The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	骨の再構築と構造形成に関する生体力学的研究
Author(s)	安達, 泰治
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3129217
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

骨の再構築と構造形成に関する
生体力学的研究

平成８年１２月

安　達　泰　治

目　次

第1章　緒　論 **1**

1.1　研究の背景 1

1.1.1　生体組織の適応と最適性 1

1.1.2　骨の構造と再構築メカニズム 5

1.1.3　骨の再構築の実験的研究 12

1.1.4　骨の再構築の理論的研究 18

1.1.5　骨構造の力学的最適性と構造設計 22

1.2　研究の目的と本論文の構成 25

第2章　骨の残留応力と力学的再構築の単純構造モデル **27**

2.1　緒　言 27

2.2　家兎脛腓骨の残留応力解放実験 29

2.2.1　試料と実験手順 29

2.2.2　実験結果と考察 30

2.3　牛尾椎体の残留応力解放実験 31

2.3.1　試料と実験手順 31

2.3.2　実験結果と考察 33

2.4　残留応力を考慮した骨の力学的再構築モデルの基本的考え方 . . . 34

2.4.1　応力調整過程としての局所体積変化 35

2.4.2　局所体積変化による自然状態変化 36

2.5　単純不静定構造による再構築モデル 36

2.5.1　残留応力の考え方 37

2.5.2　再構築の集中定数系速度形モデル 39

2.5.3　時間等応力化モデル 40

2.5.4　空間等応力化モデル 41

2.5.5　自然状態変化 42

2.6　再構築モデルの基本的特性の検討 44

2.6.1　繰り返し負荷に対する長骨の再構築 44

2.6.2 軸心負荷の変化に対する長骨の再構築 47
2.6.3 偏心負荷に対する長骨の再構築 49
2.7 家兎脛腓骨残留応力の検証 50
2.7.1 脛腓骨の単純モデル 50
2.7.2 再構築シミュレーションによる検証 52
2.8 牛尾椎体の残留応力の検証 53
2.8.1 三本棒モデルによる体幹軸方向残留応力の検証 53
2.8.2 三層モデルによる周方向残留応力の検証 56
2.9 結 言 58

第 3 章 海綿骨再構築の格子連続体モデル 61
3.1 緒 言 61
3.2 海綿骨の骨梁形態計測 63
3.2.1 試料と計測方法 64
3.2.2 ファブリック楕円分布 67
3.3 海綿骨の三次元格子連続体モデル 69
3.3.1 直交格子モデル 69
3.3.2 応力とひずみ 70
3.3.3 格子連続体の構成式 71
3.4 海綿骨の力学モデルとしての妥当性 72
3.4.1 弾性係数の方向依存性 72
3.4.2 弾性係数と体積分率の関係 75
3.5 格子連続体の力学的再構築モデル 76
3.5.1 再構築にともなう格子部材幅変化 76
3.5.2 再構築にともなう自然状態変化 77
3.6 格子連続体による椎体のモデル化 78
3.6.1 牛尾椎の円筒モデル 78
3.6.2 有限要素解析モデル 79
3.7 椎体の力学的再構築シミュレーション 81
3.7.1 有効応力と体積分率変化 81
3.7.2 残留応力解放実験との比較 82
3.8 結 言 84

第 4 章　骨梁の表面再構築モデル **87**
4.1　緒　言 87
4.2　骨梁表面再構築の基本的考え方 89
4.2.1　表面再構築による骨梁表面移動 89
4.2.2　表面応力の等応力状態と局所再構築 93
4.3　骨梁表面再構築モデル 95
4.3.1　有限要素による骨梁形態表現 95
4.3.2　骨梁表面での局所的応力分布の感知 96
4.3.3　骨梁表面移動則の導入 97
4.3.4　骨梁形態変化 98
4.4　骨梁形態変化シミュレーション 100
4.4.1　単純圧縮モデル 100
4.4.2　単純圧縮下での骨梁形態変化 101
4.5　海綿骨の形態変化シミュレーション 104
4.5.1　矩形海綿骨モデル 104
4.5.2　矩形海綿骨形態変化 105
4.6　椎体海綿骨の形態変化シミュレーション 110
4.6.1　椎体モデル 110
4.6.2　海綿骨形態変化 111
4.7　大腿骨近位部の海綿骨形態変化シミュレーション 114
4.7.1　大腿骨近位部モデル 115
4.7.2　大腿骨近位部の形態変化 116
4.8　結　言 120

第 5 章　骨の再構築を模した力学構造形成 **123**
5.1　緒　言 123
5.2　力学構造形成モデル 125
5.2.1　二次元格子連続体モデル 125
5.2.2　内部構造の再構築則 126
5.3　力学構造形成の手順 127
5.4　繰り返し曲げを受ける梁構造 128
5.4.1　梁モデル 129
5.4.2　内部構造変化による応力調整 129

5.5 単純引張構造の形成 131
5.5.1 解析モデル 132
5.5.2 構造パターンの形成 134
5.5.3 格子部材幅変化による応力調整 135
5.5.4 初期ひずみ変化による応力調整 137
5.6 力学構造形成シミュレーション 137
5.6.1 せん断負荷を受ける正方ブロック 137
5.6.2 せん断負荷を受ける長方ブロック 139
5.6.3 複数負荷を受ける長方ブロック 141
5.7 結 言 143

第6章 結 論 **147**

付 録 **149**
A1 シンプレックス法 151
A2 ファブリックテンソル 153
A3 コッセラ連続体理論 156
A4 単位格子に作用する力と変形 159
A5 格子の配向変化 161
A6 斜交格子連続体モデル 170
A7 骨梁表面再構築モデルのパラメータ 177
A8 再構築による大腿骨近位部の海綿骨骨梁形態変化 184

参考文献 **191**

関連発表論文 **207**

謝 辞 **211**

第1章

緒　論

1.1　研究の背景

生体組織は，常に成長・吸収の過程にあり，環境の変化に対して再構築 (Remodeling) により機能的に適応する能力を有する (Fung 1990)．このような生体組織の適応能力を力学的な観点から理解することは，生体力学 (Biomechanics) の分野において最も重要な課題の1つであり，生体組織の適応現象を理解するための再構築そのもののメカニズムの探求だけではなく，医学や工学への応用が広く期待されている (Fung 1995; 林 1995a, 1995b; Taber 1995)．本論文では，生体組織である骨の再構築による適応現象を，実験・観察に基づく仮説とその数理モデル化に基づく検証のアプローチにより理解し，そのモデルを力学構造形成手法へと応用する可能性について検討する．本節では，本研究の背景として，1) 生体組織の適応と力学的最適性に関する研究，2) 骨の構造と再構築に関するこれまでの理解，骨の力学的再構築に関する 3) 実験的研究と 4) 理論的研究，および 5) 骨の再構築を構造物の形態形成手法へと応用しようとする試みについて順に概観する．

1.1.1　生体組織の適応と最適性

生体組織の形態や構造と力学との関連は，古くからの人々の関心の1つであり，少なくとも様々な大きさの動物の骨の寸法を比較することで，骨の形が重力に対する体重の支持機能を果たすように決定されていると提案した Galileo Galilei の 16 世紀まで遡ることができる (Ascenzi 1993)．力学的な機能に基づく骨の再構築による適応能力を機能的適応 (Functional adaptation) と呼ぶ考え方は，Roux

(1881) による最小材料・最大強度説† において提案され (Roesler 1981, 1987; Fung 1990b), 生物の成長と形態を力学的観点から広く取り扱う試みが Thompson (1917) や Wainwright (1988) などにより示された. さらにこれを, 工学的な構造設計の立場から生物の形態と機能をとらえることは, 工学への応用を考える上で重要である (瀬口, 塚本 1977; 瀬口 1981, 1990). すなわち, 生体の形態形成を, あるいは形成された形態に存在するかに見える力学的最適性を数理的に取り扱おうとする試みは, 生体の持つ能力の原理的なメカニズムを示し, それを応用しようとする最も基本的なアプローチであると考えられる (梅谷 1974; 梅谷, 田口 1976).

生体の持つ構造の力学的最適性に関する考え方の中で, 最もよく取り扱われる例は, 本論文で取り上げる骨の構造である (Fung 1990b; Roesler 1981, 1987; 田中 1992, 1995). 骨の構造と形態に対する力学的なアプローチは, Wolff の仮説に代表される骨の構造に対する力学的解釈に始まる (Meyer 1867; Wolff 1869; Roux 1881). この仮説は, 骨梁構造が主応力線に沿って直交系をなしているとする考え方であり, そのアプローチは骨を荷重支持の構造材としてとらえ, 構造の観察によりその荷重支持の能力を推論するものであった (Churches et al. 1979). Meyer (1867) が示した大腿骨近位部の海綿骨の骨梁構造に対して, Wolff (1869) は, 主応力線との関連が存在するであろうことを述べ, これを「骨の変形法則 (Law of bone transformation)」として提案した. これが, Wolff の法則として知られる仮説である. また, Roux (1881) が提案した機能的適応の概念は, 生体骨が外力等に対して機能的に適応する能力を有すると考え, その過程を機能的な刺激に対する定量的な自己調節メカニズムとしてとらえるものである. その結果として形成される骨の構造に対して, Roux (1881) は Wolff の仮説の説明を試み, 「最小材料・最大強度説」として知られる仮説を示した. これは, 骨が外力に対して最小の材料で最大の強度を実現していると考えるものである.

このような力学的刺激と骨梁構造との関係は, 臨床における観察においても確認されている. Singh et al. (1970) は, 大腿骨頭部レントゲン写真を用いた観察から得られる骨梁パターンを 6 通りに分類し, 骨粗鬆症診断の指標として用いようと試みている. また, Lanyon (1974) は, 羊の踵骨にロッゼト型ひずみゲージ

†"There exists a group of very fine appropriate structural formations which could not result from selection alone. ··· This is the structure of cancellous bone corresponding to the static pressure lines, which enables bone to resist external forces with a minimum material consumption."

を貼り，移動ベルト上での歩行および速足の際に生じるひずみを *in vivo* (生体内) で計測し，その主方向とX線撮影で得られる骨梁パターンとの比較を行っている．その結果，体重を支持している期間のひずみの主方向はほとんど変化がなく，最大負荷が作用する際にその方向が骨梁方向と一致することを示した．この時，外側側 (Lateral side) から見た構造は，引張りと圧縮の主応力に一致して骨梁が形成されていることを示した．このように，Wolff の仮説は，構造の観点から骨の力学的最適性の議論において取り上げられる最も重要な概念の1つとなっている (Treharne 1981; Cowin 1989a, 1989b).

骨に限らず生体においては，最適性の原理により構造と機能が適合していることを説明しようとする試みが見られる (岡 1974; 梅谷 1974)．そこでは，どのような最小化，あるいは最大化の原理が存在するかについて議論がなされている．例えば，血液循環系では最小化されるエネルギー関数についていくつか提案がなされている (戸川 1981)．Murray (1926) は，その関数として血流によって生じる機械的なエネルギー損失と血管を支持するのに必要なエネルギーとの和を最小にするように，血管内径と血液流量が関係づけられているとする最小仕事のモデルを提案している．さらに，岡 (1974) は，Murray の仕事関数に血管壁内の細胞の代謝エネルギーをも含めたエネルギー関数を提案している．また，神谷ら (1970) は，血管の分岐後の端点での圧力を拘束条件とし，血管内の血液容量を最小にする最小容量のモデルを提案している．いずれにおいても，血管の径と流量の関係，さらには分岐の形態など，実際に近い形態が得られることが示されている．その他にも，赤血球の形態が，細胞の体積と表面積を一定に保ったときの，膜の曲げに対する全ひずみエネルギーを最小にするものであるとする仮説 (Canham 1970) などが提案されている．これらは，数理的な最適化問題として生体の最適性にアプローチするものである．

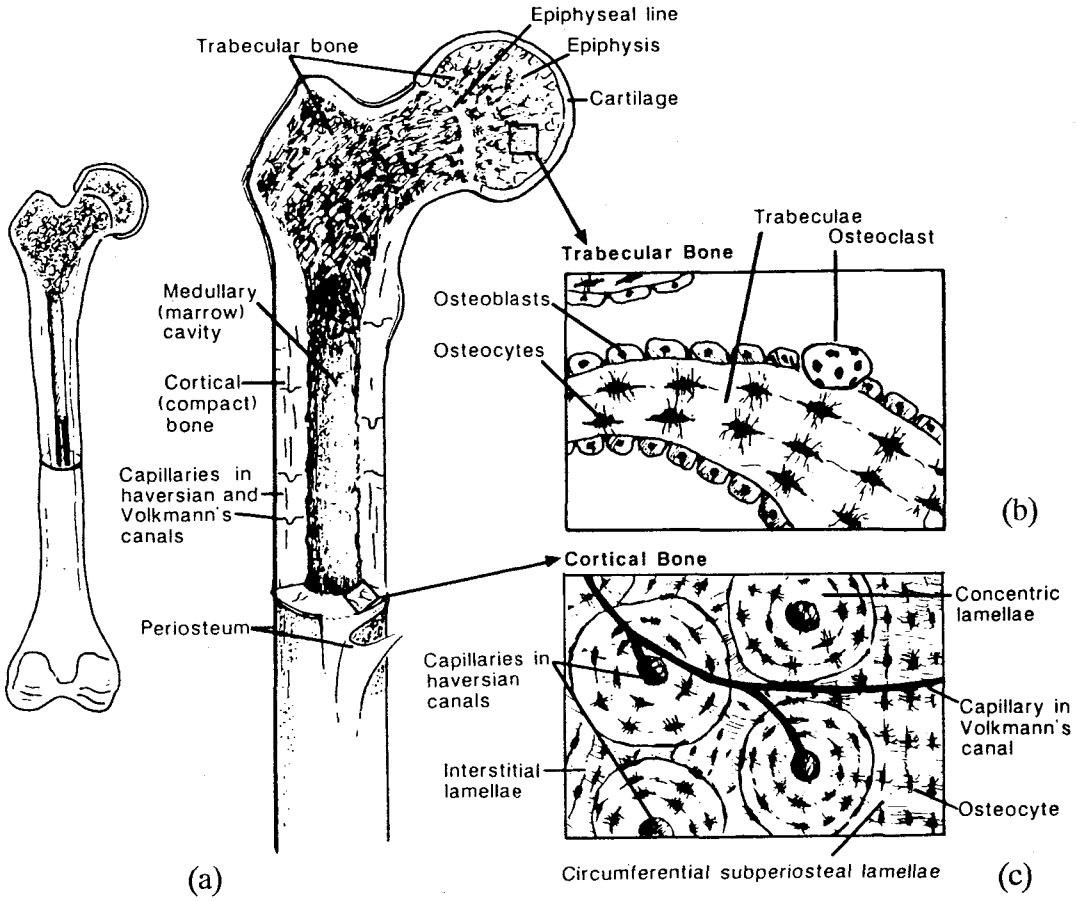
例えば骨についてみると，直感的ではあるが Roux (1881) の最小材料・最大強度説は同様なアプローチの一つであると考えられる．最近では，骨構造の完全性と骨材料の最小性を最適性の規範とする，自己最適化モデルと呼ばれる数理表現 (Fyhrie and Carter 1986) や，構造設計分野で提案された構造最適化手法を骨の力学的再構築のモデルとして用いる試み (Hollister et al. 1993) などが見られる．しかしながら，骨の力学的適応における数理的研究では，最適化問題としてのアプ

ローチは比較的少なく，第 1.1.4 項で概観するように，機能的刺激に対する変化則から出発するアプローチが取られることが多い．

また，生体の構造や形態だけではなく，生体組織内部の応力やひずみの調整の観点から最適性の仮説がいくつか提案されている．これは，動脈血管壁 (Chuong and Fung 1986;Vaishnav and Vossoughi 1987; Takamizawa and Hayashi 1987) や心臓 (Omens and Fung 1990; Nevo and Lanir 1994; 阿部ら 1994) において観察される残留応力を力学的に解釈するものであり，生体組織の成長や吸収による組織内部の応力調整過程の存在が指摘されている (Fung, 瀬口 1985)．Fung (1984a) は，「最適作動の原理 (Principle of optimal operation)」を提案し，正常な動作状態では，組織内の応力分布は，何らかの意味で最適であるとする考え方を提出した．この考えにより，動脈血管壁における残留応力を解釈すると，非線形な構成関係を有する動脈壁の，血圧に対する内壁部の円周方向応力の集中を緩和するように，内壁側では圧縮の，外壁側では引張りの残留応力が存在すると考えることができ，これを残留応力仮説として提案している．また，同様な現象に対して，生理的血圧下で壁内のひずみ分布が一様であるとする仮説 (Takamizawa and Hayashi 1987) も提案されており，再構築による生体組織の最適性を表す最も基本となる考え方の一つであると考えられる．さらに，このような残留応力の存在を考慮した組織の成長・吸収による適応現象を表す数理モデルも，軟組織に対して提案され始めており (Rodriguez et al. 1994; Lin and Taber 1995; Cowin 1996)，生体組織の持つ構造の最適性に関する仮説の定量的な評価が可能となりつつある．このような軟組織で考えられている応力調整過程の結果としての力学的最適性は，本研究の対象である骨においても一般的知見として認められているものである．骨組織が複雑な構造を持つことを考えあわせると，骨においても残留応力やひずみの存在が推察されてよい．しかしながら，骨の残留応力に関する検討は行われておらず，力学的再構築においてもその存在は考慮されないままに残されており，これに関する何らかの検討が必要であると考えられる．

1.1.2 骨の構造と再構築メカニズム

器官としての骨は，骨質，関節軟骨 (Articular cartilage)，骨膜 (Periosteum)，骨髄 (Marrow) の 4 つの基本組織から構成されている (図 1.1)．その中でも最も主要な組織をなす骨質は，骨細胞 (Osteocyte) とそれを取りまく骨基質 (Matrix) からなり，その構造により図 1.1(a) に示す皮質骨 (Cortical (compact) bone) と海綿骨 (Trabecular (cancellous) bone) に分けられる．細胞外の基質部は，主に有機成分であるコラーゲンと無機成分であるハイドロキシアパタイト ($Ca_{10}(PO_4)_6(OH_2)$) から構成され，骨の力学構造の基礎をなす．皮質骨は骨の外側に位置し，非常に硬く，多数の層板構造 (Lamella) からなる．毛細血管 (Capillary) や神経は，骨単位と呼ばれる図 1.1(c) に示す同心円状の層板構造の中心にあるハバース管 (Haversian

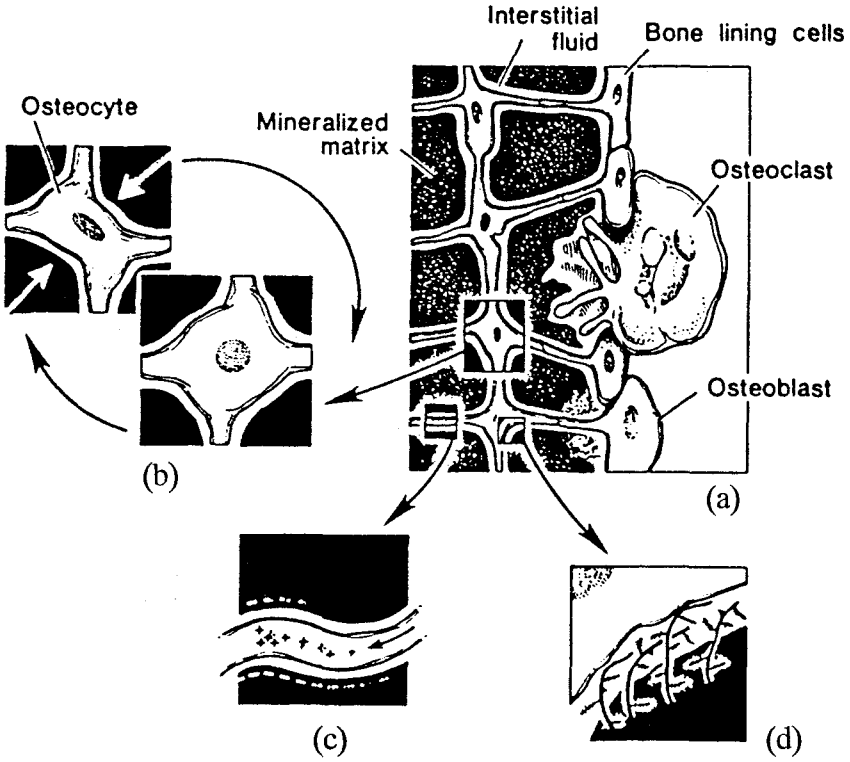


(a) 大腿骨近位部の海綿骨と皮質骨, (b) 海綿骨の骨梁構造, (c) 皮質骨の骨単位構造

図 1.1　骨の階層構造 (Hayes 1991)

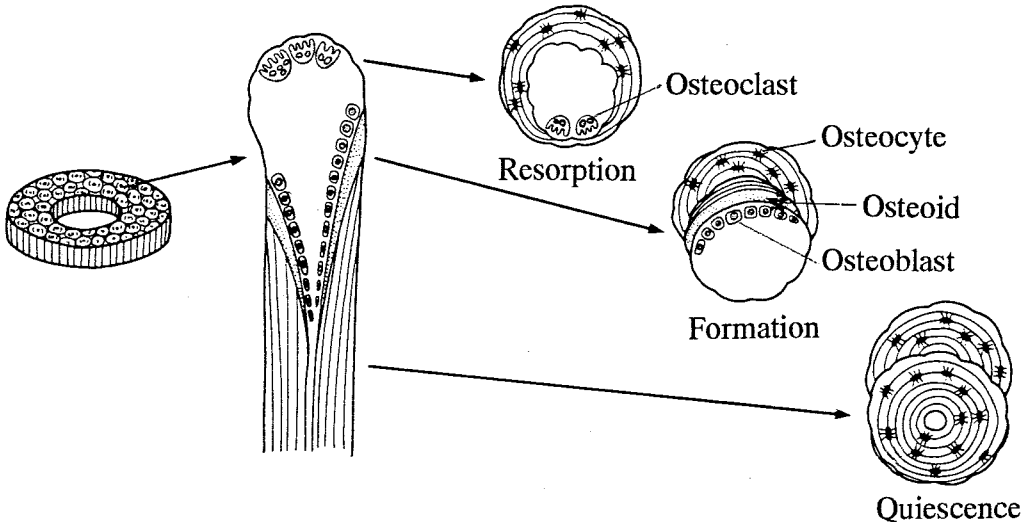
canal) や層板を貫くフォルクマン管 (Volkman's canal) 内に存在する．海綿骨は，皮質骨に覆われた骨内部に存在し，図 1.1(b) に示す梁状の骨梁 (Trabecula) が形成する網目構造からなり，その空隙部は骨髄や血管で占められている．

骨組織内に存在する細胞は，図 1.2 に示すように上層細胞 (Bone lining cell)，破骨細胞 (Osteoclast)，骨芽細胞 (Osteoblast)，および骨細胞 (Osteocyte) の 4 種類に区別され，それぞれ骨の形成・維持のための再構築に大きな役割を果たしている (Marks and Popoff 1988)．これらの内，前の 3 つの細胞は，エンベロープ (Frost 1966) と呼ばれる各種骨表面，すなわち骨外膜面，皮質骨内膜面，骨梁内膜面，およびハバース管内膜面上に存在し，残りの 1 つである骨細胞は骨基質内に存在する．皮質骨の骨単位内のハバース管内膜面および骨梁内膜面上の再構築による骨の吸収・形成過程の概略を図 1.3 にそれぞれ示す．休止期にある骨芽細胞である上層細胞は，再構築の休止期 (Quiescence) にあるエンベロープ上に存在し，成人

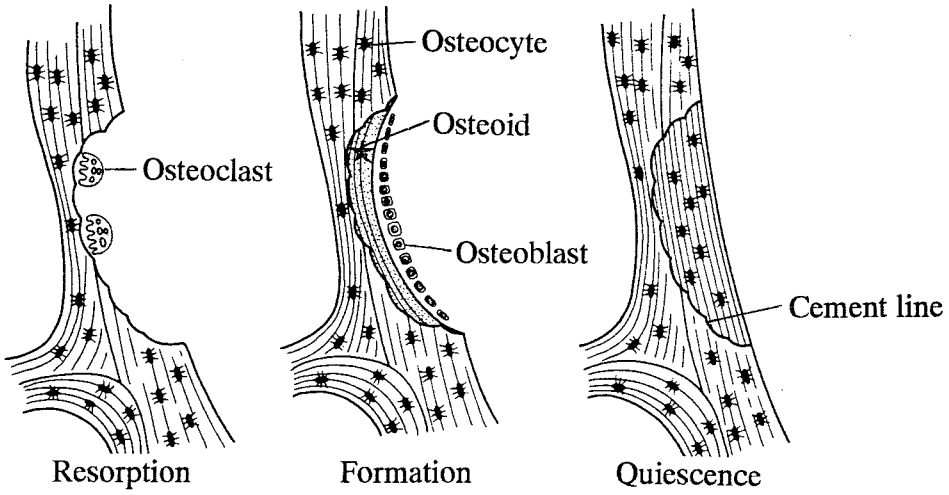


(a) 骨の細胞と細胞間ネットワーク, (b) 骨基質の変形にともなう骨細胞自身の変形,
(c) 変形に誘起される電荷・物質の流れ, (d) プロテオグリカン等の細胞外基質成分の変形

図 1.2 骨の細胞への力学刺激の伝達 (Rubin et al. 1990)



(a) 皮質骨の骨単位の再構築 (Osteonal remodeling)



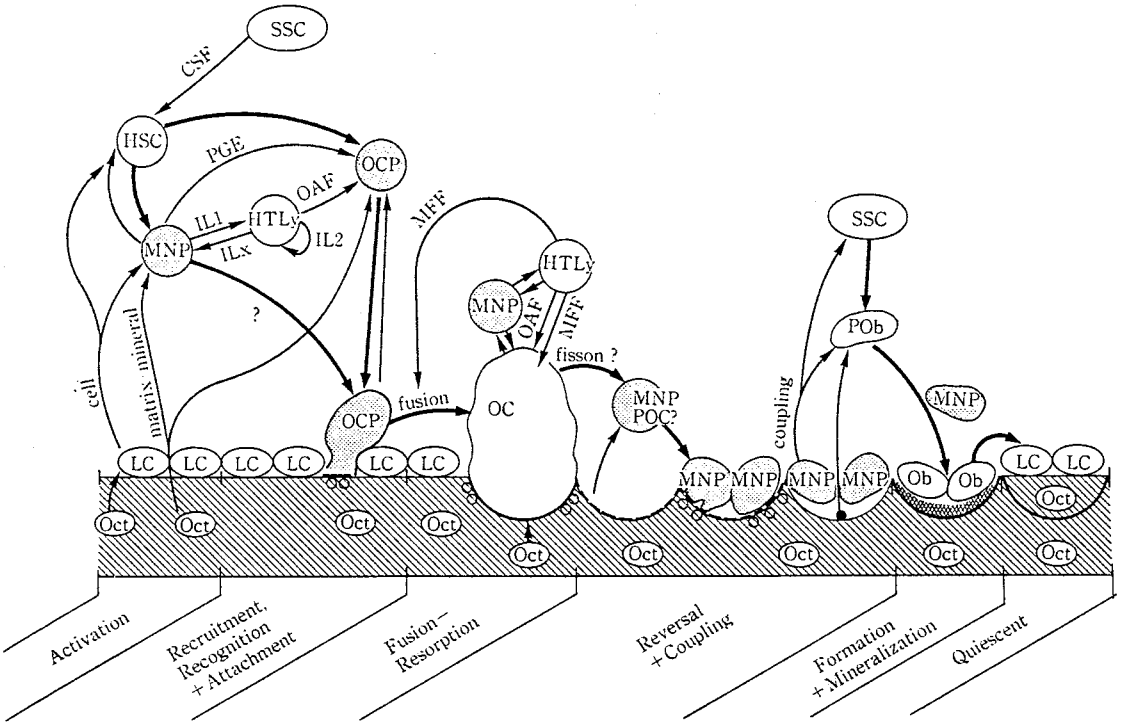
(b) 海綿骨の骨梁の再構築 (Trabecular remodeling)

図 1.3　骨の再構築過程 (須田ら 1985)

の骨の皮質骨内膜面や骨梁内膜面の 80 % 以上を覆っている (Cowin et al. 1991). 破骨細胞は，骨吸収 (Resorption) を担う細胞であり，直径 20 ~ 100 μm の多核細胞である．一方，骨芽細胞は，再構築の骨形成を担っており，骨形成 (Formation) の活性なエンベロープ上に存在し，I 型コラーゲンをはじめとする骨基質成分を分泌し，類骨 (Osteoid) を形成する．この類骨の石灰化 (Mineralization) により骨基質が形成される．骨細胞は，骨芽細胞が自ら分泌した骨基質中に骨形成と共に

埋め込まれたものである．

骨の吸収・形成からなる再構築は，上に述べた4つの細胞の活動によるものであり，それぞれの活動の連鎖により調整される複雑なメカニズムが存在する．Baron et al. (1983) により示された骨の再構築過程における連鎖モデルを図 1.4 に示す．骨の再構築はまず，上層細胞 (休止期の骨芽細胞) に覆われたエンベロープの休止面の活性化 (Activation) に始まる．この活性化は，骨基質の構造変化，局所の細胞外液のイオン濃度変化，あるいはエンベロープ上の表面電荷の変化など様々な要因



[細胞] Oct(Osteocyte): 骨細胞，LC(Lining cell): 上層細胞，OCP(Osteoclast precursors): 前破骨細胞，MNP(Mononuclear phagocyte): 単核マクロファージ，HSC(Hematopoietic stem cell): 造血幹細胞，SSC(Stroma stem cell): 間葉幹細胞，HTLy(Helper T lymphocyte): ヘルパー T 細胞，OC(Osteoclast): 破骨細胞，POC(Postosteoclast): 後破骨細胞，POb(Preosteoblast): 前骨芽細胞，Ob(Osteoblast): 骨芽細胞

[局所性因子] CSF(Colony stimulating factor): コロニー刺激因子，PGE(Prostaglandin E): プロスタグランディン E，$IL_x, 1, 2$(Interleukins): インターロイキン$_x$, 1, 2，MFF (Macrophage fusion factor): マクロファージ融合因子，OAF(Osteoclast activating factor): 破骨細胞活性化因子

図 1.4 骨の再構築過程における連鎖モデル (Baron et al. 1983; 永田 1987)

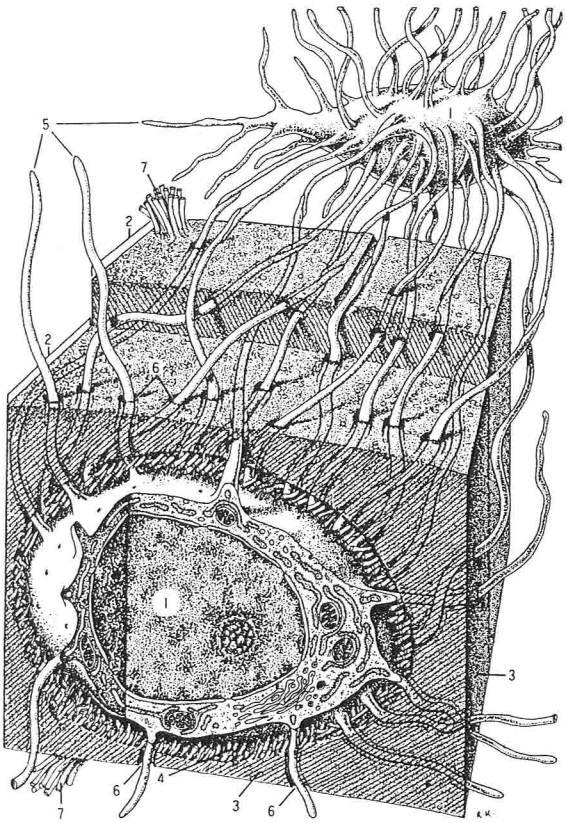
が考えられており (須田ら 1985)，その結果として関与するであろう骨吸収因子の存在が示されている (松本 1994)．この骨吸収因子は，上層細胞を活性化された骨芽細胞へと変化させ，この活性化骨芽細胞のコラゲナーゼ産生を促進させる．骨表面に存在するコラーゲンを主成分とする類骨は，このコラゲナーゼにより分解され，石灰化基質が露出する．一方同因子は，骨髄中の造血髄幹細胞 (Hematopoietic stem cell) から前破骨細胞 (Osteoclast precursor) への分化を促進させる．この前破骨細胞は，活性箇所に移動し骨表面に付着 (Attachment) し，融合 (Fusion) することで多核の破骨細胞となる．さらに，活性化された骨芽細胞から分泌される破骨細胞活性化因子により，破骨細胞が活性化し，石灰化基質の吸収が開始される．この吸収過程では，骨吸収促進作用を持つ副甲状腺ホルモン (PTH: Parathyroid hormone) や，前破骨細胞の破骨細胞への融合を抑制するカルシトニンなどの抑制作用を持つ因子などの存在が知られている．

吸収過程が終了すると逆転 (Reversal) し，破骨細胞の分裂 (Fission) でできたと考えられる後破骨細胞 (Postosteoclast) と呼ばれる単核性マクロファージ (Mononuclear phagocyte) が骨表面に出現し，セメント線 (Cement line) を形成する．その後，骨表面には未分化間葉系細胞 (Stroma stem cell) に由来する骨芽細胞が付着し，類骨形成が開始される．この過程では，骨基質中に存在する骨芽細胞への分化を促すと考えられる骨形成因子 (BMP: Bone morphogenetic protein) や，トランスフォーミング増殖因子 (TGF-β: Transforming growth factor-β)，インシュリン様増殖因子 (IGF-II: Insulin-like growth factor-II) などの増殖因子が骨吸収により発揮し骨形成を促す．このような因子は，共役因子 (Coupling factor) と呼ばれ，骨吸収と骨形成をカップリングさせる役割を担っていると考えられている．類骨の形成から数日遅れて石灰化が起こる．骨芽細胞の一部は，骨形成と共に骨基質中に埋め込まれて骨細胞となり，残りは表面で偏平な上層細胞となる．石灰化の終了後は再び元の休止期となる．以上のような複雑な連鎖メカニズムが現在考えられており，この連鎖過程を再構築回転 (Remodeling turnover) と呼ぶ (須田ら 1985)．

このように，骨の再構築は，各種生化学的な因子により連鎖的に調節された細胞活動による過程である．このような連鎖を調節するメカニズムとして，細胞と細胞，あるいは細胞と骨基質間の相互作用を生み出す情報伝達メカニズムが，重要な役割を果たしていることが知られている．例えば，骨基質内の骨細胞と骨細

胞間あるいは骨芽細胞との間には，図 1.5 に示すような細胞突起 (Cell process) を結ぶ物質の交流機能を有するギャップ結合 (Gap junction)(中村ら 1996) が存在することが知られている．さらには，骨芽細胞と破骨細胞との間にも何らかの情報伝達機構が存在することが知られている (松本 1994).

