OUKA
Osaka University Knowledge Archive

Title	解像力に關する考察(IV)
Author(s)	江藤, 秀雄
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1953, 13(1), p. 45-50
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/17061
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

解像力に關する考察(IV)

東京大學醫學部放射線醫學教室(主任　中泉正德教授)
助教授　江　藤　秀　雄

Some considerations on the resolving power. (Part IV)

(Radiological Department, Faculty of Medicine, Tokiyo Univ.
Director : Prof. Masanori Nakaidzumi)
Assist. Prof. Hideo Etô

(昭和27年12月15日受付)

〔內容梗概〕

研究目標：エックス線管の焦點の大いさによる半影(幾何學的不鮮銳度)が綜合解像力に及ぼす影響について考察する.

研究方法：エックス線管の解像力を定義し，これと造影部の解像力との組合せに對し，著者が既に報告した綜合解像力の近似式を適用して，計算値と實測値の比較を試みる.

研究結果：本法による計算値は實測値に比較的近い値を示した.

考按：エツクス線管の解像力と他の因子の解像力との組合せについて純理論的な取扱いは數學的に甚だ複雜となるため近似式の適用性に關して簡單な考察を試みるに止めた.

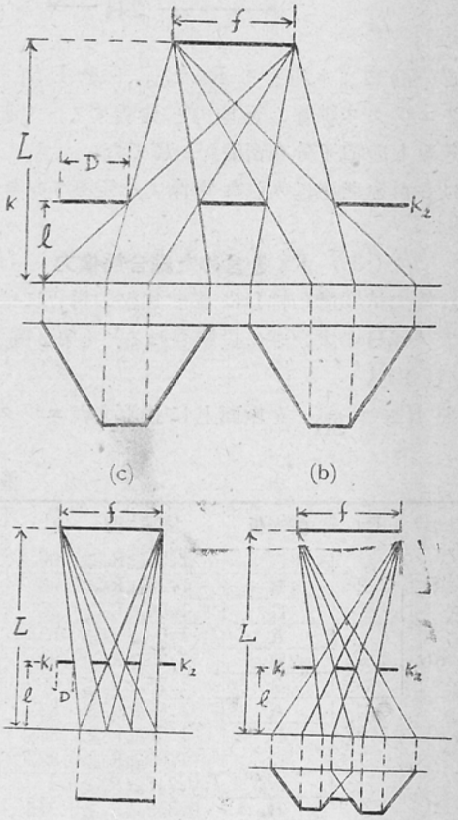
(1)　緒　言

エツクス線管の焦點の大いさが綜合解像力に及ぼす影響に關しては藤本，佐野兩氏[1]の詳しい理論的並びに實驗的硏究がある．著者は先に報告[2]した綜合解像力に關する近似式と同形の式が適用し得るか否かを實測の結果と比較檢討した.

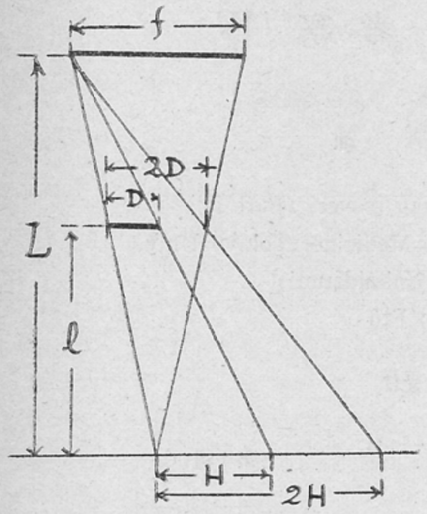
(2)　エツクス線管の解像力

第1圖(a) K_1K_2 の位置に造影性の幅及び間隔の共に等しい(＝Dmm)解像力試驗體を置けば，像面に於けるエツクス線强度は一般に(a)圖に示す如き梯形狀をなす．解像力試驗體の幅D(mm)($R_X=\frac{1}{2D}$)を次第に小さくして行けば(b)圖を經て遂に(c)圖の如くエツクス線强度は一樣となり試驗體の構造が全く認められなくなる．このときのDの値は(1)式〔附表〕で表わされる．但しLは焦點一像面間距離，lは試驗體一像面間距離，fは實效焦點の大いさ.

