The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	種々の元素のγ線吸収係数とRaγ，Co60γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表
Author(s)	尾内，能夫
Citation	日本医学放射線学会雑誌．1954，14(8)，p．495-501
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/16069
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

種々の元素のγ線吸收係數と Raγ, Co^{60} γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表

癌研究會附屬病院放射線科 尾 内 能 夫
(部長 塚 本 憲 甫)

(昭和29年月6日9受付)

I. 緒 言

最近種々の放射性物質が治療，工業用試驗および實驗に用いられるようになり，特にγ線の遮蔽の問題がやかましくいわれるようになつてきた．そこで我々は前に，Co^{60} および Ra のγ線を鉛で遮蔽する場合の計算圖表を作つておいたが[1]，鉛以外の物質で遮蔽する場合にはどの位の厚さのものを選んだらよいかを求めるために種々の元素の吸收係數を知つておく必要がある．又γ線の實驗をする場合にも，種々の元素の吸收係數を知つておくことは色々の點で便利と思われる．種々の元素の吸收係數は既に Davisson 等[2] によつて計算されているが，それには線吸收係數は計算されていない．又質量吸收係數は種々の著書[3-8] に記載されているが，それらは殆んど全吸收係數のみであつて Compton 吸收，光電吸收，電子對創生による吸收の個々については記されていない．しかもこれは比較的低エネルギーについてのみであつて 2MeV 以上については殆んど計算されていない．しかし現在，我國に於ても各所でベータートロンが試作されているので近い將來にそれによる治療も始められるものと思われる．そこで我々は 0.1MeV から 5MeV のエネルギー範圍のγ線について線吸收係數を計算し，更に Compton 散亂線について Hirschfelder[9] の理論値を考慮して，Ra Co^{60} γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表を作つてみた．

II. 鉛の吸收係數から他の元素の吸收係數を計算する近似式

γ線は物質中で三種の獨立した相互作用，即ち Compton 吸收光電吸收，電子對創生による吸收によつてエネルギーを吸收される．これらについての理論的考察は既に多くの人によつて行われている[2]．それらの理論式から種々の元素の吸收係數を計算することが可能であるが，我々は鉛の吸收係數から他の元素の吸收係數を近似的に求める方法によつて計算しようと思う．そこで三種の吸收の過程についての理論式が原子番號 Z と共にどう變化しているか考察し，鉛の吸收係數から他の元素の吸收係數を計算できる近似式を求める．

1. Compton 效果による吸收については Klein-仁科[10] が量子論的に取扱つて計算している．即ち電子當りの全吸收斷面積（吸收係數に相當するもの）${}_e\sigma$ は

$$
{}_e\sigma = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha}\log(1+2\alpha) \right] + \frac{11}{2\alpha}\log(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2)^2\alpha} \right\} \qquad (1)
$$

$$
r_0 = e^2/mc^2 = 2.8182\times 10^{-3}\mathrm{cm}
$$

$$
\alpha = h\nu/mc^2,\ mc^2 = 0.5108\mathrm{MeV}
$$

で表わされる．この式からわかるように ${}_e\sigma$ は原子番號 Z には無關係でエネルギー α のみに關係している．しかし原子當りの吸收斷面積 ${}_a\sigma$ は ${}_a\sigma = Z\,{}_e\sigma$ なることより Z に比例することになる．

2. 光電效果による吸收についても多くの人々によつて理論的な解析がなされているが，これの正確な解を求めることは仲々困難である．これは Hulme, McDougall, Buckingham, Fowler[11], Hall[22], Sauter[13], Heitler[14] 等によつて計算されているが原子當りの吸收斷面積 ${}_aT$ は γ 線のエネルギーによつてZとの關係が多少異つている．即ち ${}_aT$ は Z^n に比例し，n は4と5の間の値をとる．Gray[9]は γ 線のエネルギーがK吸收端 $d\kappa$ よりも大きい時には

$$ {}_aT=3.45\times10^{-6}\ r_0^2\frac{Z^4}{\alpha^3}(1+0.008Z)\times\left(1-\frac{\alpha_k}{4\alpha}-\frac{\alpha_k{}^2}{1.21\alpha}\right) \qquad (2)$$

