



Title	32P球状線源周囲の線量分布計算とその臨床応用
Author(s)	小原, 健; 田中, 良明; 西沢, 邦秀 他
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1977, 37(9), p. 871-876
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/16877
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

^{32}P 球状線源周囲の線量分布計算とその臨床応用

名古屋大学医学部放射線医学教室

小 原 健 田 中 良 明

名古屋大学医学部アイソトープセンター

西 沢 邦 秀

名古屋大学医学部付属診療放射線技師学校

前 越 久

(昭和51年8月30日受付)

(昭和52年5月16日最終原稿受付)

A Calculation of Dose Distribution around ^{32}P Spherical Sources and its Clinical Application

Ken Ohara and Yoshiaki Tanaka

Department of Radiology, Nagoya University School of Medicine

Kunihide Nishizawa

Radioisotope Center, Nagoya University School of Medicine

Hisashi Maekoshi

Radiological Technician's School Affiliated to Nagoya University School of Medicine

Research Code No.: 200

Key Words: Beta ray, Dose distribution, ^{32}P radiation therapy

In order to avoid the radiation hazard in radiation therapy of craniopharyngioma by using ^{32}P , it is helpful to prepare a detailed dose distribution in the vicinity of the source in the tissue.

Valley's method is used for calculations. A problem of the method is pointed out and the method itself is refined numerically: it extends a region of ξ where an approximate polynomial is available, and it determines an optimum degree of the polynomial as 9. Usefulness of the polynomial is examined by comparing with Berger's scaled absorbed dose distribution $F(\xi)$ and the Valley's result.

The dose and dose rate distributions around uniformly distributed spherical sources are computed from the termwise integration of our polynomial of degree 9 over the range of ξ from 0 to 1.7.

The dose distributions calculated from the spherical surface to a point at 0.5 cm outside the source, are given, when the radii of sources are 0.5, 0.6, .07, 1.0, and 1.5 cm respectively.

The therapeutic dose for a craniopharyngioma which has a spherically shaped cyst, and the absorbed dose to the normal tissue, (oculomotor nerve), are obtained from these dose rate distributions.

I. 緒 言

体内に囊胞を形成する疾患の放射線治療において

て、その病巣内に放射性核種を注入して照射を行う際の線量計算は Loevinger^{1,2)} の方法によつて行

われてきた⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾。この方法では、線源表面から隔つた点での線量を求めるには線源の大きさに応じた補正を必要とする。

我々は、craniopharyngioma の内照射治療を行うとして、Valley 等⁷⁾による Berger の scaled absorbed dose distribution⁸⁾を多項式で近似する方法により ³²P-様球状線源の線量分布を求めてみた。しかしながら、必要とした線源表面から 0.5 cm までの分布を求めるには近似精度が不充分であつた。そこで、必要な範囲まで精度を保てる様、Valley 等の方法に修正を加えて計算を行い、実際の治療に応用しこの計算法の有用性の検討を行つた。

II. 計 算

II-1 計算方法

組織中にある組織等価で一様な体積線源からの吸収線量率 R_p (rad/s) は、体積要素 dV からの距離 r の点 p において次の式で⁷⁾⁸⁾与えられる。

$$R_p = \frac{Ank\bar{E}}{4\pi\rho x_{90}V} \int_V \frac{F(\xi)}{r^2} dV \quad (1)$$

ここで A : 線源の全崩壊率 dps

n : 1 崩壊当たり放出される β 線の数

k : 1.602×10^{-8} g·rad/MeV

\bar{E} : β 線の平均エネルギー、 MeV

ρ : 組織及び線源の密度、 g/cm³

V : 線源体積、 cm³

x_{90} : エネルギーの 90% が吸収される線源からの距離、 cm

ξ : 点線源からの距離 x と x_{90} との比、 x/x_{90}

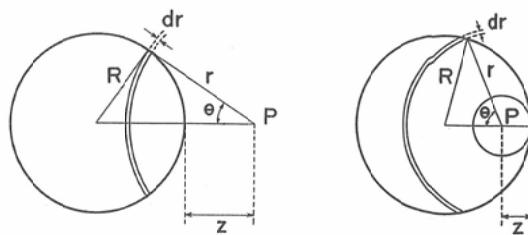
$F(\xi)$: scaled absorbed dose distribution である。

