

Title	IRREDUCIBLE DECOMPOSITIONS OF NON-TYPE I REPRESENTATIONS
Author(s)	河上, 哲
Citation	大阪大学, 1982, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1666">https://hdl.handle.net/11094/1666</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	かわ 河	かみ 上	とし 哲
学位の種類	工	学	博 士
学位記番号	第	5 6 7 8	号
学位授与の日付	昭和 57 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	基礎工学研究科 数理系専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当		
学位論文題目	非 I 型表現の既約分解		
論文審査委員	(主査) 教授	竹之内 脩	
	(副査) 教授	丘本 正	教授 坂口 実

### 論 文 内 容 の 要 旨

表現論においては、与えられた表現を既約表現に分解する事は、作用素環論とも関連する主要な課題の一つである。非 I 型表現に関しては、その直既約分解が一意的でない事が、一般に知られており、正則表現について、その現象を示す例が、古くから得られている。本論文は、分解の一意性の破れるこの現象について考察し、それが、変換群のエルゴード測度とその測度に付随して定まるコホモロジーとに、深く関連することを明らかにしたものである。

本論文は、五章より成る。順次、各章の概略を説明する。

第一章 非 I 型群の正規表現が、全く異なる方法で、既約分解される例を示す。本章では、今迄に得られている結果を、統一的に整理し、更に、新しい例も付加する。

第二章 変換群のコホモロジーについて、記述する。滑らかでない位相変換群に代わるものとしての両側変換群、分解の多様性を示すことになる弱コホモロジーの概念等について、紹介する。

第三章 群の誘導表現の概念を一般化し、両側変換群とそのコサイクルに付随して定まるユニタリ表現に関して考察する。従来の誘導表現の方法では得られなかった既約表現の族の構成も行う。

第四章 ある半直積群の因子表現の直既約分解に関する結果を記述し、表現の分解と変換群のコホモロジーとの関連性を明らかにする。対象とする半直積群を  $G = N \rtimes K$ , 各  $x \in \hat{N}$  によって定義される  $G$  の表現を  $\pi^x$  とする。この時、 $\pi^x$  によって自然に定まる両側変換群の各コサイクル  $\alpha$  に対応して、 $\pi^x(G)'$  の中に可換 von Neumann 環  $A^\alpha$  を具体的に与える。そこで、表現  $\pi^x$  の  $A^\alpha$  に付随した分解を実行すると、各成分には、第三章で構成した表現が現われ、しかも、コサイクル  $\alpha$  と  $\alpha'$  が弱同値でない場合には、環  $A^\alpha$  と  $A^{\alpha'}$  は互いに空間的に同型であるにもかかわらず、 $\pi^x$  の分解は、全く異なっている事

を示す。従って、弱コホモロジー群の各元に対応して、 $\pi^*$ の全く異なる分解を与えることになる。

第五章 あるC\*接合積の表現について述べる。上記の結果を、作用素環論の立場から拡張し、表現の分解が、変換群のエルゴード測度と、各測度に付随して定まるコホモロジー群に、深く関連することを明らかにする。応用として、具体的な非I型群、例えば、離散Mautner群、離散Heisenberg群、Mautner群、Dixmier群等の表現について詳しく調べ、第四章で得られるものとは別の多くの分解とその分解に現われる新しい既約表現について、記述する。

## 論文の審査結果の要旨

位相群のユニタリ表現の既約表現への分解について、もとの表現がI型表現であるときは分解の一意性が成立するが、非I型表現では一意性が主張できないことは、いくつかの例で知られていた。本研究は、この分解の非一意性の原因となる性質を追求し、その相当に一般的な条件を求め、さらに同じ観点をを用いて多くの新しい例を提出している。

本論文第1章は一般的な準備であるが、第2章において二重変換群のコサイクル、コホモロジーを定義し、その性質を調べる。第3章では二重変換群  $(G, X, H)$  から、その上のコサイクルを利用して、 $H$ の表現から $G$ の表現を誘導する方法を与える。第4章がこの論文の中心となる部分であるが、ここでは、二つのアーベル群の半直積の形の群  $G = N \rtimes K$  に対し、これから二重変換群  $(K, K, H_x)$  をつくり、この上のコサイクルを利用して $G$ の表現の分解を考察する。特に、コサイクルの弱コホモロジー同値性を導入し、この意味で同値でない二つのコサイクルは全く異なった二つの分解を与えることを示している。第5章ではこれらの議論を更にC\*接合積の場に拡張している。

本論文は、二重変換群のコホモロジーを利用して非I型表現の既約分解の非一意性に関して広汎な統一的理論を構成し、また、従来困難であったこれらの群の既約表現の具体的構成も多く与えており、この種の理論の発展に寄与するところ大きく学位論文として価値あるものと認める。