で表わされるとしている．これによると ${}_aT$ は Z^4 に近似的に比例すると考えて大過はないと思われる．特に ${}_aT$ は γ 線エネルギーが1MeV 以上では全吸收係數に比して頗る小さく，Z の小さい物質では殆んど零に近く，我々のこれから計算する0.1MeV から5MeV のエネルギー範圍では Z^4 が十分な近似値となると考えられる．

3. 電子對創生による吸收は γ 線のエネルギーが $2mc^2$ (1.02MeV) より大きい時にのみ起り，Bethe と Heitler[15] が理論的に計算して $10mc^2$ (5.108MeV)より小さいエネルギーの γ 線についての原子當りの吸收斷面積 ${}_aK$ を

$$ {}_aK=0.25\ 45r_0^2(Z^2/137)(\alpha-2.332) \qquad (3)$$

で表わしている．これにより ${}_aK$ は Z^2 に比例している．

以上で原子當りの吸收斷面積がZと共にどう變るかゞわかつたが，この原子當りの吸收斷面積 ${}_a\mu$ と線吸收係數 μ との間には

$$ \mu=\rho N(Z/A)\ {}_e\mu=\rho(N/A)\ {}_a\mu \qquad (4)$$

なる關係がある．こゝに ρ, A, ${}_e\mu$, N はそれぞれの物質の密度，原子量，電子當りの吸收斷面積および Avogadro 數を示す．

そこで鉛の線吸收係數，密度，原子量，原子番號をそれぞれ $\mu_{Pb}=\tau_{Pb}+\sigma_{Pb}\kappa_{Pb}$, ρ_{pb}, A_{pb}, Z_{pb} とし他の元素のそれをそれぞれ $\mu=\tau+\sigma+\kappa$, ρ, A, Zとすると，(1), (2), (3), (4) 式より近似的に

$$ \tau=\tau_{pb}(\rho/\rho_{pb})\ (A_{pb}/A)\ (Z/Z_{pb})^4 \qquad (5)$$

$$ \kappa=\kappa_{pb}(\rho/\rho_{pb})\ (A_{pb}/A)\ (Z/Z_{pb})^2 \qquad (6)$$

$$ \sigma=\sigma_{pb}(\rho/\rho_{pb})\ (A_{pb}/A)\ (Z/Z_{pp}) \qquad (7)$$

なる關係式が得られる．これらの式を書き換えて質量吸收係數で表わすと

$$ \frac{T}{\rho}=\frac{T_{pb}}{\rho_{pb}}\cdot\frac{A_{pb}}{Z_{pb}}\cdot\frac{Z}{A}(Z/Z_{pb})^3 \qquad (8)$$

$$ \frac{K}{\rho}=\frac{K_{pb}}{\rho_{pb}}\cdot\frac{A_{pb}}{Z_{pb}}\cdot\frac{Z}{A}(Z/Z_{pb}) \qquad (9)$$

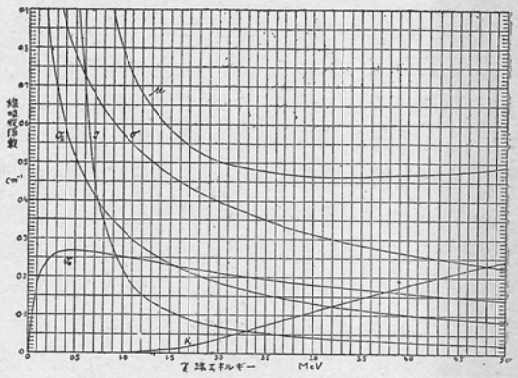
$$ \frac{\sigma}{\rho}=\frac{\sigma_{pb}}{\rho_{pb}}\cdot\frac{A_{pb}}{Z_{pb}}\cdot\frac{Z}{A} \qquad (10)$$