$F(\xi)$ を ξ について N 次の幅級数で近似し、展開係数を a_m とし ξ の定義に従つて書きなおすと、 $F(\xi)$ は

$$F(\xi) = \sum_{m=0}^N a_m (\xi)^m \quad (2)$$

となる。 (2)式の x のかわりに体積要素 dV からの距離 r を入れ項別積分を行つた式を I_m とすると (1)式は

$$R_p = \frac{Ank\bar{E}}{4\pi\rho x_{90}V} \sum_{m=0}^N \frac{a_m I_m}{x_{90}^m} \quad (3)$$



(A)

(B)

Fig. 1. Geometry for dose calculation (A) outside and (B) inside a spherical volume source.

p : Point where absorbed dose is calculated.

R : Radius of the source.

r : Distance between point p and any point in the source.

z : Distance from the nearest point on the surface of the source to point p .

dr : Element of distance r .

となる。

線源外部に点 p がある場合 Fig. 1 (A) と線源内部に点 p がある場合 Fig. 1 (B) とでは幾何学的条件が異なる⁹⁾¹⁰⁾。 θ に関して、 z , R , r で表わそうとすれば

$$\cos \theta = \frac{z(2R+z)}{2(R+z)} - \frac{1}{r} + \frac{r}{2(R+z)} \quad (4)$$

となるから $\frac{1}{r}$ 及び r の項の係数を各々、 A, B とすると 線源外部に点 p がある場合の 体積要素 dV は

$$dV = 2\pi r^2 \left(1 - \frac{A}{r} - Br\right) dr \quad (5)$$

となる。

線源内部に点 p がある場合には、 体積要素 $4\pi r^2 dr$ を 0 から z までの範囲で (5)式に加えればよいから (3)式の I_m は次の形になる。

$$I_m = 2\pi \int_{|z|}^{r_{\max}} r^m \left(1 - \frac{A}{r} - Br\right) dr + 4\pi h(z) \int_0^{|z|} r^m dr \quad (6)$$

ここで、

$$h(z) = \begin{cases} 1 & : z < 0 \\ 0 & : z > 0 \end{cases}$$

である。

実際の定積分は、 $m=0$ のときと $m \neq 0$ のとき

に分けられ、 $m=0$ のときは

$$I_0 = 2\pi \left[r_{\max} - |z| - A \ln \frac{r_{\max}}{|z|} - \frac{B}{2} (r_{\max}^2 - z^2) + 2h(z)|z| \right] \quad -(7)$$

$m \neq 0$ のときは

$$I_m = 2\pi \left[\frac{r^{m+1} - |z|^{m+1}}{m+1} - \frac{A}{m} (r_{\max}^m - |z|^m) - \frac{B}{m+2} (r_{\max}^{m+2} - |z|^{m+2}) + \frac{2h(z)|z|^{m+1}}{m+1} \right] \quad -(8)$$

