



Title	種々の元素の γ 線吸収係数とRa γ , Co60 γ 線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表
Author(s)	尾内, 能夫
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1954, 14(8), p. 495-501
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/16069
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

種々の元素の γ 線吸収係数と $\text{Ra}\gamma$, $\text{Co}^{60}\gamma$ 線の

遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の

厚さに換算する計算圖表

癌研究會附屬病院放射線科 尾 内 能 夫

(部長 塚 本 憲 甫)

(昭和29年月6日9受付)

I. 緒 言

最近種々の放射性物質が治療、工業用試験および實驗に用いられるようになり、特に γ 線の遮蔽の問題がやかましくいわれるようになってきた。そこで我々は前に、 Co^{60} および Ra の γ 線を鉛で遮蔽する場合の計算圖表を作つておいたが¹⁾、鉛以外の物質で遮蔽する場合にはどの位の厚さのものを選んだらよいかを求めるために種々の元素の吸収係数を知つておく必要がある。又 γ 線の實驗をする場合にも、種々の元素の吸収係数を知つておくことは色々の點で便利と思われる。種々の元素の吸収係数は既に Davisson 等²⁾によつて計算されているが、それには線吸収係数は計算されていない。又質量吸収係数は種々の著書³⁻⁶⁾に記載されているが、それらは殆んど全吸収係数のみであつて Compton 吸収、光電吸収、電子對創生による吸収の個々については記されていない。しかもこれは比較的低エネルギーについてのみであつて 2 MeV 以上については殆んど計算されていない。しかし現在、我國に於ても各所でベータートロンが試作されているので近い將來にそれによる治療も始められるものと思われる。そこで我々は 0.1 MeV から 5 MeV のエネルギー範囲の γ 線について線吸収係数を計算し、更に Compton 散亂線について Hirschfelder⁹⁾の理論値を考慮して、 Ra Co^{60} γ 線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算する計算圖表を作つてみた。

II. 鉛の吸収係数から他の元素の吸収係数を計算する近似式

γ 線は物質中で三種の獨立した相互作用、即ち Compton 吸収光電吸収、電子對創生による吸収によつてエネルギーを吸収される。これらについての理論的考察は既に多くの人によつて行われている²⁾。それらの理論式から種々の元素の吸収係数を計算することが可能であるが、我々は鉛の吸収係数から他の元素の吸収係数を近似的に求める方法によつて計算しようと思う。そこで三種の吸収の過程についての理論式が原子番號 Z と共にどう變化しているか考察し、鉛の吸収係数から他の元素の吸収係数を計算できる近似式を求める。

1. Compton 効果による吸収については Klein-仁科¹⁰⁾が量子論的に取扱つて計算している。即ち電子當りの全吸収斷面積 (吸収係数に相當するもの) σ は

$$\sigma = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \log(1+2\alpha) \right] + \frac{11}{2\alpha} \log(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2 \alpha} \right\} \quad (1)$$

$$r_0 = e^2/mc^2 = 2.8182 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\alpha = h\nu/mc^2, mc^2 = 0.5108 \text{ MeV}$$

で表わされる。この式からわかるように σ は原子番號 Z には無關係でエネルギー α のみに關係している。しかし原子當りの吸収斷面積 σ_0 は $\sigma_0 = Z\sigma$ なることより Z に比例することになる。

2. 光電効果による吸収についても多くの人々によつて理論的な解析がなされているが、これの正確な解を求めることは仲々困難である。これは Hulme, McDougall, Buckingham, Fowler¹¹⁾, Hall¹²⁾, Sauter¹³⁾, Heitler¹⁴⁾ 等によつて計算されているが原子當りの吸収断面積 aT は γ 線のエネルギーによつて Z との関係が多少異つてゐる。即ち aT は Z^n に比例し、 n は 4 と 5 の間の値をとる。Gray⁹⁾ は γ 線のエネルギーが K 吸収端 dk よりも大きい時には

$$aT = 3.45 \times 10^{-6} r_0^2 \frac{Z^4}{\alpha^3} (1 + 0.008Z) \times \left(1 - \frac{\alpha_k}{4\alpha} - \frac{\alpha_k^2}{1.21\alpha} \right) \quad (2)$$