となる．これらの式によつて鉛の線吸收係數あるいは質量吸收係數から他の元素の線吸收係數あるいは質量吸收係數を求めることができる．

III. 種々の元素の線吸收係數

先ず鉛の線吸收係數を Davisson[2] の計算した原子當りの吸收斷面積を基礎にして0.1MeV から5MeV の γ 線について計算すると第1圖の如くなる．この鉛の線吸收係數を用いて (5), (6), (7) 式により他の元素の線吸收係數を計算した．

第1圖　鉛の γ 線吸收係數



IV. 遮蔽に必要な鉛の厚さから他の元素で遮蔽する場合の厚さを求める法

強度 I_0 の γ 線が厚さXを通過すると強度Iはよく知られているように

$$ I=I_0\ e^{-\mu x}$$

となる．そこで今，強度 I_0 の γ 線が鉛（線吸收係數 μ_{pb}) x_{pb} cm と他の元素(線吸收係數 μ) x cm で同じ強度になるとすると

$$ I=I_0\ e^{-\mu_{pb}x_{pb}}=I_0\ e^{-\mu x}$$

$$ \mu_{pb}\cdot x_{pb}=\mu\cdot x$$

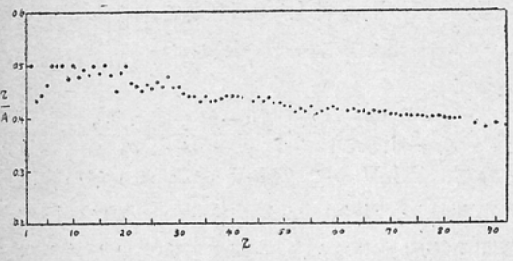
$$\frac{\mu_{pb}}{\mu}=\frac{x}{x_{pb}}$$

となつて，鉛の線吸收係數と他の元素の線吸收係數との比がわかれば遮蔽に必要な鉛の厚さから他の元素で遮蔽するに必要な厚さを求めることができる．しかし前の報告[1]で述べたようにCompton散亂線が問題となる．よつてCompton散亂線がγ線のエネルギーと物質とによつてどう異なるかについて考察してみる必要がある．

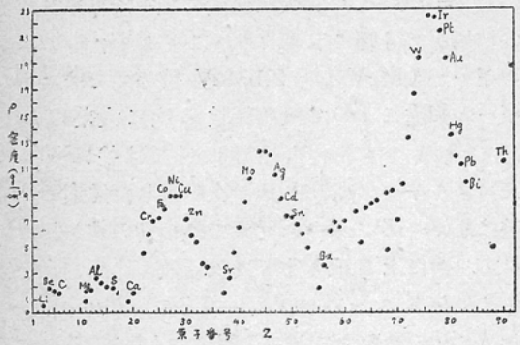
1．Compton吸收係數の全吸收係數に對する割合

Compton吸收，光電吸收，電子對創生による吸收係數の全吸收係數に對する割合はγ線のエネルギーと元素によつて異なるが，まず元素によつてどう變るかを理論式について考察する．Compton線吸收係數は（7）式に示されているように$\rho(Z/A)$に比例する．Z/Aは第2圖に示すようにZの增大と共に少しづゝ減少するかその變化は僅かである．ρは第3圖に示すようにZに無關係ではないがZに決して比例していない．從つてCompton線吸收係數はZが大きいからといつて必しも大きくはならない．このことは光電吸收，電子對創生による線吸收係數についてもいえる．しかし質量吸收係數はρに無關係になるから（8），（9），（10）式からわかるように，Compton質量吸收係數σ/ρはZ/Aに比例し，從つてZの增大と共に少しづゝ小さくなる．光電吸收による質量吸收係數T/ρは$(Z/A)\cdot Z^3$に比例するのでZと共に著しく大きくなる．電子對創生による質量吸收係數K/ρは$(Z/A)\cdot Z$に比例するからZと共に大きくなる．從つてComptonの散亂係數σ_sの全吸收係數μに對する割合が物質によつて異なる．又この割合はγ線のエネルギーによつても變る．第4圖にCompton散亂線が全部入るとした場合の線吸收係數$\mu-\sigma_s$とこれが全く入らないとした場合の線吸收係數μとの比がγ線エネルギーと元素によつてどう變るかを示す．それによるとγ線エネルギーの低い方，即ち光電吸收の大きいエネルギーのところでZによる差が最も著しいが，中間のエネルギー1.5MeVから2MeVの範圍ではその差が最も小さく，更にエネルギーが高くなると差が僅かではあるが大きくなつている．