となる。ここで r_{\max} は積分範囲の上限である。

II-2 積分範囲の選定

今回、扱った craniopharyngioma の治療の際、動眼神経等が腫瘍表面より 0.2cm から 0.5cm の範囲に分布することがあり、これ等への被曝線量を評価する必要があつた。線源表面から 0.5cm までの線量分布を計算する為には、使用する近似式の精度、近似式の許容できる距離範囲（近似範囲）を確かめねばならない。線源が点線源に近い場合は $F(\xi)$ の近似精度と近似範囲をみれば良いが、体積線源の場合は、体積要素 dV が線源の半径と r によつて異なるため、積分範囲を近似範囲から決め、 r_{\max} 以遠での積分を無視することからくる誤差（打切り誤差）を評価する必要がある。Valley 等の近似式は Fig. 2 に示す様に $\xi=1.4$ 程度までしか元の $F(\xi)$ を精度よく再現しない。元の $F(\xi)$ をより大きい ξ まで近似するため、minimum AIC estimation を含む直交多項式による最小自乗法¹¹⁾を用い、20次以下での最適次数を求めた。20次以下としたのはこのプログラムが最大20次までしか使用できないためである。 $F(\xi)$ の元のデーター数30個で近似を行つた場合、最適次数は8次であるが $\xi=1.5$ 程度までしかあてはめが改善されない。そこで、1.0から1.8までの間の ξ を0.05おきに内挿して求めた値を元のデーターに加えた41個のデーターで近似を行つた。この時の最適次数は9次となつた。 $F(\xi)$ の値の範囲は $1 \sim 10^{-2}$ のオーダーであるので近似式の精度を $F(\xi) \pm 0.005 \text{ rad} \cdot \text{cm}^2/\text{s}$ とすると、この9次の近似式は $\xi=1.7$ 程度まで $F(\xi)$ を再現できた。従つて、ここでは9次の近似式を取扱うこととし、

Table 1. Coefficients a_m of the polynomial for ^{32}P .

a_0	1.230145	a_5	-87.66902
a_1	-0.8072702	a_6	69.92796
a_2	6.607521	a_7	-33.68553
a_3	-31.18811	a_8	8.956668
a_4	68.02908	a_9	-1.008292

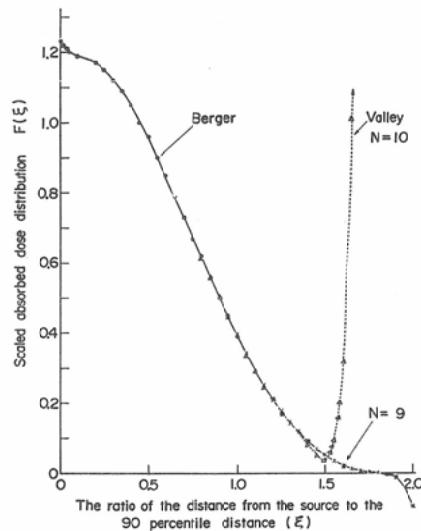


Fig. 2. Approximations of Berger's scaled absorbed dose distribution of ^{32}P in water.

—○—○—: Berger's scaled absorbed dose distribution.

…△…△…: The values obtained from Valley's polynomial of degree 10.

…×…×…: The values calculated from the polynomial of degree 9.

Table 1.に各項の係数を示し、Fig. 2 には Valley 等の近似式をも含めて再現性の程度を示してある。

積分範囲の上限 r_{\max} は近似範囲と精度から決められる。我々が試みた近似式は $\xi=1.7$ 、即ち水中での距離にして 0.5967cm まで上記の精度で $F(\xi)$ を再現できる。従つて、 r_{\max} は 0.5967cm となる。Valley 等の近似では、 $\xi=1.4$ まで、即ち 0.4914cm までは同じ精度内で再現できる。この場合 r_{\max} は 0.4914cm となる。両者共に β 線の

最大飛程 R_0 に相当する ξ までは積分を実行できずある ξ で積分範囲を設定せざるを得ない。このとき球状線源の表面から z の距離での打切り誤差 ΔR_p は、

$$\Delta R_p = \frac{A n k \bar{E}}{2 \rho x_{90} V} \int_{r_{\max}}^{R_0} F(\xi) \left(1 - \frac{A}{r} - Br\right) dr \quad (9)$$

で評価される。 $F(\xi)$ の値が $\xi=1.8$ までしかない場合は R_0 を $\xi=1.8$ に相当する距離をとればよい。

III. 計算結果

Fig. 3 (A) は積分範囲を $\xi=0$ から $\xi=1.7$ 、つまり $r_{\max}=0.5967\text{cm}$ とし時間無限大としたときの一様球状線源の表面からの距離 z に関する吸収線量分布である。但し、 $\bar{E}=0.695\text{MeV}$ 、 $\rho=1.0\text{g/cm}^3$ 、半減期は14.3日で線源中に $1\mu\text{Ci}$ の ^{32}P が一様分布しているとして計算してある。計算は、Valley 等の10次の近似式を使用した時も、我々の9次の近似式を用いた場合も、全て (7), (8) 式で行った。線源半径 $R=0.5\text{cm}$ をみると、線源表面 $z=0\text{cm}$ で約20%， $z=0.3\text{cm}$ では10倍と Valley 等の値が大きくなっている。Fig. 3 (B) は、我々の近似式には ξ_{\max} を変化させ