第1圖(a)



第 2 圖



このDにより定まる $Rx=\frac{1}{2D}$ を L.l.f. に對するエックス線管の解像力と定義する.（實測では焦點上の電子分布密度が一様でないため，正しくはこれを考慮に入れた解像力を定義すべきである[4]）.

（3） Rx を含めた綜合解像力

解像力試驗體の幅Dは點狀焦點の場合には像面上では幅Hの大いさに投影される.〔第2圖〕（2）及び（3）式）

今 $R'x=\frac{1}{2H}$ を像面上に換算したエックス線管の解像力と考えればR'xは（3）式より直ちに（4）式で表わすことが出來る. 綜合解像力Rを持つ造影部が像面の位置にあるとし，R及びR'xの組合せに對し著者の近似式が適用されるものと假定すると（5）（6）（7）の各式が成立つ.（7）式の R_0 は $R_0=\frac{1}{2D_0}$ により定まる幅及び間隔（D_0 >D）を持つ解像力試驗體を第1圖の K_1K_2 の位置におけば，これが解像し得えなくなる限界を示す. すなわちエックス線管自身の解像力 Rx が造影部の解像力が有限であるため，あたかも R_0 に低下した如くみなすことが出來る. 又（6）式によれば（$\frac{L}{L-l}$）は造影部の解像力を解像力試驗體の位置に換算する因子と解釋することも出來る.

（4） 實測値との比較

エックス線管をも含めた綜合解像力に關する實驗及びその理論的計算には藤本氏等の研究があるのみで，從つてこの貴重なデータを利用させていたゞくことにする.（螢光板+カメラ）の綜合解像力Rとエックス線管の解像力Rxとの組合せに對し（7）式を適用し，k=0及び1の兩極限の場合を計算し第2表に示す.

第 1 表

螢光板	（螢光板+カメラ）の綜合解像力	L	f
A	1.25≧R≧1.00	80cm	5 mm
B	1.57≧R≧1.25		
C	2.5 ≧R≧1.56		

第 2 表

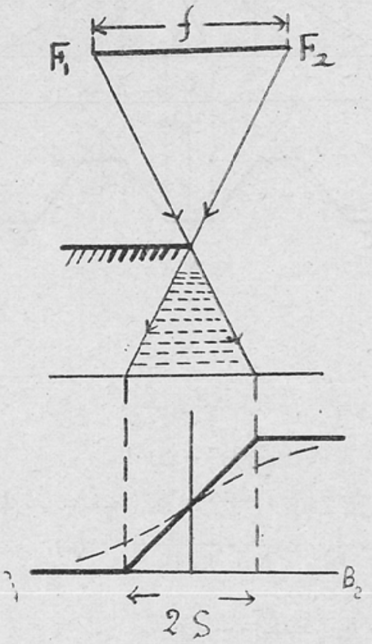
l(cm)	Rx	螢光板	實 測 値	計算値〔1〕	計算値〔2〕(k=o)	計算値〔3〕(k=1)
5	3.2	A	$1.25 \geqq R_0 \geqq 1.00$	$0.96 \geqq R_0 \geqq 0.89$	$0.94 \geqq R_0 \geqq 0.8$	$1.19 \geqq R_0 \geqq 0.98$
		B	$1.25 \geqq R_0 \geqq 1.00$	$1.20 \geqq R_0 \geqq 1.02$	$1.10 \geqq R_0 \geqq 0.94$	$1.41 \geqq R_0 \geqq 1.19$
		C	$1.56 \geqq R_0 \geqq 1.25$	$1.23 \geqq R_0 \geqq 1.03$	$1.45 \geqq R_0 \geqq 1.10$	$1.93 \geqq R_0 \geqq 1.41$
10	1.6	A	$1.00 \geqq R_0 \geqq 0.833$	$0.84 \geqq R_0 \geqq 0.80$	$0.75 \geqq R_0 \geqq 0.67$	$1.00 \geqq R_0 \geqq 0.88$
		B	$1.25 \geqq R_0 \geqq 1.00$	$0.96 \geqq R_0 \geqq 0.87$	$0.85 \geqq R_0 \geqq 0.75$	$1.13 \geqq R_0 \geqq 1.00$
		C	$1.25 \geqq R_0 \leqq 1.00$	$1.11 \geqq R_0 \geqq 1.07$	$0.98 \geqq R_0 \geqq 0.85$	$1.33 \geqq R_0 \geqq 1.13$
15	1.07	A	$1.00 \geqq R_0 \geqq 0.833$	$0.69 \geqq R_0 \geqq 0.61$	$0.63 \geqq R_0 \geqq 0.57$	$0.83 \geqq R_0 \geqq 0.76$
		B	$1.00 \geqq R_0 \geqq 0.833$	$0.72 \geqq R_0 \geqq 0.68$	$0.73 \geqq R_0 \geqq 0.63$	$0.89 \geqq R_0 \geqq 0.83$
		C	$1.00 \geqq R_0 \geqq 0.833$	$0.89 \geqq R_0 \geqq 0.74$	$0.79 \geqq R_0 \geqq 0.73$	$0.98 \geqq R_0 \geqq 0.89$
20	0.8	A	$0.715 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$0.55 \geqq R_0 \geqq 0.52$	$0.54 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$0.69 \geqq R_0 \geqq 0.65$
		B	$0.833 \geqq R_0 \geqq 0.715$	$0.58 \geqq R_0 \geqq 0.55$	$0.58 \geqq R_0 \geqq 0.54$	$0.72 \geqq R_0 \geqq 0.69$
		C	$0.833 \geqq R_0 \geqq 0.715$	$R_0 \geqq 0.58$	$0.65 \geqq R_0 \geqq 0.58$	$0.76 \geqq R_0 \geqq 0.72$
25	0.64	A	$0.715 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$0.46 \geqq R_0 \geqq 0.45$	$0.47 \geqq R_0 \geqq 0.44$	$0.59 \geqq R_0 \geqq 0.56$
		B	$0.715 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$0.49 \geqq R_0 \geqq 0.48$	$0.5 \geqq R_0 \geqq 0.47$	$0.60 \geqq R_0 \geqq 0.59$
		C	$0.715 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$R_0 \geqq 0.46$	$0.54 \geqq R_0 \geqq 0.5$	$0.62 \geqq R_0 \geqq 0.60$