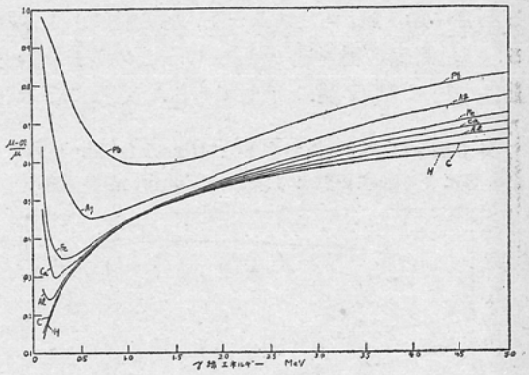
第2圖　原子量と原子番號との比



第3圖　原子番號と密度



第4圖　γ線エネルギーと$(\mu-\sigma_s)/\mu$との關係



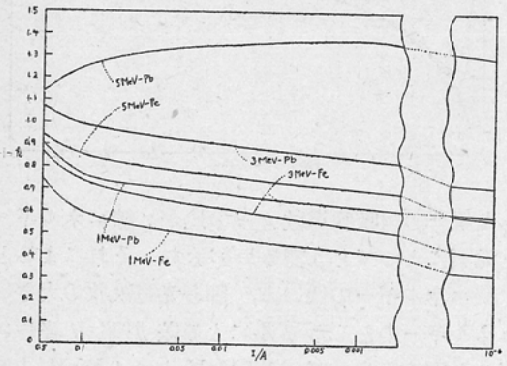
2．多重散亂を考慮したHirschfelderの計算による鉛，鐵，コンクリート，水の有效吸收係數

上に述べたことのためにCompton散亂係數σ_sの取り方によつて鉛と他の物質の吸收係數の比が異つてくる．そこで幅の廣いγ線が物質を通過する際に，Compton散亂線がその物質の種類およびγ線のエネルギーによつてどう變るかを知る必要が

ある．Hirschfelder は平行な幅の廣い γ 線の吸收について多重散亂を考慮して，鉛，鐵，コンクリート，水について理論的に計算しているが，それによつて Compton 散亂係數 σ_s がどう變るかをしらべてみる．

Hirschfelder の計算した有效線吸收係數 μ' は吸收體の厚さによつてその値が變化する．今，$\mu'=T+K+\sigma_a+K\sigma_s$ とおき，T, K, σ_a, σ_s に前の理論値を入れて $k=\sigma'_s/\sigma_s$ (σ'_s は Hischfelder の計算値から求められるみかけ上の Compton 散亂係數となる)．を求めると k は吸收體の種類，厚さおよび γ 線のエネルギーによつて異る．エネルギーが等しく，I/A（Aなる强度の γ 線が吸收體を通過後Iなる强度となる．）が等しくなる厚さでは鉛の k が最も小さく，鐵，コンクリート，水の順に大きくなる．即ち Compton 散亂線の入つてくる割合は鉛，鐵，コンクリート，水の順に小さくなる．（散亂線の絶對量ではない）．この様子を鉛と鐵について第5圖に示してある．それによると

第5圖　多重散亂を考慮した Hirschfelder の計算による吸收係數より求めた Compton 散亂線



I/A が小さくなるにつれて即ち，厚さが大きくなると5MeV の γ 線に對する鉛を除いて1−k が小さくなる．即ち，σ_s と σ'_s が近づくわけでCompton 散亂線があまり入つてこなくなることを示している．又エネルギーが大きい程1−k が大きく，從つて Compton 散亂線の入つてくる割合がなつている．(Compton 散亂線の絶對量とは別で大きくあることは云うまでもない)．