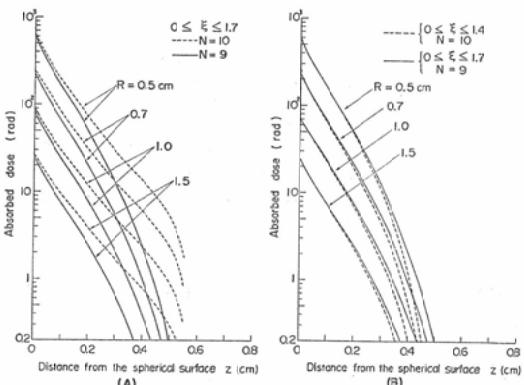


Fig. 3. Dose distributions around the spherical sources of the radii 0.5, 0.7, 1.0, and 1.5cm containing $1\mu\text{Ci}$ of ^{32}P .
 (A) Comparison of Valley's approximation (.....) with the polynomial of degree 9 (—) integrated $\xi=0$ to $\xi=1.7$, where $\xi=x/x_{90}$.
 (B) Comparison of Valley's approximation (.....) integrated $\xi=0$ to $\xi=1.4$ with the polynomial of degree 9 (—) integrated $\xi=0$ to $\xi=1.7$.

ず、Valley 等の近似式に対してのみ積分範囲を $\xi=1.4$ 、即ち $r_{\max}=0.4914\text{cm}$ とした場合の比較である。両者は $z=0.2\text{cm}$ までは3%以内の誤差で一致するが z が 0.2cm を越えるに従い Valley 等の近似式による値は我々の近似式による値よりも小さくなり 0.3cm 以上の距離では10%以上も小さい値となる。

Fig. 4 は我々の得た近似式で積分範囲を $\xi=0$ から 1.7 までとして計算した結果である。線源体

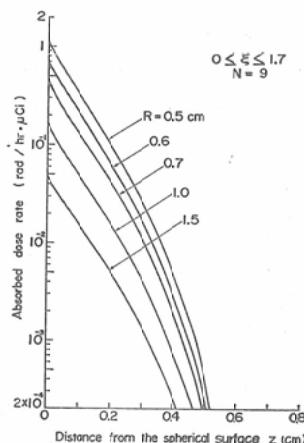


Fig. 4. The dose rate distributions around the spherical sources containing $1\mu\text{Ci}$ of ^{32}P , when the radii are 0.5, 0.6, 0.7, 1.0, and 1.5cm respectively.

積中に $1\mu\text{Ci}$ の放射能があるものとして吸収線量率 $\text{rad}/\text{hr} \cdot \mu\text{Ci}$ で与えてある。数値計算は、名古屋大学大型計算機センターの FACOM-230-60 で行つた。

IV. 臨床応用

得られた計算結果を頭蓋内腫瘍の一種である craniopharyngioma の内照射療法に応用した。この腫瘍は下垂体周辺に発生し囊状となる為に、健常な脳神経組織を圧迫し種々の神経障害、内分泌障害をひき起す。この囊腫内に放射性核種を注入する方法は Leksell¹²⁾ の報告以来種々なされてきたが、最近では囊腫内にチューブを挿入して頭皮下の Ommaya reservoir へ誘導する方法が実施されている。