（註） 計算値〔1〕藤本氏等による. ｛計算値〔2〕著者の k=0 の場合. 計算値〔3〕著者の k=1 の場合.

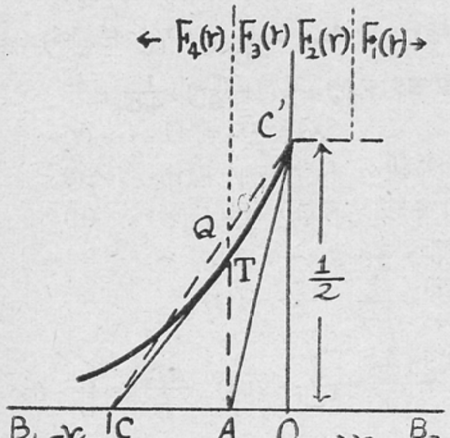
（6） 考　察

エツクス線管の解像力を含めた綜合解像力を理論的に導く試みは數學的な複雜さのため斷念し，エツクス線管の解像力と造影部の解像力の相互の關係について次のような簡單な考察を行つた．第

第　3　圖



第　4　圖



３圖に於いて $F_1F_2=f$ をエツクス線管の實效焦點の大いさとし，これにより生ずる造影性金屬板端の像面 B_1B_2 上の半影の大いさを２Ｓとすれば，像面上のエツクス線の强度分布は半影域の近傍では近似的に圖の實線の如くなる．

從つて B_1B_2 面に，例えば螢光板を置けば，こゝに生ずる螢光强度分布は點線で示す如き曲線となる．（但し縱軸の單位は任意とする）．螢光板の鮮銳度係數を α とすれば螢光强度分布は（８）～(11)式で表わされる．（第４圖）但し强度單位は任意．