3．γ 線の遮蔽の場合に必要な鉛の線吸收係數と他の元素の線吸收係數との比

Hirschfelder の計算から明らかなように Compton 散亂線が全く入らない場合の鉛の線吸收係數と他の元素のそれとの比を，遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算するのに用いることは適當でない．しかし Hirschfelder の計算通りに Compton 散亂線を考えたのでは問題がわづらわしくなるので物質の厚さと γ 線のエネルギーによつて Compton 散亂線は變化しないと假定する．更に物質によつて k が異なるわけであるが個々の元素について k を決めることは困難である．しかし Hirschfelder の理論で1MeV（おそらく2MeV まで)の γ 線に對しては鐵についての k は0.5に近いし，それより Z の小さい元素では k は0.5より大きいと考えられる．又鉛の k は0.5より小さいからすべての物質について k を0.5として吸收係數の比をとると，これは小さすぎることはないと考えられる．即ち鉛の線吸收係數を $(\mu-0.5\sigma_s)_{pb}$ とすると實際の鉛の有效線吸收係數 $[\mu-(1-k)\sigma_s]_{pb}$ は $k<0.5$ なることから $(\mu-0.5\sigma_s)_{pb}>[\mu-(1-k)\sigma_s]_{pb}$，又鐵より Z の小さい元素の線吸收係數を $\mu-0.5\sigma_s$ とすると實際の有效線吸收係數 $\mu-(1-k)\sigma_s$ は $k>0.5$ なることより

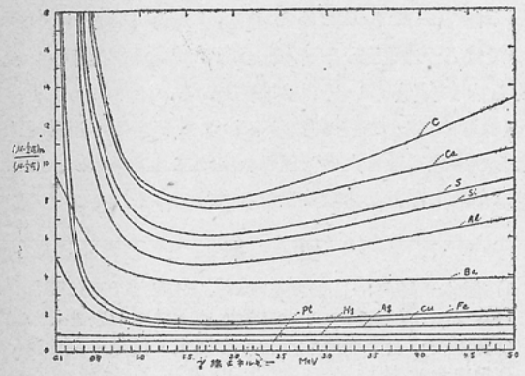
$$(\mu-0.5\sigma_s)<\mu-(1-k)\sigma_s$$

從つて

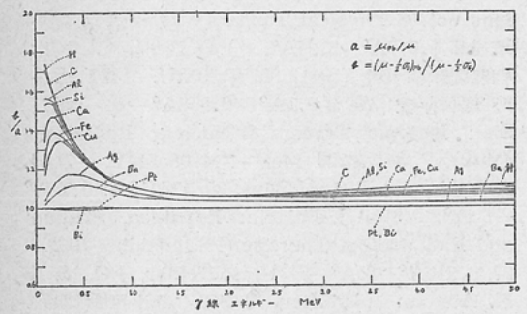
$$\frac{(\mu-0.5\sigma_s)_{pb}}{(\mu-0.5\sigma_s)}>\frac{[\mu-(1-k)\sigma_s]_{pb}}{\mu-(1-k)\sigma_s}$$

となる．1MeV から 2MeV のエネルギー範圍より小さいか，大きいエネルギーの γ 線については疑問の餘地があるが，一應の目安にはなると考えられるので0.1MeV から5MeV までの γ 線について $k=0.5$ として線吸收係數の比を計算する．その結果を第6圖に示す．それによると γ 線のエネルギーが1MeV から2.5MeV 位の間ではエネルギーの相違によつて吸收係數の比に大差はないが，それよりエネルギーの低い方では差が著しい．又エネルギーの高い方では Z の大きい元素では大差はないが Z の小さい元素では相當の差が認められる．次に k の取り方で吸收係數の比がどう變化するかをみるために，$(\mu-0.5\sigma_s)_{pb}/(\mu-0.5\sigma_s)$ と μ_{Pb}/μ の比を取ると第7圖の如くなる．それによ

