



Title	断層撮影法に関する研究(理論の解析幾何學的研究)
Author(s)	赤星, 一郎
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1955, 15(6), p. 408-430
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/16351">https://hdl.handle.net/11094/16351</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 断層撮影法に関する研究（理論の解析幾何學的研究）

國立療養所福岡厚生園  
赤星一郎

(昭和30年4月14日受付)

## 目次

まえがき

- I. 断層撮影法の條件
- II. 條件の解析幾何學的検討
- III. フィルム面と像 1.
- IV. フィルム面と像 2.
- V. 像のぼけ
- VI. 集點の固定の狂い
- VII. 集點の半影

むすび

まえがき

Tomographie, Planigraphie, Röntgenschütt, Stratigraphie, Röntgenschnittaufnahme, 深部レ線撮影法, 断面撮影法, 断層撮影法, 横断々層撮影法, 實體撮影法などいろいろにいわれ, 機構もそれぞれ變つているが, また一方には共通性もある一群の撮影法がある。

普通のレ寫眞では立體的な被寫體が平面のフィルムに投影され, 像は重つて撮影されているが, はじめに名をあげたような一群の撮影法では, 被寫體中の一部分の像はフィルムに明瞭に撮影されるが, その他の部分の像はそのときのフィルムではぼけて明瞭な像を結ばなくなつてゐる。

すなわち, これら一群の撮影法では撮影された像は各部分の重疊像ではなく, 断面といわれる部分の像だけが撮影されているのである。

また, 立體的な感光乳剤を用いると, その感光乳剤に對應する被寫體中の立體的な部分の像だけが明瞭な像として撮影されるだけで他はすべてぼかし去られてしまう。

しかし實際に断層撮影に用いられているのは平面のフィルムであるから, それに撮影されるのは

断面と呼ばれる被寫體中の1平面である。

厳密にいえば断面以外の部分は大なり小なりその像がぼけることになる。しかし, われわれがレ寫眞を判讀するときには, 非常に小さなぼけは, ぼけとしては感じないで明瞭に像を結んでいるものとして觀察している。したがつて, ぼけの小さい断面に近い點の像は明瞭な像として觀察されるので, 1枚のフィルムであつてもそこに明瞭な像として感じられるような像が撮影されるのは, 断面だけでなく断面を中心とした断面に近い點の集りである1つの層になつてくるわけである。

断面の像にしても焦點の半影によるぼけが大なり小なり必ず伴つており, われわれはレ線寫眞の判讀の際, 眼前にみるぼけが何を意味するか, 判斷しなければならないのである。

半影によるぼけが大きいと, 断面の像でもそれによるぼけが大きくなるわけであるから, われわれは眼前にみる像のぼけを, その像が断面の像であることが他の方から確めることが出来ておれば, その像がぼけていてもそれは被寫體がぼけた像をあたえるべき性質のものでなく, はつきりした境をもつものであると判断するのである。そうするとその寫眞ではそのくらいのぼけははつきりした境をもつた被寫體構造だと判断されることになる。断面像における半影によるぼけと, 断面に近い點の像における半影によるぼけに断層機構によるぼけの加つたものとの區別, いゝかえれば断面から離れたために加わるぼけの増し方が, 断面像における半影の大きさによつて認め難くなつたり, 易くなつたりすることも考えられてくる。

この写眞ではどうせぼけているんだからとして少々のぼけた像まで断面の像だと判断すれば断層

の厚さは増した取扱いをうけることになり、寫眞像におけるぼけの絶対値からぼけを云々すれば半影によるぼけが大きくなると層はうすくなることになろう。

いずれにしても、断層撮影の實際では平面のフィルムを用いて層の撮影が行われているのであるから、層撮影法とよぶべきであろうし、物體の内部の撮影であるからその意味をあらわす名がほしくもあり、すでに廣く用いられている断層という呼び方もよいものと思う。たゞ断層という言葉は古くから地質學で用いられているが、その概念とこの場合の概念とは異つてくる。けれど我が國で断層撮影法という呼び方が最も普及しているので私もそれにしたがつておく。

しかし、こゝに論ずる範囲は單なる層の撮影だけでなく、立體的な感光乳剤による立體的な像の撮影まで含めて論じてゐるのである。一般的な廣い意味には實體撮影法とでも呼んだ方がよいのだけれど、一應断層撮影法という言葉を用い、意味は一般的に廣く含ませて用いてゐる。

断層撮影像は重疊像ではないといつたが、厳密にいえば重疊像である。物質透過力の強いレ線の透過したものでの撮影であるから重疊像であることは必然のことである。たゞ、概観撮影などに比べると断層撮影はある層の像を明瞭に撮影し、他の部の像はぼかし去つてしまつてフィルムに像をあらわしてこないから、そういう意味では重疊像でないといつてもよいと思う。しかし、いくらぼかし去られて像はみとめられないといつても、やはりそれはそれで、ぼかしさられながらも断面の像に重疊しているのであることをよく念頭においていないと断層撮影像の判讀に誤りを來すことがあるのである。

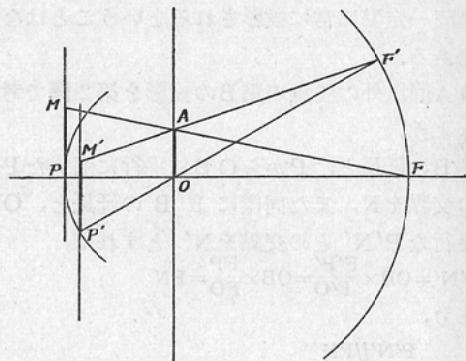
レ物理學や、寫眞學など、レ寫眞判讀に必要な知識の他に、断層撮影像の判讀には断層撮影法の理論に關する幾何學的な知識が必要である。

被寫體の内部構造の空間的な位置關係と断層撮影機構との組合せからどんな像が得らるべきか、また断層撮影像にもとづいて被寫體の内部構造をどの程度知り得るか、あるいはその可能性なりと

豫想することがどれだけ確かにできるか、などといふ問題を解くためには、断層撮影法の理論によくなれており、それを使いこなすことが必要で、日常断層撮影像の判讀を理論的に處理する癖をつけておくことが重要なことである。

この論文は断層撮影の條件及び、基礎的一般事項について解析幾何學的に解明したものである。すなわち断層撮影が行われるための條件について吟味し、断層撮影の概念を整理し、断層撮影の基礎的一般的な理論を解析幾何學的に解明し、断層撮影判讀に必要だと思われる事項について基本になるべき式を求めたものである。

第 1 圖



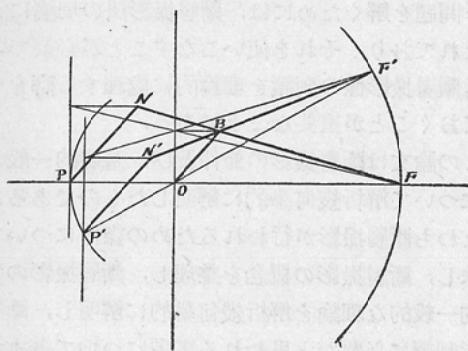
### I. 断層撮影法の條件

Tomographie の原理は第 1 圖のようになる。焦點を  $F$ 、フィルムの中心を  $P$ 、定點を  $O$  とし、 $FOP$  は一直線上にあり、 $FO$  と  $FP$  の長さは一定である。 $O$ を中心  $FOP$  は振り子運動をするが、そのときフィルム面  $PM$  は定面  $OA$  に常に平行に保たれるようになつてゐる。

このような機構で焦點  $F$  その他が振り子運動をしながらレ線を放射して撮影すると、被寫體で  $OA$  面に相當する部分の像だけがフィルム面  $PM$  に明瞭に撮影されて、 $OA$  面以外の點の像はこのフィルムではぼけてしまうのである。

$OA$  面の任意の點  $A$  が  $F$  によってフィルム面  $PM$  に投影される點を  $M$  とし、焦點の任意の位置を  $F'$ 、そのときのフィルムの中心の位置を  $P'$ 、そのときのフィルム面を  $P'M'$  とする。 $A$  が  $F'$  によって  $P'M'$  に投影される點を  $M'$  とすれば、 $M$

第 2 圖



と  $M'$  はフィルム面上での同一定點であることは證明容易である。また  $O A$  面以外の點がフィルム面の同一定點に常に投影されるということはないのである。

$O A$  面以外の任意の點  $B$  の投影を第2圖で考えてみよう。

$F B$  の延長と、  $P$  から  $O B$  に平行に引いた  $P N$  との交點を  $N$ 、 また同様に  $F' B$  の延長と、  $O B$  に平行な  $P' N'$  との交點を  $N'$  とすれば、

$$P'N' = OB \times \frac{F'P'}{FO} = OB \times \frac{FP}{FO} = PN$$

であり、

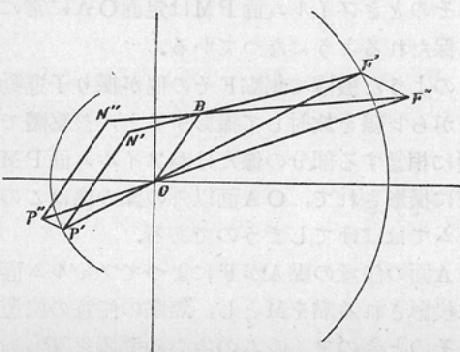
$$P'N' \parallel PN$$

である。

すなわち、  $N$  と  $N'$  はフィルムの中心  $P$  から  $O B$  と平行な方向に

$$OB \times \frac{FP}{FO}$$

第 3 圖



の距離にある點である。これはフィルム面に對する一定點である。

つまり  $O A$  面以外の任意の點  $B$  も常にこのようないくつかの位置に對する定點に投影されるのである。

いままで  $FO$  の長さ一定のときを考えてきたわけであるが、第2圖の  $F'$  にあるべき焦點が第3圖の  $F''$  のような任意の位置にあるときにはどうなるだろうか。こうなれば  $F''B$  の延長がいつも  $N'$  を通るというわけにはいかない。

さて、  $F''O$  の延長と、  $P'$  から  $F'F''$  に平行に引いた  $P'P''$  との交點を  $P''$ 、 また  $F''B$  の延長と  $O B$  に平行な  $P''N''$  との交點を  $N''$  とすれば、

$$P''N'' = OB \times \frac{F''P''}{FO} = OB \times \frac{F'P'}{FO} = PN$$

であり、

$$P''N'' \parallel PN$$

である。

それで焦點が任意の位置、すなわち第3圖の  $F'$  のような位置にあつても、そのときフィルムの中心  $P$  が  $P''$  の位置に來ておれば、任意の點  $B$  はいつもフィルムに對する一定點、その位置は  $N$ 、  $N'N''$ 、と變るとしてもその定點に投影されるのである。これはまた  $P$  點に對して一定の位置にある定點ともいえるわけである。

つまり、  $P$  が占めるそのときの位置から、  $O B$  の方向に、一定の

$$OB \times \frac{FP}{FO}$$

なる距離にある定點である。

すでに明かにしたように焦點や、フィルムの運動は必ずしも振り子式の運動でなくても断層撮影はできるのである。それは第3圖で察せられるように、焦點  $F$ 、フィルムの中心  $P$ 、點  $O$  などは、

$$FP : FO$$

の比が變らないような運動で、  $F, O, P$  が常に一直線上にあるような運動である。

第1圖から第3圖にかけて考えて來たことは、振り子運動式断層撮影法の原理から出發して、振り子運動の形にはまらない運動をしたときの投影關係から断層撮影のことをみて來たわけである。この邊に断層撮影の概念なり、條件なりをまとめると、必要なものがあるよう思うのである。

焦點、被寫體、感光乳劑の適當な相對運動によ

つて、感光乳剤の1點にのみ被寫體中の對應した點の像が結び、被寫體のある1點は感光乳剤中の對應した點にのみ像を結ぶような撮影法を断層撮影法だとすれば、その適當な相對運動とはどんな形のものであればよいのか。