で表わされるとしている。これによると aT は Z^4 に近似的に比例すると考えて大過はないと思われる。特に aT は γ 線エネルギーが 1 MeV 以上では全吸収係数に比して頗る小さく、 Z の小さい物質では殆んど零に近く、我々のこれから計算する 0.1 MeV から 5 MeV のエネルギー範囲では Z^4 が十分な近似値となると考えられる。

3. 電子対創生による吸収は γ 線のエネルギーが $2mc^2$ (1.02 MeV) より大きい時にのみ起り、Bethe と Heitler¹⁵⁾ が理論的に計算して $10mc^2$ (5.108 MeV) より小さいエネルギーの γ 線についての原子當りの吸収断面積 aK を

$$aK = 0.25 \cdot 45r_0^2 (Z^2/137) (\alpha - 2.332) \quad (3)$$

で表わしている。これにより aK は Z^2 に比例している。

以上で原子當りの吸収断面積が Z と共にどう變るか分かつたが、この原子當りの吸収断面積 $a\mu$ と線吸収係数 μ との間には

$$\mu = \rho N(Z/A) e\mu = \rho(N/A) a\mu \quad (4)$$

なる関係がある。ここに ρ , A , $e\mu$, N はそれぞれの物質の密度、原子量、電子當りの吸収断面積および Avogadro 数を示す。

そこで鉛の線吸収係数、密度、原子量、原子番号をそれぞれ $\mu_{pb} = \tau_{pb} + \sigma_{pb} + \kappa_{pb}$, ρ_{pb} , A_{pb} , Z_{pb} とし他の元素のそれをそれぞれ $\mu = \tau + \sigma + \kappa$, ρ , A , Z とすると、(1), (2), (3), (4) 式より近似的に

$$\tau = \tau_{pb}(\rho/\rho_{pb}) (A_{pb}/A) (Z/Z_{pb})^4 \quad (5)$$

$$\kappa = \kappa_{pb}(\rho/\rho_{pb}) (A_{pb}/A) (Z/Z_{pb})^2 \quad (6)$$

$$\sigma = \sigma_{pb}(\rho/\rho_{pb}) (A_{pb}/A) (Z/Z_{pb}) \quad (7)$$

なる関係式が得られる。これらの式を書き換えて質量吸収係数で表わすと

$$\frac{T}{\rho} = \frac{T_{pb}}{\rho_{pb}} \cdot \frac{A_{pb}}{Z_{pb}} \cdot \frac{Z}{A} (Z/Z_{pb})^3 \quad (8)$$

$$\frac{K}{\rho} = \frac{K_{pb}}{\rho_{pb}} \cdot \frac{A_{pb}}{Z_{pb}} \cdot \frac{Z}{A} (Z/Z_{pb}) \quad (9)$$

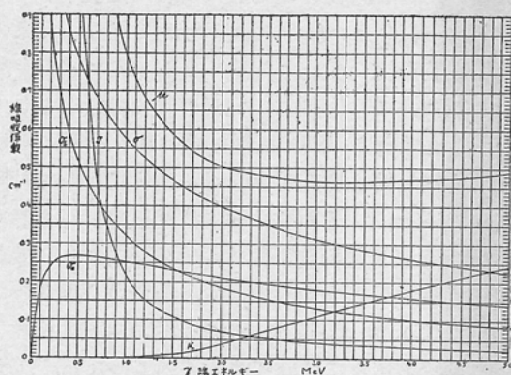
$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\sigma_{pb}}{\rho_{pb}} \cdot \frac{A_{pb}}{Z_{pb}} \cdot \frac{Z}{A} \quad (10)$$

となる。これらの式によつて鉛の線吸収係数あるいは質量吸収係数から他の元素の線吸収係数あるいは質量吸収係数を求めることができる。

III. 種々の元素の線吸収係数

先ず鉛の線吸収係数を Davisson²⁾ の計算した原子當りの吸収断面積を基礎にして 0.1 MeV から 5 MeV の γ 線について計算すると第 1 圖の如くなる。この鉛の線吸収係数を用いて (5), (6), (7) 式により他の元素の線吸収係数を計算した。