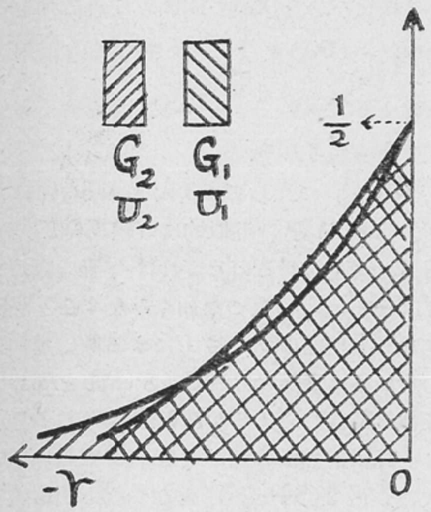
第４圖に於いて强度分布曲線とＡ點に於いて B_1B_2 上に立てた垂線との交點をＴとし，Ｔ點に於いてこの曲線にひいた切線が B_1B_2 と交わる點をＣとする．$\tan(\angle TCA)=\frac{\overline{TA}}{\overline{CA}}$ 及び $\overline{TA}$ を計算すれば，これより $\overline{CA}=\frac{1}{\alpha}$ を得る．すなわち $\overline{CO}$ は(12)式であらわされる．

(i)　Ｓが $\frac{1}{\alpha}$ に比して相當大きい場合には强度分布曲線(10)(11)式は近似的に直線 CQC′ で置き換え得ると考えられるのでこれは半影の幅があたかも $2(S+\frac{1}{\alpha})$ になつた如くみなすことが出來る．すなわち焦點の大いさｆによる像の幾何學的半影の大いさは實際には 2S（ＳはＨと同じ値．（２)及び(13)式）であるが造影部の解像力Ｒの影響により見掛上焦點の幅が大きくなり幾何學的半影の大いさが $2(S+\frac{1}{\alpha})$ となつたと同當の影響を與えるものと假定する．半影が $2(S+\frac{1}{\alpha})$ となる如き焦點の大いさ f_0 は(14)式で與えられるから(14)及び(15)式より L, l, f_0 に對するエツクス線管の解像力 $R_0=\frac{1}{2D_0}$ は(16)式より求まる．これに(17)式を入れれば先に假定した綜合解像力と同形の(18)式が得られる．

(ii)　$\frac{1}{\alpha}$ がＳに比して大きい場合には（すなわち $(\alpha S)<1$）强度分布曲線を直線で置換えることは出來ないので鮮銳度係數 β を持つ强度分布曲線(19)式で近似的に置換えることを考えてみる．(19)式で $\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha}+S$ とおけば，$r=o$ に於いて $y(r)$ にひいた切線が直線 CQC′ になることを意味するので實際には $\frac{1}{\beta}$ にこれより小さい値を與えねばならぬことが分る．曲線 G_1〔(19)式〕を曲線 G_2

〔(10), (11)式〕に近似させる方法は色々と考えられるが計算の結果が複雑でβの値を簡單に定めることが出來ないので，G_1, G_2 の各曲線と横軸の包む面積U_1及びU_2を近似させる方法を試みた．(第5圖參照)． そして特に(20)式により與えられるβの値を代入して計算してみるとU_1とU_2の比は近似的に(21)式の如くなりαSが1より小となる程兩者の比は1に近づくことが知られる． 從つて(20)式より定まるβの値を一應採用し，$\beta=2R'_0$, $\alpha=2R$, $2S=\frac{1}{Rx}\left(\frac{L}{L-l}\right)$ を(20)式に代入すれば(7)式で k=1 と置いた場合の式が得られる．

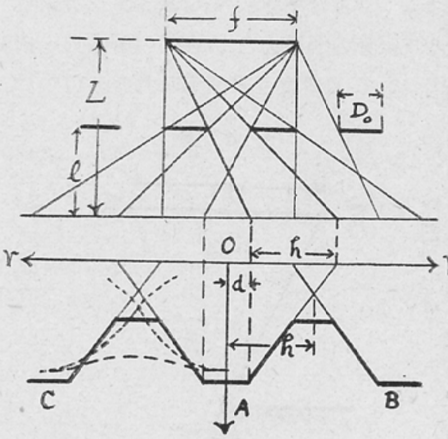
第　5　圖



(iii)　以上の簡單な考察より $\alpha S \gg 1$ のときは k=0 の場合に近く，$\alpha S \ll 1$ のときは k=1 の場合に近いことが推論される．

(iii)　解像力試驗體の像面上のエツクス線強度分布が第6圖に示す如く未だ解像限界に達しないうちに鮮鋭度係數αを持つ造影部により得られる終局の像は不鮮明となり解像限界に達するものと考えられる．(第6圖の點線) 造影部により得られる終局像の強度(濃度)分布を計算すると $r=o$ に於ける強度I_0は(24)式で與えられ，第2項は隣接する部分(例えばB及びC)の影響を加えたもの，又 $r=h$ に於ける強度Iは(25)式で與えられ第2項は前と同じ意味のものである． 實際には第2項は解像力試驗體の造影性部分の數により異なる．

