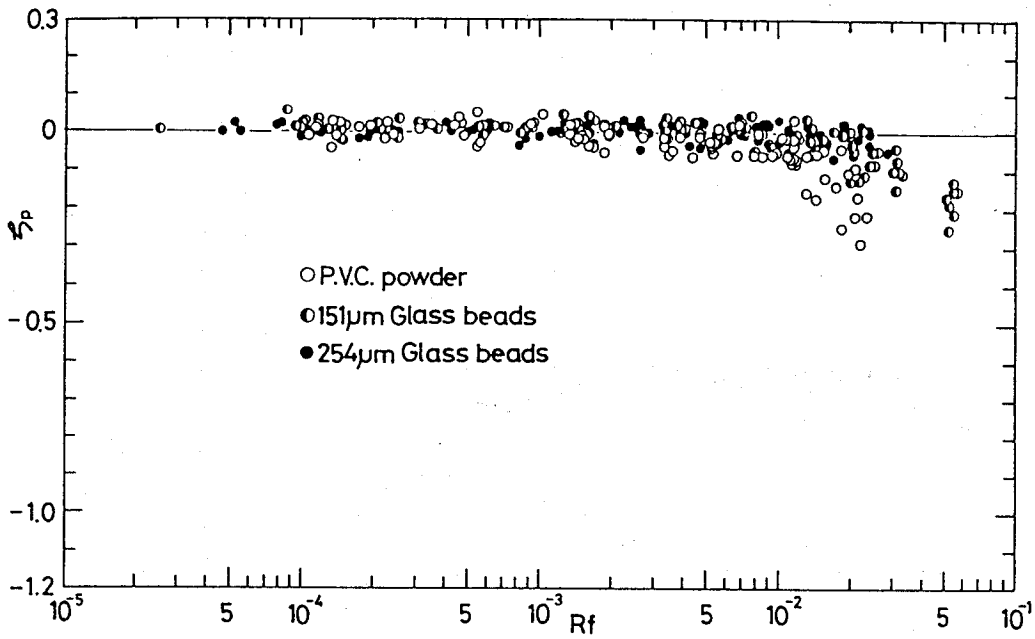


図３　30　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（$\beta=0.881$）

実験結果は、回復圧力の場合と同様に、R_f によってうまくまとまっており、$\beta \leqq 0.600$ ではどの直径比の場合もそしてどの粉粒体添加の場合でも R_f が約 1.5×10^{-3} 以上になると粉粒体添加の影響が現われ ζ_p の値が負になる。また $\beta>0.600$ では β の値が増加すると共に ζ_p が負になる開始点の R_f の値も大きくなっている。これは回復圧力の場合と同様に β の値が増加すれば上流管と下流管との内径差が小さくなり拡大部での気流の減速が小さくそのため両相間の速度の逆転が小さくなることや拡大部での管壁と粒子との摩擦や衝突による圧力損失がしめる割合が大きくなることが考えられる。またここでSaffman[7]の固気二相流の層流安定論において、重要なパラメータである m/t^* で現象をまとめてみる。図３・31、３・32に $\beta=0.570$ 、$\beta=0.881$ の場合における ζ_p と m/t^* との関係を示す。m/t^* で現象をまとめてもうまくまとまることがわかる。$\beta=0.570$ では、粉粒体の物性値に関係なく m/t^* が約1.0

を超えると負になっている。R_f でまとめた場合との比較はデータが片対数でプロットされているため同じ程度にまとまっているようにみえるが同一の尺度で比較すればm／t* でまとめた方がばらつきは大きい。つまり、同一直径比

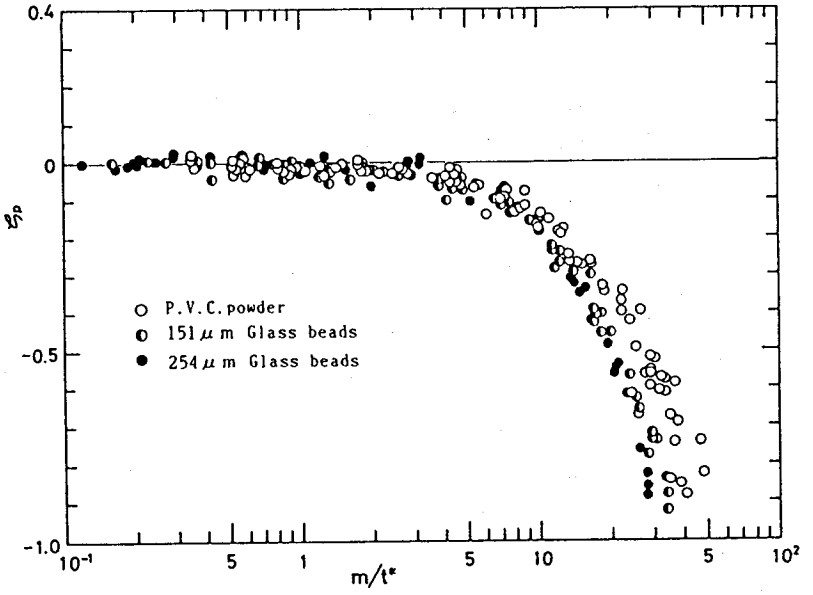


図３・31　付加拡大損失係数とm／t*との関係（β =0.570）

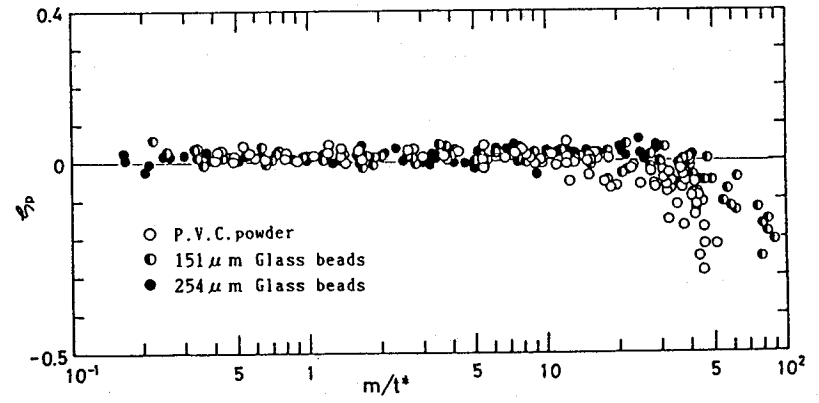


図３・32　付加拡大損失係数とm／t*との関係（β =0.881）

で比べた場合、式（２・66）においてD₂／(1+β) は一定となるのでそれをkとおけばR$_f$ は

$$R_f = (k/U_1) \times (m/t^*) \qquad (3 \cdot 16)$$

となり、R$_f$ はm／t* にk／U$_1$ をかけたものとなる。そこで気流速度の違いが本現象に与える影響を調べてみる。一例として図３・33にβ＝0.571 の管路にP.V.C.パウダを添加した場合のζ$_p$ とmとの関係を上流管基準のレイノルズ数R$_{e1}$をパラメータとして示す。その結果、本実験範囲では明確な差異

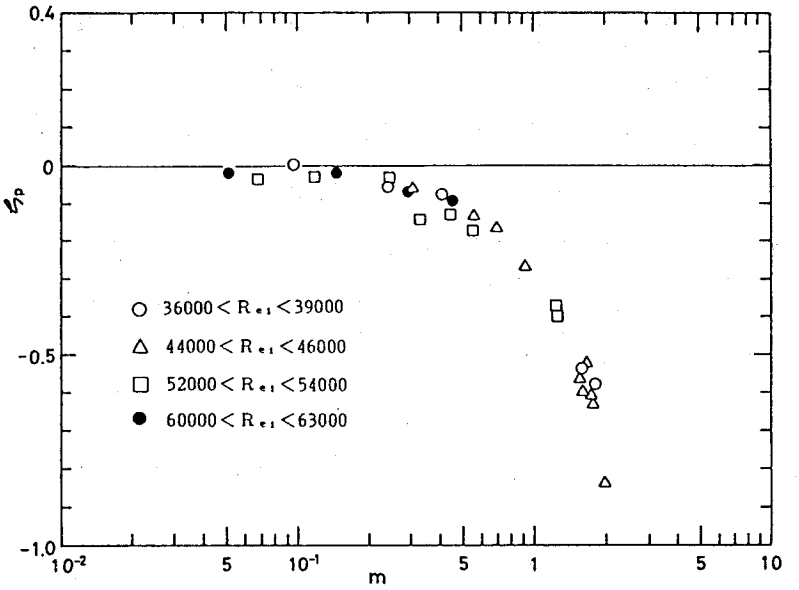


図３・33　付加拡大損失係数に与える気流速度の影響
（P.V.C.パウダー、β＝0.570）

がみられず拡大損失に与える影響は小さいといえる。本実験の気流速度の範囲ではその影響は小さいが気流速度がより広範囲の実験においてはその影響も大きいと考えられ気流速度を考慮したR$_f$ の方が本現象をまとめるパラメータとしては適していると考える。なおR$_f$ でまとめた場合と同様にβ＝0.881 では

現象がうまくまとまらずζ_pが負になる開始点のm／t*の値もβ＝0.571の場合よりも大きくなっている。

3・6・5　圧力回復距離

図3・34、3・35、3・36にそれぞれβ＝0.570、0.743、0.881の場合のl_E/D_2と質量流量比mとの関係を示す。節3・6・4の図3・21～3・23と比較すると同一の粉粒体に関しては、l_E/D_2はζ_pが減少し始めるmとほぼ同じ値から空気のみの場合よりも増加し始めることがわかる。これは、粉粒体を添加することによって上流管からの噴流の減衰が小さくなることを示しており、Laats[40]の粉粒体を添加した場合の噴流に関する実験で粉粒体添加によって噴流の広がりが抑制されるという結果と類似している。またζ_pの減少の場合と同じくl_E/D_2が増加し始めるmの値は粒径が小さい（緩和時間t*が小さい）ほど小さいことがわかる。なお、βの値が大きくなりζ_pがほとんど減少しない場合はl_E/D_2も空気のみの場合と比べてほとんど増加していない。以上のことからζ_pが負になることと、圧力回復距離が増加することとの間には密接な関係があることがわかる。

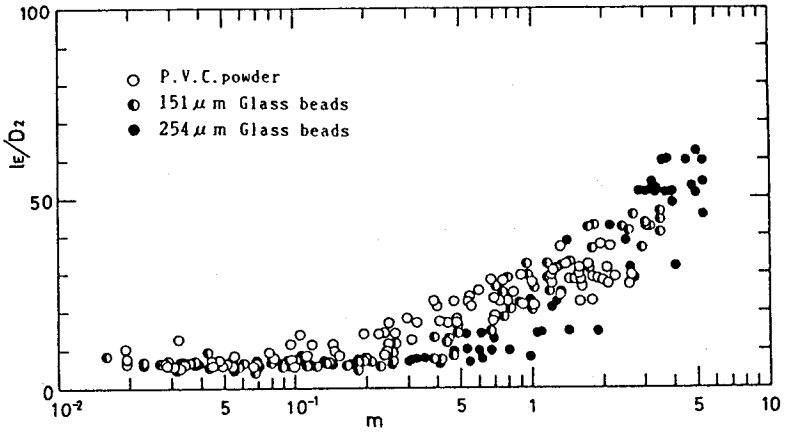


図3・34　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.570）

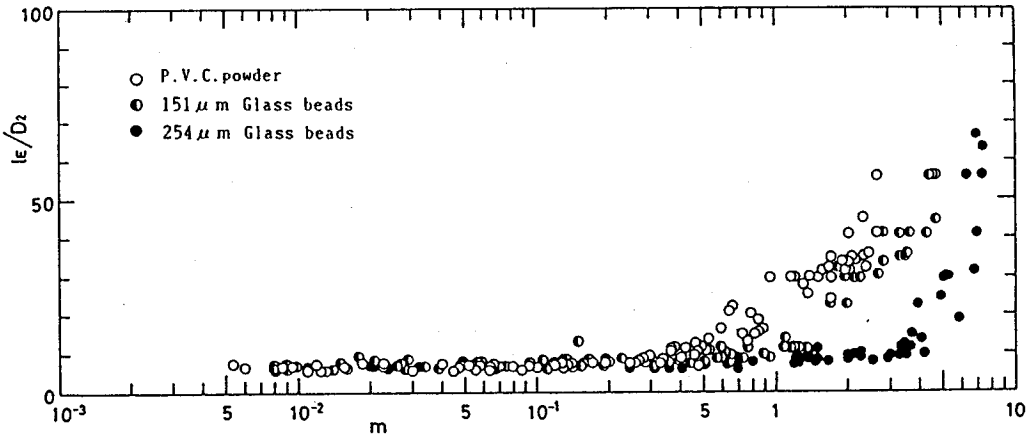


図３・35　圧力回復距離と質量流量比との関係（$\beta=0.743$）

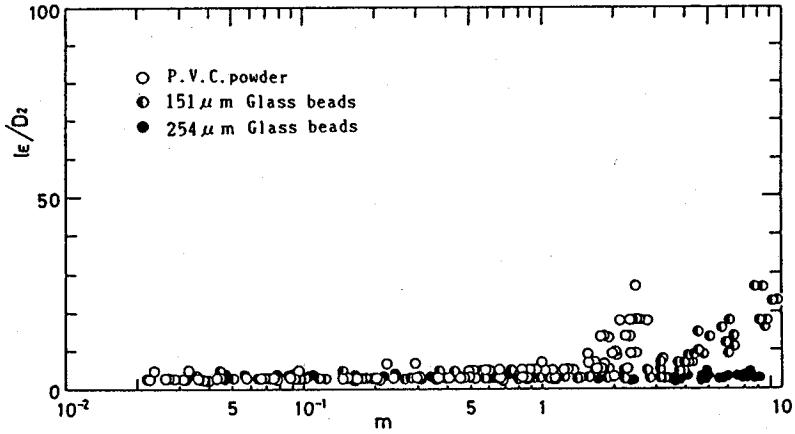


図３・36　圧力回復距離と質量流量比との関係（$\beta=0.881$）

３・６・６　試料の物性値による影響

添加した粉粒体の物性値や諸元の違いが拡大損失にどのように影響するかを調べる。流束リチャードソン数で現象をまとめた場合、気流の速度や直径比による差異がかくれてしまうために、質量流量比によってまとめてみる。図３・21～３・23を比較することで予想されるが、図３・37に$\beta=0.570$ の場合の付加拡大損失係数ζ_pと質量流量比mとの関係を示す。ただし、気流速度の違い

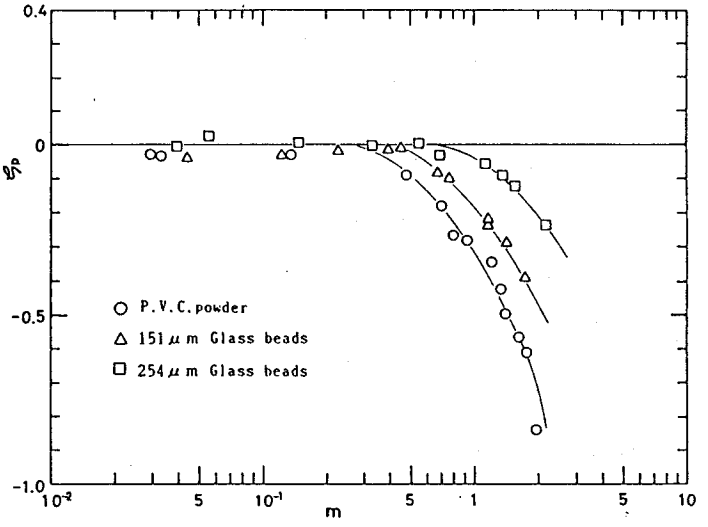


図３・37　付加拡大損失係数に与える粉粒体の物性値の影響
（45000＜R_{e1}＜48000、β＝0.570）

による影響は小さいが、上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲を制限している。ζ_pが負になる開始点のｍの値はＰ．Ｖ．Ｃ．パウダ、ｄ＝151μｍのガラスビーズ、ｄ＝254μｍのガラスビーズの順で大きくなっており、つまり緩和時間ｔ*の値が大きい粉粒体を添加した場合の方が粉粒体添加の影響が現われるにはより大きなｍの値が必要であることがわかる。また、同一のｍの値であればζ_pが負になる度合は、平均粒径ｄ＝254μｍのガラスビーズ、ｄ＝151μｍのガラスビーズ、Ｐ．Ｖ．Ｃ．パウダ添加の場合の順で大きくなっていることがわかる。すなわち、第２章で推測されたように同一のｍの値であればｔ*の値が小さい粉粒体を添加した場合の方が大きくなっている。また、２種類のガラスビーズ添加の場合を比較すると粒径の小さい（同一密度であれば、粒径の小さい方がｔ*の値も小さい）ガラスビーズを添加した場合の方がζ_pが負になる度合が大きいこともわかる。これは、ｔ*が小さい粉粒体の方が拡大部に流入する際の両相間の速度差が小さいので拡大後の両相間の速度の逆転の度合が大きくな

り、ζ_p が負になる度合が大きくなることを示している。また、レーザ流速計による乱れの測定[10)~(16)] から同一質量流量比であれば t^* が小さい粉粒体を添加した場合の方が流れの乱れに対する抑制効果が大きいということがわかっており、本現象の結果は同時にそのことをも含んでいると考える。

3・6・7　直径比による影響

ここまでの節における直径比の異なる実験結果の図の比較から直径比の違いも固気二相流の拡大損失現象に影響を及ぼす主な要因の一つと考えられる。そこで本節では、それについて調べてみる。図3・38、3・39はそれぞれP.V.C.パウダ、平均粒径 $d=151\mu m$ のガラスビーズを添加した場合の ζ_p と m との関係を直径比 β をパラメータとして示したものである。図中に参考線を示している。ただし、$\beta=0.420$ 、0.523 、0.600 の場合は、実験に使用した粉粒体の物性値や諸元および実験範囲の上流管基準のレイノルズ数が異なることや、ζ_p が大きく負になるまで実験を行なっていないのでここでは省く。第4章、

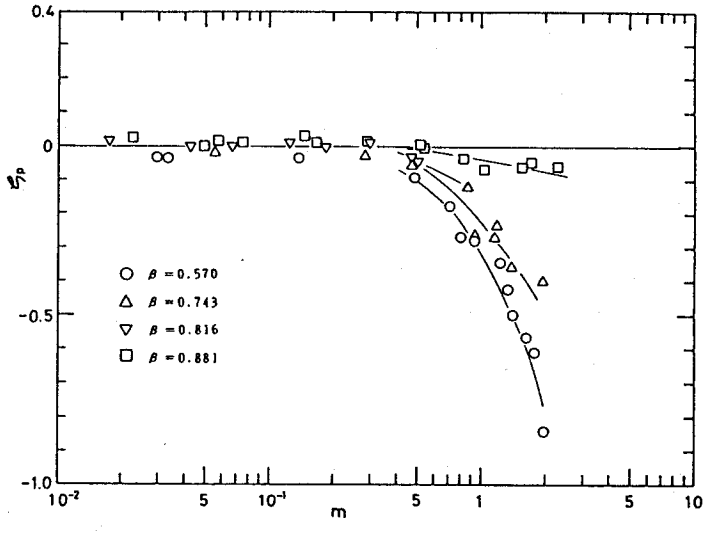


図3・38　付加拡大損失係数に与える直径比の影響
(P.V.C.パウダ、45000＜R_{e1}＜48000)

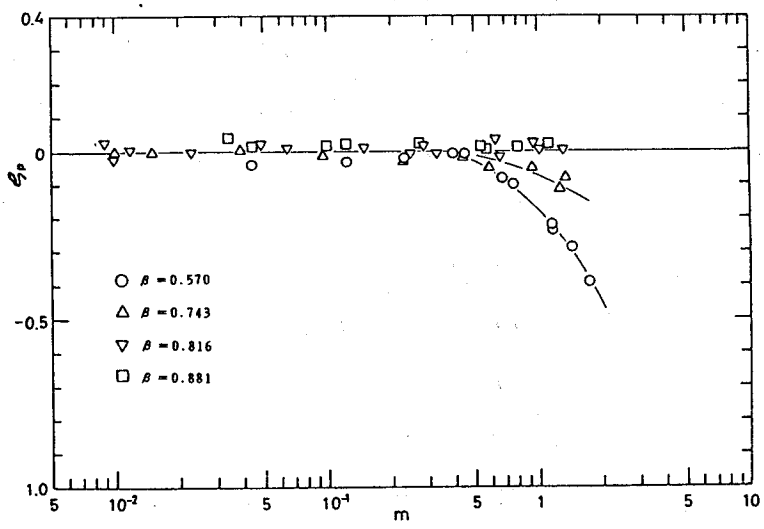


図３・39　付加拡大損失係数に与える直径比の影響
（ｄ＝151μｍ ガラスビーズ、45000＜R_{e1}＜48000）

第５章では一貫した実験装置を使用しているのでそこでは、７または８種類の直径比で比較検討する。またここでも気流の速度の違いによるζ_pに与える影響をさけるために上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲をそれぞれ制限している。0.570≦β≦0.881の範囲であるが、同一のｍの値ではβの値が減少すると共にζ_pが負になる度合も大きくなることがわかる。このことはR_{e1}の範囲を制限しているため、拡大部に流入する気流の速度はほぼ一定と考えられ、βの値が減少すると拡大部での気流の減速の度合は大きくなり、その結果、両相の速度の逆転は大きくなりζ_pの負になる度合は当然大きくなるためである。またβの値が大きくなれば、拡大部での粒子と管壁との摩擦や衝突による圧力損失も大きくなることも考えられる。

３・７　結　　論

第２章で拡大部において両相の速度の逆転があれば回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなり、付加拡大損失が負になる可能性が生じることが示された。

そこで、本章では運動エネルギの逆輸送に着目して急拡大部を水平管路に設けた場合の拡大損失現象を７種類の直径比の管路を用い粉粒体を３種類変えて比較的粒子の体積濃度が少ない場合を実験的に調べた。得られた結果をまとめて以下に示す。

（１） 直径比が約0.600 以下であれば回復圧力、付加拡大損失係数は流束リチャードソン数によってうまくまとまり、その場合それらに粉粒体添加の影響が現われるのは流束リチャードソン数で約1.5×10^{-3} 以上であった。

（２） 同一質量流量比であれば緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなる度合や付加拡大損失係数が負になる度合が大きくなった。

（３） 粉粒体を添加した場合の気流の速度分布は質量流量比が大きい場合には平坦になることなしに発達していった。

第４章　垂直下降管路における固気二相流の急拡大損失に関する実験的研究

４・１　緒言

第３章では水平に設置された急拡大部を有する管路において直径比βを７種類変え、３種類の物性値や諸元の異なる粉粒体を用いて粒子相から気相への運動量輸送の開始条件を求め、その結果$\beta \leqq 0.600$ であれば回復圧力、付加拡大損失係数は流束リチャードソン数によってうまくまとまり、それらに粉粒体添加の影響が現われるのは流束リチャードソン数で約1.5×10^{-3} 以上であり、その場合の粉粒体を添加した気流の速度分布は平坦になることなしに発達すること、そして$\beta > 0.600$ では回復圧力、付加拡大損失係数は流束リチャードソン数ではうまくまとまらず粉粒体添加の影響が現われる流束リチャードソン数の値はβの値の増加と共に、大きくなり、$\beta = 0.881$ では粉粒体添加の影響があまり大きくは現われないことなどを明らかにした。また、同一質量流量比であれば緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が急拡大損失の減少に与える効果が大きいことや、同一の粉粒体添加の場合では、上流管基準のレイノルズ数が等しく質量流量比が同じであればβの値が減少すると共にその損失の減少の度合が大きくなるが、その度合には限界があることも明らかにした。しかしながら水平管路においては重力の影響による管底流をさけるために、あまり質量流量比を大きくすることができず、また大きな質量の粒子を添加することができなかった。そこで本章では、質量流量比を十分大きくすることができ、また重力の影響をみることができる垂直下降管路において、βを８種類変え、物性値や諸元の異なる４種類の粉粒体を用いて重力が粉粒体添加の影響が現われる開始点にどのように影響するかを粒子の物性値や諸元および直径比の影響を含め調べる。また、単一粒子を気流に添加した場合の粒子運動の簡単な計算から拡大部における粒子速度を近似的に求め、それを含め考察する。

４．２　実験装置

図４・１は実験装置の概略を示している。実験装置の基本的な構造は吸引式の水平管路の場合と同じであるが、構造上サイクロン分離器が除かれそのために鎮静室内にフィルタを設けて粉粒体の分離、回収をもできるようにしている。実験は全て吸引式で行なっているが、７種類の試験管路の内３種類は他の４種類と下流管の長さが異なっている。試験管路の主要寸法および上流管基準のレイノルズ数と質量流量比の最大値を表４・１に示している。これらの試験管路の静圧タップの位置を図４・２に示す。なお直径比によって使用した管路が異なるので（ａ）、（ｂ）にそれぞれの直径比を示している。気流は送風機によっ

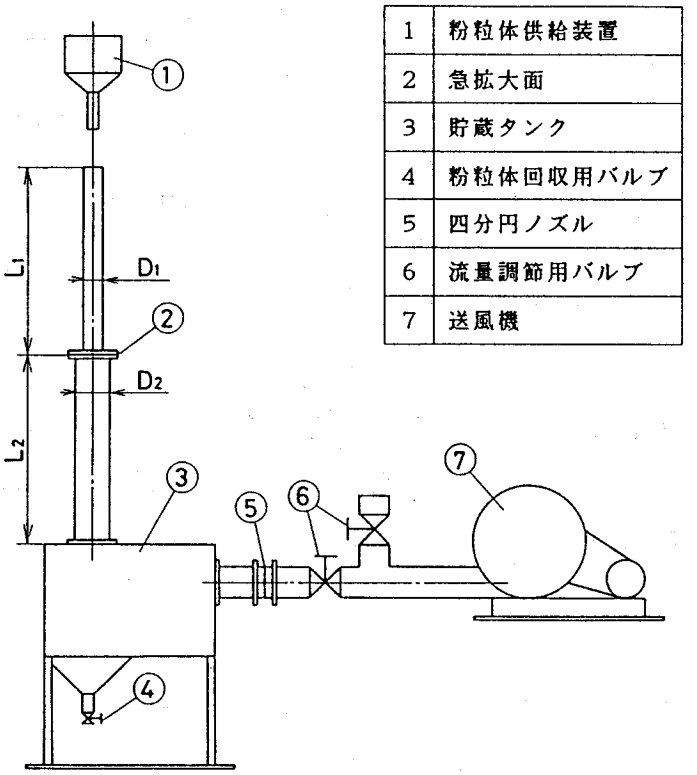
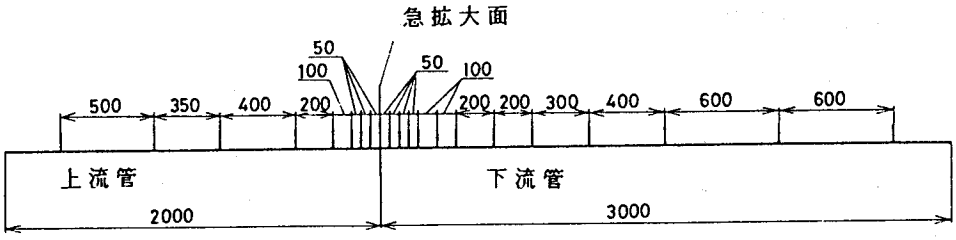
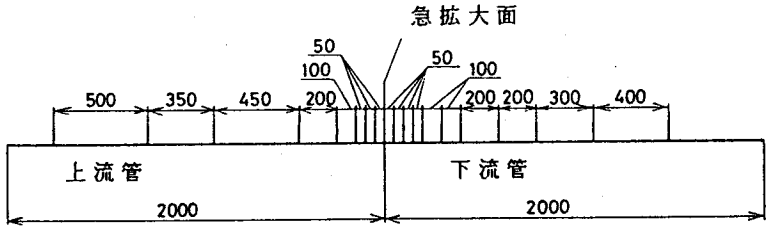