第 1 圖 鉛の γ 線吸収係数



IV. 遮蔽に必要な鉛の厚さから他の元素で遮蔽する場合の厚さを求める法

強度 I_0 の γ 線が厚さ X を通過すると強度 I はよく知られているように

$$I = I_0 e^{-\mu X}$$

となる。そこで今、強度 I_0 の γ 線が鉛 (線吸収係数 μ_{pb}) x_{pb} cm と他の元素 (線吸収係数 μ) x cm で同じ強度になるとすると

$$I = I_0 e^{-\mu_{pb} x_{pb}} = I_0 e^{-\mu x}$$

$$\mu_{pb} \cdot x_{pb} = \mu \cdot x$$

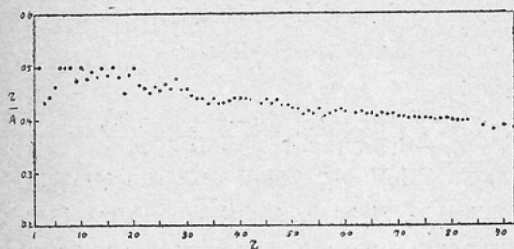
$$\frac{\mu_{\text{pb}}}{\mu} = \frac{X}{X_{\text{pb}}}$$

となつて、鉛の線吸収係数と他の元素の線吸収係数との比がわかれば遮蔽に必要な鉛の厚さから他の元素で遮蔽するのに必要な厚さを求めることができる。しかし前の報告¹⁾で述べたように Compton 散乱線が問題となる。よつて Compton 散乱線が γ 線のエネルギーと物質とによつてどう異なるかについて考察してみる必要がある。

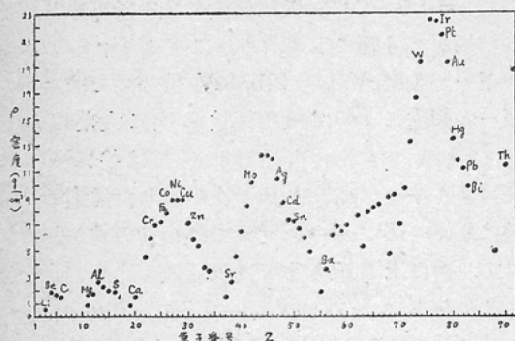
1. Compton 吸収係数の全吸収係数に対する割合

Compton 吸収、光電吸収、電子対創生による吸収係数の全吸収係数に対する割合は γ 線のエネルギーと元素によつて異なるが、まず元素によつてどう変わるかを理論式について考察する。Compton 線吸収係数は (7) 式に示されているように $\rho(Z/A)$ に比例する。 Z/A は第2圖に示すように Z の増大と共に少しづつ減少するかその変化は僅かである。 ρ は第3圖に示すように Z に無関係ではないが Z に決して比例していない。従つて Compton 線吸収係数は Z が大きいからといって

第2圖 原子量と原子番号との比

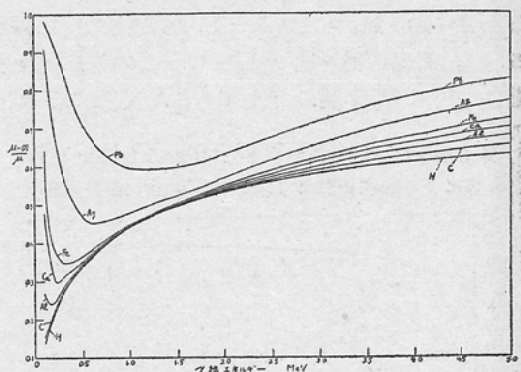


第3圖 原子番号と密度



必しも大きくはならない。このことは光電吸収、電子対創生による線吸収係数についてもいえる。しかし質量吸収係数は ρ に無関係になるから (8), (9), (10) 式からわかるように、Compton 質量吸収係数 σ/ρ は Z/A に比例し、従つて Z の増大と共に少しづつ小さくなる。光電吸収による質量吸収係数 T/ρ は $(Z/A) \cdot Z^3$ に比例するので Z と共に著しく大きくなる。電子対創生による質量吸収係数 K/ρ は $(Z/A) \cdot Z$ に比例するから Z と共に大きくなる。従つて Compton の散乱係数 σ_s の全吸収係数 μ に対する割合が物質によつて異なる。又この割合は γ 線のエネルギーによつても変わる。第4圖に Compton 散乱線が全部入るとした場合の線吸収係数 $\mu - \sigma_s$ とこれが全く入らないと