さらに，以上のような複雑な細胞レベルのメカニズムに対して，力学的な因子の関与が重要であることも認められており (Cowin et al. 1991)，いくつかの考え方が提案されている．Rubin et al. (1990) は，骨基質の変形を骨細胞が感知するメカニズムとして，図 1.2(b) に示す骨細胞自身の変形や，図 1.2(c) に示す骨基質



1. 骨細胞 (Osteocyte)，2. ハバース層板 (Lamella)，3. 骨基質 (Bone matrix)，4. コラーゲン細線維 (Collagen fiber)，5. 細胞質突起 (Cell process)，6. 骨細管 (Canaliculus)，7. コラーゲン原線維束 (Collagen fibril)

図 1.5 骨細胞の微視構造 (Kristić 1978)

の変形に誘起される骨細管 (Canaliculus: 図 1.5 の 6) 内の電荷，物質の流れ，あるいは図 1.2(d) に示すプロテオグリカンなどの細胞外基質成分の変形などについて検討を行っている．さらに，Weinbaum et al. (1994)，Weinbaum and Cowin (1995)，Cowin et al. (1995) は，骨細管と細胞質突起 (図 1.5 の 5) の間隙の間質液 (Interstitial fluid: 図 1.2(a)) の流れが骨基質の変形により生じ，その流れが突起に及ぼすせん断力が細胞に力学刺激を伝達するとするメカニズムを提案している．

また，力学的な因子が細胞に対して直接関与していることは，培養細胞実験系においては明かであり，いくつかの報告がある (Nijweide and Burger 1990)．例えば，Buckley et al. (1990) は，培養骨芽細胞様細胞に対して与えたひずみにより，コラーゲン産生量および非コラーゲン性骨基質蛋白の産生量が増加し，アルカリフォスファターゼ活性が検出されることを報告している．Brighton et al. (1991) は，同様な実験により繰り返しの 2 軸変形を培養骨細胞に与え，ひずみの大きさおよび繰り返し変形を与える時間を変化させたときのコラーゲン産生量，非コラーゲン蛋白産生量，プロテオグリカンの産生量およびアルカリフォスファターゼ活性等の変化といったより定量的な評価を行っている．これにより，与えるひずみの大きさが，骨細胞の活動に影響を及ぼす因子であることを示している．また，Shin et al. (1994) は，培養骨芽細胞に対してせん断流を与える実験を行い，細胞の形態的変化はあまり顕著でないにも関わらず蛋白が合成されることを確認し，さらにその蛋白の種類がせん断応力の大きさにより変化することを報告している．また，田中ら (1995) は，培養骨芽細胞様細胞に対する振動と細胞内カルシウム濃度との関係を検討し，力学的な振動を与えることにより細胞内カルシウム濃度が上昇することを報告している．

その他にも骨系の細胞ではないが，力学的な機能と密接な関係を持つ血管内皮細胞 (Ookawa et al. 1992; Ohshima and Ookawa 1994; 佐藤 1996)，線維芽細胞 (高久田, 宮入 1996) あるいは軟骨細胞 (Guilak et al. 1994) に対して種々の実験が報告されており，そこでは，軟骨細胞に対する直接的な力学的刺激の影響を調べた実験 (Guilak et al. 1994) のように，細胞膜のストレッチに対するイオンチャンネルの応答が確認され，細胞自身の変形も力学的な刺激として細胞の活動に影響を与えることが報告されている．これらの結果は，明らかに細胞レベルにおいても力学的な刺激が再構築に影響を及ぼしていることを示しており，再構築のメ

カニズムを詳細に検討する際に重要な知見を与えるものである．

以上のように，細胞レベルにおける生化学的なメカニズムが，骨の再構築の本質である．しかしながら，このようなミクロなメカニズムが，スケールとして大きく異なるマクロな骨の再構築現象に直接結び付くわけではなく，ミクロな視点に立つメカニズム解明のアプローチと，マクロな視点から現象を掘り下げるアプローチの両者が重要なことは言うまでもない．本研究では，このようなミクロなメカニズムをふまえつつ，マクロな現象からミクロな構造へとアプローチを取ることとする．そこで，次の第 1.1.3, 1.1.4 項では，再構築の結果生じるマクロな現象に対して，これまで報告されてきた実験的，理論的検討について概観する．

1.1.3 骨の再構築の実験的研究

初期における骨の力学的再構築に関する実験的研究は，単にその動物個体のおかれた力学的環境と構造との関係を観察することであった．例えば，長期間ベットに横たわっている人間の骨量が減少することはよく知られている．また，Wolff (1869, 1986) の仮説に代表される骨構造と力学因子との関連付けや，Frost (1964) による曲がった骨に対する骨の適応ルールの提案など，観察に基づく骨構造と再構築現象との定性的な解釈は，古典的な知見と言える．その後，骨の置かれた力学的環境を積極的に操作することにより，再構築と力学因子との関係を定量的に明らかにしようとする試みが行われ始めた．再構築に影響を与える力学因子としては，応力やひずみなどで評価される力学刺激の大きさや符号，作用する方向やその分布，動的な速度や周波数，さらには作用する期間やその履歴など様々な因子が検討されている．以下では，歴史的な順にこれまで行われてきた実験的研究を概観する．

まず，骨に作用する負荷そのものと再構築との定量的な関連が実験的に検討された．この実験は，負荷を与えないように固定する場合とコントロールされた力学負荷を与える場合に大きく分類される．Uhthoff and Jaworski (1978) は，若い成熟ビーグル犬の片側前脚をギプス固定し反対脚をコントロールとして，固定に対する骨の再構築応答を検討した．前脚の前腕骨，橈骨，尺骨および第 3 中手骨の長期固定に対する応答は，まず急速な骨の吸収により第 6 週目で骨量が初期の 16 % 減少し，次に反転を迎え第 8 週目から 12 週目で一度骨量はコントロール側

と同等まで回復する．その後，第 24 週目から 32 週目までゆっくりと吸収が継続し，最終的には初期の 30 ～ 50 % の減少に達して安定することを報告した．さらに，Jaworski and Uhthoff (1986) は，固定した後改めて固定を外したときの再構築による骨の回復を観察し，ビーグル犬の第 3 中手骨，橈骨，尺骨，上腕骨を 60 週間固定した場合と，32 週間の固定の後，固定を外して 28 週間，すなわち計 60 週後の各骨の骨幹部の断面積を計測し，固定具を取り外すことにより一度減少した骨の断面積が回復することを報告している．例えば，第 3 中手骨に対して行った実験では，第 32 週目で骨量の 53.6 % が減少したが，その後 16.3 % の減少まで回復したことを示した．これらの現象は，長期間のベット上での寝たままの生活においても同様に見られ，さらに，宇宙における長期滞在においても問題となる．Smith et al. (1977), Rambaut and Johnston (1979), および Anderson and Cohn (1985) は，宇宙船の乗組員に対する踵骨と橈骨および尺骨に対する骨量測定により，微小重力下において体重支持の必要が無くなったことにより骨のカルシウム等ミネラル成分の含有量が減少することを報告している．これらのような，ギプス固定あるいは微小重力に対する応答は，力学的な機能が不要となった骨の吸収による適応応答を示すものである．

骨に対して負荷を与えないようにする実験に対して，逆に力学的負荷を与える実験も数多く報告されている．Chamay and Tschantz (1972) は，犬の橈骨の一部を切除し尺骨に対して過負荷を与える実験を行うことにより，尺骨に著しい成長が観察されたことを報告している．そこでは，(1) 橈骨を 0.2 cm から 3 cm 部分的に切除した後，歩行にともなう繰り返しの負荷を尺骨に与える動的疲労試験，(2) 橈骨に骨切り術を施した後，骨幹部に挿入したピンを介して尺骨に対して 15 ～ 30 度の曲げ負荷を与え続ける静的過負荷試験，および (3) 一度ピンにより尺骨に曲げを与えた後すぐに戻してギプス固定する実験が行われた．その結果，引張りは骨膜面の吸収と皮質内の骨溶解による尺骨骨幹部の萎縮を，圧縮は骨膜面および骨内膜面の肥大を，静的な圧縮は損傷部分の局所的な肥大を，繰り返しの負荷は損傷により欠けた部分まで広がるより大きな肥大をそれぞれ引き起こすことを報告した．また，Churches et al. (1979) は，若い成熟羊の中手骨に対してピンを介して動的に変化する圧縮負荷を与えることにより，より定量的な負荷評価の可能な実験を行い，適応的な再構築による骨断面積の増加を観察した．そこでは例え

ば，28 日間の実験期間における骨断面積の増加が，8.8 MPa の圧縮応力に対して最大で 17 % に達したことを報告している．このような実験結果は，骨に作用する力学負荷と再構築応答としての組織の体積的変化を定量的に関連づけるものである．しかしながら，以上のような実験では，骨に作用する巨視的な力学負荷と再構築との関係が検討されているに過ぎず，局所的な再構築応答を考える上で重要となる局所的な力学刺激の評価には至っていない．むしろ，作用する力学負荷が，引張りであるか圧縮であるか，静的であるか動的であるかなど，再構築に影響を与える力学因子には，種々の要因が関連するであろうことを示唆するものである．

単に形状や構造などの量的な変化だけではなく，力学的特性や組織の組成の変化などの質的な変化が生じ得るかについても実験が行われている．Woo et al. (1981) は，運動させた豚の大腿骨から切りだした皮質骨試験片に対して 4 点曲げの破壊試験を行うと共に含有成分量や体積の測定を行い，皮質骨の力学的特性はあまり変化しないが，大腿骨の断面積の増加および断面 2 次モーメントの増加が確認されたことを報告している．また，骨の密度や生化学的成分はあまり変化しないが，全体積，乾燥時の灰の量，カルシウム量などが増加することを示し，運動そのものは，骨の質的な変化ではなく量的な変化に影響を与えることを示した．また，Shaw et al. (1987) は行動形態の違いによる，ラットの脛骨と大腿骨の生化学的および力学的特性の変化を報告している．このような結果は，再構築においては質的な変化ではなく，量的な形態変化が支配的であることを示している．

これらに基づいて，ひずみゲージを生体内の骨表面に貼付することにより，力学的負荷に対する骨の変形を定量的に評価する試みが行われるようになった (Goodship et al. 1979; Carter et al. 1980; Caler et al. 1981)．これにより，骨全体に作用する負荷だけでなく，より局所的な変形量と再構築量との関係を調べることが可能となった．Goodship et al. (1979) は，豚の橈骨骨幹部に貼付したひずみゲージにより，歩行中に生じる圧縮ひずみを測定し，その後尺骨を切除することにより橈骨に対して過負荷を与える実験を行った．この結果，最大約 2 倍に変化したひずみの増加に対して再構築により断面積が増加し，3ヶ月後では断面積はほぼ元の橈骨・尺骨を合わせた断面積程度まで回復し，圧縮のひずみ値も正常値の 1.2 倍程度に減少したことを報告している．しかしながら，その後の報告 (Lanyon et al. 1982) では，羊の尺骨切除に対する橈骨の再構築を観察し，再構築過程には

ひずみだけではなく，他の要因が影響を与える可能性を示している．この実験でも，羊の尺骨切除による橈骨のひずみの増加は再構築による断面積の増加を引き起こした．しかしながら，最も大きな骨断面積の増大の見られた面は，最も大きなひずみ値を示した引張り側ではなく逆の圧縮側表面，すなわち尺骨の存在した側の面であった．橈骨におけるこの適応応答は，失った尺骨を橈骨の断面積増加により補おうとする変化としてとらえることができる．この結果に基づき，再構築を支配するパラメータはひずみの大きさのみではなく，ひずみ分布の変化も何らかの役割をはたしているとの考えが提案された．このことは，Rubin and Lanyon (1984) の行った雄鳥の尺骨に対する実験においても示されている．そこでは，正常状態で作用する曲げの主軸に対して，90 度方向に与えた曲げによる骨幹部表面におけるひずみの大きさは，正常時のひずみの大きさと同じであるにも関わらず，ひずみの分布が変化したことにより再構築による骨幹部の断面積変化が生じることを示している．これらのこのことから，ひずみのような力学刺激の分布も重要な因子であることが確認されている．

さらに，鳥の尺骨を用いた実験 (Lanyon and Rubin 1984) では，制御した静的，動的負荷に対する適応再構築の様子を観察し，ひずみの絶対値よりはむしろひずみ速度が支配的な因子であると結論づけている．また，O'Connor et al. (1982) は，羊の橈骨・尺骨に対して動的な圧縮と曲げの負荷を与え，骨の再構築に与えるひずみ速度の影響を調べている．その結果，皮質骨の表面における再構築にはひずみ速度が大きく影響を与えるが，皮質骨内の骨単位の再構築には余り影響を与えないとしている．これらの結果は，先に示した Chamay and Tschantz (1972) の報告などとも合致するものであり，負荷の変動が重要であることを示すものである．このような動的な力学刺激を与える実験がその後いくつか行われており，例えば Rubin and Lanyon (1985) は，七面鳥の尺骨に対して 1 日あたり 100 回の負荷を 1 Hz で与え，この時生じるひずみの値を定量的に調整し，その大きさと再構築との関係を調べた．その結果，骨幹の長手方向のひずみのピーク値が，1000 μ ストレインより小さいときは骨は減少し，逆に 1000 μ ストレインよりも大きい場合は骨が増加すると報告している．このようなひずみの値は，再構築により骨を維持するために必要な機能的ひずみと考えられている．しかしながら，動物の種や骨の部位によりこの値は 1000 $\sim$ 3500 μ ストレインと大きく異なることが知られ

ており，絶対的な値として定説が得られているわけではない (Rubin and Lanyon 1982; Lanyon 1984; El Haj and Thomas 1994)．また，再構築が平衡する近傍には，機能的ひずみのような力学刺激に対する感度が非常に低い不感帯が存在し，力学的刺激が閾値を上回った場合に再構築による形成が，下回った場合に再構築による吸収が生じると考えられている (Frost 1983)．また，動的な力学刺激と損傷の蓄積とを関連付ける検討もなされ，Burr et al. (1985) は，犬の橈骨に対する *in vivo* の疲労実験を行い，微視的な疲労亀裂の蓄積が皮質骨の再構築を引き起こすと報告している．

さらに，このような動的な力学刺激を積極的に骨折の治癒に応用しようとの考え方が提案され，Goodship and Kenwright (1985) は，羊の脛骨の骨折を創外固定した場合，微小な動的変位が治癒に影響を及ぼすことを示した．このことは，静的な荷重ではなく動的な荷重がより骨の再構築を促すことを示している．この結果を含めて，固定具そのものの影響についても検討が始められ，Burr et al. (1989) は，ビーグル犬に対して尺骨の骨幹部を一部切除し，橈骨に過負荷を与えた場合と，骨切除後プレートでブリッジ固定した場合の比較検討を行っており，切除を行った骨では，6ヶ月後皮質骨組織の面積の増加と骨髄部分における海綿骨様組織の形成が見られることを，逆にプレート固定した骨では，皮質骨組織の増加のみが観察されたことを報告している．このような治癒を目的として再構築を促すことは，臨床医学的にも重要な課題であり，Goodship et al. (1993) は，骨折の治癒過程における再構築には局所の力学環境が重要であることを，骨折脛骨を創外固定する実験によって指摘している．また，尾田ら (1991, 1994) は，家兎の脛骨を用いた実験により，円孔欠損を有する骨に力学的負荷を与えると，欠損部の骨形成が促進されることを実験的に示し，その定量的な評価を試みている．

このような力学的再構築の実験的研究が行われるようになり，観察事実に基づく様々な知見が得られるようになってきた．しかしながら，骨の形態や構造が複雑であるために，直接観察可能な力学的な定量的データは骨表面におけるひずみに限られ，実際に骨組織内部に生じる局所での応力やひずみと骨の再構築を密接に関連付けるメカニズムの解明には至っていない．また，再構築に影響を与える因子には，ひずみ，応力だけでなくそれらの速度や履歴などが考えられ，さらに様々な試験条件下での詳細な実験的検討が必要であると考えられる．

力学因子と再構築を関連付けようとするとき，その最も基本的な因子として，テンソル量である応力やひずみ，あるいはそれらから定まるスカラー量であるひずみエネルギー密度，相当応力などが考えられる．現象論的には，直接再構築に関連した因子として測定が可能であるひずみを用いるのが第1歩ではある．しかしながら，ひずみと応力を独立に考えることが不可能であることから，応力かひずみかという問題はあまり重要ではなく，それよりもむしろ，応力やひずみから決定されるさまざまな力学的刺激を総合的に評価することが重要となる (Lanyon 1987)．これまでに知られている力学刺激の因子に関わる要素としては，ひずみや応力等の (1) 大きさ，(2) 符号，(3) 方向，(4) 分布，(5) 変化速度，(6) 変化の周波数，(7) 作用期間，回数等があげられ，これらの量がお互いに複雑に関連しあうことが予想される．そのため，組織レベルの実験から再構築に影響を与える因子を一つに特定することには限界があり，むしろ様々に連関する因子から評価される力学刺激量がどのような因子に関連づけられて評価されるべきかについて検討されつつあるのが現状である．さらに近年では，培養細胞を用いた実験により，個々の因子と再構築との関連を独立に検討しようとする試みが始められ (Nijweide and Burger 1990; Buckley et al. 1990; Brighton et al. 1991; Shin et al. 1994; El Haj and Thomas 1994; Lanyon 1994; Burger et al. 1994; Jones et al. 1994; Binderman 1994)，新たな知見が得られるものと期待される．

以上の結果は，主に皮質骨に対して行われた検討から得られたものである．本論文で主に取り上げる海綿骨の形態と応力やひずみとの関連については，実験的に検討された報告例は数少ないようである．Cheal et al. (1987) は，インプラント周辺の骨梁形成の変化を定量的にとらえ，再構築により形成される骨梁形態と応力との関連をはじめて実験的に示した．しかしながら，Wolff の仮説に示されるような主応力方向と骨梁配向との関係を検証するには結果が単純すぎるものであった．そこで，Goldstein et al. (1990, 1991) は，犬の大腿骨遠位骨端部の海綿骨に対して応力場をコントロールできる実験モデルを作成し，再構築による骨梁の形態変化と応力との関係の詳細な検討を試み始めた．このような，骨梁構造の配向をも含めた新たな実験結果の報告が期待されるところである．

1.1.4 骨の再構築の理論的研究

骨の再構築現象を数理モデルとして表現し，シミュレーションを通じて理解を深めることは，前述の実験的検討と同様に重要なアプローチの一つである．これは，動物実験の代替としての役割だけではなく，数値的な実験としてとらえると様々な状況を予測する有用な手段となる．さらには，人工関節の置換や固定具等の装着時に生じる骨の再構築による人工物の緩みといった臨床における問題点を解決するための人工物の設計手法や装着方法の確立など，医学応用への工学の寄与が期待される．骨の再構築の数理モデル化を行う際には，どのような現象を理解し，どのように応用するかなど，それぞれの適用範囲に応じたモデル化が必要である．よって，連続体的なレベルから，骨単位や骨梁，あるいは骨構造単位といった微視構造レベルまで，取り扱うスケールあるいは対象とする現象も幅広く，これまで様々な検討が行われてきた．ここでは，特に力学的な刺激と骨の再構築との関係を検討するために提案された数理モデルについて概観する．

応力やひずみと関連づけられた再構築モデルは，一般的に再構築速度の支配式として記述される (Cowin 1993)．この再構築速度式が，骨に与えられる力学的刺激と骨の成長・吸収を関係づける構成式の役割を果たし，それがどのような形式で表現されるか，すなわちどのような成長・吸収量がどのような力学刺激により記述されるかがモデルの最も基本となる．骨の再構築の自己調節機構は，生理的な範囲内の力学刺激に対して，刺激量が増加すると骨組織は成長し，刺激量が減少すると骨組織は吸収する (Pauwels 1965, 1980) と定性的に特徴づけられる．これを表す数理モデルとして，Kummer (1972) は，

$$U = a\,\{\,(T_s - T_u)^2(T - T_s) - (T - T_s)^3\,\} \tag{1.1}$$

を提案した．ここで，U は再構築を表す量であり，U が正の場合は成長を，負の場合は吸収を表している．T は力学刺激を代表する応力であり，骨組織の成長と吸収が平衡となる最適応力 T_s の存在を仮定し，下限値 T_u と上限値 T_o を用いて $T_u < T < T_s$ の範囲では骨の吸収が，$T_s < T < T_o$ の範囲では成長が生じ，さらに $T_o < T$ の過負荷に対しては逆に吸収が生じると仮定している．このモデルは，成長量 U と応力 T の具体的な意味が不明であるが，数理モデルを用いて現象を理解しようとする基本的な考え方を与えるものである．

骨を連続体としてとらえた再構築のモデル化は，再構築により変化する量によって，見かけの密度や体積分率の変化を表現する内部再構築モデルと，骨の外形状変化を表現する外部再構築に大きく分けられる (Frost 1964). Cowin and Hegedus (1976) は，連続体理論に基づく適応弾性体モデルを提案し，微小ひずみに対する理論 (Hegedus and Cowin 1976) を示し，解の唯一性と安定性について検討を行った (Cowin and Nachlinger 1979). ここでは，多孔性の弾性基質部とその間隙を満たす液体を考慮した骨のモデルを用いて，ひずみの調整過程としての再構築モデルを提案した. 微小ひずみに限定した内部再構築モデルとして，体積分率の参照値からのずれ e の再構築速度を，ひずみ E_{ij} を力学刺激として

$$\dot{e} = a(e) + A_{ij}(e)E_{ij} \tag{1.2}$$

と表している. 係数 $a(e)$, $A_{ij}(e)$ は体積分率の変化 e に依存した再構築係数であり，これを e の 2 次項まで考慮した場合の再構築解の特性や安定性が，髄内釘を挿入した長骨の軸対称モデルを用いて検討されている (Cowin and Van Buskirk 1978). また，係数 $a(e)$, $A_{ij}(e)$ を e の 3 次の項まで拡張すると，Kummer (1972) により提案された Pauwels の定性的な考え方を示す 3 次式 (1.1) が表現できることが示されている (Firoozbakhsh and Cowin 1981).

一方，表面再構築モデルは，再構築による点 Q における法線 $\boldsymbol{n}$ 方向の表面の移動速度 U が，ひずみの参照値を E^0_{ij} として

$$U = C_{ij}(\boldsymbol{n}, Q)\{E_{ij}(Q) - E^0_{ij}(Q)\} \tag{1.3}$$

と表されるとしている (Cowin and Van Buskirk 1979). ここで，C_{ij} は表面再構築定数である. この表面再構築式を用いて，軸圧縮負荷を受ける中空円筒状の長管骨モデルの再構築解，および骨膜面と骨内膜面の移動と再構築定数 C_{ij} との関係が示されている (Cowin and Firoozbakhsh 1981). また，応力集中に対する再構築解の検討 (Firoozbakhsh and Aleyaasin 1989) やねじりに対する長骨の表面再構築モデルへの拡張 (Cowin 1987) が行われている. さらに，有限要素法を用いたシミュレーション手法が Hart et al. (1984a, 1984b) により提案され，これまでに報告された長骨に対する再構築実験 (Uhthoff and Jaworski 1978; Jaworski et al. 1980; Woo et al. 1981; Lanyon et al. 1982; Goodship et al. 1979) とシミュレー

ション結果を比較することで，それぞれの実験に対する再構築定数の決定を行っている (Cowin et al. 1985)．ここでは，ひずみ $E_{ij} - E_{ij}^0$ による表面再構築速度式を初期ひずみ，初期応力の存在しない線形弾性体を仮定することにより応力－ひずみ関係 $T_{ij} = C_{ijrs}E_{rs}$ を用いて応力 $T_{ij} - T_{ij}^0$ を用いた表現に変換している．すなわち，表面再構築式として，

$$U = B_{ij}(Q)\{T_{ij}(Q) - T_{ij}^0(Q)\} \tag{1.4}$$

のように再構築定数 C_{ij} に代わり $B_{ij} = K_{ijrs}C_{rs}$ を用いている．ここで，弾性テンソル K_{kmrs} とコンプライアンステンソル C_{ijkm} の関係は，$C_{ijkm}K_{kmrs} = (\delta_{ir}\delta_{js} + \delta_{is}\delta_{jr})/2$ である．数値シミュレーションの結果は実験と良く一致しており，Cowin らの適応弾性体モデルの妥当性が確認され，巨視的なレベルにおける骨の外形状の変化を表すモデルとして有用性が示されている．

その後，さらに皮質骨形態だけではなく海綿骨の密度分布等を含めたモデルの提案とシミュレーションが報告され始めた．Carter らは一連の研究の中で，海綿骨の見かけの密度と力学因子を関連づけた再構築モデルを提案し，骨の材料の最適配置の観点から Roux (1881) の最小材料・最大強度説の説明を試みている．骨の密度は，巨視的な力学特性と密接に関連しており，Carter and Hayes (1977) によって示された弾性係数 E と見かけの密度 ρ との関係

$$E = E_0\rho^n \tag{1.5}$$

が一般に用いられる．ここで，E_0 および n は定数である．最適性の考え方は，剛性の最大化あるいは強度の最大化を導入しており，それぞれひずみエネルギー密度および相当応力の目標値を目指す再構築則を提案している (Carter et al. 1987; Carter 1987; Fyhrie and Carter 1990)．さらにモデルを発展させ，負荷の履歴を考慮した力学刺激量を用いたモデルの提案とシミュレーションを行い (Carter et al. 1989; Beaupré et al. 1990a, 1990b)，大腿骨頭部に見られる特徴的な見かけの密度分布との比較によりモデルの妥当性を検討している．また，インプラント等の装着に対するシミュレーションを通じて，臨床への応用の可能性を示している (Orr et al. 1990)．これとは逆に，このシミュレーションモデルを用いて，実際の見かけの密度分布とシミュレーション結果との比較を行い，逆問題的に関節に

作用する力を同定しようとする試みも行われている (Fischer et al. 1995). また，応力の減衰記憶を考慮したモデル (Levenston et al. 1994) や数値的に現れる解の不安定性を解消するための手法を提案している (Jacobs et al. 1995).

一方，先に述べた Cowin らによる一連の研究により示された内部および外部再構築モデルを修正し，実際の関節形成術やインプラントの開発に応用しようとの試みが Huiskes らにより始められた．これは，臨床への応用を指向する研究であり多くの進展が報告されている．まず，人工装具の設計解析に応用するための骨の適応モデルとして，内部再構築としては弾性定数の E の，外部再構築としては表面座標 X の時間発展が，その点のひずみエネルギー密度 U の参照値 U_n との差により駆動されると仮定し

$$\frac{dE}{dt} = C_e(U - U_n), \qquad \frac{dX}{dt} = C_x(U - U_n) \tag{1.6}$$

として提案された (Huiskes et al. 1987). さらに，ひずみエネルギー密度が参照値と一致する再構築平衡点近傍における不感帯 (Lazy zone) が導入された．このモデルを密度 ρ の発展式に修正し，全股関節形成術に用いられるステムが骨髄腔に挿入されたときの再構築による皮質骨形態変化，およびステム周辺の応力遮蔽による骨吸収について検討が行われている (Weinans 1991; Huiskes et al. 1992). また，Weinans et al. (1992a) は，再構築シミュレーションにおける数値解の振る舞いについて詳細な検討を行い，離散化された連続体に対する密度分布の解が，チェッカーフラッグのようになることを示した．また，実際の生理的な刺激の伝達を考慮したモデルとして，再構築を駆動する力学刺激を，刺激の伝達範囲を考えて評価することにより，その解の不安定性が解消されることを示した (Mullender et al. 1994). このような，有限要素解析に基づく再構築シミュレーションの，整形外科分野への応用の可能性は明らかであり (Huiskes and Hollister 1993)，その後もいくつかの検討が報告されている．例えば，長期固定に対するステム周辺の再構築による緩みを解消するための，ステム形状設計への応用の可能性が示されている他，実際のステムに対する骨の適応的な応答の検討も行われている (Van Rietbergen et al. 1993; Weinans et al. 1994; Weinans et al. 1992b).

以上のような骨再構築の数理モデルとシミュレーションは，内部再構築，外部再構築のいずれも骨を連続体としてとらえたものであった．しかしながら，さらに

詳細な検討が進み，実験的なメカニズムの解明が行われるに従い，骨の感知する力学刺激そのものを考慮することの重要性が指摘され始めた (Cowin et al. 1991). すなわち，実際に再構築を駆動する細胞レベル，あるいは細胞のおかれた微視構造レベルでの力学刺激を考慮した再構築のモデル化とシミュレーションが行われ始めた．これは，再構築現象が巨視的なレベルでは理解できるようになったが，例えば人工物の固定の観点からは，例えばスクリューのネジ山近傍といった海綿骨と人工物との界面近傍の挙動そのもののメカニズムの理解が必要となってきたことなどが背景にある．Sadegh et al. (1993) は，表面再構築の考え方を微視的なレベルに直接適用し，境界要素法を用いた人工関節と海綿骨との界面あるいはスクリュー近傍の再構築シミュレーションを行っている．最終的には人工物と骨との間の機械的な結合が重要となることから，このモデルを活用することは，ステム等の表面形状の設計あるいはスクリュー形状，スクリューに与える力学負荷の制御等を検討する上で重要な手法と考えられる．さらに Luo et al. (1995) はこのモデルを発展させ，力学刺激としてひずみ速度を考慮した骨梁の形態変化モデルを提案している．その他，再構築における細胞レベルの力学的なメカニズムを記述しようとするモデル (Weinbaum et al. 1994; Weinbaum and Cowin 1995)，骨の再構築モデルのもたらす構造の最適性に関する議論 (Harrigan and Hamilton 1992, 1994; Hollister et al. 1993)，あるいはファブリックテンソルの発展式として海綿骨の再構築による構造発展を記述しようとするモデル (Cowin et al. 1992a)，および成長因子の力学的負荷による輸送を考慮したモデル (高久田 1992) などの提案が見られる．このように，微視的な再構築現象の数理モデル化が始められているが，未だ途についたばかりである．また，巨視的なレベルでの数理モデルとの関係についても検討がほとんど行われていないのが現状である．

1.1.5 骨構造の力学的最適性と構造設計

力学的刺激に対する骨の再構築によって形成される構造形態に，何らかの最適性が存在するとの考え方がある一方で，骨の再構築には最適化則は存在せず，単に変化則が存在するのみであるとの考え方がある．後者においても，変化の結果，何らかの力学的に適合した状況が維持されていることに異をとなえているわけではない．すなわち，いずれにおいても，再構築平衡において維持・形成される形

態の形成過程を模倣することで，構造物の形状決定を行おうとする考え方はごく自然である．一般的な構造・形態の最適設計の考え方は，これまで多くの研究がなされ，概説 (Olhoff and Taylor 1983; Haftka and Grandhi 1986; 瀬口 1989b; 尾田 1991; Rozvany et al. 1995; 山川ら 1995) や成書 (Hemp 1973; Prager 1974; 日本機械学会 1989; Haftka and Gurdal 1991; 山川 1993; Olhoff and Rozvany 1995) が幅広く報告されている．ここでは特に，生体組織の再構築による適応の考え方を模倣した形状最適化あるいは位相最適化の報告を整理し，再構築モデルの工学設計への応用について概観する．

梅谷，平井 (1976) は，骨の外力に対する適応過程の考え方を参照した形態設計法として，生長変形法を提案した．生長変形法は，骨の力学的適応に類似した変化過程を繰り返すことにより，二次元構造物の外形状だけでなく，構造物内部の粗密分配を決定しようとする方法である．この方法は大きく表面変化法と等価剛性変化法に分けられ，前者は構造物の表面の応力が目標値に一致するよう表面形状を変化させる方法であり，後者は内部の応力を目標応力値に一致するよう，構造物の肉厚や密度を変化させることで均質材としての等価剛性を変化させる方法である．さらに，三次元構造物への拡張も行われており (伊能ら 1993)，再構築による骨の適応を模倣する直感的な構造物形態生成手法の一つである．

畔上 (1988) は，生体の成長・吸収を模擬した体積変化を構造物に導入し，構造強度の均一化を最適基準とする成長ひずみ法を提案した．この方法は，構造物全体に応力分布の均一化を目標として，応力比に応じて体積ひずみを発生させることにより形状を修正する方法である．この手法を静的な弾性体だけでなく，定常振動問題 (畔上ら 1990) や， 逆変分原理 (Horák 1969) に基づくポテンシャルエネルギー密度の均一化を目指す最大剛性形状決定問題 (畔上，高見 1990) へと拡張している．また，同様に生体の成長を模倣し，強度の一様化を目指した体積ひずみを発生させる手法が，樹木や動物の角，骨の形状決定に対して提案されており (Mattheck 1990)，構造物の設計への応用例が示されているが (Mattheck and Burkhardt 1990; Chen and Tsai 1993)，これらの基本的な考え方は畔上 (1988) と同様である．

構造内部の位相を対象とした構造設計問題は，外形状を対象とするものに比べて数理計画的取扱いが著しく難しい (Rozvany et al. 1995)．このため，離散的構

造であるトラス構造を対象とし，離散的 Michell(Michell 1904) 構造 (Hemp 1973; Prager 1974)，トラス連続体 (山崎，尾田 1980) などをはじめ，今日もなお多くの研究が行われている．これらに対して，Bendsøe and Kikuchi (1988) は，一連の研究 (Bendsøe 1989; Bendsøe and Rodrigues 1991; Suzuki and Kikuchi 1991; Diaz and Kikuchi 1992) で，外形状と内部位相を同時に決定する手法を提案している．この手法は，連続体内部に微視的な構造を考え，微視構造から巨視的材料定数を決定する際には均質化法を用い，微視構造パラメータを最適化しようとする手法である．その結果得られた微視構造分布から位相構造の決定と外部形状を同時に決定する．なお，この最適構造設計手法の応用として，骨の再構築による適応現象を検討しようとする試みがある (Hollister et al. 1993)．これは，内部構造を考慮した力学モデルとその最適構造設計の数理モデルを，骨の力学的適応現象に取り込もうとする自然な流れを示すものといえる．

これとは逆に，骨について提案された再構築則を用いて，構造物の形状と位相を同時に決定しようとする試みが Reiter and Rammerstorfer (1993) により行われている．これは，Carter et al. (1987) により提案された骨の再構築モデルを，構造物の最適設計モデルとして用いた例であり，ひずみエネルギー密度の頻度に応じた重み付けで定義される力学刺激量を，均一化するような見かけの密度変化則を用いた最適設計手法である．確立された骨の再構築則を用いているが，そこに含まれるモデルパラメータの選択には自由度が残る．このパラメータの選択が，得られる結果に大きく影響を与える．また，伊能ら (1995a, 1995b) は，骨の再構築を，全体構造として自己組織化する自律分散的システムによる現象としてとらえ，構造全体を力学情報を含むセル・オートマトンとしてモデル化し，シミュレーションにより構造物の位相構造を生成する手法を提案している．これは，基本的な考え方としては骨の再構築現象を参照するが，用いるモデルの関数形やパラメータを骨の力学におけるものから適宜変更することで，異なるいくつかの構造形態が形成できることを示そうとするものである．このように，骨の有する力学的再構築現象を模した構造物形態形成手法がいくつか提案されており，外形状だけでなく内部の位相決定をも含めた幅広い応用の可能性が認められている．

1.2 研究の目的と本論文の構成

本研究は，再構築による骨の機能的適応現象を生体力学的観点から理解し，工学的一般力学構造の形成手法について検討することを目的とする．本論文では，骨の残留応力と再構築平衡状態に対するその役割，残留応力を考慮した骨の再構築の数理モデルの提出，海綿骨の骨梁構造の力学モデルとそれに基づく再構築の数理モデルの提案および検証，ならびに提出したモデルによる一般的構造形態形成に関する研究について述べる．その構成と概要は以下に示すとおりである．

第 2 章では，骨構造における残留応力と，これを考慮した力学的再構築の単純不静定構造モデルについて述べる．まず，脛骨と腓骨が不静定構造を形成する家兎の脛腓骨，ならびに皮質骨と海綿骨が不静定構造を形成する牛尾椎体で，残留応力解放実験により残留応力の存在を確認する．次に，残留応力を力学的に解釈するための数理モデルとして単純不静定構造モデルを用い，再構築則を提案する．これは，再構築により達成されるであろう力学的最適性として，応力が空間的，時間的に等しく維持されるような目標状態，すなわち等応力状態を仮定するものである．シミュレーションによりモデルの基本的な特性を検討するとともに，実験で観察された残留応力の力学的な役割について検証する．

第 3 章では，骨梁構造を考慮する海綿骨の連続体モデルと，これを用いた再構築シミュレーションについて述べる．まず，骨梁構造を有する海綿骨の連続体モデルとして三次元格子連続体モデルを提案し，弾性係数の方向依存性および弾性係数と体積分率との関係について検討することにより，海綿骨の力学モデルとしての妥当性を検証する．次に，第 2 章で示した力学的再構築の基本的考え方を導入し，微視構造レベルの等応力状態を目標とする力学的再構築の格子連続体モデルを提案し，これを用いて圧縮と曲げ負荷を受ける椎体の力学的再構築シミュレーションを行う．また，得られた再構築平衡状態における体積分率分布および残留応力分布について，第 2 章で示した牛尾椎の実験結果との比較を行うことにより，提案した再構築モデルの妥当性について検討する．

第 4 章では，骨梁表面再構築モデルについて述べる．まず，骨梁表面における局所の力学状態と微視的骨梁形態変化とを直接関連づけ，古典的な連続体としての骨梁表面応力の等応力状態を目標とする骨梁表面再構築モデルを提案する．骨

梁表面再構築モデルに基づき，骨梁および海綿骨を対象とした有限要素法シミュレーションにより，第3章で導入した格子連続体における格子単位での等応力状態を目標とする考え方と，それによりもたらされる格子形態変化との関係の妥当性を検討する．さらに，荷重支持構造としての椎体，および大腿骨近位部の海綿骨形態変化のシミュレーションを行い，階層的な構造を有する海綿骨の骨梁構造の形態変化が，骨梁表面における再構築則により表現されることを示す．また，等応力状態を目標とする考え方に基づき，本論文で提案する再構築モデルの妥当性を，実際に観察される骨梁形態との比較を通じて検証する．これにより，共通の基本的考え方に基づいた格子連続体としての再構築モデルと骨梁の表面再構築モデルとが，空間的スケールに応じて使い分け得るものであることを示す．

第5章では，骨の再構築を模倣した一般的な力学構造の形成手法について述べる．離散的な骨組構造や複合材料などの微視的な内部構造を有する連続体のモデルとして第3章で示した格子連続体を用いる．ここでは，多くの最適構造決定問題が，二次元問題を対象として基本的な特性について議論していることに習う．すなわち，二次元格子連続体モデル用いることとし，その構成式を示す．まず，繰り返しの曲げ負荷を受ける梁構造のシミュレーションを行い，二次元格子連続体モデルを用いても基本的な骨の再構築現象と力学的最適性が表現されることを確認する．次に，引張りを受ける構造を例に，得られる構造形態とそこでの残留応力について，構造設計の観点から解釈を試みる．また，せん断を受ける構造を例に，格子連続体として得られる構造形態と，そこから導かれる骨組構造の最適性について考察する．最後に，複合負荷を受ける長方ブロックの構造形成を例に，内部構造変化およびその結果として生ずる残留応力を積極的に利用する力学構造について考え，本手法の力学構造形成手法としての可能性について検討する．最後に，第6章では本研究の総括を述べる．

第 2 章

骨の残留応力と力学的再構築の単純構造モデル

2.1 緒 言

生体組織の構造は，作用する負荷と力学的に対応したものが自ずと構築されていると考えられており，生体組織が力学的な環境の変化に対して機能的に適応する能力を有することは，一般的な知見として知られるところである．このような生体組織には常に何らかの力学的負荷が作用しているため，組織が生体内において自然状態，すなわち局所的な無負荷状態を経験することはおそらく無く，器官としての無負荷状態にある生体組織が自然状態にあるかどうかは必ずしも自明のことではない．これは，生体組織が自らを成長・吸収させることによる再構築を繰り返していることと密接に関連している．再構築にともなう組織の局所的な体積変化は，組織内に不均一な自然状態分布をもたらし，結果として器官を形成する構造体としての不静定性に起因して無負荷状態における残留応力場の形成が予見されることになる．実際，生体組織における残留応力の存在は，動脈血管壁 (Fung 1984a, 1984b; Chuong and Fung 1986; Vaishnav and Vossoughi 1987; Takamizawa and Hayashi 1987, 1988; Liu and Fung 1988, 1989; Fung and Liu 1989; Hayashi and Takamizawa 1989; Han and Fung 1991a; Hayashi 1992; Matsumoto et al. 1994, 1995; Hayashi et al. 1995), 静脈血管壁 (Xie et al. 1991; Fung and Liu 1992), 左心室壁 (Omens and Fung 1990; Taber et al. 1993; Rodriguez et al. 1993; Nevo and Lanir 1994; 阿部ら 1994), あるいは気管壁 (Han and Fung, 1991b) などの軟組織を中心に数多く報告されている．生体硬組織である骨も再構築による適応能力を有することから，軟組織と同様な状況が考えられるが，これまでのところ残

留応力の存在に関する報告は見られない.