第1圖に示した振り子運動式のものもその1つであり、その他に直線運動式やら、横断々層撮影のような廻轉式のものも實用になつておる、それらもそれぞれその1つである。しかし、第3圖によつて論じたように、 $F$ ,  $O$ ,  $P$  が一直線上にあり、 $F P : F O$  の比が常に一定の値であるという條件が守られる運動であれば、任意の點 $B$ がどのように投影され、あるいはどんな像を結ぶかということは、振り子運動式、直線運動式、横断々層式の場合と同様に本質的には變らないのである。實用の断層撮影裝置に採用されている方式は、断層撮影そのものに必要な、そして充分な條件の他に、さらに實用上のいろいろな制約、あるいは利便のためにつけ加えられた條件をとり入れているのである。

第1圖による説明で、フィルム面 $PM$ が定面 $O A$ に常に平行であるという表現を用いたが、もつと普遍化した云い方をすれば、感光乳剤と被寫體とがお互に向きを変えない、つまり相對的には自轉的な運動をしないということである。感光乳剤と被寫體との位置關係は遠くなつたり、近くなつたり、また一方が他方を中心とする公轉的な運動は断層撮影である以上必要である。お互に向きを變えるような自轉運動をしないということである。

感光乳剤が平面であるフィルムであれば平行だというような表現が簡単で意を盡してよいのだけれど、すでに實驗的には立體的な擴がりをもつ感光乳剤の塊に、立體的な像を撮影することが行われてもおり、そのような場合まで含んでの表現には面でない場合を考えて、平行というより、感光乳剤と、被寫體とがお互に自轉運動をしないといふ方が一般的になると思うのである。

また、フィルムの中心 $P$ とか、定點 $O$ とかいつて來たが、一般的にはつぎのように了解すべきも

のである。

$P$ はフィルムの中心でなくても、端の方でもよいし、またフィルムから離れた點でも一向に構わない。要は $P$ がフィルムに對して定位置を保つていればよいのである。 $P$ とフィルムが相對的な運動さえしなければ、それら自體はどんな運動をしてもよいのである。いゝかえればフィルムに固定した座標系で $P$ は運動をしないということである。フィルムでなく立體的な感光乳剤の塊を考える場合でも同様である。

$O$ と被寫體との關係も、全く $P$ と感光乳剤との關係と同様に考えらるべきである。断層撮影において被寫體中のある任意の點が像を結ぶところは感光乳剤中の一定點であり、その2點が焦點からの一直線上にあることはいうまでもない。またそれらの點への焦點からの距離の此が一定であることもみてきたのである。それでそれぞれ、それらの點の集り、あるいは軌跡と考えられる被寫體の構造と、感光乳剤に撮影されるその像とが相似形であり、その大きさの比は焦點よりの距離の比に等しいこともまた説明の要もない容易に了解できることである。

以上断層撮影について考えてきたが、断層撮影の條件たるべきものをまとめてみると、

(1) 焦點 $F$ 、被寫體に對するある定點 $O$ 、感光乳剤に對するある定點 $P$ の3點が常に一直線上にあること。

(2)  $F P : F O$  の比が一定であること。

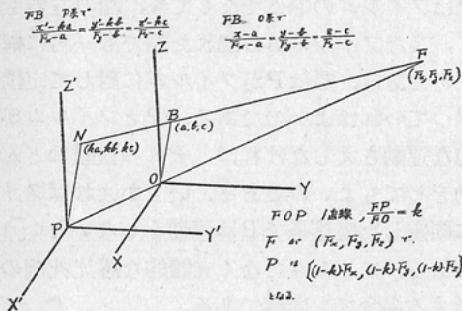
(3) 被寫體と感光乳剤とが相對的に自轉運動をしないこと。

(4) そして焦點からレ線を放射して撮影する間に、焦點、被寫體、感光乳剤の充分な相對運動が行われること。

との4つの條件になる。

條件(2)にいふ  $F P : F O$  の比の値をどれだけにするか、(4)の相對運動の形と範囲をどの程度にするか、などによつて、また感光乳剤の形や大きさによつて、いろいろな目的に應じた断層撮影の方式がわかつておる、その特徴もでてくるわけである。

第 4 圖



## II. 條件の解析幾何學的検討

被寫體に對するある定點Oを原點とする直交3軸座標系の3軸をX, Y, Z軸とする。この座標系をO系と呼ぶことにする。焦點の座標をFx, Fy, Fzとすれば、焦點は、

$$F(Fx, Fy, Fz)$$

であらわされる。

また感光乳剤に對するある定點Pが断層撮影の條件にいいう、F, O, Pが一直線上にあり、

$$EP:FO=k:1$$

たゞし、kは常數、

という條件にしたがうものとすれば、Pは

$$P[(1-k)Fx, (1-k)Fy, (1-k)Fz]$$

であらわされる。第4圖参照。

このP點を原點とする直交3軸座標系の3軸をX', Y', Z'軸とし、これらがO系のX, Y, Z軸とそれぞれ平行になるようにする。この座標系をP系と呼ぶことにする。

被寫體及び感光乳剤はそれぞれO系及びP系の中では運動をしないものである。

さて、O系で任意の點B(a, b, c)を焦點の位置Fと結ぶ直線は、

$$\frac{x-a}{Fx-a} = \frac{y-b}{Fy-b} = \frac{z-c}{Fz-c} \quad (1)$$

であり、これに

$$x=x'+(1-k)Fx$$

$$y=y'+(1-k)Fy$$

$$z=z'+(1-k)Fz$$

を代入して、P系に座標轉換すると、

$$\frac{x'-ka}{Fx-a} = \frac{y'-kb}{Fy-b} = \frac{z'-kc}{Fz-c} \quad (2)$$

となる。

(2) 式は

$$x'=ka, y'=kb, z'=kc$$

によつて、Fx, Fy, Fzの値如何にかゝわらず満足させられることは明かであつて、つまりFの位置如何にかゝわらず(2)式であらわされる直線はP系における點、

$$(ka, kb, kc)$$

を通ることを示しているのである。この點をNとする。いかえれば焦點が運動して位置を変えても、任意の點B(a, b, c)はP系の點、N(ka, kb, kc)に必ず投影されるということである。

前章で考をすゝめて來た、断層撮影の條件があれば、O系でのB(a, b, c)點が焦點によつて常にP系でのN(ka, kb, kc)點に投影される、すなわちそのN點に感光乳剤をわけばB點の像が撮影されることを解析幾何學的に説明したわけである。

さてこの點がP點などとどんな關係にあるかつぎに検討する。

$$OB = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

であり、また同様に

$$PN = \sqrt{(ka)^2 + (kb)^2 + (kc)^2}$$

$$= k \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= k \cdot OB$$

$$= \frac{FP}{FO} \times OB$$

となるから第1圖から第3圖までによつてみてきたP點から

$$OB \times \frac{FP}{FO}$$

の距離にあるということに一致するわけである。

またOBの方向餘弦は、

$$l_B = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$m_B = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$n_B = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

であり、PNの方向餘弦は、

$$l_N = \frac{ka}{\sqrt{(ka)^2 + (kb)^2 + (kc)^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$m_N = \frac{kb}{\sqrt{(ka)^2 + (kb)^2 + (kc)^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$n_N = \frac{kc}{\sqrt{(ka)^2 + (kb)^2 + (kc)^2}} = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

であつて、

$$l_B = l_N, m_B = m_N, n_B = n_N$$

となり、しかもO系、P系はそれぞれ3軸が平行であるから、

$$PN//OB$$

であることが分るのである。

つまり、N點はP點からOBの方向に、

$$OB \times \frac{FP}{FO}$$

の距離にある點ということが解析幾何學的にも證明できたわけである。

B(a, b, c)點が常に投影される點はP系のN(ka, kb, kc)以外にはないのであろうか。

いま1つそのような點があると假定してその點を

$$N'[(ka+\Delta a), (kb+\Delta b), (kc+\Delta c)]$$

とすると、假定によつて(2)式は、Fx, Fy, Fzの値如何にかわらず、

$$x' = ka + \Delta a,$$

$$y' = kb + \Delta b,$$

$$z' = kc + \Delta c,$$

によつて成立しなければならない。つまり、

$$\frac{\Delta a}{Fx-a} = \frac{\Delta b}{Fy-b} = \frac{\Delta c}{Fz-c}$$

がFx, Fy, Fzの値如何にかわらず成立しなければならないことになり、それは

$$\Delta a = \Delta b = \Delta c = 0$$

以外にはないのである。

結局、N以外にB點が常に投影される點はないということを示しているわけである。

逆に常にN點に投影されるような點はB點以外にはないものであろうか。

B(a, b, c)點以外にもう1つ、

$$B'[(a+\Delta a), (b+\Delta b), (c+\Delta c)]$$

も常に、

N(ka, kb, kc)點に投影されるものと假定すれば、

F B'直線の式、すなわちO系では

$$\frac{x-(a+\Delta a)}{Fx-(a+\Delta a)} = \frac{y-(b+\Delta b)}{Fy-(b+\Delta b)} = \frac{z-(c+\Delta c)}{Fz-(c+\Delta c)}$$

P系では

$$\frac{x'-k(a+\Delta a)}{Fx-(a+\Delta a)} = \frac{y'-k(b+\Delta b)}{Fy-(b+\Delta b)} = \frac{z'-k(c+\Delta c)}{Fz-(c+\Delta c)}$$

としてあらわされる後者の方が、Fx, Fy, Fzの値如何にかわらず、

$$x' = ka, y' = kb, z' = kc$$

で満足させられなければならない。つまり、

$$\frac{\Delta a}{Fx-(a+\Delta a)} = \frac{\Delta b}{Fy-(b+\Delta b)} = \frac{\Delta c}{Fz-(c+\Delta c)}$$

がFx, Fy, Fzの値如何にかわらず成立しなければならないことになるが、それは

$$\Delta a = \Delta b = \Delta c = 0$$

以外には成立しないのである。

結局、N點に常に投影されるような點はB(a, b, c)點のみで、その他にはないのである。

以上をまとめてみると、被寫體中のある點、一般的に云えばO系の1點は、感光乳剤中のある1點、一般的にいえばP系のある1點にのみ像を結び、感光乳剤中のある點には被寫體中のある1點の像のみ結ぶといふことが、断層撮影の條件から解析幾何學的にみちびかれたのである。

感光乳剤をP系に固定しておけば、その感光乳剤のある點には、その點の座標の1/kの値をそれぞれのO系における座標とするような位置にある被寫體の1點の像が撮影されるのである。逆に云えばO系に固定された被寫體の1點の座標のk倍の値をそれぞれのP系の座標としてもつP系の1點に感光乳剤をおけば、そこにはじめの點の像が撮影されるのである。

したがつて、被寫體中の撮影しようと思う部分の各點がそれぞれ像を結ぶ點の軌跡は、撮影しようと思う部分と相似形になるわけであり、それと同じ形の感光乳剤をその位置におけば撮影しようと思った部分の像を得ることができるわけである。

また逆にP系に感光乳剤が固定されて占めている位置から、それに撮影されるべきO系の位置はきまつてくるので、その位置に撮影しようと思う被寫體の部分を固定すれば目的を達するわけである。

### III. フィルム面と像. その1

實際の断層撮影では平面状のフィルムを使用し

ているので、そのフィルム面が

$$\alpha x' + \beta y' + \gamma z' + \sigma = 0 \quad (3)$$

面に固定されていると、これに  $B(a, b, c)$  點が投影される點は  $F$   $B$  直線とこの面の交點、すなわち (2) 式とこの (3) 式との共通根であらわされる。

その根は、

$$\begin{aligned} x' &= ka - (\kappa\alpha a + \kappa\beta b + \kappa\gamma c + \sigma) \\ &\cdot \frac{Fx - a}{\alpha(Fx - a) + \beta(Fy - b) + \gamma(Fz - c)} \\ y' &= kb - (\kappa\alpha a + \kappa\beta b + \kappa\gamma c + \sigma) \\ &\cdot \frac{Fy - b}{\alpha(Fx - a) + \beta(Fy - b) + \gamma(Fz - c)} \\ z' &= kc - (\kappa\alpha a + \kappa\beta b + \kappa\gamma c + \sigma) \\ &\cdot \frac{Fz - c}{\alpha(Fx - a) + \beta(Fy - b) + \gamma(Fz - c)} \end{aligned}$$