第4圖 γ 線エネルギーと $(\mu - \sigma_s)/\mu$ との関係



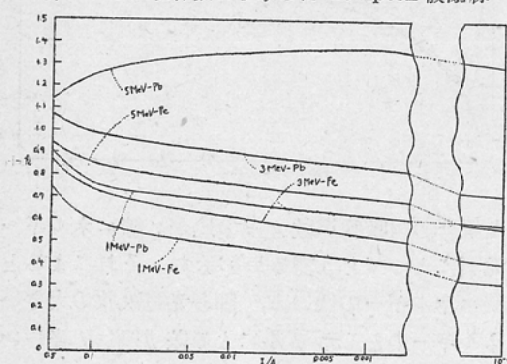
した場合の線吸収係数 μ との比が γ 線エネルギーと元素によつてどう変わるかを示す。それによると γ 線エネルギーの低い方、即ち光電吸収の大きいエネルギーのところで Z による差が最も著しいが、中間のエネルギー 1.5 MeV から 2 MeV の範囲ではその差が最も小さく、更にエネルギーが高くなると差が僅かではあるが大きくなっている。

2. 多重散乱を考慮した Hirschfelder の計算による鉛、鉄、コンクリート、水の有効吸収係数
上に述べたことのために Compton 散乱係数 σ_s の取り方によつて鉛と他の物質の吸収係数の比が異つてくる。そこで幅の広い γ 線が物質を通過する際に、Compton 散乱線がその物質の種類および γ 線のエネルギーによつてどう変わるかを知る必要が

ある。Hirschfelder は平行な幅の廣い γ 線の吸収について多重散亂を考慮して、鉛、鐵、コンクリート、水について理論的に計算しているが、それによつて Compton 散亂係數 σ_s がどう變るかをしらべてみる。

Hirschfelder の計算した有效線吸収係數 μ' は吸収體の厚さによつてその値が變化する。今、 $\mu' = T + K + \sigma_a + K\sigma_s$ とおき、 T, K, σ_a, σ_s に前の理論値を入れて $k = \sigma'_s / \sigma_s$ (σ'_s は Hirschfelder の計算値から求められるみかけ上の Compton 散亂係數となる)。を求めると k は吸収體の種類、厚さおよび γ 線のエネルギーによつて異なる。エネルギーが等しく、 I/A (A なる強度の γ 線が吸収體を通過後 I なる強度となる。) が等しくなる厚さでは鉛の k が最も小さく、鐵、コンクリート、水の順に大きくなる。即ち Compton 散亂線の入つてくる割合は鉛、鐵、コンクリート、水の順に小さくなる。(散亂線の絶對量ではない)。この様子を鉛と鐵について第 5 圖に示してある。それによると

第 5 圖 多重散亂を考慮した Hirschfelder の計算による吸収係數より求めた Compton 散亂線



I/A が小さくなるにつれて即ち、厚さが大きくなると 5MeV の γ 線に対する鉛を除いて $1-k$ が小さくなる。即ち、 σ_s と σ'_s が近づくわけで Compton 散亂線があまり入つてこなくなることを示している。又エネルギーが大きい程 $1-k$ が大きく、従つて Compton 散亂線の入つてくる割合がなつていく。(Compton 散亂線の絶對量とは別で大きくあることは云うまでもない)。