生体組織における応力調整の観点から残留応力の重要性が, Fung (1984a, 1984b) により指摘されて以来, 残留応力配置の最適性に関するいくつかの仮説 (Fung 1984a; Takamizawa and Hayashi 1987; Seguchi 1989; Hayashi 1992) が提案されている. これらは, 正常な負荷の作用下における生体組織の力学的最適性を理解する上で基本的な概念を提供するものである. すなわち, 常に力学的負荷を受けた状態で組織がその成長・吸収により局所的に応答し, 応力あるいはひずみを調整するメカニズムを, 応力の局在化や集中による力学的危険性を回避し, また構造体としての強度向上などに寄与する結果としての力学的最適性と関連付けるとともに, 健常な状態において達成, 維持されるべき最適性基準を応力やひずみなどの力学量の一様性として特徴付けようとするものである.

生体外に取り出された器官や組織を対象として行われる実験において観察される残留応力は, 正常な力学的負荷状態ではない無負荷状態において組織内部で自己平衡する応力であり, この観察から逆に正常作動時の力学的最適性を推察することになる. すなわち, 実験的に観察される残留応力が意味する力学的最適性を検討するにあたっては, 数理モデルの構築が重要な役割を果たす. 生体組織に作用する力学負荷の変化に対する力学的再構築の結果として適応現象を表現する数理モデルは, 形状変化を含めた体積的変化や材料特性の変化をもたらす質的変化として理論的に記述されるが, これまでに提出されたもののほとんどは, 先見的に自明な自然状態を仮定したものである. 再構築の数理モデルの中にも成長・吸収にともなう自然状態の変化あるいは残留応力の形成を考慮したモデルがいくつか提案されているが, それらは軟組織に関するもの (Rodriguez et al. 1994; Lin and Taber 1995; Cowin 1996) や 樹木 (Okuyama and Yamamoto 1992) を対象としたものであり, 骨のような硬組織を対象としたモデルは見あたらないのが現状である.

本章では, まず生体硬組織においても同様にその存在が予想される残留応力を骨組織を用いた残留応力解放実験により確認する. 不静定な構造を有する骨構造として, 2本の長骨が不静定構造を形成する家兎の脛腓骨, ならびに1つ骨の中で皮質骨と海綿骨が不静定構造を形成する牛尾椎体を用いた. 次に, 実験で観察された残留応力を力学的に解釈する数理モデルとして, 瀬口の示した単純不静定構

造モデルの考え方を拡張し，再構築平衡における力学的最適性としての時間・空間等応力状態を目指す再構築則を提出する．このモデルに基づくシミュレーションを通じて，モデルの基本的な特性を検証するとともに，実験で観察された残留応力について検討する．

2.2 家兎脛腓骨の残留応力解放実験

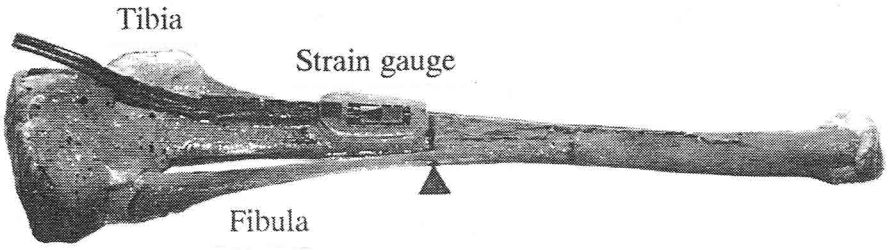
2 本の長骨がなす不静定構造として，ここでは脛骨と腓骨のなす不静定構造を用い，そこに内在するであろう残留応力の解放実験を行う．家兎の脛骨にひずみゲージを貼付し，腓骨との不静定性を腓骨切断により解放することにより発生するひずみの観察を行う．

2.2.1 試料と実験手順

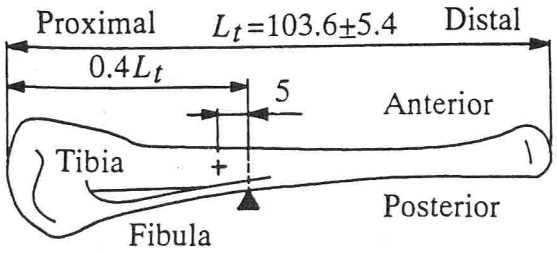
実験試料は，体重 2.5 ± 0.1kgf†の 12 羽の日本白色家兎から摘出した新鮮な脛腓骨 (Tibiofibula) を用いた．家兎の腓骨 (Fibula) は，図 2.1(a) に示すように脛骨 (Tibia) の中程と膝関節外側端部の 2 箇所で連結した不静定な構造を形成している．脛腓骨は，筋肉，骨膜などの軟組織を切除した後，室温の生理食塩水中に 5 時間安置した．水分を除去した脛骨表面に対してゲージ部が耐水性プラスチックで覆われた単軸の防水ひずみゲージ (共和電業製: KFWS-2N) を，シアノアクリレート系接着剤を用いて長軸方向に 3 枚貼付した．貼付したゲージのグリッド中心位置 (+ 印) を図 2.1(b) に，ゲージ貼付位置での断面形状を図 2.1(c) に示す．3 つのゲージ A, B, および C はそれぞれ前外側 (Anterolateral: A)，内側 (Medial: B)，および後外側 (C: Posteolateral) に貼付した．

ゲージ貼付後，直ちに試料を液温 21°C 生理食塩水液槽に戻し，2 時間生理食塩水中に安置した後，ゲージの零点設定を行った．以後，測定はすべてこの液槽中で行い，同液槽中のダミーゲージを用いて温度補償を行った．ひずみ計測器 (共和電業製: UCAM-70A) の分解能は 1×10^{-6} であり，実験中に生じる零点のドリフト量は，測定値と比較して十分小さいことを確認した．残留応力解放実験は，図 2.1(a) 中の▲印の位置で腓骨を手鋸を用いて切断することにより，脛腓骨の不静

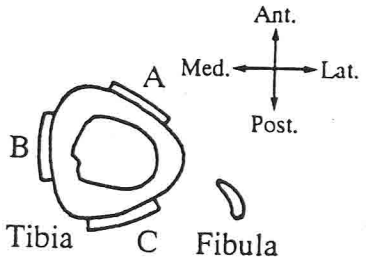
†本論文では，特に断らない限り $M \pm S$ は (平均) ± (標準偏差) を表す．



(a) 家兎の脛腓骨 (右側)



(b) ひずみゲージ貼付位置 (+)
および腓骨切断位置 (▲)



(c) 断面形状とゲージ貼付位置
(A, B, C)

図 2.1 家兎の脛腓骨 (Tibiofibla) の残留応力解放実験

定構造に内在する残留応力を部分的に解放した．腓骨切断後，再び生理食塩水の液槽内でひずみの値が十分安定するのを待った後，残留応力の解放により生じたひずみを測定した．

2.2.2 実験結果と考察

ひずみゲージ A ～ C で測定された長軸方向のひずみを表 2.1 に示す．脛骨外側前方および外側後方表面のゲージ A, C には左右の平均で 13.9×10^{-6}，17.8×10^{-6} の正の，脛骨内側表面のゲージ B には -20.3×10^{-6} の負のひずみが測定された．各ゲージにおいて左右間には有意な差 ($p < 0.1$) が認められないが，外側に位置するゲージ A, C と内側に位置するゲージ B の間には，ひずみの符号も異なり有意な差 ($p < 0.001$) が認められる．これらのひずみは，腓骨切断により腓骨と脛骨のなす不静定構造に内在していた残留応力が解放されたことにより生じたひずみであり，脛骨では腓骨の位置する外側で圧縮，内側で引張を受けていたことがわか

表 2.1 腓骨切断にともない脛骨に生じるひずみ ($\times 10^{-6}$)

Gauge site	Right	Left	All
A	15.9 ± 8.2	11.6 ± 6.4	13.9 ± 7.7
B	-21.8 ± 7.0	-18.9 ± 9.4	-20.3 ± 8.4
C	19.3 ± 8.5	16.1 ± 9.0	17.8 ± 8.9

($n = 12$)

る．すなわち，腓骨により脛骨には腓骨側への曲げの力が作用していたことが推察され，逆に腓骨自体には，引張の残留応力が存在していたことが推察される．

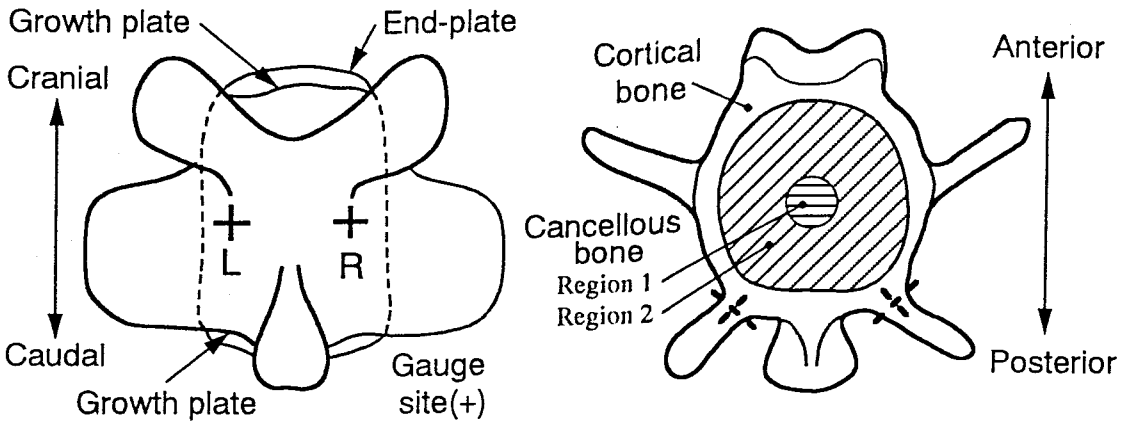
実験後行った圧縮試験によって得られた脛骨の皮質骨の長軸方向の弾性係数が $E = 24.5 \pm 7.3\,\mathrm{GPa}$ であることを考慮すると，腓骨の切断によって解放されたひずみの平均値は，$E = 24.5\,\mathrm{GPa}$ を用いて応力に換算すると，それぞれのゲージに対して，$\sigma_A = 0.34\,\mathrm{MPa}$，$\sigma_B = -0.50\,\mathrm{MPa}$，$\sigma_C = 0.44\,\mathrm{MPa}$ となる．この値は，家兎の体重の平均値 $W = 2.5\,\mathrm{kgf}$ とゲージ貼付位置における片側の脛骨断面積の平均値 $A = 15\,\mathrm{mm}^2$ から計算される体重が両脛骨に静的に作用した時に生じる応力 $\sigma = 0.82\,\mathrm{MPa}$ とほぼ同程度であることがわかる．

2.3 牛尾椎体の残留応力解放実験

前節で示した 2 本の長骨が不静定構造を形成する場合に対して，本節では単一骨構造内において皮質骨と海綿骨が形成する不静定構造に内在する残留応力に着目し，牛尾椎体を用いた残留応力解放実験を行う．

2.3.1 試料と実験手順

生後約 24ヶ月の成牛の尾椎体の内，最も頭方の椎体 (C1) 4 つを試料とした．温度 −40°C で凍結保存した新鮮試料を試験直前に室温にて解凍し，筋肉，骨膜，椎間板等の周囲軟組織を除去した．液温 20°C の生理食塩水中に 2 時間以上安置した後，椎体皮質骨表面の水分を拭き取り，2 枚の防水型 2 軸ひずみゲージ (SKF-20250: 共和電業製) を図 2.2 に + 印で示す上関節突起後方部の両側 (R & L) 表



(a) ゲージ貼付位置 (+)
(Posterior view)

(b) 軟骨終板 (End-plate) 除去後
(Cranial view)

図 2.2 牛尾椎体皮質骨 (Cortical) − 海綿骨 (Cancellous) 系の残留応力解放実験

面にシアノアクリレート系接着剤を用いて貼付した．この時，ゲージの主軸方向は，体幹軸方向および周方向に一致させた．

残留応力解放実験の手順は，以下の (1) ～ (4) とし，各段階において椎体皮質骨表面に生じる体幹軸方向および周方向のひずみを測定した．

(1) ひずみゲージ貼付後，液温 20°C の生理食塩水中で 2 時間以上安定させた後，ひずみゲージの零点設定を行う．
(2) 図 2.2(a) に示す頭方および尾方の成長軟骨 (Growth plate) 部で，手鋸を用いて軟骨終板 (End-plate) を切除する．切除後直ちに試料を液温 20°C の生理食塩水中に戻し，ゲージ出力が安定するまで 1 時間安置した後，ひずみ測定を行う．
(3) 刃径 6 mm の小型回転カッタを用いて，図 2.2(b) に横線で示す海綿骨 (Cancellous bone) の横断面中心部 (Region 1) を穿孔し，手順 (2) と同様にゲージの出力の安定を得るよう 1 時間待った後，ひずみ測定を行う．
(4) 小型回転カッタを用いて，図 2.2(b) に斜線で示す残りの海綿骨 (Region 2) を除去し，同様にひずみの安定を 1 時間待った後，ひずみ測定を行う．

実験に用いたひずみ測定器の分解能は 1×10^{-6} であり，実験中に生じるひずみのドリフト量は，数マイクロストレインと小さく，ダミーゲージを参照して補正した．実験中のひずみゲージの出力は連続的に記録し，軟骨終板切除，海綿骨穿

孔および海綿骨除去操作中に瞬間的に生じるひずみの最大値は，骨の降伏ひずみと比較すると十分小さく，弾性的に回復する範囲であることを確認した．

2.3.2 実験結果と考察

残留応力解放実験の各段階において得られたひずみ変化およびそれらの合計を図 2.3 に示す．ここで，$\Delta\varepsilon_z$ と $\Delta\varepsilon_\theta$ は，それぞれ体幹軸方向 (Cephalocaudal: z) および周方向 (Circumferential: θ) のひずみ変化を表す．

体幹軸方向には，まず軟骨終板を成長軟骨部で切除する手順 (2) により，平均で $\Delta\varepsilon_{z0} = 33.3\times10^{-6}$ の正 (引張) のひずみが生じた．続く内部の海綿骨を 2 段階に分けて除去する手順 (3) および (4) により，$\Delta\varepsilon_{z1} = 23.7\times10^{-6}$ および $\Delta\varepsilon_{z2} = 29.3\times10^{-6}$ の正のひずみが生じ，2 段階の合計は，$\Delta\varepsilon_z = 53.0\times10^{-6}$ となった．これらの手順 (2) ~ (4) の総合計は，最終的に $\Delta\varepsilon_z^{total} = 86.3\times10^{-6}$ の正のひずみ変化となった．

一方周方向には，まず軟骨終板を切除する手順 (2) により，$\Delta\varepsilon_{\theta0} = 22.7\times10^{-6}$，手順 (3), (4) により $\Delta\varepsilon_{\theta1} = 28.1\times10^{-6}$，$\Delta\varepsilon_{\theta2} = 68.7\times10^{-6}$ のひずみが生じ海綿

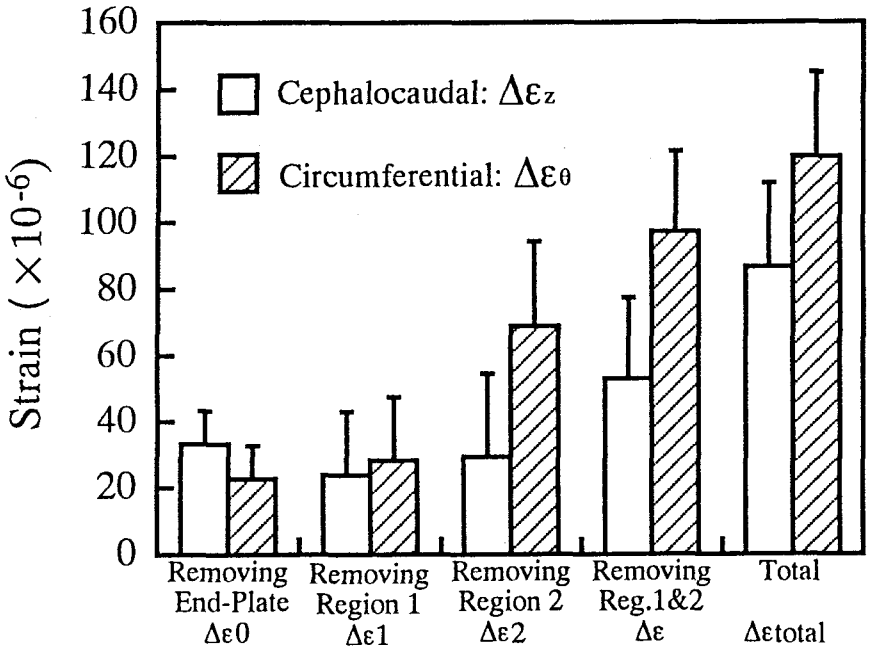


図 2.3 牛尾椎体の残留応力解放実験で得られたひずみ ($n = 4$, Mean ± S.D.)

骨除去の 2 段階の合計は，$\Delta\varepsilon_\theta = 96.9\times10^{-6}$ となった．これらの手順 (2) ～ (4) の総合計は最終的に $\Delta\varepsilon_\theta^{total} = 119.6\times10^{-6}$ の正のひずみ変化となった．

体幹軸方向 (z) と周方向 (θ) の 2 軸間で結果を比較すると，軟骨終板を除去した手順 (2) により体幹軸方向に生じたひずみ $\Delta\varepsilon_{z0}$ は，周方向のひずみ $\Delta\varepsilon_{\theta0}$ に比べて 47 % 大きい値を示した．また，海綿骨を除去した手順 (3), (4) により生じた周方向のひずみ $\Delta\varepsilon_\theta = \Delta\varepsilon_{\theta1} + \Delta\varepsilon_{\theta2}$ は，体幹軸方向のひずみ $\Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_{z1} + \Delta\varepsilon_{z2}$ に比べて 83 % 大きい値を示した．最終的なひずみの合計は，周方向のひずみ $\Delta\varepsilon_\theta^{total}$ が，体幹軸方向のひずみ $\Delta\varepsilon_z^{total}$ に比べて 39 % 大きい値を示した．

これらの結果は，椎体外周部の皮質骨と内部の海綿骨によって形成される不静定構造に自己平衡な残留応力が内在していたことを示している．体幹軸方向に観察された正のひずみ変化から，皮質骨には体幹軸方向に圧縮の残留応力が，逆に海綿骨には引張りの残留応力が存在していたことが推察される．また，周方向に観察された正のひずみ変化からは，皮質骨に周方向の圧縮の残留応力が存在していたことを示しており，皮質骨と海綿骨の界面では，海綿骨側から皮質骨に対して半径方向の引張り力が作用していたことが推察される．

測定により得られたひずみは，試料によるばらつきを示したが，同一試料の左右両側においてはほぼ一致した値を示したことから，そのばらつきは，個体差によるものであると考えられる．また，観察されたひずみの絶対値は小さいが，再構築を駆動するひずみの閾値として一般に報告されている値である数百マイクロストレイン (Rubin and Lanyon 1985) に照らしてみれば，無視できるほど小さなものではない．

2.4 残留応力を考慮した骨の力学的再構築モデルの基本的考え方

第 2.2, 2.3 節で観察された骨における残留応力は，骨構造の有する不静定性に起因するものであり，生体外に取り出した状態，すなわち構造体としての無負荷状態と，生体内に存在し何らかの力学負荷を受けている状態との差として観察される．本節では，この様な骨構造の残留応力を考慮した骨の力学的再構築モデルを構築する際の基本的な考え方について述べる．

2.4.1 応力調整過程としての局所体積変化

骨の再構築による変化は，一般的には単なる空間的な広がりの変化のみを意味するわけではない．例えば，骨組織の材料そのものの特性，あるいは骨組織を連続体ととらえた時の体積分率や見かけの力学的特性などの変化を起こし得るが，ここでは議論を単純にするために，これらの2次的な変化は考慮せず，再構築が単に組織の体積的な変化のみをもたらすものと考える．すなわち，組織の材料としての特性は変化しないものと考える．

骨の力学的再構築を局所体積変化による局所の応力調整過程としてとらえ，組織の局所的体積変化がその点およびその近傍との相対的な応力状態により決定されると仮定する．この過程は時変的かつ履歴に依存するものと考えられ，再構築平衡状態へと向かう組織の局所体積 $\boldsymbol{m}$ の変化速度，すなわち再構築則が応力テンソル $\boldsymbol{T}$ の関数として

$$\frac{\partial \boldsymbol{m}}{\partial t} = f(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{T}, \nabla^2 \boldsymbol{T}, \cdots) \tag{2.1}$$

の形式で表現されると考える．すなわち，再構築による何らかの応力調整過程の規範を関数 f により表現する．この関数 f には，様々な形式が提案されており (Cowin 1993)，f の引き数となる再構築に影響を与える力学因子そのものだけでなく，それらの履歴や時間変化率などを考慮することでより実際の現象を再現しようとする試みが見られる．また，大域的な制約量や再構築平衡における目標値を設定した形式が提案されている．

再構築平衡における組織の応力配置の最適性については，これまでいくつかの仮説が提案されているが (Fung 1984a; Takamizawa and Hayashi 1987; Seguchi 1989; Hayashi 1992)，ここでは組織の等応力化を目標とする規範を採用する．また，これまで提案されている骨の力学的再構築モデル (Cowin and Hegedus 1976; Carter et al. 1987; Huiskes et al. 1987) で用いられている平衡状態に対する最適応力値，すなわち目標応力値を導入することはせず，再構築過程を表現するモデルは構成式モデルなどと同様，局所的ルールによってのみ支配され，釣合式や適合方程式等の系の支配則との結合により初めて具体的な応力値が定まるとの立場をとる．

2.4.2 局所体積変化による自然状態変化

再構築による局所体積 $\boldsymbol{m}$ の変化が，式 (2.1) に示したように局所の再構築にのみ支配されていると考えると，局所体積変化のもたらす組織の局所自然状態 $\boldsymbol{n}$ の変化も局所形で

$$\frac{\partial \boldsymbol{n}}{\partial t} = g(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{\gamma}, \cdots) \tag{2.2}$$

と表現される．ここで，$\boldsymbol{\gamma}$ はひずみテンソルを表し，再構築による自然状態変化は，再構築時の変形状態に大きく依存すると考える．このことから，不均一な変形状態に対して局所則式 (2.2) に従い発展する局所自然状態は不均一になると考えるのが自然な仮定である．

組織の力学挙動を表す構成関係は，この新しい局所的自然状態を基準として記述される．すなわち，局所自然状態変化にともない構成式も変化する．ここでは，再構築による体積変化を微小と仮定することにより，組織の成長・吸収による体積変化を初期ひずみテンソル $\boldsymbol{\gamma}^0$ として表現することとする．すなわち，骨組織を線形弾性体としてとらえ，微小変形に議論を限定し，局所自然状態 $\boldsymbol{n}$ の変化を初期ひずみ $\boldsymbol{\gamma}^0$ を用いて構成式

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\gamma}^0) \tag{2.3}$$

に導入する．ここで，$\boldsymbol{E}$ は，組織の巨視的な力学特性を表す弾性係数テンソルである．再構築は常に時変的かつ連続的な負荷の下で進行するため，自然状態が空間的に不均一になり，その結果として組織全体構造としての無負荷状態においても，構造体としての組織内に自己平衡な残留応力場が形成されることになる．

2.5 単純不静定構造による再構築モデル

残留応力を生じさせる基本的な要因である不静定性を有する単純な構造をとりあげ，前節で示した基本的な考え方を適用することで，応力調整過程としての再構築によりどのように不静定構造内に残留応力が形成されるかについて検討する．最も基礎となる考え方を，瀬口 (1989) の提案した単純構造モデルに導入し，式 (2.1), (2.2) の体積変化と自然状態変化の速度形モデルを提案することで，残留応力を考慮する骨の力学的再構築モデルの基本的な枠組みを構成する．

2.5.1 残留応力の考え方

瀬口は，図 2.4 に示す 2 本棒からなる単純不静定構造の集中定数モデルを用い，再構築過程における残留応力の導入を提案した (Seguchi 1989)．ここではまず，この考えについて簡単に整理した後，その拡張として第 2.4 節で示した考え方に基づくモデルについての議論を進める．

2 本棒の各部材 i (=1, 2) は，弾性係数 E_i，断面積 A_i の線形弾性体とし，初期応力，初期ひずみを持たない状態で図 2.4(a) に示すように不静定な構造を形成していると仮定する．すなわち，各部材の応力 σ_i とひずみ ε_i の関係は，

$$\sigma_i = E_i \varepsilon_i \tag{2.4}$$

と表される．両部材の変形量は図 2.4 に示すように等しく拘束されているため，各部材の自然長を等しく l^0 とすると変形後の部材長を l を用いて両部材のひずみ ε_i は等しく

$$\varepsilon_i = \varepsilon = \frac{l - l^0}{l^0} \tag{2.5}$$

となる．この構造に外負荷 P が作用すると，図 2.4(b) のように各部材は弾性的に変形し部材長が l_p となり，図 2.5(a) に示すようにひずみ ε_p が生じ，釣合式

$$\sigma_{p1} A_1 + \sigma_{p2} A_2 = P \tag{2.6}$$

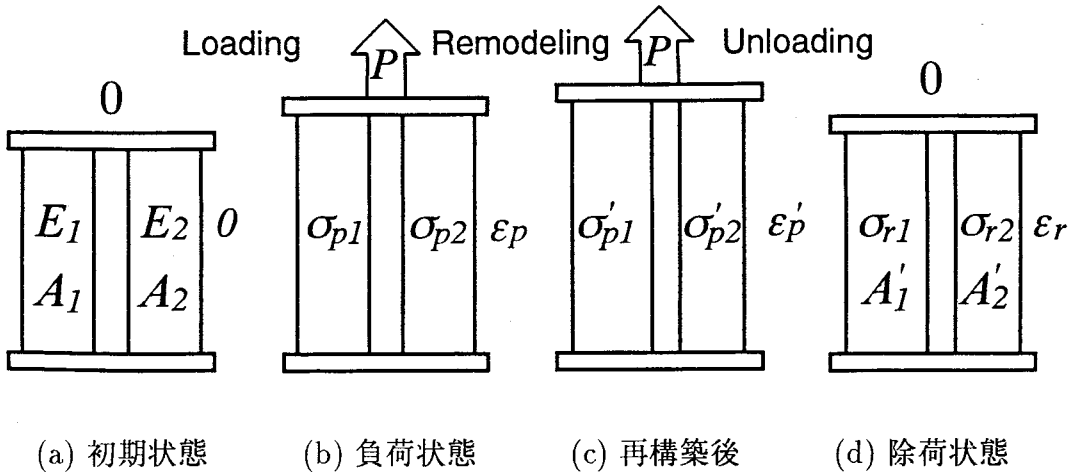
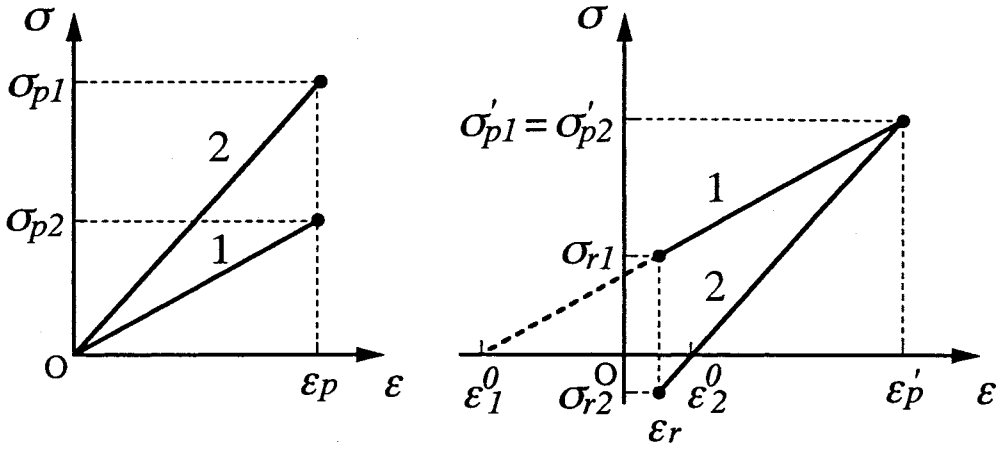


図 2.4　2 本棒単純不静定構造モデル



(a) 負荷 (b) 除荷

図 2.5 再構築による応力－ひずみ関係の変化

を満足する応力 σ_{pi} が生じる．この結果として，部材 1, 2 間には弾性係数の相違により応力差が生じる．もし，この変形状態で再構築が活性化された場合，各部材の力学状態が何らかの状態を目指して調整されると考えられる．

再構築を調整する規準として，いくつかの力学因子が様々な形式の数理モデルの中で用いられている．例えば，連続体としての応力，ひずみあるいはひずみエネルギー密度などがそれらの典型であるが，いずれにおいても再構築則の中では，再構築平衡時に達成されるべき何らかの目標値あるいは目標値の範囲が規定されることが多い．ここでは，第 2.4 節で述べた局所再構築則の考え方に基づき局所での力学因子のみを用い，さらに，骨構造の力学的最適性の観点から再構築平衡における局所の応力一様化あるいは等応力化を提案する．すなわち，図 2.4 の 2 本棒構造の場合，部材間に生じた応力差が再構築を引き起こし，最適作動の基準としての等応力状態

$$\sigma'_{p1} = \sigma'_{p2} \tag{2.7}$$

が外負荷 P の下で図 2.4(c) に示すように達成されると考える．この場合，第 2.4 節で述べた体積的な変化として部材断面積 A_i と部材自然長変化を表す初期ひずみ ε_i^0 が，応力を調整するパラメータとして再構築により変化することが考えられ

る．この再構築の結果として構成式が

$$\sigma_i = E_i(\varepsilon_i - \varepsilon_i^0) \tag{2.8}$$

へと変化することになる．この結果は，図 2.4(d) に示す負荷 P を取り除いた状態で，力の釣合

$$\sigma_{r1}A_1' + \sigma_{r2}A_2' = 0 \tag{2.9}$$

を満足する残留応力 σ_{ri} および残留ひずみ ε_r が生じることを意味している．ここで，A_i' は再構築後の各部材の断面積を表している．この間の応力－ひずみ関係を模式的に表したものが図 2.5 であり，以上が瀬口モデルの概要である．

この力学系は閉じていないことがわかる．すなわち，等応力条件式 (2.7) は，部材間の相対的な応力差が 0 となることを表現しているのみであり，再構築平衡における応力の値そのものは決定することができない．このため，他の規範が必要となる．従って，このモデルは，再構築過程に残留応力を導入する基本的な考え方を与えるものであるが，再構築平衡における等応力状態を達成するための再構築則である式 (2.1) の記述が必要となる．

再構築後の構造は繰返し負荷に対して定常な弾性変形のみを示す．無負荷状態においてもさらに残留応力の相違による再構築を考えると，負荷の繰返しに対して再構築を繰返し，この過程が定常状態へと達するならば，等応力基準に基づく適応過程を示しており，また逆に，発散していく可能性も有している．

2.5.2 再構築の集中定数系速度形モデル

速度形で記述される再構築則は，骨の再構築による力学的調整過程を特徴付ける最も基本となるモデルである．ここでは，前述の瀬口モデルの考え方に基づき，2 本棒構造の再構築則について考える．

再構築平衡における等応力状態を目指す再構築の駆動力として考えられる最も単純な場合として，再構築が部材間の応力差

$$\Delta\sigma_i(t) = \sigma_i(t) - \sigma_j(t) \qquad (i, j = 1, 2; i \neq j) \tag{2.10}$$

により駆動されると考える．すなわち，2 本棒モデルにおいては，図 2.4(b) の状態で応力 σ_{p1} と σ_{p2} の応力差が再構築を駆動すると考える．ここで，t は時間を

表す．さらに，再構築平衡点近傍の不感帯 (Huiskes et al. 1987) の存在を仮定し，実際に再構築を駆動する有効の応力差 $\Delta\sigma_i^e(t)$ を閾値を表す不感帯幅 $\Delta\sigma^s\,(>0)$ を用いて

$$\Delta\sigma_i^e(t) = \mathrm{sgn}\{\Delta\sigma_i(t)\}\max\{|\Delta\sigma_i(t)| - \Delta\sigma^s, 0\} \tag{2.11}$$

と表す．ここで考える速度形の再構築モデルは，等応力化のための体積変化を，応力差が減少する方向を表現する低次モデルとして有効応力差 $\Delta\sigma_i^e(t)$ 関数として表す．すなわち，単純なモデルとして再構築による部材断面積 A_i の変化速度が，有効応力差 $\Delta\sigma_i^e(t)$ に対して線形に表されるものとし，

$$\frac{1}{A_i(t)}\frac{dA_i(t)}{dt} = K_i\Delta\sigma_i^e(t) \tag{2.12}$$

と表す．ここで，パラメータ K_i は，正の再構築速度パラメータである．

有効応力差 $\Delta\sigma_i^e(t)$ には，式 (2.10) から

$$\Delta\sigma_1^e(t) = -\Delta\sigma_2^e(t) \tag{2.13}$$

の関係があるため，部材断面積 $A_1(t)$ と $A_2(t)$ の間には

$$\frac{dA_2(t)}{dA_1(t)} = -\frac{K_2A_2(t)}{K_1A_1(t)} \tag{2.14}$$

なる関係が成立する．すなわち，再構築を支配する 2 つの微分方程式 (2.12) における独立変数は 1 つになる．このモデルの定常解は，式 (2.12) の左辺をゼロとすることにより求められるはずであるが，この関係は，有効応力差が不感帯幅に収まるという条件しか与えず，達成されるべき等応力値は定まらない．この状況は，第 2.5.1 項で紹介した瀬口モデルの結論そのものである．しかしながら，式 (2.12) の速度形モデルでは，時間とともに部材間の応力差が減少し，両部材の成長・吸収の速度パラメータ K_i の比により，最終的に達成される部材断面積 $A_1(\infty)$，$A_2(\infty)$ とそれに対応した等応力レベル $\sigma_1(\infty) = \sigma_2(\infty)$ が定まることになる．

2.5.3 時間等応力化モデル

骨に作用する力学的な負荷は必ずしも定常ではなく，時間的に変化するのが一般的である．この様な負荷の時間的な変化に対して骨が再構築により形態を変化させ，応力レベルあるいはひずみレベルを変化させることが知られている．この

様な時間的な応力レベルの変化が再構築を引き起こすと考え，すなわち時間的な等応力状態を目指す再構築則を考える．すなわちここでは，第 2.5.2 項の集中定数系モデルを応力の時間的な不均一さを再構築の駆動力として考慮した時間等応力化モデルとして拡張する．

負荷レベルの時間的な変化は，現時点における応力 $\sigma(t)$ と過去の履歴に大きく依存する応力 $\sigma^m(t)$ との差により決定され，その差が履歴の記憶に対する慣性として働き再構築を駆動すると考える．そこで，過去の履歴を含む記憶応力 σ^m を

$$\sigma^m(t) = \int_0^\infty \sigma(t-s)g(s)ds \tag{2.15}$$

と定義する．ここで，関数 g は，減衰記憶の効果を表現する重み関数であり，

$$\int_0^\infty g(s)ds = 1, \qquad g(\infty) = 0 \tag{2.16}$$

とする．この記憶応力 $\sigma^m(t)$ と現在の応力 $\sigma(t)$ との差により時間等応力状態を目指して再構築が駆動されると考える．その再構築則として，部材断面積 A の部材の変化を表現すると

$$\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial t} = C_t \frac{|\sigma| - |\sigma^m|}{|\sigma^m|} \tag{2.17}$$