である。その値を座標とするのか交點であり、それを  $N$  とする。

焦點は動くのであり、したがつてその座標の  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  は變數であつて、それを含むこれらの座標も一般的には變數である。

この座標中變數を含む項の値を 0 にするよう、 $a, b, c$  の値を座標とする點の像はその投影される點の座標が變數の項が 0 で、したがつて常數になるわけであり、フィルム面上の 1 つの定點になるわけである。つまりその點はフィルム上の一定點にのみ投影されるので像がぼけないことになる。

さて  $N$  の座標をみると、變數の項にはみな、  
( $\kappa\alpha a + \kappa\beta b + \kappa\gamma c + \sigma$ )

が乘じてある形になつてゐるので、これが 0 になるような  $a, b, c$  であれば  $N$  の座標は

$$x' = ka$$

$$y' = kb$$

$$z' = kc$$

となつて  $N$  は一定點になる。

すなわち、

$$\kappa\alpha a + \kappa\beta b + \kappa\gamma c + \sigma = 0$$

ならしめるような  $a, b, c$  を座標とする點の像はぼけないのである。さてそのような  $a, b, c$  の値を座標とする點はまた

$$\kappa\alpha x + \kappa\beta y + \kappa\gamma z + \sigma = 0 \quad (4)$$

なる平面上にある點である。何となればそんな、

$a, b, c$  は (4) 式を満足させる  $x, y, z$  の値であるから。

逆に (4) 式の根である  $x, y, z$  の値をそれぞれ  $a, b, c$  の値とすれば、それは (3) 式であらわされるフィルム面上の一定點にのみ投影される 1 點  $B(a, b, c)$  の座標になるわけであり、像はぼけないのである。つまり、(4) 式であらわす面が、(3) 式であらわす面にフィルムを固定した場合の断面になるわけである。

いまこの式よりフィルム面と断面と、そのフィルム面での  $B(a, b, c)$  點の投影される點の座標を 2・3 のフィルム面の例について表示すると第 1 表のようになる。

#### IV. フィルム面と像。その 2

實用の断層撮影装置は、振り子運動式、直線運動式、横断々層式の 3 方式にまとめる事ができる。管球を動かしたり、患者を動かしたりすることは装置製作上あるいは實際診療上からいうと大きな影響をあたえる因子ではあるが、断層撮影の理論上では、管球、被寫體、感光乳剤の相對運動のみが問題となるのにすぎない、もつとも患者の身體の動搖や、管球を動かす装置のガタなどがあれば、断層撮影そのものにも影響があることは勿論である。

いずれにしろ實用的なものはすべて 3 方式のどれかになるわけであるから、この 3 つの方式について、具體的に座標軸の定め方、フィルム面その他の式などの表わし方を 5 乃至 7 圖のようにしたら實際應用上便利であろうと考えたわけである。

つぎにそれら各方式について 2・3 檢討を加えることとする。

##### (1) 振り子運動式

振り子運動の中心を  $O$  點に、焦點の振り子運動の面を  $X Y$  面に、フィルム面の中心を  $P$  點に、フィルム面は常に  $Y' Z'$  面にあるようにする。そして焦點は  $X$  軸を中心に振り子運動をすることにする。

$F O$  を  $R$ ,  $O P$  を  $r$ , とし、 $X$  軸と  $F O$  とのなす角を  $\theta$  とする。この  $\theta$  は變數である。第 5 圖参照。

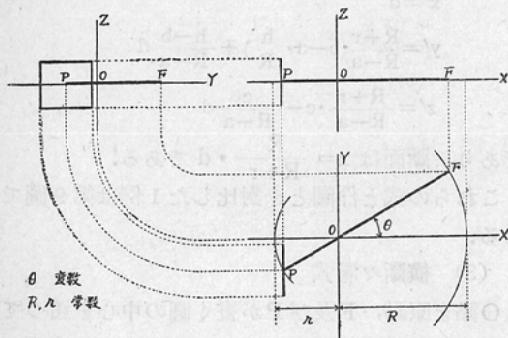
すると、

第1表 O系でのB(a,b,c)点の各フィルム面における投影点

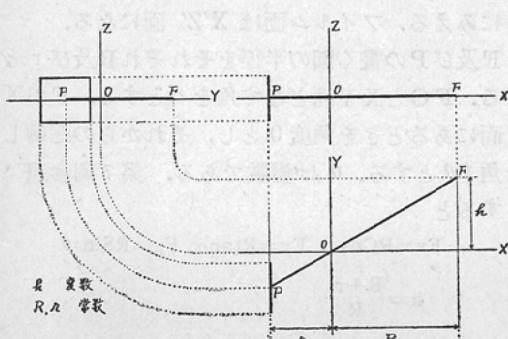
フィルム面	断面	フィルム面上B点の投影点の座標		
P系	O系	x'座標	y'座標	z'座標
$x'=0$	$x=0$	o	$kb-ka \frac{Fy-b}{Fx-a}$	$kc-ka \frac{Fz-c}{Fx-a}$
$y'=0$	$y=0$	$ka-kb \frac{Fx-a}{Fy-b}$	o	$kc-kb \frac{Fz-c}{Fy-b}$
$z'=0$	$z=0$	$ka-kc \frac{Fx-a}{Fz-c}$	$kb-kc \frac{Fy-b}{Fz-c}$	o
$x'=d$	$x=\frac{d}{k}$	d	$kb-(ka-d) \frac{Fy-b}{Fx-a}$	$kc-(ka-b) \frac{Fz-c}{Fx-a}$
$y'=d$	$y=\frac{d}{k}$	$ka-(kb-d) \frac{Fx-a}{Fy-b}$	d	$kc-(kb-d) \frac{Fz-c}{Fy-b}$
$z'=d$	$x=\frac{d}{k}$	$ka-(kc-d) \frac{Fx-a}{Fz-c}$	$kb-(kc-d) \frac{Fy-b}{Fz-c}$	d
$y'=x'$	$y=x$	$ka-\frac{k(a-b)(Fx-a)}{(Fx-a)-(Fy-b)}$	$kb-\frac{k(a-b)(Fy-b)}{(Fx-a)-(Fy-b)}$	$kc-\frac{k(a-b)(Fz-c)}{(Fx-a)-(Fy-b)}$

ただし、焦點は o 系で F(Fx, Fy, Fz) である, FP: FO = k: 1 である。

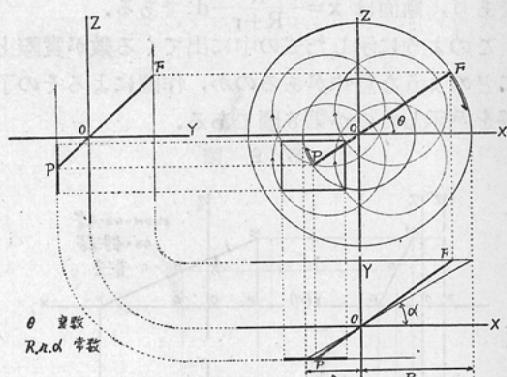
第5図



第6図



第7図



$$Fx = R \cos \theta, Fy = R \sin \theta, Fz = 0$$

$$k = \frac{R+r}{R}$$

となる。

$x'=0$  なるフィルム面のとき,

Nは

$$x'=0$$

$$y' = \frac{(R+r) \cos \theta}{R \cos \theta - a} (b - a \tan \theta)$$

$$z' = \frac{(R+r) \cos \theta}{R \cos \theta - a} \cdot c$$

である。断面は  $x=0$  なることもちろんである。

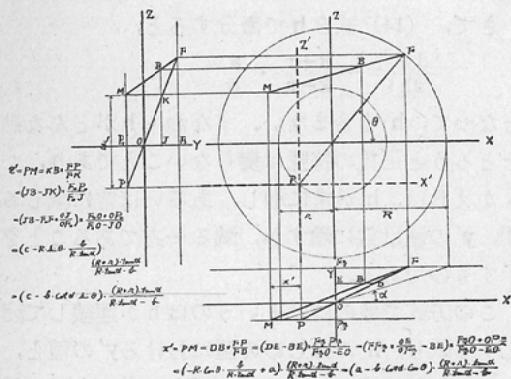


$y'=0$  なるフィルム面のとき、

Nは

$$x' = \frac{(R+r)\tan\alpha}{R\tan\alpha - b} (a - b \cot\alpha \cos\theta)$$

第 10 圖



あり、断面は  $y'=0$  である。

$$y'=0$$

$$z' = \frac{(R+r)\tan\alpha}{R\tan\alpha - b} (c - b \cot\alpha \sin\theta)$$

また  $y'=d$  なるフィルム面で N は

$$x' = \frac{(R+r)\tan\alpha}{R\tan\alpha - b} (a - b \cot\alpha \cos\theta) + \frac{RCos\theta - a}{R\tan\alpha - b} d$$

$$y'=d$$

$$z' = \frac{(R+r)\tan\alpha}{R\tan\alpha - b} (c - b \cot\alpha \sin\theta) - \frac{RSin\theta - c}{R\tan\alpha - b} d$$

であり、断面は  $y = \frac{R}{R+r} \cdot d$  である。

これらの式と作図との比較の1例は第10圖のとおりである。

### V. 像のぼけ

断層撮影法は断層機構による目的部分以外の像のぼけ方と、目的部分の像のぼけ方乃至ぼけない点との差を利用する撮影法であるが、像のぼけの研究は結局、投影點の座標すなわち N の性質を検討すればよいのである。

焦點の座標が變數であり、N の中にその變數が含まれてくるので、焦點の座標の變化に応じて N の座標も變化をし、像はぼけることになる。この兩者の關係を吟味すれば像のぼけの性質を知ることができるわけである。

すでにIV章に示したように焦點の座標をある 1

つの變數、例えば角とか、長さの量の函数としてあらわしているので、像のぼけもそれらの 1 變數の函数として研究することが出来るわけである。

以上 3 方式について具體的に検討を加えることにする。

#### (1) 振り子運動式

$$y' = \frac{(R+r)\cos\theta}{RCos\theta - a} (b - \tan\theta) \quad (5)$$

$$z' = \frac{(R+r)\cos\theta}{RCos\theta - a} c \quad (6)$$

によつて示される曲線になるが、(5), (6) 兩式より、

$$y' = \frac{b}{c} z' - \frac{a}{c} \tan\theta z' \quad (7)$$

がみちびかれる。

この(7)式をみると、

$$y_1' = \frac{b}{c} z' \quad (8)$$

なる直線と、

$$y_2' = -\frac{a}{c} \tan\theta z' \quad (9)$$

なる曲線との合成曲線であることがわかる。

この後者の(9)式と(6)式より  $\theta$  を消却すると、

$$-\frac{y_2'^2}{a^2 \cdot (R+r)^2} + \frac{\left[ \frac{z'}{R} - \frac{R \cdot c \cdot (R+r)}{R^2 - a^2} \right]^2}{a^2 \cdot c^2 \cdot (R+r)^2} = 1 \quad (10)$$

となり、これは双曲線の式である。つまり、この方式ではある點の投影は(5), (6) 兩式、すなわち(7)式であらわされる、直線(8)式のものと、双曲線(9)あるいは(10)式のものとの合成曲線の上におちることになる。

さて、(5), (6)式を  $\theta$  で微分すると、

$$\frac{dy'}{d\theta} = -\frac{R+r}{(RCos\theta - a)^2} a(R - aCos\theta - bSin\theta)$$

$$\frac{dz'}{d\theta} = \frac{R+r}{(RCos\theta - a)^2} aCSin\theta \quad (11)$$

となる。

R は 1,000 mm 級、a, b は 100 ~ 200 mm であり、 $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$  であるから、 $\frac{dy'}{d\theta}$  は a と正負反対の符号であり、

$\frac{dz'}{d\theta}$  は  $aCSin\theta$  と同符号である。つまり、 $\theta$  が正から負になれば符号が變るのである。したがつ

て $\theta$ の變化に應じて $y'$ は連續的に増するか、減るかするが、 $z'$ は $\theta=0$ のところで増減の向きが變ることになる。しかし $z'$ の方は増減の絶對量は僅少である。