図４・１　実験装置概略図



（ａ）β＝0.405、0.498、0.667



（ｂ）β＝0.304、0.570、0.743、0.816、0.881

図４・２　静圧孔位置

て吸い込まれ、粉粒体は上流管の上端から供給装置によって気流に添加された。そして粉粒体はフィルタを備えた鎮静室で空気と分離、回収され空気は流量測定用管路、送風機を通って大気中に放出される。

４・３　実験方法

実験方法も水平管路の場合と同じであるのでこでは詳しい説明は省く。流量測定用の四分円ノズルも水平管路の実験と同じものを使用しているのでデータの整理に使用した計算式も同じである。実験における上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲とそれぞれの管路の質量流量比の範囲を表４・１に併記している。実験結果の整理には水平管路の場合は管底流が現われない範囲の実験データを

表４・１　管路の主要寸法および上流管基準のレイノルズ数と質量流量比の最大値

L_1 m	L_2 m	D_1 mm	D_2 mm	β	R_{e1}	Maximum of m				
						P.V.C.powder	d＝151μm Glass beads	d＝254μm Glass beads	d＝280μm Glass beads	Iron beads
2.00	2.00 (3.00)	20.0	65.8	0.304	21000～77000	1.6	0.4	0.8		
			(49.4)	0.405	11000～77000	* 2.5	2.2		1.0	8.3
			(40.2)	0.498	18000～76000	* 2.0	0.9		1.6	22.0
			35.1	0.570	22000～83000	1.2	2.1	1.1		
			(30.0)	0.667	19000～76000	* 1.6	1.7		3.7	35.0
			26.9	0.743	20000～76000	1.7	5.1	4.5		
			24.5	0.816	18000～76000	2.1	5.2	7.0		
			22.7	0.881	18000～70000	2.3	5.2	10.2		

注）＊印は表４・２の＊印と対応している。

採用し、それ以上質量流量比を大きくした実験は行なわなかったが、垂直下降管路の場合、節４・５で述べるが質量流量比を大きくすれば下流管での静圧分布の極大値が消え下流方向に平坦になり、ついには上昇へと変化するので、その場合の回復圧力および圧力回復距離の測定が不可能となり、そのため付加拡大損失係数の算出も不可能になるので回復圧力に極大値が消えない範囲のデータを採用している。

表４・２　粉粒体の物性値と諸元

	d　μm	σ　kg/m³	t* sec
P.V.C.powder	* 124	1330	4.49×10^{-2}
	139		5.51×10^{-2}
Glass beads	151	2480	1.02×10^{-1}
	254		1.90×10^{-1}
	280		2.20×10^{-1}
Iron beads	760	7860	1.11

４・４　試料の物性値

表４・２に使用した粉粒体の物性値と諸元を示している。粉粒体の平均粒径ｄは振動ふるいを使用して求めている。また、粉粒体の緩和時間の算出法も節３・５の方法と同じである。

４・５　実験結果および考察

４・５・１　静圧分布

図４・３に$\beta=0.498$ の管路にＰ．Ｖ．Ｃ．パウダを添加した場合を、図４・４に$\beta=0.498$ の管路にｄ＝280μｍのガラスビーズを添加した場合を、図４・５に$\beta=0.405$ の管路にｄ＝760μｍの鉄球を添加した場合を示しており、どの場合も空気のみの場合の静圧分布と４つの質量流量比の異なる場合の静圧分布とを同一の図中に示している。データは流量調節用バルブを同一の絞り条件のものであり、節４・３で述べたように質量流量比を増加すると空気流量が減少し、その結果静圧分布が全体的に低くなっている。そのため上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲を図中に示している。

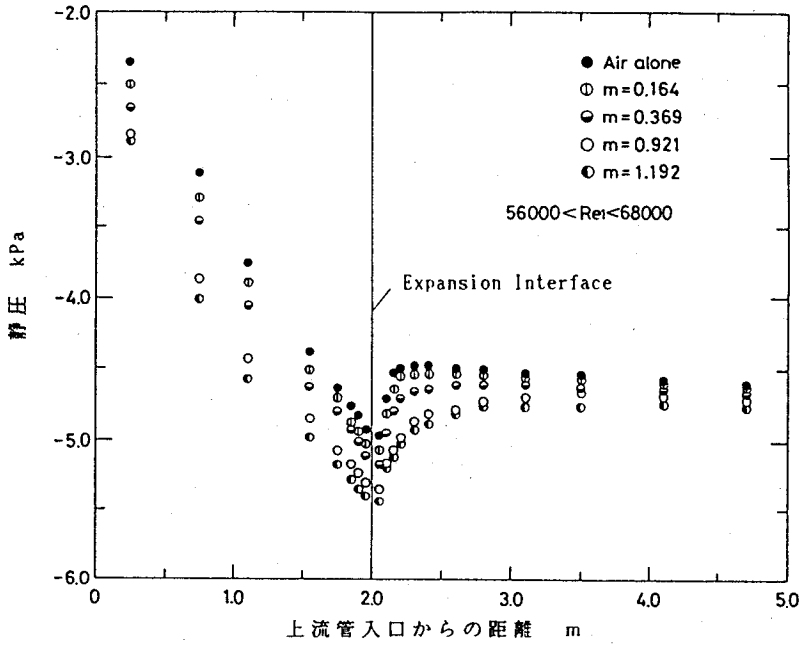


図４・３　静圧分布（P.V.C.パウダ、β＝0.498）

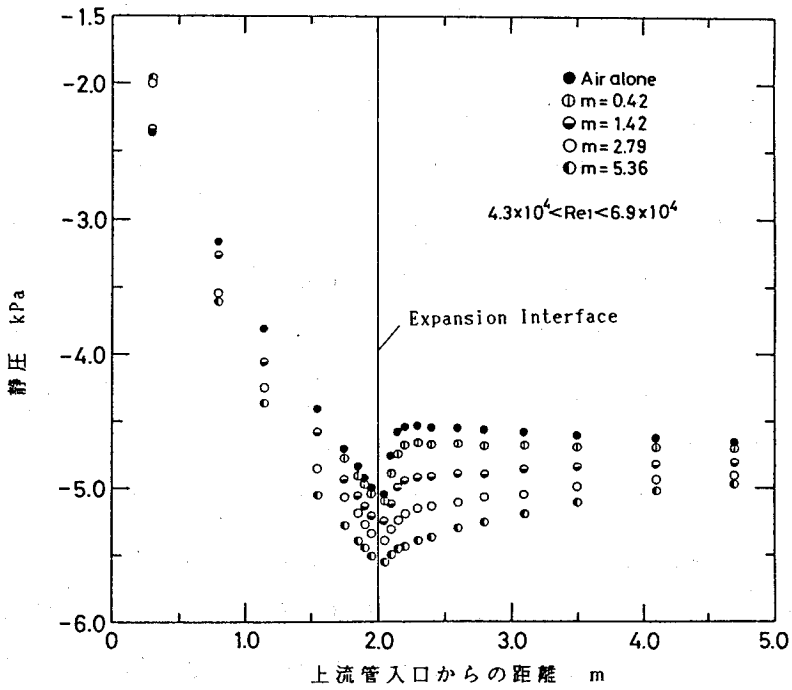


図４・４　静圧分布（ｄ＝280μm ガラスビーズ、β＝0.498）

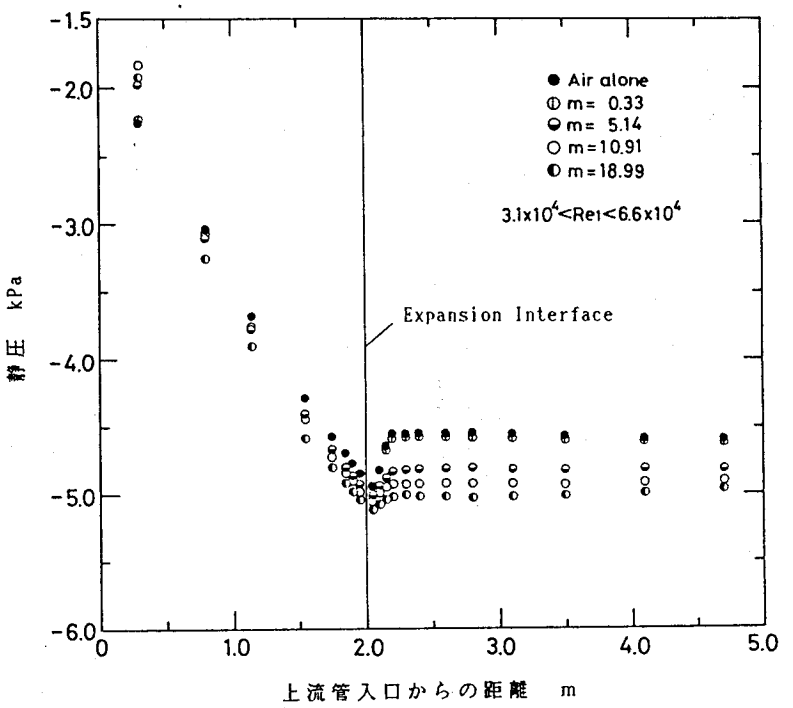


図４・５　静圧分布（鉄球、β＝0.405）

水平管路の場合と同じく上流管入口から約１ｍまでは静圧分布の勾配は大きいが、これは粒子の加速の影響が現われていることを示している。下流管においては空気のみの場合とは異なり、Ｐ．Ｖ．Ｃ．パウダとガラスビーズを添加した場合（特にガラスビーズの場合）は質量流量比を増加していくと静圧分布に極大値が消えて下流方向に平坦となり、ついには上昇へと変化している。これは式（２・74）を満たし下流管の最大圧力位置（圧力回復位置）において粒子の速度ｖが気流の速度ｕよりも大きくなっており、粒子から気流への運動エネルギの伝達が生じていることを示している。しかし鉄球を添加した場合においては拡大部での気流速度の減速の度合が大きく両相間の速度の逆転が大きいと考えられるβ＝0.405 の場合ではあるが、質量流量比を増加しても拡大面から下流方向に約１ｍ付近までは空気のみの場合の勾配とあまり変化がなく、その後、下流方向にわずかながら上昇している。これは、この位置ではまだ、鉄球

の速度vが気流の速度uよりも小さいか、またはさほど大きくなっていないことを示している。なお、静圧分布が平坦になる質量流量比の値は一定ではなく気流の速度が変化すると変化する。

4・5・2　回復圧力

前節では質量流量比の増加と共に空気流量が減少し、そのため静圧分布も全体的に空気のみの場合よりも低くなったために直接には空気のみの場合との比較はできなかった。そこで本節では節3・6・3と同様に回復圧力を動圧で割った無次元回復圧力$\overline{\Delta P_E}$を流束リチャードソン数R_fでまとめてみる。図4・6～4・13に表4・1に示される8種類の直径比の管路においてそれぞれ表4・2に示した粉粒体を添加した場合の$\overline{\Delta P_E}$とR_fとの関係を示している。なお、鉄球は$\beta=0.405$、0.498、0.667 の3種類の管路の場合のみ実験を行なった。

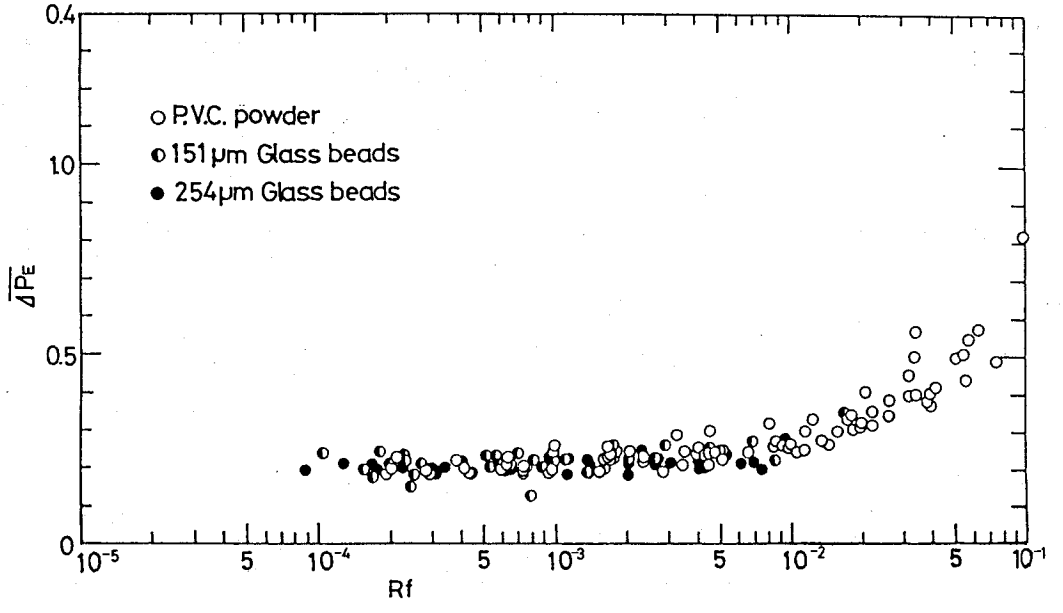


図4・6　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（$\beta=0.304$）

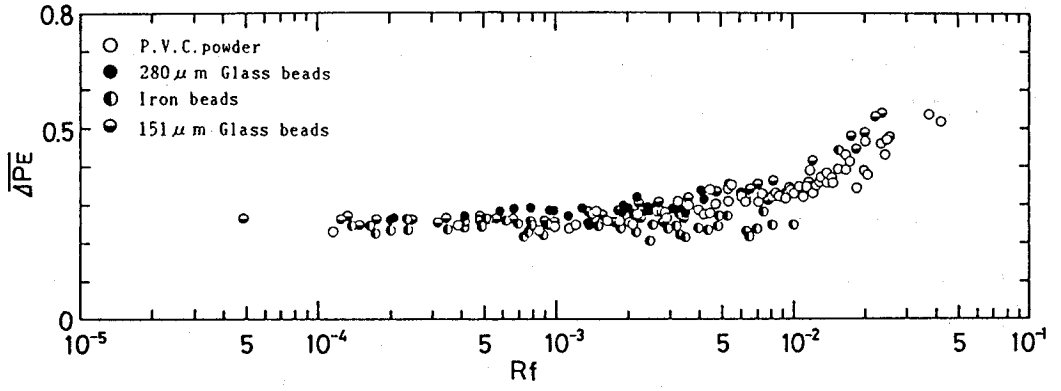


図４・７　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.405）

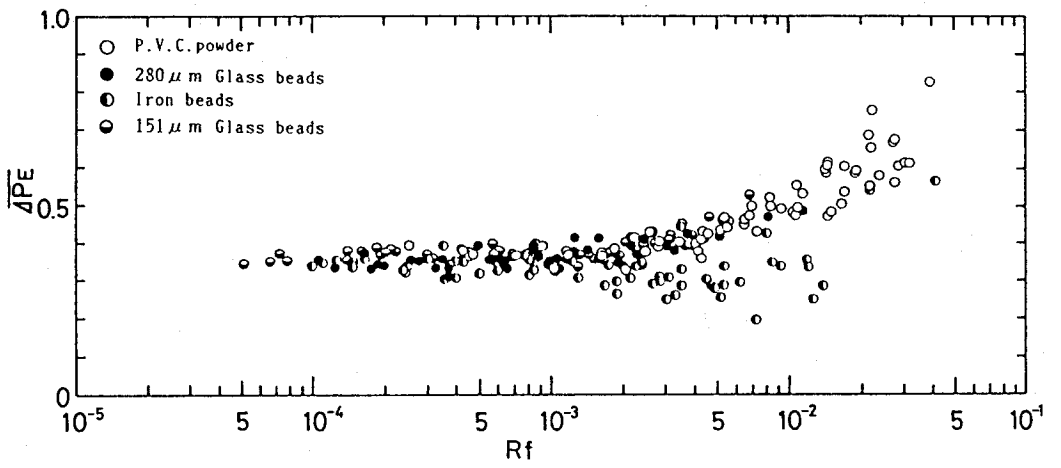


図４・８　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.498）

鉄球添加の場合を除くと節３・６・３の場合と同様に実験データはR_fでうまくまとまり$\beta \leqq 0.667$ までは空気のみの場合よりも回復圧力が大きくなる開始点はどの粉粒体を添加した場合もR_fが約2.0×10^{-3} となっている。しかしながら、$\beta > 0.667$ ではβの値の増加と共に、その開始点のR_fの値も、大きくなっており、$\beta = 0.881$ では$\overline{\Delta P_E}$ の増加も小さい。これはβの値が大きくな

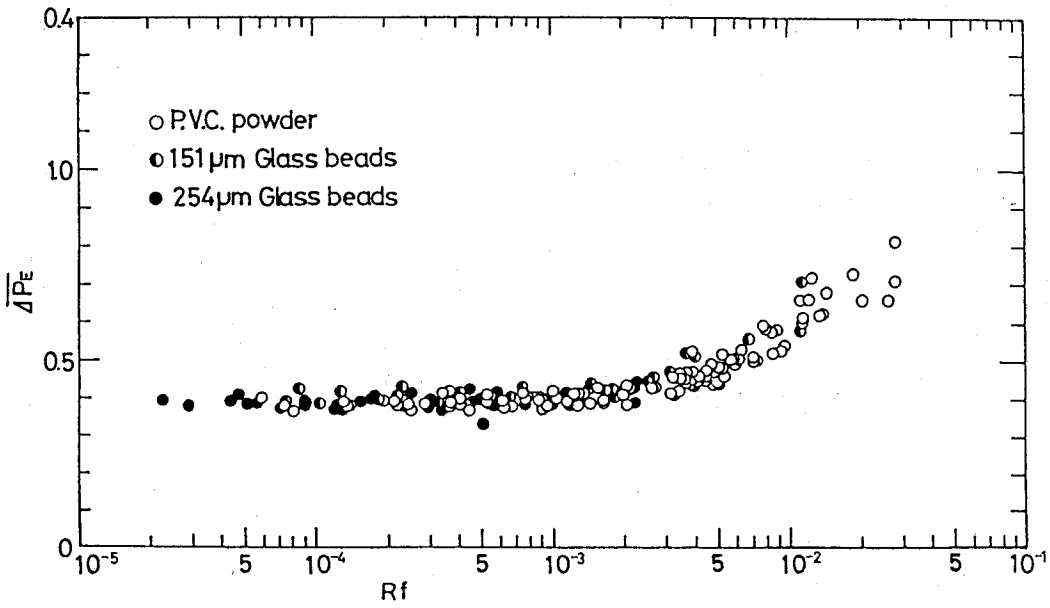


図４・９　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.570）

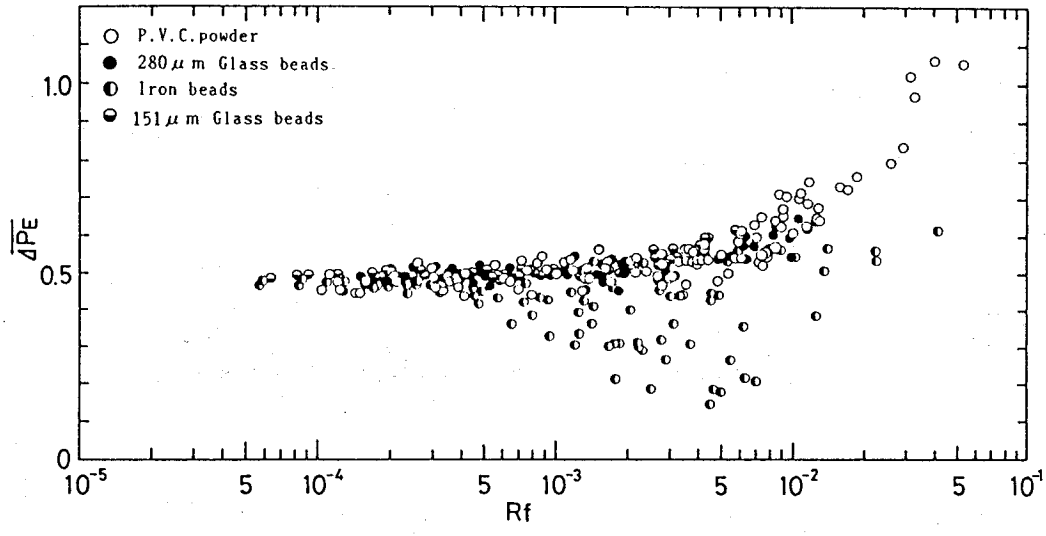


図４・10　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.667）

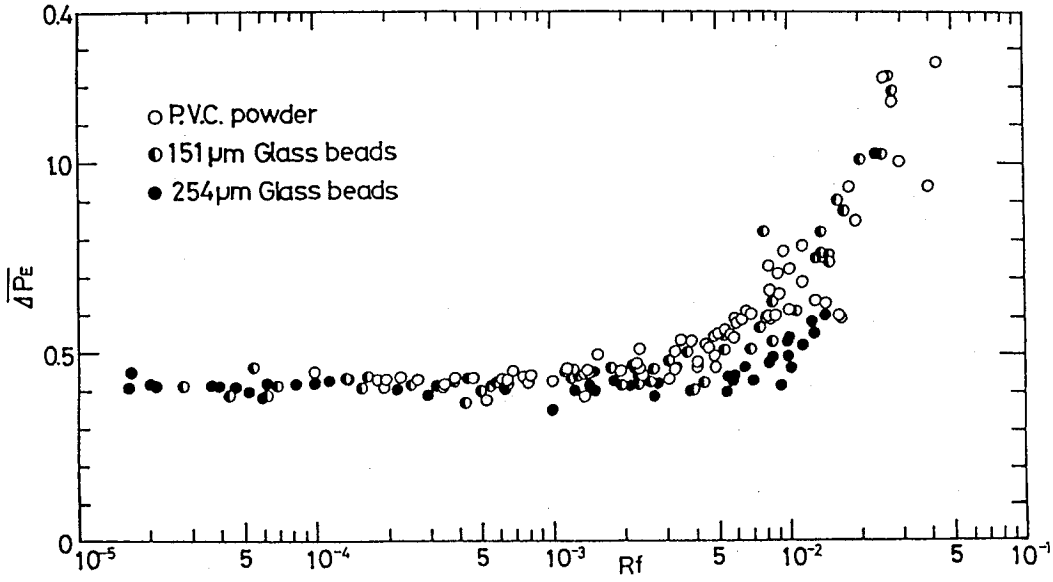


図４・11　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β ＝0.743）

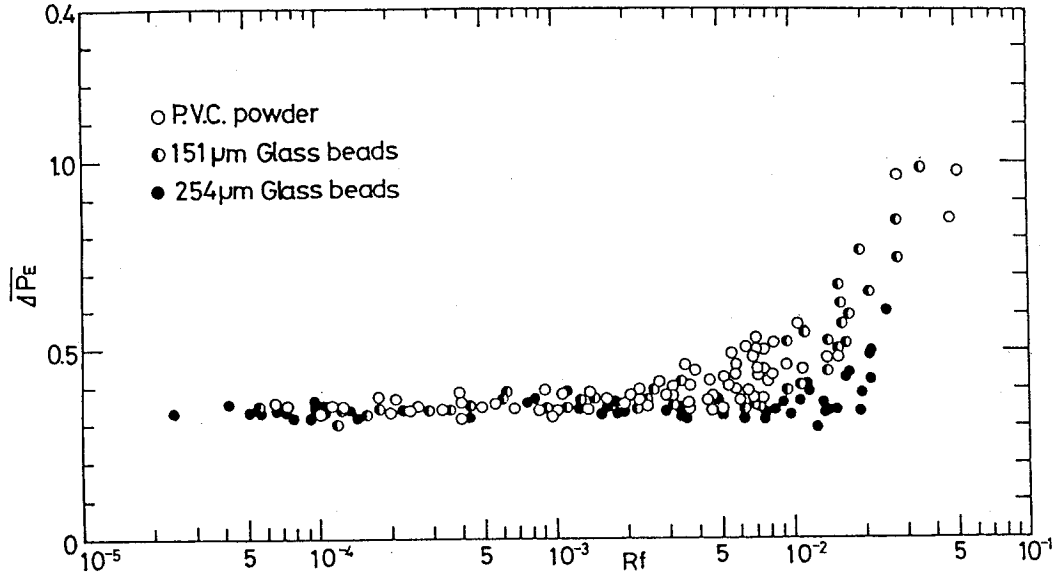


図４・12　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β ＝0.816）

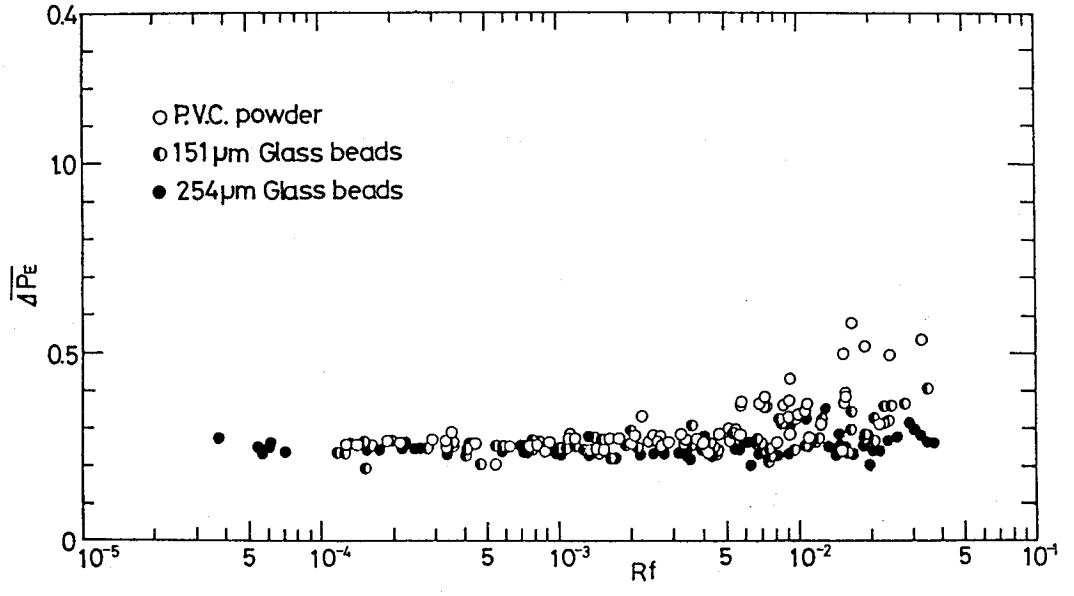


図４・13　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β =0.881）

れば下流管の内径が小さくなり、その結果、拡大部での気流の減速が小さくなり両相の速度の逆転の度合が小さくなることが原因である。また鉄球を添加した場合は実験データはR_fによってまとまっていないが、大部分のデータは、R_fが約4.0×10^{-4}以上になると他の粉粒体を添加した場合とは逆に空気のみの場合よりも減少し始めている。これは拡大部において大部分の鉄球の速度が気流の速度よりも小さいためであると考えられるが、このことに関する考察は節４・５・３でまとめて行なう。

