The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Low Pass Infinite Impulse Response(IIR)Digital Filterの放射線医学情報処理への実用化
Author(s)	松尾, 導昌; 西山, 章次
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1977, 37(9), p. 897-903
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/16988
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

Low Pass Infinite Impulse Response (IIR) Digital Filter の放射線医学情報処理への実用化

神戸大学医学部放射線医学教室（主任：木村修治教授）
松　尾　導　昌
同　中央放射線部
西　山　章　次

（昭和52年3月8日受付）
（昭和52年4月22日最終原稿受付）

Clinical Application of the Infinite Impulse Response (IIR) Digital Filtering in Processing the Radiological Information

Michimasa Matsuo and Shoji Nishiyama
Department of Radiology, Kobe University School of Medicine
(Chief: Prof. Syuji Kimura)

Research Code No.: *207*
Key Word: *IIR digital filter, Phase linearity*

With the rapid progress in the radioisotope imaging, radioisotope dynamic study and computed tomography, the development of the theory and techniques of the digital computer processing becomes more important.

In this article, the linearity of the phase response of the Infinite Impulse Response Digital Filter, in which the arbitrary cut-off frequency can be given rather easily, is successfully obtained. And the IIR filter is clinically applied with good results.

1. 緒　言

ディジタル・コンピュータの発達に従い，医用情報処理，特に放射線領域の情報処理にますます応用されるとともに，その臨床的価値も一段と高まつてきている．RI イメージならびに動態研究においても，最近，驚くべきはやさで普及している CT イメージにしても，平滑化をはじめとしてディジタル・データ処理手法がその切り離せない一部として含まれざるを得ないのが現状といえよう[1)~6)]．著者は，平滑化手法が，Finite Impulse Response Digital Filter（以下 FIR と略す）の位相線形な特殊型であることを示し，その重み係数と周波数特性との関連を求めた[7)8)]．しかるに，FIR は位相線形性は得やすいが，任意の振幅特性を簡単には設計し難く，多くの重み係数を必要とする．

そこで，位相線形性には，少し複雑であるが自由な振幅特性を得やすい点において便利である Infinite Impulse Response Digital Filter（以下 IIR と略す）の臨床応用への実用化は意義あるものと考えられる．医用情報処理データ系列 $y_{(n)}$ ($n=0$, ……, N) においては，$y_{(0)}$ から $y_{(n)}$ まで，コンピュータ処理の段階において判明しているという特徴を利用しつつ反転処理法を施行し，

位相補償を行つたところ，任意の振幅特性を有し，かつ充分に臨床応用可能な，すなわち，画像にひずみがみられない IIR ディジタル・フィルタリングが行えた．

2. 理　論[9)10)]

まず，ディジタル・フィルタ，特に IIR に関して少しふれてみたい．1次元ディジタル・フィルタは次の差分方程式により特徴づけられる．

$$y(i)=\sum_{n=0}^{N-1}h_n x(i-n)+\sum_{n'=1}^{N'-1}h'_{n'}\ y(i-n') \qquad —(1)$$

ここにおいて $\{x_{(i)}\}$ は入力系列であり，$\{y_{(i)}\}$は出力系列である．$h'_{n'}\neq 0$ の時，このシステムを IIR と呼ぶ．(1)式の z 変換は，

$$\sum_{i=0}^{\infty}y(i)Z^{-1}=\sum_{n=0}^{N-1}h_n\sum_{i=0}^{\infty}x(i-n)Z^{-1}+\sum_{n'=1}^{N'-1}h'_{n'}\ \sum_{i=0}^{\infty}y(i-n')Z^{-1} \qquad —(2)$$

となり，$i<n$ の領域で $x(i-n)=0$ ならば $x(i-n)$ の z 変換は z^{-n} と $x_{(i)}$ の z 変換の積となる．すなわち (2)式は，

$$Y(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h_n Z^{-n}X(z)+\sum_{n'=1}^{N'-1}h'_{n'}\ Z^{-n'}Y(z) \qquad —(3)$$

の形となる．

$$H(z)=\frac{\sum_{n=0}^{N-1}h_n Z^{-n}}{1-\sum_{n'=1}^{N'-1}h'_{n'}\ Z^{-n'}} \qquad —(4)$$

