【20】

氏名・(本籍)	新(にっ) 田(た) 貴(たか) 士(し)
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 8068 号
学位授与の日付	昭和63年3月25日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**四元数ケーラー多様体上のベクトル束**
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 (副査) 教授 村上 信吾　教授 竹内 勝

論文内容の要旨

リーマン多様体 (M^{4n}, g) が四元数ケーラーであるとはそのホロノミイ群が $Sp(n)\cdot Sp(1)$ の部分群に還元される時をいう。$\mathbb{C}^{2n}$, $\mathbb{C}^2$ を $\mathbb{H}^n$, $\mathbb{H}$ と各々同一視して, $Sp(n)$, $Sp(1)$ の $\mathbb{C}^{2n}$, $\mathbb{C}^2$ への自然な表現を f_n, f_1 とすると, Mの接束TMは, 主束 $P(Sp(n)\cdot Sp(1))$ に表現 $f_n \otimes f_1$ で同伴されている。四元数ケーラー多様体にはツイスター空間Zと呼ばれる複素多様体が $\mathbb{P}^1\mathbb{C}$ －束 $(p: Z \to M)$ として対応し, (M, g) のスカラー曲率が正の時ツイスター空間にはアインシュタイン計量が入ることが知られている。

そこで次の結果を得た。$Sp(n)\cdot Sp(1)$ の表現 $\Lambda^2(f_n^* \otimes f_1^*)$ は3成分に既約分解される。その分解に応じてベクトル束 $\Lambda^2(T^*M) = A'_2 \oplus A''_2 \oplus B_2$ と分解される。M上のベクトル束V上の接続▽が A'_2－接続、B_2－接続であるとは, その曲率形式が $End(V)$－値 A'_2, B_2 である時をいう。それらは各々自己双対接続, 反自己双対接続の4n次元への一般化である。A'_2－接続, B_2－接続ともヤングミルズ接続である。更に, (V, ∇) を B_2－接続▽を持つベクトル束とする。$Sp(n)\cdot Sp(1)$ の表現 $\Lambda^i(f_n^* \otimes f_1^*) = (\Lambda^i f_n^* \otimes S^i f_1^*) \oplus (\Lambda^i f_n^* \otimes S^i f_1^*)^{\perp}$ と分解し, その分解に応じてベクトル束 $\Lambda^i(T^*M) = A_i \oplus B_i$ と分解する。前者への射影をprと書く時($)^{\perp}$次の楕円型複体が得られる。

$$O \to V \xrightarrow{d^{\nabla}} V \times T^*M \xrightarrow{(id\otimes pr)\,d^{\nabla}} V \otimes A_2 \xrightarrow{(id\otimes pr)\,d^{\nabla}} V \times A_3 \xrightarrow{(id\otimes pr)\,d^{\nabla}} V \otimes A_4 \xrightarrow{(id\otimes pr)\,d^{\nabla}} \cdots\cdots \xrightarrow{(id\otimes pr)\,d^{\nabla}} V \otimes A_{2n} \to O。$$

この複体を用いて B_2－接続のモジュライ空間の次元を調べることができる。

最後に, Vをハーミッシャンベクトル束とする時, B_2－接続と, ツイスター空間上のアインシュタイン・ハーミシアンベクトル束で, ある2つの条件を満たすものとが1対1に対応する事を示した。

論文の審査結果の要旨

ベクトル束に対するヤングミルズ接続の問題，および複素ベクトル束に対してのアインシュタイン・ハーミッシャンベクトル束の構造の存在問題は，他分野の諸問題とも関連し，現在幾何学の分野で積極的に研究されつつある。

本論文では，4元数ケーラー（quaternionic Kähler）多様体上のベクトル束に関してのヤングミルズ接続について，又この多様体に対応するツイスター空間上のアインシュタイン・ハーミッシャンベクトル束に関しての目覚ましい研究結果を与えている。

4元数ケーラー多様体Mを考える。Mは4n次元多様体で，そのリーマン計量に関するホロノミー群は$Sp(n)\cdot Sp(1)$の部分群に還元出来る。多様体Mの2次の微分形式の作る空間は群$Sp(n)\cdot Sp(1)$の表現に関して，一般に3つの既約成分A'_2，A''_2，B_2に分かれる。M上のベクトル束の接続の曲率形式が上のいずれかに対応するとき，本論文ではそれをA'_2，A''_2，B_2－接続と呼ぶ。これらはヤングミルズ接続であることが示される。

ついで，Mに対応するツイスター空間Zを考え，M上のベクトル束とZ上のベクトル束との関係を考察し，Z上に多くのアインシュタイン・ハーミッシャンベクトル束が存在することを示した。

さらに，M上のB_2－接続をもつベクトル束に対し，楕円型複体を構成し，B_2－接続のモジュライ空間の次元を与えている。

以上本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。