いま $\theta$ の變域を $-\phi \leq \theta \leq \phi$ とすれば、 $\theta$ が $\phi$ 及び $-\phi$ のときの $y'$ の値の差の絶對值が像のぼけの $Y'$ 軸方向の長さになるわけであり、その $y'$ の2つの値の差を $D$ とすれば、

$$D = \frac{R+r}{RCos\phi-a} (-2a) Sin\phi$$

であり、これを $R, r, a, \phi$ でそれぞれ微分すると、

$$\frac{dD}{dR} = a \frac{2(r \cdot Cos\phi + a)}{(RCos\phi - a)^2} Sin\phi$$

$$\frac{dD}{dr} = -a \frac{2}{RCos\phi - a} Sin\phi$$

$$\frac{dD}{da} = -\frac{2RCos\phi}{(RCos\phi - a)^2} Sin\phi$$

$$\frac{dD}{d\phi} = -a \frac{2(R+r)}{(RCos\phi - a)^2} (R - aCos\phi)$$

となる。

$R, r, \phi$ はみな正であり、 $R, Cs\phi - a, r, Cs\phi + a$ も正である。そして $D$ は $a$ と符號が反對になる。

$R$ が大となり、 $r, \phi$ が小となれば、 $a < 0$ では、 $D$ が減少するが、 $D$ は正なので、 $|D|$ は小となる。逆に $0 < a$ では $D$ は増加するが、負なので、 $|D|$ は小となる。

$a < 0$ で $a$ がませば $D$ は減り、正であるから $|D|$ は小となり、 $0 < a$ で $a$ がませば、 $D$ は減るが負なので $|D|$ は大となる。いゝかえれば $|a|$ がませば、つまりB點が斷面から離れると $|D|$ すなわちぼけが大となることを示している。

この振り子運動式のぼけ方については宮地の研究がすでに發表されている。宮地の場合には作圖によつて式を求めてゐる。詳細は原著を參照されたい。

$Z'$ 軸方向の像のうごきは、

$$D' = \frac{-ac(R+r)}{(RCos\phi - a)(R-a)} (1 - Cos\phi)$$

で示されるもので僅かなものである。

(2) 直線運動方式

$$y' = \frac{R+r}{R-a} \left( b - \frac{a}{R} h \right) \quad (14)$$

$$z' = \frac{R+r}{R-a} c \quad (15)$$

であらわされるが、これは $z'$ の方に變數を含んでいないので、(15)式であらわされる直線に他ならない。

さて、(14)式を $h$ で微分すると、

$$\frac{dy'}{dh} = -\frac{R+r}{R-a} \cdot \frac{a}{R}$$

となつて、 $h$ を含まない。すなわち $h$ がどんな値をとろうと正負の符號は變らないことであり、いゝかえれば、 $h$ が常に増し、あるいは常に減じる間、 $y'$ の値は常に増すか、減る一方であることを示すものである。

この方式で像のぼけといふのは $h$ が連續して變化する限り、 $h$ のはじめの値における $y'$ の値と、 $h$ のおわりの値における $y'$ の値との差によって示されるわけである。

いま、 $h$ が $L$ から $-L$ まで變化するとして、 $L$ 及び $-L$ のときの $y'$ の値の差を $D$ とすれば、ぼけの長さは $|D|$ によつてあらわされることになる。すなわち、

$$D = 2 \cdot \frac{R+r}{R-a} \cdot \frac{a}{R} \cdot L \quad (16)$$

である。こゝに $L$ は正とする。

これを $R, r, a$ 及び $L$ でそれぞれ微分すると、

$$\frac{dD}{dR} = -a \frac{2L}{R^2(R-a)^2} [R(R+r) + r(R-a)]$$

$$\frac{dD}{dr} = a \frac{2L}{R(R-a)}$$

$$\frac{dD}{da} = \frac{2(R+r)L}{(R-a)^2}$$

$$\frac{dD}{dL} = a \frac{2(R+r)}{R(R-a)}$$

となる。

$R, r, L$ はみな正であり、 $R-a$ も正である。何となれば断層撮影においては $a$ は $R$ より小であるから、

すると、 $D$ は $a$ と正負等號であり、

$\frac{dD}{dR}$ は $a$ と反對の正負であり、

$\frac{dD}{dr}$ と $\frac{dD}{dL}$ は $a$ と等號であり、

$\frac{dD}{da}$ は常に正である。

このことからつぎのことがいえる。

$R$ がませば,  $a < 0$  のとき  $D$ は増すが  $D < 0$  であるから  $|D|$ は減る。 $a=0$  では  $D=0$  で  $|D|$ も 0 である。 $a < 0$  のとき  $D$ は減るが  $a < D$ であるから  $|D|$ も減る。つまり  $a=0$  ではぼけがなく,  $a \neq 0$  のときは,  $R$ がませばぼけは小となる。

$r$ , や  $L$ が大となれば  $a < 0$  では,  $D$ が大となり,  $0 < D$ で,  $|D|$ も大となる。 $a=0$  では  $D=0$ ,  $|D|=0$  である。 $0 < a$  では  $D$ は小となり,  $D < a$  であるから  $|D|$ は大となる。つまり,  $a=0$  ではぼけがないが,  $a \neq 0$  では  $r$ , や  $L$ が大となればぼけは大となる。

$a$ が大となれば  $D$ は常に大となるが,  $a$ と  $D$ とは等号であるから,  $a$ が大となると  $D$ が大となるということは  $|a|$ が大となると  $|D|$ が大となり, ぼけが大となるということである。

まとめてみると,  $R$ が大となり,  $r$ ,  $L$ が小となるとぼけは小となり,  $R$ が小となり,  $r$ ,  $L$ が大となるとぼけが大となる。また  $|a|$ が大となるとぼけが大となり,  $|a|$ が小となるとぼけが小となる。このあとの方はいゝかえると, 断面に近い點の像はぼけが小さいということである。

(15) 式であらわされる  $z'$  座標は變數を含まないのでぼけには關係なく, たゞ  $R$ ,  $r$ ,  $a$  及び  $C$  の値によつて像が投影される位置が變ることを示している。

### (3) 横断々層式

$$z' = \frac{(R+r) \tan \alpha}{R \tan \alpha - b} (c - b \operatorname{Cot} \alpha \sin \theta) \quad (17)$$

$$x' = \frac{(R+r) \tan \alpha}{R \tan \alpha - b} (a - b \operatorname{Cot} \alpha \cos \theta) \quad (18)$$

で示されるが, この2式から,

$$\left[ z' - \frac{(R+r) \tan \alpha \cdot c}{R \tan \alpha - b} \right]^2 + \left[ x' - \frac{(R+r) \tan \alpha \cdot a}{R \tan \alpha - b} \right]^2 = \left[ \frac{R+r}{R \tan \alpha - b} b \right]^2 \quad (19)$$

がみちびかれる。これは圓の式で, その中心は

$$z' = \frac{(R+r) \tan \alpha}{R \tan \alpha - b} \cdot c$$

$$x' = \frac{(R+r) \tan \alpha}{R \tan \alpha - b} \cdot b$$

で, 半徑は  $\left| \frac{R+r}{R \tan \alpha - b} \cdot b \right|$  となる。

(19) 式の圓の中心と  $N$ とを結ぶ直線の角係数

は,

$$\tan \theta$$

となる。

このことは焦點がその軌道である圓周を迴轉してゆくのと同じ角速度で, 投影點も (19) 式の圓周上を迴轉することを示しているわけである。

したがつて焦點が迴轉する角度が大きいほど, 像のぼけも完圓に近づいて大きくなるわけである。 $\theta$ の變域を  $\phi$ とすればぼけは,

$\left| \frac{R+r}{R \tan \alpha - b} \cdot b \right|$  を半徑とする圓弧で,  $\frac{\phi}{2\pi}$  圓周のものになるわけである。

この方式におけるぼけの長さは

$$\frac{R+r}{R \tan \alpha - b} \cdot b \cdot \phi = D \quad (20)$$

としたときの  $|D|$ になるわけである。

これが  $\phi$ がませばまし, へれば小となることは當然であろう。

(20) 式を,  $R, r, \alpha, b$  でそれぞれ微分すれば,

$$\frac{dD}{dR} = -b \frac{\operatorname{rtan} \alpha + b}{(R \tan \alpha - b)^2} \cdot \phi$$

$$\frac{dD}{dr} = b \frac{1}{R \tan \alpha - b} \cdot \phi$$

$$\frac{dD}{d\alpha} = -b \frac{R(R+r) \operatorname{Sec}^2 \alpha}{(R \tan \alpha - b)^2} \cdot \phi$$

$$\frac{dD}{db} = \frac{R(R+r) \tan \alpha}{(R \tan \alpha - b)^2} \cdot \phi$$

となる。 $R, r, \alpha, \phi$  はみな正である。また断層撮影では  $R \tan \alpha$  は  $b$ よりも大である。それで,  $D$ は  $b$ と等號であり,  $\frac{dD}{dR}$ ,  $\frac{dD}{d\alpha}$  は  $b$ と符號が反對で,  $\frac{dD}{dr}$ は等號である。また  $\frac{dD}{db}$ は常に正である。

結局, 詳論は省略するが,  $R, \alpha$ が大となり,  $r$ ,  $a$ が小となるときは,  $b < 0$  で  $D$ は大となるが,  $D < 0$  であるから  $|D|$ は小となりぼけは小となる。 $R \alpha$ が小となり,  $r$ が大となればぼけは逆に大となる。 $b$ は 0 であれば  $D=0$ ,  $|D|=0$  で,  $R, r, \alpha$ , の如何にかわらずぼけはなく,  $b \neq 0$  のときは  $|b|$ が大となればぼけは大となる。つまり断面から離れた點ほど像がぼけることになる。

### VI. 集點の固定の狂い

$F(F_x, F_y, F_z)$ に固すべき焦點を狂つて

$$F_f(F_x + \Delta x), (F_y + \Delta y), (F_z + \Delta z)]$$

に固定すれば、B (a, b, c) 點は FfB 直線にそつて投影されるが、Ff B 直線は、O 系で、

$$\frac{x-a}{Fx+\Delta x-a} = \frac{y-b}{Fy+\Delta y-b} = \frac{z-c}{Fz+\Delta z-c} \quad (21)$$

であり、P 系では

$$\begin{aligned} \frac{x' - [ka + (1-k) \cdot \Delta x]}{Fx + \Delta x - a} &= \frac{y' - [kb + (1-k) \cdot \Delta y]}{Fy + \Delta y - b} \\ &= \frac{z' - [kc + (1-k) \cdot \Delta z]}{Fz + \Delta z - c} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。

フィルム面  $x' = 0$  に投影される B 點の像は、

$$\begin{aligned} y' &= kb + (1-k) \cdot \Delta y - \{ka + (1-k) \cdot \Delta x\} \\ &\quad \cdot \frac{Fy + \Delta y - b}{Fx + \Delta x - a} \\ z' &= kc + (1-k) \cdot \Delta z - \{ka + (1-k) \cdot \Delta x\} \\ &\quad \cdot \frac{Fz + \Delta z - c}{Fx + \Delta x - a} \end{aligned}$$

である。

B 點が断面といわれる  $x=0$  面にあつて  $a=0$  のときでも、

$$y' = kb + (1-k) \cdot \left[ \Delta y - \frac{Fy + \Delta y - b}{Fx + \Delta x} \cdot \Delta x \right] \quad (23)$$

$$z' = kc + (1-k) \cdot \left[ \Delta z - \frac{Fz + \Delta z - c}{Fx + \Delta x} \cdot \Delta x \right] \quad (24)$$

であつて、なお  $Fx, Fy, Fz$  など變數が残つてゐるので像はぼけることになる。

フィルム面が  $y'=0$  のようなときでも同様な形の式で示すことができる。

實際断層撮影装置を製作し、また調整するときに焦點の固定を誤ることがあるわけであるが、そのぞれの表わし方を第11乃至13圖のようにすれば實用上便利であろうかと考えた。以下この表わし方にしたがつて、そのぞれと像のぼけとの關係をみることにする。