４・５・３　付加拡大損失係数

垂直方向の流束リチャードソン数の誘導において重力の影響を考慮したが粗大粒子の仮定により粒子の乱流変動を無視したために結果的にR_fの近似式はどの方向の場合も同じ式となったが、この誘導における仮定や重力の影響が無

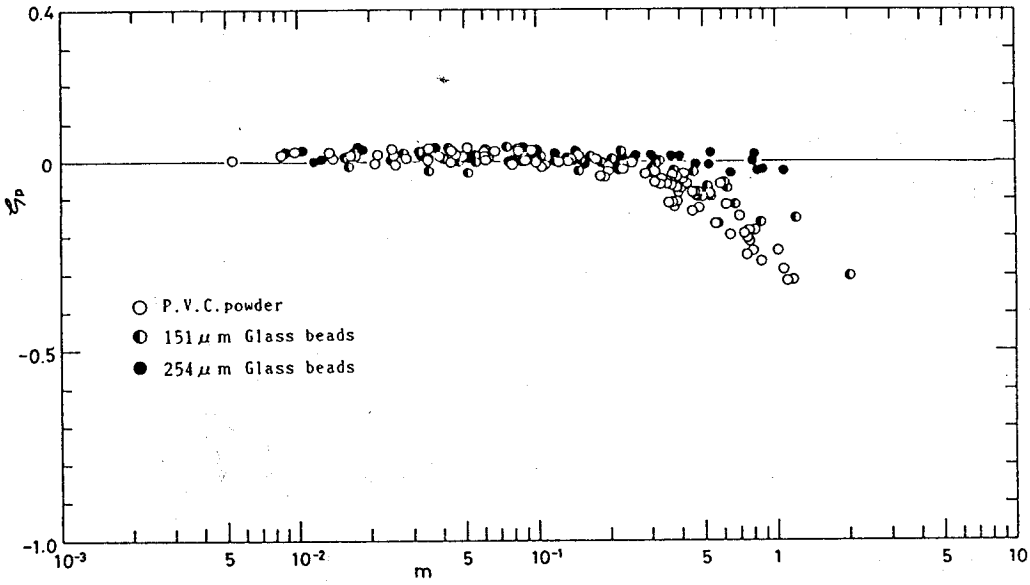


図４・14　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.570）

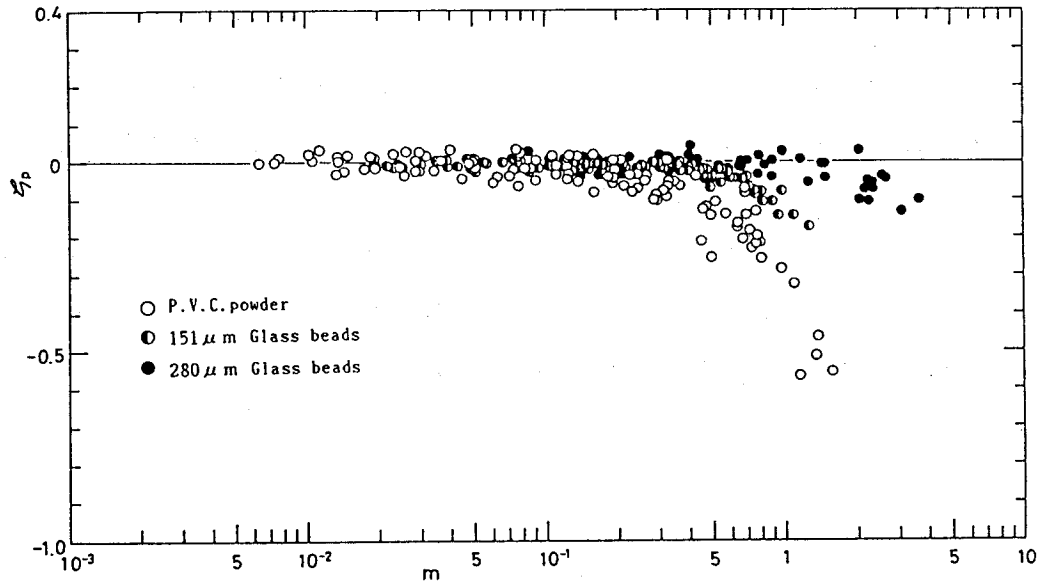


図４・15　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.667）

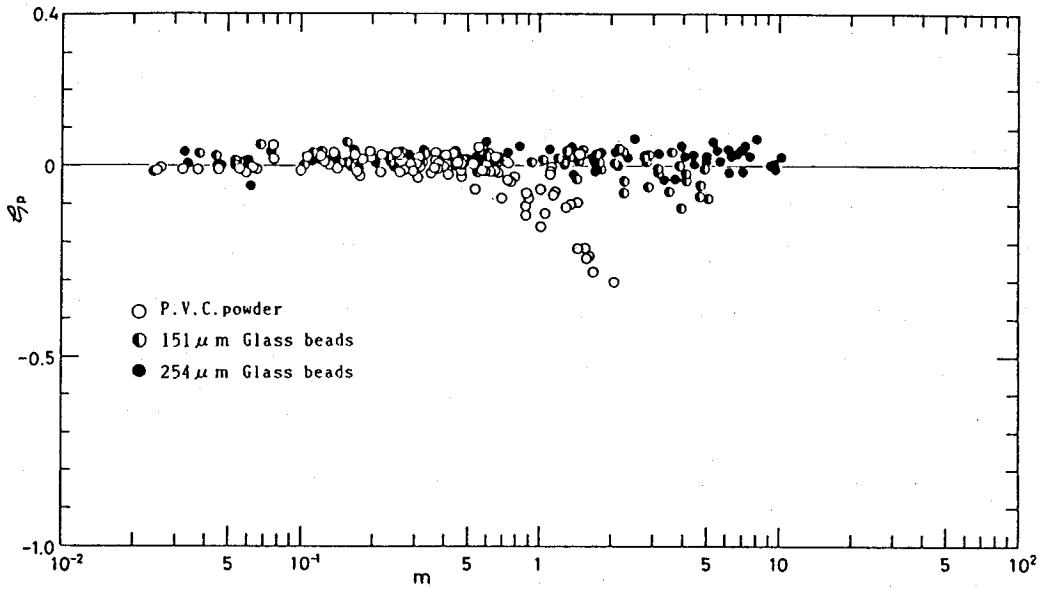


図４・16　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（$\beta=0.881$）

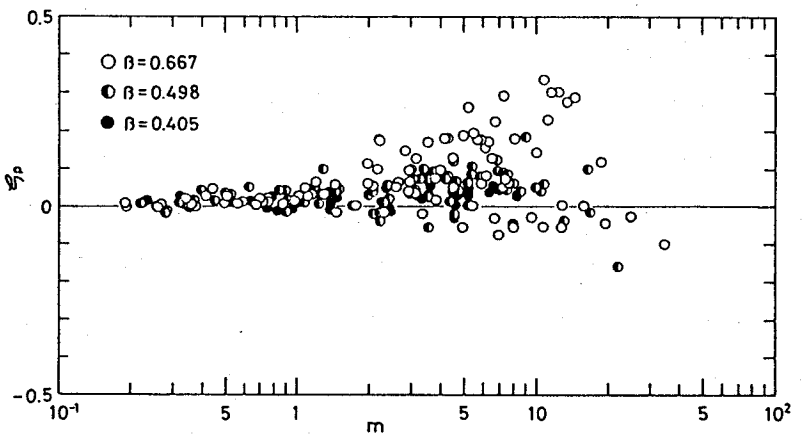


図４・17　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（鉄球）

視できるという考えの妥当性について垂直下降管路において粉粒体添加の影響が現われる条件が水平管路の場合と同じであるかを確かめることから調べる。さらに、鉄球添加の場合を含め一様気流中の単一粒子の運動の簡単な計算から

両相の速度の逆転に関する考察を加える。

図４・14、４・15、４・16にβ＝0.570、0.667、0.881 の管路にＰ.Ｖ.Ｃ.パウダ，ｄ＝151μmガラスビーズ，ｄ＝254μmガラスビーズを添加した場合の付加拡大損失係数と質量流量比との関係を示している。水平管路の場合と同じく同一直径比であれば緩和時間が小さい粉粒体の場合の方がζ_pが負になる開始点のｍの値が小さく、また同一のｍの値であれば緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方がζ_pが負になる度合が大きいことがわかる。図４・17に鉄球を添加した場合のζ_pとｍとの関係をβ＝0.405、0.498、0.667 に対して示している。ほとんどのデータにおいてζ_pが正になっておりまたβの値が大きい方がばらつきが大きいことがわかる。以上のことに関しては後述の節で詳しく述べる。

次に図４・18～４・25に各直径比βごとに各粉粒体を添加した場合の付加拡大損失係数ζ_pと流束リチャードソン数R_fとの関係を示す。まずＰ.Ｖ.Ｃ.パウダと２種類のガラスビーズを添加した場合に注目すると$\beta \leqq 0.667$ の場合は直径比や添加した粉粒体にかかわらず、ζ_pが負になり始める開始点のR_fの値は約1.5×10^{-3} である。この値は水平管路の場合と同じ値でありこの開始点にのみ着目すればR_fの誘導における仮定や重力の影響が無視できるということの妥当性を証明している。しかしながら、開始点以降については各βの値によってζ_pが負になる度合が異なることから何等かの形で重力の影響を考慮しなければならないことがわかる。また、β＞0.667 では水平管路の場合と同様にβの値が増加すると共にζ_pが負になる開始点のR_fの値も大きくなり、β＝0.881 では２種類のガラスビーズを添加した場合ではほとんどζ_pが負になっていない。この原因については節３・６・４と同じくβの値が増加すれば拡大部での気流の減速が小さく、そのために両相間の速度の逆転が小さくなることや管壁と粒子との衝突や摩擦による圧力損失がしめる割合が大きくなることが原因と考えられる。次に、鉄球を添加した場合をみてみる。ζ_pは、ほとんどの実験データで正になっており、その値が増加する開始点のR_fの値は、

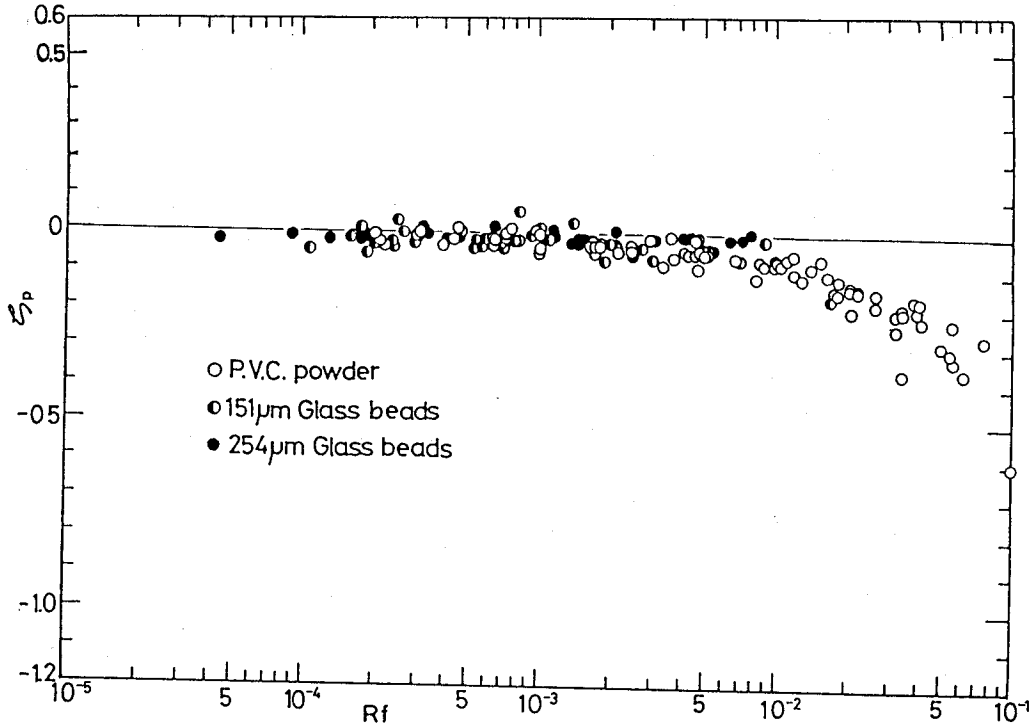


図４・18　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数
との関係（β =0.304）

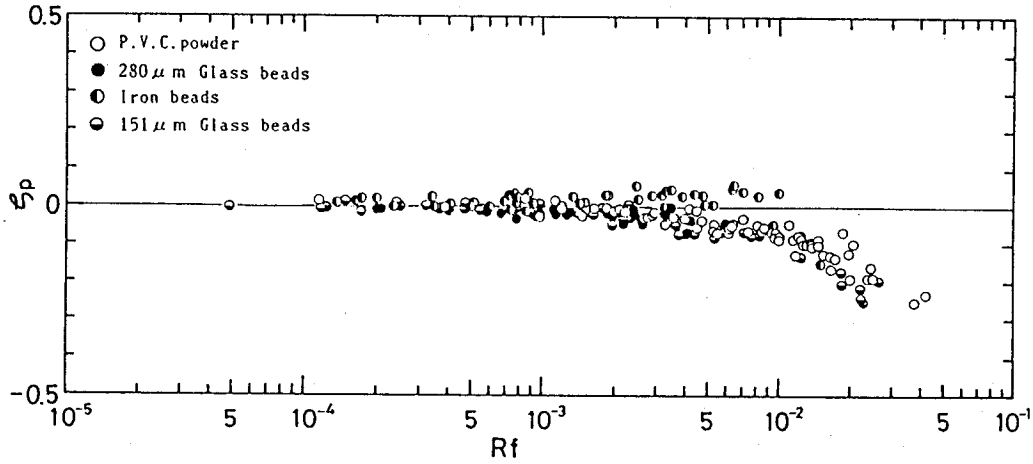


図４・19　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数
との関係（β =0.405）

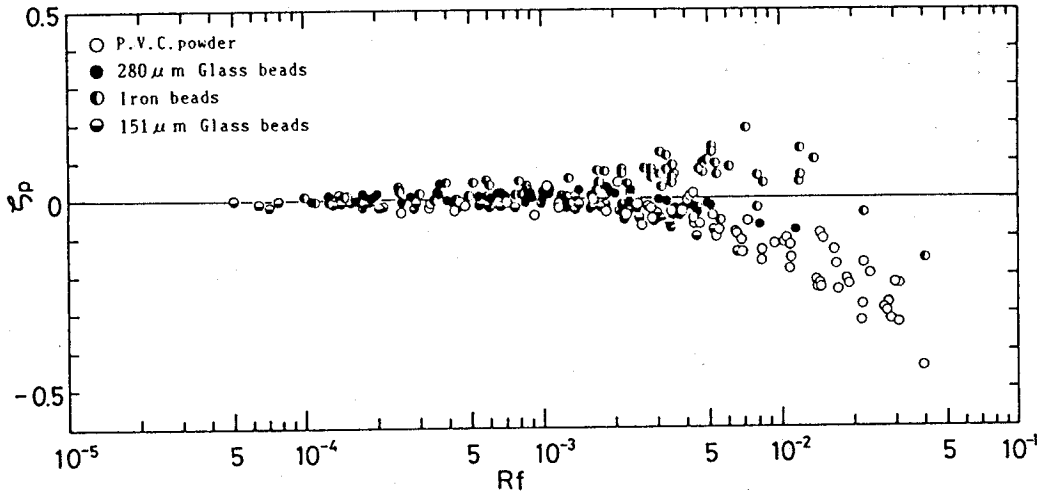


図４・20　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.498）

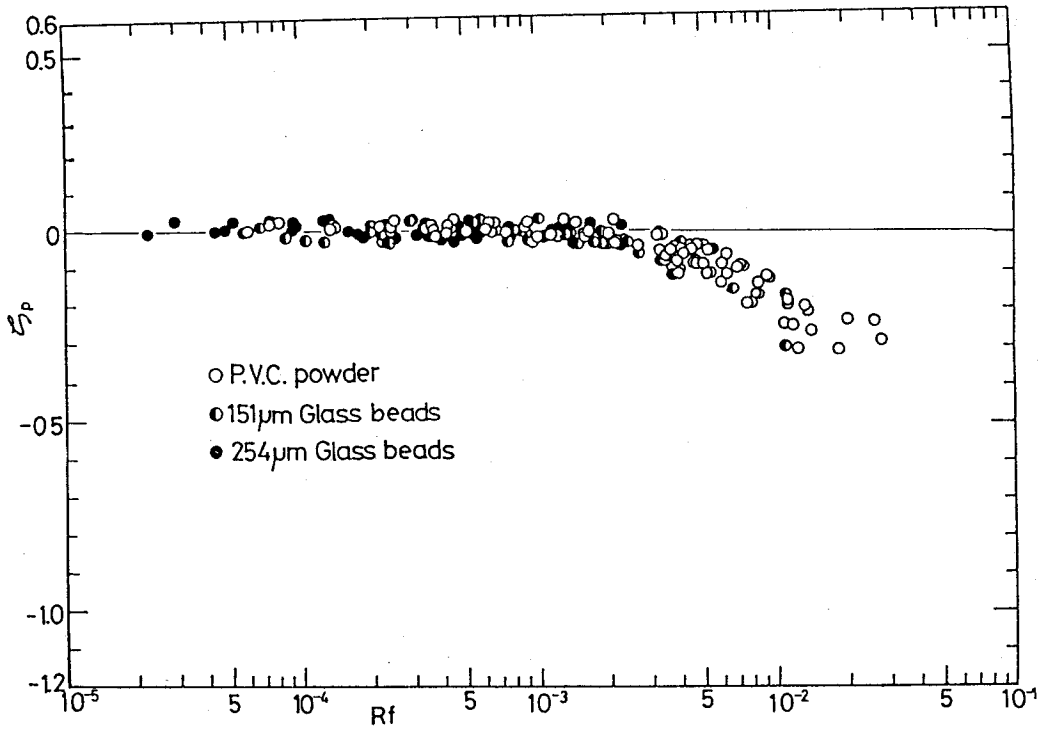


図４・21　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.570）

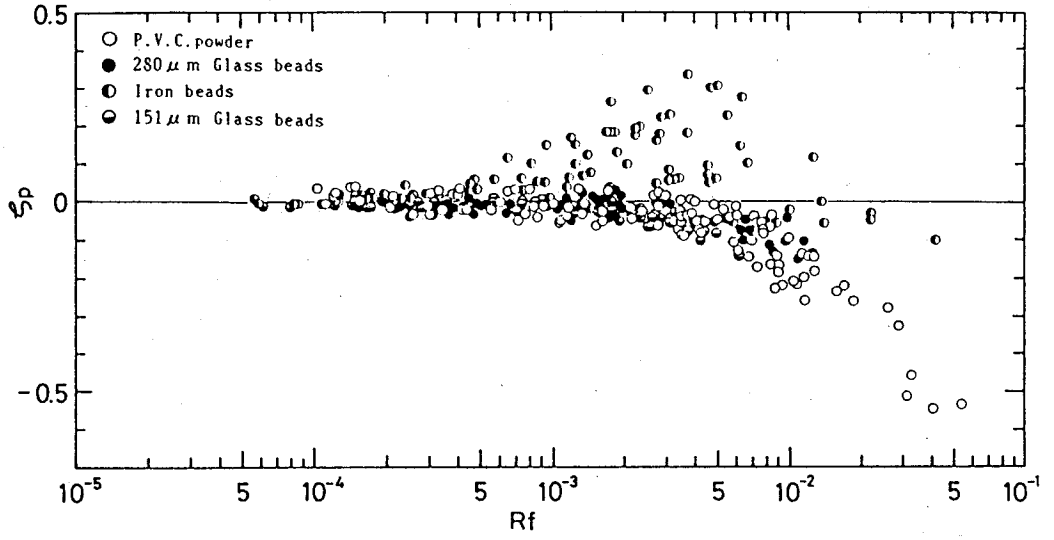


図４・22　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.667）

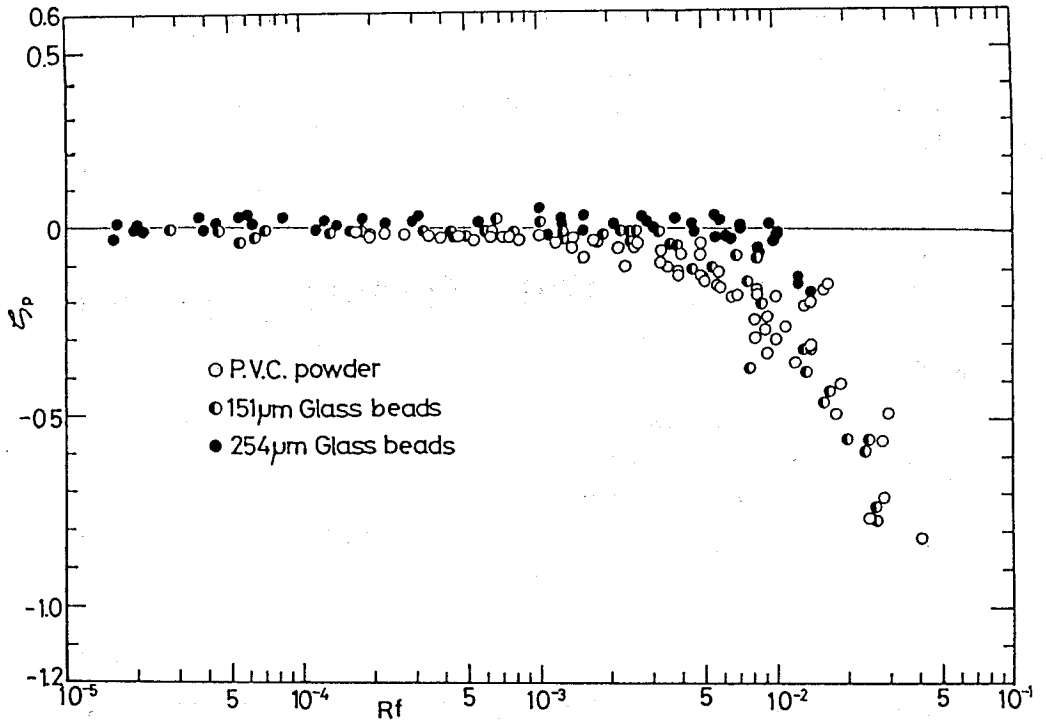


図４・23　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.743）

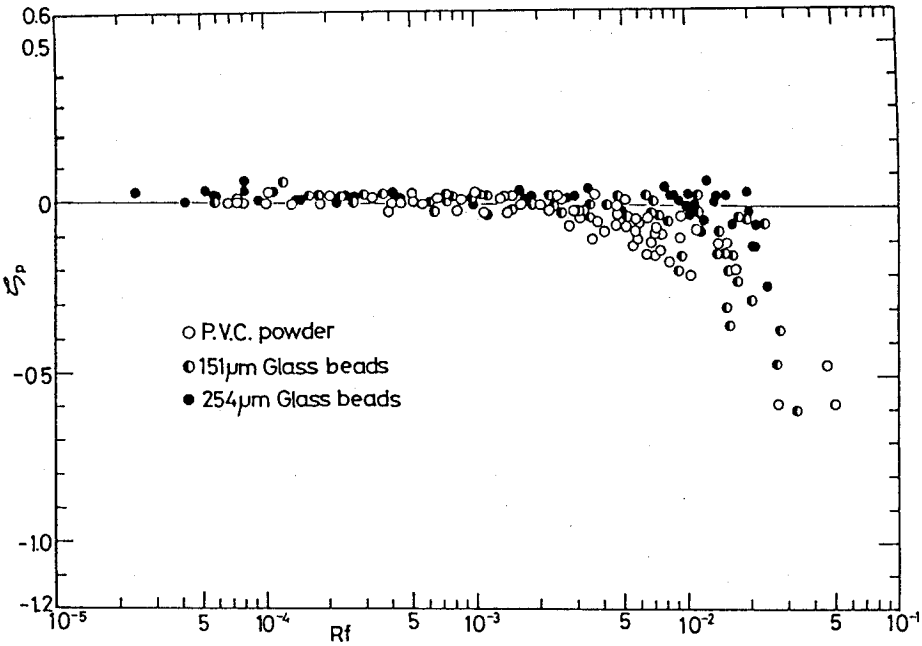


図４・24　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β＝0.816）

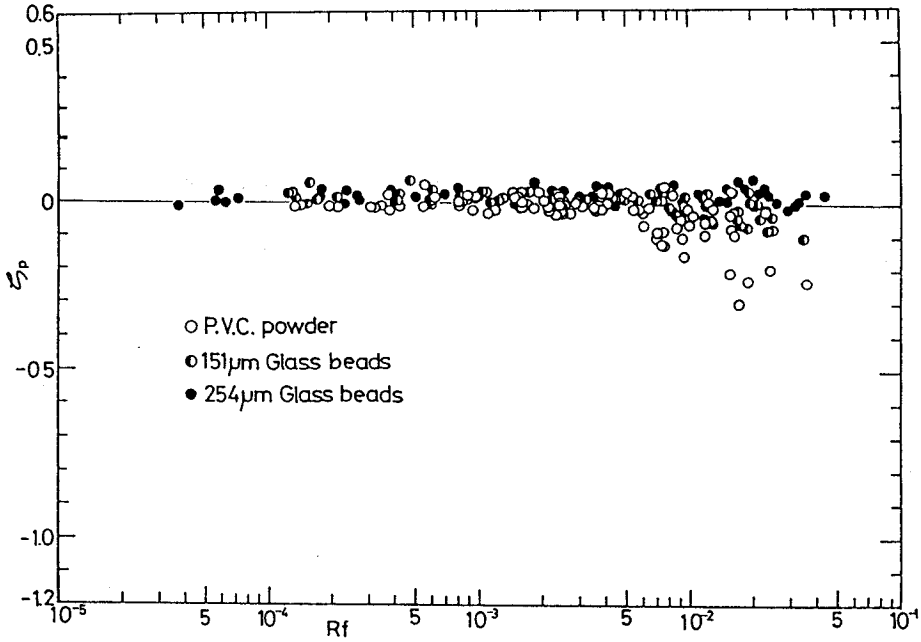


図４・25　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β＝0.881）

約3.0×10^{-4} 以上である。これは前節の回復圧力でも述べたが拡大部において両相の速度の逆転が生じていないか、またはその逆転がそれほど大きくないものと考えられる。そこで、粒子速度の大まかな評価から考察する。空気輸送における粒子速度の概算に対する簡単な式[41]の検討や、粒子と管壁との摩擦を考慮した粉粒体の管内理論速度[42]があるが、ここでは最も簡単な垂直下向きの一様気流中に単一粒子を落下した場合の粒子速度の簡単な近似計算から考察してみる。