とおくと，(3)式は，

$$Y(z)=H(z)X(z) \qquad —(5)$$

の形となる．ここで H(z)はディジタル・フィルタの伝達関数と呼び，このシステムの性質を決定する．すなわちこのシステムの出力 $y_{(i)}$ の z 変換は，入力 $x_{(i)}$ の z 変換と H(z)との積になる．換言すれば，H(z)は出力と入力それぞれの z 変換の比として与えられるわけである．

〔任意の遮断周波数を有する Low Pass IIR の設計〕[11)~16)]

医用情報処理において，臨床応用的に便利であると考えられる振幅特性を有するものとして，Butterworth 型 Low Pass IIR を取り上げた．z 平面の単位円内にある安定な1個の極をもつ1次元フィルタとして次式のような伝達関数を有するものを考えた．

$$H(z)=\frac{1-\alpha_0}{2}\cdot\frac{1+Z^{-1}}{1-\alpha_0 Z^{-1}} \qquad —(6)$$

ただし，

$$\alpha=\frac{1-\tan\frac{\omega_c T}{2}}{1+\tan\frac{\omega_c T}{2}} \qquad —(7)$$

(W_c は 3 dB 遮断角周波数)

これの振幅特性は，

$$|H(e^{jwT})|=\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega T}{2}}{\tan\frac{\omega_c T}{2}}\right)^2}} \qquad —(8)$$

位相特性は，

$$\theta=\tan^{-1}\left(-\frac{\tan\frac{\omega T}{2}}{\tan\frac{\omega_c T}{2}}\right) \qquad —(9)$$

となる．

2次元 IIR を次式の如く，可分形2次元 IIR として設計する．そうすれば2次元 IIR も1次元 IIR の問題に帰着するので臨床応用上非常に簡便となる．

$$H(z_1,z_2)=\left(\frac{1-\alpha_{10}}{2}\cdot\frac{1+Z_1^{-1}}{1-\alpha_{10}Z_1^{-1}}\right)\cdot\left(\frac{1-\alpha_{20}}{2}\cdot\frac{1+Z_2^{-1}}{1-\alpha_{20}Z_2^{-1}}\right) \qquad —(10)$$

ただし，

$$\alpha_{10}=\frac{1-\tan\frac{\omega_{1c}T}{2}}{1+\tan\frac{\omega_{1c}T}{2}}$$

(W_{1c} は1次元において，3 dB 遮断角周波数)

$$\alpha_{20}=\frac{1-\tan\frac{\omega_{2c}T}{2}}{1+\tan\frac{\omega_{2c}T}{2}} \qquad —(11)$$

(W_{2c} は1次元において，3 dB 遮断角周波数)

これの振幅特性は，

$$|H(e^{j\omega_1 T},e^{j\omega_2 T})|=\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega_1 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{1c}T}{2}}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega_2 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{2c}T}{2}}\right)^2}} \qquad —(12)$$

位相特性は，

$$\theta_{12}=\tan^{-1}\left(-\frac{\tan\frac{\omega_1 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{1c}T}{2}}\right)+\tan^{-1}\left(-\frac{\tan\frac{\omega_2 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{2c}T}{2}}\right) \quad —(13)$$

となる．

3. 方　法

〔反転処理法による IIR の位相補償〕[17]

臨床応用において問題となるのは，前記位相の線形性を得ることであり，線形性が充分に得られないと出力画像のひずみが生じることになる．All Pass Digital Filter を用いて位相補償をなすことも可能であるが，演算が複雑になることは否めない．しかも2次元 IIR となると，All Pass Filter を使用しての位相補償はますます複雑となる．しかるに医用情報処理ディジタル・データの特徴として，入力系列 $\{x_{(i)}\}$ がすべて明らかとなつており，通信領域における入力系列とは少し異なつているから，必ずしも All Pass Filter 等にて位相補償をする必要はないと考えられる．この点を利用して，

$$\{H(z)\}^2=H(z)\cdot H(z^{-1})$$

すなわち，

$$|H(e^{j\omega T})|^2=[H(z)\ H(z^{-1})]_{z=e^{j\omega T}} \quad —(14)$$

の原理に基づく反転処理法を応用した．この時の振幅特性は1次元では，

$$H(e^{j\omega T})^2=\frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega T}{2}}{\tan\frac{\omega_c T}{2}}\right)^2} \quad —(15)$$