と表される．ここで，$C_t\,(>0)$ は，正の再構築速度パラメータである．

2.5.4 空間等応力化モデル

前項 2.5.3 の時間等応力化モデルに対して，骨組織内応力の空間的な不均一さが再構築を駆動すると考える，すなわち，空間的な等応力状態を目指す再構築則を考える．これは，前節までに述べた集中定数モデルを一次元分布定数系モデルへと拡張することを意味する．厚さ $W(x)$ の一次元的な板状組織に作用する外負荷 P が，図 2.6 に示すように組織内の応力 $\sigma(x)$ の x 軸方向分布をもたらす．この応力分布の不均一性により再構築が駆動され板厚が変化すると考える．2 本棒構造における部材間応力差に対して，この一次元分布モデルでは，局所とその近傍での応力との相対量を表現するために応力の導関数を用い，応力の空間的不均一性を表現する．ここでは，空間座標である x 軸の正負方向の依存性をなくすために 2 次の導関数を用いる．すなわち，再構築則として，式 (2.12) の表現を拡張

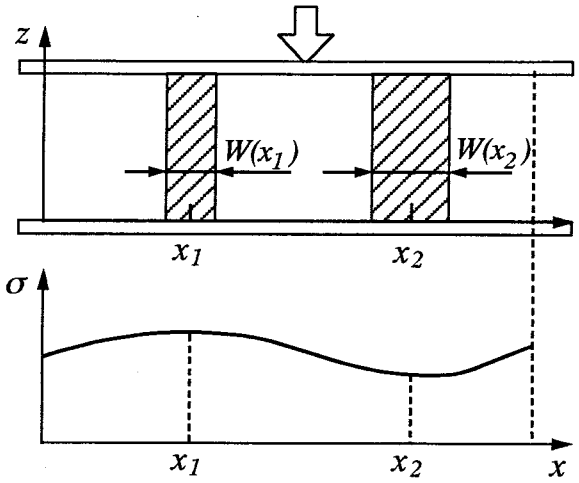


図 2.6 一次元分布モデル

することで

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial t} = -C_s \nabla^2 \sigma(x,t) \tag{2.18}$$

と表すことができる．ここで，$C_s\,(>0)$ は，再構築の速度パラメータであり，記号 ∇^2 は空間座標 x に関する 2 階の導関数を示す．また，ここでは不感帯をゼロとして記述している．この集中定数系モデルから一次元分布定数系モデルへの拡張は，第 3 章で述べる三次元モデルへのさらなる拡張を行う際の基本的な考え方を与えるものである．

2.5.5 自然状態変化

再び第 2.5.2 項の集中定数系モデルを用いて，等応力化を目指す再構築により生じた部材断面積の変化がどのようにして部材自然状態の変化をもたらし，どのような形式で式 (2.2) が記述され，さらに構成式 (2.3) に反映されるかについて考える．ここで述べる考え方は，一次元分布定数系モデル，さらには第 3 章で述べる三次元の連続体モデルへの拡張が可能である．

集中定数系モデルの部材断面積変化による自然状態変化のモデル化を行う．図 2.7 に示す微小時間区間 $[t,\, t+\Delta t]$ での再構築を考える．区間終端での断面積 $A_i(t+\Delta t)$ は，区間開始端での断面積 $A_i(t)$ と区間内での再構築量 $A_{gi}(t)$ の和

$$A_i(t+\Delta t) = A_i(t) + A_{gi}(t) \tag{2.19}$$

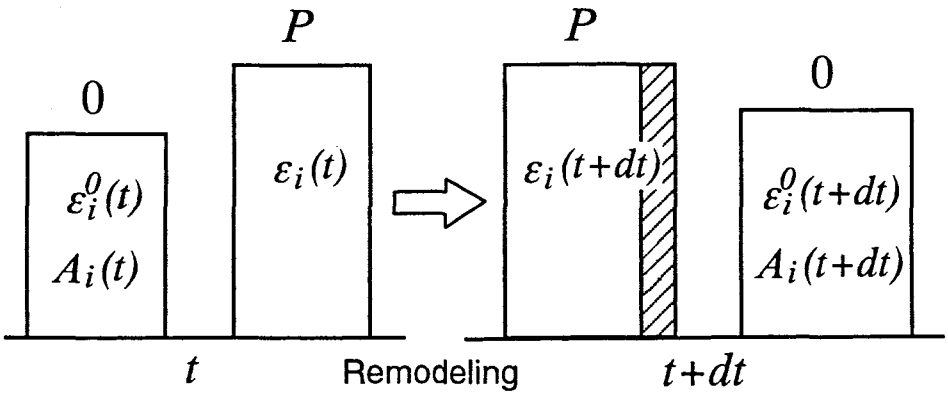


図 2.7　再構築による部材断面積変化にともなう部材自然長の変化

$$A_{gi}(t) = \frac{dA_i(t)}{dt}\Delta t \tag{2.20}$$

として表される．ここで，$A_{gi}(t) > 0$ は成長を，$A_{gi}(t) < 0$ は吸収を表す．負荷 P を受けた状態で断面積変化による再構築を行う時，新生質はひずみ ε_i の変形状態にある旧生質の自然状態を参照することはできない．すなわち，新生質の自然状態と旧生質の自然状態は異なることが予想される．そこで，再構築による部材断面積の変化過程を次のように考える．まず新生質は自然状態で生じた後，新・旧生質間で応力再分配を行う．この結果，新生質・旧生質の重ね合わされたものと等価な均質状態となる．このことより，再構築過程では部材長およびひずみは変化しない．

$$\varepsilon_p(t + \Delta t) = \varepsilon_p(t) \tag{2.21}$$

また，これより各部材の内力 P_i も変化しない．

$$P_i(t) = \sigma_{pi}(t)A_i(t) = \sigma_{pi}(t + \Delta t)A_i(t + \Delta t) \tag{2.22}$$

以上より，式 (2.12) のうちの 1 つの微分方程式により，区間終端での断面積が定められ，その結果，式 (2.8) に含まれる部材自然長変化を表す初期ひずみ ε_i^0 は

$$\varepsilon_i^0(t + \Delta t) = \frac{A_{gi}(t)\varepsilon_p + A_i(t)\varepsilon_i^0(t)}{A_i(t + \Delta t)} \tag{2.23}$$

に変化する．このようにして得られた初期ひずみ ε_i^0 の時間変化率の極限を取るこ

とで，自然状態の変化則は初期ひずみ ε_i^0 の速度形モデルとして

$$\frac{d\varepsilon_i^0}{dt} = \frac{1}{A_i}\frac{dA_i}{dt}(\varepsilon_i - \varepsilon_i^0) \tag{2.24}$$

と表すことができる．以上の再構築過程を，模式的に図 2.7 に表す．このような負荷の作用方向に対して並列な再構築による体積変化は，皮質骨におけるハバース管内表面，あるいは海綿骨における骨梁表面のおける再構築 (Parfitt 1994) と同様の変化と考えられる．

2.6 再構築モデルの基本的特性の検討

前節 2.5 で述べた残留応力を考慮した骨の力学的再構築の速度形モデルの基本的な特性について，軸心負荷が繰返し作用する長骨モデルに対する再構築を例に検討する．また，時間・空間等応力化を目指す再構築則についても，軸心負荷の荷重の増大に対する再構築，および軸心負荷から偏心負荷への負荷形態の変化に対する再構築を例に検討する．

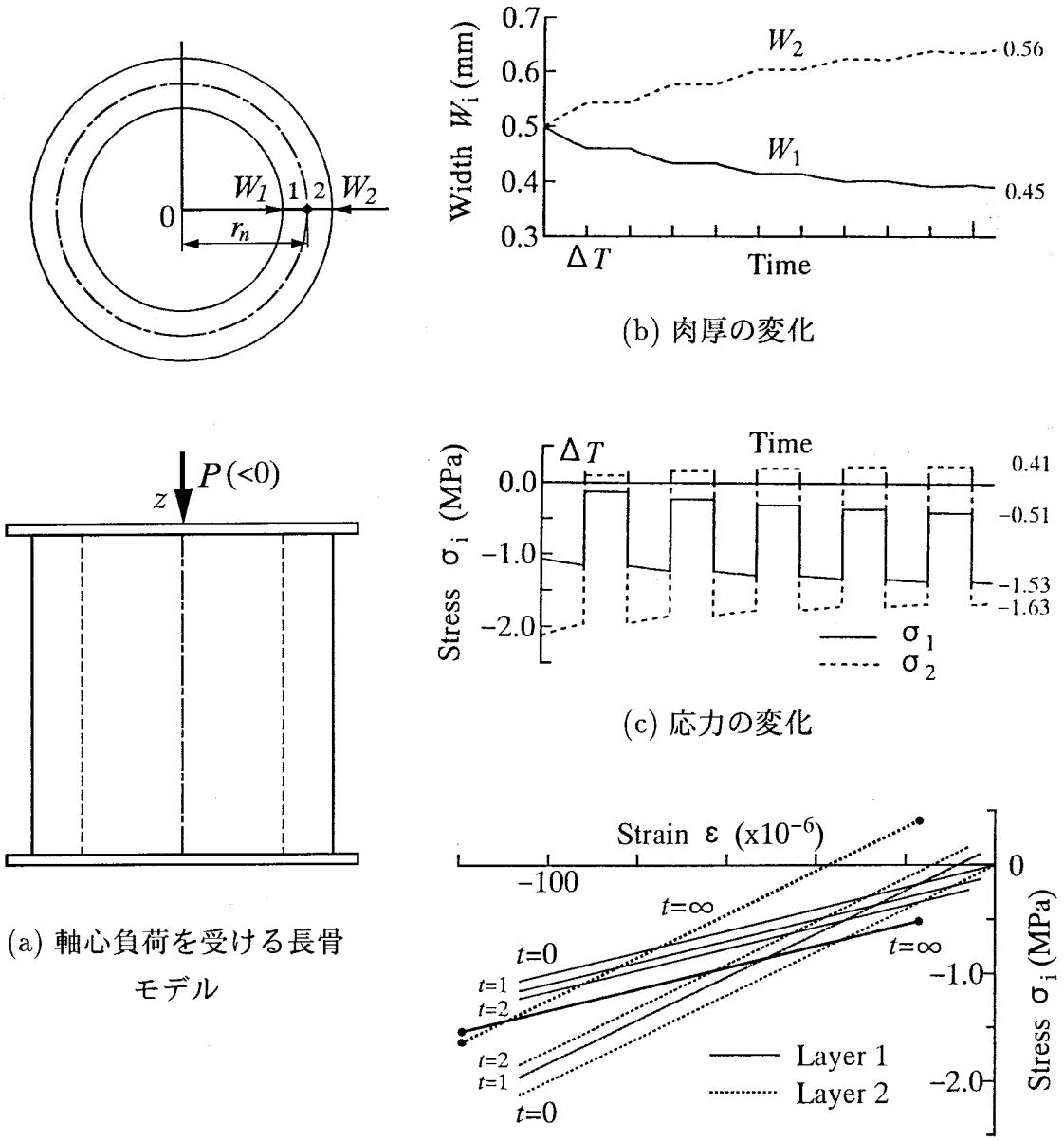
2.6.1 繰り返し負荷に対する長骨の再構築

軸心荷重が繰り返し作用する長骨骨幹部の再構築シミュレーションを第 2.5.1 項の集中定数系モデルを用いて行い，式 (2.12) および式 (2.24) に示した再構築の速度形モデルの特性について検討する．

長骨骨幹部を図 2.8(a) に示すように軸対称 2 層円筒としてモデル化する．内層 ($i = 1$) を海綿骨，外層 ($i = 2$) を皮質骨と考え，i 層の肉厚を $W_i(\theta, t)$ と表す．ここで，θ は周方向座標を，t は時間を表す．また，各層の弾性係数を E_i とする．2 層の境界面の半径を r_n とし，z 軸方向応力 σ_i の θ 方向分布のみを考え，これを境界面半径 r_n 上での値として取り扱うこととする．また，各層の応力－ひずみ関係は，

$$\sigma_i(\theta) = E_i\{\varepsilon(\theta) - \varepsilon_i^0(\theta)\} \tag{2.25}$$

である．ここで，$\varepsilon(\theta)$ および $\varepsilon_i^0(\theta)$ は，それぞれ z 軸方向のひずみおよび初期ひずみである．



(a) 軸心負荷を受ける長骨モデル

(b) 肉厚の変化

(c) 応力の変化

(d) 応力－ひずみ関係の変化

図 2.8　繰り返し軸心負荷に対する長骨の再構築シミュレーション

この 2 層円筒の肉厚 W_i および初期ひずみ ε_i^0 が周方向に一様であり，なおかつ軸心負荷が作用するとき，応力 σ_i は周方向に一様に分布するため，このモデルは図 2.4(a) に示した集中定数系モデルに帰着する．ここでは，層 i の肉厚 $W_i(t)$ が式 (2.12) の A_i と同様の再構築により変化する変数となり，その再構築速度は

$$\frac{1}{W_i(t)}\frac{dW_i(t)}{dt} = K_i \Delta\sigma_i^e(t) \tag{2.26}$$

と表現することができる．ここで，有効応力差 $\Delta\sigma_i^e(t)$ は，式 (2.11) と同様にして不感帯幅 $\Delta\sigma^s$ を用いて表すものとする．

ケーススタディーとして，初期状態において周方向に一様な自然状態 $\varepsilon_i^0 = 0$ を有する 2 層円筒に周期 $2\Delta T$ の 0 と P の負荷が繰り返し作用する場合の再構築シミュレーションを行う．ここで作用する繰返し負荷は，構造に対する変動負荷を単純化して表したものである．シミュレーションに用いたパラメータは，初期肉厚を $W_1(0) = W_2(0) = 0.5\,\mathrm{mm}$，2 層間界面位置を $r_n = 2.5\,\mathrm{mm}$，弾性係数を $E_1 = 10\,\mathrm{GPa}$，$E_2 = 20\,\mathrm{GPa}$，再構築の速度パラメータを $K_1 = K_2 = 0.1/(\mathrm{MPa}\cdot\Delta T)$，不感帯の閾値を $\Delta\sigma^s = 0.1\,\mathrm{MPa}$ とした．ここで，再構築速度パラメータ K_i は，第 1 番目の単位時間 ΔT における再構築による肉厚の変化が初期の 1 %となるように決定した．

再構築による各層の肉厚 W_i の時間的変化を図 2.8(b) に表す．時刻 $t = 0$ において負荷 $P = -25\,\mathrm{N}$ が作用したとき，各層に生じる応力は，図 2.8(c) に示すように $\sigma_{p1} = -1.06\,\mathrm{MPa}$，$\sigma_{p2} = -2.12\,\mathrm{MPa}$ となり，この層間の応力差により再構築が始まる．負荷 P の下での再構築により，層 2 の厚み W_2 が増加することで応力 σ_{p2} が低下する．逆に，層 1 の厚み W_1 が減少することで応力 σ_{p1} は増加する．この間，層間の応力差は，図 2.8(c) に示すように時間とともに減少する．時刻 $t = \Delta t$ において外部負荷 P が取り除かれ外力が 0 になると，各層に残留応力 σ_{ri} と残留ひずみ ε_r が生じることがわかる．この時，残留応力にも層間に差が生じるが，この差は不感帯幅内にあるため再構築は生じない．

時間の進展と共に繰り返しの外負荷 P の下で再構築を繰り返すことで層間の応力差が次第に減少し，逆に無負荷 (負荷 0) 状態においても残留応力の層間の相違が増大し再構築が開始する．さらに続く負荷状態，無負荷状態における再構築の繰り返しにより，再構築過程が定常状態に至り，図 2.8(d) に示すように各層の応

力－ひずみ関係が新たな弾性的な挙動を示す状態へと変化することになる．このように，再構築により各層が見かけの応力－ひずみ関係を変化させ，残留応力を含めた新たな平衡状態へと移行する力学的適応過程が確認された．

2.6.2 軸心負荷の変化に対する長骨の再構築

第 2.5.3 項で示した時間等応力化モデルの基本特性を検証するために，円筒に作用する軸心負荷の大きさの変化に対する再構築のシミュレーションを行う．ここでは議論を単純にするために前節の 2 層円筒モデルを単純化し，図 2.9(a) に示す両端を剛体板で固定された単層円筒モデルを用いる．

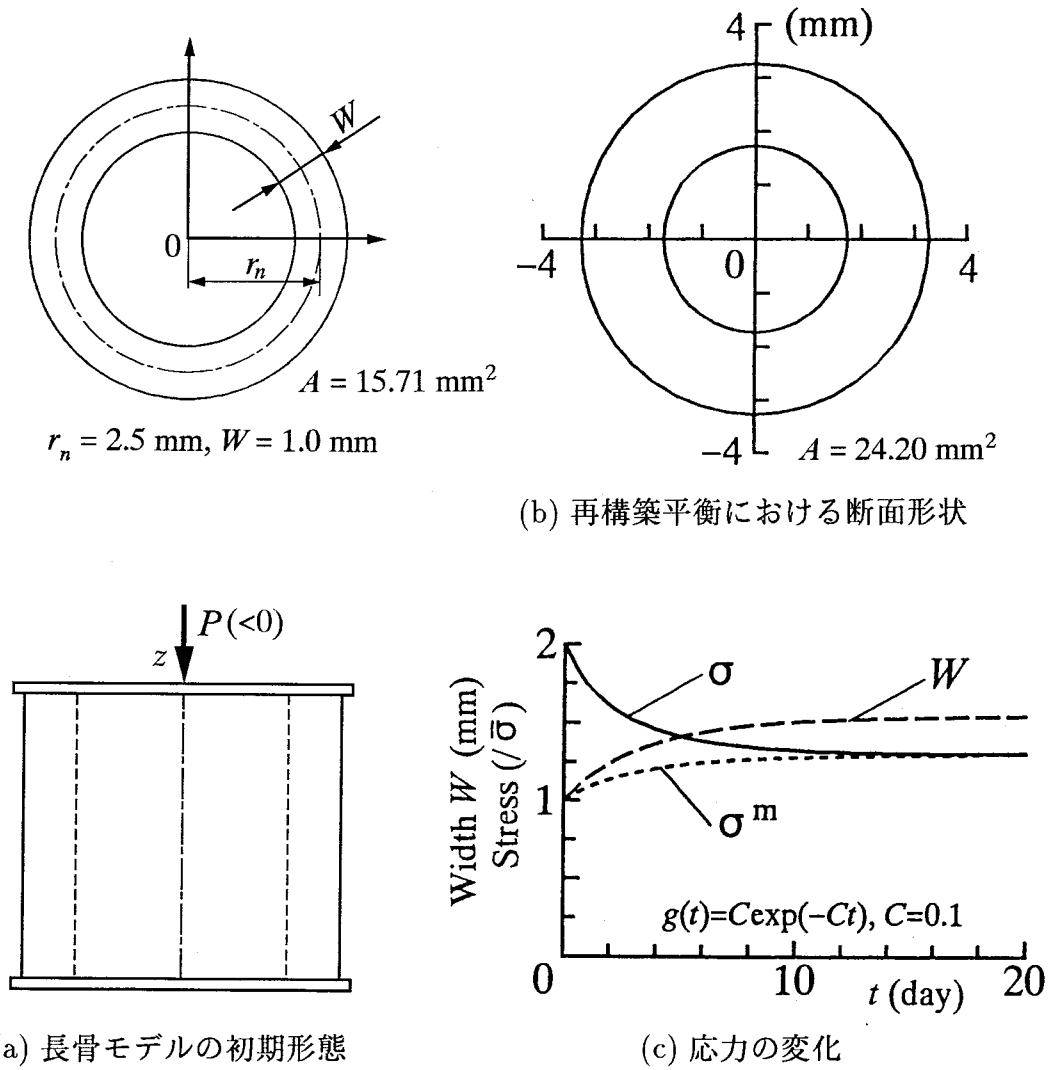


図 2.9 軸心負荷の変化に対する長骨再構築シミュレーション (時間等応力化)

まず，座標 z 軸方向に時間 $t<0$ において定常に作用する軸心荷重に対して z 軸方向の応力が周方向に一様に分布している状態を考える．すなわち，空間的な等応力状態が実現されているものとする．この時，肉厚 W は周方向に一様である．この再構築平衡状態から軸心荷重の大きさのみが時刻 $t=0$ において変化した場合，時間軸に対する応力の不均一性により再構築が生じる．過去の応力の履歴は，式 (2.15) に示したように過去から現在までの応力履歴と減衰効果を有する重み関数 g との積を用いて畳み込み積分することにより求められる．さらに，式 (2.17) に示した時間等応力化を目指す再構築則を円筒モデルに当てはめることで，再構築による肉厚 W の変化速度は，

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial t}=C_t\frac{|\sigma|-|\sigma^m|}{|\sigma^m|} \tag{2.27}$$

と表すことができる．

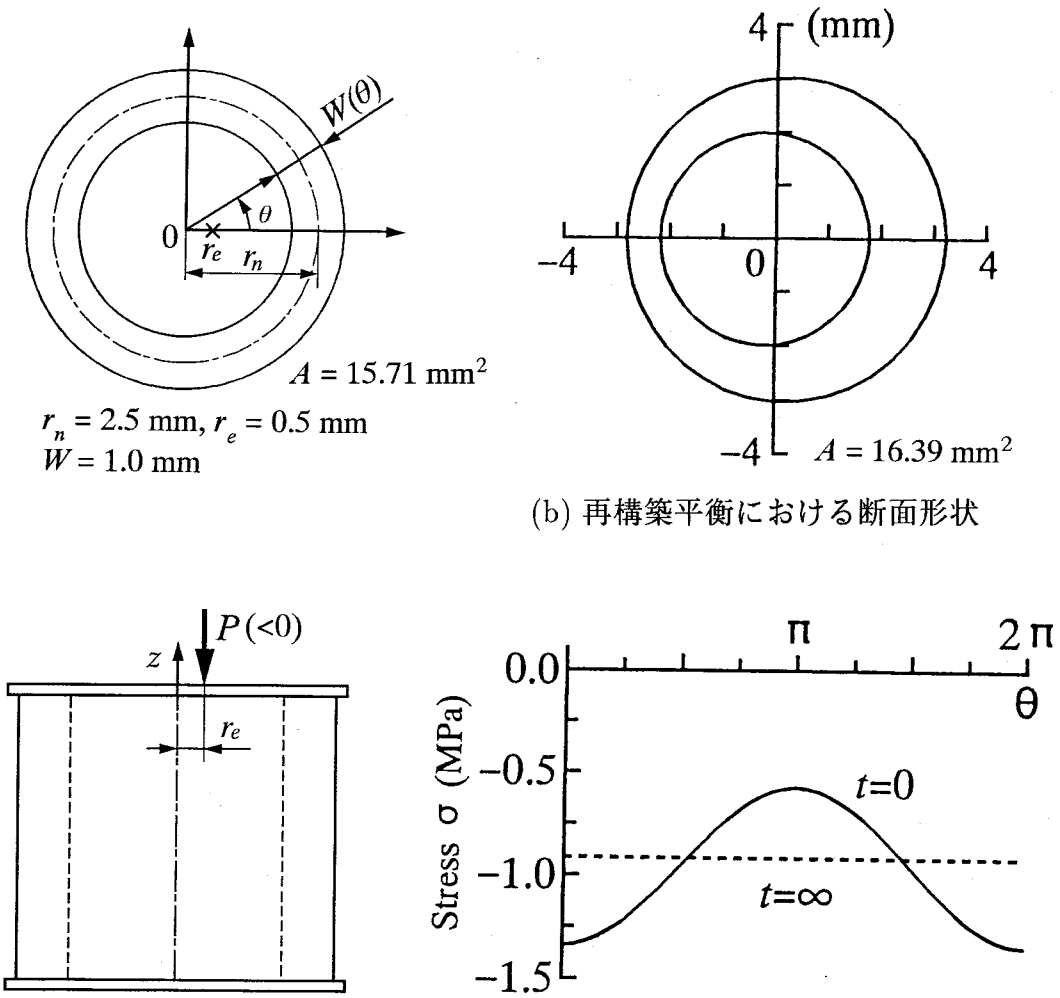
円筒の中立半径を $r_n=2.5\,\mathrm{mm}$，弾性係数は一様に $E=15\,\mathrm{GPa}$，再構築の速度パラメータは $C_t=0.16/\mathrm{day}$ とする．重み関数は，$g(t)=C\exp(-Ct), C=0.1$ とする．ここで，パラメータ C_t の値は，豚の尺骨切除にともなう橈骨再構築の実験 (Goodship et al. 1979) において初期の 1, 2ヶ月で再構築による断面積変化が生じ，3ヶ月後にはほぼ再構築が完了したことが報告されており，これを参照して重み関数 $g(t)$ の値が 1ヶ月後に初期の 5%となるよう設定した．また，初期時刻 $t=0$ において，円筒の厚みは $W=1.0\,\mathrm{mm}$ とし，軸心圧縮荷重 $P=-15\,\mathrm{N}$ の下で再構築平衡状態にあるものとし，この時の初期ひずみは一様に $\varepsilon^0=0$，応力は一様に $\bar{\sigma}$ とする．

軸心の圧縮荷重が $t=0$ において $P=-15\,\mathrm{N}$ から $P=-30\,\mathrm{N}$ に増加した場合を考える．この時，現時点での応力と記憶応力との差，$|\sigma(0)|-|\sigma^m(0)|$ は正値を取り，よって式 (2.27) により円筒の肉厚が増加するように再構築が始まる．再構築による肉厚 W の増加につれ，応力 $\sigma(t)$ は調整され減少し，応力差 $|\sigma|-|\sigma^m|$ は図 2.9(c) に示すように減少する．最終的には，$t=20\,\mathrm{days}$ 付近から新しい再構築平衡状態と達し，円筒の肉厚変化が停止する．この再構築による適応過程により，円筒の断面積は，図 2.9(a) 上に示す $A=15.71\,\mathrm{mm}^2$ から図 2.9(b) に示すように $24.20\,\mathrm{mm}^2$ へと増加した．すなわち，負荷の増大に対する骨断面積の増加による適応結果を示している．

2.6.3 偏心負荷に対する長骨の再構築

再び前項 2.6.2 の初期状態を考え，再構築平衡状態において作用する図 2.9(a) の軸心負荷が，図 2.10(a) に示すように偏心負荷となった場合の再構築シミュレーションを行う．すなわち，偏心負荷の作用により z 軸方向の応力 $\sigma(\theta)$ が周方向に分布し，この応力の空間的不均一性により空間等応力化を目指す再構築が駆動される．空間的な応力の不均一性は，式 (2.18) と同様の考え方で表現され，空間等応力化を目指す肉厚 W の再構築則は周方向座標 θ の 2 次の導関数を用いて

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial t} = -C_s \frac{\partial^2 |\sigma|}{\partial \theta^2} \tag{2.28}$$



(b) 再構築平衡における断面形状

(a) 長骨モデルの初期形態

(c) 応力の周方向分布の変化

図 2.10 偏心負荷に対する長骨再構築シミュレーション (空間等応力化)

と表すことができる．ここで，C_s は正の再構築パラメータであり，本シミュレーションでは $C_s = 0.63\mathrm{mm}^2/$ (MPa·day) とした．

単層円筒に作用する z 軸方向の偏心荷重の作用位置を円筒座標系 (r, θ) を用いて $(r_e, 0)$ と表す．ここでは，軸心 $r_e = 0$ に作用していた負荷が時刻 $t = 0$ において $r_e = 0.5\,\mathrm{mm}$ に作用する偏心負荷に変化した場合を考える．この偏心負荷の作用は，図 2.10(c) に実線で示すように周方向に応力の分布をもたらし，再構築が開始される．この応力分布が再構築による肉厚の変化により調整され，時刻 $t = \infty$ において図 2.10(c) に破線で示すように一様な分布へと変化する．再構築の結果として，図 2.10(b) に示すように円筒の肉厚は不均一に分布し，偏心負荷の作用する側で肉厚が増加し，反対側では減少する形状へと変化した．再構築の前後において，断面積は，$A = 15.71\,\mathrm{mm}^2$ から $16.39\,\mathrm{mm}^2$ とほとんど変化していないにも関わらず，図心は負荷の作用点へと移動した．この結果は，応力均一化のための形態変化として定性的に十分理解し得る現象を表現している．

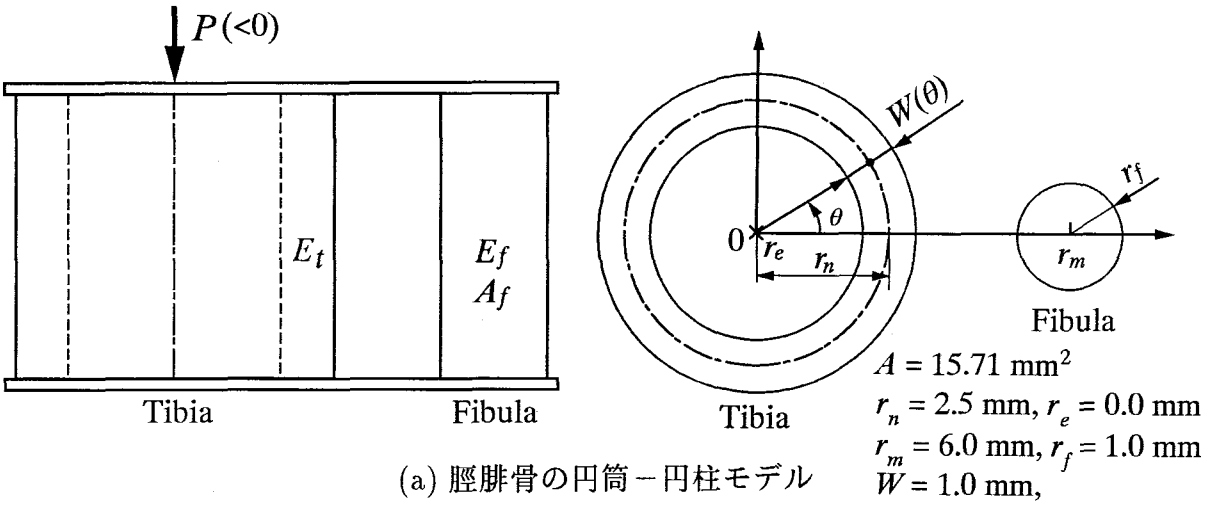
2.7 家兎脛腓骨残留応力の検証

前節 2.6 で検討した長骨モデルを用いて第 2.2 節で示した家兎脛腓骨の再構築シミュレーションを行い，残留応力解放実験の結果との比較により等応力仮説に基づく再構築モデルについて検証する．

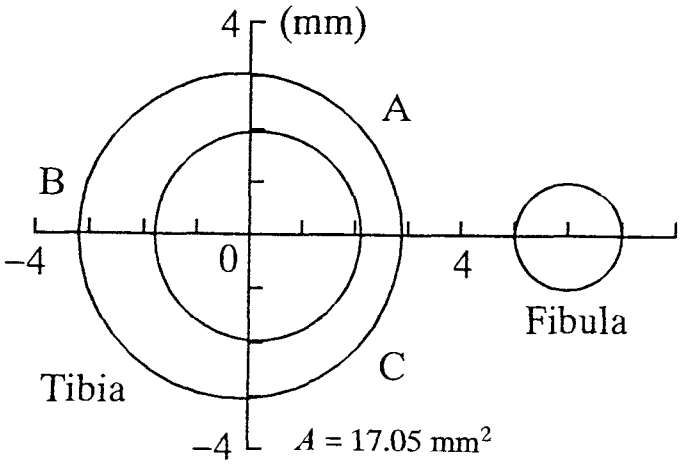
2.7.1 脛腓骨の単純モデル

脛骨を図 2.11(a) に示すように中立半径 $r_n = 2.5\,\mathrm{mm}$，肉厚が初期状態において一様に $W(\theta, 0) = 1.0\,\mathrm{mm}$ の中空円筒として，一方腓骨は，$r_m = 6.0\,\mathrm{mm}$ に位置する半径 $r_f = 1.0\,\mathrm{mm}$ の中実円柱としてモデル化する．これら 2 本の骨が，剛体板を介して不静定に連結されているとする．弾性係数は脛骨，腓骨それぞれ $E_t = E_f = 15\,\mathrm{GPa}$ とした．初期状態 $(t < 0)$ は，$r_e = 1.0\,\mathrm{mm}$ の位置，すなわち脛腓骨の図心位置に圧縮負荷 $P = -15\,\mathrm{N}$ が作用する状態で再構築平衡にあると仮定した．この初期状態において，脛骨内の応力は 0.76 MPa で一様である．

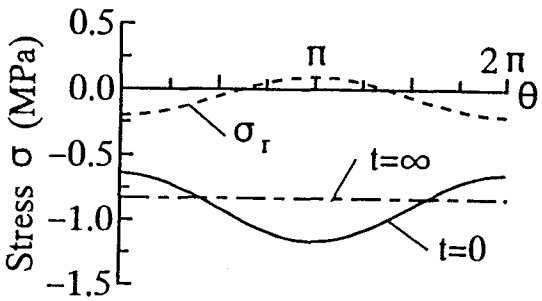
この例では，時刻 $t = 0$ において，負荷作用点が $r_e = 1.0\,\mathrm{mm}$ から $r_e = 0.0\,\mathrm{mm}$ へと変化したとき，時間・空間等応力化を目指す再構築のシミュレーションを行



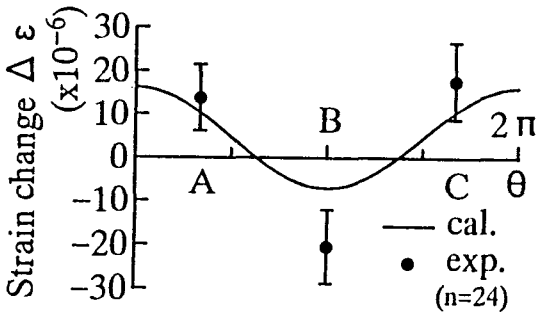
(a) 脛腓骨の円筒－円柱モデル



(b) 再構築による断面形状変化



(c) 脛骨の応力分布変化



(d) 腓骨切断にともなうひずみ

図 2.11　脛腓骨再構築と残留応力解放シミュレーション

う．問題をより単純にするため，本シミュレーションでは腓骨は再構築を行わず，作用する負荷を部分的に弾性的な変形により負担すると考える．すなわち，再構築は脛骨のみについて考える．この脛骨の肉厚変化の再構築則は，時間・空間等応力化を目指し，式 (2.27) と式 (2.28) を足しあわせることで

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial t} = C_t \frac{|\sigma| - |\sigma^m|}{|\sigma^m|} - C_s \frac{\partial^2 |\sigma|}{\partial \theta^2} \tag{2.29}$$

と表現する．ここで用いた速度パラメータは，第 2.6.2，2.6.3 項と同じ値を用いた．また，式 (2.24) で示した初期ひずみの発展式も同様に考慮されており，ここでは，

$$\frac{\partial \varepsilon^0}{\partial t} = \frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial t}(\varepsilon - \varepsilon^0) \tag{2.30}$$

として用いた．

2.7.2 再構築シミュレーションによる検証

初期時刻 $t = 0$ において負荷 P が作用したときの脛骨内の応力分布を 図 2.11(c) に実線で示す．負荷作用位置 r_e は，第 2.6.2 節で示した例と同じであるが，腓骨の存在により脛骨内部の応力分布は不均一になり，$\theta = \pi$ の位置で最大となる．再構築の結果，脛骨内部の応力分布は，図 2.11(c) に一点鎖線で示すように一様に調整される．この時，脛骨の肉厚分布は，腓骨に面する外側で減少し，逆に内側で増加し，再構築平衡 ($t = \infty$) における断面形状は，図 2.11(b) に示すようになる．この再構築の結果，図 2.11(c) に破線で示すように脛骨内部に残留応力 σ_r が生じ，腓骨には 0.15 MPa の引張りの残留応力が生じた．

第 2.2 節で示したように，家兎脛腓骨を用いた残留応力解放実験において残留応力の存在が確認されたが，ここでは，シミュレーションにより得られた再構築平衡における残留応力を数値的に解放することでその検証を行う．実験と同様に再構築平衡において外負荷を取り外した状態をひずみ参照状態とした．数値的に腓骨を切断することにより，脛腓骨に内在する残留応力が解放される．すなわち，図 2.11(d) に実線で示すように $\theta = 0$ 付近の外側では脛骨軸方向に正のひずみ変化が生じ，逆に，$\theta = \pi$ 付近の内側では負のひずみ変化が生じた．この図の中で，A, B および C はそれぞれ実験でひずみ変化を測定したゲージ位置を表しており，その位置におけるひずみの変化は，表 2.1より同図中に黒丸で示すように

$\Delta\varepsilon_A = 13.9 \pm 7.7$, $\Delta\varepsilon_B = -20.3 \pm 8.4$, および $\Delta\varepsilon_C = 17.8 \pm 8.9$ であった．このようには，数値的に得られた結果は実際の残留応力解放実験により得られた結果ほぼ同様の傾向を示していることが図 2.11(d) からわかる．

2.8 牛尾椎体の残留応力の検証

第 2.3 節で示した皮質骨と海綿骨がなす椎体骨に内在する残留応力の解放実験により観察された体幹軸方向および周方向のひずみについて，本章で述べた健常な負荷状態における力学的最適性を等応力状態と特徴付ける仮説の下で考察する．実験に用いた椎体の挙動を表す力学モデルとして，図 2.12(a) に示すように椎体を単純化し，第 2.3 節で示した実験手順 (3) で除去する内部の海綿骨 (Region 1) を円柱，残りの海綿骨部 (Region 2) および外部の皮質骨をそれぞれ円筒としてモデル化する．これらが両端部で剛体板により不静定構造をなしていると考える．