内照射療法の際、問題となるのは囊腫壁表面の

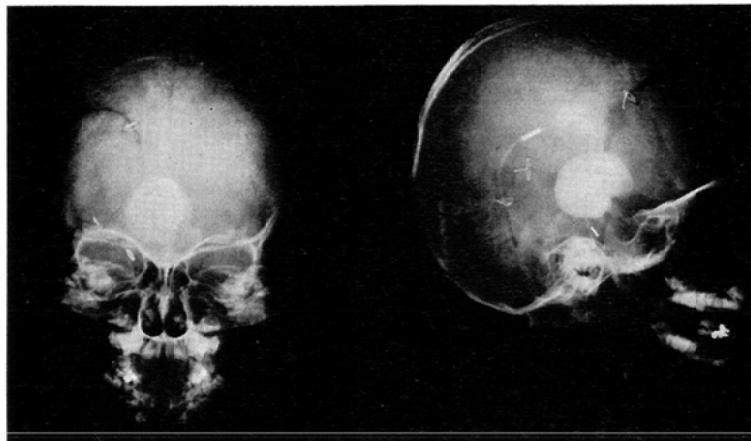


Fig. 5. Roentgenograms of a craniopharyngioma. Contrast media was instilled into Ommaya reservoir and cyst of the craniopharyngioma is shown at the spurseller region.

線量と近接する健常な脳神経組織への被曝線量であるが、後者に関して評価したものはすくない⁵⁾¹³⁾。Fig. 5 の写真に示す様な造影剤注入後の頭蓋撮影の場合、病巣部は、ほぼ 1.5cm の半径をもつ球とみなせる囊状である。従つて ^{32}P による内照射を行うとすれば、Fig. 4 の $R=1.5\text{cm}$ での吸収線量率分布から線量率を求めればよい。時間無限大での全線量は、半減期を T とし壁表面での線量率を D_0 とすれば、 $D_0 \cdot T / 0.693$ で求まる。これをもとに注入量の目安を定めることになる。この腫瘍の治療線量⁵⁾は、20000rads 程度与える必要があり、注入する ^{32}P の量は 0.83mCi となる。この時、神経組織が囊腫壁から 0.2cm の部位にあれば被曝線量は 2040rads となり 0.4cm では 105rads となる。

V. 考 案

一様球状 β 線体積線源の吸収線量分布の計算式は、Loevinger 等によるものと、Berger の scaled absorbed dose distribution を用いた Valley 等のものがある。後者は、前者と比較して線源内部、外部の分布を一つの式で計算でき、他の体積線源、核種に拡張でき得る点で便利である。だが、元となる $F(\xi)$ の近似式及び近似式の適用限界について充分検討されているとは言い難い。また、計算式 (7), (8)において Valley 等の式に符号

のミスがある。

^{32}P の場合、水中での x_{90} の値は 0.351cm であり最大飛程 R_0 は 0.82cm である。従つて最大飛程まで積分を実行すれば、 $F(\xi)$ を $\xi = R_0/x_{90}$ 、即ち $\xi = 2.336$ まで積分したことになる。この場合、Valley 等の近似では線源表面において Loevinger の方法より求めた値の 10倍以上の過大評価となり、我々の近似では 1/10 のオーダーの過小評価となる。Valley 等の方法では、積分範囲の上限 r_{\max} を $R_0 < 2R + z$ のとき $r_{\max} = R_0$, $R_0 > 2R + z$ のときに $r_{\max} = 2R + z$ としている。近似式を使用する場合、ある精度内で近似の成立する ξ の最大値を ξ_{\max} とすると、積分範囲の上限 r_{\max} は、 $\xi_{\max} \cdot x_{90} < 2R + z$ のとき $r_{\max} = \xi_{\max} \cdot x_{90}$ とし、 $\xi_{\max} \cdot x_{90} > 2R + z$ のとき $r_{\max} = 2R + z$ とすべきである。もととなる $F(\xi)$ 自体の精度は ξ が大きくなるにつれ悪くなつてゆくが、より遠い距離まで分布を求めようとするならば、大きな ξ までの近似が必要とされる。例えば我々の得た 9次の近似多項式を用いるのが最良とは限らないが、 ξ を 0 から 1.7 までの範囲で積分したときの打切り誤差は線源半径 0.7cm の場合 $z = 0\text{ cm}$ で 0.01% 以下、 $z = 0.1\text{ cm}$ で 0.02% 以下、 $z = 0.3\text{ cm}$ では 0.2% 以下である。これに対し Valley 等の近似式を $\xi_{\max} = 1.4$ とした場合