であり，位相特性は，理論的には，

$$\theta_1=0 \quad —(16)$$

となる．

2次元においては，可分形を使用すると，振幅特性は，

$$H(e^{j\omega_1 T})^2\cdot H(e^{j\omega_2 T})^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega_1 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{1c}T}{2}}\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega_2 T}{2}}{\tan\frac{\omega_{2c}T}{2}}\right)^2} \quad —(17)$$

となり位相特性は理論的には，

$$\theta_{12}=0 \quad —(18)$$

となる．

〔コンピュータ処理における演算方法〕

(6)式を図式化すると，Fig. 1のようになる．これを式に表現すると，

$$y(n)=\alpha_0\, y(n-1)+\frac{1-\alpha_0}{2}\left\{x(n)+x(n-1)\right\} \quad —(19)$$

反転処理の具体的方法として，与えられた入力系列

$$\left\{X(i)\right\}\ i=0,\cdots\cdots,P \quad —(20)$$

のとき，これを用いて次式のような入力系列 $\{x'_{(j)}\}$ につくりなおす．

$$\begin{aligned}\left\{x'(j)\right\}&=x(0),\ x(1),\cdots\cdots,\ x(p),\ x(1),\\&\quad x(2),\cdots\cdots,\ x(p),\ x(1),\ x(2),\cdots\cdots\\&\quad ,\ X(p),\cdots\cdots\\&=x'(0),\ x'(1),\cdots\cdots,\ x'(p),\ x'(p+1),\\&\quad x'(p+2),\cdots\cdots,\ x'(2p),\ x'(2p+1),\\&\quad x'(2p+2),\cdots\cdots,\ x'(3p),\ x'(3p+1),\\&\quad \cdots\cdots,\ x'(NP)\end{aligned} \quad —(21)$$

(ただしNは正整数)

この $\{x'_{(j)}\}$ を入力として (19) 式に基づいて演算を行い，出力系列 $\{y_{1(j)}\}$ を求める．計算は $j=1$ から順次 NP まで行なう．

$$\begin{aligned}\left\{y_1(j)\right\}&=y_1(1),\cdots\cdots,\ y_1(p),\ y_1(p+1),\ y_1(p+2),\\&\quad \cdots,\ y_1(2p),\ y_1(2p+1),\ y_1(2p+2),\\&\quad \cdots\cdots,\ y_1(3p),\ y_1(3p+1),\cdots\cdots,\ y_1(NP)\end{aligned} \quad —(22)$$

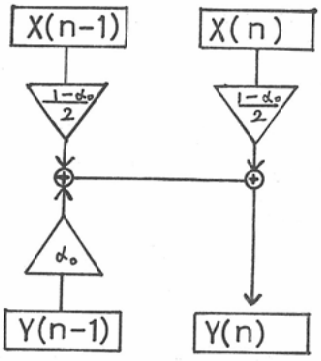
これを入力として

$$y_2(n-1)=\alpha_0\, y_2(n)+\frac{1-\alpha_0}{2}\left\{y_1(n)+y_1(n-1)\right\} \quad —(23)$$

の演算方法にて $\{y_{1(j)}\}$ を入力として出力 $\{y_{2(j)}\}$ を求める．計算は前回とは逆に $j=NP$ から順次1まで行なう．このうち $y_{2(1)}$, ……, $y_{2(p)}$ が求める位相補償され，かつ振幅特性が (15) 式の Low Pass Filter を通した出力となる．

4. 結　果

〔位相補償をみるためのファントーム実験〕



Eig. 1. Schematic representation of the calculating method.

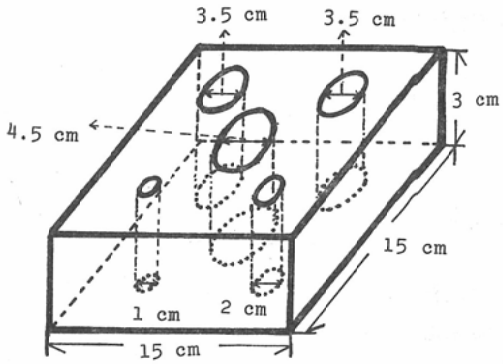


Fig. 2. Schematic Representation of the phantom.