2.8.1 三本棒モデルによる体幹軸方向残留応力の検証

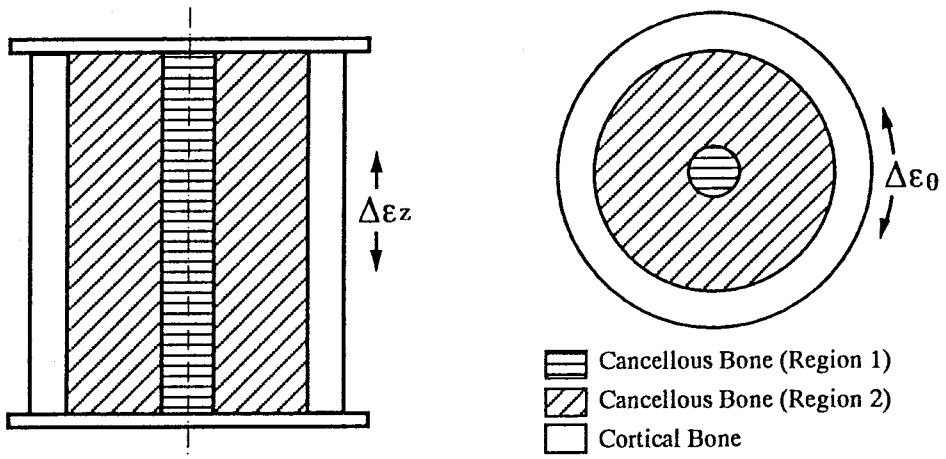
体幹軸方向の挙動を表すモデルとして海綿骨の Region 1, 2 および皮質骨をそれぞれ弾性棒とし，それらが不静定構造をなす図 2.12(b) の三本棒モデルを考え，これを用いて実験で観察された体幹軸方向のひずみから椎体内部の力学状態を推定する．領域を内側の海綿骨から順に $i = 1, 2, 3$ で区別する．部材 i を弾性係数 E_i，断面積 A_i，面積率 $A_{ri}(0 \leq A_{ri} \leq 1)$，再構築による部材長変化を表す初期ひずみ ε_i^0 の弾性体と考える．この 3 本棒モデルに対して外力 P が作用したとき，各部材には 3 本に共通のひずみ ε_p とそれぞれの応力 σ_{pi}

$$\sigma_{pi} = E_i(\varepsilon_p - \varepsilon_i^0) \tag{2.31}$$

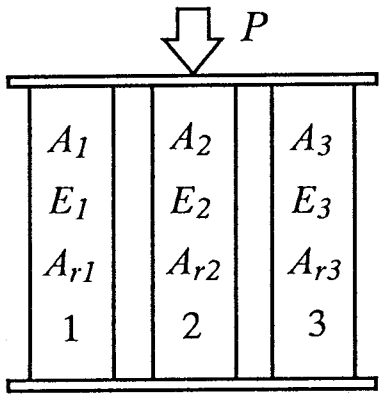
が生じ，外力 P と

$$\sigma_{p1}A_1 + \sigma_{p2}A_2 + \sigma_{p3}A_3 = P \tag{2.32}$$

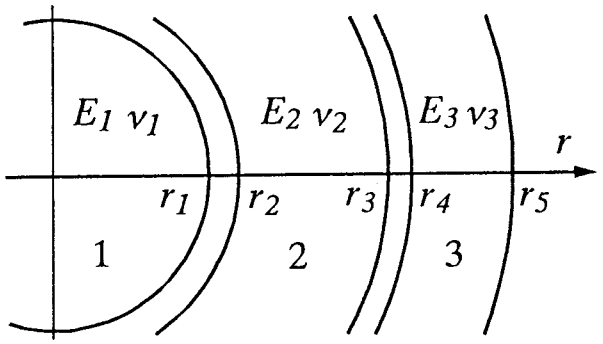
の釣り合い状態にある．海綿骨は空隙を多く有することから，見かけの応力である σ_{pi} と実際に力を受け持つ骨部分に作用する有効応力 σ_{pi}/A_{ri} は異なる．この外力 P の下で，応力調整過程としての再構築を考え，その平衡状態において有効



(a) 椎体の三層円筒モデル



(b) 三本棒モデル



(c) 三層平面ひずみモデル

図 2.12 椎体の単純モデル

応力 σ_{pi}/A_{ri} の大きさが等しく等応力値 $\sigma_z^{eq}\,(>0)$ になる

$$\frac{|\sigma_{p1}|}{A_{r1}} = \frac{|\sigma_{p2}|}{A_{r2}} = \frac{|\sigma_{p3}|}{A_{r3}} = \sigma_z^{eq} \tag{2.33}$$

とする等応力仮説を導入する．再構築平衡状態における各部材の応力－ひずみ関係を図 2.13 に模式的に示す．さらに，式 (2.33) の等応力状態を満足した後，外力 P を取り除いた状態において，釣合式

$$\sigma_{r1}A_1 + \sigma_{r2}A_2 + \sigma_{r3}A_3 = 0 \tag{2.34}$$

を満足する残留応力 σ_{ri} が生じることになる．残留応力解放実験においては，この無負荷状態が測定したひずみの参照状態となり，第 2.3 節の手順 (3), (4) により

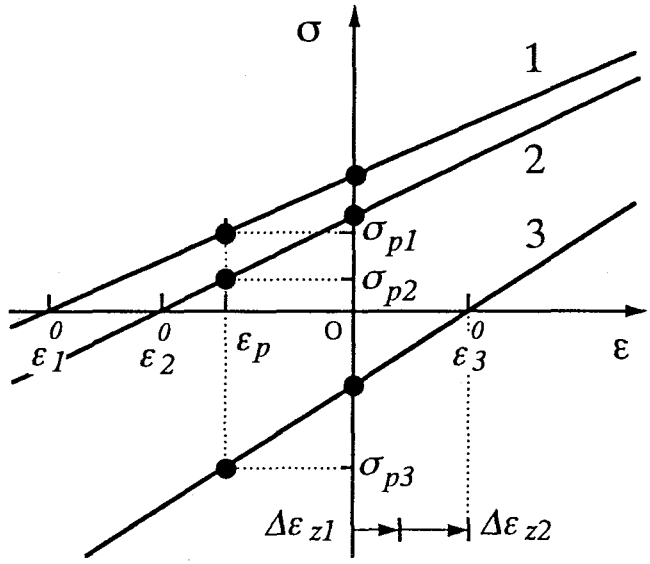


図 2.13　3 本棒モデルの応力－ひずみ関係の模式図

生じるひずみの変化 $\Delta\varepsilon_{z1}$, $\Delta\varepsilon_{z2}$ を用いて各部材の初期ひずみ ε_i^0 は図 2.13より

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1^0 &= -\frac{E_2A_2+E_3A_3}{E_1A_1}\Delta\varepsilon_{z1}\\ \varepsilon_2^0 &= \Delta\varepsilon_{z1}-\frac{E_3A_3}{E_2A_2}\Delta\varepsilon_{z2}\\ \varepsilon_3^0 &= \Delta\varepsilon_{z1}+\Delta\varepsilon_{z2}\end{aligned}\right\} \tag{2.35}$$

と求められる.

海綿骨の面積率は，ゲージ部を含む横断面での平均値 $A_{r1}=A_{r2}=0.28$ とし，皮質骨は緻密な組織であることから $A_{r3}=1.0$ とした．一般に，海綿骨の弾性係数は見かけの密度の約 3 乗に比例することから (Carter and Hayes 1977)，皮質骨の弾性係数 E_3 を用いて海綿骨の弾性係数は $E_i=E_3A_{ri}^3$ と決定した．すなわち，皮質骨の弾性係数 $E_3=20\,\mathrm{GPa}$ に対して海綿骨の弾性係数を $E_i=E_3A_{ri}^3=0.44\,\mathrm{GPa}$ とした.

横断面の海綿骨部断面積 $A_1=28.3\,\mathrm{mm}^2$, $A_2=139.7\,\mathrm{mm}^2$, 皮質骨部断面積 $A_3=139.5\,\mathrm{mm}^2$, 実験により解放されたひずみの平均値 $\Delta\varepsilon_{z1}=23.7\times10^{-6}$, $\Delta\varepsilon_{z2}=29.3\times10^{-6}$ を式 (2.35) に代入することで初期ひずみ ε_i^0 が求められる．さらに，式 (2.31) のひずみ ε_p と式 (2.33) の等応力値 σ_z^{eq} の 2 つの未知変数に対して，各部材の有効応力と等応力値との誤差自乗 $(|\sigma_{pi}|/A_{ri}-\sigma_z^{eq})^2$ の有効面積 A_iA_{ri}

の比の重み和

$$E(\varepsilon_p, \sigma_z^{eq}) = \sum_{i=1}^{3} A_i A_{ri}(|\sigma_{pi}|/A_{ri} - \sigma_z^{eq})^2 \tag{2.36}$$

が最小となるようひずみ ε_p および σ_z^{eq} を付録 A1 に示すシンプレックス法を用いて求めると，$\varepsilon_p = -96.6\times10^{-6}$, $\sigma_z^{eq} = 2.99\,\mathrm{MPa}$ が得られた．次の第 2.8.2 項では，この求められた体幹軸方向の等応力値を，周方向の等応力値と比較する．

2.8.2 三層モデルによる周方向残留応力の検証

体幹軸に垂直な横断面 ($r-\theta$ 断面) に着目し，周方向の挙動を表すモデルとして図 2.12(c) に示す三層円筒平面ひずみモデルを考え，焼きばめモデル (Timoshenko 1956) の考え方を用いて実験で観察された周方向のひずみから等応力状態を推定する．前節 2.8.1 と同様に内側から順に添え字を $i = 1, 2, 3$ とし，各層の弾性係数を E_i，ポアソン比を ν_i とした．各層の自然状態における内外半径を図 2.12(c) に示すように $r_1 \sim r_5$ とする．一般には $r_1 \neq r_2$，$r_3 \neq r_4$ であり，このはめ合いにより各界面にはめ合い圧が，また周方向残留応力が生じる．

まず，図 2.14 に示す無負荷状態における部材 1–2 間, 2–3 間のはめ合い圧を p_1, p_2 とすると，各層の半径方向変位 $u_i(r)$ は

$$\left.\begin{aligned}
u_1(r) &= \frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}{E_1} p_1 r \\
u_2(r) &= \frac{1+\nu_2}{E_2(r_3^2 - r_2^2)} \left\{ (1-2\nu_2)(r_3^2 p_2 - r_2^2 p_1) r + \frac{r_2^2 r_3^2}{r}(p_2 - p_1) \right\} \\
u_3(r) &= -\frac{(1+\nu_3) r_4^2}{E_3(r_5^2 - r_4^2)} \left\{ (1-2\nu_3) r + \frac{r_5^2}{r} \right\} p_2
\end{aligned}\right\} \tag{2.37}$$

と求められる．両界面における 2 つの変位適合条件式

$$\left.\begin{aligned}
r_1 + u_1(r_1) &= r_2 + u_2(r_2) \\
r_3 + u_2(r_3) &= r_4 + u_3(r_4)
\end{aligned}\right\} \tag{2.38}$$

を連立させることにより，はめ合い圧 p_1，p_2 を求め，これらを式 (2.37) に示す部材 3 の半径方向の変位 $u_3(r)$ に代入することにより実験でゲージが貼付された皮質骨表面 ($r = r_5$) の変位 $u_3(r_5)$ が求められる．よって，解放実験の手順 (3), (4)

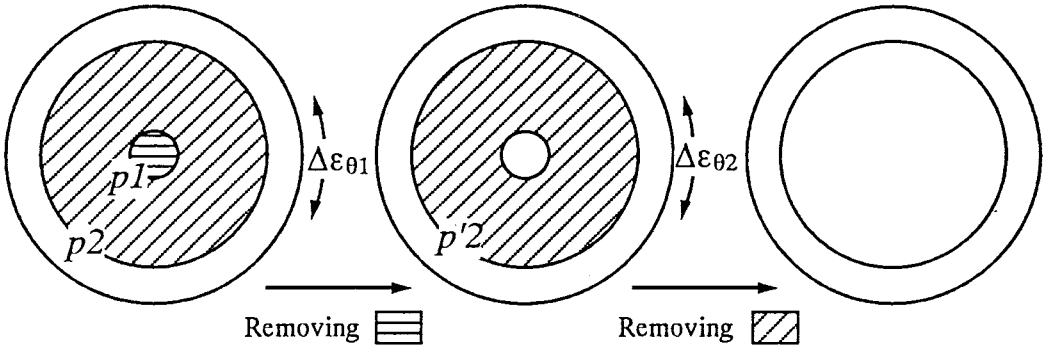


図 2.14　3 層円筒焼きばめモデル

で生じたひずみの変化 $\Delta\varepsilon_{\theta 1}$，$\Delta\varepsilon_{\theta 2}$ の合計が，$u_3(r_5)$ と

$$\Delta\varepsilon_\theta = \Delta\varepsilon_{\theta 1} + \Delta\varepsilon_{\theta 2} = -\frac{u_3(r_5)}{r_5} \tag{2.39}$$

のように関係付けられる．

次に，手順 (3) で海綿骨部材 1 が除去され，部材 2–3 間で新たな平衡状態に達した時のはめ合い圧を p_3 とすると，この時の各層の半径方向変位 $u_i'(r)$ は

$$\left.\begin{aligned} u_2'(r) &= \frac{1+\nu_2}{E_2(r_3^2-r_2^2)}\left\{(1-2\nu_2)r_3^2 r + \frac{r_2^2 r_3^2}{r}\right\}p_2' \\ u_3'(r) &= -\frac{(1+\nu_3)r_4^2}{E_3(r_5^2-r_4^2)}\left\{(1-2\nu_3)r + \frac{r_5^2}{r}\right\}p_2' \end{aligned}\right\} \tag{2.40}$$

と求められる．この時のはめ合い圧 p_3 を界面での適合条件式

$$r_3 + u_2'(r_3) = r_4 + u_3'(r_4), \tag{2.41}$$

から求め，これを式 (2.40) に示す部材 3 の半径方向の変位 $u_3'(r)$ に代入することで解放実験の手順 (4) によって皮質骨表面に生じる周方向ひずみ $\Delta\varepsilon_{\theta 2}$ は

$$\Delta\varepsilon_{\theta 2} = -\frac{u_3'(r_5)}{r_5} \tag{2.42}$$

と関係づけられる．

前項 2.8.1 で示した体幹軸方向の等応力関係式 (2.33) と同様に周方向の有効応

力の等式は各層での周方向応力の平均値 $\bar{\sigma}_{\theta i}$

$$\left.\begin{aligned}\bar{\sigma}_{\theta 1} &= \frac{1}{r_1}\int_0^{r_1}\sigma_{\theta 1}dr = p_1 \\ \bar{\sigma}_{\theta 2} &= \frac{1}{r_3-r_2}\int_{r_2}^{r_3}\sigma_{\theta 2}dr = -\frac{p_2 r_3 - p_1 r_2}{r_3-r_2} \\ \bar{\sigma}_{\theta 3} &= \frac{1}{r_5-r_4}\int_{r_4}^{r_5}\sigma_{\theta 3}dr = -\frac{p_2 r_4}{r_5-r_4}\end{aligned}\right\} \tag{2.43}$$

を用いて

$$\frac{|\bar{\sigma}_{\theta 1}|}{A_{r1}} = \frac{|\bar{\sigma}_{\theta 2}|}{A_{r2}} = \frac{|\bar{\sigma}_{\theta 3}|}{A_{r3}} = \sigma_\theta^{eq} \tag{2.44}$$

と表される．ここで，$\sigma_\theta^{eq}(>0)$ は等応力値を表す．

以上より，各円柱，円筒の寸法である 5 つの半径 r_i および等応力値 σ_θ^{eq} の合計 6 つの未知変数に対して，式 (2.39)，(2.42) および (2.44) の合計 5 つの関係式が得られた．そこで，実験終了後に測定可能な皮質骨の内径 $\bar{r}_4$ および外径 $\bar{r}_5$ と未知変数 r_4，r_5 の誤差の自乗和が実験結果 $\Delta\varepsilon_{\theta 1} = 28.1\times10^{-6}$，$\Delta\varepsilon_{\theta 2} = 68.7\times10^{-6}$ を代入した 5 つの関係式の制約の下で最小となるように r_i および σ_θ^{eq} の 6 つの未知変数を決定した．ここではポアソン比を $\nu_i = 0.3$ と仮定し弾性係数は前節と同様にして求めた．その結果，3 層モデルの各寸法半径は $r_1 = 2.63\,\mathrm{mm}$, $r_2 = 2.63\,\mathrm{mm}$, $r_3 = 7.56\,\mathrm{mm}$, $r_4 = 7.57\,\mathrm{mm}$, $r_5 = 9.69\,\mathrm{mm}$ となり，この結果は，実際の測定値 $r_4 = 7.31\,\mathrm{mm}$, $r_5 = 9.89\,\mathrm{mm}$ と比較して妥当な値と言える．また，等応力状態における等応力値は $\sigma_\theta^{eq} = 2.43\,\mathrm{MPa}$ となり，体幹軸方向で得られた結果と同程度の値を示しており，等応力仮説の有用性が示された．

2.9 結 言

生体組織は成長・吸収による再構築を繰り返しており，自らの置かれた力学環境の変化に対して適応する能力を有している．この過程が局所的な体積変化をともなう場合，それは組織としての応力やひずみの調整過程としてとらえることができる．この再構築の結果としてもたらされる力学状態に何らかの最適性が存在する場合，その過程そのものが何らかの最適性を目指す適応過程であり，逆に考えると再構築平衡状態における力学的最適性を検討することで生体組織の適応性

の理解が深まるものと考えられる．本章では，骨構造に対しても同様な考え方を導入し，再構築による組織の局所自然状態変化と構造体としての不静定性に起因する組織内残留応力に着目し，その配置のもたらす力学的最適性として，再構築平衡状態における等応力状態あるいは一様応力状態の仮説の下で応力調整過程としての骨の力学的再構築に関する検討を行った．以上より得られた結果を以下にまとめる．

まず，これまで軟組織において観察されている生体組織内の残留応力の存在を，硬組織である骨についても残留応力解放実験を行うことで確認した．2本の長骨の形成する不静定構造である家兎の脛腓骨，ならびに1つの骨の中で皮質骨－海綿骨系のなす不静定構造としての牛尾椎体を用いて，残留応力の解放実験を行った．家兎脛腓骨で観察されたひずみ変化は，脛骨が腓骨に面する側である外側で圧縮，反対側の内側で引張りを受けていることを示すものであり，脛骨に腓骨側への曲げが内在していたこと，腓骨自身には引張りの残留応力が存在していたことを示した．また，尾椎体皮質骨－海綿骨系の実験で得られたひずみ変化は，皮質骨内部に体幹軸方向の圧縮残留応力が，逆に海綿骨内部には引張残留応力が存在していたことを示し，また，周方向に観察された正のひずみは，海綿骨と皮質骨の界面に作用する海綿骨側からの半径方向の引張力によって皮質骨の内部に周方向の圧縮残留応力が存在していたことを示すものであった．

次に，残留応力を考慮した骨の力学的再構築モデルの提案を行った．再構築による適応を体積変化による応力調整過程としてとらえ，骨組織に内在する不静定構造を簡単化して表現した単純不静定構造モデルを用いて，無負荷状態における残留応力の存在を考慮する再構築則を，平衡状態における力学的最適性を時間・空間等応力状態として特徴付ける形式で提案した．このモデルでは，局所的な力学状態は参照するが他の骨の再構築モデルに見られるような目標応力値や最適応力値を導入しない形式で表現した．さらに，提案したモデルの基本的な特性を検討するために，長管骨モデルを用いて，繰り返し負荷を受ける場合，軸心負荷の大きさが増大した場合，軸心負荷が偏心負荷に変化した場合に対してそれぞれシミュレーションを行い，提案した応力の不均一性を参照した再構築モデルが，体積変化により自然状態を変化させ応力調整を行うとともに，それに対応する骨の形態変化を表現できることが示された．

最後に，残留応力解放実験で用いた家兎脛腓骨および椎体皮質骨－海綿骨系のモデルを用いた再構築シミュレーションを行い，実験結果との比較により観察されたひずみ変化から等応力仮説の下で再構築平衡状態における等応力状態の推定および残留応力の役割について検討した．脛腓骨から得られた結果に対しては，円筒－円柱モデルを用いて再構築シミュレーションならびに再構築平衡状態からの残留応力解放実験を数値的に行い，実際の実験との比較検討を行った．牛尾椎体皮質骨－海綿骨系から得られた結果に対しては，体幹軸方向には三本棒モデルを，周方向には円柱・円筒の三層円筒モデルを用いることにより，等応力性の規範の下で再構築平衡状態における等応力状態が推定された．これらの結果より，骨の再構築による力学的適応の規範としての等応力仮説の可能性と残留応力の重要性が示唆され，本モデルの現象記述の可能性が示された．

第 3 章

海綿骨再構築の格子連続体モデル

3.1 緒　言

骨の力学的再構築に関して，これまで，第 1.1.3 項で示したようなさまざまな実験的観察に基づき，第 1.1.4 項に示したように現象論的数理モデルがいくつか提案されてきた．それらは主に骨を巨視的にとらえ，その外形状変化や見かけの密度変化を，連続体としての巨視的な応力やひずみと関連付けたものがほとんどである．しかしながら，第 1.1.2 項に示したように再構築現象はエンベロープ上に存在する各種細胞の活動 (Parfitt 1984, 1994) によるものであるため，微視構造レベルにおける細胞への力学的刺激が重要な因子となることが予想される．近年，再構築と微視構造レベルの力学刺激との関連の重要性が指摘されはじめており (Cowin et al. 1991; Cowin 1993)，骨梁構造を反映した海綿骨の再構築モデル (Cowin et al. 1992a)，さらには微視構造レベルでの刺激を考慮したモデル (Sadegh et al. 1993; Weinbaum et al. 1994) も提案されるようになっている．このようなモデルを検討する際，骨梁構造のような微視構造における力学状態と，巨視的に見た骨の力学状態との対応を明らかにする必要がある．すなわち，骨の微視構造を考慮した連続体としての力学モデルの構築と，微視構造レベルにおける力学状態を連続体解析から評価する理論的枠組みが不可欠である．このような視点から，本章では再構築による微視構造変化が顕著であり，骨構造の有する最適性に関する議論において注目されることの多い海綿骨を対象とし，骨梁構造を考慮する海綿骨再構築の連続体モデルについて検討を進める．

海綿骨の骨梁構造が，力学的負荷の変化に応じて再構築により変化することは，臨床において (Singh et al. 1970) あるいは実験において (Goldstein et al. 1991)

観察されており，力学的環境と再構築による骨梁構造変化との間に密接な関連が存在することは広く認められているところである．また，海綿骨の力学特性は，骨梁構造の配向性や密度に大きく依存していることが知られている (Turner 1992). そのため，再構築平衡における骨梁構造と力学特性の関係，あるいはその平衡状態に至る再構築過程と骨梁構造変化との関係を定量的に検討することが重要となる．このような海綿骨の骨梁構造を定量的に検討する量として，ファブリックテンソル (付録 A2) が挙げられる．従来，海綿骨の弾性や強度の力学特性は，スカラー量である見かけの密度との関係でとらえられることが多かったが (Carter and Hayes 1977; Rohi et al. 1991; Hodgskinson and Currey 1992; Rho et al. 1993)，ファブリックテンソルを用いることにより海綿骨の直交異方性としての弾性係数テンソルを実験的に同定することが可能となった (Cowin 1985b; Sadegh et al. 1991)．また，そのファブリックテンソルの発展式を記述することで (Cowin et al. 1992a)，再構築のよる骨梁構造変化，さらにはそれにともなう力学特性変化の検討も試みられるようになってきた．これらは，器官としての骨を巨視的にとらえ，物体点が連続的に存在するいわゆる連続体としての取扱いに基づき，密度や異方性を考えるものである．しかしながら，骨梁構造を有する海綿骨は，本質的に連続体とは異なり，微視構造をなす骨梁レベルでの力学状態を連続体の枠組みの中で評価するためには，空間的尺度に大きく依存する (Harrigan et al. 1988) 海綿骨の力学特性を，何らかの拡張により取り扱う必要がある．

物体点を構成する基本要素に空間的な広がりを持たせ，その大きさや方向を表現する理論，すなわち古典連続体理論の拡張として物体内部の微視構造の影響を考慮し得る理論の 1 つとしてコッセラ連続体理論 (付録 A3) が知られる．一般に，コッセラ連続体理論においては，古典弾性理論の応力に加え偶応力も考慮され，特性長さと呼ばれる長さの次元を持つ材料定数が加えられる．この特性長さを導入することにより，微視構造に依存する特性を反映した連続体モデルの構築が可能となる．骨の力学においては，皮質骨に対してコッセラ連続体としての取扱いによりその特性長さを実験的に求めようとする試みがあるが (Yang and Lakes 1982)，海綿骨をコッセラ連続体として取り扱った例はこれまで報告されていない．内部の微視構造を有する海綿骨の力学的再構築を検討するためには，微視構造の影響を考慮し得るコッセラ連続体を用いた力学モデルの提案とそれを用いた解析が有

用であると考えられる．

本章では，コッセラ連続体の考えに基づき，骨梁構造を有する海綿骨を三次元格子連続体としてモデル化し，第 2 章で示した力学的再構築の基本的考え方を導入した再構築のモデル化とシミュレーションを行う．そこで，まず海綿骨の骨梁構造の基礎的な特徴を把握する尺度を得るため，海綿骨の骨梁構造の特徴量の一つであるファブリックテンソルの椎体内における分布計測について述べる．次に，骨梁構造を有する海綿骨を三次元直交格子連続体としてモデル化し，偶応力理論に基づいてその構成式を導出する．また，三次元直交格子連続体モデルの弾性係数の方向依存性および弾性係数と体積分率との関係について検討することにより，海綿骨の力学モデルとしての妥当性を検討する．最後に，微視構造レベルでの応力の等応力化を目指す力学的再構築モデルを提案し，これを用いて圧縮と曲げ負荷を受ける椎体の力学的再構築シミュレーションを行う．さらに得られた再構築平衡状態における体積分率分布および残留応力分布について，第 2.3 節で示した牛尾椎を用いた実験結果との比較を通じて提案した再構築モデルの妥当性について検討する．

3.2 海綿骨の骨梁形態計測

海綿骨は，内部に図 3.1 に示すような網目状の骨梁構造を有している．この骨梁構造は，骨のおかれた力学状態に応じてそれぞれ特徴的な密度や配向性の分布を示しており，骨の有する再構築による適応性の観点からこれまでさまざまな検討が行われてきた (Wolff 1986)．特に，再構築平衡状態における組織の応力やひずみなどの力学因子と骨梁構造 (Cowin 1986)，あるいはその骨梁構造に大きく依存する力学特性との関連 (Goulet et al. 1994) について，多くの議論が行われてきた．このような海綿骨の特徴的な骨梁構造は再構築の結果として形成・維持されていると考えられ，骨梁構造と再構築あるいは力学特性との関係を検討する上で，骨梁構造の定量的な評価が不可欠となる．そこで本節では，第 2.3 節で用いた牛尾椎海綿骨を試料として骨梁構造の配向性や特徴長さを表すファブリックテンソル (Harrigan and Mann 1984; Turner and Cowin 1987) の椎体内における分布を計測する．

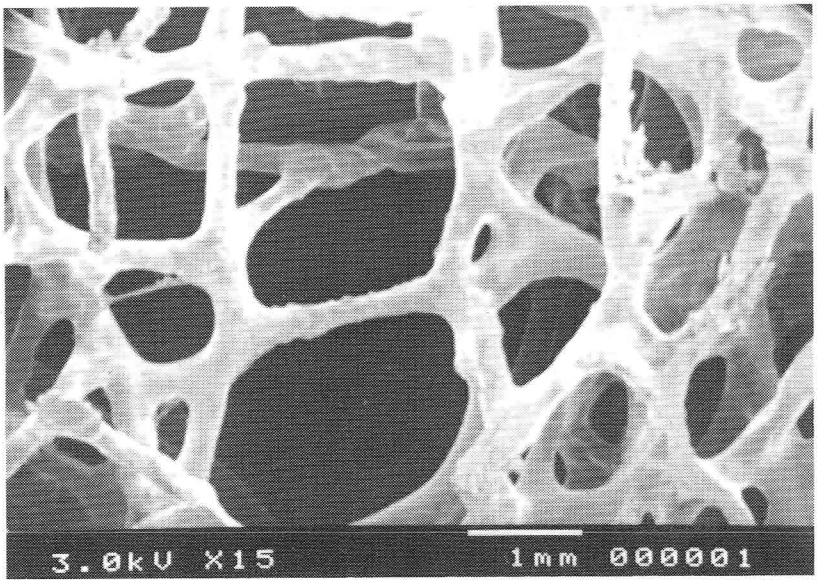


図 3.1 牛尾椎体海綿骨の骨梁構造の SEM 像 (JSM-5300: 日本電子製)
(1% KOH 水溶液中で 40 分間煮沸し，流水下で洗浄後自然乾燥する．冠状断面から観察)

3.2.1 試料と計測方法

成牛の最も頭方側の第 1 尾椎より，厚さ 5 mm の海綿骨切片を切り出し，計測試料とする．この切片を濃度約 1% の KOH 水溶液中で約 40 分間煮沸して骨髄の除去と脱脂を行い，切断面表面を黒インクで着色した後計測を行う．計測に用いた画像処理システムを図 3.2 に示す．試料をテーブルの上に固定し，CCD カメラ

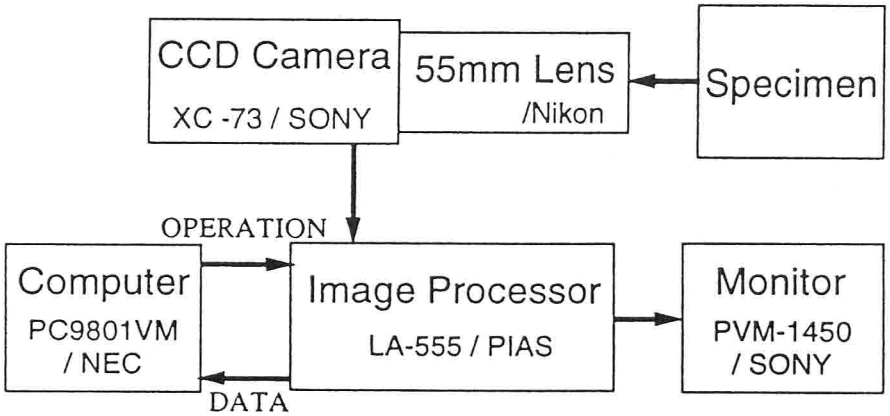
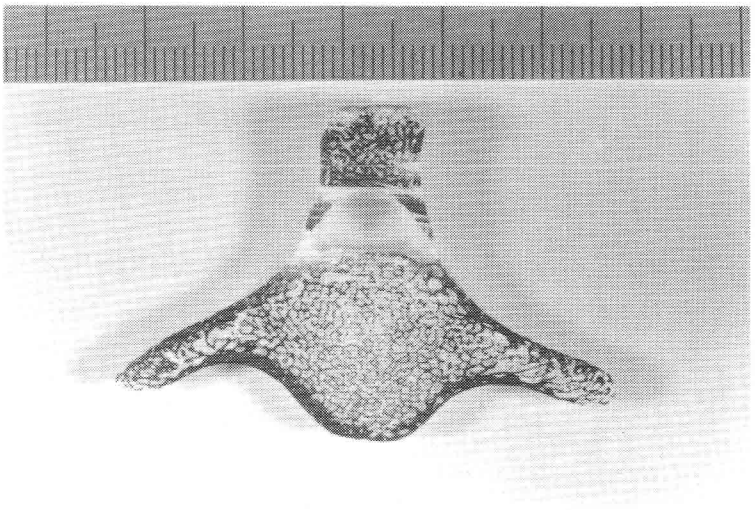


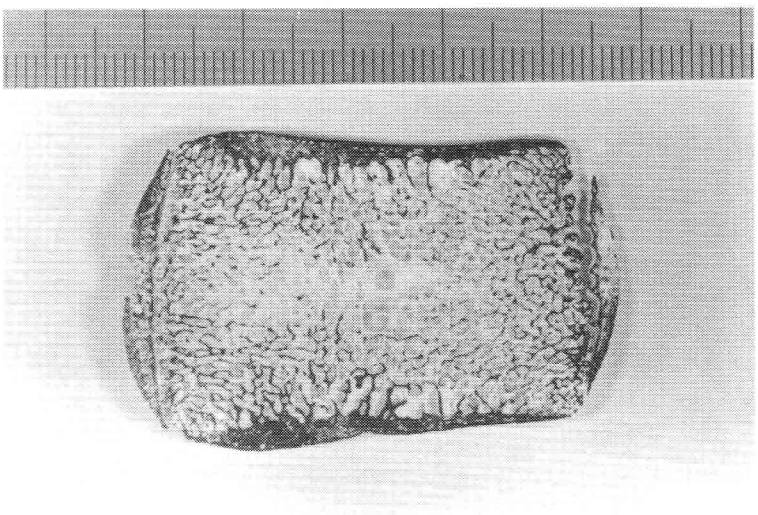
図 3.2 骨梁形態計測の画像処理システム

(XC-73: SONY 製) を用いて図 3.3 に示す黒インクで着色した試料切断面の一辺 5 mm の正方画像 (300×300 画素) を取り込み，画像処理装置 (LA-555: PIAS 製) を用いて骨梁部分と骨髄腔部分とに 2 値化する．この 2 値化データをもとに，ファブリックテンソルを算出する．

骨梁構造の配向性を表現するファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ は，物体を貫く θ 方向



(a) 尾側より 10 mm の横断面



(b) 椎体中心の冠状面

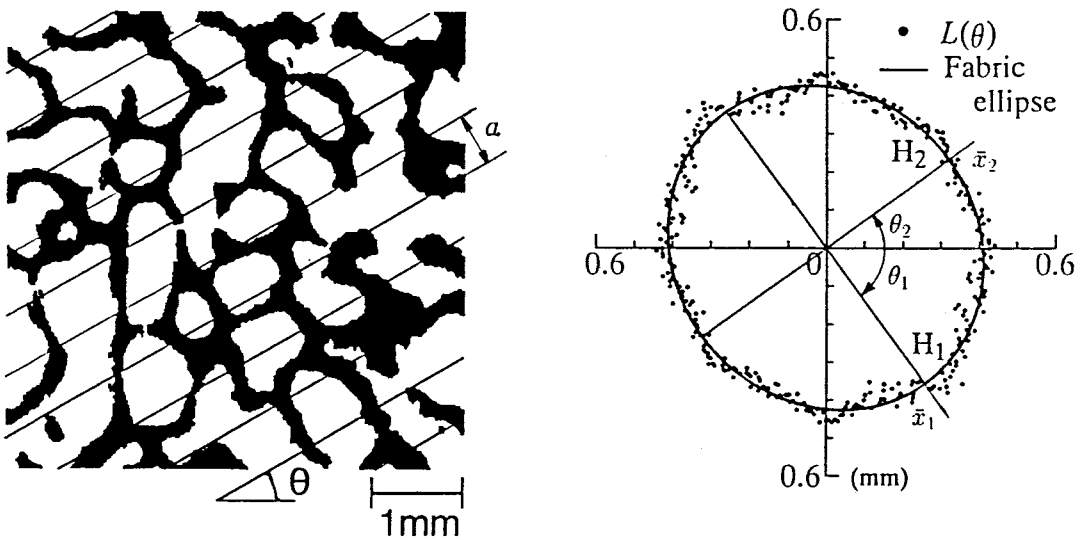
図 3.3　骨梁形態計測試料：牛尾椎体海綿骨

の直線が，骨梁と骨髄腔との境界を横切る平均長さ $L(\theta)$ (Mean Intercept Length: MIL) の形成する楕円体と関連づけられる (Cowin 1986). 詳細は付録 A2 に示す通りである．例えば図 3.4(a) に示す切断面上の二次元画像に対して，等間隔 a で θ 方向に走査し，走査線の全長 L^{total} を計算する．次に，走査線上で 2 値画像の値 [1 or 0] が変化する総数を境界の数 n とする．走査線の全長 L^{total} を境界の数 n で割った値すなわち $L(\theta) = L^{total}/n$ が θ 方向の MIL となる．この操作を θ を $\Delta\theta$ ずつ回転させて MIL の計測を行うと，図 3.4(b) 中に黒丸で示す計測値が得られる．二次元断面で見た場合，$L(\theta)$ は

$$\frac{1}{L^2(\theta)} = M_{11}\cos^2\theta + M_{22}\sin^2\theta + 2M_{12}\sin\theta\cos\theta \tag{3.1}$$

と表される楕円に良好に近似される．

式 (3.1) の係数 M_{ij} を成分に持つテンソル $\boldsymbol{M}$ を MIL テンソルと呼び，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ と $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{M}^{-1/2}$ の関係にある．ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ は正定 2 階の対称テンソルであり，その主方向は骨梁構造の主軸を，主値は主軸方向の骨梁構造の特徴的な長さを表す．例えば，図 3.4(a) の画像に対して，図 3.4(b) 中に黒丸で示す $L(\theta)$ の測定値が得られ，これらを最小自乗法で楕円に近似する