3. γ 線の遮蔽の場合に必要な鉛の線吸収係數

と他の元素の線吸収係數との比

Hirschfelder の計算から明らかなように Compton 散亂線が全く入らない場合の鉛の線吸収係數と他の元素のそれとの比を、遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質の厚さに換算するのに用いることは適當でない。しかし Hirschfelder の計算通りに Compton 散亂線を考えたのでは問題がわづらわしくなるので物質の厚さと γ 線のエネルギーによつて Compton 散亂線は變化しないと假定する。更に物質によつて k が異なるわけであるが個々の元素について k を決めることは困難である。しかし Hirschfelder の理論で 1MeV (おそらく 2MeV まで) の γ 線に対しては鐵についての k は 0.5 に近いし、それより Z の小さい元素では k は 0.5 より大きいと考えられる。又鉛の k は 0.5 より小さいからすべての物質について k を 0.5 として吸収係數の比をとると、これは小さすぎることはないと考えられる。即ち鉛の線吸収係數を $(\mu - 0.5\sigma_s)_{pb}$ とすると實際の鉛の有效線吸収係數 $[\mu - (1-k)\sigma_s]_{pb}$ は $k < 0.5$ なることから $(\mu - 0.5\sigma_s)_{pb} > [\mu - (1-k)\sigma_s]_{pb}$ 、又鐵より Z の小さい元素の線吸収係數を $\mu - 0.5\sigma_s$ とすると實際の有效線吸収係數 $\mu - (1-k)\sigma_s$ は $k > 0.5$ なることより

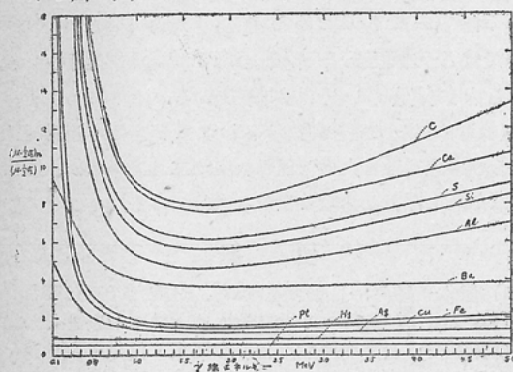
$$(\mu - 0.5\sigma_s) < \mu - (1-k)\sigma_s$$

従つて

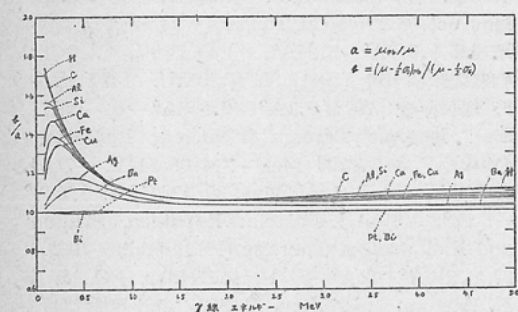
$$\frac{(\mu - 0.5\sigma_s)_{pb}}{(\mu - 0.5\sigma_s)} > \frac{[\mu - (1-k)\sigma_s]_{pb}}{\mu - (1-k)\sigma_s}$$

となる。1MeV から 2MeV のエネルギー範囲より小さいか、大きいエネルギーの γ 線については疑問の餘地があるが、一應の目安にはなると考えられるので 0.1MeV から 5MeV までの γ 線について $k=0.5$ として線吸収係數の比を計算する。その結果を第 6 圖に示す。それによると γ 線のエネルギーが 1MeV から 2.5MeV 位の間ではエネルギーの相違によつて吸収係數の比に大差はないが、それよりエネルギーの低い方では差が著しい。又エネルギーの高い方では Z の大きい元素では大差はないが Z の小さい元素では相當の差が認められる。次に k の取り方で吸収係數の比がどう變化するかをみるために、 $(\mu - 0.5\sigma_s)_{pb} / (\mu - 0.5\sigma_s)$ と μ_{pb} / μ の比を取ると第 7 圖の如くなる。それによ