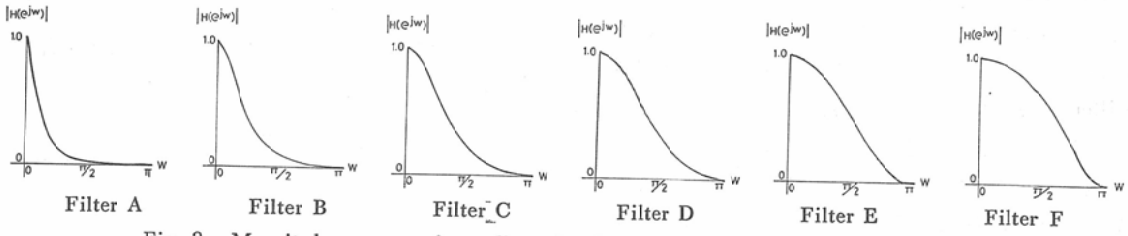


Fig. 3. Magnitude response of one-dimensional IIR digital filters (Filter A～Filter F).

Table 1. Cut-off Frequency of Filter A-F

Filter	Cut-off Frequency	ω
A	0.05	0.1π
B	0.10	0.2π
C	0.15	0.3π
D	0.20	0.4π
E	0.25	0.5π
F	0.30	0.6π

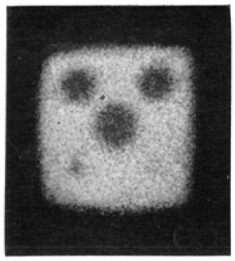
Fig. 2のような，1 cm，2 cm，3.5cm，4 cm直径の欠損を有するファントームに ^{198}Au-colloid 300μCi を封入する．Scinticamera Minicomputer on line System にてミニコンピュータにファントーム2次元画像を納める．この画像を可分形IIRディジタル・フィルタにて処理し，出力画像を得た．我々のミニコンピュータにては，64×64マトリックスの2次元画像として入つており，これを Fig. 3のような1次元での振幅特性を有する Butterworth 型 Low Pass IIR Digital Filter A～F を設計し（遮断角周波数はそれぞれ Table 1の如くである），各々1次元毎に位相補償をしつつ，2次元の位相補償を試みた．この際我々は前節におけるNを1～10まで種々検討した所，N＝3で Fig. 4のような充分に位相補償された画像を得た．すなわち，画像にひずみがみられず，すなわち位相の非線形性に基づくような画像のひずみがみられず，振幅特性に応じた出力画像を得ることができた．

〔位相補償をみるための臨床例における検討〕

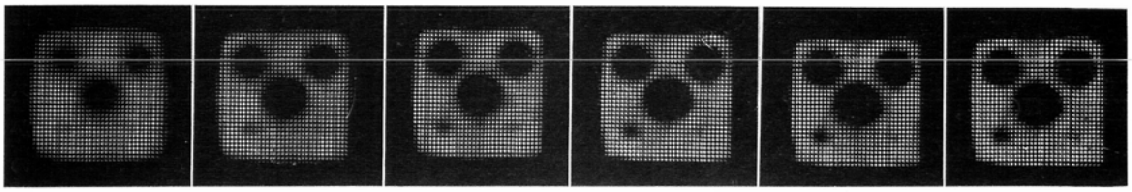
Fig. 5はS状結腸癌の肝転移症例の肝シンチグラム（左葉部分を平行コリメータを用いて撮像したもの）のオリジナルであり，Fig. 6はそれぞれ Filter A～F にて処理した画像である．これにおいても，ファントーム実験におけると同様，位相の線形性が得られ，出力画像にひずみがみられず，臨床的応用が充分可能であることがわかつた．

5. 考　案

1）我々のミニコンピュータにおけるように64×64マトリックス2次元画像においては Filter の遮断周波数が低周波領域にある場合でもN＝3で



Original scintigram.



by Filter A by Filter B by Filter C by Filter D by Filter E by Filter F

Fig. 4. Filtered scintigrams by Filter A～Filter F.