(a) 海綿骨断面の二次元二値化画像

(b) ファブリック楕円近似 ($a = 0.17\,\mathrm{mm}$, $\Delta\theta = 1°$)

図 3.4 骨梁構造のファブリック楕円計測

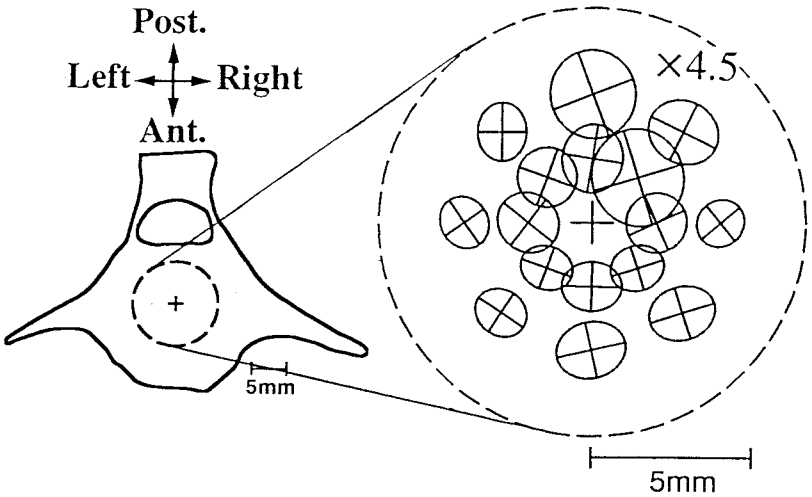
ことで，同図中に実線で示すファブリック楕円が得られる．ここで，二次元の楕円を決定するパラメータは式 (3.1) 中の 3 個 (M_{11}, M_{22}, M_{12}) であり，これらは付録 A1 に示すシンプレックス法 (Nelder and Mead 1965) を用いて求めた．得られた楕円の長径，短径は，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ の主値の 2 倍の値となり，骨梁構造の特徴的な長さを表し，楕円の主軸方向は骨梁構造の主軸方向を表している．このように，海綿骨の骨梁構造をファブリック楕円で近似することにより，骨梁構造の配向性，特徴長さを評価する指標を得ることができる．例えば，図 3.4(a) に示す例では，$\boldsymbol{H}$ の主値は $H_1 = 0.45\,\mathrm{mm}$，$H_2 = 0.35\,\mathrm{mm}$，主方向は $\theta_1 = -16.2°$，$\theta_2 = 73.8°$ である．

3.2.2 ファブリック楕円分布

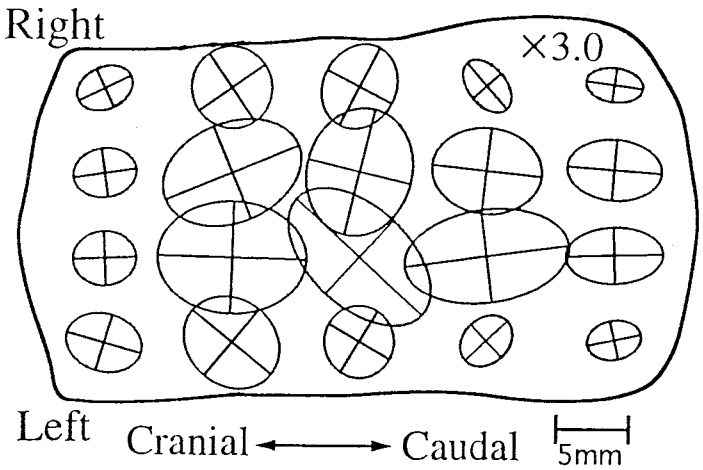
前節で示した骨梁構造の配向性は，単一骨の内部でも一様ではなく，健常な骨におけるその分布は，再構築平衡状態における骨梁構造の特徴量となり得る．一例として，図 3.3(a) に示す牛尾椎体の尾側より 10 mm の横断面と図 3.3(b) に示す椎体中心を通る冠状面に対して計測したファブリック楕円分布を以下に示す．

横断面については，まず椎体の中心をターンテーブルの中心に一致させ，次に，海綿骨の外周部 (半径 4 mm) と内周部 (半径 2 mm) に対して，ターンテーブルを 45° ずつ回転させ，計 16 箇所について計測を行った．横断面において得られたファブリック楕円の分布を図 3.5(a) に示す．椎体の寸法と比較して，ファブリック楕円の実寸は小さいため，各楕円の径は 4.5 倍に拡大して表示している．各楕円の主軸は，同一断面内において分布しており，その方向はほぼ椎体の半径方向と周方向に一致している．それらの大きさについてみると，二次元二階のテンソルの第 1 不変量を表す楕円の長径と短径の和の半分の値の平均値は，内周部で 0.42 mm，外周部で 0.44 mm と内周部の方が楕円の径が小さく，すなわち骨梁の特徴的な長さが短くなることがわかる．さらに，楕円の径の長短比についてみると，周方向径の半径方向径に対する比の平均値は，内周部で 1.08，外周部で 1.20 であり，周方向の径が半径方向の径よりも長いことがわかる．

冠状面について得られたファブリック楕円の分布を図 3.5(b) に示す．ここでは各楕円の径は 3 倍に拡大して表示している．冠状面では各楕円の主軸の方向は，ほぼ体幹軸方向に一致していることがわかる．また，それらの大きさは，横断面



(a) 横断面



(b) 冠状面

図 3.5 牛尾椎体海綿骨のファブリック楕円分布

と同様に長径と短径の和の半分の値を調べると周囲部の 14 点および内部の 6 点の平均値がそれぞれ 1.49 mm, 2.80 mm であり，皮質骨および骨端部近くで小さくなることがわかる．さらに，楕円の径の長短比についてみると，全 20 点での体幹軸方向径の半径方向径に対する比の平均値は，1.35 であり，体幹軸方向に長くなっていることがわかる．

この様に，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ の大きさや方向が一つの椎体内において特徴的な分布を示しており，骨梁構造と外力系との関連を示唆する一つの例である．

さらに，骨梁構造の特徴量は，力学特性の異方性やその分布と密接な関連があると考えられ，骨の力学的再構築による適応性を検討する上で重要な定量的データを与えるものと考えられる．

3.3 海綿骨の三次元格子連続体モデル

前節で示したような微視的な骨梁構造を有する海綿骨を，連続体の枠組みの中で取り扱うための力学モデルとして，偶応力理論に基づく三次元格子連続体モデルを提案する．

3.3.1 直交格子モデル

骨梁構造を有する海綿骨 (図 3.1) の力学モデルとして，図 3.6 に示す直交の骨組格子が三次元的に連続分布する三次元直交格子連続体を考える．微小体積中に十分多くの格子の存在を仮定し，さらに，格子部材はお互いに剛節に結合されていると仮定し，偶応力理論 (Mindlin 1963; Koiter 1964) に基づき定式化する．偶応力理論は，連続体としての構成要素が位置と方向を持つとするコッセラ連続体

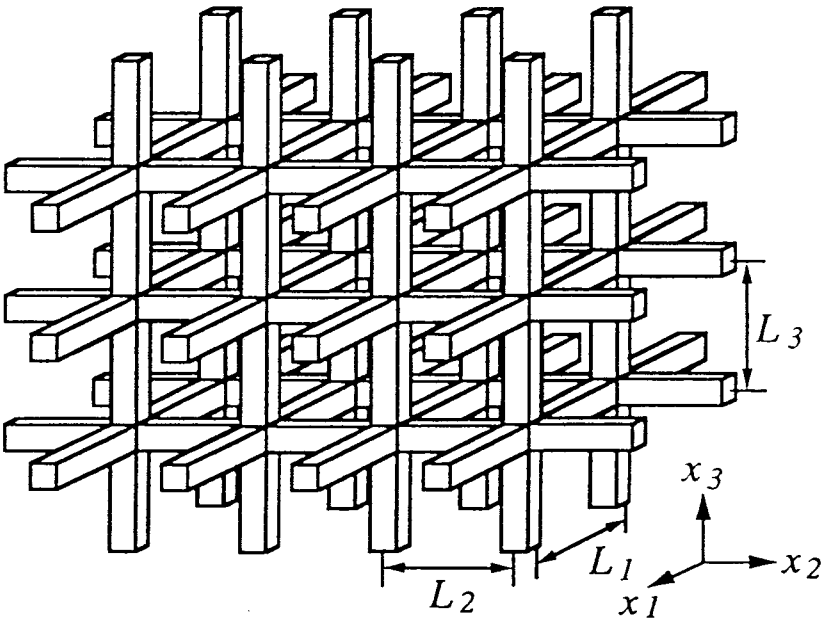


図 3.6 骨梁構造を有する海綿骨の三次元格子連続体モデル

の内，マイクロ回転ベクトルとマクロ回転ベクトルが一致するとした拘束を設けた理論であり，その一般的な理論の枠組みは付録 A3 に示す通りである．矩形断面を有する 3 本の部材から構成される基本単位格子を取り出し，図 3.7 に示すように直交座標系の座標軸 $x_i\,(i=1,2,3)$ を格子の主軸方向に一致させる．座標軸 x_i 方向に配向した部材 (部材 i) の x_i 軸方向の格子間隔を図 3.6 に示すように L_i とする．部材 i の x_j 軸方向の格子部材幅を W_{ij} とすると，部材 i の断面積は $A_i = W_{ij}W_{ik}$ となる．また，各部材自身は等方弾性体と仮定し，部材 i の縦弾性係数を E_i，横弾性係数を G_i とする．なおここで，添え字は $i,j=1,2,3\,(i \neq j)$ であり，総和規約に従わないものとする．

3.3.2 応力とひずみ

単位格子に作用する力を図 3.7 に示すように，部材 i に作用する x_i 軸方向の垂直力 N_{ii}，x_j 軸方向のせん断力 N_{ij}，x_i 軸まわりのねじりによる偶力 M_{ii}，x_j 軸まわりの曲げによる偶力 M_{ij} とする．これらの単位格子に作用する力に対して，巨視的な応力テンソル T_{ij} および偶応力テンソル μ_{ij} を単位格子当たりの平均的

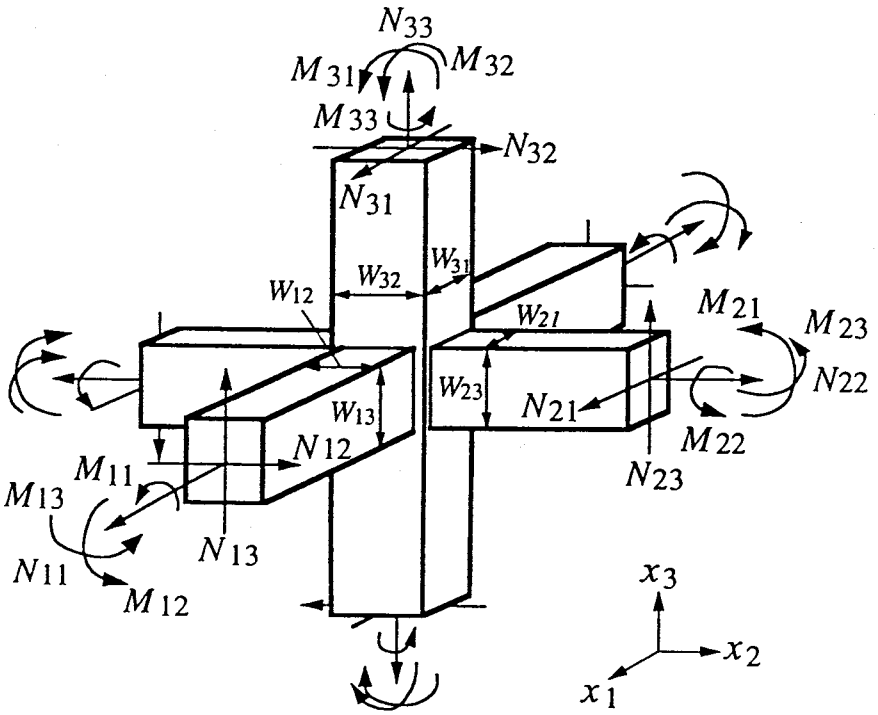


図 3.7 格子連続体モデルの単位格子

な力として，

$$T_{ii} = \frac{N_{ii}}{L_j L_k}, \quad T_{ij} = \frac{N_{ij}}{L_j L_k}, \quad \mu_{ii} = \frac{M_{ii}}{L_j L_k}, \quad \mu_{ij} = \frac{M_{ij}}{L_j L_k} \tag{3.2}$$

と定義する．これらの関係から巨視的応力と部材に作用する格子レベルでの力が直接対応付けられる．

次に，単位格子に作用する各力および偶力に対して，格子を形成する各部材が材料力学において一般に取り扱われる棒あるいは梁としてふるまうと仮定することにより，格子の変形が求められる (付録 A4)．すなわち，巨視的ひずみテンソル γ_{ij} および曲率テンソル κ_{ij} を単位格子当たりの平均的な変形と仮定することにより，

$$\gamma_{ii} = \frac{N_{ii}}{E_i A_i}, \quad \gamma_{ij} = \frac{1}{24}\left(\frac{L_i^2 N_{ij}}{E_i I_{ij}} + \frac{L_j^2 N_{ji}}{E_j I_{ji}}\right), \quad \kappa_{ii} = \frac{M_{ii}}{G_i J_i}, \quad \kappa_{ij} = \frac{M_{ij}}{E_i I_{ik}} \tag{3.3}$$

と表される．ここで，I_{ij} は部材 i の x_k 軸に関する断面 2 次モーメント，J_i は部材 i の断面 2 次極モーメントであり，それぞれ格子部材幅 W_{ij}, W_{ik} を用いて

$$I_{ij} = \frac{W_{ij}^3 W_{ik}}{12} \tag{3.4}$$

$$J_i = \frac{4W_{ij}^3 W_{ik}}{3}\left\{1 - \frac{192 W_{ij}}{\pi^5 W_{ik}} \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi W_{ik}}{2W_{ij}}\right)\right\} \tag{3.5}$$

と表される (平ら 1974)．ただし，式 (3.5) において，$W_{ik} \geq W_{ij}$ としている．

3.3.3 格子連続体の構成式

マクロ回転ベクトルとマイクロ回転ベクトルが一致する偶応力理論では，付録 A3 に示すように応力テンソル $T_{\alpha\beta}$ の反対称成分は内部エネルギに寄与せず，偶応力テンソル $\mu_{\alpha\beta}$ の平均部は不定となる．三次元格子連続体に対して，応力テンソルの対称部 $\sigma_{\alpha\beta}$ と偶応力テンソルの偏差部 $m_{\alpha\beta}$ は，式 (3.2) と式 (3.3) の関係から部材に作用する力および偶力を消去することで，ひずみテンソル $\gamma_{\gamma\delta}$ および曲率テンソル $\kappa_{\gamma\delta}$ と

$$\sigma_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta\gamma\delta}(E_i, G_i, L_i, W_{ij})\gamma_{\gamma\delta}, \quad m_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta\gamma\delta}(E_i, G_i, L_i, W_{ij})\kappa_{\gamma\delta} \tag{3.6}$$

のように関係付けられる．ここで，$E_{\alpha\beta\gamma\delta}$，$F_{\alpha\beta\gamma\delta}$ は，弾性係数テンソルであり，ギリシャ文字の添え字は総和規約に従うものとする．構成式 (3.6) を具体形に書き

下すと，

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{ii} &= \bar{E}_{ii}\gamma_{ii}, & m_{ii} &= 4\bar{G}_{ii}\bar{L}_{ii}^2\kappa_{ii} \\ \sigma_{ij} &= 2\bar{G}_{ij}\gamma_{ij}, & m_{ij} &= 4\bar{G}_{ik}\bar{L}_{ik}^2\kappa_{ij} \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

と表され，$(\bar{\ })$ を付した$\bar{E}_{ii}$，$\bar{G}_{ii}$，$\bar{G}_{ij}$，$\bar{L}_{ii}$，$\bar{L}_{ij}$ はコッセラ連続体としての見かけの材料定数である．この見かけの材料定数は，格子部材材料の材料定数 E_i，G_i および格子の構造パラメータである L_i，W_{ij} を用いて

$$\left.\begin{aligned} \bar{E}_{ii} &= E_iS_i, & \bar{G}_{ii} &= \frac{G_iJ_i}{L_i^2L_jL_k} \\ \bar{G}_{ij} &= \bar{G}_{ji} = \frac{12E_iE_jI_{ij}I_{ji}}{L_iL_jL_k(E_iL_jI_{ij}+E_jL_iI_{ji})} \\ \bar{L}_{ii} &= \frac{L_i}{2}, & \bar{L}_{ij} &= \frac{L_i}{4\sqrt{3}}\sqrt{1+\frac{E_iL_jI_{ij}}{E_jL_iI_{ji}}} \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

と表され，18 個が独立となる．また，式 (3.8) 中の部材断面積比 S_i は，基本単位格子の x_i 軸に垂直な断面積 L_jL_k に対する部材 i の断面積 A_i の比として

$$S_i = \frac{A_i}{L_jL_k} = \frac{W_{ij}W_{ik}}{L_jL_k} = \eta_{ij}\eta_{ik} \tag{3.9}$$

と定義され，部材幅比 $\eta_{ij}(=W_{ij}/L_j)$ を用いて表される．以上のように，格子連続体モデルの構成式は，式 (3.6) に示すように部材自身の力学特性 E_i, G_i と骨梁形態の特徴量と関連した構造パラメータ L_i, W_{ij} を用いて表されることとなる．

3.4 海綿骨の力学モデルとしての妥当性

三次元格子連続体の構成式 (3.7) に含まれる構造パラメータが力学特性に与える影響について検討し，海綿骨の力学モデルとしての妥当性を検証する．ここでは，基本的特性を調べるために，$E_1 = E_2 = E_3 = E$，$L_1 = L_2 = L_3 = L$，$W_{ij} = W_{ik} = W_i$ と構造パラメータを単純化しておく．

3.4.1 弾性係数の方向依存性

三次元格子連続体の構成式 (3.6) に示した応力テンソル $\sigma_{\alpha\beta}$ とひずみテンソル $\gamma_{\gamma\delta}$ を関係付ける弾性係数テンソル $E_{\alpha\beta\gamma\delta}$ について考える．座標系 x_α から原点

を共有する別の座標系 $\bar{x}_\alpha$ への座標変換の直交テンソルを $\Theta_{\alpha'\alpha}$ とすると，座標系 $\bar{x}_\alpha$ における弾性係数テンソルは，

$$\bar{E}_{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} = \Theta_{\alpha'\alpha}\Theta_{\beta'\beta}\Theta_{\gamma'\gamma}\Theta_{\delta'\delta}E_{\alpha\beta\gamma\delta} \tag{3.10}$$

と表される．座標系 x_α に対して方向余弦 $\Theta_{1\alpha}$ で決定される座標軸 $\bar{x}_1$ 方向に単軸引張変形を想定した場合の弾性係数 $\bar{E}(\Theta_{1\alpha})$ は，座標系 $\bar{x}_\alpha$ における弾性係数テンソル $\bar{E}_{\xi\eta\lambda\mu}$ の逆であるコンプライアンステンソル，すなわち，

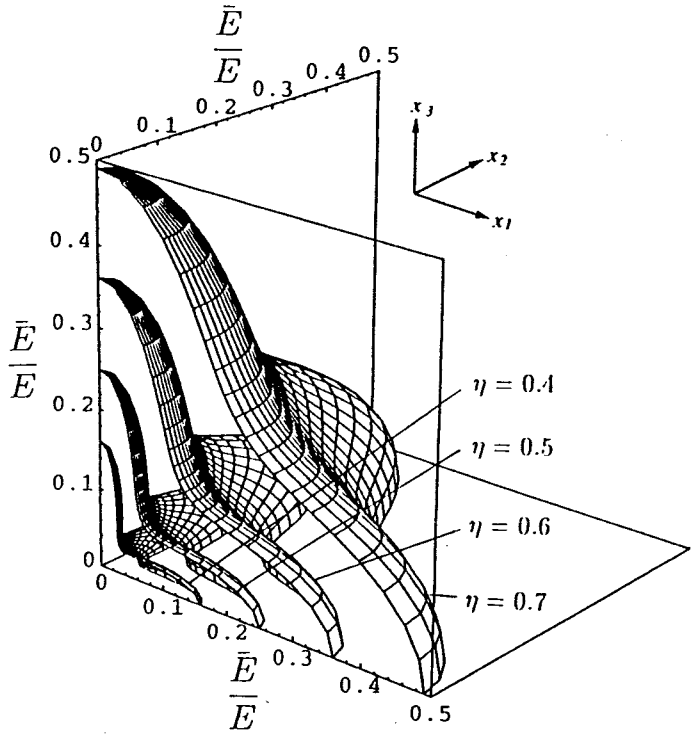
$$\bar{C}_{\alpha\beta\xi\eta}\bar{E}_{\xi\eta\lambda\mu} = \frac{1}{2}(\delta_{\alpha\lambda}\delta_{\beta\mu} + \delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\lambda}) \tag{3.11}$$

により $\bar{E}_{\xi\eta\lambda\mu}$ と関係づけられる $\bar{C}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ の成分を用いて，$\bar{E}(\Theta_{1\alpha}) = 1/\bar{C}_{1111}(\Theta_{1\alpha})$ と定義される．これより，格子連続体の弾性係数を格子部材材料の弾性係数 E で無次元化した比は，

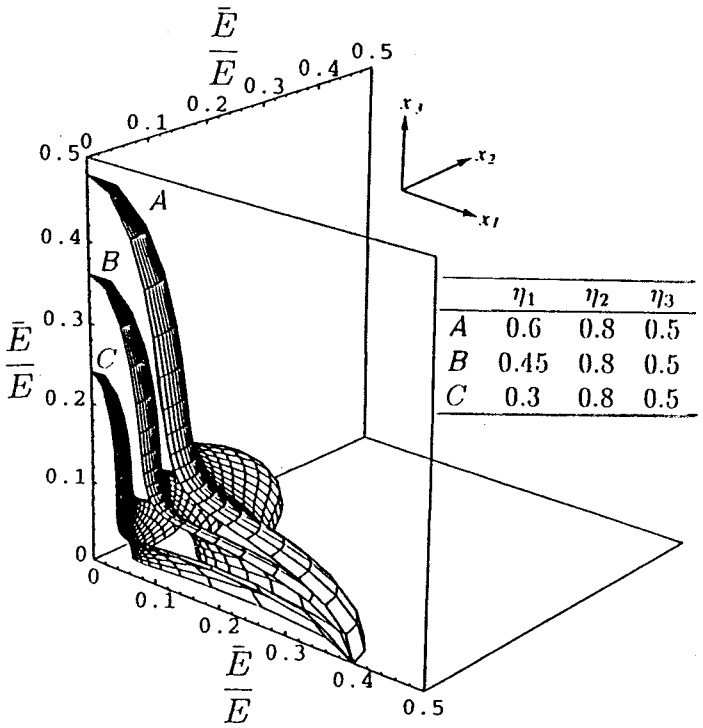
$$\begin{aligned}\frac{\bar{E}(\Theta_{1\alpha})}{E} = \Bigg(&\frac{\Theta_{11}^4}{\eta_2\eta_3} + \frac{\Theta_{12}^4}{\eta_3\eta_1} + \frac{\Theta_{13}^4}{\eta_1\eta_2} \\ &+ \frac{\eta_1^3+\eta_2^3}{\eta_3\eta_1^3\eta_2^3}\Theta_{11}^2\Theta_{12}^2 + \frac{\eta_2^3+\eta_3^3}{\eta_1\eta_2^3\eta_3^3}\Theta_{12}^2\Theta_{13}^2 + \frac{\eta_3^3+\eta_1^3}{\eta_2\eta_3^3\eta_1^3}\Theta_{13}^2\Theta_{11}^2\Bigg)^{-1}\end{aligned} \tag{3.12}$$

と求められ，方向余弦 $\Theta_{1\alpha}$ と部材幅比 $\eta_i(= W_i/L_i)$ との関数となる．

部材幅比を $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta$ とし，$\eta = 0.4$，0.5，0.6，0.7 と 0.1 ずつ変化させた場合の弾性係数比 $\bar{E}/E$ の方向依存性を図 3.8(a) に示す．このとき式 (3.9) に示した部材断面積比 S_i は，それぞれ $S_i = 0.16$，0.25，0.36，0.49 となる．また，$\eta_2 = 0.8$，$\eta_3 = 0.5$ に固定し，$\eta_1 = 0.6$，0.45，0.3 と変化させた場合の $\bar{E}/E$ の方向依存性を図 3.8(b) に示す．このとき部材断面積比は，$S_1 = 0.4$ で一定であり，$S_2 = 0.3$，0.225，0.15，$S_3 = 0.48$，0.36，0.24 となる．弾性係数比 $\bar{E}/E$ は，図 3.8 に示すように格子部材軸 x_i 方向で極大値をとり，その値は部材断面積比 S_i と一致する．逆に，$\Theta_{11} = \Theta_{12} = \Theta_{13} = 1/\sqrt{3}$ の方向で弾性係数比はほぼ極小値をとる．さらに η_i が小さくなるにつれて異方性が顕著に現れる．以上に示された弾性係数の異方性は，文献 (Tateishi et al. 1977) に報告された実験結果の定性的特徴を表現していることがわかる．



(a) 部材幅比: $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta$



(b) 部材幅比: $\eta_1 \neq \eta_2 \neq \eta_3$

図 3.8 格子連続体モデルの弾性係数 $\bar{E}/E$ の方向依存性

3.4.2 弾性係数と体積分率の関係

海綿骨の見かけの密度と弾性係数との関係についてはこれまで多くの報告がなされており，弾性係数は骨の密度の n 乗則で近似されることが多い (Carter and Hayes 1977; Gibson 1985; Currey 1988; Hodgskinson and Currey 1992). 海綿骨を形成する骨梁の素材自身の密度が一定であると仮定すると，骨の見かけの密度と体積分率 V_f は比例し，よって見かけの弾性係数 $\bar{E}$ は，

$$\bar{E} = EV_f^n \tag{3.13}$$

と表される．例えば，海綿骨では密度の低い領域でおよそ $n = 2$ となることが報告されている (Gibson 1985). 一方，三次元格子連続体の弾性係数比 $\bar{E}/E$ は，$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta$ の場合，

$$\frac{\bar{E}(\Theta_{1\alpha})}{E} = \left(\frac{\Theta_{11}^4 + \Theta_{12}^4 + \Theta_{13}}{\eta^2} + \frac{2\left(\Theta_{11}^2\Theta_{12}^2 + \Theta_{12}^2\Theta_{13} + \Theta_{13}^2\Theta_{11}^2\right)}{\eta^4} \right)^{-1} \tag{3.14}$$

体積分率 V_f は

$$V_f = 3\eta^2 - 2\eta^3 \tag{3.15}$$

と表され η を媒介変数として $\bar{E}/E$ と V_f が関係付けられる．

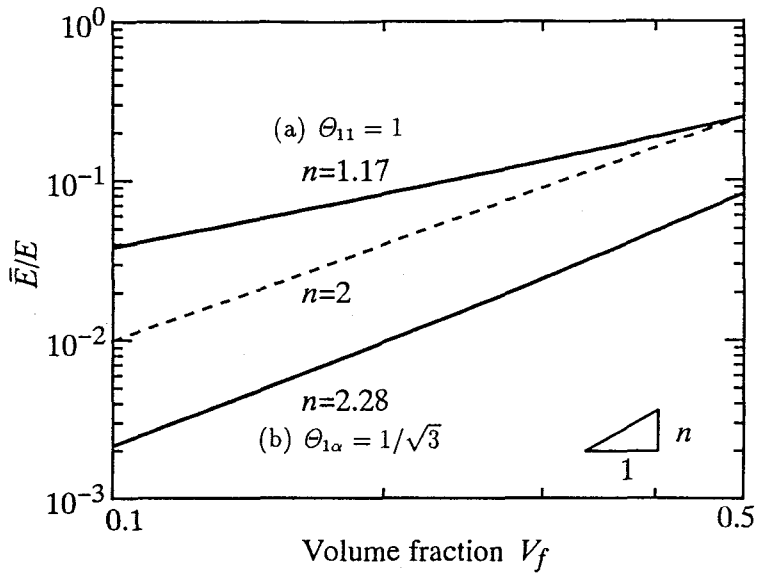


図 3.9 格子連続体モデルの弾性係数 $\bar{E}/E$ − 体積分率 V_f 関係

格子部材方向と引張方向との方向余弦が，(a) $\Theta_{11}=1$ の場合，(b) $\Theta_{11}=\Theta_{12}=\Theta_{13}=1/\sqrt{3}$ の場合についてそれぞれ体積分率 V_f $(0.1 \leq V_f \leq 0.5)$ と弾性係数比 $\bar{E}/E$ との関係を図 3.9 に実線で示す．この 2 つの実線は格子連続体の弾性係数比 $\bar{E}/E$ の上限値と下限値を示しており，同区間で n 乗則に最小自乗近似したときの指数 n の値は，それぞれ (a) $n=1.17$，(b) $n=2.28$ である．同図中に破線で示す $n=2$ の場合と比べると，三次元格子連続体の n の値は海綿骨のモデルとして妥当な値を示していることがわかる．

3.5 格子連続体の力学的再構築モデル

第 3.3 節で示した海綿骨の格子連続体モデルに対して，第 2 章で提案した残留応力を考慮した力学的再構築の考え方を導入し，有効応力等応力化を目指す再構築モデルを提案する．すなわちこのモデルは，第 2 章の図 2.4 に示した単純不静定構造が三次元的に連続分布したモデルとしてとらえようとするものである．

3.5.1 再構築にともなう格子部材幅変化

海綿骨では，骨梁表面に存在する各種細胞の活動により再構築が行われることから，細胞レベルの力学的刺激が重要な役割を果たすことが予想される．さらにこの結果，骨梁レベルでは骨梁表面再構築 (Parfitt 1984) が起こり，吸収と成長の相対的な差により骨梁表面が移動し，再構築による正味の変化が起こる．この考え方を格子連続体に適用した場合，再構築による格子表面の移動を考えると，その結果として一般には格子の幅および配向の変化が生じる．本項では，再構築平衡において一般に観察される骨梁構造の直交性を予め仮定し，再構築による格子の配向変化が生じない場合を考える．配向変化が生じる場合については，付録 A5 にその基本的考え方を示し，付録 A6 には格子の回転により形成される斜交格子連続体モデルを二次元の場合を例として示す．

格子の直交性を仮定し，格子部材幅 W_{ij} の変化を，格子に作用する垂直力成分，すなわち有効応力の垂直成分

$$T_{ii}^{e}=\frac{N_{ii}}{A_i}=\frac{T_{ii}L_jL_k}{A_i}=\frac{T_{ii}}{S_i} \tag{3.16}$$

のみによって記述する．再構築による組織構造変化として格子部材幅 W_{ij} が一様に変化するものとし，骨梁表面すなわち格子表面における応力の均一化を再構築の目標とすることにより格子部材幅の変化が近傍組織との相対的な有効応力差により決定されるものと考える．ここでは，格子部材幅の変化速度を正の速度パラメータ R_i を用いて，

$$\frac{1}{W_{ij}}\frac{\partial W_{ij}}{\partial t} = -R_i \nabla^2 |T_{ii}^e| \tag{3.17}$$

と表現する．ここで，$\nabla^2(\ )$ は連続体を記述する空間座標に対するラプラシアンであり，これにより近傍組織との相対的な有効応力差を減少させ，等応力状態へと向かう再構築過程が表現される．

3.5.2 再構築にともなう自然状態変化

格子部材幅 W_{ij} の変化による部材自然長の変化を図 3.10 に示すようにモデル化する．ここでは，第 2.5.5 節で示したモデルと同様の考え方を導入する．すなわち，ある負荷条件 N_{ii} の下で図 3.10(b) から図 3.10(c) へと再構築を行う場合，図 3.10(c) に斜線で示す新生質は図 3.10(a) のひずみ γ_{ii} の状態にある旧生質の自然状態を参照することはできず，異なる自然状態で生じると考えられる．最も単純な場合として新生質は自然状態として生じると考える．負荷 N_{ii} を受ける部材の微小時間 $[t, t+dt]$ における再構築を考えると，断面積 A_i の旧生質部材と断面積 $(\partial A_i/\partial t)dt$ の新生質部材との重ね合わせにより図 3.10(d) に示す新たな部材自然長変化が決定される．この部材自然長変化を初期ひずみの垂直成分 γ_{ii}^0 を用いて表現すると，式 (2.24) と同様にその変化速度は，

$$\frac{\partial \gamma_{ii}^0}{\partial t} = \frac{1}{A_i}\frac{\partial A_i}{\partial t}(\gamma_{ii} - \gamma_{ii}^0) \tag{3.18}$$

と表される．従って，構成式 (3.7) の γ_{ii} を $(\gamma_{ii} - \gamma_{ii}^0)$ と置換することにより，再構築による自然状態変化を含んだ構成式表現が得られる．再構築による自然状態の不均一化の結果，無負荷状態において格子構造としての不静定性により残留応力が生じることになる．

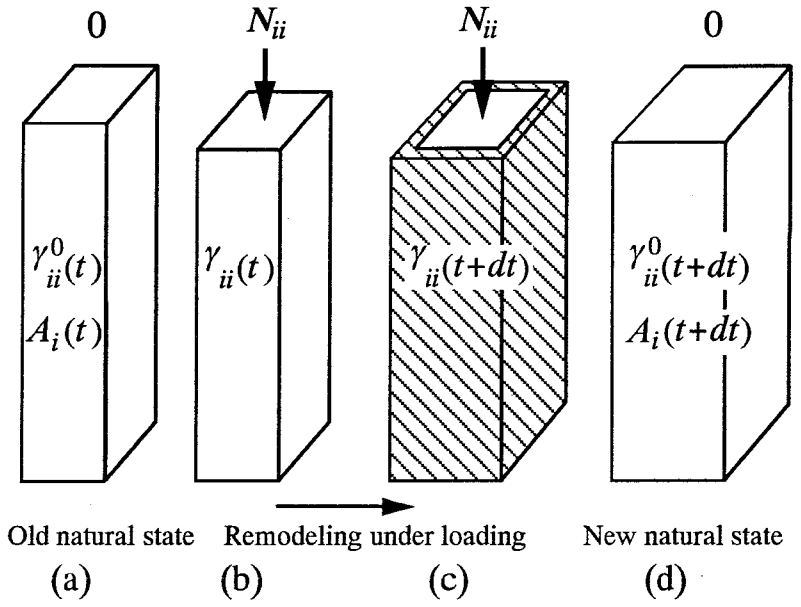


図 3.10 再構築による格子部材幅変化にともなう自然長変化

3.6 格子連続体による椎体のモデル化

椎体の再構築シミュレーションを行うために，第 3.2 節で行った牛尾椎海綿骨の骨梁構造の特徴量計測を参照し，椎体を第 3.3 節で示した格子連続体を用いてモデル化する．

3.6.1 牛尾椎の円筒モデル

第 3.2 節に示した海綿骨の骨梁形態計測に用いた図 3.3 の牛尾椎の椎骨部分に着目して図 3.11 に示すように海綿骨 (Cancellous bone) を円柱，皮質骨 (Cortical bone) を円筒，成長軟骨 (Growth plate) および軟骨終板 (End-plate) をそれぞれ椎体の両端に位置する円板として単純モデル化する．各寸法は実測値を参照し，海綿骨外半径 $r_1 = 8.0\,\mathrm{mm}$，皮質骨外半径 $r_2 = 9.0\,\mathrm{mm}$，成長軟骨厚さ $\delta_G = 0.2\,\mathrm{mm}$，軟骨終板厚さ $\delta_E = 1.8\,\mathrm{mm}$，椎体の全長 $2L = 40.0\,\mathrm{mm}$ とする．椎体の中心に座標原点を取り円柱座標 (r, θ, z) を用いる．椎体断面におけるファブリック楕円の分布計測より，骨梁構造は，図 3.5 に示すように横断面では半径方向と周方向，冠状面では体幹軸方向と左右軸方向にほぼ配向していた．これに従い，椎体の円筒モデルにおいては，格子の主軸は半径方向 (r)，周方向 (θ)，体幹軸方向 (z) に一致させた．

