



Title	解像力に関する考察(IV)
Author(s)	江藤, 秀雄
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1953, 13(1), p. 45-50
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/17061">https://hdl.handle.net/11094/17061</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 解像力に関する考察 (IV)

東京大学医学部放射線医学教室(主任 中泉正徳教授)  
 助教授 江藤秀雄

Some considerations on the resolving power. (Part IV)  
 (Radiological Department, Faculty of Medicine, Tokiyo Univ.)

Director: Prof. Masanori Nakaidzumi

Assist. Prof. Hideo Etô

(昭和27年12月15日受付)

## 〔内容梗概〕

**研究目標:** エックス線管の焦点の大きさによる半影(幾何學的不鮮鋭度)が総合解像力に及ぼす影響について考察する。

**研究方法:** エックス線管の解像力を定義し、これと造影部の解像力との組合せに對し、著者が既に報告した総合解像力の近似式を適用して、計算値と實測値の比較を試みる。

**研究結果:** 本法による計算値は實測値に比較的近い値を示した。

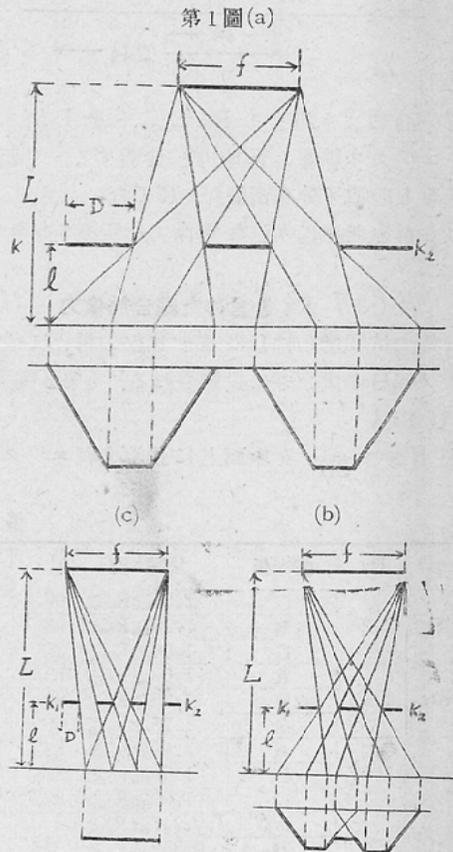
**考按:** エックス線管の解像力と他の因子の解像力との組合せについて純理論的な取扱いは數學的に甚だ複雑となるため近似式の適用性に関して簡単な考察を試みるに止めた。

## (1) 緒言

エックス線管の焦点の大きさが総合解像力に及ぼす影響に關しては藤本、佐野兩氏<sup>1)</sup>の詳しい理論的並びに實驗的研究がある。著者は先に報告<sup>2)</sup>した総合解像力に關する近似式と同形の式が適用し得るか否かを實測の結果と比較検討した。

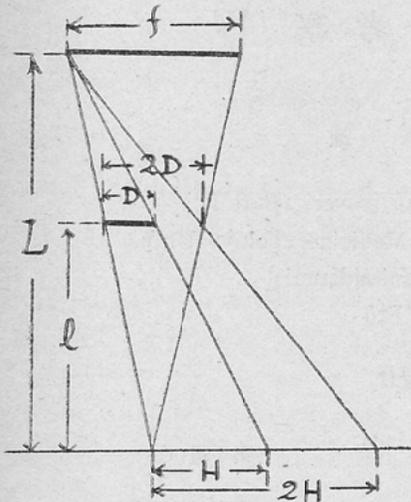
## (2) エックス線管の解像力

第1圖(a)  $K_1, K_2$  の位置に造影性の幅及び間隔の共に等しい(=Dmm)解像力試験體を置けば、像面に於けるエックス線強度は一般に(a)圖に示す如き梯形狀をなす。解像力試験體の幅D(mm) ( $R_x = \frac{1}{2D}$ ) を次第に小さくして行けば(b)圖を経て遂に(c)圖の如くエックス線強度は一様となり



試験體の構造が全く認められなくなる。このときのDの値は(1)式(附表)で表わされる。但しLは焦点—像面間距離、 $l$ は試験體—像面間距離、 $f$ は實効焦点の大きさ。