第6圖　γ線エネルギーと $(\mu-1/2\sigma_s)_{Pb}/(\mu-1/2\sigma_s)$



第7圖　γ線エネルギーとb/aとの關係

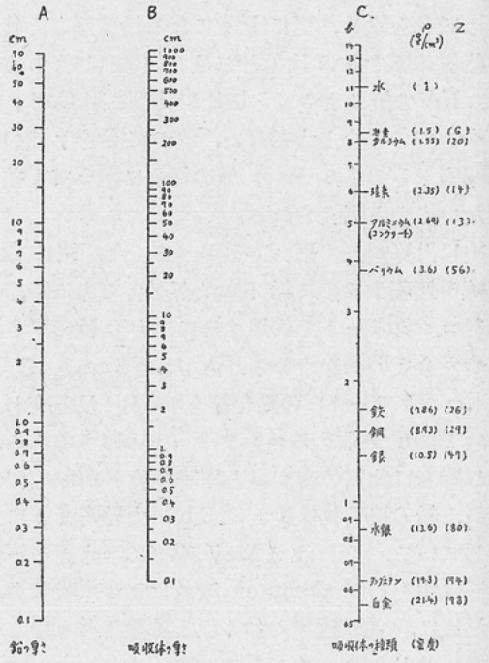


ると1MeVより低いエネルギーではその比の差が大きく，特にZの小さい元素程この差が著しい．また1MeVよりも高いエネルギーの範圍ではこの差は10%以内にとゞまる．

V. Ra, Co^{60} γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する圖表

前に報告[1]したRaおよびCo^{60} γ線の遮蔽の計算圖表によつて遮蔽に必要な鉛の厚さを求めることができるから，この鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表を，こゝに得られた鉛の線吸收係數と他の元素の線吸收係數との比を用いてつくる．

第8圖　Co^{60} γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質に換算する計算圖表



Co^{60} γ線は1.17MeVと1.33MeVの2本であるから第6圖の1.2MeVのところの値をとつて鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する計算圖表をつくる．（第8圖）

Raγ線の場合にはエネルギーが0.1MeVから2.2MeVの範圍にわたつているので第6圖のどのエネルギーについての値をとつてよいか判斷に困難を感ずる．そこでRaγ線のそれぞれについ

第1表　Raγ線の鉛中の吸收と鐵，アルミニウム，水中の吸收の比較
同じ強度(I/A)になる鉛の厚さと他の物質の厚さとの比

I/A		0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.03	0.02	0.01	Co^{60} γ
Pb	厚さ	1(cm)	1.8	2.7	4	5.6	6.8	7.8	9.6	—
	比	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Fe	厚さ	2(cm)	3.5	5	7.3	10	11.5	13	15.7	—
	比	2	1.94	1.85	1.83	1.79	1.69	1.67	1.64	1.75
Al	厚さ	6(cm)	10.6	14.4	20.7	27.5	32.7	37.3	45.5	—
	比	6	5.9	5.33	5.18	4.91	4.8	4.78	4.74	5
H_2O	厚さ	14.5(cm)	26	35	51.7	69.1	83	95	114	—
	比	14.5	14.4	13	12.9	12.3	12.2	12	11.9	11

て鉛，鐵，アルミニウム，水中の吸收を吸收係數を$\mu-0.5\sigma_s$として計算し，全エネルギーについての吸收を求め，更にI/Aになる鉛の厚さと他の三物質の厚さとの比をとると第1表に示すように，I/Aの値によつてその比が異なるがCo^{60} γ線についての場合と大差ない．從つてCo^{60} γ線の計算圖表をそのまゝRa γ線の場合に用いても差支えないものと考えられる．

次に計算圖表の用い方をのべる．今，假にCo^{60} γ線を遮蔽するのに鉛5cmが必要である時，これをコンクリートで代用するにはどの位の厚さがあつたらよいかを求める．「A」尺の5cmと「C」尺の「コンクリート」の點を結んで「B」尺と交わる點，25cmが求めるコンクリートの厚さである．なお圖表に物質の密度ρと原子番號Zが記してあるが，鉛の線吸收係數との比bが大體密度ρに比例している．これは1MeV程度のエネルギーのγ線は主としてCompton吸收によつて吸收されるために，前に述べた如く原子番號よりもむしろ密度ρに比例することを示している．