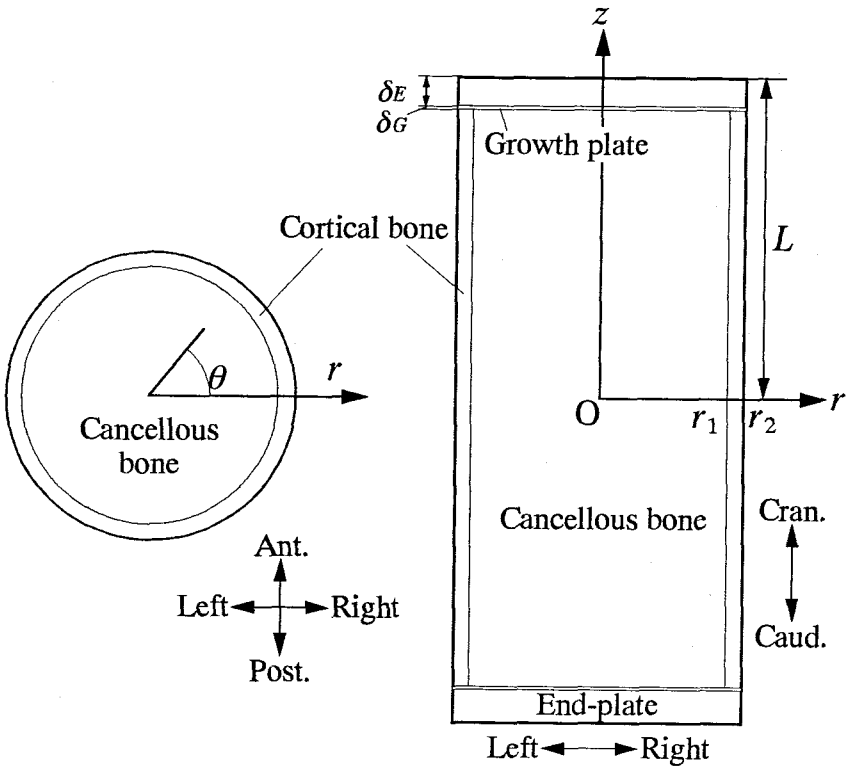


図 3.11　椎体モデル

骨部材自身の縦弾性係数 E_i は，牛尾椎海綿骨の圧縮試験より得られた体幹軸方向の巨視的な縦弾性係数 $\bar{E}_z = 1.21\,\mathrm{GPa}$ と面積率の平均値から求めた $S_z = 0.28$ とを式 (3.7) に代入して得た値，$E_i = 4.32\,\mathrm{GPa}$ とした．骨部材は等方弾性体と考え，ポアソン比を $\nu = 0.3$ と仮定することで，横弾性係数を $G_i = 2.92\,\mathrm{GPa}$ とした．格子間隔はファブリック楕円の主軸の長さの平均値を参照し，一様に $L_r = 0.60\,\mathrm{mm}$, $L_\theta = 0.50\,\mathrm{mm}$, $L_z = 1.10\,\mathrm{mm}$ とした．皮質骨，軟骨終板は，体積分率はほぼ 1.0 であることから，一般に海綿骨の体積分率を $V_f = 1.0$ とすることで取り扱われることが多い．そこで，縦弾性係数およびポアソン比は，それぞれ海綿骨の骨材料自身と同じ値 $E_C = E_E = 4.32\,\mathrm{GPa}$, $\nu_C = \nu_E = 0.3$ とした．また，成長軟骨は，文献値 (高井ら 1994) を参照し，$E_G = E_E/300$, $\nu_G = 0.48$ の等方弾性体とした．

3.6.2　有限要素解析モデル

格子連続体としての応力解析は，$z = 0$ 平面での対称性を仮定し，頭方側 ($z \geq 0$) の部分に対して，コッセラ連続体有限要素法により行った．5 個の四面体要素から

構成される六面体有限要素 (Miyamoto et al. 1971) を用いて，横断面は 図 3.12 に示すように海綿骨を 60 分割，皮質骨を 24 分割の計 84 分割とした．ただし，体幹軸方向には 海綿骨・皮質骨部で 9 層に分割し，その上部に成長軟骨部，軟骨終板部をそれぞれ 1 層ずつ積み重ねた．初期状態 ($t = 0$) において海綿骨要素では，部材断面積比が $S_r = S_\theta = S_z = 0.1$ となるように，式 (3.9) に対して $W_{ij}/L_j = W_{ik}/L_k$ を仮定することで格子部材幅を $W_{\theta r} = W_{zr} = 0.16\,\mathrm{mm}$，$W_{z\theta} = W_{r\theta} = 0.19\,\mathrm{mm}$，$W_{rz} = W_{\theta z} = 0.35\,\mathrm{mm}$ とした．初期ひずみは全要素について $\gamma^0_{rr} = \gamma^0_{\theta\theta} = \gamma^0_{zz} = 0.0$ とした．また，本解析では，海綿骨の面積率と初期ひずみの分布に着目することとし，海綿骨のみが再構築によって変化するとしている．

力学的境界条件として，図 3.12 に示すように椎体の端面 ($z = 20.0\,\mathrm{mm}$) に体幹軸方向の圧縮負荷 $P = 600\,\mathrm{N}$ と左右軸および前後軸まわりに時間にともない 4 通りに負荷方向と符号が変化する曲げモーメント $M = 300\,\mathrm{N{\cdot}mm}$ が作用する場合を想定した．すなわち，後屈 (Anteflexion)，前屈 (Retroflexion)，左屈 (Sinistroflexion)，

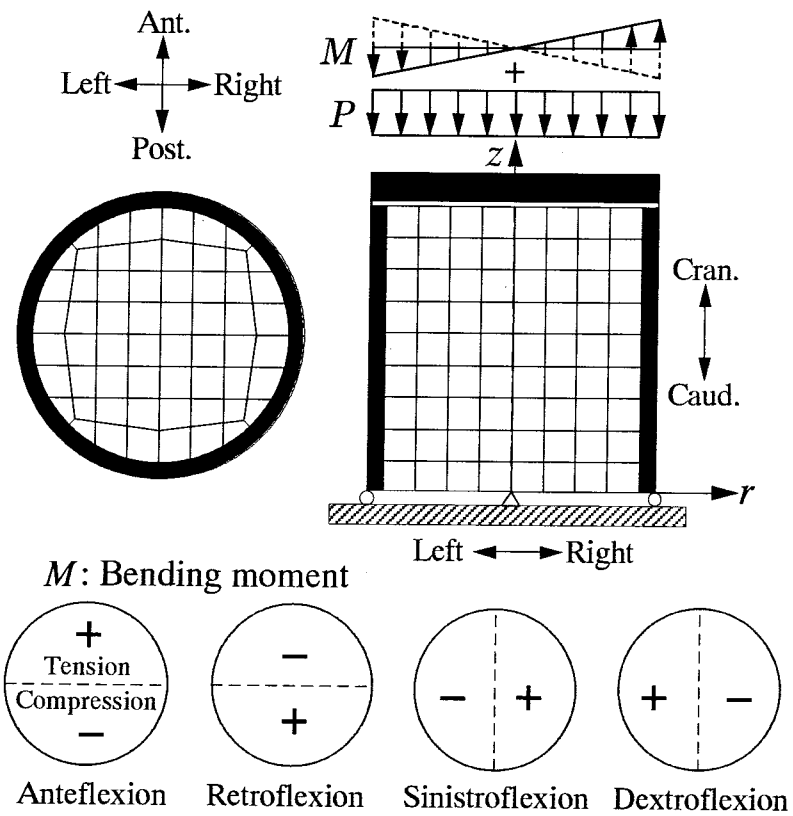


図 3.12 椎体再構築のシミュレーションモデル

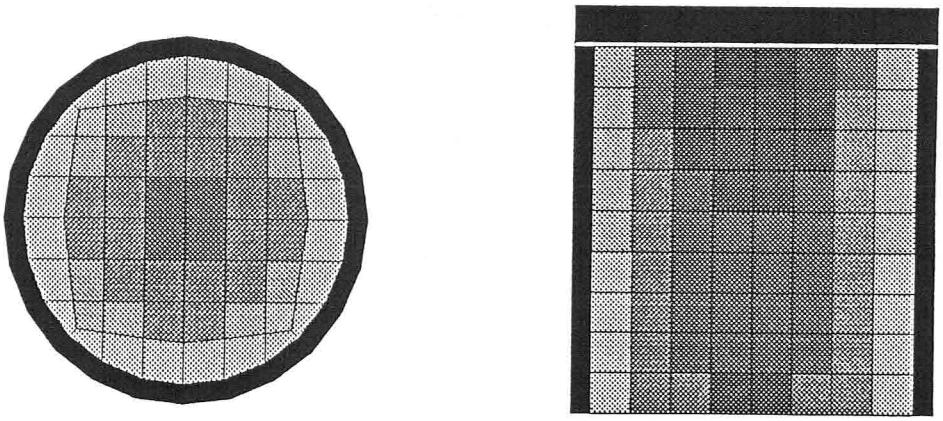
および右屈 (Dextroflexion) の順に曲げモーメントを作用させた．圧縮負荷 P の値は，皮質骨部に生じる体幹軸方向のひずみが約 1200×10^{-6} となる荷重を，曲げモーメント M の値は，椎体の屈曲角が 3.0° の時の抗モーメントの値 (田中ら 1994) を想定した．再構築の速度パラメータは，$R_i = 0.2\,\mathrm{mm}^2/(\mathrm{MPa} \cdot \Delta t)$ とした．ここで，Δt は再構築速度の単位時間を表しており，$\Delta t = \mathrm{day}$ とすると R_i は 1 日当たりの等価な力学負荷量に対する再構築速度を決定するパラメータとなる．

3.7 椎体の力学的再構築シミュレーション

前節で示した椎体モデルを用いて圧縮と曲げ負荷を受ける椎体の再構築シミュレーションを行い，第 3.5 節で提案した再構築則の妥当性について検討する．

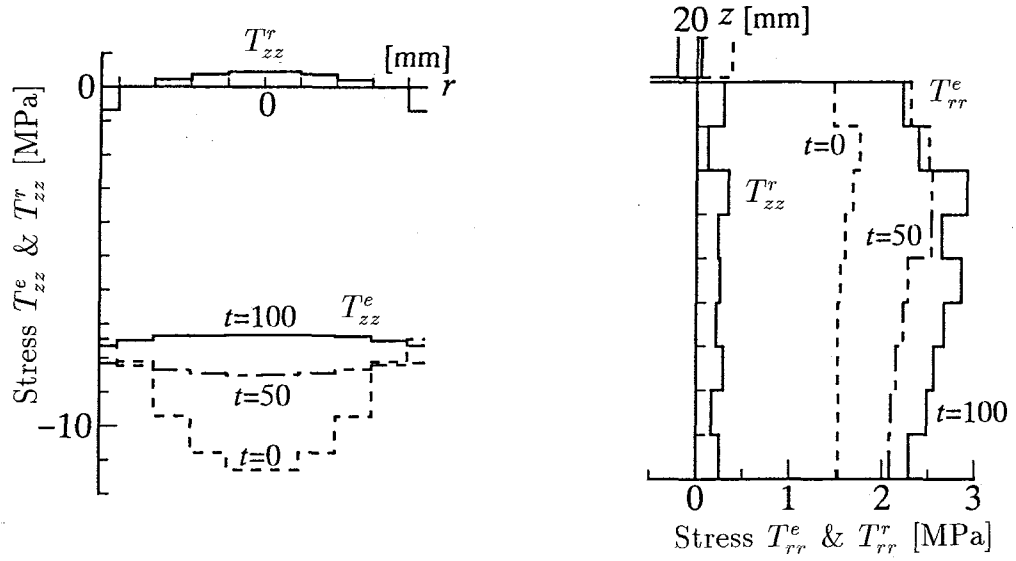
3.7.1 有効応力と体積分率変化

体幹軸方向の部材断面積比 S_z の横断面 ($z = 0$) 分布を図 3.13(a) に，椎体中心を通る冠状面における分布を図 3.13(b) に示す．ここで，S_i は 0.1 ～ 0.4 の範囲を 11 段階の濃度で表しており，色の濃い方が密である．ただし，成長軟骨の部分は周囲と区別するため白色で表している．また，図 3.14(a) は椎体中心を通る冠状面における体幹軸方向の有効応力 T^e_{zz} の時間平均の半径方向分布を，図 3.14(b) は最外周海綿骨での半径方向の有効応力 T^e_{rr} の体幹軸方向分布を示している．



(a) 横断面　　(b) 冠状面

図 3.13　部材断面積比 S_z の分布 ($t = 100$)



(a) 体幹軸方向応力 T^e_{zz}, T^r_{zz} (b) 半径方向応力 T^e_{rr}, T^r_{rr}

図 3.14 有効応力 (T^e_{ii}) の等応力化と残留応力 (T^r_{ii})

海綿骨の部材断面積比が一様な初期状態において，負荷 $P+M$ が作用したときと $P-M$ が作用したときの有効応力の平均値は，図 3.14(a) に破線で示すように海綿骨中央部で $T^e_{zz} = -11.3\,\mathrm{MPa}$ と絶対値が大きくなり，皮質骨に近付くにつれて $T^e_{zz} = -8.1\,\mathrm{MPa}$ と小さくなる．この分布に対して有効応力の調整が格子部材断面積の変化により行われ，$t = 100$ において図 3.13 に示すように中央部で高い部材断面積比の分布が得られ，図 3.14(a) に実線で示すように $T^e_{zz} = -7.4\,\mathrm{MPa}$ 付近で有効応力の等応力状態が得られた．冠状面分布を示す図 3.13(b) についてみると，対称面から z 軸方向へ密度の高い三角錐状の領域が得られた．この分布は実際の椎体で観察される図 3.3 の見かけの密度と類似している．また，再構築の結果半径方向には負の初期ひずみが生じることから，図 3.14(b) に示すように海綿骨部で T^e_{rr} の値が引張 (正) 側に増加した．

3.7.2 残留応力解放実験との比較

再構築の結果初期ひずみが椎体内で分布するため，無負荷状態において，体幹軸 (z) 方向には図 3.14(a) に実線で示すように海綿骨で正の残留応力 $T^r_{zz} = 0.46\,\mathrm{MPa}$，および皮質骨で負の残留応力 $T^r_{zz} = -0.69\,\mathrm{MPa}$ が，半径 (r) 方向については図

表 3.1　残留応力解放にともなうひずみの変化

$\times 10^{-6}$	$\Delta\varepsilon_z^{exp}$	$\Delta\varepsilon_\theta^{exp}$	$\Delta\varepsilon_z^{cal}$	$\Delta\varepsilon_\theta^{cal}$
End-plate: $\Delta\varepsilon_e$	33.3	22.7	75.4	8.8
Cancellous 1: $\Delta\varepsilon_{c1}$	23.7	28.1	1.3	2.9
Cancellous 2: $\Delta\varepsilon_{c2}$	29.3	68.7	9.1	110.6
$\Delta\varepsilon_c = \Delta\varepsilon_{c1} + \Delta\varepsilon_{c2}$	53.0	96.9	10.4	113.5
$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_c$	86.3	119.6	85.8	122.3

3.14(b) に示すように海綿骨で平均で正の残留応力 $T_{rr}^r = 0.24\,\mathrm{MPa}$ が生じた．また，皮質骨では周 (θ) 方向に負の残留応力 $T_{\theta\theta}^r = -0.21\,\mathrm{MPa}$ が生じた．これらの残留応力は，再構築の結果として生じたものであるが，逆に考えると負荷が作用した状態での有効応力の不均一性を低減させるのに寄与する．

得られた残留応力分布を検証するために残留応力解放実験との比較数値実験を行う．第 2.3 節で示した実験により得られた解放ひずみの平均値を表 3.1 に肩添え

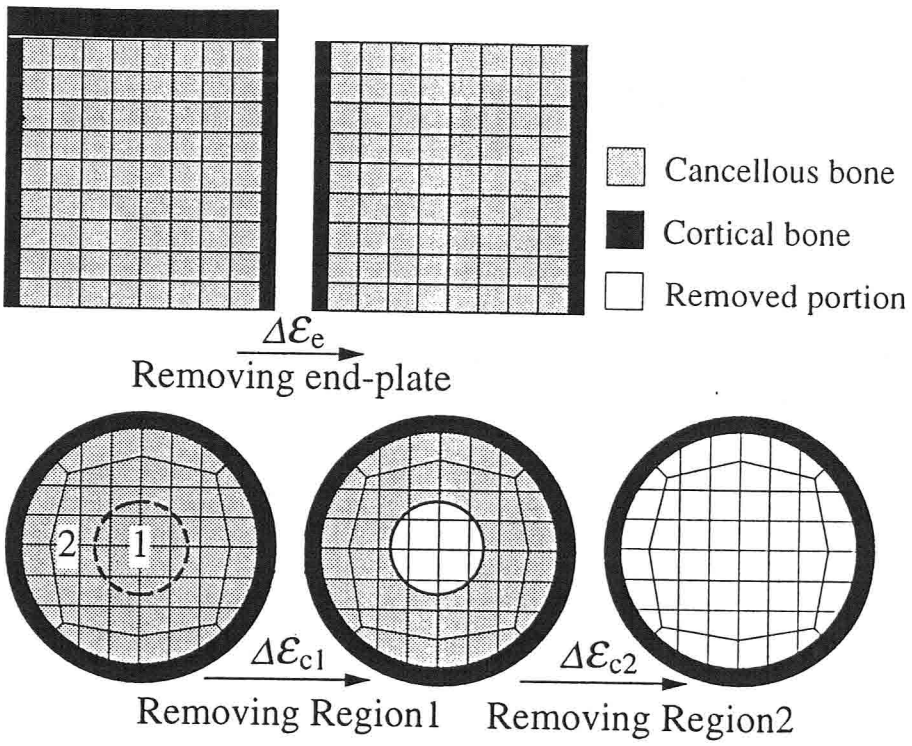


図 3.15　椎体残留応力解放の数値実験

字 $(\ )^{exp}$ により示す．実験においてひずみゲージは図 2.2(a) に示すように，上関節突起後方部両側の椎骨皮質骨表面に貼付されており，数値実験においてもゲージ位置に相当する皮質骨要素で残留応力の解放によるひずみの変化を調べる．数値実験モデルに対して図 3.15 に示すように軟骨終板，海綿骨部中央の直径 6 mm の領域 (Region 1)，および残りの海綿骨領域 (Region 2) を段階的に除去し，残留応力を解放することにより表 3.1 に肩添え字 $(\ )^{cal}$ により示すひずみ変化が生じた．軟骨終板除去により生じたひずみ変化は，$\Delta\varepsilon_{ez}^{cal} = 75.4 > \Delta\varepsilon_{e\theta}^{cal} = 8.8$ と体幹軸方向 (z) に大きく，海綿骨除去により生じたひずみ変化は，$\Delta\varepsilon_{cz}^{cal} = 10.4 < \Delta\varepsilon_{c\theta}^{cal} = 113.5$ と周方向 (θ) に大きく，またそれらの合計は $\Delta\varepsilon_{z}^{cal} = 85.8 < \Delta\varepsilon_{\theta}^{cal} = 122.3$ と周方向 (θ) に周方向に大きく現れた．これは，実験結果と定性的に一致している．各解放段階で生じたひずみの大きさには実験結果と数値実験結果との間に差があるが，全解放ひずみ $\Delta\varepsilon_{z}^{cal} = 85.8, \Delta\varepsilon_{\theta}^{cal} = 122.3$ は，実験結果 $\Delta\varepsilon_{z}^{exp} = 86.3, \Delta\varepsilon_{\theta}^{exp} = 119.6$ とよく一致していることがわかる．

3.8 結　言

海綿骨は，力学的環境の変化に応じて再構築により内部構造形態を変化させ，機能的に適応するメカニズムを有していることが知られている．この再構築による適応は，骨内部に存在する微視構造，すなわち骨梁構造表面に存在する各種細胞の活動によるものであり，骨の再構築を考える上で微視構造レベルの力学的刺激が重要な因子となることが予想される．このようなモデルを検討する際に重要となるのは，微視構造を考慮した骨の連続体としてのモデル化と微視構造レベルにおける力学状態の評価であると考えられる．そこで本章では，コッセラ連続体の考えに基づき骨梁構造を有する海綿骨を三次元格子連続体としてモデル化し，第 2 章で示した力学的再構築の基本的考え方を導入した再構築のモデル化とシミュレーションを行い，残留応力と微視構造とを考慮する骨の力学的再構築モデルの妥当性について検討を行った．以上より得られた結果を以下にまとめる．

海綿骨の骨梁構造は，骨のおかれた力学状態に応じてそれぞれ特徴的な密度や配向性の分布を示している．このような海綿骨の特徴的な骨梁構造は，再構築の結果として生じたものであり，骨梁構造と再構築あるいは力学特性との関係を検

討する上で骨梁構造の定量的な評価が不可欠となる．そこでまず，第 2.3 節で用いた牛尾椎海綿骨を試料として，骨梁構造の配向性や特徴長さを表すファブリックテンソルの椎体内における分布を計測した．その結果，一つの椎体内におけるファブリックテンソルの大きさや方向の特徴的な分布の存在が示唆された．これは，骨梁構造がおかれた力学状態での力学的再構築の結果として達成される骨梁構造の適応性を検討する上で重要な指標を与えるものと考えられる．

次に，微視的な骨梁構造を有する海綿骨を連続体の枠組みの中で取り扱うための力学モデルとして三次元直交格子連続体モデルを提案し，偶応力理論に基づいてその構成式を導出した．このモデルは，骨梁を軸力とねじりに対しては棒，せん断力と曲げに対しては梁と仮定するものであり，この部材が直交の剛節骨組み構造を形成するものである．格子連続体モデルの構成式は，部材自身の力学特性を表すパラメータと骨梁形態の特徴量と関連した構造パラメータを用いて表現した．

続いて，三次元格子連続体の構成式に含まれる構造パラメータが力学特性に与える影響について弾性係数の方向依存性および弾性係数と体積分率との関係について検討し，海綿骨の力学モデルとしての妥当性を検証した．その結果，弾性係数の方向依存性については，文献に報告された実験観察と同じ特徴を示すものであり，海綿骨の見かけの密度と弾性係数との関係については，弾性係数を骨の密度の n 乗則で近似した場合の指数 n の値が妥当な値を示した．これらの結果から，三次元格子連続体モデルが海綿骨の力学モデルとして利用できることが確かめられた．

提案した海綿骨の格子連続体モデルに対して第 2 章で提案した残留応力を考慮した力学的再構築の考え方を導入し，微視構造レベルでの応力の等応力化を目指す再構築則を提案した．格子の直交性を仮定し，再構築による格子の配向変化が生じない場合を考え，格子部材幅の変化を格子に作用する垂直力成分，すなわち有効応力の垂直成分によって記述した．再構築による格子部材幅の変化が，近傍組織との相対的な有効応力差により決定されるものとし，連続体を記述する空間座標に対する 2 次の導関数を用いて近傍組織との相対的な有効応力差を減少させながら，等応力状態へと向かう再構築過程を格子部材幅の変化速度により表現した．また，格子部材幅の変化による部材自然長の変化も第 2 章の基本的考え方に基づいてモデル化し，再構築による自然状態変化を含んだ構成式表現を示した．

最後に，牛尾椎海綿骨の骨梁構造に対して行った特徴量計測を参照し，格子連続体としての椎体モデルを構築し，圧縮と曲げ負荷を受ける椎体の力学的再構築シミュレーションを行った．得られた再構築平衡状態における体積分率分布および残留応力分布について，実際の椎体において観察される体積分率との比較および残留応力解放実験との比較数値実験を行い，シミュレーションにより得られた見かけの密度および残留応力の分布が，実際の実験・計測結果とよい一致を示すことを確認した．以上より，本章で提案した骨梁構造を考慮した海綿骨の格子連続体としてのモデル化と再構築シミュレーションの妥当性が確認された．

第 4 章

骨梁の表面再構築モデル

4.1 緒 言

再構築のもたらす巨視的形態変化から微視的細胞レベルのメカニズムまで，階層構造を有する骨の再構築にする研究が，これまで空間的なスケールに応じて幅広く行われてきたが，骨の巨視的な形態や力学状態と骨梁レベルの微視的再構築過程との関連については十分明らかにはされていない．第 3 章においてはこのような観点から，まず微視構造レベルの力学状態を再構築と関係づけるために，海綿骨を格子連続体としてモデル化した．次に，これを用いた再構築の力学モデルを提案し，シミュレーションによりモデルの妥当性を検証した．本章では，第 2, 3 章で採用した等応力化を目指す再構築の考え方を，微視的な骨梁レベルにおける再構築による形態変化に導入した骨梁の表面再構築モデルについて検討する．

骨梁再構築は，骨梁表面の細胞活動による微小領域での吸収および形成過程からなり，再構築過程のもたらす形態変化は骨梁レベルの微視的な変化である (Parfitt 1984, 1994; 須田ら 1985)．また，再構築に影響をおよぼすと考えられる因子としては，骨梁表面の細胞あるいは骨基質に由来するものが報告されており (永田 1987; Baylink et al. 1993; 長尾, 川島 1994; Manolagas 1995; Shin et al. 1994; Guilak et al. 1994)，局所の状態が再構築活動に大きく影響を与えていることが予想される．これらのことから，骨梁再構築は骨梁レベルの局所的な力学状態に応じた微視的な形態変化過程であると見なすことができる．したがって，再構築による骨梁形態変化の特性を記述するためには，骨梁レベルの微視的な力学的因子と関連づけた再構築のモデル化が不可欠であると考えられる．

従来，巨視的なレベルにおける現象論的モデルとして骨の再構築が数理モデル

化され，そのメカニズムをさらに詳細に掘り下げるに従い，骨自身の持つ構造の階層性に応じて各レベルの現象を記述することが必要となった．本章で取り上げるレベルは，微視構造すなわち海綿骨の骨梁レベルであり，そのレベルにおける局所的な力学因子と再構築を関連づけようとするものである．力学的な因子がさらに下層のレベル，すなわち細胞のレベルまで関与していることは，第 1.1.2 項で示したようにこれまでの実験的検討，例えば培養細胞実験系における Buckley ら (1990)，Brighton ら (1991) による骨芽細胞の活性に対するひずみの影響，あるいは Shin ら (1994) による骨芽細胞に対するせん断流の影響，Guilak ら (1994) による軟骨細胞に対する直接的な機械刺激の影響などにより明かである．そこでは例えば，細胞膜の機械的ストレッチに対するイオンチャンネルの応答などが示されており，骨基質だけでなく細胞自身の変形も機械的な刺激として細胞の活動に影響をあたえることが知られている．しかしながら，それよりもさらに下層のメカニズムは明らかに生化学的な応答と考えられるため，力学的な検討が行えるのはこの細胞レベルまでであると考えられる．本章では，その一つ上層のレベルである微視構造レベルの力学因子と再構築の関係をモデル化するものである．

本章では，再構築則としての微視構造レベルにおける等応力化の考え方を骨梁レベルにおける局所的な再構築に導入し，微視的な骨梁形態変化とその結果としてもたらされる巨視的海綿骨形態との関係を検討する．また，第 3 章で格子連続体に対して提案した格子レベルの等応力化とそれによりもたらされる格子形態変化との関係の妥当性を検証する．これにより，注目する現象のスケールは異なるが，力学因子と再構築との関係については基本的に同じ考え方を用いることが可能となる．ここでは，応力の不均一性を駆動力とする再構築の考え方とそれにより形成・維持される骨梁構造形態との関連に注目することとする．このため，残留応力については特に考慮せず，また二次元問題に単純化して議論を行うこととする．以下ではまず，骨梁表面応力の等応力状態を目指す再構築則を提案し，局所の力学状態と微視的骨梁形態変化とを直接関連づけた骨梁表面再構築のモデル化を行う．次に，この局所再構築モデルに有限要素法を適用したシミュレーション手法を提案する．ここでは，骨梁形態を規則的に配列したボクセルを用いて離散化し，これを有限要素分割とする．これにより海綿骨の形態変化は，骨梁表面における有限要素の付加と除去として表現する．さらに，骨梁レベル，海綿骨レベ

ル，および荷重支持構造としての椎体，大腿骨近位部の海綿骨形態変化のシミュレーションを行う．これらの結果に基づき，階層的な構造を有する海綿骨骨梁構造の形態変化が骨梁レベルの局所的な再構築則により表現されることを示し，実際に観察される骨梁形態との比較を通じて，本論文で提案する等応力状態を目指す再構築の考え方に基づく局所再構築モデルの有用性を検証する．

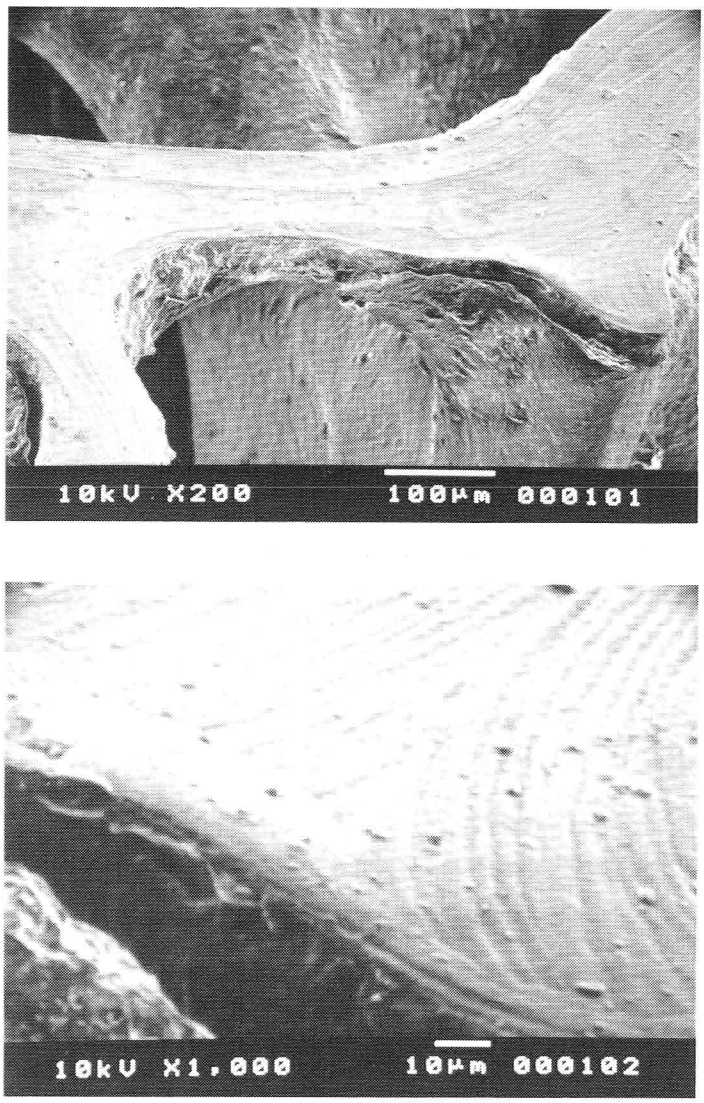
4.2 骨梁表面再構築の基本的考え方

骨梁表面で見られる再構築を力学的な視点からとらえ，局所的な骨梁表面移動過程としての形態変化を記述する骨梁表面再構築モデルを提案する．

4.2.1 表面再構築による骨梁表面移動

海綿骨の断面を観察すると，図 3.3 に示したように網目状，格子状の骨梁構造が見られる．さらに，倍率を拡大して骨梁の断面を観察すると，図 4.1 に示すようにその内部に骨梁の再構築により生じたと考えられる層状の構造が見られる．骨梁の縦断面を示す図 4.1(a) では，その層構造がほぼ骨梁の長手方向に見られるが，図 4.1(b) に示す横断面においては，必ずしも特定の方向性が見られない．しかしながら両者に共通しているのは，骨梁の表面近傍においてはその層構造が骨梁表面にほぼ平行に形成されていることである．この骨梁表面近傍で確認される層構造は，明らかに再構築による形成が骨梁表面で行われたことを示している．

骨梁表面再構築は，図 4.2 の上段に示すように休止 (Quiecence)，吸収 (Resorption) および形成 (Formation) の 3 つの大きな段階からなり，これらの段階を順に経るサイクルにより再構築過程が成り立っている．このような再構築の各段階では，それぞれに特徴的な細胞が骨梁の表面を覆い再構築に密接に関係している．まず，休止期の表面は上層細胞 (Lining cell) に覆われているが，活性化 (Activation) により上層細胞に代わって破骨細胞 (Osteoclast) が骨梁表面に付着することで吸収が開始される (Kahn and Partridge 1990)．次に，破骨細胞の活動により骨梁表面に骨吸収が生じ，吸収孔が形成される (Parfitt 1994)．その後，逆転期 (Reversal) を迎えて骨吸収が終わり，破骨細胞に代わって骨芽細胞 (Osteoblast) が骨梁表面に付着し骨形成が始まる (Parfitt 1992)．吸収孔で類骨が形成され石灰化すること

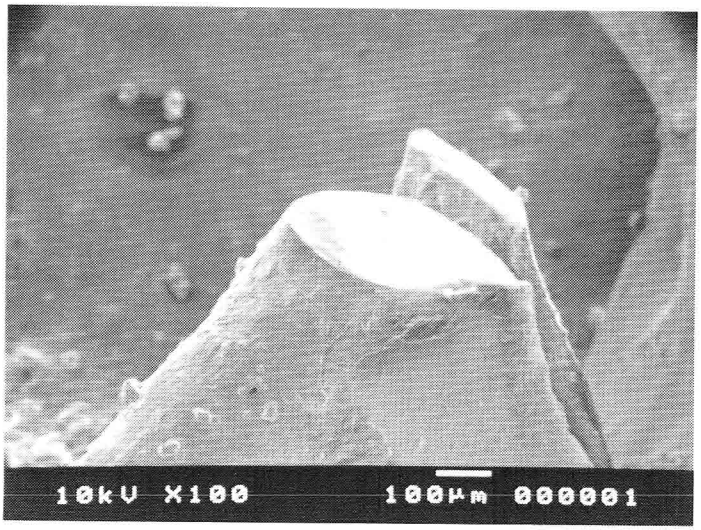


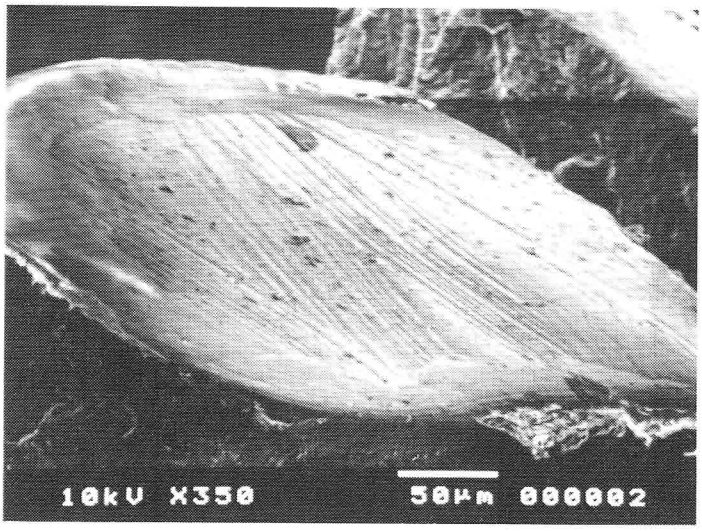
(a) 骨梁縦断面

図 4.1 骨梁の断面の SEM 観察 (続く)

(湿潤状態において 2000 番の砥粒で研磨し，流水下で洗浄後自然乾燥する．研磨面に対して 45 度斜めから観察．骨再構築により形成された層板構造が骨梁断面に観察される．)

で新たな骨基質が作られる (Parfitt 1994)．形成過程において骨芽細胞のいくつかは骨基質の中に埋め込まれ骨細胞となる．また，形成期の終了時には骨芽細胞の一部が骨梁表面で平坦化し，上層細胞となって骨梁表面を覆い，元の休止期に戻る (須田ら 1985)．このような一連のサイクルが再構築の回転 (Remodeling turnover)





(b) 骨梁横断面

図 4.1　骨梁の断面の SEM 観察 (続き)

と呼ばれ，この間の吸収量と形成量との正味の差により骨梁表面が移動し骨梁の形態変化がもたらされる．再構築のサイクルは骨の種類や部位により異なるが，ヒトでおよそ数カ月 (Parfitt 1979) から長いもので 1 年以上 (須田ら 1985) と言われている．また，再構築のサイクルにおいては休止期がその大半を占め，骨表面のおよそ 8 割が休止状態の表面である．