### (1) 振り子運動式

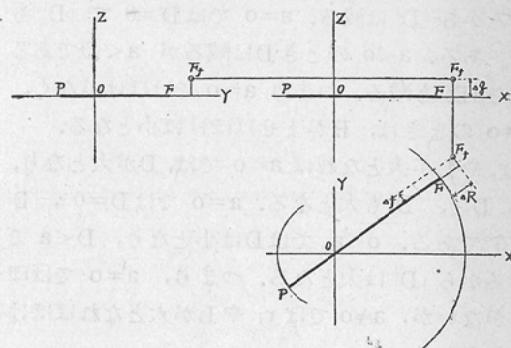
$OF$  の方向に  $\Delta R$ ,  $OF$  の直線より O から F に向つて左の方向, XY 面と平行に  $\Delta f$ , XY 面より Z 軸の方向に  $\Delta g$  ずれているとする。第11圖参考。

Ff の座標は、

$$\begin{aligned} [(R \cos \theta + \Delta R \cos \theta - \Delta f \sin \theta), \\ (R \sin \theta + \Delta R \sin \theta + \Delta f \cos \theta), \Delta g] \end{aligned}$$

となる。つまり

第 11 圖



$$\Delta x = \Delta R \cos \theta - \Delta f \sin \theta$$

$$\Delta y = \Delta R \sin \theta + \Delta f \cos \theta$$

$$\Delta z = \Delta g$$

になる。

すると断面上の B (a, b, c) 點の像は、

$$\begin{aligned} y' &= \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot \frac{\Delta R - \Delta f \tan \theta}{(R+\Delta R) - \Delta f \tan \theta} \cdot b \\ &\quad - \frac{r \Delta g \cdot \sec \theta}{(R+\Delta R) - \Delta f \tan \theta} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} z' &= \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot \frac{\Delta R - \Delta f \tan \theta}{(R+\Delta R) - \Delta f \tan \theta} \cdot c \\ &\quad - \frac{r \Delta g}{(R+\Delta R) - \Delta f \tan \theta} \end{aligned} \quad (26)$$

となる。

明かなように、變數  $\theta$  が含まれている。しかしよくみると、 $\theta$  を含む項乃至數にはすべて  $\Delta f$  が乘じられた形になつてゐるから、もし  $\Delta f = 0$  であれば、

$$y' = \frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R} \cdot b$$

$$z' = \frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R} \cdot c - \frac{r}{R+\Delta R} \cdot \Delta g$$

となつて、變數は含まれないので像はぼけないわけである。

たゞ、像の擴大率として  $k = \frac{R+r}{R}$  が豫想されていたのに、 $\Delta R$  のぞれのために擴大率が

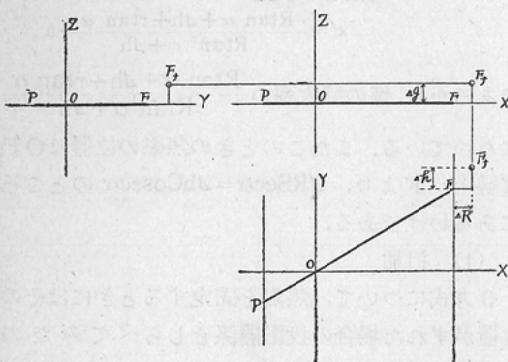
$$\frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R}$$

になり、また投影される位置は焦點が  $\Delta g$  ずれるために全體として Z 軸の方向に

$$-\frac{r}{R+\Delta R} \cdot \Delta g$$

だけずれた位置に像ができることになる。

第12圖



のことから装置の製作、調整に當つては焦點の固定で  $\Delta f$  を 0 にするように特に注意をしないと像がぼけることになり、また像のぼけがある大きさ以下に止めるには  $\Delta f$  がどれだけ小さくなければならないかということ、R, r, 及び  $\theta$  の變域から (25), (26) 式を用いて計算によつて求めることができるのである。

云いかえれば焦點が OF を含む XY 面に垂直な平面、あるいは OF と Z 軸を含む平面といつてもよいがその面内にあれば像はぼけないのである。

## (2) 直線運動式

焦點の直線運動の軌道から X 軸の方向に  $\Delta R$  だけ、Y 軸方向に  $\Delta h$ , Z 軸方向に  $\Delta g$  ずれてゐるとする。第12圖参照。

Ff は、

$$[(R+\Delta R), (h+\Delta h), \Delta g]$$

$$\Delta x = \Delta R, \Delta y = \Delta h, \Delta z = -\Delta h$$

となる。

断面上の點 B (o, b, c) の像は、

$$y' = \frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R} \cdot b - \frac{r}{R+\Delta R} \cdot \Delta h + \frac{r}{R} \cdot \frac{\Delta R}{R+\Delta R} \cdot h \quad (27)$$

$$z' = \frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R} \cdot c - \frac{r}{R+\Delta R} \cdot \Delta g \quad (28)$$

となつて變數 h を含んでゐる。

さて h を含む項には  $\Delta R$  が乘じられているので、もし  $\Delta R=0$  であれば、

$$y' = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot \Delta h$$

$$z' = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot \Delta g$$

となつて像はぼけないのである。

しかも擴大率も變らないが、 $\Delta h$  及び  $\Delta g$  の焦點のずれのために、Y 軸の方向に

$-\frac{r}{R} \Delta h$  だけ、Z 軸の方向に  $-\frac{r}{R} \Delta g$  だけ像がずれてくるわけである。

結局この方式では焦點が X=R 面内にあつて、Y 軸と平行に F と等速度で運動すれば像はぼけず、擴大率も變らないのである。

なお (27) 式は

$$y' = \frac{R+\Delta R+r}{R+\Delta R} \cdot b - \frac{r}{R+\Delta R} (\Delta h - \Delta R \cdot \frac{h}{R}) \quad (29)$$

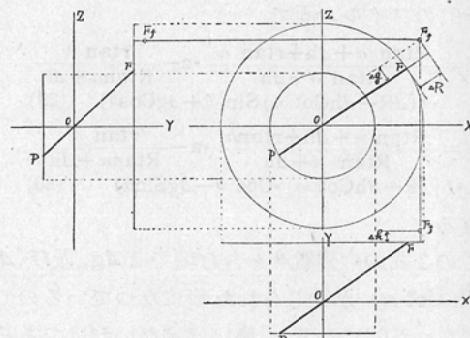
とかきかえられるが、もし、

$\Delta h - \Delta R, \frac{h}{R} = 0$  になるような  $\Delta h, \Delta R$  であれば、たとい h を含んでいても (29) 式、すなわち (27) 式も變數でなくなり、像はぼけないことになる。しかし、

$\Delta h - \Delta R, \frac{h}{R} = 0$  ということは h が變數である以上、 $\Delta h, \Delta R$  が常數ではあり得ないことであり、もし  $\Delta h, \Delta R$  が變數であつてそのような關係が成立つたためには、

$$\frac{\Delta h}{\Delta R} = \frac{h}{R}$$

第13圖



であるべきであるし、このことは焦點が OF を含み、XY 面に垂直な平面内にあるということである。

焦點の固定位置の表わし方を振り子運動式で用いた量であらわしても吟味が出来るが、同様なことなので省略しておく。

この方式に屬すべき断層撮影の装置では、管球の固定を FOP に相當する軸、例えは鐵筒などに

滑らせる外筒に固定するものもあり、したがつて首振り運動をやるのであるが、それならむしろ振り子運動式のときに用いた量でそれを表わした方が便利である。

近時簡易断層撮影装置などといつて市販になっているもので、ブッキー台や、倒立式の透視台の横にあるレールの上を管球装置を走らせて首振りをしない式のものではこの節で説明したような量でそれを表わすのが便利であると思われる。

### (3) 横断々層式

焦點からOFとY軸を含む平面に立てた垂線の足からY軸までの距離がRよりΔR大であり、OからFに向つて左の方向にΔg、Y軸の方向にΔhだけずれたとする。第13図参照。

Ffは、

$$[(RCos\theta + \Delta RCos\theta - \Delta gSin\theta), (Rtan\alpha + \Delta h), (RSi\theta + \Delta RSi\theta + \Delta gCos\theta)]$$

となり、

$$\Delta x = \Delta RCos\theta - \Delta gSin\theta$$

$$\Delta y = \Delta h$$

$$\Delta z = \Delta RSi\theta + \Delta gCos\theta$$

である。

すると、断面y=0上の点B(a,0,c)の像は、y'=0のフィルム面で

$$z' = \frac{Rtan\alpha + \Delta h + rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot c - \frac{rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot [(ΔR - ΔhCot\alpha)Sin\theta + ΔgCos\theta] \quad (29)$$

$$x' = \frac{Rtan\alpha + \Delta h + rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot a - \frac{rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot [(ΔR - ΔhCot\alpha)Cos\theta - ΔgSin\theta] \quad (30)$$

となる。

この2式の中變數θを含む項ではΔg、及び(ΔR - Δh Cot α)が乘じられた形になつてるので、この2つが0になると、像はぼけないわけである。すなわち、

$\Delta g = 0$  で、  $\frac{\Delta h}{\Delta R} = \tan\alpha$ 、または  $\Delta R = \Delta h = 0$  であれば像はぼけないことになる。

$\Delta g = 0$ 、 $\Delta R = \Delta h = 0$  というのは焦點がFにあるということである。

$\Delta g = 0$ 、 $\frac{\Delta h}{\Delta R} = \tan\alpha$  というのは、焦點がOF直線上にあるということである。そしてこの場合像はぼけないが、

$$z' = \frac{Rtan\alpha + \Delta h + rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot c$$

$$x' = \frac{Rtan\alpha + \Delta h + rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h} \cdot a$$

であるから、像の擴大率が  $\frac{Rtan\alpha + \Delta h + rtan\alpha}{Rtan\alpha + \Delta h}$  になつてゐる。またこのときの焦點の位置はOF直線上、Fより、 $\Delta R Sec\alpha = \Delta h Cosec\alpha$  のところにあるわけである。

### (4) 追加

3方式について、焦點を固定するときにはその位置がずれた場合の投影關係をしらべてみたのち、逆にその式から像をぼけさせない方があるとすればどんな場合であるかみて來たのである。

像がぼけないというのはそれはそれで断層撮影の條件に適つていなければならぬわけであるが、その場合の焦點の位置に對應しての、断層撮影の條件としてあげた關係を満足させる點はどういう點であろうか。

振り子運動式では、 $\Delta f = 0$  であれば  $\Delta R \neq 0$ 、 $\Delta g \neq 0$  でも像はぼけないが、そのときのFfは、  
 $[(R + \Delta R) \cdot Cos\theta, (R + \Delta R) Sin\theta, \Delta g]$

である。またPは

$$(-rCos\theta, -rSin\theta, 0)$$

であるから、Ff P 直線は

$$\frac{x + rCos\theta}{(R + \Delta R + r)Cos\theta} = \frac{y + rSin\theta}{(R + \Delta R + r)Sin\theta} = \frac{z}{\Delta g}$$

である。

またこのときの擴大率は  $\frac{R + \Delta R + r}{R + \Delta R}$  であるから、線分FfPをFfより  $\frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + r}$  に分つ點を考えてみると、

$$(o, o, \Delta g \cdot \frac{r}{R + \Delta R + r})$$

になるがこれが、断層撮影の條件にいふF、Pに對するOの點の關係を、F、Pに對してもつものと考えられる。

いま  $R + \Delta R = R'$

$$\frac{R + \Delta R + r}{R + \Delta R} = \frac{R' + r}{R'} = k'$$

とすれば、

$$Ff \text{ は } (R'Cos\theta, R'Sin\theta, \Delta g)$$

$$P \text{ は } (-rCos\theta, -rSin\theta, 0)$$

となる。

原點を  $(0, 0, \Delta g \cdot \frac{r}{R'+r})$  にうつすと,  
 $Ff$  は  $(R' \cos \theta, R' \sin \theta, \Delta g \cdot \frac{R}{R'+r})$