ここで、その一様気流中の粒子運動の近似の計算式およびその方法を述べる。垂直下降流中に添加した粒子に働く力は気流による抵抗力と粒子の自重であるから粒子の運動方程式は次式で与えられる。

$$\sigma \frac{\pi d^3}{6} \frac{dv}{dt} = (-) C_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho u_r^2}{2} + \sigma g \frac{\pi d^3}{6} \qquad (4\cdot1)$$

ただしu_rは気流の速度uと粒子の速度vとの相対速度であり$u_r=u-v$で与えられ、相対速度基準のレイノルズ数は$R_e=|u_r|d/\nu$で与えられる。抵抗係数C_Dは式（3・11）を用いて算出する。また式（4・1）はu＞vの場合の運動方程式でありu＜vの場合において符号が変化する項には（　）内に符号を示している。式（4・1）より次式が得られる。

$$\frac{dv}{dt} = a v^2 + b v + c$$

ただしa、b、cは

$$a = (-) \frac{3\rho K_1}{4\sigma d}$$

$$b = (-) \frac{-3\rho K_1 u}{2\sigma d} - \frac{3\nu \rho K_2}{4\sigma d^2}$$

$$c = \frac{3\rho K_1 u^2}{4\sigma d} + \frac{3\nu\rho K_2 u}{4\sigma d^2} \underset{(-)}{+} \frac{3\rho\nu^2 K_3}{4\sigma d^3} + g \qquad (4\cdot 2)$$

となる。この微分方程式を解く場合に、粒子速度vの初期値v＝0 を与え、粒子の最終速度v_f を気流の速度uと粒子の浮遊速度u_g との和$v_f = u + u_g$であると仮定し[40]、このv_f を次式のように細分化する。

$$v_{f(k)} = \frac{v_f(k-1)}{n} \qquad k=1、2、3、\cdots\cdots、n+1 \qquad (4\cdot 3)$$

ここでnは分割数であり、本計算ではn＝100 としている。次に気流の速度uは管断面平均の速度を用い一定であるとする。まず$v_{f(1)}$と$v_{f(2)}$を与え、それらの平均速度$v_f = (V_{f(1)} + V_{f(2)})/2$を求めそれを使用して$R_e$ を算出し、K_1, K_2, K_3 を決定する。そして方程式の判別$D = b^2 - 4ac$を行ない、$v_{f(1)}, v_{f(2)}$ を代入し、Dの符号に応じて積分を行なう。その結果、$v_{f(1)}$から$v_{f(2)}$になるまでの近似の時間tが求まり、v_f とその時間tをかけることで粒子添加位置からの距離が得られる。次に、$v_{f(2)}, v_{f(3)}$ を与えそれらの平均速度　$v_f = (V_{f(2)} + V_{f(3)})$を求め同様にして$v_{f(2)}$から$v_{f(3)}$になるまでの近似の時間が求まりその間の距離も求まり$v_{f(1)}$から$v_{f(2)}$になるまでの距離と加えると粒子の添加位置から$v_{f(3)}$になるまでの距離が求まる。この計算を順次続け上流管の長さよりも大きくなった時点で計算を止め近似によって拡大面での粒子の速度を求める。なお、u＝vの場合は気流による抵抗力は粒子に働かないので式（4・1）の右辺第1項を除いて計算する。図4・26にこの計算手順で行なった結果とニュートンの抵抗則を用いた結果[42]との比較を速度比$u_g/u = 0.3$で行なっている。ただし、比較する結果[42]が上昇流の場合を扱っているので、ここでは後述の上昇流の場合の節5・5・3　式（5・2）の計算結果との比較を行なう。また参考までに$u_g/u = 0.1$の場合でストークス則を使用した場合の結果[42]も示している。この結果からこの計算手順は十分使用できると考える。

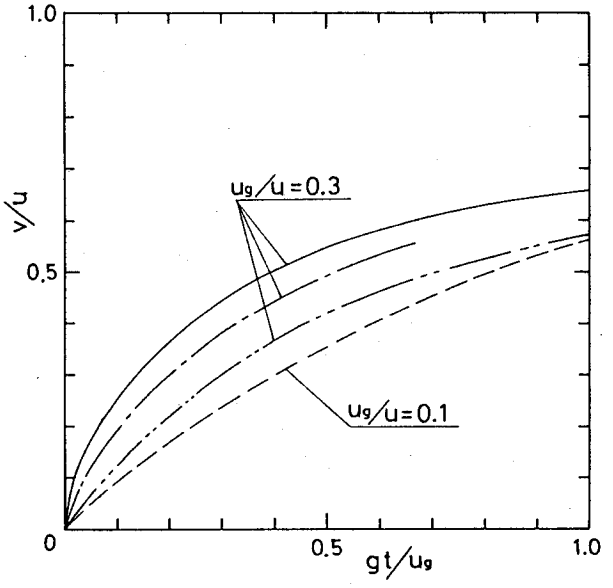


図４・26　単一粒子の速度（垂直上昇）

——ニュートンの抵抗則による計算結果[42]
－－－ストークスの抵抗則による計算結果[42]
—·—Iron beads
----254μm Glass beads

計算の結果、拡大面で単一粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなる範囲を各βの値における本実験の気流速度の範囲と共に図４・27に示している。それぞれ斜線側がその範囲を示している。なお、P.V.C. パウダの場合は本実験の全範囲がその範囲内である。$\beta=0.881$ の一部を除くと鉄球以外は全て拡大面ですでに粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなっている。鉄球の場合は$\beta=0.667$ の場合にはかなりの気流速度の範囲で粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも小さくなっている。これらのことから、添加した鉄球の大部分の場合は拡大部において気流の速度よりも小さいかそれほど大きくなっていないと考えられ、このことが鉄球添加の大部分のデータにおいてζ_pが正になる大きな原因と考えられる。それ故に節４・５・１で示された鉄球添加の場合の静圧分布が他の粉粒体添加の場合と異なった傾向を示す

と考える。

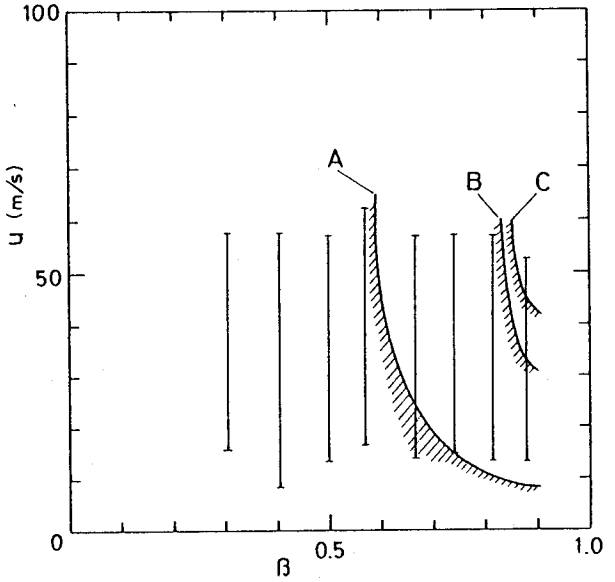


図4・27　拡大面で単一粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなる範囲

[A：Iron beads、　B：280μm Glass beads
C：151μm Glass beads
I：気流の上流管断面平均速度の実験範囲]

そこで、鉄球添加の場合について同一直径比$\beta=0.667$の場合におけるデータを上流管基準のレイノルズ数R_{e1}をパラメータとして図4・28に示す。R_{e1}が増加すると共にζ_pの値も大きくなることがわかる。これはR_{e1}が増加すると共に、前述の計算によれば拡大面での気流と粒子の速度差が大きくなっており、気流から粒子への運動エネルギ伝達の度合が増加し、そのために拡大損失も増加したためだと考える。なおこの図で$20000<R_{e1}<25000$のデータは前述の計算では全て拡大面において鉄球の速度が下流管断面平均速度よりも大きくなっている。実際には、粒子と管壁との衝突や摩擦あるいは粒子相互の衝突などによって拡大面での粒子の速度は計算結果よりも小さいと考えられζ_pが正の場合は粒子から気流への運動エネルギ伝達は、行なわれておらず拡大後にお

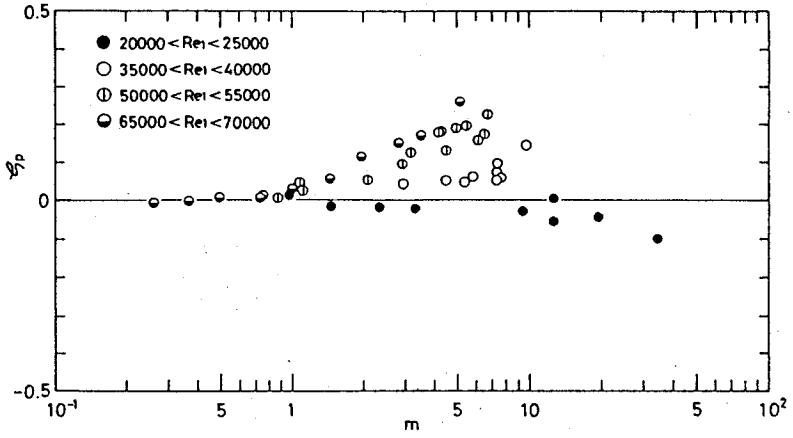


図４・28　付加拡大損失係数に与える気流速度の影響
（鉄球、β＝0.667）

いてもまだ気流から粒子への運動エネルギ伝達が、行なわれているものと考える。つまり鉄球を添加した場合、添加物の効果が大きすぎて鉄球を含んだ気体の流れが空気のみの場合から大きく変化し、気体の流れの状態を示すR_fのみによっては、この場合の流動状態を判定できないことを示している。

４・５・４　圧力回復距離

図４・29、４・30、４・31にそれぞれ直径比β＝0.570 、0.667 、0.881 の場合のl_E/D_2とｍとの関係をＰ.Ｖ.Ｃ.パウダ、 ｄ＝151μｍガラスビーズ、ｄ＝254μｍガラスビーズに対して示す。水平管路の場合と同じく、l_E/D_2はζ_pが減少し始めるR_fと同じ値から空気のみの場合よりも増加し始めることがわかる。これは粉粒体を添加することによって上流管からの噴流の広がりが小さくなっていることを示している。また、鉄球を添加した場合のl_E/D_2とｍとの関係を３種類のβの値に対して図４・32に示す。他の粉粒体を添加した場合と異なり質量流量比が増加しても圧力回復距離はほとんど増加していない。このことからも拡大部において鉄球の速度が気流の速度よりも小さいかまたは

あまり大きくなっていないことがわかる。

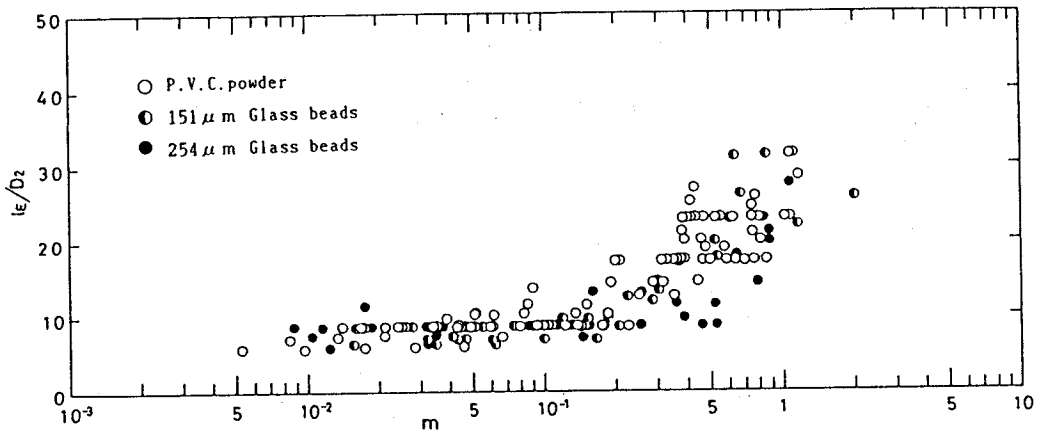


図４・29　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.570）

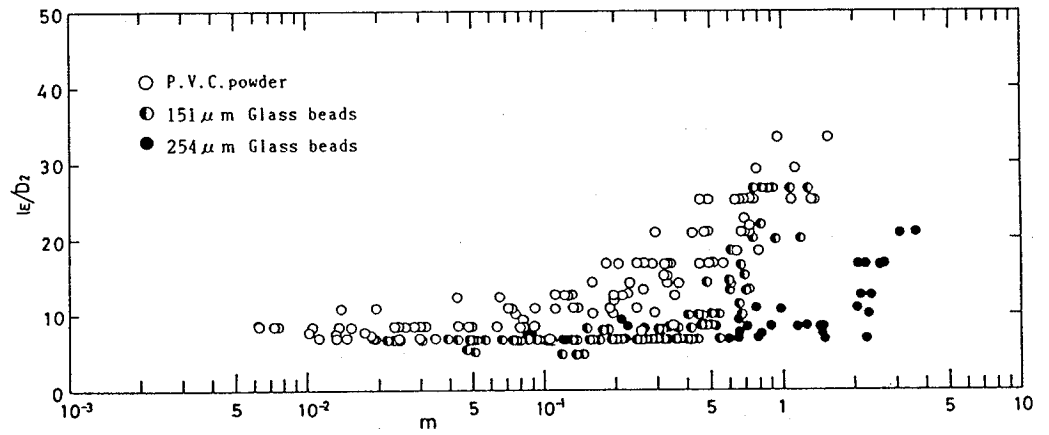


図４・30　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.667）

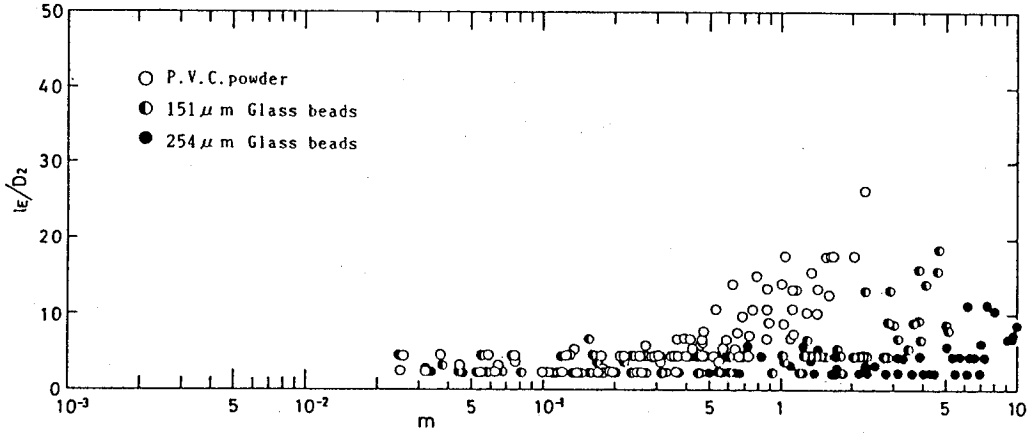


図４・31　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.881）

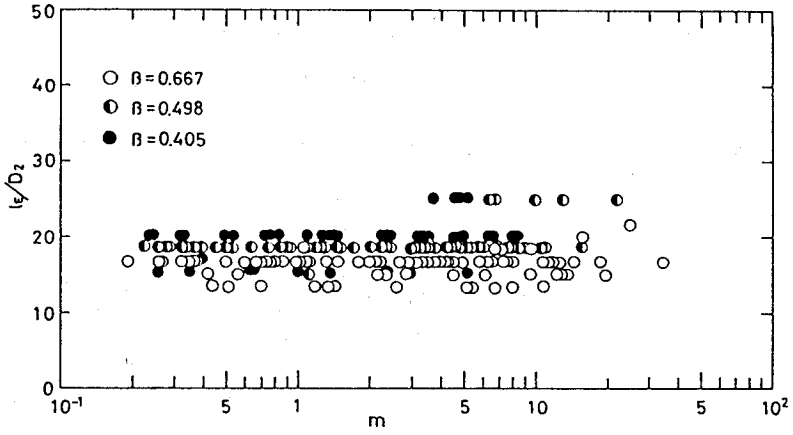


図４・32　圧力回復距離と質量流量比との関係（鉄球）

４・５・５　試料の物性値による影響

添加した粉粒体の物性値や諸元の違いが拡大損失現象にどのように影響を及ぼすかを水平管路の場合と同様に付加拡大損失係数ζ_pと質量流量比mとの関係をみることから調べる。

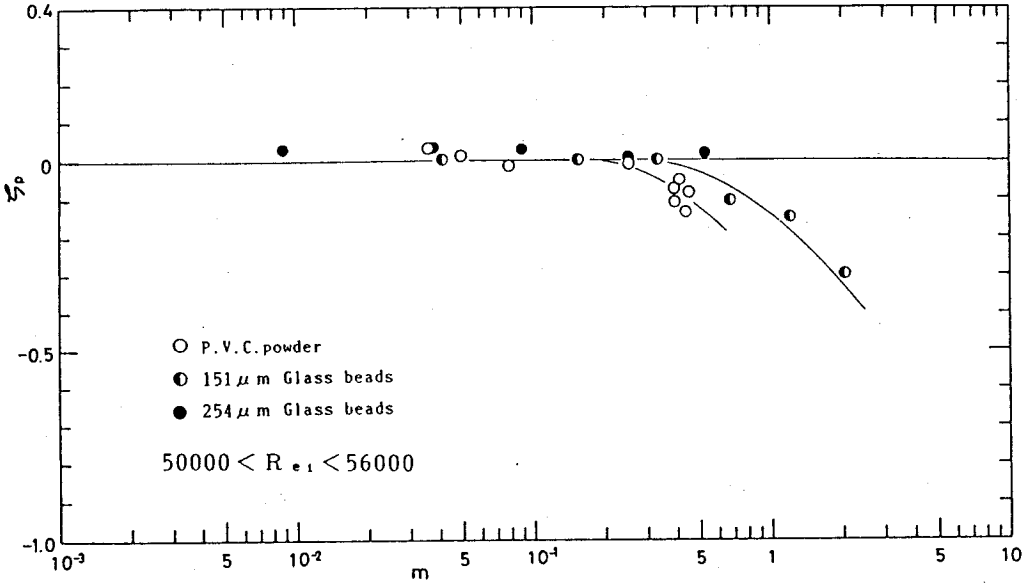


図４・33　付加拡大損失係数に与える粉粒体の
物性値の影響（β＝0.570）

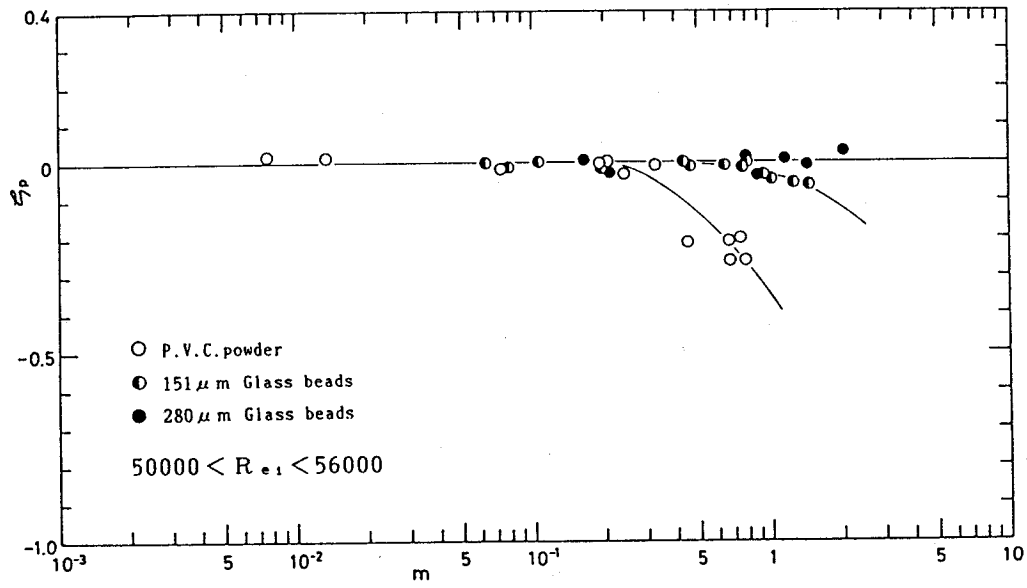


図４・34　付加拡大損失係数に与える粉粒体の
物性値の影響（β＝0.667）

図4・33、4・34にそれぞれ$\beta=0.570$、$\beta=0.667$の場合のζ_pとmとの関係を示す。図中に上流管基準のレイノルズ数の範囲と参考線を示している。鉄球添加の場合を除けば水平管路の場合と同じく同一のmの値であればζ_pが負になる度合はd＝254μmのガラスビーズ、d＝154μmのガラスビーズ、P.V.C.パウダ添加の順で大きくなっており、また2種類のガラスビーズの場合は粒径の小さい方が大きいことがわかる。つまり緩和時間t^*が小さい粉粒体を添加した場合の方がζ_pが負になる度合が大きい。これは、流れの状態が同一条件ならばt^*が小さい粒子の方が拡大部での両相の速度の逆転の度合が大きいことや同一の質量流量比ならばt^*が小さい粒子を添加した場合の方が気流の乱れに対する抑制効果が大きいことを示している。

次に、ここで付加拡大損失係数に与える気流速度の影響を調べる。図4・35にP.V.C.パウダを添加した場合を上流管基準のレイノルズ数R_{e1}をパラメータとして示しているがその影響は明確ではない。図4・36にd＝151μmのガ

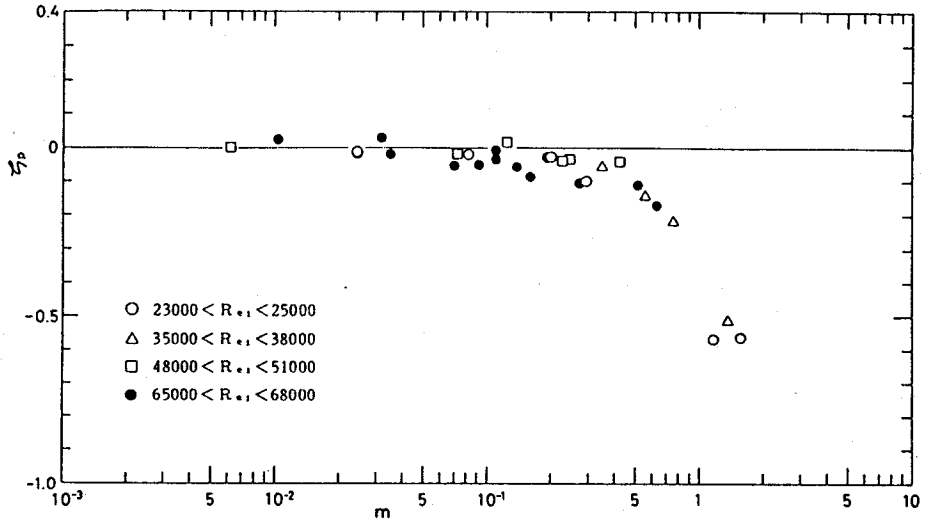


図4・35　付加拡大損失係数に与える気流速度の影響
(P.V.C.パウダ、$\beta=0.667$)

ラスビーズを添加した場合を示している。この場合もその影響は小さいが、若干R_{e1}が小さい方がζ_pの減少が大きい。これは同一の粒子であればR_{e1}が小さい方が拡大部での両相の速度の逆転が大きいことが原因である。さらに鉄球に関しては節4・5・3で示した図4・28からR_{e1}が大きい方がζ_pが大きく正になっている。これは拡大部においてほとんどのデータの場合、両相の速度の逆転が生じておらず両相の速度差はR_{e1}が大きい方が大きく、より大きな運動エネルギーを粒子に与えているためである。