第　6　圖



附表 I

$$\frac{2D}{f}=\frac{l}{L} \quad \text{---(1)} \qquad \frac{2H}{f}=\frac{l}{L-l} \quad \text{----(2)}$$

$$2D=2H\times\left(\frac{L-l}{L}\right) \quad \text{----(3)}$$

$$R'_x=\frac{1}{2H}=\frac{1}{2D}\times\left(\frac{L-l}{L}\right)=R_x\left(\frac{L-l}{L}\right) \quad \text{----(4)}$$

$$\frac{1}{R'_0}=\frac{1}{R'_x}+\frac{1}{R}-\frac{k}{R'_x+R} \quad \text{---(5)}$$

$$(1\geqq k\geqq 0)$$

$$R'_0=R_0\left(\frac{L-l}{L}\right) \quad \text{----(6)}$$

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{R_x}+\frac{1}{R}\left(\frac{L-l}{L}\right)-\frac{k}{R_x+R\left(\frac{L}{L-l}\right)} \quad \text{---(7)}$$

$$S\leqq r:\ F_1(r)=1+\frac{1}{4\alpha S}e^{-\alpha r}\left(e^{-\alpha S}-e^{\alpha S}\right) \quad \text{--(8)}$$

$$0\leqq r\leqq S:\ F_2(r)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{r}{S}\right)+\frac{1}{4\alpha S}e^{-\alpha S}\times\left(e^{-\alpha r}-e^{\alpha r}\right) \quad \text{----(9)}$$

$$-S\leqq -r\leqq 0:\ F_3(r)=1-F_2(r) \quad \text{----(10)}$$

$$-r\leqq -S:\ F_4(r)=1-F_1(r) \quad \text{----(11)}$$

$$\overline{CO}=\frac{1}{\alpha}+S \quad \text{----(12)}$$

$$\frac{2S}{f}=\frac{l}{L-l} \quad \text{-----(13)}$$

$$\frac{2\left(S+\frac{1}{\alpha}\right)}{f_0}=\frac{l}{L-l} \quad \text{---(14)} \qquad \frac{2D_0}{f_0}=\frac{l}{L} \quad \text{--(15)}$$

$$\left.\begin{aligned}2\left(S+\tfrac{1}{\alpha}\right)&=\left(\frac{L}{L-l}\right)\times 2D_0\\ \frac{1}{R_0}&=\left(\frac{L-l}{L}\right)\times 2\left(S+\tfrac{1}{\alpha}\right)\end{aligned}\right\} \quad \text{----(16)}$$

附　表　II

$$\left.\begin{aligned}2D&=2S\left(\frac{L-l}{L}\right)=\frac{1}{Rx}\\ \frac{1}{R}&=\frac{2}{\alpha}\end{aligned}\right\}\cdots(17)$$

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{Rx}+\frac{1}{R}\left(\frac{L-l}{L}\right)\cdots\cdots(18)$$

$$y(r)=\frac{1}{2}e^{-\beta r}\cdots\cdots(19)$$

$$\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha}+S-\frac{1}{\left(\alpha+\frac{1}{S}\right)}\cdots(20)$$

$$\frac{U_2}{U_1}\approx 1+\frac{5}{6}(\alpha S)^2\cdots(21)\quad(1>(\alpha S))$$

$$h=D_0\left(\frac{L}{L-l}\right)\cdots(22)\quad d=\frac{1}{2}\left(\frac{fl-DL}{L-l}\right)\cdots(23)$$

$$I_0=\left\{\frac{2}{\alpha}+\frac{2}{\alpha^2 h}e^{-\alpha d}(e^{-\alpha h}-1)\right\}+\underbrace{\frac{2}{\alpha^2 h}e^{-2\alpha h}\left\{e^{-\alpha(d+h)}+e^{\alpha(d+h)}-e^{-\alpha d}-e^{\alpha d}\right\}}_{\text{才2項}}\cdots(24)$$

$$I_1=\left[\frac{2d}{\alpha h}+\frac{1}{\alpha^2 h}\left\{e^{-\alpha(d+2h)}-e^{-\alpha(h+d)}-e^{\alpha(h-d)}+e^{-\alpha d}\right\}\right]+\underbrace{\frac{2}{\alpha^2 h}e^{-3\alpha h}\left\{e^{-\alpha(d+h)}+e^{\alpha(d+h)}-e^{-\alpha d}-e^{\alpha d}\right\}}_{\text{才2項}}\cdots(25)$$