$P$  は  $(-r \cos \theta, -r \sin \theta, -\Delta g \cdot \frac{r}{R'+r})$

で,

$$-r \cos \theta = (1-k') R' \cos \theta \\ -r \sin \theta = (1-k') R' \sin \theta$$

$$-\Delta g \cdot \frac{r}{R'+r} = (1-k') \Delta g \cdot \frac{R'}{R'+r}$$

であることは明かである。

直線運動式では,  $\Delta R=0$  であれば,

$\Delta h \neq 0, \Delta g \neq 0$  でも像はぼけないという。

$Ff$  は  $(R, h+\Delta h, \Delta g)$

$P$  は  $(-r, (1-k)h, 0)$

であるがもちろん  $h = \frac{R}{R+r}$  である

原點を  $(0, \Delta h \cdot \frac{r}{R+r}, \Delta g \cdot \frac{r}{R+r})$  にうつす

と,  $Ff(R, h+\Delta h \cdot \frac{R}{R+r}, \Delta g \cdot \frac{R}{R+r})$  及び

$P(-r - (h+\Delta h) \cdot \frac{r}{R+r}, -\Delta g \cdot \frac{r}{R+r})$  で

$$-r = (1-k)R$$

$$-(h+\Delta h) \cdot \frac{r}{R+r} = (1-k)(h+\Delta h) \frac{R}{R+r}$$

$$-\Delta g \cdot \frac{r}{R+r} = (1-k) \Delta g \cdot \frac{R}{R+r}$$

である。

横断々層式では,  $\Delta g=0, \frac{\Delta h}{\Delta R} = \tan \alpha$

$$\Delta h = \Delta R \tan \alpha$$

$$R + \Delta R = R', \frac{R' + r}{R'} = k'$$

とすれば,

$Ff(R' \cos \theta, R' \tan \alpha, R' \sin \theta)$

$P(-r \cos \theta, -r \tan \alpha, -r \sin \theta)$

で, もちろん,

$$-r \cos \theta = (1-k') R' \cos \theta,$$

$$-r \tan \alpha = (1-k'), R' \tan \alpha$$

$$-r \sin \theta = (1-k') R' \sin \theta$$

である。

少しくどく解明したが, 像がぼけない以上は断

層撮影の條件でみた  $F, O, P$  の關係にある點は幾つもといふより, 無限にあるといつてもよいのである。

## VII 焦點の半影

焦點が點でなく, 大きさをもつてゐるため半影現象によるぼけが大なり小なり必ず伴うわけで, 時には數mmの大きさにも達するから一應検討しておく必要がある。

實用の焦點は正方形の作用焦點をもつてゐるので, 正方形の焦點としてその半影を検討する。正方形の中心を  $F$  におき, 1邊を焦點の運動面と平行において固定したものとして検討を進める。すなわち第14乃至16圖のようになる。

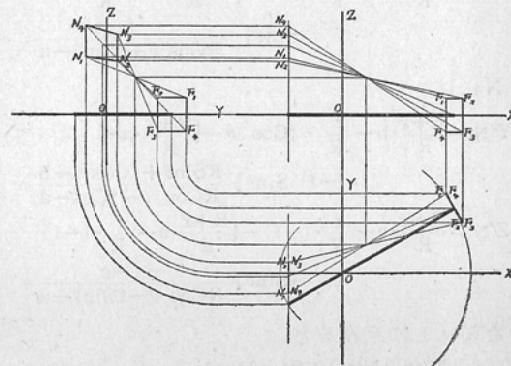
正方形の焦點による半影は4つの頂點による投影點を結び合せた4邊形であるわけだから, 正方形の中心を  $F$  においたときの4頂點,  $F_1, F_2, F_3, F_4$  及び  $F$  による  $B(a, b, c)$  點の投影點をそれぞれ  $N_1, N_2, N_3, N_4$  及び  $N$  とする。なお正方形の1邊の長さを  $2f$  とする。

さて,  $N$  の式はすでにとめたものであるが,  $N_1, N_2, N_3, N_4$  は  $F_1, F_2, F_3, F_4$  の位置からもとめねばならない。それらは焦點の固定位置がずれた場合の投影像として前章で吟味して來たことを適用して, その式からもとめることが出来るわけである。すなわちそれぞれの  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  をきめて計算すればよいことになる。

### (1) 振り子運動式

焦點の中心, 頂點の座標は,

第 14 圖



$$F(R\cos\theta, R\sin\theta, o)$$

$$F_1(R\cos\theta - f\sin\theta, R\sin\theta + f\cos\theta, f)$$

$$F_2(R\cos\theta + f\sin\theta, R\sin\theta - f\cos\theta, f)$$

$$F_3(R\cos\theta + f\sin\theta, R\sin\theta - f\cos\theta, -f)$$

$$F_4(R\cos\theta - f\sin\theta, R\sin\theta + f\cos\theta, -f)$$

で、それぞれの  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  は、

$$\Delta x, \quad \Delta y, \quad \Delta z$$

$$F_1 \text{ のもの } -f\sin\theta, \quad f\cos\theta, \quad f$$

$$F_2 \text{ '' } f\sin\theta, \quad -f\cos\theta, \quad f$$

$$F_3 \text{ '' } f\sin\theta, \quad -f\cos\theta, \quad -f$$

$$F_4 \text{ '' } -f\sin\theta, \quad f\cos\theta, \quad -f$$

となる。第14圖参照。

$N_1$  の座標は

$$Y'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cdot \cos\theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \right. \\ \left. - (-f) \sin\theta \right\} \cdot \frac{R\sin\theta + f\cos\theta - b}{RCos\theta - f\sin\theta - a}$$

$$Z'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \right. \\ \left. - \sin\theta \right\} \cdot \frac{f-c}{RCos\theta - f\sin\theta - a}$$

$N_2$  は

$$Y'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cos\theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a \right. \\ \left. - \frac{r}{R} f\sin\theta \right\} \cdot \frac{R\sin\theta - f\cos\theta - b}{RCos\theta + f\sin\theta - a}$$

$$Z'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f\sin\theta \right\} \\ \cdot \frac{f-c}{RCos\theta + f\sin\theta - a}$$

$N_3$  は

$$Y'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cos\theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \right. \\ \left. - f\sin\theta \right\} \cdot \frac{R\sin\theta - f\cos\theta - b}{RCos\theta + f\sin\theta - a}$$

$$Z'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \right. \\ \left. - \sin\theta \right\} \cdot \frac{-f-c}{RCos\theta + f\sin\theta - a}$$

$N_4$  は

$$Y'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f\cos\theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \right. \\ \left. - (-f) \sin\theta \right\} \cdot \frac{R\sin\theta + f\cos\theta - b}{RCos\theta - f\cos\theta - a}$$

$$Z'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \right. \\ \left. - \sin\theta \right\} \cdot \frac{-f-c}{RCos\theta - f\sin\theta - a}$$

となる。これをみると、

$$Y'N_1 = Y'N_4, \quad Y'N_2 = Y'N_3$$

であるから、 $N_1N_4, N_2N_3$  の2邊は $Z'$  軸に平行な2邊であり、 $N_1N_2N_3N_4$  は梯形である。

もしB點が断面  $x=0$  にあれば、 $a=0$  であるから、各投影點の座標はつぎの通りになる。

すなわち、

$$YN'_1 = YN'_4 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} f\cos\theta + \frac{r}{R} \cdot (-f) \\ \cdot \sin\theta, \quad \frac{R\sin\theta + f\cos\theta - b}{RCos\theta - f\sin\theta}$$

$$YN'_2 = YN'_3 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cos\theta + \frac{r}{R} \\ \cdot f\sin\theta, \quad \frac{R\sin\theta - f\cos\theta - b}{RCos\theta + f\sin\theta}$$

$$ZN'_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f + \frac{r}{R} \cdot (-f) \sin\theta \cdot \frac{f-c}{RCos\theta - f\sin\theta} \\ ZN'_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f + \frac{r}{R} \cdot f\sin\theta \cdot \frac{f-c}{RCos\theta + f\sin\theta} \\ ZN'_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) + \frac{r}{R} \cdot f\sin\theta \\ \cdot \frac{-f-c}{RCos\theta + f\sin\theta} \\ ZN'_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) + \frac{r}{R} \cdot (-f) \sin\theta \\ \cdot \frac{-f-c}{RCos\theta - f\sin\theta}$$

である。

これから、

$$Y'N_2 - Y'N_1 = Y'N_2 - Y'N_4 = Y'N_3 - Y'N_1 = Y'N_3 - Y'N_4 \\ = \frac{r}{R} \cdot 2f \sec\theta \left( 1 - \sin\theta \frac{b}{R} \right) \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2\theta}$$

$$Z'N_2 - Z'N_1 = \frac{r}{R} \cdot 2f \tan\theta \frac{f-c}{R} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2\theta}$$

$$Z'N_3 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 + \frac{f}{R} \tan\theta}$$

$$Z'N_4 - Z'N_3 = \frac{r}{R} \cdot 2f \tan\theta \frac{f+c}{R} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2\theta}$$

$$Z'N_1 - Z'N_4 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 - \frac{f}{R} \tan\theta}$$

$$Z'N_3 - Z'N_1 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \left( 1 - \tan\theta \frac{c}{R} \right) \\ \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2\theta}$$

$$Z'N_4 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \left( 1 + \tan\theta \frac{c}{R} \right) \\ \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2\theta}$$

がみちびかれるし、したがつて、

$$\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\left[ \sec^2 \theta \left( 1 - \sin \theta \frac{b}{R} \right)^2 + \tan^2 \theta \left( \frac{f-c}{R} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2 \theta}$$

$$\frac{N_2 - N_3}{N_2 + N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 + \frac{f}{R} \cdot \tan \theta}$$

$$\frac{N_3 - N_4}{N_3 + N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\left[ \sec^2 \theta \left( 1 - \sin \theta \frac{b}{R} \right)^2 + \tan^2 \theta \cdot \left( \frac{f+c}{R} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2 \theta}$$

$$\frac{N_4 - N_1}{N_4 + N_1} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 - \frac{f}{R} \cdot \tan \theta}$$

$$\frac{N_1 - N_3}{N_1 + N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\left[ \sec^2 \theta \left( 1 - \sin \theta \frac{b}{R} \right)^2 + \left( 1 - \tan \theta \frac{c}{R} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2 \theta}$$

$$\frac{N_2 - N_4}{N_2 + N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\left[ \sec^2 \theta \left( 1 - \sin \theta \frac{b}{R} \right)^2 + \left( 1 + \tan^2 \theta \frac{c}{R} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2 \theta}$$

によつて、4邊の長さ、対角線の長さなどがあらわされる。

實際撮影では、 $R=1,000\text{ mm}$ ,  $r=200\text{ mm}$ ,  $2f=5\text{ mm}$  あるいは  $2f < 5\text{ mm}$  段であり、 $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$  であるから、

$$\left| \frac{f}{R} \cdot \tan \theta \right| \leq \frac{2.5}{1.000} \cdot \tan \frac{\pi}{6} < 1.5 \times 10^{-3}$$

であり、 $(\frac{f}{R} \cdot \tan \theta)^2 < 2.25 \times 10^{-6}$  で實用的には 0 としてよく、また

$$0.9985 < \frac{1}{1 + \frac{f}{R} \cdot \tan \theta} < 1.0016$$

$$0.9985 < \frac{1}{1 - \frac{f}{R} \cdot \tan \theta} < 1.0016$$

$$1 < \frac{1}{1 - \left( \frac{f}{R} \right)^2 \tan^2 \theta} < 1,0000077$$

となるから、これらは實用的には 1 として取扱つてよい。

いま、 $R=1,200\text{ mm}$ ,  $r=200\text{ mm}$ ,  $2f=5\text{ mm}$  とすれば、原點にある點の像では半影は