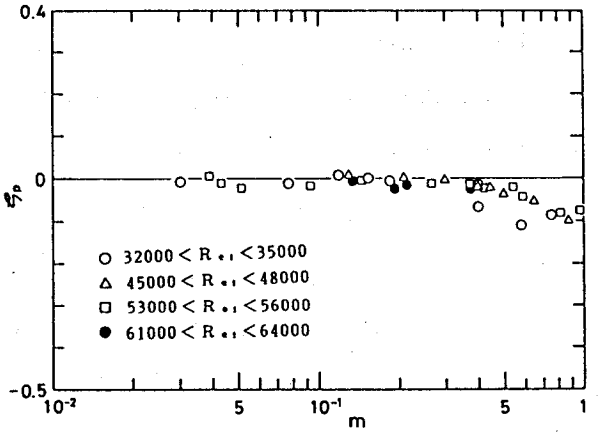


図4・36　付加拡大損失係数に与える気流速度の影響

（d＝151μm ガラスビーズ、β＝0.667）

4・5・6　直径比による影響

節3・6・7では水平管路の場合において管路の直径比の違いは固気二相流の急拡大損失現象に影響を及ぼす主な要因の一つであることがわかった。そして0.570≦β≦0.881の範囲ではあるがβの値が減少すると共にζ_pが負になる度合が大きくなることがわかった。その原因としてはβの値が減少すれば拡大部での両相の速度の逆転の度合が当然大きくなることや、逆にβの値が大きくなれば粒子と管壁との摩擦や衝突による圧力損失がしめる割合が大きくなることが考えられた。そこで、本節では、鉄球の場合も含め、直径比の違いによる固気二相流の急拡大損失現象への影響について8種類の直径比の異なる管路を用いて調べる。

図4・37、4・38、4・39は、それぞれ、P.V.C.パウダ、平均粒径d＝

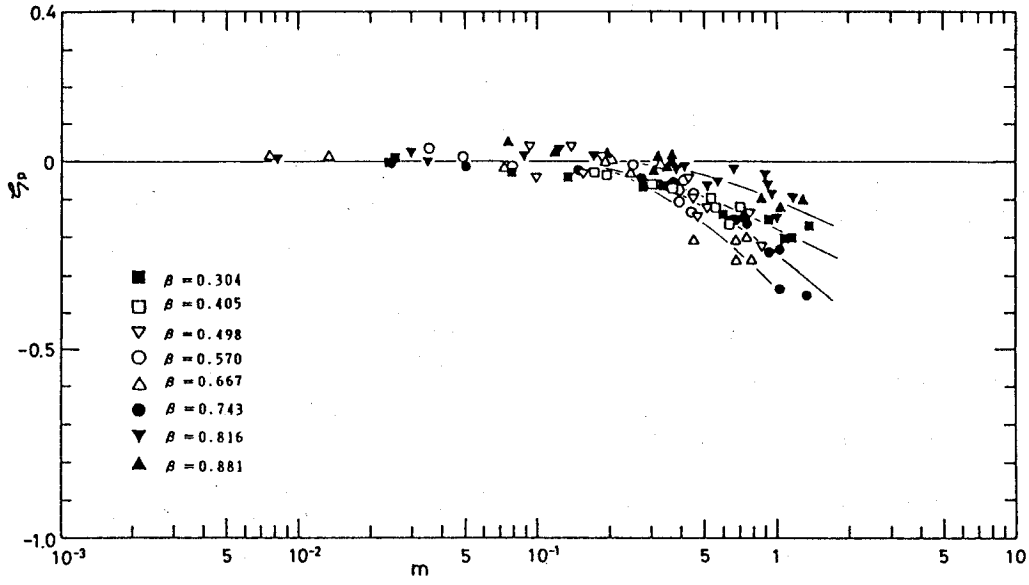


図４・37　付加拡大損失係数に与える直径比の影響

（P.V.C.パウダ、35000＜R_{e1}＜40000）

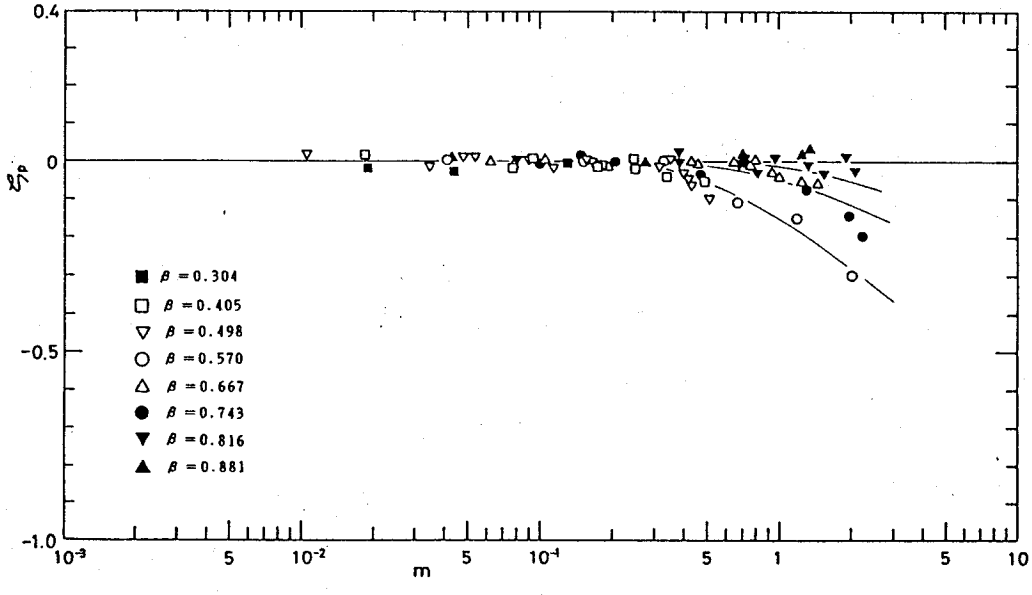


図４・38　付加拡大損失係数に与える直径比の影響

（ｄ＝151μｍ ガラスビーズ、50000＜R_{e1}＜56000）

151μmのガラスビーズ、鉄球を添加した場合のζ_pとmとの関係をβをパラメータとして示している。なお、R_{e1}の範囲を示している。鉄球を添加した場合を除き最も興味のあることは、d＝151μmガラスビーズの場合は明確ではないが、βの値が約0.667 以下であればβの値が増加すると共にζ_pの減少の度合が大きくなっており、またその値を超えると再びζ_pの減少の度合がβの値が増加すると共に減少していることである。つまり同一のmの値の場合はβの値が減少すると共にζ_pの減少の度合が大きくなるが、その度合には限界があることがわかる。このことは拡大部での両相間の速度の逆転からだけでは説明ができないがβの値があまり減少すると両相の速度の逆転は大きくなるが拡大部に生じる付着渦も大きくなりそれにとられる運動エネルギが、粒子から与えられる運動エネルギよりも大きくなると考えられる。また逆に、βの値が大きくなれば両相の速度の逆転も小さくなることや粒子と管壁との摩擦や衝突による圧力損失が大きくなることが影響しているものと考えられる。

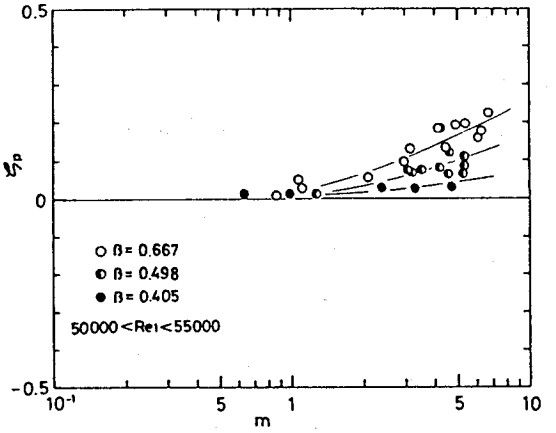


図４・39　付加拡大損失係数に与える直径比の影響（鉄球）

鉄球を添加した場合は、他の粉粒体添加の場合と異なりβを３種類で行なっているが明らかにβの値が大きい方がζ_pが大きく正になっている。これは気流の拡大部への流入速度が同じであればβの値が大きい程（上流管と下流管の内径差は小さい）拡大部での両相間の速度差が大きく、そのため気流から粒子へより大きい運動エネルギーを与えているためである。

4・6　結　　論

本章では、質量流量比を十分大きくでき、また重力の影響をみることができる垂直下降管路において直径比を８種類変え、３種類の粉粒体を用い本現象に粉粒体添加の影響が現われる開始点に重力の影響がどのように現われるかを実験的に調べた。得られた結果を以下にまとめて示す。

（１）　粉粒体添加の影響が現われる開始点は水平管路の場合と同じく流束リチャードソン数で約1.5×10^{-3} 以上であった。

（２）　粉粒体添加の影響が現われる開始点にのみ着目すれば、本実験におけるような粗大粒子では重力の影響は無視できることが示された。

（３）　回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなる、または付加拡大損失係数が負になるには拡大部において粒子速度が気流の速度よりも大きいことが必要であることが示された。

（４）　直径比の値が減少すると共に付加拡大損失係数の減少の度合が大きくなるが、その度合には限界があることが示された。

第５章　垂直上昇管路における固気二相流の急拡大損失に関する実験的研究

５・１　緒言

第３章、第４章では、水平方向と垂直下降方向に設置した直径比が異なる７種類（垂直下降管路では８種類）の管路を使用し、３種類（垂直下降管路では鉄球の場合を含めると４種類）の物性値や諸元の異なる粉粒体を用いて粉粒体添加の影響について調べてきた。その結果、直径比$\beta \leqq 0.667$ であれば、鉄球の場合を除いていずれの場合においても　回復圧力、付加拡大損失係数、圧力回復距離などはm/t^*やR_f によってうまくまとまること、またそれらに粉粒体添加の影響が現われるのは直径比、粉粒体の物性値や諸元にほとんど関係なくR_f の値が約1.5×10^{-3} 以上であることや$\beta > 0.667$ では、βの値が大きくなると共にその開始点のR_f の値も大きくなり$\beta = 0.881$ では、あまりその影響が現われなくなりm/t^*によってもR_f によっても現象がまとまらなくなることなどが明らかになった。また、同一の質量流量比であれば緩和時間が小さい粒子を添加した場合の方がそれらに与える影響が大きいことも明らかになり、さらに、水平管路での実験では、回復圧力や付加拡大損失に粉粒体添加の影響があらわれている範囲内では粉粒体を添加した気流の速度分布は拡大後平坦になることなしに発達すること、また垂直下降管路における実験では、粉粒体添加の影響の開始点にのみ着目すれば実験におけるような粗大粒子では慣性は無視できないが、重力は無視できるということなども明らかになった。また、同一の粉粒体であれば直径比が急拡大損失に与える影響としては、同一質量流量比であれば直径比の値が減少すると共に、付加拡大損失係数の減少の度合が大きくなるがその度合には限界があることも明らかになった。そこで本章は、残された実験である垂直上昇管路においても粒子添加の影響が現われる開始点が他の２方向の場合と同じ値になるかなどについて直径比を７種類変え、物性値

や諸元の異なる３種類の粉粒体を用い調べる。最後に、水平管路、垂直下降管路、垂直上昇管路における結果の比較より流れ方向による固気二相流の急拡大損失に与える影響の差異について調べる。

５・２　実験装置

実験装置の基本的構造は吸引式の水平管路の場合と同じである。図５・１は実験装置の概略を示している。実験は全て吸引式で行なっており、７種類の直径比の異なる管路を使用しておりその主要寸法を表５・１に示す。管路に設けた静圧タップの位置を図５・２に示す。なお直径比によって使用した管路が異なるので（ａ）、（ｂ）にそれぞれの直径比を示している。気流は送風機によっ

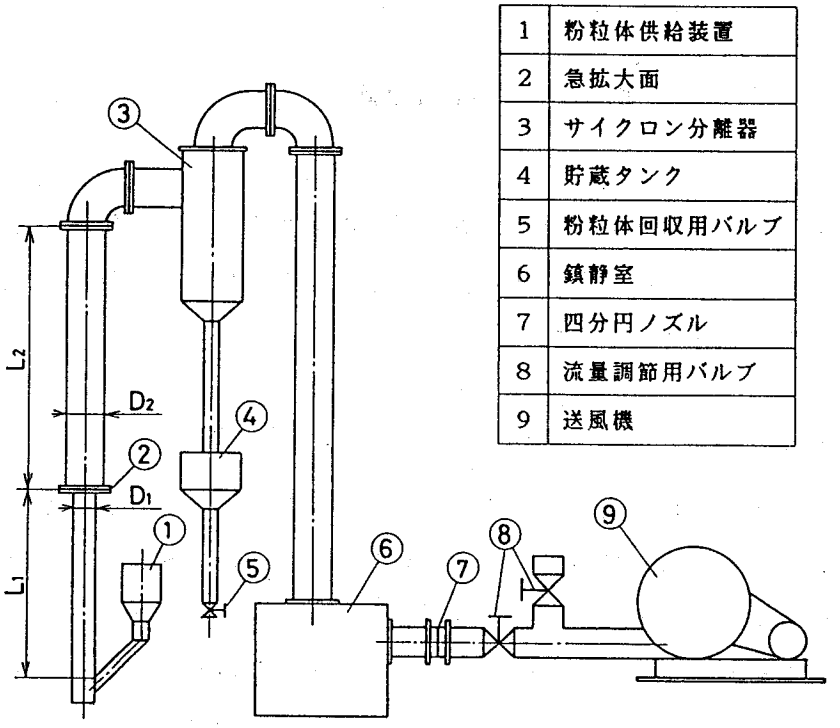
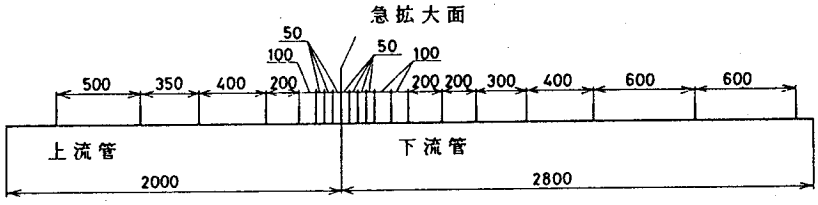
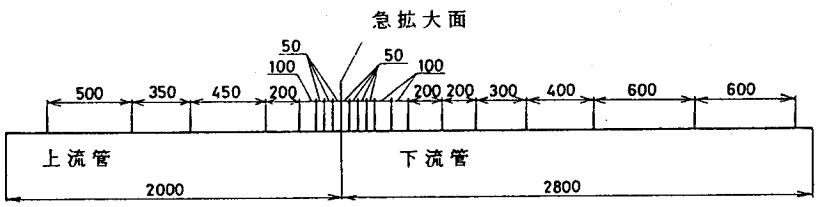


図５・１　実験装置概略図



（ａ）β＝0.405、0.498、0.667



（ｂ）β＝0.304、0.570、0.743、0.816、0.881

図５・２　静圧孔位置

て吸い込まれ、粉粒体は上流管の下端部から供給装置によって気流に添加された。そして粉粒体はサイクロン分離器で分離、回収され空気は鎮静室、流量測定用管路、送風機を通って大気中に放出される。

５・３　実験方法

実験方法も水平管路、垂直下降管路の場合と同じ方法であり、流量測定用ノズルも同じものを使用している。そのためデータの整理に使用する計算式も同じになるので本章でもそれらの説明は省く。実験における上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲とそれぞれの管路の場合の最大質量流量比を表５・１に併記している。実験は他の２方向の場合と同様に行なったので質量流量比の増加と共に試験管路の静圧は全体的に低くなった。なお実験は粉粒体をサイクロン分離器まで吸い上げることができる範囲内で質量流量比を増加させて行なった。

表５・１　管路の主要寸法および上流管基準のレイノルズ数と質量流量比の最大値

L_1 m	L_2 m	D_1 mm	D_2 mm	β	R_{e1}	Maximum of m		
						P.V.C.powder	d＝151μm Glass beads	d＝254μm Glass beads
2.20	2.80	20.0	49.4	0.405	20000～66000	* 1.4	3.8	4.6
			40.2	0.498	15000～65000	* 2.0	3.8	6.4
			35.1	0.570	21000～63000	2.0	5.2	8.6
			30.0	0.667	16000～66000	* 1.5	3.4	6.0
			26.9	0.743	17000～61000	2.0	7.6	10.0
			24.5	0.816	21000～56000	3.5	7.8	9.6
			22.7	0.881	19000～53000	2.5	8.6	9.4

注）＊印は表５・２の＊印と対応している。

５・４　試料の物性値

表５・２に、使用した粉粒体の物性値と諸元を示している。粉粒体の平均粒径ｄは振動ふるいを使用して求めており粉粒体の緩和時間の算出法は節３・５の方法と同じである。なおβ＝0.570、0.743、0.816、0.881に用いたＰ.Ｖ.Ｃ. パウダの平均粒径ｄと緩和時間ｔ* の値はそれぞれ139μm、5.51×10^{-2}sec である。

表５・２　粉粒体の物性値と諸元

	d μm	σ kg/m³	t* sec
P.V.C.powder	* 124	1330	4.49×10^{-2}
	139		5.51×10^{-2}
Glass beads	151	2480	1.02×10^{-1}
	254		1.90×10^{-1}

５・５　実験結果および考察

５・５・１　静圧分布

図５・３にＰ.Ｖ.Ｃ. パウダを、図５・４に平均粒径ｄ＝151μmのガラスビーズを、図５・５にｄ＝254μmのガラスビーズを添加した場合のβ＝0.570 の管路における静圧分布を示しており、いずれの場合もそれぞれ流量調節用バルブを同一の絞りにしたときの空気のみの場合の静圧分布と４つの質量流量比の

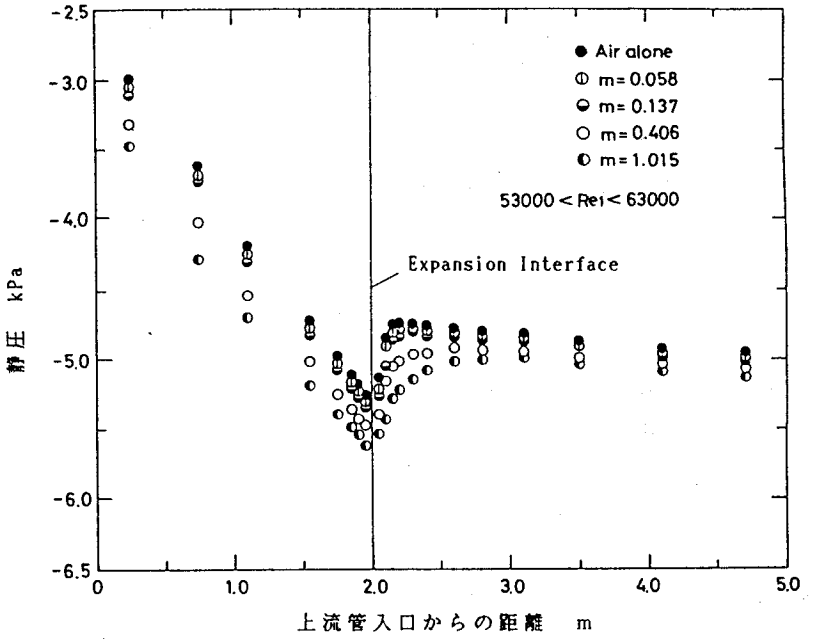


図５・３　静圧分布（P.V.C.パウダ、β＝0.570）

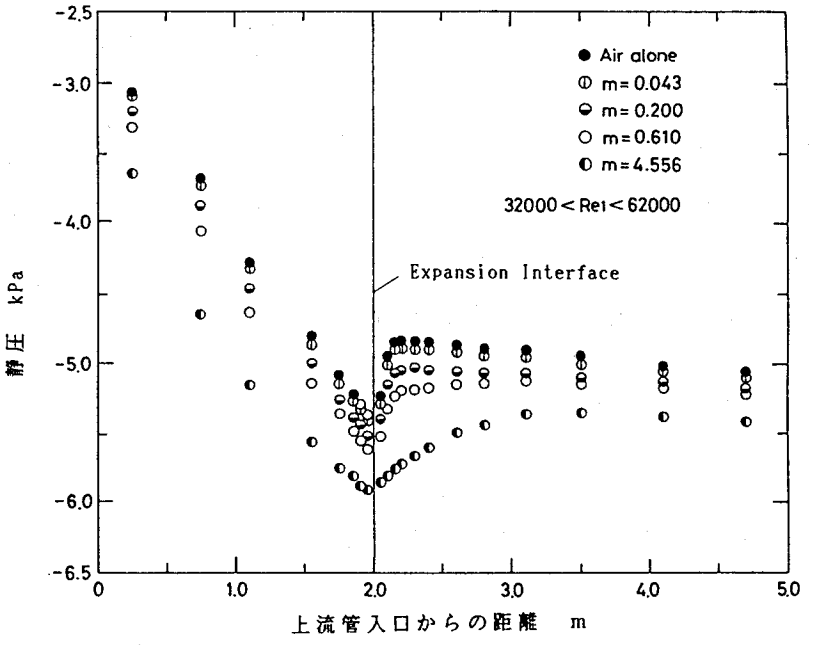


図５・４　静圧分布（ｄ＝151μm ガラスビーズ、β＝0.570）

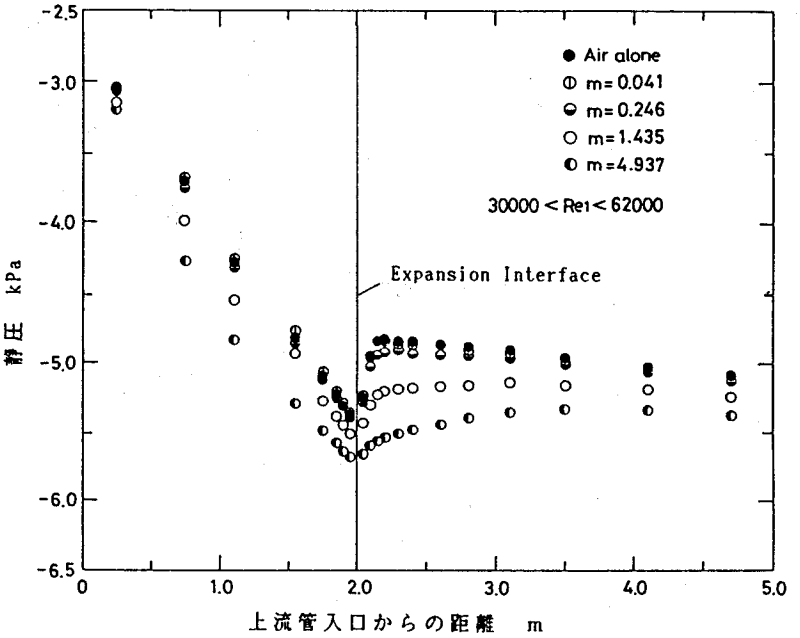


図５・５　静圧分布（ｄ＝254μｍ ガラスビーズ、β＝0.570）

異なる場合の静圧分布とを同一の図中に示している。上流管路では水平管路や垂直下降管路における場合と同じく拡大部に近づほど粉粒体の加速の影響が現われて静圧分布の勾配が減少している。また、上流管基準のレイノルズ数が質量流量比の増加と共に減少するために空気のみの場合との静圧分布の大小を直接比較することはできないが、質量流量比の増加と共に圧力回復距離は増加していることがわかる。ただし、垂直下降管路の場合とは異なり静圧分布に極大値がなくなることはなかった。圧力回復距離に関しては節５・５・４で詳しく述べるが、これらの結果もまた粉粒体添加によって噴流の広がりが抑制されるというLaats[39] 実験と類似している。