第 2 圖



このDにより定まる  $R_x = \frac{1}{2D}$  を  $L/l$  に對するエックス線管の解像力と定義する。(實測では焦點上の電子分布密度が一樣でないため、正しくはこれを考慮に入れた解像力を定義すべきである)。

(3)  $R_x$  を含めた綜合解像力

解像力試験體の幅Dは點狀焦點の場合には像面上では幅Hの大きさに投影される。(第2圖)(2)及び(3)式)

今  $R'_x = \frac{1}{2H}$  を像面上に換算したエックス線

管の解像力と考えれば  $R'_x$  は(3)式より直ちに(4)式で表わすことが出来る。綜合解像力Rを持つ造影部が像面の位置にあるとし、R及び $R'_x$ の組合せに對し著者の近似式が適用されるものと假定すると(5)(6)(7)の各式が成立つ。(7)式の $R_0$ は $R_0 = \frac{1}{2D_0}$ により定まる幅及び間隔( $D_0 > D$ )を持つ解像力試験體を第1圖の $K_1K_2$ の位置におけば、これが解像し得なくなる限界を示す。すなわちエックス線管自身の解像力 $R_x$ が造影部の解像力が有限であるため、あたかも $R_0$ に低下した如くみなすことが出来る。又(6)式によれば $(\frac{L}{L-l})$ は造影部の解像力を解像力試験體の位置に換算する因子と解釋することも出来る。

(4) 實測値との比較

エックス線管をも含めた綜合解像力に關する實験及びその理論的計算には藤本氏等の研究があるのみで、從つてこの貴重なデータを利用していただくことにする。(螢光板+カメラ)の綜合解像力Rとエックス線管の解像力 $R_x$ との組合せに對し(7)式を適用し、 $k=0$ 及び1の兩極限の場合を計算し第2表に示す。

第 1 表

螢光板	(螢光板+カメラ)の綜合解像力	L	f
A	$1.25 \geq R \geq 1.00$	80cm	5 mm
B	$1.57 \geq R \geq 1.25$		
C	$2.5 \geq R \geq 1.56$		

第 2 表

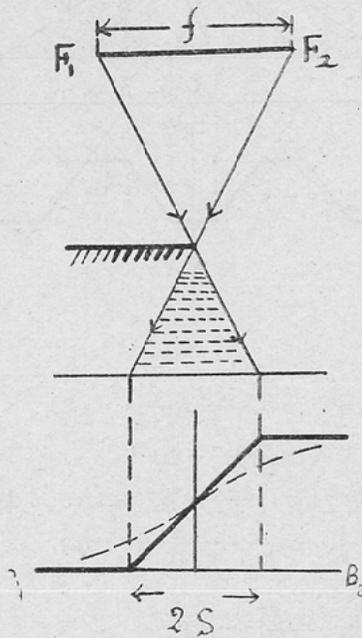
l(cm)	$R_x$	螢光板	實 測 値	計算値[1]	計算値[2](k=0)	計算値[3](k=1)
5	3.2	A	$1.25 \geq R_0 \geq 1.00$	$0.96 \geq R_0 \geq 0.89$	$0.94 \geq R_0 \geq 0.8$	$1.19 \geq R_0 \geq 0.98$
		B	$1.25 \geq R_0 \geq 1.00$	$1.20 \geq R_0 \geq 1.02$	$1.10 \geq R_0 \geq 0.94$	$1.41 \geq R_0 \geq 1.19$
		C	$1.56 \geq R_0 \geq 1.25$	$1.23 \geq R_0 \geq 1.03$	$1.45 \geq R_0 \geq 1.10$	$1.93 \geq R_0 \geq 1.41$
10	1.6	A	$1.00 \geq R_0 \geq 0.833$	$0.84 \geq R_0 \geq 0.80$	$0.75 \geq R_0 \geq 0.67$	$1.00 \geq R_0 \geq 0.88$
		B	$1.25 \geq R_0 \geq 1.00$	$0.96 \geq R_0 \geq 0.87$	$0.85 \geq R_0 \geq 0.75$	$1.13 \geq R_0 \geq 1.00$
		C	$1.25 \geq R_0 \geq 1.00$	$1.11 \geq R_0 \geq 1.07$	$0.98 \geq R_0 \geq 0.85$	$1.33 \geq R_0 \geq 1.13$
15	1.07	A	$1.00 \geq R_0 \geq 0.833$	$0.69 \geq R_0 \geq 0.61$	$0.63 \geq R_0 \geq 0.57$	$0.83 \geq R_0 \geq 0.76$
		B	$1.00 \geq R_0 \geq 0.833$	$0.72 \geq R_0 \geq 0.68$	$0.73 \geq R_0 \geq 0.63$	$0.89 \geq R_0 \geq 0.83$
		C	$1.00 \geq R_0 \geq 0.833$	$0.89 \geq R_0 \geq 0.74$	$0.79 \geq R_0 \geq 0.73$	$0.98 \geq R_0 \geq 0.89$
20	0.8	A	$0.715 \geq R_0 \geq 0.5$	$0.55 \geq R_0 \geq 0.52$	$0.54 \geq R_0 \geq 0.5$	$0.69 \geq R_0 \geq 0.65$
		B	$0.833 \geq R_0 \geq 0.715$	$0.58 \geq R_0 \geq 0.55$	$0.58 \geq R_0 \geq 0.54$	$0.72 \geq R_0 \geq 0.69$
		C	$0.833 \geq R_0 \geq 0.715$	$R_0 \geq 0.58$	$0.65 \geq R_0 \geq 0.58$	$0.76 \geq R_0 \geq 0.72$
25	0.64	A	$0.715 \geq R_0 \geq 0.5$	$0.46 \geq R_0 \geq 0.45$	$0.47 \geq R_0 \geq 0.44$	$0.59 \geq R_0 \geq 0.56$
		B	$0.715 \geq R_0 \geq 0.5$	$0.49 \geq R_0 \geq 0.48$	$0.5 \geq R_0 \geq 0.47$	$0.60 \geq R_0 \geq 0.59$
		C	$0.715 \geq R_0 \geq 0.5$	$R_0 \geq 0.46$	$0.54 \geq R_0 \geq 0.5$	$0.62 \geq R_0 \geq 0.60$