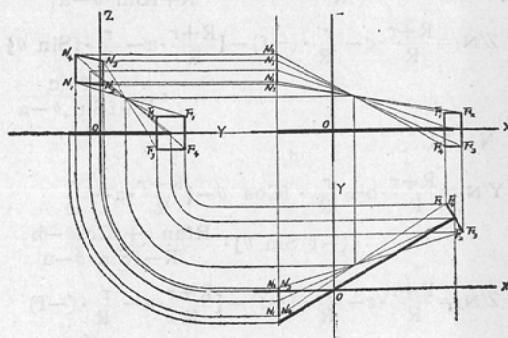
$$\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = \frac{N_3 - N_4}{N_3 + N_4} \div \frac{5}{6} \cdot \sec \theta, (\text{mm})$$

$$\frac{N_2 - N_3}{N_2 + N_3} = \frac{N_4 - N_1}{N_4 + N_1} \div \frac{5}{6} (\text{mm})$$

$$\frac{N_1 - N_3}{N_1 + N_3} = \frac{N_2 - N_4}{N_2 + N_4} \div \frac{5}{6} \sqrt{\sec^2 \theta + 1}. (\text{mm})$$

となる。

第 15 圖



## (2) 直線運動式

$$F(R, h, o)$$

$$F_1(R-f\sin \theta, h+f\cos \theta, f)$$

$$F_2(R+f\sin \theta, h-f\cos \theta, f)$$

$$F_3(R+f\sin \theta, h-f\cos \theta, -f)$$

$$F_4(R-f\sin \theta, h+f\cos \theta, -f)$$

で、

$$\Delta x, \quad \Delta y, \quad \Delta z.$$

$$F_1 \text{ のもの } -f\sin \theta, f\cos \theta, f$$

$$F_2 \text{ " } f\sin \theta, -f\cos \theta, f$$

$$F_3 \text{ " } f\sin \theta, -f\cos \theta, -f$$

$$F_4 \text{ " } -f\sin \theta, f\cos \theta, -f$$

となる。たゞし、 $\tanh^{-1} \frac{h}{R} = \theta$  とする。第15圖參照。

$N_1$  は

$$Y'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cdot \cos \theta - \left[ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \sin \theta \right] \cdot \frac{R \tan \theta + f \cos \theta - b}{R - f \cdot \sin \theta - a}$$

$$Z'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \right. \\ \left. \cdot \sin \theta \right\} \cdot \frac{f-c}{R-f \sin \theta - a}$$

N<sub>2</sub> は

$$Y'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot \cos \theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a \right. \\ \left. - \frac{r}{R} f \sin \theta \right\} \cdot \frac{R \tan \theta - f \cos \theta - b}{R + f \sin \theta - a}$$

$$Z'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \sin \theta \right\} \\ \cdot \frac{f-c}{R+f \sin \theta - a}$$

N<sub>3</sub> は

$$Y'N_3 = \frac{R+b}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot \cos \theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a \right. \\ \left. - \frac{r}{R} \cdot f \sin \theta \right\} \cdot \frac{R \tan \theta - f \cos \theta - b}{R + f \sin \theta - a}$$

$$Z'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \sin \theta \right\} \\ \cdot \frac{-f-c}{R+f \sin \theta - a}$$

N<sub>4</sub> は

$$Y'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cos \theta - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \right. \\ \left. \cdot (-f) \sin \theta \right\} \cdot \frac{R \tan \theta + f \cos \theta - b}{R - f \sin \theta - a}$$

$$Z'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \right. \\ \left. \cdot \sin \theta \right\} \cdot \frac{-f-c}{R-f \sin \theta - a}$$

となつて、

$$Y'N_1 = Y'N_4, Y'N_2 = Y'N_3$$

であるから、N<sub>1</sub> N<sub>2</sub> N<sub>3</sub> N<sub>4</sub> なる4邊形は、

N<sub>1</sub>N<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>N<sub>3</sub> がZ'軸に平行な梯形である。

断面上の點の像では a=o であるから、

$$Y'N_1 = Y'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cos \theta + \frac{r}{R} (-f) \sin \theta \\ \cdot \frac{R \tan \theta + f \cos \theta - b}{R - f \sin \theta}$$

$$Y'N_2 = Y'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot \cos \theta + \frac{r}{R} \cdot f \\ \cdot \sin \theta \frac{R \tan \theta - f \cos \theta - b}{R + f \sin \theta}$$

$$Z'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f + \frac{r}{R} \cdot (-f) \sin \theta \frac{f-c}{R-f \sin \theta}$$

$$Z'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f + \frac{r}{R} \cdot f \sin \theta \frac{f-c}{R+f \sin \theta}$$

$$Z'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) + \frac{r}{R} \cdot f \sin \theta \frac{f-c}{R+f \sin \theta}$$

$$Z'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) + \frac{r}{R} \cdot (-f) \sin \theta \\ \cdot \frac{-f-c}{R-f \sin \theta}$$

となつて、

$$Y'N_2 - Y'N_1 = Y'N_2 - Y'N_4 = Y'N_3 - Y'N_1 = Y'N_3 - Y'N_4 \\ = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot (\sec \theta - \sin \theta \cdot \frac{b}{R}) \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$Z'N_2 - Z'N_1 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sin \theta \frac{f-c}{R} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$Z'N_3 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 + \frac{f}{R} \sin \theta}$$

$$Z'N_4 - Z'N_3 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sin \theta \frac{f+c}{R} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$Z'N_1 - Z'N_4 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 - \frac{f}{R} \sin \theta}$$

$$Z'N_3 - Z'N_1 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot (1 - \sin \theta \frac{c}{R}) \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$Z'N_4 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot (1 + \sin \theta \frac{c}{R}) \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

である。したがつて、

$$\overline{N_1 N_2} = \frac{r}{R} \cdot 2f \\ \cdot \sqrt{\left( (\sec \theta - \sin \theta \cdot \frac{b}{R})^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{f-c}{R} \right)^2 \right)} \\ \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$\overline{N_2 N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 + \frac{f}{R} \sin \theta}$$

$$\overline{N_3 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \\ \cdot \sqrt{\left( (\sec \theta - \sin \theta \cdot \frac{b}{R})^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{f+c}{R} \right)^2 \right)} \\ \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f}{R})^2 \sin^2 \theta}$$

$$\overline{N_4 N_1} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 - \frac{f}{R} \sin \theta}$$

$$\overline{N_1 N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f \\ \cdot \sqrt{\left( (\sec \theta - \sin \theta \cdot \frac{b}{R})^2 + (1 - \sin \theta \cdot \frac{c}{R})^2 \right)}$$

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{f}{R}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

$$\overline{N_2 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f$$

$$\cdot \sqrt{\left(\sec \theta - \sin \theta \cdot \frac{b}{R}\right)^2 + \left(1 + \sin \theta \cdot \frac{c}{R}\right)^2}$$

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{f}{R}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

によって、半影の4邊形の各邊や、對角線の長さがあらわされる。

實際には、 $R = 1,000$  mm,  $r = 200$  mm,  $2f = 5$  mmくらいであり、 $-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \tan^{-1} \frac{h}{R} \leq \frac{\pi}{6}$ であるから、

$$\left| \frac{f}{R} \cdot \sin \theta \right| \leq \frac{2.5}{1,000} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot 1.25 \times 10^{-3}$$

であつて、 $\left(\frac{f}{R} \cdot \sin \theta\right)^2 \leq 1,5625 \times 10^{-6}$ で實用的には0としてよく、また、

$$0.99875 < \frac{1}{1 + \frac{f}{r} \sin \theta} < 1.00125$$

$$0.99875 < \frac{1}{1 - \frac{f}{r} \sin \theta} < 1.00125$$

$$1 < \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{R}\right) \sin^2 \theta} < 1,0000016$$

となるから、これらを實用的には1として取扱つてもよい。

原點の像で、 $R = 1,200$  mm,  $r = 150$  mm,  $2f = 5$  mmとすれば、

$$\overline{N_1 N_2} = \overline{N_3 N_4} \div \frac{5}{8} \cdot \sec \theta \quad (\text{mm})$$

$$\overline{N_2 N_3} = \overline{N_4 N_1} \div \frac{5}{8} \quad (\text{mm})$$

$$\overline{N_1 N_3} = \overline{N_2 N_4} \div \frac{5}{8} \cdot \sqrt{\sec^2 \theta + 1} \quad (\text{mm})$$

となる。

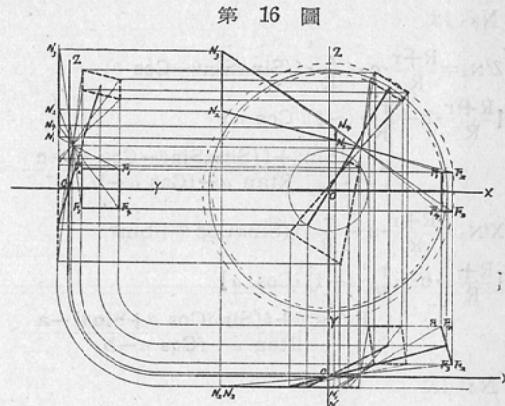
### (3) 橫斷々層式

$$F_1 \quad (RCos \theta, \quad Rtan \alpha, \quad RSin \theta)$$

$$F_1 [(RCos \theta - fSin \alpha Cos \theta - fSin \theta), (Rtan \alpha + fCos \alpha), (RSin \theta - fSin \alpha, Sin \theta - fCos \theta)]$$

$$F_2 [(RCos \theta + fSin \alpha Cos \theta - fSin \theta), (Rtan \alpha - fCos \alpha), (RSin \theta + fSin \alpha Sin \theta + fCos \theta)]$$

$$F_3 [(RCos \theta + fSin \alpha Cos \theta + fSin \theta), (Rtan \alpha - fCos \alpha), (RSin \theta + fSin \alpha Sin \theta - fCos \theta)]$$



$$F_4 [(RCos \theta - fSin \alpha Cos \theta + fSin \theta), (Rtan \alpha + fCos \alpha), (RSin \theta - fSin \alpha Sin \theta - fCos \theta)]$$

で、

$$\Delta x, \quad \Delta y, \quad \Delta z.$$

$$F_1 \text{ のもの } -f(Sin \alpha Cos \theta + Sin \theta), \quad fCos \alpha, \quad -f(Sin \alpha Sin \theta - Cos \theta)$$

$$F_2 \quad " \quad f(Sin \alpha Cos \theta - Sin \theta), \quad -fCos \alpha, \quad f(Sin \alpha Sin \theta + Cos \theta)$$

$$F_3 \quad " \quad f(Sin \alpha Cos \theta + Sin \theta), \quad -fCos \alpha, \quad f(Sin \alpha Sin \theta - Cos \theta)$$

$$F_4 \quad " \quad -f(Sin \alpha Cos \theta - Sin \theta), \quad fCos \alpha, \quad -f(Sin \alpha Sin \theta + Cos \theta)$$

となる。第16圖参照。

$N_1$  は

$$Z'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) (Sin \alpha Sin \theta - Cos \theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cdot Cos \alpha \right\} \frac{RSin \alpha - f(Sin \theta - Cos \theta) - c}{Rtan \alpha + fCos \alpha - b} \\ X'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) (Sin \alpha Cos \theta + Sin \theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cdot Cos \alpha \right\} \cdot \frac{RSin \theta - f(Sin \alpha Cos \theta + Sin \theta - a)}{Rtan \alpha + fCos \alpha - b}$$

$N_2$  は

$$Z'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f (Sin \alpha Sin \theta + Cos \theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot Cos \alpha \right\} \cdot \frac{RSin \theta + f(Sin \alpha Sin \theta + Cos \theta) - c}{Rtan \alpha - fCos \alpha - b}$$

$$X'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f (Sin \alpha Cos \theta - Sin \theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot Cos \alpha \right\} \cdot \frac{RCos \theta + f(Sin \alpha Cos \theta - Sin \theta) - a}{Rtan \alpha - fCos \alpha - b}$$

$N_3$  は

$$Z'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \right\} \\ \cdot \frac{R \sin\theta + f(\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) - c}{R \tan\alpha - f \cos\alpha - b}$$

$$X'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \cos\theta + \sin\theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \right\} \\ \cdot \frac{R \cos\theta + f(\sin\alpha \cos\theta + \sin\theta) - a}{R \tan\alpha - f \cos\alpha - b}$$