５・５・２　回復圧力

図５・６～５・12に表５・１に示される７種類の直径比βの管路においてそ

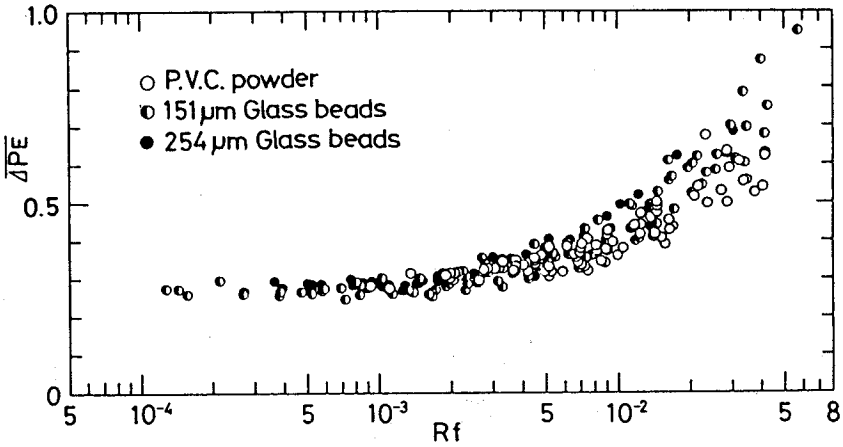


図５・６　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β =0.405）

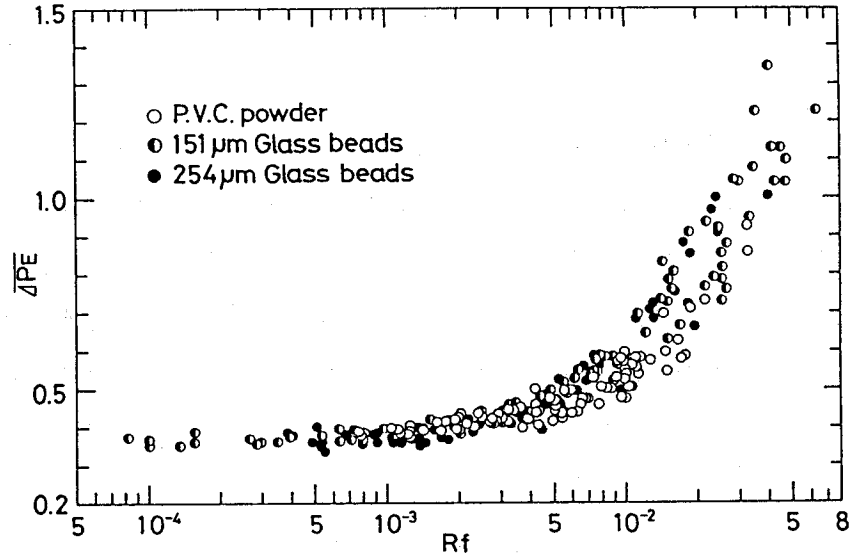


図５・７　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β =0.498）

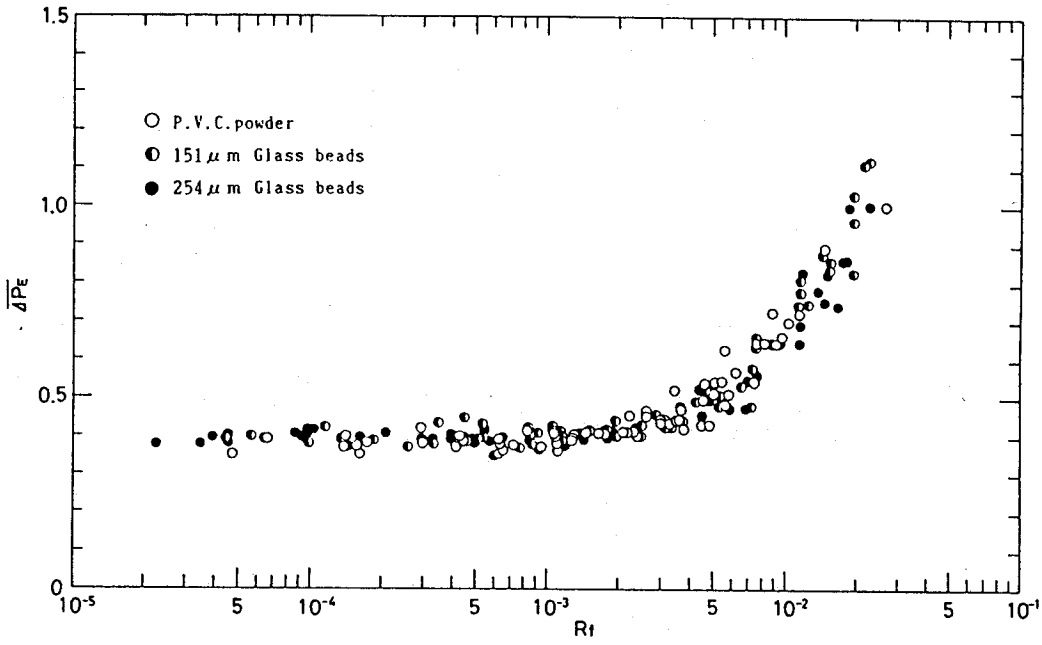


図５・８　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.570）

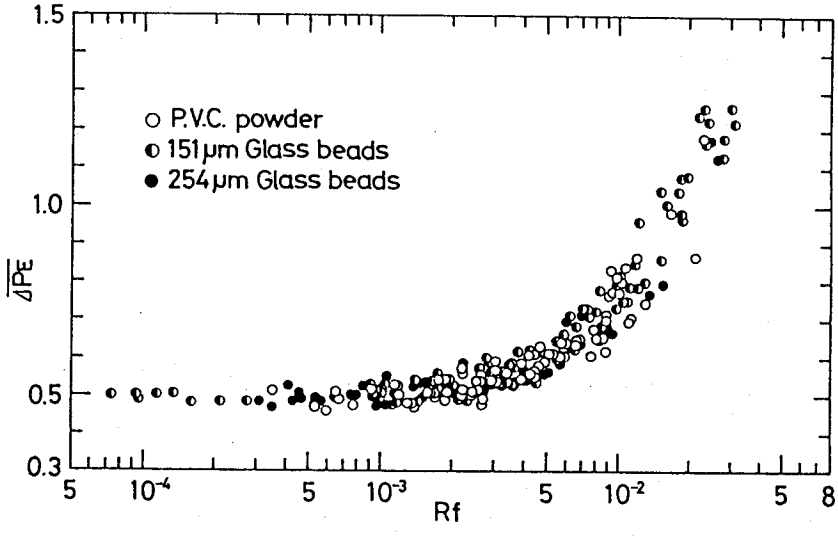


図５・９　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β =0.667）

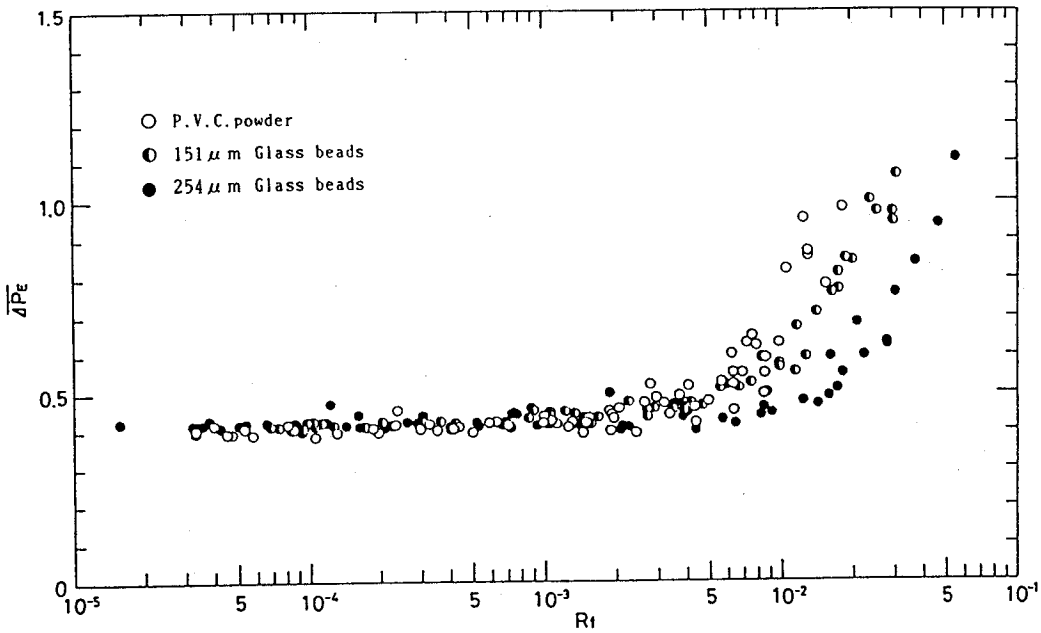


図５・10　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β =0.743）

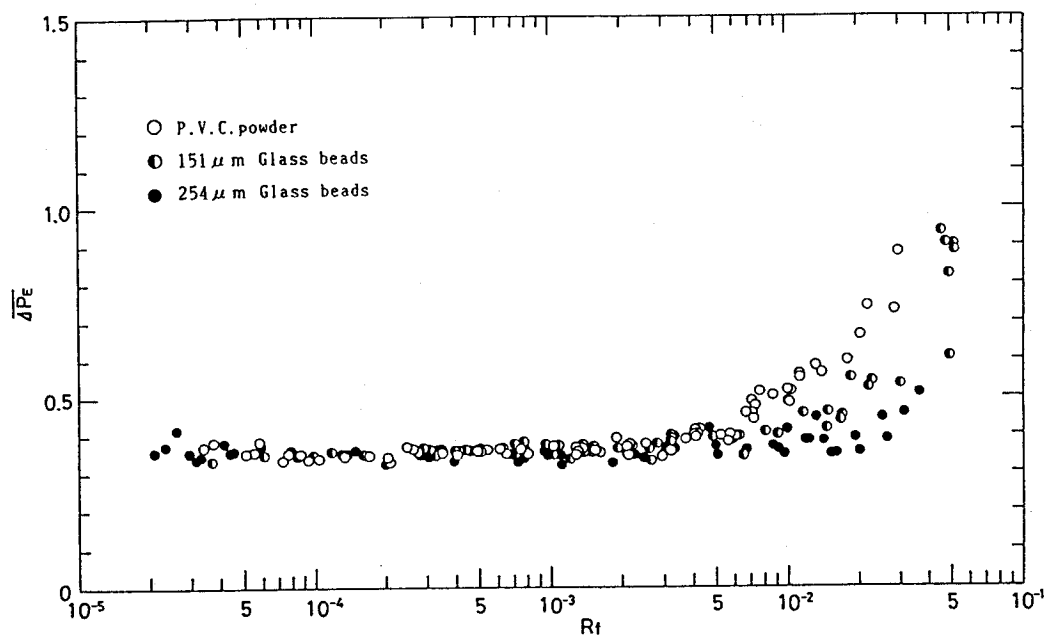


図５・11　無次元回復圧力と流束リチャードソン数との関係（β =0.816）

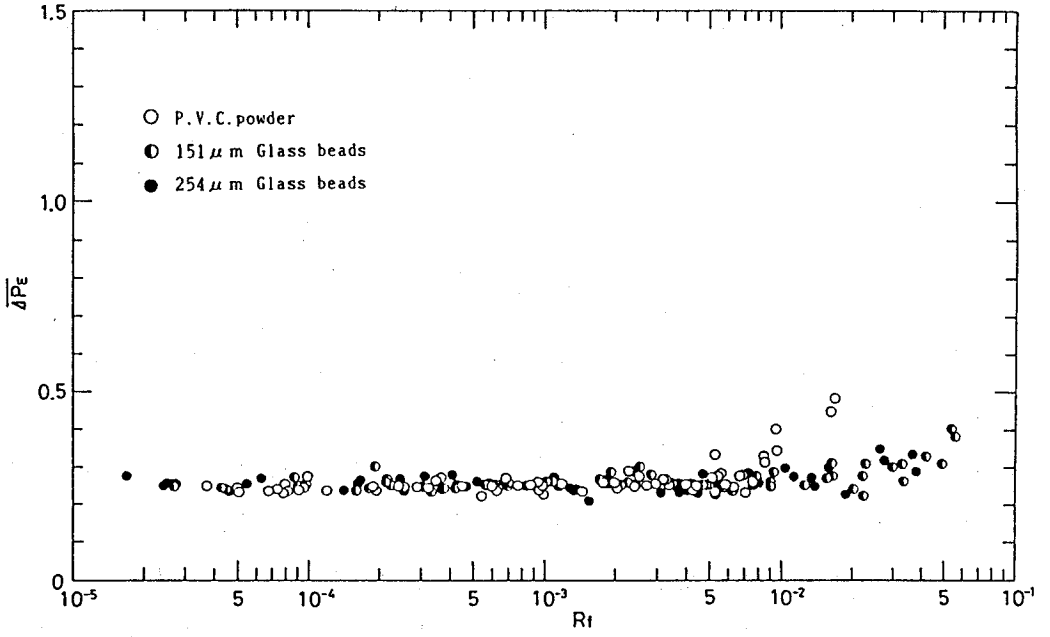


図５・12　無次元回復圧力と流束リチャードソン数
との関係（β＝0.881）

れぞれ表５・２に示した粉粒体を添加した場合の無次元回復圧力$\overline{\Delta P_E}$とR$_f$との関係を示している。その結果、他の２方向の場合（垂直下降管路における鉄球添加の場合は除く）と同じく$\beta \leqq 0.667$では、どの粉粒体を添加した場合もR$_f$でうまくまとまっており$\overline{\Delta P_E}$が増加する開始点はR$_f$が約2.0×10^{-3}となっている。しかし、やはり$\beta > 0.667$ではβの値の増加と共に、開始点のR$_f$の値も大きくなり、$\overline{\Delta P_E}$増加の度合は小さくなり$\beta = 0.881$では$\overline{\Delta P_E}$はほとんど増加していない。この結果についても拡大部での両相の速度の逆転の観点から、βの値が大きくなれば拡大部での気流の減速の度合が小さくなり、そのために両相の速度の逆転の度合も小さくなることや拡大部での粒子と管壁との摩擦や衝突による圧力損失が大きくなることが原因と考えられる。しかしながら垂直上昇管路においては粒子に働く空気抵抗の方向と重力の方向が逆で

あるために、両相の速度の逆転の可能性が他の２方向の場合よりも小さいと考えられる。このことに関しては、回復圧力が空気のみの場合よりも大きくなることと付加拡大損失係数が負になることは対応しているので、後述の節５・５・３において一様気流中に単一粒子を添加した場合の簡単な計算による考察を含めて検討する。

５・５・３　付加拡大損失係数

節３・６・４、節４・５・３において、水平管路、垂直下降管路の気流に粉粒体を添加した場合の付加拡大損失係数ζ_pは、流束リチャードソン数R_fによって$\beta \leqq 0.667$ではうまくまとまり、ζ_pが負になる開始点はR_fの値が約1.5×10^{-3}となった。垂直下降管路におけるR_fの誘導では粗大粒子の仮定によって重力項が無視されたが、実験の結果からその開始点にのみ着目すれば重力の影響は無視できることがわかった。垂直上昇管路においても、その開始点にのみ着目すれば、重力の影響が無視でき、開始点の値は他の２方向の場合と同一のR_fの値となることが予想される。しかしながら、垂直上昇管路においては、流れ方向と重力の方向とが逆向きのために他の２方向に比べて拡大部での両相の速度の逆転が小さくなることや逆転を生じない可能性が大きいことが予想される。

それ故、本節ではそのことが付加拡大損失にどのように影響を及すかについて調べ、節４・５・３での一様気流中における単一粒子の簡単な計算を含めて考察する。図５・13～５・15に$\beta=0.570$、0.667、0.881の場合におけるζ_pとｍとの関係を示す。ここでも他の２方向の場合と同じくζ_pが負になる開始点のｍの値はＰ．Ｖ．Ｃ．パウダ、ｄ＝151μｍのガラスビーズ、ｄ＝254μｍのガラスビーズの順（緩和時間が小さい順）で大きくなっており同一のｍの値ではζ_pが負になる度合はそれとは逆の順で大きくなっている。次に、図５・16～５・22に各直径比βごとに各粉粒体を添加した場合のζ_pとR_fとの関係を示している。他の２方向の場合と同じく、$\beta \leqq 0.667$ではR_fでうまくまとまり、

