

Title	A Geometrical Structure in the Statistical Information Loss under the Curved Exponential Family
Author(s)	熊谷, 悦生
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3128788">https://doi.org/10.11501/3128788</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏 名	熊 谷 悦 生
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 2 9 7 4 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 9 年 1 月 27 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科 数理系専攻
学 位 論 文 名	A Geometrical Structure in the Statistical Information Loss under the Curved Exponential Family (曲指数型分布族における統計的情報量損失に関する幾何構造)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 稲 垣 宣 生 (副査) 教 授 白 旗 慎 吾 教 授 後 藤 昌 司 教 授 長 井 英 生

## 論 文 内 容 の 要 旨

数理統計学において推定量の漸近分散が Fisher 情報量の逆数に一致する漸近有効推定量は、推定量の良さを測る尺度の一つである。この漸近有効推定量の中で最もよい推定量を見つける基準として、全体の情報量から推定量の情報量を引いた情報量損失の比較が Fisher によって提唱された。情報量損失に関して、推定量の漸近的な情報量損失を知るために、漸近情報量損失や漸近 2 次有効性などが、主として多項分布において研究されてきた。Efron は、漸近情報量損失の特徴的な統計的量として曲指数型分布族における統計的曲率を提案した。

Rao が提唱した漸近 2 次有効性と漸近情報量損失とが最尤推定量において等しいであろうという問題に対して、Efron が三項分布でそれに対する反例を示そうとした。本論文では、この反例を詳細に検討し、先ず Efron の反例が成り立つとした場合での特徴を明示的に示し、その後で反例には矛盾する要求があることを証明し、実際には Efron の示そうとした反例が、問題に対する反例になっていない事を解明した。

また、漸近情報量損失や漸近 2 次有効性など、漸近分布を用いた漸近的な情報量損失はいろいろ研究されてきているが、正確な情報量損失を求めてからその漸近的な挙動を研究することは意外になされていない。本論文では、その点に注目し、具体的な例として、最尤推定量において情報量損失が生じる Fisher の円周モデルを取り上げ、正確な情報量損失を詳細に研究した。一般的には最尤推定量によって条件付けられた条件付き分散が、円周モデルでは、角度が与えられた時の長さの条件付き分散になるという特徴が判明した。その上で、正確な情報量損失の漸近的な挙動も研究した。

Efron の統計的曲率から派生した情報幾何学での微分幾何的アプローチでは、指数型分布族自体を微分多様体と見做し、数理統計学における推定論や検定論に対して新しい概念から統計的な貢献をしている。しかし、従来からの尤度理論との乖離が著しく、その関係の解明が不十分である。本論文では、従来からの尤度理論と情報幾何学との統計的関係を先の Fisher 円周モデルとの関連から調べることで、尤度理論から情報幾何学への道標として統計的曲率の必然性を解明し、それを円周機構と名付けた。この円周機構により、Fisher 情報量が統計学において必要不可欠であるが如く、統計的曲率も統計学において必要不可欠であることが明確になった。

## 論文審査の結果の要旨

統計的推定理論において、R.A. Fisher は推定量の良さを測る基準として、観測の情報量と推定量の情報量の差である情報量損失を定義し、C.R. Rao は漸近 2 次有効性の概念を提案した。さらに、両者は主として多項分布において、最尤推定量や最小カイ自乗推定量などの漸近情報量損失、漸近 2 次有効性を求め、それらの推定量の有効性の研究を行った。その後、B. Efron は曲指数型分布族において統計的推測の幾何学的構造を研究して、統計的曲率を提案し、ある正則な条件の下では最尤推定量の漸近情報量損失と漸近 2 次有効性が等しく、それらはフィッシャー情報量と統計的曲率で表現できることを示した。統計学における B. Efron の研究を契機に、甘利は統計学にとどまらない情報量幾何学理論として発展させた。

本論文では、Fisher, Rao による古典的な尤度理論から出発し、Efron, 甘利による情報幾何的な尤度理論までの尤度に関する新旧理論間の対応関係を明確にする統計推測理論の総合的研究を行っている。第 1 章から第 3 章までは統計的推測の歴史と曲指数型分布モデルを概観している。第 4 章では、漸近情報量損失と漸近 2 次有効性が等しくないことを示す Efron の反例が信じられてきたが、実際には反例となっていない事を証明した。第 5 章では、円周モデルで正確な情報量損失を計算し、その極限である漸近情報量損失との差を明確にし、漸近速度の評価を行っている。第 6 章では、統計的曲率とその逆数を半径を持つ接触円の中心を求めるアルゴリズムを提案し、尤度関係の円周機構と呼んでいる。これは対数尤度の 2 回微分までを使う方法で、従来の尤度理論と情報幾何的尤度理論を関連づけるもので、興味深い結果である。さらに、曲指数型分布族の具体的なモデルにおいて、円周機構により統計的曲率と接触円の中心を求め、数学的曲率との相違を明確にしている。

以上の成果は、古典的尤度理論と情報幾何的尤度理論の乖離を埋めるアルゴリズムを携えた理論であり、統計的推定理論の研究に大きな貢献をするものであり博士論文として価値のあるものと認める。