(註) 計算値[1]藤本氏等による。計算値[2]著者のk=0の場合。計算値[3]著者のk=1の場合。

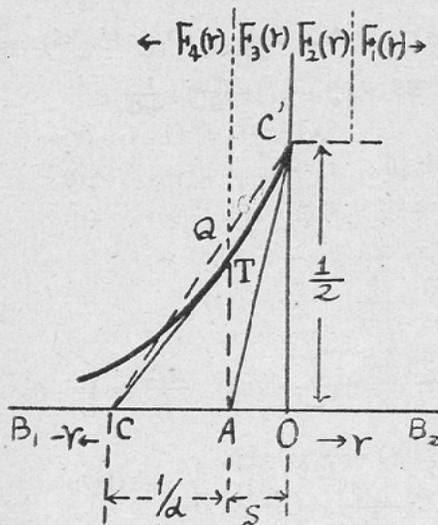
(6) 考 察

エックス線管の解像力を含めた総合解像力を理論的に導く試みは数學的な複雑さのため断念し、エックス線管の解像力と造影部の解像力の相互の関係について次のような簡単な考察を行つた。第

第 3 圖



第 4 圖



3圖に於いて  $F_1 F_2 = f$  をエックス線管の實效焦點の大きさとし、これにより生ずる造影性金屬板端の像面  $B_1 B_2$  上の半影の大きさを  $2S$  とすれば、像面上のエックス線の強度分布は半影域の近傍では近似的に圖の實線の如くなる。

従つて  $B_1 B_2$  面に、例えば螢光板を置けば、こゝに生ずる螢光強度分布は點線で示す如き曲線となる。(但し縦軸の單位は任意とする)。螢光板の鮮鋭度係数を  $\alpha$  とすれば螢光強度分布は(8)~(11)式で表わされる。(第4圖)但し強度單位は任意。

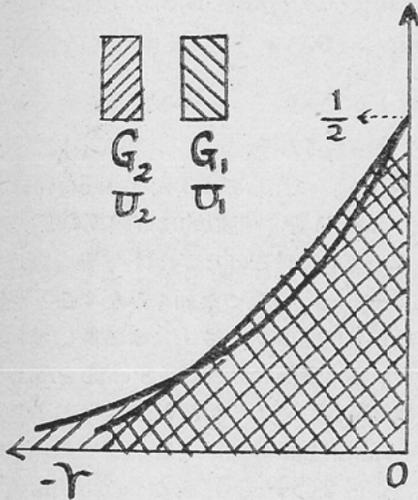
第4圖に於いて強度分布曲線とA點に於いて  $B_1 B_2$  上に立てた垂線との交點をTとし、T點に於いてこの曲線にひいた切線が  $B_1 B_2$  と交わる點をCとする。 $\tan(\angle TCA) = \frac{TA}{CA}$  及び  $\overline{TA}$  を計算すれば、これより  $\overline{CA} = \frac{1}{\alpha}$  を得る。すなわち  $\overline{CO}$  は(12)式であらわされる。