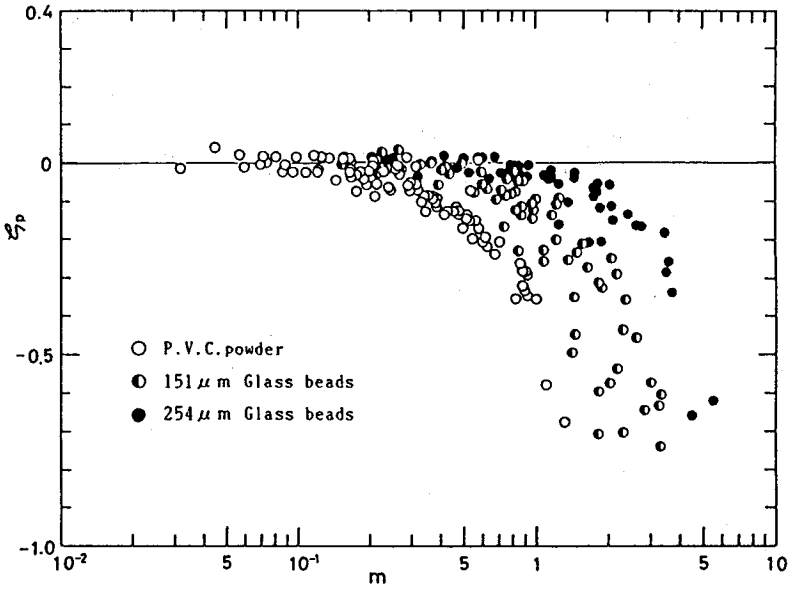


図５・13　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（$\beta=0.570$）

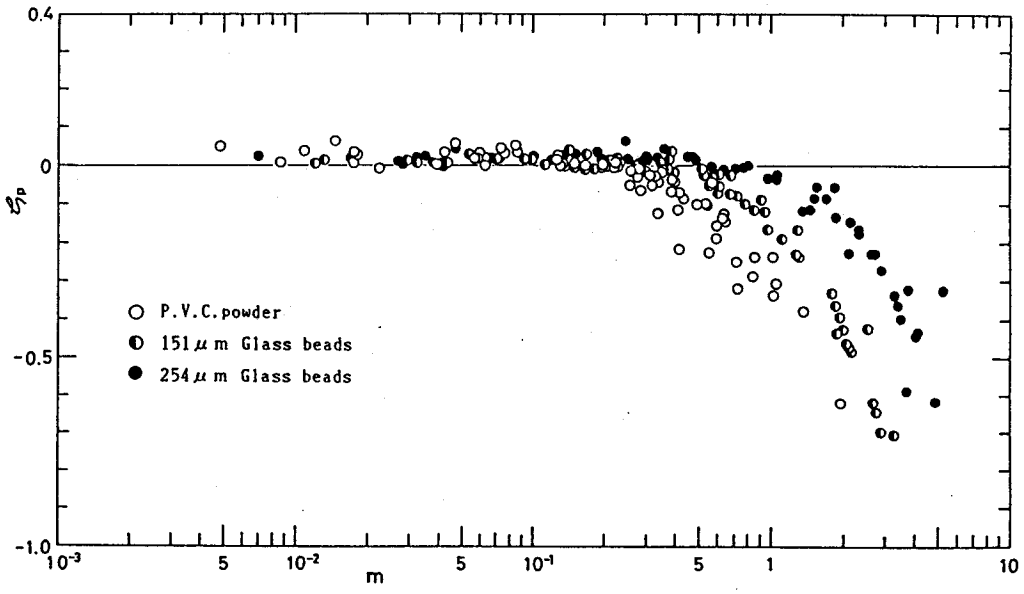


図５・14　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（$\beta=0.667$）

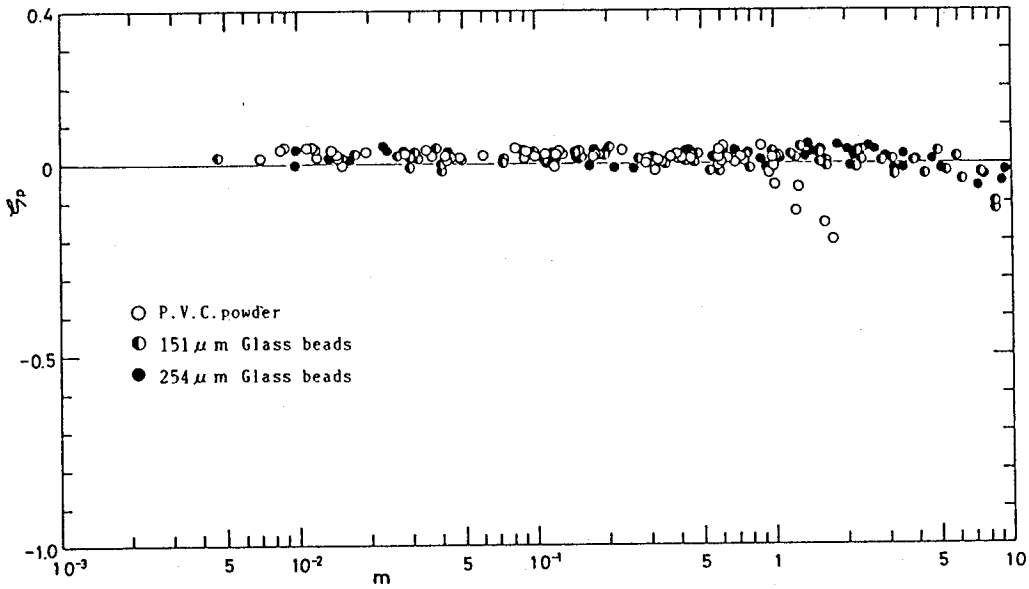


図５・15　付加拡大損失係数と質量流量比との関係（β＝0.881）

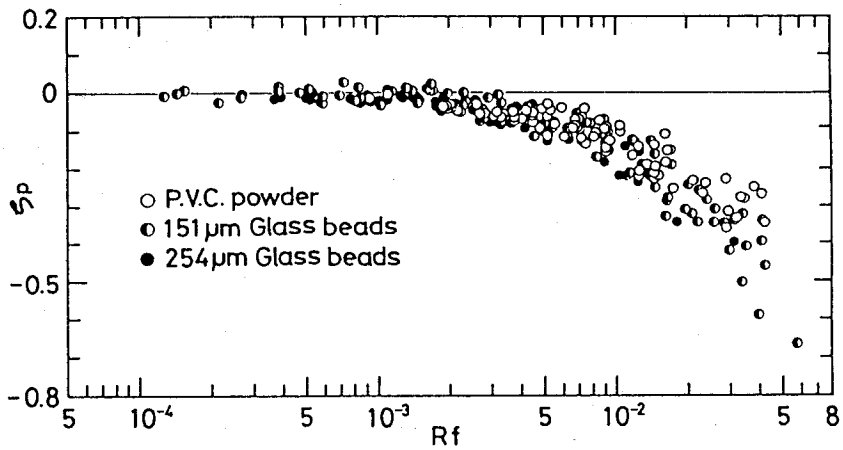


図５・16　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β＝0.405）

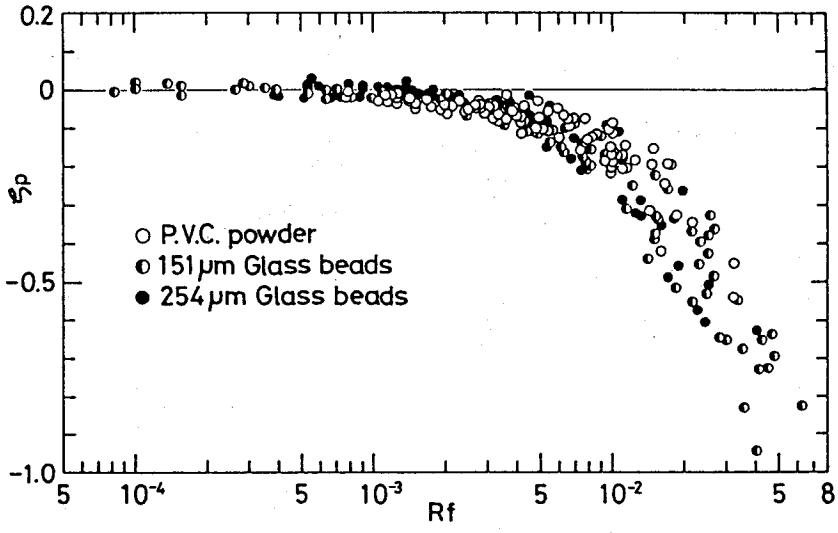


図５・17　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.498）

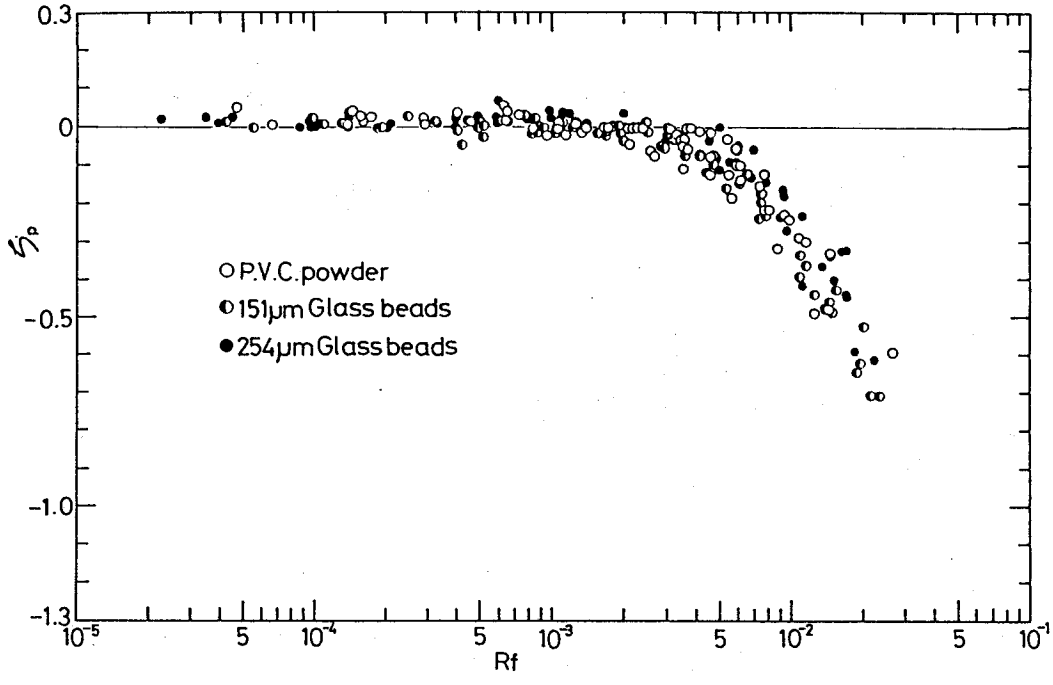


図５・18　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.570）

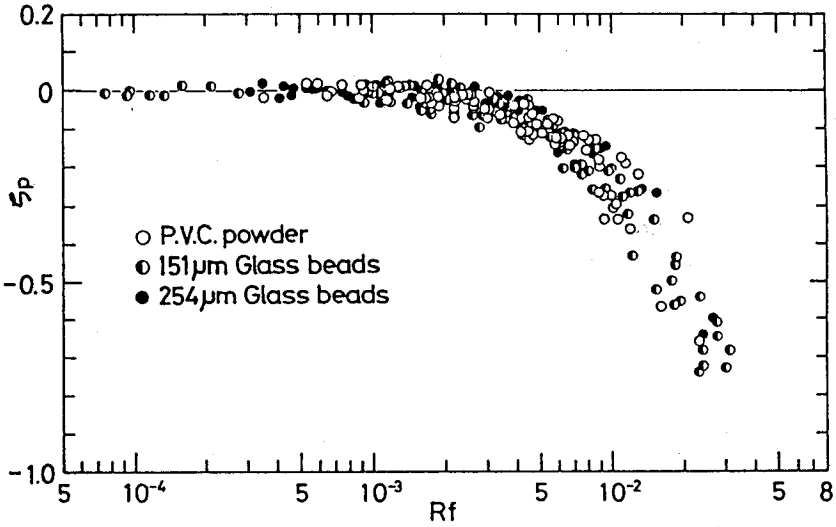


図５・19　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.667）

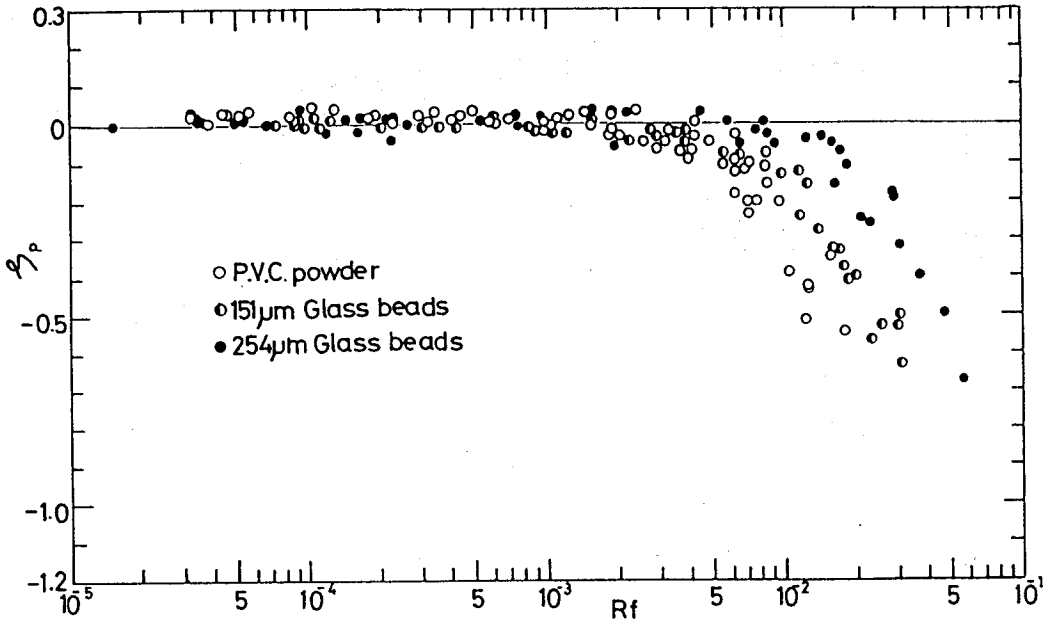


図５・20　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.743）

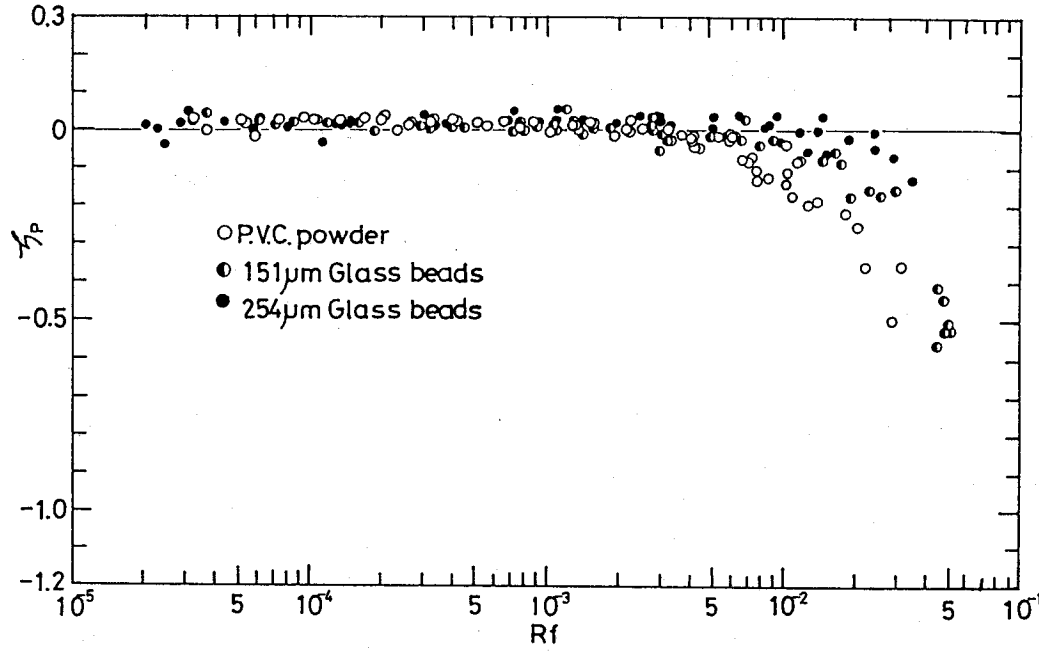


図５・21　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.816）

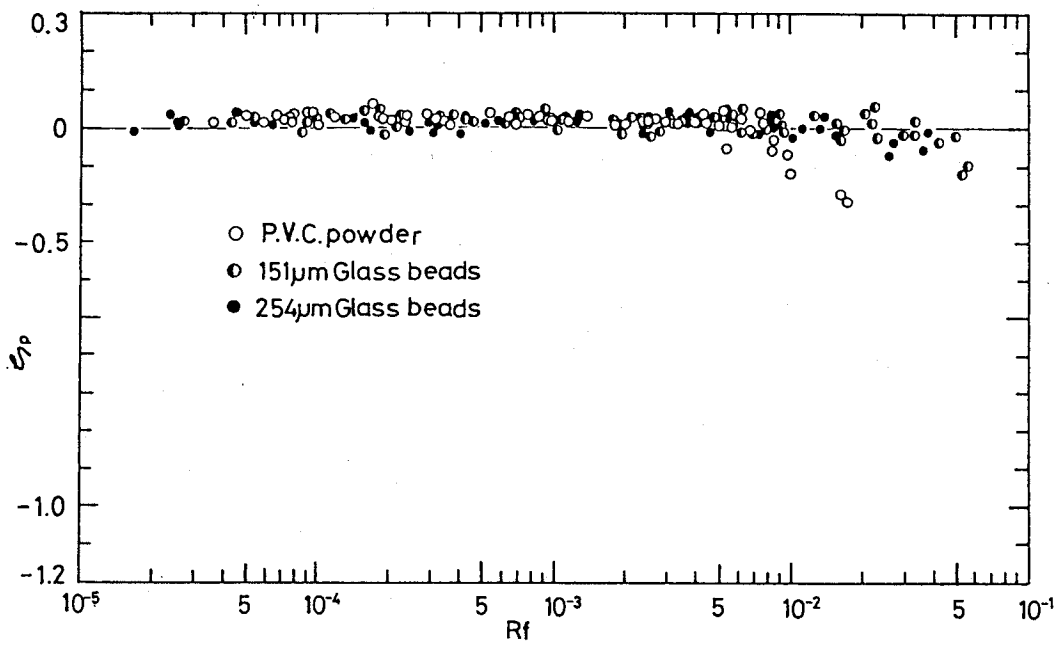


図５・22　付加拡大損失係数と流束リチャードソン数との関係（β =0.881）

ζ_p が負になる開始点の R_f の値も同じく約 1.5×10^{-3} となった。これは開始点にのみ着目すれば垂直下降管路の場合と同様に重力の影響が無視できることを示している。しかしながら開始点以降については同一の β の値であっても各流れ方向の場合で ζ_p が負になる度合が異なっていることから何らかの形で重力の影響を考慮しなければならないと考える。また $\beta>0.667$ では、やはり β の値の増加と共にその開始点の R_f の値は大きくなり、ζ_p の減少の度合は小さくなっており、$\beta=0.881$ ではほとんど ζ_p が負にならないことがわかる。

次に節４・５・３における垂直下向きの一様気流中に単一粒子を落下させた場合の簡単な計算を垂直上向きの場合に適用する。計算方法は同じであるのでここでは省くが、計算式は若干異なるので示しておく。垂直上向きの流れにおいて添加した粒子に働く力は気流による抵抗力と、抵抗力と逆向きに働く粒子の自重である。そのために上流管においては気流の速度ｕは常に粒子の速度ｖよりも大きいので粒子の運動方程式は次式で与えられる。

$$\sigma\frac{\pi d^3}{6}\frac{dv}{dt}=C_D\frac{\pi d^2}{4}\frac{\rho u_r^2}{2}-\sigma g\frac{\pi d^3}{6} \qquad (5\cdot1)$$

ここでも C_D は式（３・11）を用い算出するので式（５・１）より次式が得られる。

$$\frac{dv}{dt}=av^2+bv+c$$

ただし、ａ，ｂ，ｃは

$$a=\frac{3\rho K_1}{4\sigma d}$$

$$b=-\frac{3\rho K_1 u}{2\sigma d}-\frac{3\nu\rho K_2}{4\sigma d^2}$$

$$c = \frac{3\rho K_1 u^2}{4\sigma d} + \frac{3\nu\rho K_2 u}{4\sigma d^2} + \frac{3\rho\nu^2 K_3}{4\sigma d^3} - g \qquad (5\cdot 2)$$

となる。ただし粒子の最終速度v_fは$v_f = u - u_s$であると仮定し[42]、節4・5・3と同様の方法で拡大面に流入する粒子速度の近似計算を行ない、両相の速度の逆転が生じているかを調べる。計算の結果、図5・23に拡大面で単一粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなる範囲を各βの値における本実験の気流速度の範囲と共に示している。斜線側がその範囲を示す。垂直下降管路の場合との比較のためにその場合と同じ粒径のガラスビーズの結果を示している。垂直上昇の場合なので当然粒子が上昇するための最低気流速度がある。計算上では粒子の浮遊速度がそれにあたる。$\beta = 0.881$の一部を除けば、全て拡大面ですでに粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなっている。しかしながら、垂直下降管路の場合の図4・27との比較から両相の速度の逆転は垂直下降管路の場合よりも小さいことがわかる。この結果から節5・5・7で述べるが、同一のβでは両相の速度の逆転の度合は垂直下降管路の方が垂直上昇管路の場合より

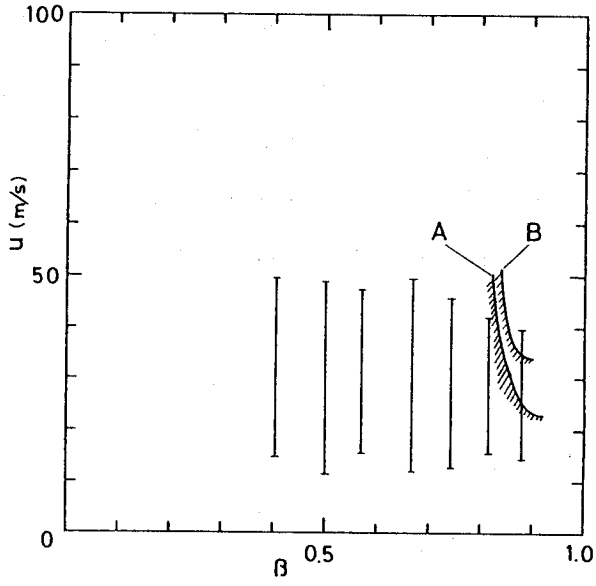


図5・23　拡大面で単一粒子速度が気流の下流管断面平均速度よりも大きくなる範囲

A：280μm Glass beads
B：151μm Glass beads
I：気流の上流管断面平均速度の実験範囲

も大きいはずであるがζ_Pの減少の度合は垂直上昇管路の方が大きくなる場合があることから粉粒体が拡大部での乱れを抑制していることがわかる。これらのことから急拡大損失の減少に与える影響は垂直下降管路においては両相の速度の逆転によるものが大きく、垂直上昇管路においては両相の速度の逆転によるものの他に粉粒体による自由せん断層や再循環域内などの気流の乱れの抑制によるものも大きいことがわかる。

5・5・4　圧力回復距離

図5・24、5・25、5・26にそれぞれ$\beta=0.570$、0.667、0.881の場合のl_E/D_2とmとの関係を示す。節3・6・5、節4・5・4に示された結果と同様に、節5・5・3の図5・13～5・15と比較すれば、同一の粉粒体に関してはl_E/D_2が空気のみの場合よりも大きくなる開始点のmの値とζ_Pが負になる開始点のmの値はほぼ一致しており、またζ_Pがほとんど負にならない場合はl_E/D_2もほとんど増加していないことがわかる。さらに同一のmの値では、緩和時間t^*が小さい粉粒体を添加した場合の方がl_E/D_2が増加する開始点のmの値は小さいことがわかる。これらの結果に関しては3方向において

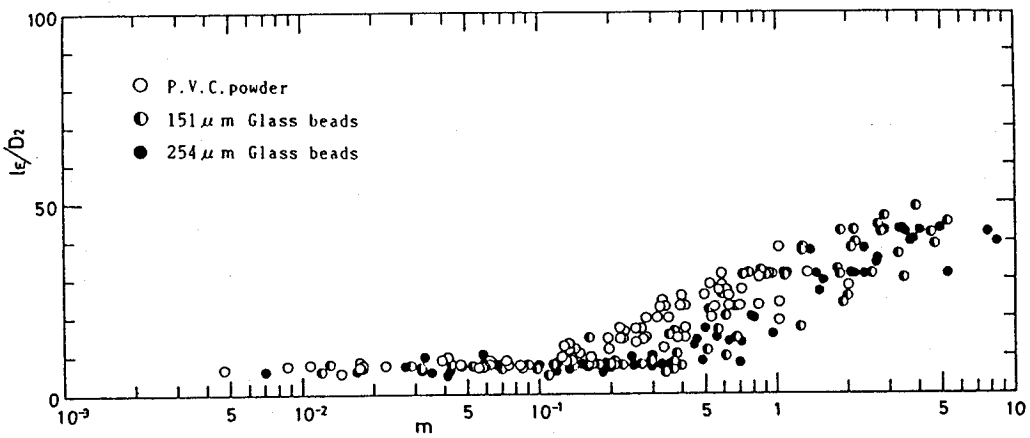


図5・24　圧力回復距離と質量流量比との関係（$\beta=0.570$）

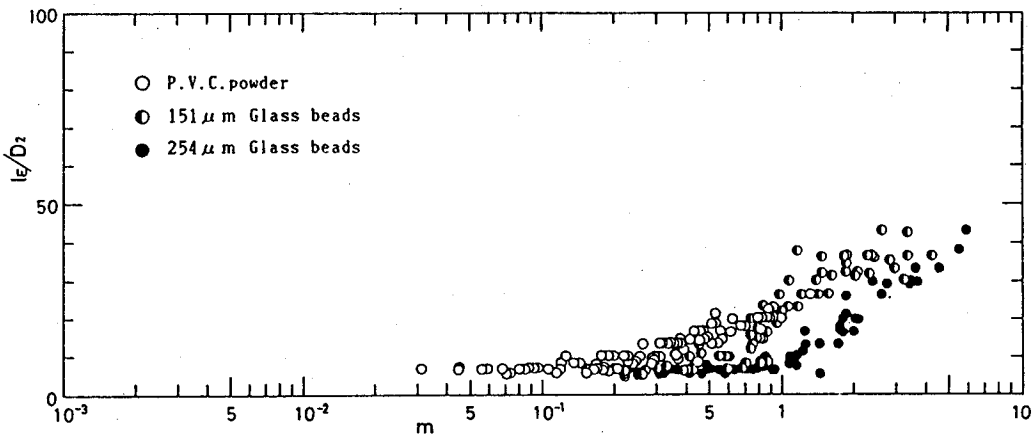


図５・25　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.667）

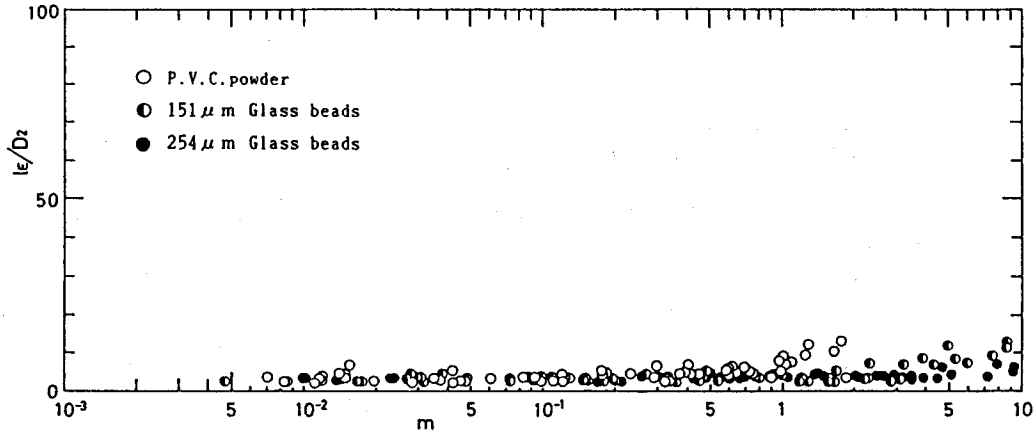


図５・26　圧力回復距離と質量流量比との関係（β＝0.881）

同じ結果が得られた。

５・５・５　試料の物性値による影響

節３・６・６、節４・５・５において水平管路と垂直下降管路を用い、添加した粉粒体の物性値や諸元の違いが急拡大損失にどのような影響を及すかを調べ、どちらの管路の場合においても同一の質量流量比ｍであればζ_pが負にな

る度合は緩和時間 t^* が小さい粉粒体を添加した場合の方が大きいという同じ傾向が示され、t^* が小さい粉粒体の方が拡大部における両相の速度の逆転が大きいことと拡大部での気流の乱れに対する抑制効果も大きいことが原因となっている。

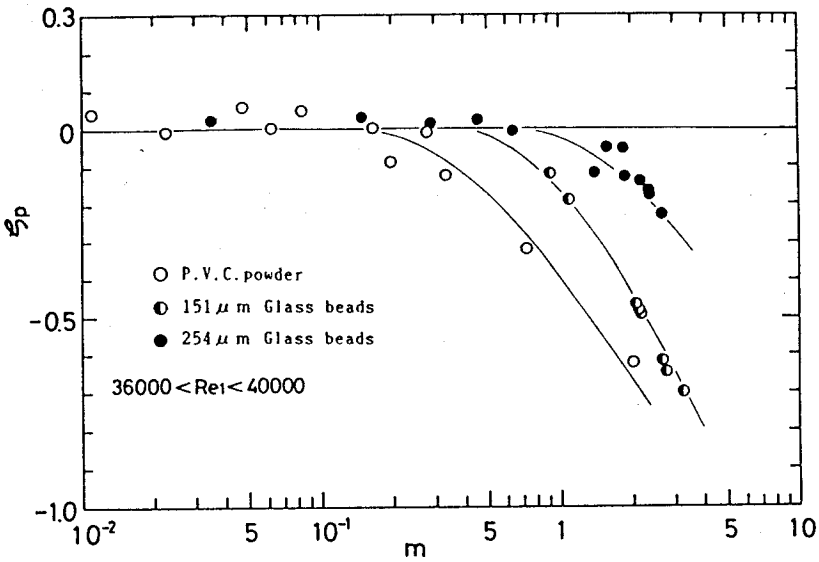


図５・27　付加拡大損失係数に与える粉粒体の物性値の影響（$\beta=0.570$）

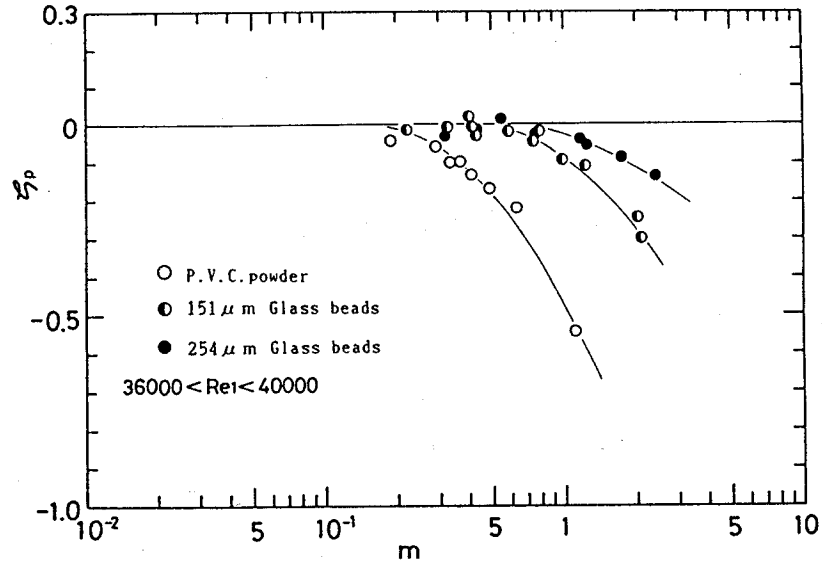


図５・28　付加拡大損失係数に与える粉粒体の物性値の影響（$\beta=0.667$）

そこで本節でも図５・27、５・28にそれぞれ$\beta=0.570$ 、$\beta=0.667$ の場合のζ_pとmとの関係を示し、添加した粉粒体の物性値や諸元の違いが急拡大損失に与える影響を調べた結果、他の２方向の管路の場合と同じ傾向となりζ_pが負になる開始点のmの値はt^*が大きい粉粒体を添加した場合の方が大きく、また同一のmの値であればt^*が小さい粉粒体を添加した場合の方がζ_pが負になる度合が大きいことが示わかる。図中に参考線を示している。

なお、同一のβの値の管路に同一のt^*の粉粒体を添加した場合、ζ_pが負になる開始点や、ζ_pが負になる度合が管路の方向によってどのようになるかに関しては後述の節５・５・７で詳しく述べる。

５・５・６　直径比による影響

節３・６・７、４・５・６で水平管路の場合と垂直下降管路の場合において管路の直径比の違いが急拡大損失にどのように影響するかについて調べた。その結果、βの値が約0.667 を境としてその値以下では、βの値が増加すると共にζ_pの減少の度合が大きくなり、またその値を超えるとβの値の増加と共にζ_pの減少の度合が小さくなることつまりζ_pの減少の度合には限界があることがわかった。

そこで本節においても同じ傾向になるかを調べるため図５・29、５・30、５・31に、それぞれＰ.Ｖ.Ｃ. パウダ、平均粒径$d=151\mu m$のガラスビーズ、$d=254\mu m$のガラスビーズを添加した場合のζ_pとmとの関係をβをパラメータとして示している。なお上流管基準のレイノルズ数R_{e1}の範囲と参考線を示している。その結果、上述の他の２方向の場合と同じ傾向が示されており、やはりζ_pの減少の度合には限界があることがわかる。このことに関しては節４・５・６で述べたように両相の速度の逆転によってだけでは理解されず、βの値が減少すると共に付着渦などが大きくなりそれにとられる運動エネルギーが増加することや、逆にβの値が増加すると拡大部での粒子と管壁との摩擦や衝突による圧力損失が増加することなどが原因となっていると考えられる。

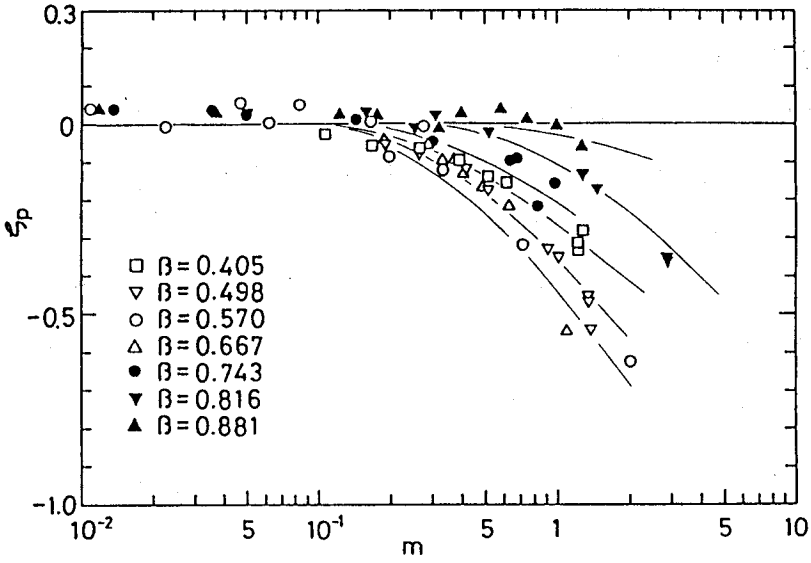


図５・29　付加拡大損失係数に与える直径比の影響
（P.V.C.パウダ、35000＜R_{e1}＜40000）

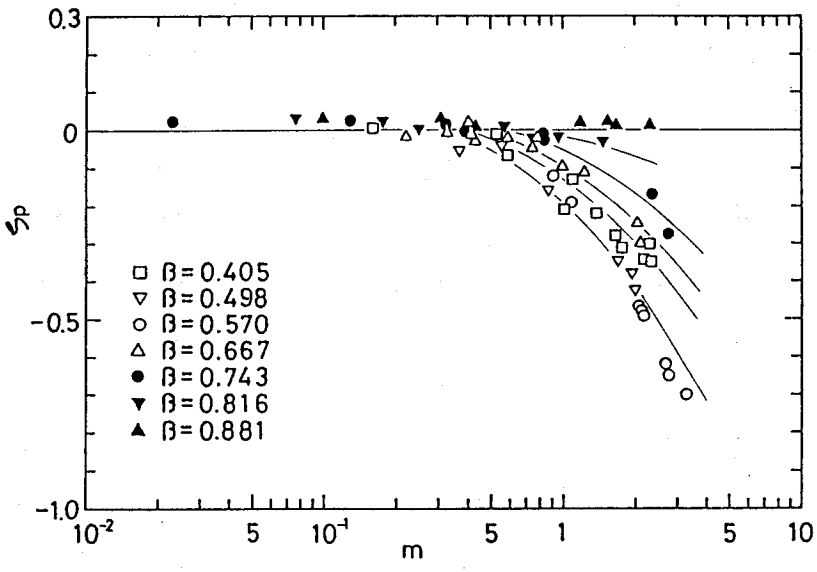


図５・30　付加拡大損失係数に与える直径比の影響
（d＝151μm ガラスビーズ、36000＜R_{e1}＜40000）

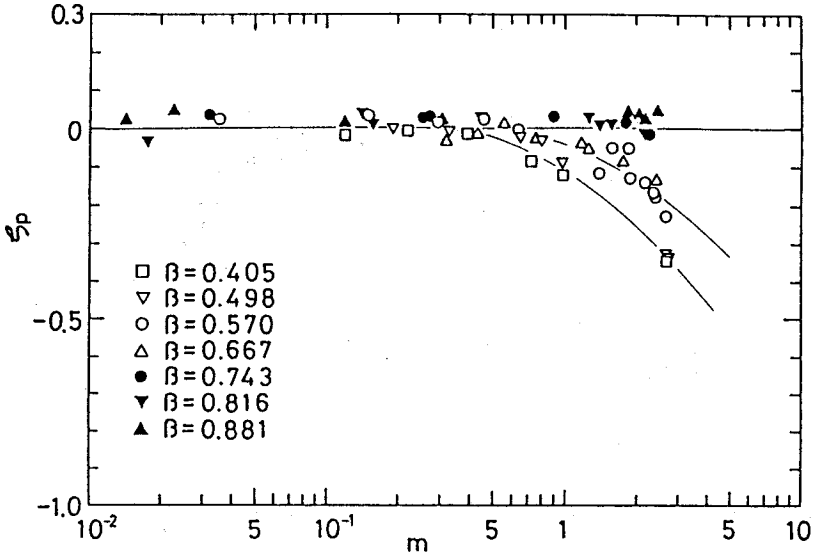


図５・31　付加拡大損失係数に与える直径比の影響
（ｄ＝254μｍ ガラスビーズ、36000＜R_{e1}＜40000）

５・５・７　管路の方向による固気二相流の急拡大損失への影響

本節までに粉粒体を添加した場合の各方向の管路における急拡大損失について調べてきた。そこで本節では、各流れ方向に関して得られた付加拡大損失係数ζ_pの差異について比較、検討する。β＝0.571 に関して図５・32、５・33、５・34にＰ．Ｖ．Ｃ．パウダー、ｄ＝151μｍのガラスビーズ、ｄ＝254μｍのガラスビーズを添加した場合のζ_pとｍとの関係をそれぞれの方向について示す。またβ＝0.667 に関しても図５・35、５・36、５・37に示すがこの場合は水平管路においてβ＝0.667 の場合の実験を行なっていないので図に示していない。同一のβで同一の粉粒体を添加した場合はζ_pが負になる開始点のｍの値は流れ方向によらずほぼ一定である。また、開始点以降のζ_pの減少の度合もβ＝0.570 の場合は垂直下降管路、水平管路、垂直上昇管路ともほとんど差がみられない。またβ＝0.667 の場合においては若干垂直上昇管路の場合の方が垂直下降管路の場合よりもζ_pの減少の度合が大きい。ここで興味深いことは節５・