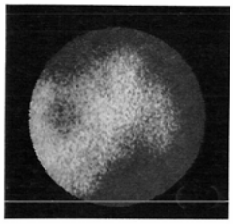
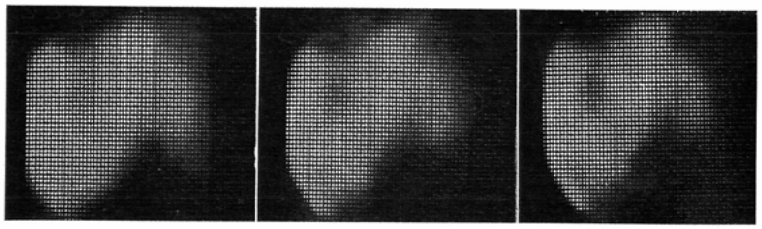
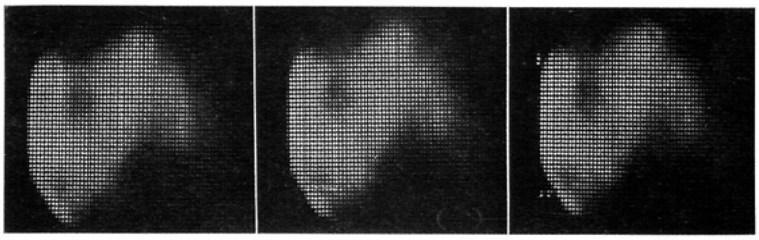


Fig. 5. Original Scintigram



by Filter A by Filter B by Filter C



by Filter D by Filter E by Filter F

Fig. 6. Liver Metastasis from Sigmoid Cancer 65Y.O. ♂

位相補償できる．遮断周波数が高周波領域にある場合はN＝1でも位相補償できた．

2）今回 (8)式のような Butterworth 型 Low Pass IIR Digital Filter の振幅特性を考えて臨床応用したが，これを一般式で求めると[12]，

$$|H(e^{j\omega T})| \sqrt{1+\left(\frac{\tan\frac{\omega T}{2}}{\tan\frac{\omega_c T}{2}}\right)^{2n}} \quad —(24)$$

となり，n=1, 2, ……の正整数でnの値が大きくなるにつれ振幅特性は遮断周波数近辺での勾配の急な振幅特性曲線を呈するようになる．そして伝達関数 H(z)は，

（i）n が奇数の時，

$$H(z)=\frac{1-\alpha_0}{2}\cdot\frac{1+Z^{-1}}{1-\alpha_0 Z^{-1}}\cdot\prod_{m=1}^{\frac{n-1}{2}}\frac{1}{4}\cdot\frac{(1-\alpha_{2m}+\alpha_{3m})(1+Z^{-1})^2}{1-\alpha_{2m}Z^{-1}+\alpha_{3m}Z^{-2}} \quad —(25)$$

（mは正整数）

（ii）nが偶数の時，

$$H(z)=\prod_{m=1}^{\frac{n}{2}}\frac{1}{4}\cdot\frac{(1-\alpha_{2m}+\alpha_{3m})(1+Z^{-1})^2}{1-\alpha_{2m}Z^{-1}+\alpha_{3m}Z^{-2}} \quad —(26)$$

となる．ここで，

$$\alpha_{2m}=\frac{2\left(1-\tan^2\frac{\omega_c T}{2}\right)}{1+2\tan\frac{\omega_c T}{2}\sin\frac{2m-1}{2n}\pi+\tan^2\frac{\omega_c T}{2}} \quad —(27)$$

$$\alpha_{3m}=\frac{1-2\tan\frac{\omega_c T}{2}\sin\frac{2m-1}{2n}\pi+\tan^2\frac{\omega_c T}{2}}{1+2\tan\frac{\omega_c T}{2}\sin\frac{2m-1}{2n}\pi+\tan^2\frac{\omega_c T}{2}} \quad —(28)$$

である．この時の位相特性は，

（i）n が奇数の時，

$$\theta=\tan^{-1}\left(-\frac{\tan\frac{\omega T}{2}}{\tan\frac{\omega_c T}{2}}\right)+\sum_{m=1}^{\frac{n-1}{2}}\tan^{-1}\left(\frac{2\tan\frac{\omega T}{2}\tan\frac{\omega_c T}{2}\sin\frac{2m-1}{2n}\pi}{\tan^2\frac{\omega T}{2}-\tan^2\frac{\omega_c T}{2}}\right) \quad —(29)$$

