The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SOLUTIONS TO A SYSTEM OF NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATIONS
Author(s)	Li, Chunhua
Citation	大阪大学, 2012, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1609
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【22】

氏　　名	李（リ）　春（シュン）花（カ）(Li Chunhua)
博士の専攻分野の名称	博　士（理学）
学　位　記　番　号	第　２５１８４　号
学位授与年月日	平成24年３月22日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SOLUTIONS TO A SYSTEM OF NONLINEAR SCHRöDINGER EQUATIONS （非線形 Schrödinger 方程式系の解の漸近挙動）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　林　　仲夫 （副査） 教　授　土居　伸一　　教　授　西谷　達雄　　准教授　砂川　秀明

論　文　内　容　の　要　旨

本論文は，非線形 Schrödinger 方程式系の振幅の小さな解の時間減衰評価，及び解の漸近的振舞いを，空間次元が 2 次元で，未知関数の 2 乗を非線形項に持つ非線形方程式系に対して研究したものである． 単独非線形 Schrödinger 方程式に関する結果は Ginibre-Velo(1979)の結果に始まり，小澤(1991)，林-Naumkin(1998) に代表される臨界冪非線形散乱問題に関する重要な結果など，多くの研究が行われてきた．しかし空間次元を低次元に限れば，Dirac-Klein-Gordon 方程式系あるいは非線形 Klein-Gordon 方程式系の非相対論版と考えられる非線形 Schrödinger 方程式系に関する解の振る舞いについての研究は行われてこなかった．本論文では Dirac-Klein-Gordon 方程式系の非相対論版を含むような方程式系に対し，粒子間の質量比条件，系の持つ保存量を用いて，解の一様時間減衰評価を求めた．証明は，最初に，対象とする非線形 Schrödinger 方程式系が非線形常微分方程式系と剰余項によって表現されることを示し，次に，解の振舞いがこの非線形常微分方程式系により決定されることを，質量比条件のもと示すことによってなされる． このとき重要となる点は剰余項が設定した空間において実際に主要項よりも時間減衰が速いということを示すことにある．この証明においても質量比条件は重要な働きをする．また線形解の近傍で時間安定であるための必要条件が，最終値のフーリエ像のサポートがお互いに交わらないことであることを示した．この事実は単独非線形 Schrödinger 方程式には見られないもので方程式系独特の性質と考えられる．線形解の近傍で時間安定であるための十分条件については分かっていないことに注意しておく．また対象をより具体的な Klein-Gordon 方程式系の非相対論版に限った場合に，解の漸近的振舞いを明らかにした．詳しく述べると，2 つの粒子があるとき，粒子の質量比が 2 の場合２つの現象が起こることを，ある相互作用のもと示した． 非線形項が分散項として働くときは，非線形項に依存した項が解の漸近表示に現れ，非線形項が消散項として働くときは，log のオーダーだけ線形解より時間減衰評価が速くなることを明らかにすることができた．どちらの場合も解が線形解の近傍で時間安定でないことを述べていることに注意しておく．これらの事実を示すためには方程式系に関係する非線形常微分方程式系の解の漸近的振舞いを明確にしなければならない．このことが困難な状況を引き起こす．ここでは特殊解を求めることによってこの困難を回避する方法を用いた．また粒子の質量比が 2 でない場合には，方程式系の解を線形解の近傍でみつけることができることを示した．この事実は関係する非線形常微分方程式系の非線形項に質量比のずれから生じる振動項が現れることによる．このように質量比条件が解の振る舞いにおいて重要であることを発見することができた．

論　文　審　査　の　結　果　の　要　旨

本論文は，非線形 Schrödinger 方程式系の振幅の小さな解の時間減衰評価，及び解の漸近的振舞いを，空間次元が2次元で，未知関数の 2 乗を非線形項に持つ非線形方程式系に対して研究したものである． 以下述べる，空間に関する解の一様時間減衰評価，波動作用素の存在，非存在に関する結果が主結果といえる．ここで波動作用素の存在の問題は， 線形方程式系の解の近傍に非線形方程式系の解を見つけることと同等と考えることが出来る．

単独非線形 Schrödinger 方程式に関する結果は Ginibre-Velo(1979)の結果に始まり多くの研究が行われてきた．しかし空間次元を低次元に限れば，Dirac-Klein-Gordon 方程式系あるいは非線形 Klein-Gordon 方程式系の非相対論版と考えられる非線形 Schrödinger 方程式系に関する解の振る舞いについての研究は行われていない．本論文ではDirac-Klein-Gordon方程式系の非相対論版を含むような方程式系に対し，粒子間の質量比条件，系の持つ保存則のもと，解の一様時間減衰評価が求められている．この結果は解の振る舞いが，非線形 Schrödinger 方程式系に関係する非線形常微分方程式系により決定されることを示し，常微分方程式系の解の評価を求めることにより示されたもので新しい方法である．また線形解の近傍で時間安定であるための必要条件が，与えられたデータのフーリエ像のサポートがお互いに交わらないということを示した．この事実は単独非線形 Schrödinger 方程式には見られないもので，方程式系独特の性質を発見したことは一つの成果と考えられる．また Klein-Gordon 方程式系の非相対論版に限った場合に解の漸近的振舞いを明らかにした．詳しく述べると粒子の質量比が 2 のときには２つの現象，非線形項が分散項として働くときは非線形項に依存した項が解の漸近表示に現れ，非線形項が消散項として働くときは log のオーダーだけ線形解より時間減衰評価が速くなることを明らかにした．これらの事実を示すためには方程式系に関係する非線形常微分方程式系の解の漸近的振舞いを明確にしなければならないことが困難な状況を引き起こす．本論文では特殊解を求めることによってこの困難を回避することに成功した．相対論版である Dirac-Klein-Gordon 方程式系の解の振る舞いが未解決であることを考えれば重要な結果である．さらに粒子の質量比が 2 でない場合には方程式系の解を線形解の近傍でみつけることに成功した．この事実は関係する非線形常微分方程式系の非線形項に質量比のずれから生じる振動項が現れることによる．このように質量比条件が解の振る舞いにおいて重要であることを発見したことは顕著な結果と考えられる．

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．