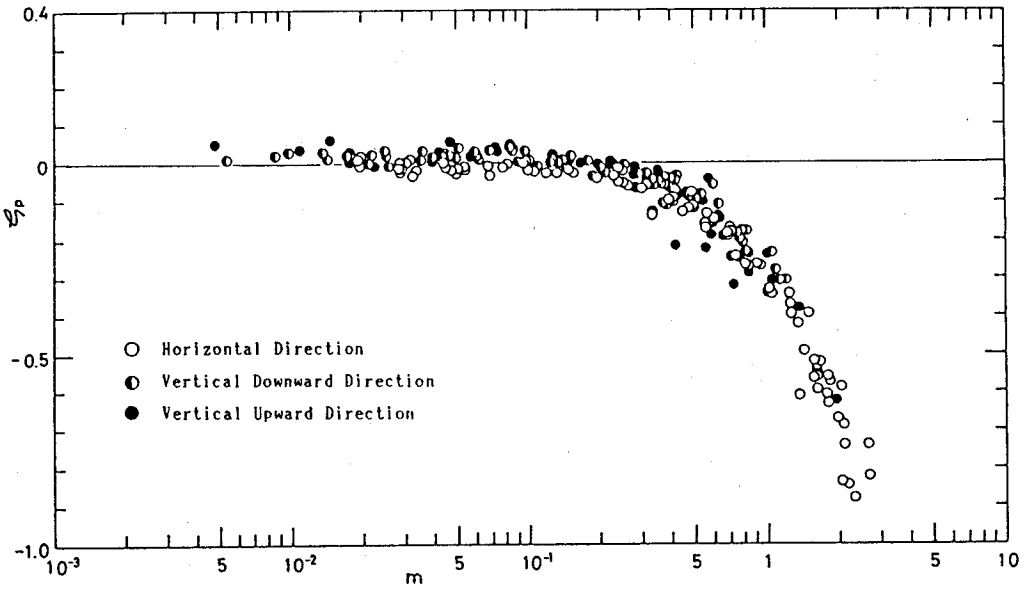


図５・32　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（P.V.C.パウダ、β =0.570）

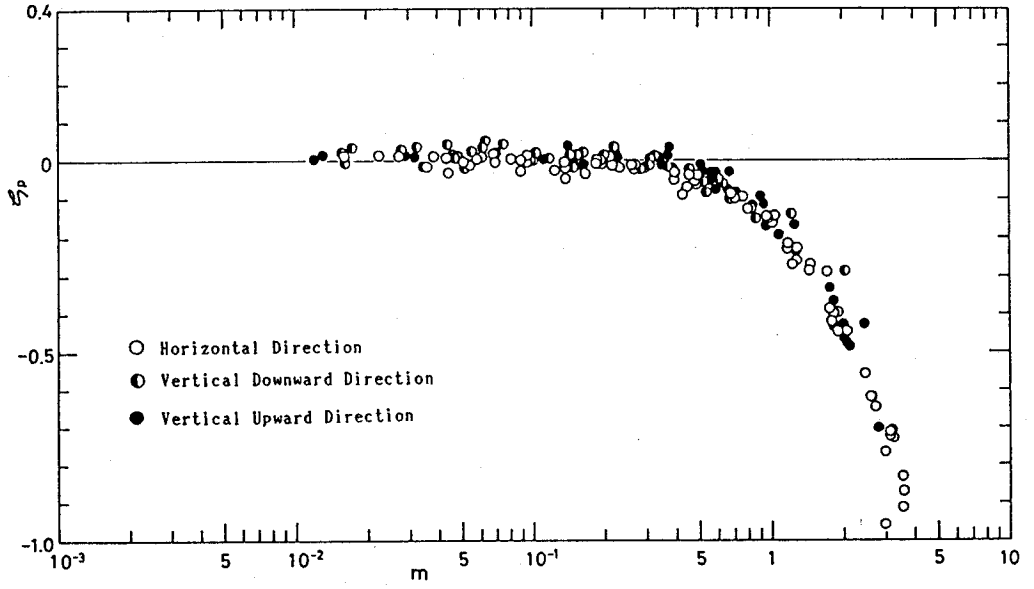


図５・33　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（ d =151μm ガラスビーズ、β =0.570）

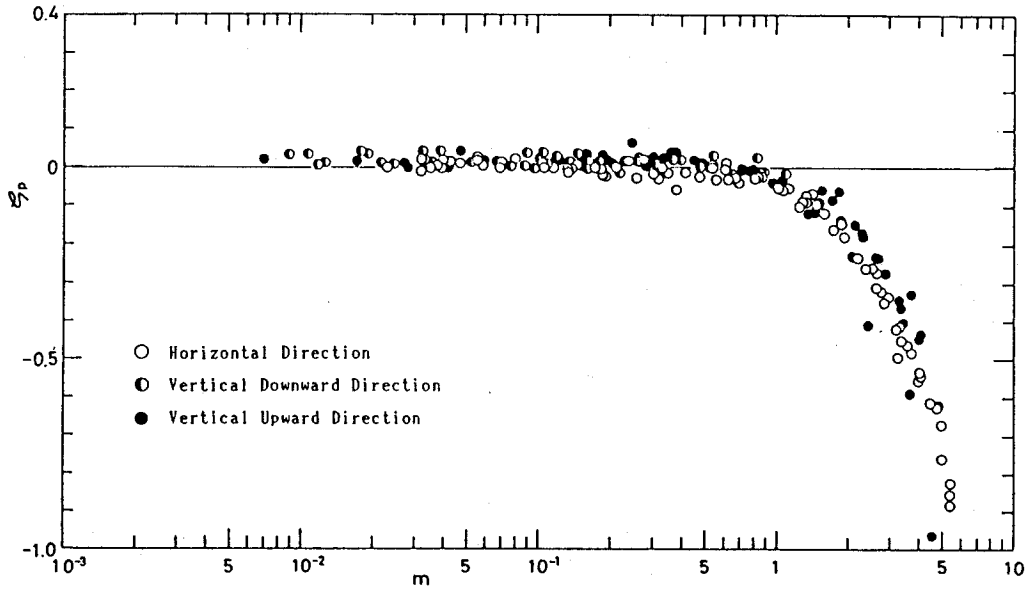


図５・34　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（ｄ＝254μｍ ガラスビーズ、β＝0.570）

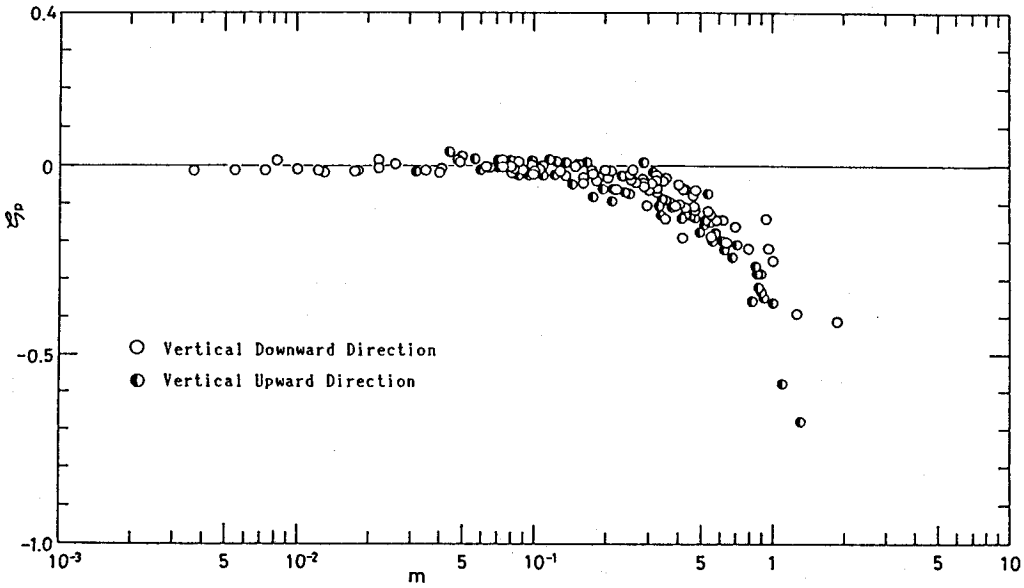


図５・35　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（P.V.C.パウダ、β＝0.667）

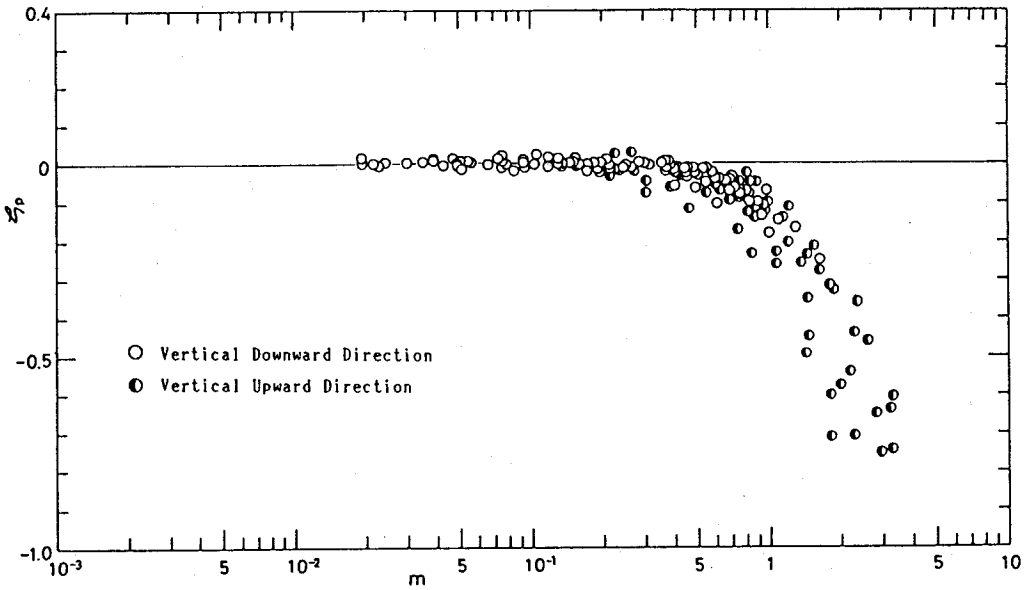


図５・36　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（ｄ＝151μｍ ガラスビーズ、β＝0.667）

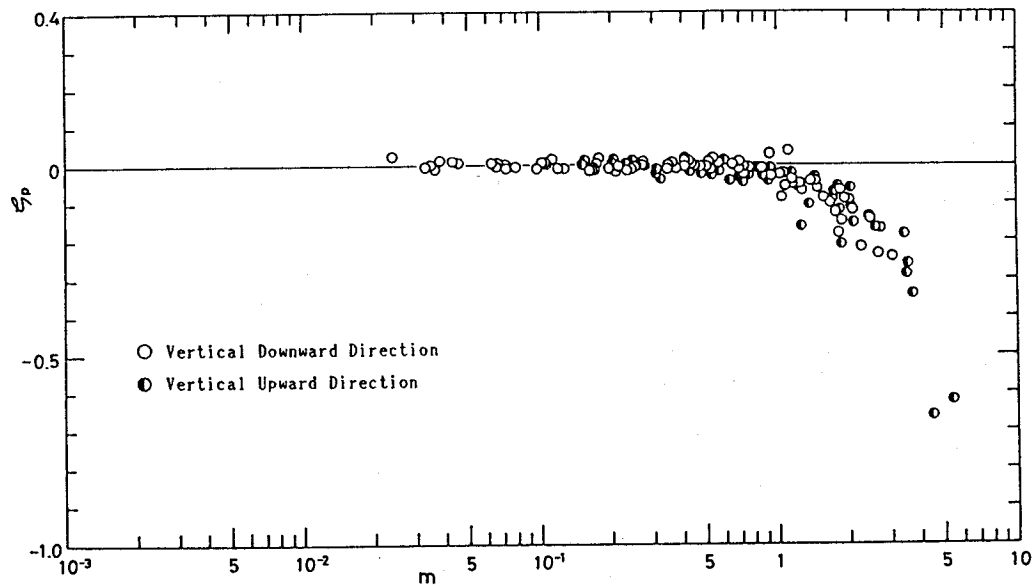


図５・37　付加拡大損失係数に与える流れ方向による影響
（ｄ＝254μｍ ガラスビーズ、β＝0.570）

5・3の最後で少し述べたが、重力の方向と逆の垂直上昇管路の流れの場合が重力の方向と同じ垂直下降管路の流れの場合とζ_pの減少の度合がほとんど等しいかあるいは大きいことである。緩和時間が小さい粒子ではあまり大きい差はないが緩和時間が大きい粒子ほど拡大部における粉粒体の慣性による両相の速度の逆転は垂直下降管路の流れの場合の方が垂直上昇管路の流れの場合よりも大きくなると考えられるが、ζ_pの減少の度合は逆に垂直上昇管路の流れの場合の方が大きくなっている場合がある。従って、この結果に関しては両相の速度の逆転によることだけからでは説明できない。

固気二相流の急拡大損失の減少の主な原因としては第1章で述べたように両相の速度の逆転によることの他に、拡大部での両相の速度の逆転と粉粒体添加による拡大部における自由せん断層や再循環域などでの流れの乱れの抑制があげられる。両相の速度の逆転は重力の影響のため垂直下降管路の場合の方が大きいが、また一方、重力の影響のため垂直上昇管路の場合は垂直下降管路の場合に比べて拡大部に生じる自由せん断層や再循環域内により多くの粉粒体が混入する可能性が生じる。特に垂直下降管路の流れに鉄球を添加した場合ではその慣性の大きさのためにほとんどそこに混入しないと考える。節1・2で述べたようにレーザ流速計によるステップ後流の乱れの測定等[10]~[16]から定量的にはまだ示されていないが粉粒体の混入はステップ部での気流の乱れを抑制することが確かめられているので本実験の場合、垂直下降管路の場合よりも垂直上昇管路の場合の方が拡大部においてより大きな乱れの抑制が生じていることがわかる。また節5・5・3の考察からも垂直上昇管路の場合にはζ_pの減少に与える影響は両相の速度の逆転によるものの他に拡大部での流れの乱れの抑制によるものも大きいといえる。

5・6 結　　論

本章では、垂直上昇管路においても水平、垂直下降方向の流れと同じ条件で粉粒体添加の影響が現われるかということや、流れ方向による違いを7種類の

直径比の管路を用い、３種類の粉粒体を使用して実験的に調べた。得られた結果を以下に示す。

（１）　どの方向の流れにおいても、粉粒体添加の影響が現われる開始点にのみ着目すれば重力の影響は無視でき、またその開始点の流束リチャードソン数の値はどの方向の流れに対しても約1.5×10^{-3} となった。

（２）　同一直径比において、同一の粉粒体を添加した場合は、付加拡大損失係数が負になる度合は流れ方向によってほとんど差はないが垂直下降方向の流れよりも垂直上昇方向の流れの方が大きくなる場合があった。

（３）　垂直下降管路の場合と同じく直径比の値が減少すると共に付加拡大損失係数の減少の度合が大きくなるがその度合には限界があることが示された。

第６章　総　　括

産業界における管内空気輸送は、その輸送効率や環境衛生の面からも重要視され、現在多種多様な形で数多く取り入れられている。カプセル輸送など特別な場合を除き、通常は浮遊輸送の形がとられており、その設計においては、いかに多くの被輸送物をより小さな動力で設定された場所に輸送するかということが重要な問題となる。その場合、最小輸送速度や管路の圧力損失を知ることが重要であり、すでに多くの研究がなされている。しかしながら、長距離空気輸送の場合に、気流の速度の増加を防ぐために、しばしば管路の断面積を拡大することがあるが、その場合の損失に関する研究は数少ない。そのため、その損失についてはほとんど考慮されていないのが現状である。そのため本研究は、この損失現象を明らかにする目的で行なわれたものである。

第２章では、この損失現象を理論的に検討するために、両相の連続の式と運動方程式から出発し、時間平均操作などを行ない両相の平均量と変動分の運動エネルギ式を求め、両相間の運動エネルギの伝達の機構を調べ、拡大部において固相の速度が気相の速度よりも大きい場合に回復圧力が気相のみの場合よりも大きくなり、急拡大損失が気相のみの場合よりも小さくなる可能性を生じることを示した。また、それらの度合は緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が大きいと推測された。なおこの章では、この損失現象をまとめるパラメータとして気相の平均流のせん断とレイノルズ応力によるエネルギ生成に対する添加物（固相）による乱れの付加的生成項の負の比を流束リチャードソン数と定義し、その近似式を求めた。そして第２章以降において現象をまとめるパラメータとして使用した。

第３章では、水平管路において粉粒体を添加した場合の実験を７種類の直径比の管路を用い、３種類の粉粒体を使用し質量流量比を変えて行なった。粉粒体を添加した気流の速度分布は、ある程度質量流量比が大きくなれば拡大後においては、空気のみの場合と異なり平坦になることなしに発達した。第２章で

求めた流束リチャードソン数で回復圧力と付加拡大損失係数をまとめた結果、どちらも直径比が約0.600 以下であればうまくまとまりどの直径比の場合も流束リチャードソン数が約1.5×10^{-3} 以上になると回復圧力は空気のみの場合よりも増加し、付加拡大損失係数は負になった。直径比が約0.600 以上になるとどちらもうまくまとまらず、直径比の増加と共に回復圧力と付加拡大損失に粉粒体添加の影響が現われる流束リチャードソン数の値は増加し、その影響の度合は小さくなった。同一直径比でほぼ同一の気流速度の場合、粉粒体添加の影響が現われる質量流量比の値は、緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が小さく、さらに質量流量比が同じであれば緩和時間が小さい粉粒体を添加した場合の方が回復圧力が増加する度合は大きく、付加拡大損失係数が負になる度合も大きくなった。また$0.570\leqq\beta\leqq0.881$の範囲での実験ではほぼ同一気流速度の条件で同じ粉粒体を添加した場合は直径比が小さくなると共に付加拡大損失係数が負になる度合は大きくなった。圧力回復距離が空気のみの場合よりも増加する条件（質量流量比の値または流束リチャードソン数の値）と付加拡大損失係数が負になる条件とはほぼ一致した。

第４章では、垂直下降管路において８種類の直径比の管路を用い、粉粒体を３種類変えて同様の実験を行なった。その結果、直径比の値が約0.667 以下であれば粉粒体添加の影響が現われる開始点は鉄球を添加した場合を除き、水平管路における流束リチャードソン数の値と同じくその値は約1.5×10^{-3} となった。このことはその開始点にのみ着目すれば理論での仮定や重力の影響を無視したことの妥当性を示している。静圧分布は水平管路の場合と異なり質量流量比が増加するとついには拡大後に極大値をもたなくなった。鉄球を添加した場合は回復圧力はほとんどの場合空気のみの場合よりも大きくなることがなく、付加拡大損失係数もほとんどの場合負にならなかった。そこで一様気流中に単一粒子を添加した場合の簡単な計算から鉄球の場合は、拡大部において他の粉粒体の場合と異なり気流の速度が粒子の速度よりも大きい場合があることが予想された。また、$0.405\leqq\beta\leqq0.881$の範囲での実験から、直径比の値が減少す

ると共に両相の速度の逆転からζ_pの減少の度合が大きくなるが、その度合には限界があることがわかった。

第５章では、垂直上昇管路において７種類の直径比の管路を用い粉粒体を３種類変えて同様の実験を行なった。その結果、直径比の値が約0.667 以下であれば他の２方向の場合と同じく粉粒体添加の影響が現われる開始点は、流束リチャードソン数で約1.5×10^{-3} となった。また、粉粒体を添加した場合の管路の方向による急拡大損失の減少に与える効果は水平管路、垂直下降管路、垂直上昇管路ともほとんど差はないが、垂直上昇管路の場合の方が垂直下降管路の場合よりも大きくなることがあった。このことから、垂直上昇管路においては、拡大損失の減少に及す要因として、両相の速度の逆転によることと共に添加された粉粒体の拡大部における気流の乱れの抑制によることもあげられる。

以上の実験的研究の結果、拡大部において両相の速度の逆転を生じるならば、通常の浮遊輸送においては、少なくとも急拡大損失は空気のみの場合よりも大きく見積もる必要はないことがわかった。

謝　　辞

本研究は昭和50年から九州工業大学工学部機械工学教室において開始され、引き続き昭和55年から久留米工業大学機械工学教室において行なわれた結果をまとめたものである。

本論文作成以前から現在に至るまで、ご多忙中にもかかわらず終始、懇切丁寧なご指導、ご鞭撻を賜わりました大阪大学工学部の森川敬信教授ならびに研究頭初から一貫して懇切丁寧なご指導、ご鞭撻を賜わりました九州工業大学工学部の富田侑嗣教授、退官された上滝具貞教授に衷心より感謝の意を表します。

また、ご多忙の中、本論文の懇切な校閲、ご指導を賜わりました大阪大学工学部の三宅　裕教授、水谷幸夫教授に深く感謝致します。

おわりに、本研究を行なうにあたり、有益なご助言をいただいた九州工業大学粉体工学実験施設長の湯　晋一教授ならびに粉体工学研究室の諸氏に深く感謝致します。

昭和61年10月

田　代　博　之

参　考　文　献

(1) たとえば　森川：流体－固体二相流，(昭54)，152，日刊工業新聞社．

(2) たとえば　Soo,S.L.：J. Powder and Bulk Solids Technology, 4(1980), 33.

(3) Jung,R.：Brestoff-Warme-Kraft, Bd.18, Nr.8(1966), 377.

(4) 山本，高嶋，山口，田中，森川：機論，42-364(昭51)，3921.

(5) Crowe,C.T.,Stock,D.E.：International J. for Numerical Methods in Engineering, Vol.10, (1976)185.

(6) Soo,S.L.：Fluid Dynamics of Multiphase Systems, (1967), 248, Blaisdell, Waitham.

(7) Saffman,P.G.：J. Fluid Mech.,Vol.13, (1962), 120.

(8) Owen,P.R.：J. Fluid Mech.,Vol.39, (1969), 421.

(9) 上滝，富田：機論，40-330 (昭49)，435.

(10) 辻，森川，高橋，上地，潮海：機論，47-417(昭56)，801.

(11) 辻，森川，上地，川崎，関口：機論，48-434(昭57)，1901.

(12) 辻，森川，潮海：機論，50-452(昭59)，1000.

(13) 前田，菱田，古谷：機論，46-412(昭55)，2313.

(14) Maeda,M.,Kiyota,H.,Hishida,K.：Proc. 7th IHTC, 5(1982), 249.

(15) 菱田，和南城，前田：機論，51-467(昭60)，2176.

(16) 菱田，金子，前田：機論，51-467(昭60)，2330.

(17) Gosman,A.D.,Pun,W.M.,Runchal,A.K.,Spalding,D.B.,Wolfshtein,M.：Heat and Mass Transfer in Recirculating Flow, Academic Press, (1969).

(18) Spalding,D.B.,Runchal,A.K.,Kanpur,I.I.T.：Imperial College Mech.Eng.Dept.Rep.,EF/TN/A/39.

(19) Moon,L.F.,Rudinger,G.：J. of Fluids Eng.,Trans. ASME,

(1977), 226.

(20) Celenligil,M.C.,Mellor,G.L. : J. of Fluids Eng.,Trans. ASME, vol.107, (1985), 467.

(21) Kwon,O.K.,Pletcher,R.H. : J. of Fluids Eng.,Trans. ASME,vol.108, (1986),64.

(22) Kwon,O.K.,Pletcher,R.H. : J. of Fluids Eng.,Trans. ASME,vol.108, (1986),70.

(23) Westphal,R.V.,Eaton,J.K.,Johnston,J.P. : J. of Fluids Eng., ASME, vol.103, (1981),478.

(24) たとえば Crowe,C.T. : J. of Fluids Eng.,Trans. ASME, Vol.104, (1982), 297.

(25) たとえば Durst,F.,Milojevic,D.,Schonung,B. : Appl. Math. Modelling, Vol.8, (1984) 101.

(26) Di Giacinto,M.,Sabetta,F.,Piva,R. : J. of Fluid Eng.,Trans. ASME, Vol.104, (1982) 304.

(27) Soo,S.L. : The Physics of Fluids, Vol.20, No.4, (1977) 568.

(28) Chao,B.T.,Sha,W.T.,Soo,S.L. : Int. J. Multiphase Flow, Vol.4, (1978) 219.

(29) Lumley,J.L.,Panofsky,H.A. : The Structure of Atmospheric Turbulence, (1964), 73, John Wiley and Sons, Inc.

(30) Chaturvedi,M.C. : Proc. ASCE, J. Hydraulics Div., Vol.89, (1963), 61.

(31) たとえば Rouse,H. : Elementary Mechanics of Fluid, (1946), 257, John Wiley and Sons, Inc.

(32) たとえば 植松：機論，2-7(昭11), 254.

(33) Archer,W.H. : Trans. ASCE., (1852),999.

(34) Gibson,A.H. : Trans.Roy.Soc.Edin., Vol.48, (1911),97.

(35) Lipstein,N.J. : ASHRAE JOURNAL, (1962) 43.

(36) たとえば　村田，三宅：水力学，(昭54)，56，理工学社．

(37) Benedict,R.P.,Carlucci,N.A.,Swetz,S.D. : J. of Eng. for Power, Trans. ASME, Vol.88, (1966) 73.

(38) Benedict,R.P.,Wyler,J.S.,Dudek,J.A.,Gleed,A.R. : J. of Eng.for Power, Trans. ASME, (1976) 327.

(39) Morsi,S.A.,Alexander,A.J. : Proc. Pneumotransport, 1, BHRA Fluid Eng., (1971), B2.

(40) Laats,M.K. : Inzh. Fiz. Zh., 10(1966), 11.

(41) 森川：粉砕，第28号(1984)，29.

(42) 上滝：粉粒体の空気輸送，(昭60)，100,日刊工業新聞社．