(i)  $S$  が  $\frac{1}{\alpha}$  に比して相當大きい場合には強度分布曲線(10)(11)式は近似的に直線  $CQC'$  で置き換へ得ると考えられるのでこれは半影の幅があたかも  $2(S + \frac{1}{\alpha})$  になつた如くみなすことが出来る。すなわち焦點の大きさ  $f$  による像の幾何學的半影の大きさは實際には  $2S$  ( $S$  は  $H$  と同じ値。(2)及び(13)式)であるが造影部の解像力  $R$  の影響により見掛上焦點の幅が大きくなり幾何學的半影の大きさが  $2(S + \frac{1}{\alpha})$  となつたと同當の影響を與えるものと假定する。半影が  $2(S + \frac{1}{\alpha})$  となる如き焦點の大きさ  $f_0$  は(14)式で與えられるから(14)及び(15)式より  $L, l, f_0$  に対するエックス線管の解像力  $R_0 = \frac{1}{2D_0}$  は(16)式より求まる。これに(17)式を入れれば先に假定した総合解像力と同形の(18)式が得られる。

(ii)  $\frac{1}{\alpha}$  が  $S$  に比して大きい場合には(すなわち  $\alpha S < 1$ )強度分布曲線を直線で置換へることは出来ないので鮮鋭度係数  $\beta$  を持つ強度分布曲線(19)式で近似的に置換へることを考えてみる。(19)式で  $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + S$  とおけば、 $r=0$  に於いて  $y(r)$  にひいた切線が直線  $CQC'$  になることを意味するので實際には  $\frac{1}{\beta}$  にこれより小さい値を與へねばならぬことが分る。曲線  $G_1$  [(19)式]を曲線  $G_2$

〔(10), (11)式〕に近似させる方法は色々と考えられるが計算の結果が複雑で $\beta$ の値を簡単に定めることが出来ないので、 $G_1, G_2$ の各曲線と横軸の包む面積 $U_1$ 及び $U_2$ を近似させる方法を試みた。(第5圖参照)。そして特に(20)式により與えられる $\beta$ の値を代入して計算してみると $U_1$ と $U_2$ の比は近似的に(21)式の如くなり $\alpha S$ が1より小となる程兩者の比は1に近づくことが知られる。従つて(20)式より定まる $\beta$ の値を一應採用し、 $\beta=2R'_0$ 、 $\alpha=2R$ 、 $2S=\frac{1}{R_x}(\frac{L}{L-l})$ を(20)式に代入すれば(7)式で $k=1$ と置いた場合の式が得られる。

第5圖

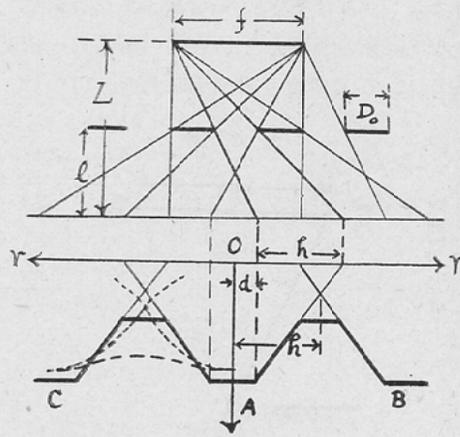


(iii) 以上の簡単な考察より  $\alpha S \gg 1$  のときは  $k=0$  の場合に近く、 $\alpha S \ll 1$  のときは  $k=1$  の場合に近いことが推論される。