1例として Rx=1.6, $\alpha=4$, L=80(cm), l=10(cm)の場合について(7)式(k≒1の場合)より $R_0=\frac{1}{2D_0}$ を算出し，この D_0 の値が果して解像力限界を示すか否かを検討してみる．d及びhと試驗體の幅 D_0 との間には(22)，(23)の關係があるので，これより $D_0=0.403$, h=0.460, d=0.127を得る．これらを(24)及び(25)式に代入すれば

$\frac{I}{I_0}\times100=\frac{0.710}{0.838}\times100=85(\%)$ となる．80(%)以上を解像限界内にあるとすれば D_0 の値は當然解像限界を與えるものとみられ，よつて(7)式(k=1の場合)より算出した $R_0(=\frac{1}{2D_0})$ はエックス線管と造影部を組合せた綜合解像力を與えるものと考えられる．

(7) 結　論

以上述べた考察及び實測値との比較の結果よりエックス線管及び造影部の各解像力の組合せの綜合解像力について少くも定性的に說明し得たと考える．

終りに臨み中泉敎授の御校閲に對し深謝する．
(本研究は文部省科學研究費による)．

文　獻

1) 藤本慶治，佐野博也：日本醫放誌，第11卷，第9號，19頁，(昭27年2月)及び結核綜合研究，X線檢査法科會，(昭26年)．—2) 江藤秀雄：解像力に關する考察(I)，(II)，(III)，日本醫放法近く發表．—3) 田中正道：エックス線管の解像力，結核綜合研究，X線檢査法科會，(昭26年)．

〔Content of Research〕

〔Object of Research〕

The study of the effect of the geometrical unsharpness caused by the finite size of the target of X-ray tube on the resultant resolving power (R.R.P).

〔Methods of Research〕

The approximate empirical formula for the R.R.P. already reported by the auther, was applied to connect the R.P of the X-ray tube with R.P. of the optical parts and the calculated values were compared with the measured values.

〔Results〕

The calcutated values from the following equation seemed to be agree to a certain extent with the measured values.

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{Rx}+\frac{1}{R}\left(\frac{L-l}{L}\right)-\frac{k}{Rx+R\left(\frac{L}{L-l}\right)}\qquad(0\leq k\leq1)\qquad Rx=\frac{L}{lf}$$

L………focus-film or screen distance

l………test object-film or screen distance

f………effective size of the target of the X-ray tube

R_x………R.P of the X-ray tube
R ………R.P. of the optical systems
R_0 ………R.R.P.

訂　正

東大醫學部放射線醫學教室　江藤　秀雄

解像力に關する考察〔III〕（本誌第12卷第9號34頁）に於いて記號その他に書き誤りがあり文章の意味の全く通じない點があつたので次の如く訂正する.

「解鋭度係數 α, β の組合せに對する合成强度分布を一つの解鋭度係數 m を持つたもの……」と記したがこの記號 m は n の誤りで，從つて以後の解鋭度係數に對する記號 m_1, m_2 はすべて n_1, n_2 に訂正する．從つて $m_1d_1=m_2d_2=1$ は $n_1d_1=n_2d_2=1$ の誤りである．なお「$\alpha \leqq \beta$ とし $\beta = p\alpha$ ($p \leqq 1$) とおいてみると m_1 の場合は $\alpha d = 1 + \frac{1}{m_1}$, m_2 の場合は $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{1+m_2}$ で……」を「$\alpha \geqq \beta$ とし $\beta = p\alpha$ ($p \leqq 1$, 又混同を防ぐために n_1 に對する p の値を m_1, n_2 に對するそれを m_2 として區別することにする）とおいてみると n_1 の場合は $\alpha d = 1 + \frac{1}{m_1}$, n_2 の場合は $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{m_2(1+m_2)}$ ……」と訂正する．從つて附表4の「m_1 の場合」，「m_2 の場合」を「n_1 の場合」，「n_2 の場合」に，及び $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{m_2(1+m_2)}$ とする．他は本文の通りである．