VI. 結　語

0.1MeVから5MeVまでのγ線について，種々の元素の線吸收係數を鉛の線吸收係數より近似的に求め，Compton散亂線を考慮してRaおよびCo^{60} γ線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する計算圖表をつくつた．しかしこの圖表そのものはこれを作成した基礎理論からして，實地に用いてよいと思われる大體の近似値を基に作られたものであるから，實際の場合にあたつてはこの圖表のみを賴らずに線量を實測しておくことが望ましいのは勿論である．

（終りに臨んで種々御教示下さつた部長塚本憲甫博士ならびに東京教育大學物理學教室の三輪光雄教授，影山誠三郎氏に深甚な謝意を表する次第である）．

文　獻

1) 塚本，尾内：日醫放誌 14巻，3號，190頁(1954)「RaおよびCo^{60} γ線の遮蔽についての考察とその計算圖表」，日本醫學放射線學會關東・信越・東北連合地方會に於て發表 (1953, 10, 3.)—2) C.M. Davisson & R.D. Evans: Rev. Mod. Phys. 24, 79 (1952). —3) Smithonian Miscellaneous Collections Vol.88, Physical Tables (Washington 1933) P. 545 0.017A°～2.25A°. —) 4) 西川篠原，中川：物理實驗學10巻 (1941) 297頁 50X.U.—140X.U. —5) 理科年表：297頁 0.1A°—9.868A°—6) W.E. Siri: Isotopic Tracers & Nuclear Radiations (1949), P. 34 0.0296 MeV—2.4708 MeV. —7) J. A. Victoren: J. Appl.Phys. 20, 114 (1949) 0.01A°—50A°. —8) A.J. Delario: Roentgen, Radium and Radioisotope Therapy (Philadelphia 1953) P 27, 0.010A°—25A°—9) Hirschfelder, J.O., & E. N. Adams: phys.Rev. 73, 852, and 863 (1948), —10) O. Klein & Y. Nishina: Z. physik, 52, 853 (1929). —11) Hulme, McDougall, Buckingham & Fowler: Proc. Roy. Soc. (London) 149A, 131 (1935). —12) H. Hall: Phys. Rev. 45, 620 (1934). 13) F. Sauter: Ann. Physik, 9, 217 (1931). —14) W. Heitler: The Quantum Theory of Radiation (New York, 1936), p. 123. —15) Bethe & Heitler: Proc. Roy. Soc. (London) 146A 83 (1934),

Gamma-Ray Linear Absorption Coefficients of Various Elements and Nomogram of Shielding for Raγ-and Co^{60} γ-Rays by Various Elements.

by

Yoshio Onai, Physicist

Radiological Division, Hospital of Japanese Foundation for Cancer Research, Tokyo, Japan.

(Director: Kempo Tsukamoto M.D., Chief Radiologist)

As we have already made the nomogram of shielding for Raγ-and Co^{60} γ-Rays by (Pb) in the previous report, we intend to make another nomogram of shielding for γ-ray by other elements in this paper.

For this purpose we first calculated four linear absorption coefficients of Pb : T (photoel-

ectric absorption), K (pair production), σ_a (Compton absorption) and σ_s (Compton scattering) for γ rays in energy range from 0.1MeV to 5MeV by using the atomic cross section computed by C. Davisson. From these values which we obtained for Pb we then calculated the linear absorption coefficients of various other elements by using approximate equations.

Further necessary considerations, in taking the ratios of the absorption coefficient of Pb to that of other elements, were discussed by computed values from the Hirschfelder's theory of multiple scattering. From these considerations, it is concluded that the ratios may be taken such as $(\mu-\frac{1}{2}\sigma_s)_{pb}/(\mu-\frac{1}{2}\sigma_s)$ in the case of shielding, where $(\mu-{}^1/_2\sigma_s)_{pb}$ is effective linear adsoption coefficient of pb, $(\mu-{}^1/_2\sigma_s)$ is that of other elements and μ is total linear absorption coefficient. So we calculated the raitos $(\mu-\frac{1}{2}\sigma_s)_{pb}/(\mu-\frac{1}{2}\sigma_s)$ of various elements in this way and from these values we made the nomogram to convert the thickness of pb into that of any other element in the case of shielding of Raγ-and Co^{60} γ-rays.