$N_4$  は

$$Z'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \sin\theta + \cos\theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cos\alpha \right\} \\ \cdot \frac{R \sin\theta - f(\sin\alpha \sin\theta + \cos\theta) - c}{R \tan\alpha + f \cos\alpha - b}$$

$$X'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) \\ - \left\{ \frac{R+r}{R} \cdot b - \frac{r}{R} \cdot f \cos\alpha \right\} \\ \cdot \frac{R \cos\theta - f(\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) - a}{R \tan\alpha + f \cos\alpha - b}$$

となるが、

$$Z'N_4 - Z'N_1 = \frac{2f \cos\theta}{R \tan\alpha + f \cos\theta - b} \cdot (r \tan\alpha + b)$$

$$X'N_4 - X'N_1 = \frac{-2f \sin\theta}{R \tan\alpha + f \cos\alpha - b} \cdot (r \tan\alpha + b)$$

で、

$$\frac{Z'N_4 - Z'N_1}{X'N_4 - X'N_1} = -\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

となる。

同様に

$$\frac{Z'N_3 - Z'N_2}{X'N_3 - X'N_2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

となるから、 $N_4 N_1$  と  $N_2 N_3$  は平行な 2 邊で、  
OF と直角を挟む方向である。もちろん  $N_1 N_2$   
 $N_3 N_4$  は梯形になる。

断面の像における半影の大きさをしらべると、  
 $b=0$  であるから、

$$Z'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) \\ + \frac{r}{R} \cdot f \cos\alpha \cdot \frac{R \sin\theta - f(\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) - c}{R \tan\alpha + f \cos\alpha} \\ Z'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \sin\theta + \cos\theta) + \frac{r}{R} \\ \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \cdot \frac{R \sin\theta + f(\sin\alpha \sin\theta + \cos\theta) - c}{R \tan\alpha - f \cos\alpha}$$

$$Z'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) + \frac{r}{R} \\ \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \cdot \frac{R \sin\theta + f(\sin\alpha \sin\theta - \cos\theta) - c}{R \tan\alpha - f \cos\alpha}$$

$$Z'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot c - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \sin\theta + \cos\theta) \\ + \frac{r}{R} \cdot f \cdot \cos\alpha \cdot \frac{R \sin\theta - f(\sin\theta + \cos\theta) - c}{R \tan\alpha + f \cos\alpha}$$

$$X'N_1 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \cos\theta + \sin\theta) + \\ + \frac{r}{R} \cdot f \cos\alpha \cdot \frac{R \cos\theta - f(\sin\alpha \cos\theta + \sin\theta) - a}{R \tan\alpha + f \cos\alpha}$$

$$X'N_2 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) + \frac{r}{R} \\ \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \cdot \frac{R \cos\theta - f(\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) - a}{R \tan\alpha - f \cos\alpha}$$

$$X'N_3 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot f \cdot (\sin\alpha \cos\theta + \sin\theta) + \frac{r}{R} \\ \cdot (-f) \cdot \cos\alpha \cdot \frac{R \cos\theta + f(\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) - a}{R \tan\alpha - f \cos\alpha}$$

$$X'N_4 = \frac{R+r}{R} \cdot a - \frac{r}{R} \cdot (-f) \cdot (\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) \\ + \frac{r}{R} \cdot f \cos\alpha \cdot \frac{R \cos\theta - f(\sin\alpha \cos\theta - \sin\theta) - a}{R \tan\alpha + f \cos\alpha}$$

となる。したがつて、

$$Z'N_2 - Z'N_1 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cos\alpha \operatorname{Cot}\alpha [\sec^2\alpha \cdot \sin\theta \\ + \frac{f}{R} \cdot \cos\theta - \frac{c}{R}] \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}\right)^2}$$

$$Z'N_3 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cos\alpha \operatorname{Cot}\alpha [\sec^2\alpha \cdot \sin\theta \\ - \frac{f}{R} \cdot \cos\theta - \frac{c}{R}] \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}\right)^2}$$

$$Z'N_1 - Z'N_4 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cos\theta \cdot \frac{1}{1 + \frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}}$$

$$Z'N_3 - Z'N_1 = -\frac{r}{R} \cdot 2f [\cosec\alpha \sin\theta - \cos\theta \\ - \frac{c}{R} \cos\alpha \operatorname{Cot}\alpha] \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}\right)^2}$$

$$Z'N_4 - Z'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f [\cosec\alpha \sin\theta + \cos\theta - \frac{c}{R} \\ \cdot \cos\alpha \operatorname{Cot}\alpha] \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}\right)^2}$$

$$X'N_2 - X'N_1 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cos\alpha \operatorname{Cot}\alpha [\sec^2\alpha \cos\theta - \\ - \frac{f}{R} \cdot \sin\theta - \frac{a}{R}] \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{f \cos\alpha}{R \tan\alpha}\right)^2}$$

$$X'N_3 - X'N_2 = -\frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sin \theta \cdot \frac{1}{1 - \frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha}}$$

$$X'N_4 - X'N_3 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cos \alpha \cot \alpha [\sec^2 \alpha \cos \theta + \frac{f}{R} \cdot \sin \theta - \frac{a}{R}] \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

$$X'N_1 - X'N_4 = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sin \theta \cdot \frac{1}{1 + \frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha}}$$

$$X'N_3 - X'N_1 = -\frac{r}{R} \cdot 2f [\cosec \alpha \cos \theta + \sin \theta - \frac{a}{R} \cdot \cos \alpha \cot \alpha] \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

$$X'N_4 - X'N_2 = \frac{r}{R} \cdot 2f [\cosec \alpha \cos \theta - \sin \theta - \frac{a}{R} \cdot \cos \alpha \cot \alpha] \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

となるから、各邊や對角線などは、

$$\overline{N_1 N_2} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cos \alpha \cot \alpha$$

$$\cdot \sqrt{(\sec^2 \alpha \sin \theta + \frac{f}{R} \cos \theta - \frac{c}{R})^2 + (\sec^2 \alpha \cos^2 \theta - \frac{f}{R} \sin \theta - \frac{a}{R})^2} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

$$\overline{N_2 N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 - \frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha}}$$

$$\overline{N_3 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cos \alpha \cot \alpha$$

$$\cdot \sqrt{(\sec^2 \alpha \sin \theta - \frac{f}{R} \cos \theta - \frac{c}{R})^2 + (\sec^2 \alpha \cos \theta + \frac{f}{R} \sin \theta - \frac{a}{R})^2} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

$$\overline{N_4 N_1} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \frac{1}{1 + \frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha}}$$

$$\overline{N_1 N_3} = \frac{r}{R} \cdot 2f$$

$$\cdot \sqrt{(\cosec \alpha \sin \theta - \cos \theta - \frac{c}{R} \cos \alpha \cot \alpha)^2 + (\cosec \alpha \cos \theta + \sin \theta - \frac{a}{R} \cos \alpha \cot \alpha)^2} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

$$\overline{N_2 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot$$

$$\sqrt{\frac{(\cosec \alpha \sin \theta + \cos \theta - \frac{c}{R} \cos \alpha \cot \alpha)^2 + (\cosec \alpha \cos \theta - \sin \theta - \frac{a}{R} \cos \alpha \cot \alpha)^2}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}}$$

で示される。

また原點にある點の像では  $a=0, c=0$  であるから、

$$\overline{N_1 N_2} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cosec \alpha \sqrt{\frac{1 + (\frac{f}{R})^2 \cos^4 \alpha}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}}$$

$$\overline{N_3 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cosec \alpha \sqrt{\frac{1 + (\frac{f}{R})^2 \cos^4 \alpha}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}}$$

で  $\overline{N_1 N_2} = \overline{N_3 N_4}$  である。

$$\overline{N_1 N_3} = \overline{N_2 N_4} = \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\cosec^2 \alpha + 1} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha})^2}$$

となり、 $\overline{N_2 N_3}, \overline{N_4 N_1}$  は B (a, o, c) のときと同じである。

實際の裝置では  $R=1,500$  mm,  $2f=5$  mm,  $\alpha$  は  $15^\circ \sim 19^\circ$  くらいなので、

$$\left| \frac{f \cos \alpha}{R \tan \alpha} \right| < 6,1 \times 10^{-3}, \quad \frac{f}{R} = 1,67 \times 10^{-3}$$

で殆んど無視しても實用的には差支えない小數なので、前の 2 つの方式のときのように處理すると、原點の像などは、

$$\overline{N_1 N_2} = \overline{N_3 N_4} \cdot \frac{r}{R} \cdot 2f \cosec \alpha$$

$$\overline{N_2 N_3} = \overline{N_4 N_1} \cdot \frac{r}{R} \cdot 2f$$

$$\overline{N_1 N_3} = \overline{N_2 N_4} \cdot \frac{r}{R} \cdot 2f \cdot \sqrt{\cosec^2 \alpha + 1}$$

である。

いま、 $R=1,500$  mm,  $r=500$  mm,  $\alpha=18^\circ$ ,  $2f=5$  mm とすれば、

$$\overline{N_1 N_2} = \overline{N_3 N_4} = 6,43 \text{ (mm)}$$

$$\overline{N_2 N_3} = \overline{N_4 N_1} = 1,67 \text{ (mm)}$$

$N_1 - N_3 = N_2 - N = .6,64(\text{mm})$

となる。

### むすび

特に結論的にのべることもないようである。断層撮影という言葉は廣く使われているものゝ、その概念を聞かれて即座に返答のできない人もあるかと思う。でもそんな人でも断層撮影という言葉を使い、その技術を診療に應用しているのである。

断層撮影といわれる各種の撮影法について相違點と、共通點について考え、いろいろ整理したのちに私は本論文でのべたような概念に達したのである。

普通のレ寫真ではレ線の吸收、散亂など、内部構造の違いによつてレ線が弱められる具合をみて物體内部の構造をみようとするのであるが、断層撮影ではすでにレ線の吸收、散亂によつて部分的には構造を示す各部分の像を、幾何學的な機構によつて一部をのぞいて他をぼかし去り、目的部分の構造の像のみを撮影しようとするものである。

したがつて被寫體内部構造の立體的な配列を見るということにもなるし、その場合どのような投影像が得られるかは作圖によつてもとめることができるわけである。しかし作圖によるものは少し複雑なものになると大變な困難を示し、あるいは不可能に近いことにもなるのである。

なるほど作圖は直觀的であつて了解しやすくなるが、嚴密さを缺くことになり、解明しうべき

範圍も自らせまくならざるを得ないので、誤差をなくし、あらゆる範圍について研究を進めるためには解析幾何學的な、數學的手法にたよるより他のものである。

純粹な言葉ともいえる數式によつて研究してはじめて、断層撮影法の理論に関する研究を容易に進めうるわけである。

断層撮影像の解明が断層撮影に関する理論の解析幾何學的理解なくして不可能なことは自明のことであるが、そのための手段としては作圖によるより數式によるべきは上にのべたとおりであるが、私自身の経験からいつても非常に簡単に、労力も少くてすむのである。

本論文には断層撮影の概念から、基礎的な一般的事項についての研究のみをおさめたのであるが、これらを使っての各種實用裝置における解説、断層撮影像の判讀における應用、断層撮影法の進歩、乃至裝置の改良に對する意見についてはいずれ稿を改めて論ずることにしたい。

この數年間、本研究について終始御指導を賜わり、また本論文に御校閱を辱うした恩師入江英雄教授に深甚の謝意を表するものである。

### 主なる文献

- 1) G. Grossmann: Tomographie II (Theoretisches über Tomographie) Fortschr. Röntgenstr. Bd. 51, 191(1935). —2) 宮地韶太郎: 深部レ線レ線寫真撮影法、一日本醫學放射線學會雜誌第1卷、第1號、37頁(昭和15年)。

## Research on the Tomography. (Study of the Theory in the Way of the Analytical Geometry.)

By

Ichiro Akahoshi

National Sanatorium "Fukuoka-koseien"

The coordinates of the focus are expressed as functions of the variable, the angle between the focus-axis and the base line.

And similarly the straight line connecting the focus and an arbitrary point of the object and the plane of the film are expressed as equations, namely functions of the same variable.

The roots of these equations, as simultaneous equations, are the coordinates of the shadow.

The relationship between the focus, the place of an arbitrary point of the object and the shadow was discussed.