第6圖 γ 線エネルギーと $(\mu-1/2\sigma_s)_{pb}/(\mu-1/2\sigma_s)$



第7圖 γ 線エネルギーと b/a との関係

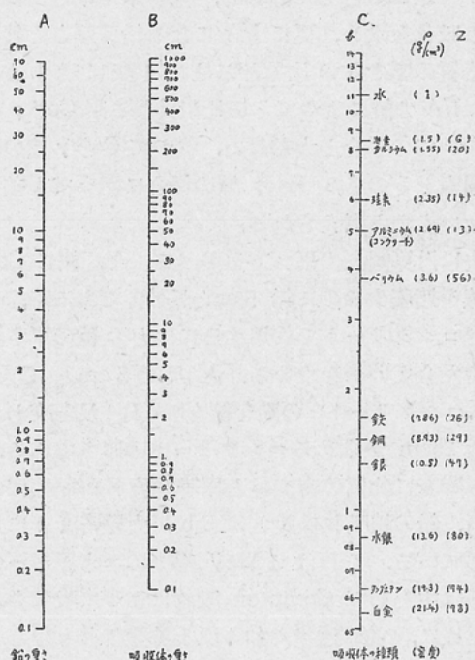


ると1MeVより低いエネルギーではその比の差が大きくなり、特にZの小さい元素程この差が著しい。また1MeVよりも高いエネルギーの範囲ではこの差は10%以内に与まる。

V. Ra, Co^{60} γ 線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する図表

前に報告¹⁾したRaおよび Co^{60} γ 線の遮蔽の計算図表によつて遮蔽に必要な鉛の厚さを求めることができるから、この鉛の厚さを他の物質の厚

第8圖 Co^{60} γ 線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の物質に換算する計算図表



さに換算する計算図表を、こゝに得られた鉛の線吸収係数と他の元素の線吸収係数との比を用いてつくる。

Co^{60} γ 線は1.17MeVと1.33MeVの2本であるから第6圖の1.2MeVのところの値をとつて鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する計算図表をつくる。(第8圖)

Ra γ 線の場合にはエネルギーが0.1MeVから2.2MeVの範囲にわたつてゐるので第6圖のどのエネルギーについての値をとつてよいか判断に困難を感じる。そこでRa γ 線のそれぞれについ

第1表 Ra γ 線の鉛中の吸収と鉄、アルミニウム、水中の吸収の比較
同じ強度 (I/A) になる鉛の厚さと他の物質の厚さとの比

I/A	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.03	0.02	0.01	Co^{60} γ
Pb	厚さ 1(cm)	1.8	2.7	4	5.6	6.8	7.8	9.6	—
	比 1	1	1	1	1	1	1	1	1
Fe	厚さ 2(cm)	3.5	5	7.3	10	11.5	13	15.7	—
	比 2	1.94	1.85	1.83	1.79	1.69	1.67	1.64	1.75
Al	厚さ 6(cm)	10.6	14.4	20.7	27.5	32.7	37.3	45.5	—
	比 6	5.9	5.33	5.18	4.91	4.8	4.78	4.74	5
H ₂ O	厚さ 14.5(cm)	26	35	51.7	69.1	83	95	114	—
	比 14.5	14.4	13	12.9	12.3	12.2	12	11.9	11

て鉛、鐵、アルミニウム、水中の吸収を吸収係数を $\mu - 0.5\sigma_s$ として計算し、全エネルギーについての吸収を求め、更に I/A になる鉛の厚さと他の三物質の厚さとの比をとると第1表に示すように、 I/A の値によつてその比が異なるが Co^{60} γ 線についての場合と大差ない。従つて Co^{60} γ 線の計算圖表をそのまゝ Ra γ 線の場合に用いても差支えないものと考えられる。

次に計算圖表の用い方をのべる。今、假に Co^{60} γ 線を遮蔽するのに鉛 5 cm が必要である時、これをコンクリートで代用するにはどの位の厚さがあつたらよいかを求める。「A」尺の 5 cm と「C」尺の「コンクリート」の點を結んで「B」尺と交わる點、25 cm が求めるコンクリートの厚さである。なお圖表に物質の密度 ρ と原子番號 Z が記してあるが、鉛の線吸収係数との比 b が大體密度 ρ に比例している。これは 1 MeV 程度のエネルギーの γ 線は主として Compton 吸収によつて吸収されるために、前に述べた如く原子番號よりもむしろ密度 ρ に比例することを示している。

VI. 結 語

0.1 MeV から 5 MeV までの γ 線について、種々の元素の線吸収係数を鉛の線吸収係数より近似的に求め、Compton 散亂線を考慮して Ra および Co^{60} γ 線の遮蔽に必要な鉛の厚さを他の元素の厚さに換算する計算圖表をつくつた。しかしこの圖表そのものはこれを作成した基礎理論からし