(iii) 解像力試験體の像面上のエックス線強度分布が第6圖に示す如く未だ解像限界に達しないうちに鮮鋭度係数 $\alpha$ を持つ造影部により得られる終局の像は不鮮明となり解像限界に達するものと考えられる。(第6圖の點線)造影部により得られる終局像の強度(濃度)分布を計算すると $r=0$ に於ける強度 $I_0$ は(24)式で與えられ、第2項は隣接する部分(例えばB及びC)の影響を加えたもの、又 $r=h$ に於ける強度 $I$ は(25)式で與えられ第2項は前と同じ意味のものである。実際には第2項

は解像力試験體の造影性部分の数により異なる。

第6圖



附表 I

$$\frac{2D}{f} = \frac{l}{L} \quad (1) \quad \frac{2H}{f} = \frac{l}{L-l} \quad (2)$$

$$2D = 2H \times \left(\frac{L-l}{L}\right) \quad (3)$$

$$R'_x = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2D} \times \left(\frac{L-l}{L}\right) = R_x \left(\frac{L-l}{L}\right) \quad (4)$$

$$\frac{1}{R'_0} = \frac{1}{R'_x} + \frac{1}{R} = \frac{k}{R'_x + R} \quad (5)$$

$$(1 \geq k \geq 0)$$

$$R'_0 = R_0 \left(\frac{L-l}{L}\right) \quad (6)$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R} \left(\frac{L-l}{L}\right) = \frac{k}{R_x + R \left(\frac{L-l}{L}\right)} \quad (7)$$

$$S \leq r : F_1(r) = 1 + \frac{1}{4\alpha S} e^{-\alpha r} (e^{-\alpha S} - e^{\alpha S}) \quad (8)$$

$$0 \leq r \leq S : F_2(r) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{r}{S}\right) + \frac{1}{4\alpha S} e^{-\alpha S} \times (e^{-\alpha r} - e^{\alpha r}) \quad (9)$$

$$-S \leq -r \leq 0 : F_3(r) = 1 - F_2(r) \quad (10)$$

$$-r \leq -S : F_4(r) = 1 - F_1(r) \quad (11)$$

$$\bar{r}_0 = \frac{1}{\alpha} + S \quad (12)$$

$$\frac{2S}{f} = \frac{l}{L-l} \quad (13)$$

$$\frac{2(S + \frac{1}{\alpha})}{f_0} = \frac{l}{L-l} \quad (14) \quad \frac{2D_0}{f_0} = \frac{l}{L} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} 2(S + \frac{1}{\alpha}) &= \left(\frac{L}{L-l}\right) \times 2D_0 \\ \frac{1}{R_0} &= \left(\frac{L-l}{L}\right) \times 2(S + \frac{1}{\alpha}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

附表 II

$$2D = 2S \left( \frac{L-l}{L} \right) = \frac{1}{R_x} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{R_x}} \right\} \text{---(17)}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{d} \quad \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R} \left( \frac{L-l}{L} \right) \text{---(18)}$$

$$Y(r) = \frac{1}{2} e^{-\beta r} \text{---(19)}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + S - \frac{1}{\left( d + \frac{1}{2} \right)} \text{---(20)}$$

$$\frac{Y_0}{Y_1} \approx 1 + \frac{S}{\alpha} (\alpha S)^2 \text{---(21) } (1 > \alpha S)$$

$$h = D_0 \left( \frac{L}{L-l} \right) \text{---(22) } d = \frac{1}{2} \left( \frac{fL - DL}{L-l} \right) \text{---(23)}$$

$$I_0 = \left\{ \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2 h} e^{-\alpha d} (e^{-\alpha h} - 1) \right. \\ \left. + \frac{2}{\alpha^2 h} e^{-2\alpha h} \left\{ e^{-\alpha(d+h)} + e^{-\alpha(d+h)} - e^{-\alpha d} - e^{-\alpha h} \right\} \right\} \text{---(24)}$$

$$I_1 = \left\{ \frac{2d}{\alpha h} + \frac{1}{\alpha^2 h} \left[ e^{-\alpha(d+2h)} - e^{-\alpha(d+h)} - e^{-\alpha(h-d)} + e^{-\alpha d} \right] \right. \\ \left. + \frac{2}{\alpha^2 h} e^{-3\alpha h} \left[ e^{-\alpha(d+h)} + e^{-\alpha(d+h)} - e^{-\alpha d} - e^{-\alpha h} \right] \right\} \text{---(25)}$$