は上記の値の10倍以上となる。表面からの距離 z が小さい場合、打切り誤差は全体の数値の中に隠されてしまうが、 z が大きくなるにつれこの誤差の影響が大きくなり計算値は小さめの値となる。ここでは線源表面から 0.5cm までの距離内の線量分布を求めるため、積分の範囲を近似的収束性が保証される範囲で設定した。

臨床的応用例として、craniopharyngioma の内照射療法を取上げたが、囊腫の半径等距離の測定を正確に行なうことは困難である。例えば、Fig. 3 (B) において距離の測定誤差を考えれば両者とも似た値となる。しかし、Valley 等の近似式を使用した場合、 $\xi=1.4$ 程度で打切つて使用しないと線量の過大評価となる。また、逆に線源半径が大きい場合及び z が大きい点では線量がすくなく評価される。

VI. 結 語

^{32}P 球状線源の表面、近傍の水中における吸収線量率分布を求めるため Valley 等の近似式の適用範囲を調べ、よりあてはまる低次の近似多項式を示した。

半径 0.5, 0.6, 0.7, 1.0, 1.5cm の球状線源の表面から 0.5cm までの吸収線量率を求め、得られた線量率分布より craniopharyngioma の囊腫表面の治療線量及び健常組織への被曝線量の算定に応用した。

本論文の要旨は第60回日本医学放射線学会中部地方会（1976年3月）において発表した。

References

- 1) Loevinger, R., Japha, E.M., and Brownell, G.L.: Discrete radioisotope sources. Radiation Dosimetry. pp. 716-748, pp. 823-850, 1956, ed: Hine and Brownell, Academic Press, New York
- 2) Loevinger, R.: The dosimetry of beta sources in tissue. The point-source function. Radiology 66: 55-62, 1956
- 3) Backlund, E., Johanssen, L. and Sabey, B.: Studies on craniopharyngiomas. Acta Chir. Scand. 138: 749-752, 1972
- 4) Backlund, E.: Studies on craniopharyngiomas. Acta Chir. Scand. 139: 237-247, 1973
- 5) Leksell, L., Backlund, E. and Johanssen, L.: Treatment of craniopharyngiomas. Acta Chir. Scand. 133: 345-350, 1967
- 6) Lindgren, E. and Westberg, G.: Radioactive Bismuth Phosphate for the treatment of craniopharyngioma. Acta Radiol. Ther. Phys. Biol. 2: 113-120, 1964
- 7) Valley, J.F., Kushelevsky, A.P. and Lerch, P.: A method for the calculation of beta-ray dose. Health Phys. 26: 295-300, 1974
- 8) Berger, M.J.: Distribution of absorbed dose around point sources of electron and beta particles in water and other media. MIRD Pamphlet, No. 7, J. Nuc. Med. 12: Supplement No. 5, 1-23, 1971
- 9) Garvon, A. and Feige, Y.: Dose distribution and maximum permissible burden of ^{125}I in the thyroid gland. Health Phys. 23: 491-499, 1972
- 10) Rossi, H.H. and Ellis, H.: Distributed beta sources in uniformly absorbing media-I. Nucleonics 7: No. 1, 18-25, 1950
- 11) 秦野 審世：直交多項式による最小自乗近似ルーチンの作成。名古屋大学大型計算機センター研究開発部研究報告, No. 2 : pp. 5, 1976.
- 12) Leksell, L. and Liden, K.: A therapeutic trial with radioactive isotopes in cystic brain tumor. Radioisotope Techniques, (Proceeding of Isotope Technical Conference, 1951, Oxford), Vol. 1, Medical and Physiological Applications. pp. 76, 1953, Her Majesty's Stationery Office, London
- 13) 景山直樹：脳下垂体および周辺部腫瘍の治療法の検討。脳と神経, 18: 589-595, 1966.