て、實地に用いてよいと思われる大體の近似値を基に作られたものであるから、實際の場合にあつてはこの圖表のみを頼らずに線量を實測しておくことが望ましいのは勿論である。

(終りに臨んで種々御教示下さつた部長塚本憲育博士ならびに東京教育大學物理學教室の三輪光雄教授、影山誠三郎氏に深甚な謝意を表する次第である)。

文 獻

- 1) 塚本, 尾内: 日醫放誌 14 卷, 3 號, 190 頁 (1954) 「 Ra および Co^{60} γ 線の遮蔽についての考察とその計算圖表」, 日本醫學放射線學會關東・信越・東北連合地方會に於て發表 (1953, 10, 3.) — 2) C.M. Davisson & R.D. Evans: Rev. Mod. Phys. 24, 79 (1952). — 3) Smithsonian Miscellaneous Collections Vol. 88, Physical Tables (Washington 1933) P. 545 $0.017\text{A}^\circ \sim 2.25\text{A}^\circ$. — 4) 西川篠原, 中川: 物理實驗學 10 卷 (1941) 297 頁 50X.U.—140X.U. — 5) 理科年表: 297 頁 $0.1\text{A}^\circ - 9.868\text{A}^\circ$ — 6) W.E. Siri: Isotopic Tracers & Nuclear Radiations (1949), P. 34 $0.0296 \text{ MeV} - 2.4708 \text{ MeV}$. — 7) J. A. Victoren: J. Appl. Phys. 20, 114 (1949) $0.01\text{A}^\circ - 50\text{A}^\circ$. — 8) A.J. Delario: Roentgen, Radium and Radioisotope Therapy (Philadelphia 1953) P 27, $0.010\text{A}^\circ - 25\text{A}^\circ$ — 9) Hirschfelder, J.O., & E. N. Adams: phys. Rev. 73, 852, and 863 (1948). — 10) O. Klein & Y. Nishina: Z. physik, 52, 853 (1929). — 11) Hulme, McDougall, Buckingham & Fowler: Proc. Roy. Soc. (London) 149A, 131 (1935). — 12) H. Hall: Phys. Rev. 45, 620 (1934). — 13) F. Sauter: Ann. Physik, 9, 217 (1931). — 14) W. Heitler: The Quantum Theory of Radiation (New York, 1936), p. 123. — 15) Bethe & Heitler: Proc. Roy. Soc. (London) 146A 83 (1934),

Gamma-Ray Linear Absorption Coefficients of Various Elements and Nomogram of Shielding for Ra - and Co^{60} γ -Rays by Various Elements.

by

Yoshio Onai, Physicist

Radiological Division, Hospital of Japanese Foundation
for Cancer Research, Tokyo, Japan.

(Director: Kempo Tsukamoto M.D., Chief Radiologist)

As we have already made the nomogram of shielding for Ra - and Co^{60} γ -Rays by (Pb) in the previous report, we intend to make another nomogram of shielding for γ -ray by other elements in this paper.

For this purpose we first calculated four linear absorption coefficients of Pb: T (photoel-

electric absorption), K (pair production), σ_a (Compton absorption) and σ_s (Compton scattering) for γ rays in energy range from 0.1MeV to 5MeV by using the atomic cross section computed by C. Davisson. From these values which we obtained for Pb we then calculated the linear absorption coefficients of various other elements by using approximate equations.

Further necessary considerations, in taking the ratios of the absorption coefficient of Pb to that of other elements, were discussed by computed values from the Hirschfelder's theory of multiple scattering. From these considerations, it is concluded that the ratios may be taken such as $(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)_{pb}/(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)$ in the case of shielding, where $(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)_{pb}$ is effective linear absorption coefficient of pb, $(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)$ is that of other elements and μ is total linear absorption coefficient. So we calculated the ratios $(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)_{pb}/(\mu - \frac{1}{2}\sigma_s)$ of various elements in this way and from these values we made the nomogram to convert the thickness of pb into that of any other element in the case of shielding of Ray- and Co⁶⁰ γ -rays.