1例として  $R_x = 1.6$ ,  $\alpha = 4$ ,  $L = 80(\text{cm})$ ,  $l = 10(\text{cm})$  の場合について(7)式 ( $k = 1$  の場合) より  $R_0 = \frac{1}{2D_0}$  を算出し, この  $D_0$  の値が果して解像力限界を示すか否かを検討してみる.  $d$  及び  $h$  と試

験體の幅  $D_0$  との間には(22), (23) の関係があるので, これより  $D_0 = 0.403$ ,  $h = 0.460$ ,  $d = 0.127$  を得る. これらを(24)及び(25)式に代入すれば  $\frac{I_1}{I_0} \times 100 = \frac{0.710}{0.838} \times 100 = 85(\%)$  となる. 80(%)以上を解像限界内にあるとすれば  $D_0$  の値は當然解像限界を與えるものとみられ, よつて(7)式 ( $k = 1$  の場合)より算出した  $R_0 (= \frac{1}{2D_0})$  はエックス線管と造影部を組合せた総合解像力を與えるものと考えられる.

(7) 結 論

以上述べた考察及び實測値との比較の結果よりエックス線管及び造影部の各解像力の組合せの総合解像力について少くも定性的に説明し得たと考へる.

終りに臨み中泉教授の御校閲に對し深謝する.  
(本研究は文部省科學研究費による).

文 獻

- 1) 藤本慶治, 佐野博也: 日本醫放誌, 第11卷, 第9號, 19頁, (昭27年2月)及び結核綜合研究, X線検査法科會, (昭26年).
- 2) 江藤秀雄: 解像力に關する考察(I),(II),(III), 日本醫放法近く發表.
- 3) 田中正道: エックス線管の解像力, 結核綜合研究, X線検査法科會, (昭26年).

[Content of Research]

[Object of Research]

The study of the effect of the geometrical unsharpness caused by the finite size of the target of X-ray tube on the resultant resolving power (R.R.P).

[Methods of Research]

The approximate empirical formula for the R.R.P. already reported by the auther, was applied to connect the R.P. of the X-ray tube with R.P. of the optical parts and the calculated values were compared with the measured values.

[Results]

The calculated values from the following equation seemed to be agree to a certain extent with the measured values.

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R} \left( \frac{L-l}{L} \right) - \frac{k}{R_x + R} \left( \frac{L}{L-l} \right) \quad (0 \leq k \leq 1) \quad R_x = \frac{L}{f}$$

- L.....focus-film or screen distance
- l.....test object-film or screen distance
- f.....effective size of the target of the X-ray tube

Rx.....R.P of the X-ray tube  
 R .....R.P. of the optical systems  
 R<sub>0</sub> .....R.R.P.

## 訂 正

東大醫學部放射線醫學教室 江藤 秀雄

解像力に関する考察(III) (本誌第12卷第9號34頁)に於いて記號その他に書き誤りがあり文章の意味の全く通じない點があつたので次の如く訂正する。

「解銳度係數  $\alpha, \beta$  の組合せに對する合成強度分布を一つの解銳度係數  $m$  を持つもの……」と記したがこの記號  $m$  は  $n$  の誤りで、從つて以後の解銳度係數に對する記號  $m_1, m_2$  はすべて  $n_1, n_2$  に訂正する。從つて  $m_1 d_1 = m_2 d_2 = 1$  は  $n_1 d_1 = n_2 d_2 = 1$  の誤りである。なお「 $\alpha \leq \beta$  とし  $\beta = p\alpha$  ( $p \leq 1$ ) とおいてみると  $m_1$  の場合は  $\alpha d = 1 + \frac{1}{m_1}$ ,  $m_2$  の場合は  $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{1+m_2}$  で……」を「 $\alpha \geq \beta$  とし  $\beta = p\alpha$  ( $p \leq 1$ , 又混同を防ぐために  $n_1$  に對する  $p$  の値を  $m_1, n_2$  に對するそれを  $m_2$  として區別することにする) とおいてみると  $n_1$  の場合は  $\alpha d = 1 + \frac{1}{m_1}$ ,  $n_2$  の場合は  $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{m_2(1+m_2)}$  ……」と訂正する。從つて附表4の「 $m_1$  の場合」, 「 $m_2$  の場合」を「 $n_1$  の場合」, 「 $n_2$  の場合」に、及び  $\alpha d = \frac{1+m_2+m_2^2}{m_2(1+m_2)}$  とする。他は本文の通りである。