（ii）n が偶数の時，

$$\theta=\sum_{m=1}^{\frac{2}{n}}\tan^{-1}\left(\frac{2\tan\frac{\omega T}{2}\tan\frac{\omega_c T}{2}\sin\frac{2m-1}{2n}\pi}{\tan^2\frac{\omega T}{2}-\tan^2\frac{\omega_c T}{2}}\right) \quad —(30)$$

である．ここで注意してみると，n が奇数の時の第1項はこの論文中にみられるごとく，(21) 式における N＝3 で位相補償が出来る．第2項以下は n が奇数，偶数であつても同様の形であり，これは今回の論文中では詳細にふれなかつたが，同様の反転処理の N＝5 で充分に補償できた．

このように1項毎に位相補償していくようなステップをふめば，(24) 式における n の値がいかなる振幅特性をも有する様に設計され，かつ像のひずみを生じず臨床的に有用な Low Pass IIR Digital Filnering が可能である．

6．結　語

RI イメージングあるいは RI 動態研究の発展と共に，また，Computed Tomography の驚異的な普及に伴い，ディジタル・コンピュータ処理手法の発達の必要性は言をまたない．任意の遮断周波数を有するような振幅特性の設設が比較的簡単である Infinite Impulse Response Digital Filter の位相線形性を反転処理にて得ることができ，臨床応用に充分有用であることを確認した．

稿を終えるにあたり，御校閲下さいました木村修治教授に深甚の謝意を表します．

References

1) MacIntyre, W.J. and Christie, J.H.: A Comparison of Data Averaging of Radioisotope Scan Data by Photographic and Dimensional Computer Techniques. Medical Radioisotope Scintigraphy, Salzburg, IAEA, 1: 771—781, 1969

2) 向井孝夫：電子計算機による RI イメージ処理に関する研究．日本医学放射線学会雑誌，35：868—894，1975．

3) Nagai, T., Fukuda, N. and Iinuma, T.: Computer Focusing using an Appropriate Gaussian Function. J. Nucl. Med. 10: 209—212, 1969

4) Tanaka, E. and Iinuma, T.: Approaches to Optimal Data Processing in Radioisotope Imaging. Phys. Med. Biol. 15: 683—694,

1970
5) 安河内浩他：A Proposal of Program for Processing Scintigrams. 核医学, 11：647— 655, 1974.
6) Jelden, Gwynn L., Chernak, Edward S., et al.: Further Progress in CT Scanning and Computerized Radiation Therapy Treatment Planning. Am. J. Roentgenol. 127: 179—185, 1976
7) Matsuo, M.: Computer Processing of the Scintigraphic Image using Digital Filtering Techniques. Nippon Acta Radiol. 36: 159—177, 1976
8) 平野浩太郎, 松尾導昌 他：可分形2次元ディジタルフィルタによる画像処理, 電子通信学会資料, 1976.
9) Gold, B. and Rader, C.M.: Digital Processing of Signals. McGraw-Hill, New York 1969
10) Rabiner, L.R. and Gold, B.: Theory and Application of Digital Signal Processing, Prentice-Hall, New Jersey 1975
11) 平野浩太郎, 坂口 尚：Mitra, S.K.: 低次のディジタルフィルタの伝達関数, 電子通信学会資料, 1975.
12) Hirano, K., Saito, T., Nish mura, S. and Mitra, S.K.: Time-shar ng Realization of Digital Butterworth Filters. Monograph of Circuit and Systems Society of IECE of Japan 1973
13) Brophy, F. and Salazar, A.C.: Recursive Digital Filter Synthesis in the Time Domain. IEEE Trans. Audio Electroacoust. ASSP-22, 45—55, 1974
14) Hofstetter, E., Oppenheim, A.V. and Siegel, J.: A New-Techniques for the Design Nonrecursive Digital Filters, 5th Annual Princeton Conf. Information Sciences and Systems, 64—72, 1971
15) Hu, J.V. and Rabiner, L.R.: Design Tech-n ques for Two-dimensional Digital Filters. IEEE Trans. Audio Electroacoust. Au-20, 88—89, 1972
16) Rader, C.M. and Gold, B.: Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain. Proc. IEEE 55: 149—171, 1967
17) Shanks, J.L. and Justice, J.H.: Stability and Synthesis of Two dimensional Recursive Filters. IEEE Trans. Audio Electroacoust. Au-20, 115—128, 1972