このような再構築回転の考えに基づき，骨梁表面移動を図 4.2 に示すようにモ

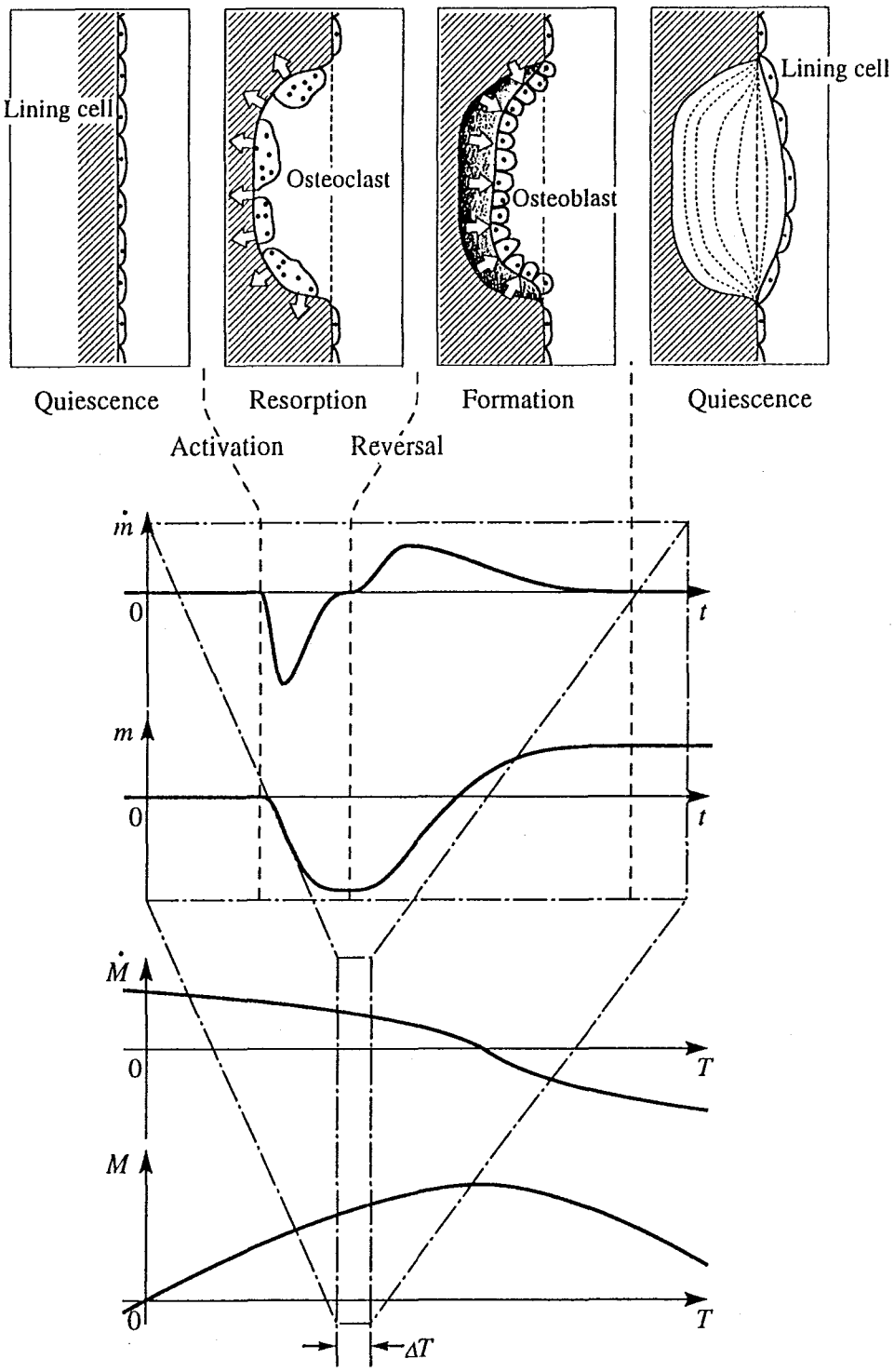


図 4.2 骨梁表面再構築過程

デル化する．再構築による骨梁表面の吸収および形成による表面移動量を m で表し，その移動速度を時間微分により $\dot{m} = \partial m/\partial t$ とする．表面移動速度 $\dot{m}$ は骨梁表面に対して外向き法線方向を正とし，休止 ($\dot{m} = 0$)，吸収 ($\dot{m} < 0$)，形成 ($\dot{m} > 0$) を表す．骨梁の形態変化を考える場合，各々の再構築回転による表面移動ではなく，それらの積み重ねによる表面移動が重要である．従って，本研究では再構築回転の積み重ねによりもたらされる表面移動をモデル化するため，再構築回転の時間スケール t に対して図 4.2 下段に示すように十分長い時間スケール T を用い，これを基準とした表面移動速度を $\dot{M} = \partial M/\partial T$ と定義する．すなわち $\dot{M}$ は $\dot{m}$ の微小時間 ΔT での時間平均として，

$$\dot{M} = \frac{1}{\Delta T}\int_{\Delta T} \dot{m}\, dt \tag{4.1}$$

と表されるものとする．すなわち本章では，この再構築速度 $\dot{M}$ がどのような力学因子に決定されるかを表す規範となる再構築則について検討する．

4.2.2 表面応力の等応力状態と局所再構築

再構築を担う各種細胞の活動を支配する因子としては，ビタミン D，PTH(Parathyroid hormone) 等の全身性因子に加え，その細胞のおかれた微視的環境に大きく依存したサイトカインや成長因子等の局所性因子の存在が認められている (永田 1987; Baylink et al. 1993; 長尾, 川島 1994; Manolagas 1995; Guilak et al. 1994). すなわち，全身性因子は，例えば全体的な骨の量的変化のような大域的な変化に主として関連し，骨梁形態変化のような場所により異なる再構築応答に対しては，この影響は小さく，局所性因子の影響が主となる．本章では，骨梁形態変化による構造的変化を後者の局所性因子の影響に注目してモデル化する．力学的側面から局所性因子を捉えた場合，骨梁の表面および内部の細胞が局所的力学状態を感知しているものと考えることになる (Cowin et al. 1991)．実際に，細胞間にはネットワーク様の接合 (Doty 1981) が存在すること，あるいは 1 つの細胞に与えた力学刺激が周囲の細胞にも伝達されることが知られており (Guilak 1994)，各細胞はその周辺近傍を含む局所の力学状態を感知し得ると考えられる．

この考えに基づき，骨梁表面の細胞が感知し得るのは，その点およびある広がりを持ったその点近傍の力学状態のみであるであると仮定し，例えば，器官とし

ての骨全体のような大域的な力学量は知り得ないものとする．ここでは，骨梁表面の細胞が感知する力学量を応力の正値性スカラ値関数 σ とし，その分布の不均一さが再構築を駆動すると考える．ある量の分布の局所的な不均一性は，第 3 章の空間等応力化モデルで用いた微分形，あるいは積分形 (Mullender et al. 1994; Tomita 1994) を用いて表現することができるが，本論文ではある程度の広がりを考慮し得る後者の積分形を採用することにする．

骨梁表面上の任意の点 $\boldsymbol{x}_c$ と，その近傍の骨梁表面上の点 $\boldsymbol{x}$ の応力値を σ_c および σ とする．図 4.3 に示す点 $\boldsymbol{x}$ から $\boldsymbol{x}_c$ までの距離 $l = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_c|$ に応じた重みを考え，点 $\boldsymbol{x}_c$ における局所近傍の応力を

$$\sigma_d = \int_S w(l)\sigma\, dS \Big/ \int_S w(l)\, dS \tag{4.2}$$

で表す．ここで S は骨梁表面を表し，$w(l)$ は l に関する重み関数として応力感知の局所性から近傍 $(l < l_L)$ でのみ値をもつとする．この局所近傍の応力 σ_d に対する点 $\boldsymbol{x}_c$ の応力 σ_c の相対値 Γ

$$\Gamma = \ln\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_d}\right) \tag{4.3}$$

により骨梁表面再構築の駆動力を記述する．ここで，σ_c と σ_d の比に対して対数を用いたのは，着目点の応力 σ_c と近傍における応力 σ_d との比が逆の場合，すなわち n 倍と $1/n$ 倍の場合に，成長と吸収の駆動力が符号は異なるが同じ大きさとして評価されるようにしたものである．

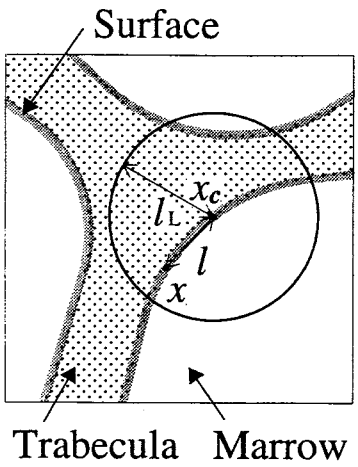


図 4.3 骨梁 (Trabecula) 表面の近傍

荷重支持構造を力学的にとらえると，一様応力は構造の一様強さを意味する．すなわち，生体組織の構造体としての適応の観点から骨梁再構築をとらえる上で，応力一様化，あるいは等応力化は重要な一つの指針であると考えられる．等応力化をもたらす条件としては様々なものが考えられる．例えば，大域的な目標値を設定することにより表現することが可能である．一方本章では，局所性に基づく再構築をモデル化するため，先に述べた局所的な骨梁表面応力分布に基づく表面応力の等応力化としての再構築則を記述する．一般に，構造体の表面応力は，材料が付加されると減少し，材料を除去すると増大する傾向を示す．従って，再構築速度式の一般的形式

$$\dot{M} = F(\Gamma) \tag{4.4}$$

においては，駆動力 Γ が正の場合は成長，負の場合は吸収する形式として表現することにより，局所の等応力化の過程を表現する．ここで，F は骨梁表面移動速度 $\dot{M}$ と局所的な表面再構築駆動力 Γ との関係を表す関数であり，$\Gamma = 0$ で再構築速度が $\dot{M} = 0$ となる再構築平衡点が存在し，その平衡点近傍では $\dot{M}$ と Γ は単調増加の関係にあるが，平衡点から離れると $\dot{M}$ には上下限値が存在する形式が一般的である．また，$\dot{M} = 0$ となる Γ の値が幅を持った不感帯 (Huiskes et al. 1987) も考慮されるのが一般的である．この式 (4.4) が，再構築則を数理モデルとして表した再構築速度式である．

4.3 骨梁表面再構築モデル

前述の局所的骨梁表面再構築モデルに基づく二次元有限要素法を用いたシミュレーションモデルを提案する．

4.3.1 有限要素による骨梁形態表現

二次元解析領域を正方形有限要素を用いて規則的にボクセル分割し，要素配列に合わせて図 4.4(a) に示す骨梁 (Trabecular bone) 形態を図 4.4(b) のように離散化する．この結果，骨梁の曲線的な形態は要素寸法を最小単位として離散的に表現される．また，形態変化に際して要素自体は形状変化や移動を行わず，骨梁表面の移動は表面での要素単位の除去・付加で表現される．従って，要素は骨梁形態

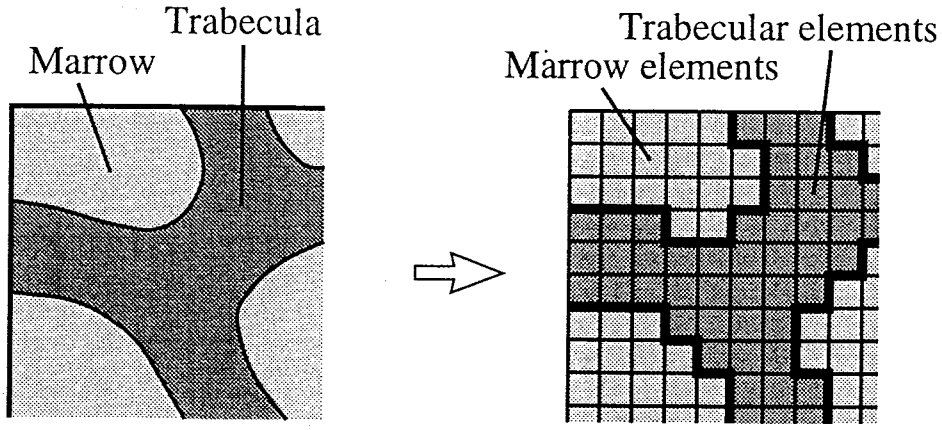


図 4.4 有限要素を用いた骨梁 (Trabecular bone) 形態の離散化

に対して十分小さく，BMU(Basic Multicellular Unit) (Frost 1969; 高橋 1982) あるいは BSU(Basic Structural Unit) (Jaworski 1981) と呼ばれる再構築により形成される最小の構造単位の大きさを下回る必要がある．以下では，シミュレーションの初期状態において骨梁 1 本の太さがおよそ要素 3 個分以上となるようにした．なお，骨梁自身の素材は，縦弾性係数 $E = 20\,\mathrm{GPa}$，ポアソン比 $\nu = 0.3$ の等方弾性体と仮定した．また，骨髄 (Marrow) 部分は空腔と見なし，有限要素解析においては要素が存在しないものとして取り扱う．

4.3.2 骨梁表面での局所的応力分布の感知

骨梁表面再構築の駆動力と仮定した式 (4.3) の Γ を，離散化された骨梁に対して評価する．ここで表面再構築を考えるべき骨梁表面に位置する要素は，骨髄腔部分と辺を接する要素とした．骨梁表面要素の総数を N とすると，表面要素 c に対する表面再構築駆動力 Γ_c は，式 (4.3) の離散形として，

$$\Gamma_c = \ln\left(\sigma_c \sum_i^N w(l_i^c) \Big/ \sum_i^N w(l_i^c)\sigma_i\right) \tag{4.5}$$

と求められる．ここで，σ_i は，図 4.5 に示すように骨梁表面要素 i の応力値を，l_i^c は表面要素 c と i の重心間の距離を表す．また，重み関数 $w(l)$ は，$l < l_L$ の範囲で値をとる局所性を表す関数として，ここでは単純な場合として図 4.5 左に示

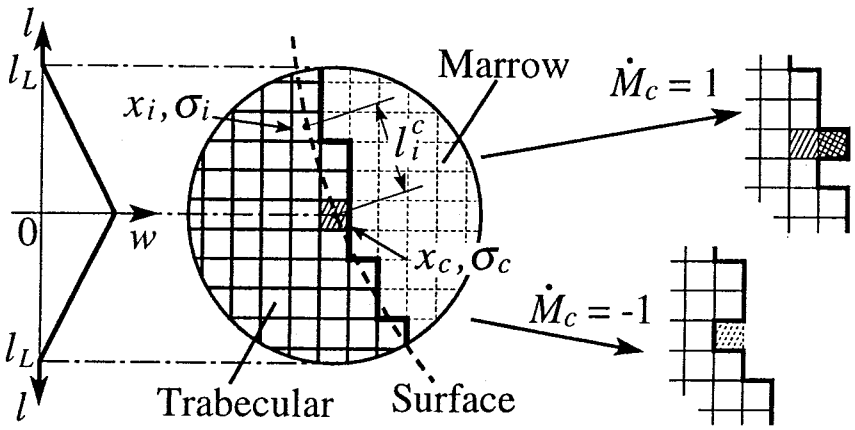


図 4.5　離散化された骨梁の表面再構築

す距離 l に比例して単調に減少する

$$w(l) = \begin{cases} 1 - \dfrac{l}{l_L} & (0 \leq l < l_L) \\ 0 & (l_L \leq l) \end{cases} \tag{4.6}$$

を用いる．これにより，図 4.3 に示したように要素 c を中心に半径 l_L の近傍領域内の応力のみを要素 c 上の細胞が感知すると仮定する．

4.3.3　骨梁表面移動則の導入

再構築による骨梁表面移動は，図 4.5 に示したように表面における要素の付加および除去により表現する．ここで，$\dot{M}_c$ は一回の形態変化，すなわち単位時間を表すシミュレーションステップあたりの表面移動を要素寸法を単位として elem./step で表したものであり，本モデルでは，要素の付加，無変化，除去に対応した $\dot{M}_c = 1$, 0, -1 の 3 通りに限定する．そのため，本来連続的な値を取る表面移動速度 $\dot{M}_c$ が離散的となることから，その決定に際しては確率的なランダム性を導入することで離散性を補うものとする．ここでは，骨梁表面要素 c で表面移動の起こる確率 $P_{\dot{M}_c}$ を，成長 $(0 < \Gamma_c)$ の場合は，

$$P_{\dot{M}_c}(\dot{M}_c = 1) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left\{\sin \pi \left(\dfrac{\Gamma_c}{\Gamma_u} - \dfrac{1}{2}\right) + 1\right\} & (0 < \Gamma_c \leq \Gamma_u) \\ 1 & (\Gamma_u < \Gamma_c) \end{cases} \tag{4.7}$$

吸収 $(0 < \Gamma_c)$ の場合は，

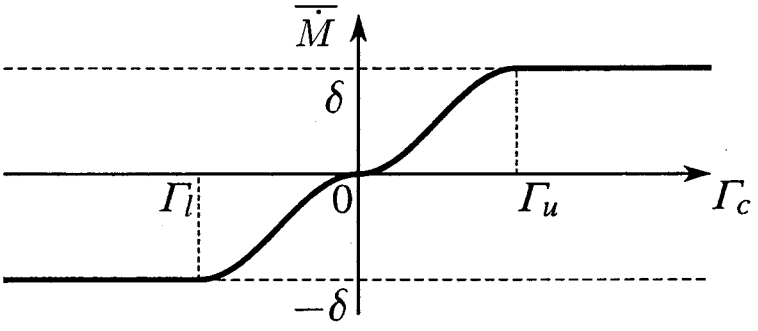


図 4.6 表面再構築の平均速度 $\overline{\dot{M}}$ と再構築駆動力 Γ_c

$$P_{\dot{M}_c}(\dot{M}_c = -1) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left\{\sin\pi\left(\dfrac{\Gamma_c}{\Gamma_l} + \dfrac{1}{2}\right) + 1\right\} & (\Gamma_l \leq \Gamma_c < 0) \\ 1 & (\Gamma_c < \Gamma_l) \end{cases} \tag{4.8}$$

と表す．すなわちこれは，再構築の繰り返しを考えた場合，1 step ΔT あたりの表面移動 ΔM の平均速度 $\overline{\dot{M}} = \overline{\Delta M/\Delta T}$ は，確率 $P_{\dot{M}_c}$ と要素寸法 δ を用いて，

$$\overline{\dot{M}} = \mathrm{sgn}(\Gamma_c)\ P_{\dot{M}_c}\delta \tag{4.9}$$

と図 4.6 のようになることを期待したものである．ここで，Γ_u および Γ_l は閾値を表している．再構築による形態変化が進み表面応力が等応力化されてくると，Γ_c の大きさは 0 に近づき，表面移動の起こる確率 $P_{\dot{M}_c}$ が小さくなる．本モデルでは再構築平衡 ($\overline{\dot{M}} = 0$) となる Γ_c の範囲で表される不感帯 (Huiskes et al. 1987) を，$\Gamma_c = 0$ の近傍における $\overline{\dot{M}}$ の勾配をほぼゼロとすることにより，近似的に表現している．この不感帯の幅が大きくなるほど変動する負荷に対して再構築形態変化が鈍くなり，負荷履歴に依存するようになる．

4.3.4 骨梁形態変化

前述の骨梁表面再構築則に基いて有限要素法を用いた形態変化を以下の手順の繰り返しにより表現する．

(1) 解析領域を設定し，図 4.4 に示したようにその領域内の分割に従って骨梁の初期形態を離散化し，各要素の材料定数を設定する (4.3.1節).

(2) 境界条件を与え二次元弾性有限要素解析により各要素の応力 σ を求める.

(3) 求められた応力値をもとに，各骨梁表面要素に対して式 (4.5) の再構築駆動力 Γ_c を求める (4.3.2節).

(4) 骨梁表面要素の再構築駆動力 Γ_c と，それに応じた確率 $P_{\dot{M}_c}$ により表面移動速度 $\dot{M}_c$ を決定し，要素の付加・除去により骨梁表面移動を行う (4.3.3節).

(5) 再構築による形態変化が得られない場合，再構築平衡に達したと判断して計算を終了し，平衡でなければ 手順 (2) に戻り計算を繰り返す.

解析は二次元平面ひずみ問題とし，骨梁表面で細胞の感知する応力 σ には相当応力を用いるものとする．また，以下では上記 (2)~(5) の一連の手順を 1 step とし，その繰り返し回数を step 数としている.

モデルパラメータである式 (4.6) の l_L，および式 (4.7)，(4.8) の Γ_u，Γ_l の値は，本来実際の再構築現象の観察に基づき，モデルとの対比により決定されるものである．さらに，本章で述べるような空間的および時間的に離散的なモデルに基づくシミュレーションにおいては，例えば，再構築の最小単位の寸法と要素寸法との相対的な空間スケール比，あるいは実際の再構築現象と時間ステップに離散化されたシミュレーションとの相対的な時間スケール比に応じて，それぞれの離散化の度合いを含めた等価な値を設定する必要がある．よって，次節以降で示す骨梁レベル (第 4.4 節)，海綿骨レベル (第 4.5 節)，椎体海綿骨 (第 4.6 節)，および大腿骨近位部 (第 4.7 節) のシミュレーションでは，相対的に有限要素の寸法が変化するため，各問題に応じてそれらの値を調整した.

感知半径 l_L の値を調整した場合，付録 A7 に示すように，l_L の値が大きくなると等応力状態を目指す範囲が大きくなることから見かけの密度の空間的な分布が明確になり，逆に小さくすると分布が抑えられることが確認されている．再構築の刺激として近傍の影響を考慮した Mullender et al. (1994) の再構築モデルにおいては，力学刺激の重みが 2 % となる距離を約 100 μm としている．また，骨梁における再構築の構造単位 (BSU) の寸法が，長さ約 600 μm，厚さ約 50 μm (谷澤と高橋 1990) であることから，l_L の値は数 100 μm 程度と考えられる.

閾値 Γ_u, Γ_l の値については，付録 A7 に示すように，これらの値の絶対値を小さくすると再構築の活性化の確率が増加することから再構築の平均的な速度が増加し，逆に大きくすると再構築の平均速度が減少することが確認されている．再

構築による骨梁表面移動は，領域内の骨量の増減をもたらすが，第 4.2.2 項で述べたように総量的な変化は全身性因子のもたらす変化とし，本モデルでは，この変化がないものとして骨組織の全体量をほぼ一定に保つように図 4.6 の閾値 Γ_u, Γ_l を変化させることで調整している．

4.4 骨梁形態変化シミュレーション

再構築のもたらす骨梁レベルにおける形態変化を検証するため，Frost (1988) により示された荷重方向と再構築による骨梁方向との関係の基本的な考え方に習い，再構築シミュレーションを行う．ここでは，図 4.7 に示す Frost (1988) の示したパターンや，これに類して Sadegh et al. (1993) が行った X 字形の骨梁等の基本的なパターンについて検討する．

4.4.1 単純圧縮モデル

単一あるいは少数本の骨梁が含まれる 500 μm × 400 μm の矩形領域を考え，図 4.8 に示すように厚さ 50 μm の剛体板を介して上端面から 2.0 MPa の圧縮一様荷重を受け，下端は同じ剛体板を介して支持される場合を考える．ここで，剛体板は周囲の力学条件を再現するために用いており，合力のみを与え，その分布は，骨梁形態に応じて変化するようにと考えた．剛体板の縦弾性係数は，骨梁要素の 10^8 倍である $E_r = 2.0 \times 10^9$ GPa とした．剛体板を含めた 500 μm × 500 μm のモデル

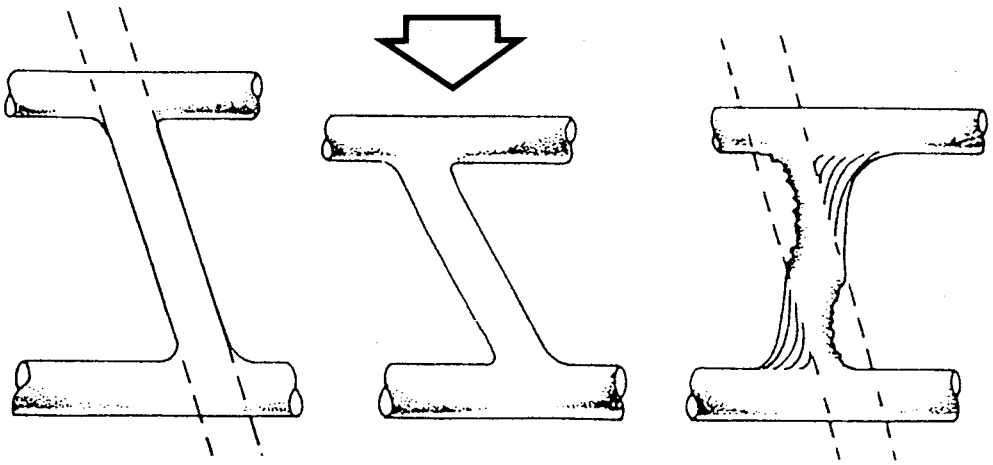


図 4.7 骨梁再構築の基本パターン (Frost 1988)

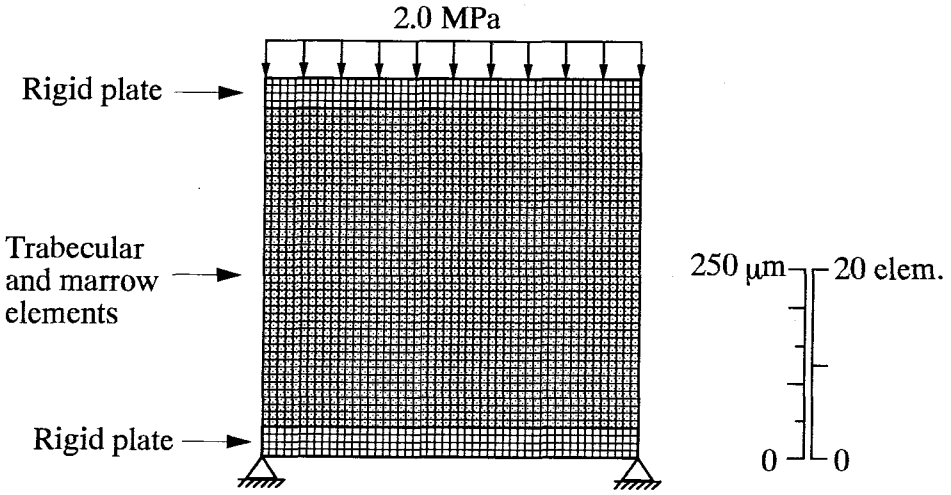


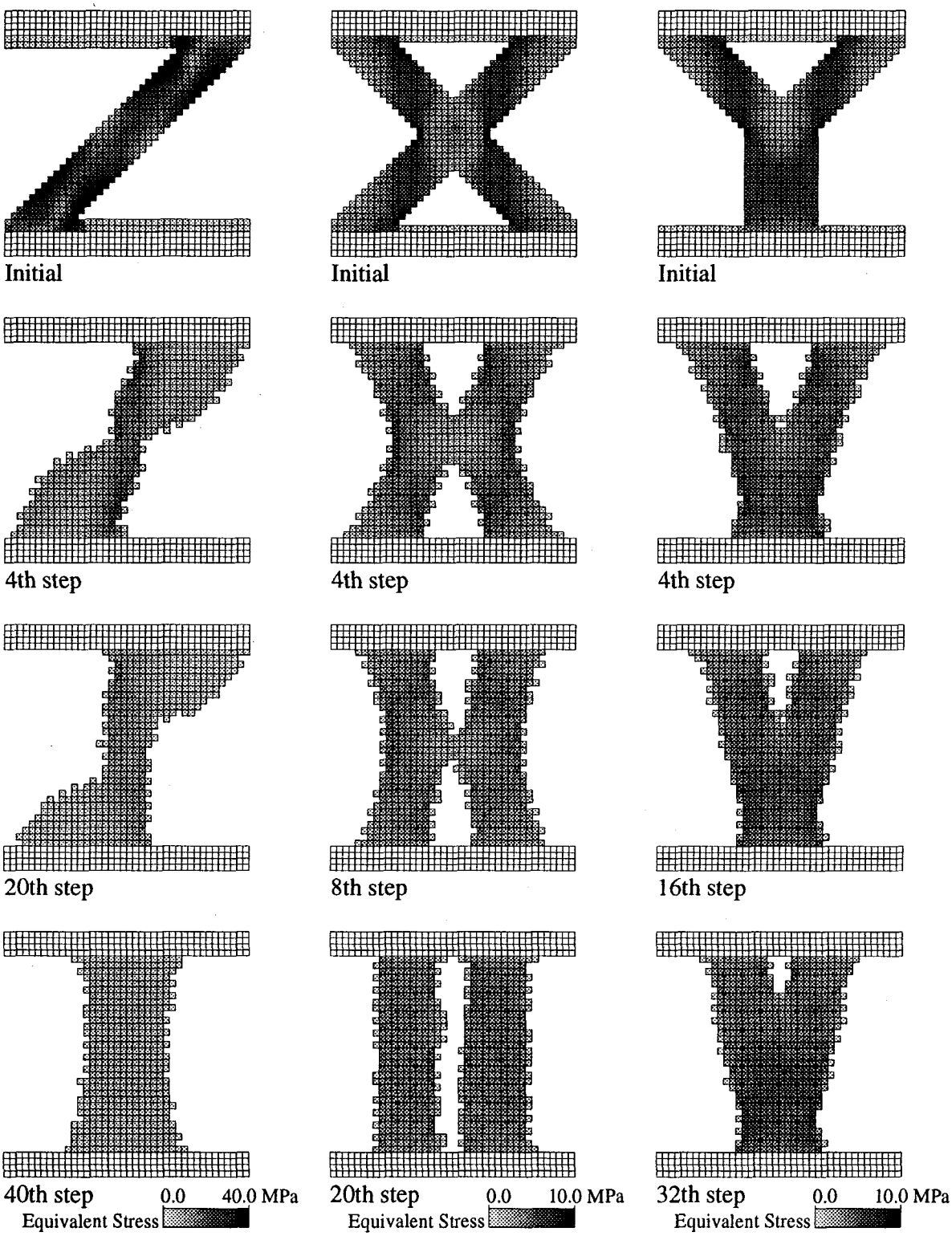
図 4.8　単純骨梁再構築の境界条件

領域全体を 40×40 要素に分割し，剛体板は厚さ方向に 4 要素に分割した．すなわち，1 つの要素の大きさは一辺 12.5 μm である．また，式 (4.6) の重み関数 $w(l)$ の感知領域半径 l_L は，第 4.3.4 節で述べたように，Mullender et al. (1994) の再構築モデルや骨梁再構築の構造単位の寸法 (谷澤と高橋 1990) を参照し，$l_L = 200\,\mu$m とした．これはすなわち，16 要素分の長さに相当する．また，式 (4.7)，(4.8) の閾値 Γ_u，Γ_l の値は，再構築駆動力を定義した式 (4.3) の着目点での応力 σ_c と近傍での応力 σ_d との相対差が，±5 % となった時，すなわち，$\sigma_c/\sigma_d = 1.05, 0.95$ の時の値を参考に $\Gamma_u, \Gamma_l = \pm 0.05$ とした．

4.4.2　単純圧縮下での骨梁形態変化

表面再構築による骨梁形態変化を図 4.9 に示す．同図中，要素の濃淡は各要素の相当応力 σ の分布を表している．また，最上段が初期形態を，最下段は再構築平衡における形態を表している．

Model A： Z 形の斜骨梁に単軸圧縮負荷が作用する Model A では，図 4.9(a) に示すように，初期形態 (Initial) において骨梁両端部近傍で強い曲げのために骨梁表面の相当応力 σ が高く骨梁が太くなり，逆に骨梁中央部では細くなり，同図 2 段目 (4th step) の形態へと変化する．骨梁両端の圧縮側表面では依然として比較的応力が高いが，引張側では応力は低下して表面移動が負に転じ同図 3 段目 (20th



(a) Model A (b) Model B (c) Model C

図 4.9 単純圧縮下での再構築による骨梁形態変化

step) へと変化する．更に骨梁は負荷方向へと回転し，最終的には同図 4 段目 (20th step) に示すように荷重方向に配向した再構築平衡状態に達する．

Model B： X 形の斜十字の骨梁に単軸圧縮負荷が作用する Model B では，図 4.9(b) に示すように，初期形態 (Initial) における表面応力に応じて表面移動が生じ，H 形に近い同図 2 段目 (4th step) の形態へと変化する．さらに形態変化が進むと，同図 3 段目 (8th step) に示すように架橋部分が細くなり，最終的には切れて 2 本の平行な骨梁となり同図 4 段目 (20th step) に示す再構築平衡状態に達する．この平衡状態において 2 本の骨梁に分かれた形態は，Sadegh et al. (1993) が境界要素法を用いて行った骨梁表面再構築シミュレーション結果と同様である．

Model C： Y 形に枝分かれした骨梁に単軸圧縮負荷が作用する Model C では，図 4.9(c) に示すように，初期形態 (Initial) における表面応力の高低に応じて表面移動が生じ，分岐の股部分は掘り下げられ，同図 2 段目 (4th step) の形態へと変化する．枝分かれした骨梁の内側面は応力が高く，この部分での骨梁の成長により股は閉じて行き，同図 3 段目 (16th step) の形態を経て同図 4 段目 (32th step) に示す再構築平衡状態に達する．

局所的な骨梁表面応力分布の等応力化の結果として，3 つの骨梁モデル全てにおいて骨梁方向が負荷方向へと変化している．これら結果は，単軸負荷下では負荷方向と骨梁方向との一致が荷重支持に適することを考えると妥当な結果を示している．しかしながら，たとえ力学的境界条件とモデルパラメータが同じ場合であっても，初期形態によりそれぞれ異なる平衡形態へと変化していることがわかる．これは，一つには図 4.6 に示したように再構築平衡 ($\Gamma_c = 0$) 近傍において再構築の感度が鈍くなる不感帯 (Huiskes et al. 1987) の存在を仮定したことが影響しており，例えば，不感帯が存在しない場合には，初期に Y 形の Model C は，再構築により 2 本の骨梁が融合して一本になり Model A の形態へ至る可能性と 2 本の骨梁に分離して Model B の形態へと変化する可能性の二者がある．

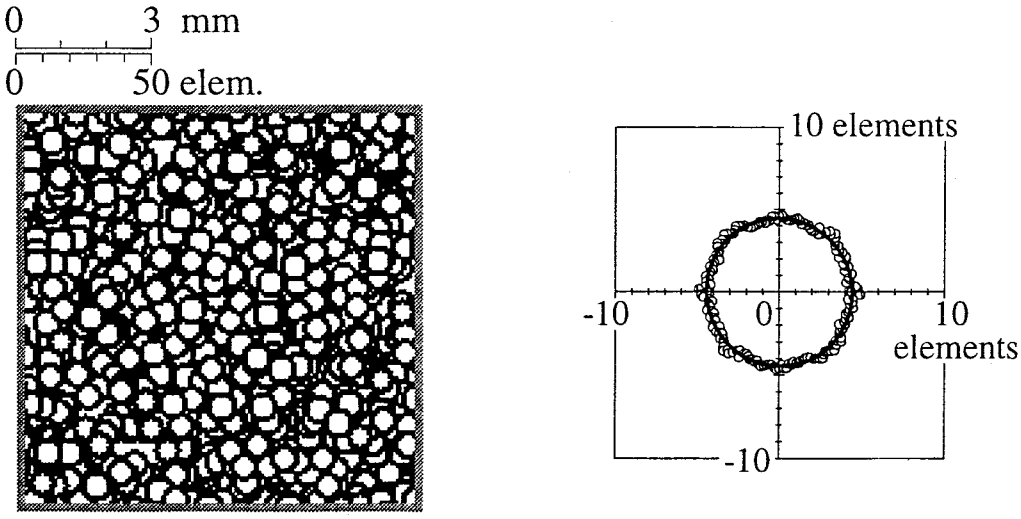
このように本シミュレーションにより，力学的に妥当な形態が従来提案されたモデル (Sadegh et al. 1993) に含まれる目標値等を設定せず，局所的な等応力化のみを目標とした再構築則により得られることが示された．すなわち，目標値を設定した場合でも等応力状態は達成されるが，必ずしも目標値を用いなくても同様な現象が表現されることが示された．

4.5 海綿骨の形態変化シミュレーション

局所的な再構築のもたらす巨視的形態に注目し，骨梁の集合組織である海綿骨レベルの形態変化シミュレーションを行う．

4.5.1 矩形海綿骨モデル

一辺 9 mm の正方形領域を考え，その内部に外径が 0.7 ～ 0.9 mm，幅が 0.15 mm の円環状骨梁をランダムに配置した図 4.10(a) に示す形態を海綿骨のシミュレーションモデルの初期形態とする．この初期形態は，図 4.10(b) に示すそのファブリック楕円 (Harrigan and Mann 1984) がほぼ円形に近似されることから等方的である．正方領域の外周は，骨要素に比べて縦弾性係数が 1/10 倍の 2 GPa，ポアソン比が 0.3 の素材を幅 180 μm で均一な分布荷重を与えるために配置した．要素分割はモデル全体を 150 × 150 要素，すなわち要素の一辺を 60 μm とした．境界条件として，この領域を連続体としてとらえたときの巨視的応力である垂直応力およびせん断応力を領域の周囲 4 辺に与える．第 4.4 節で示した骨梁レベルのシミュレーションに対して，骨梁形態を表現する要素の分割が相対的に粗くなるため，第 4.3.4 節で述べたように，要素の粗さに応じて応力分布の感知範囲の半径



(a) 骨梁形態　　(b) ファブリック楕円

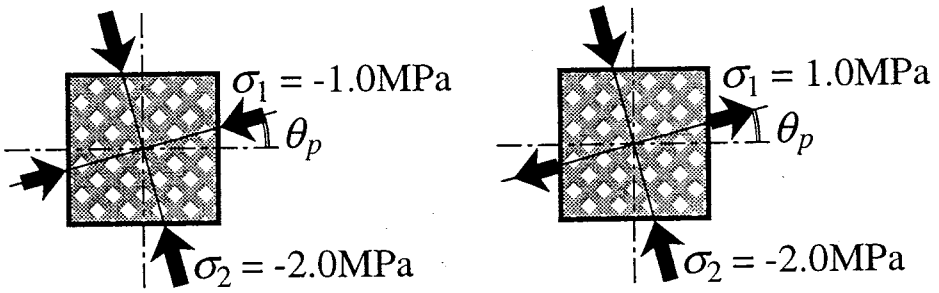
図 4.10　矩形海綿骨モデルの初期骨梁形態

l_L は 10 要素分の長さ，すなわち $l_L = 600\,\mu\mathrm{m}$ とした．また，再構築の閾値 Γ_l, Γ_u は，要素が粗くなることから 1 ステップ当たりの再構築速度が大きく表現されるため，等価な速度となるよう $\Gamma_u, \Gamma_l = \pm 0.5$ と値を大きくすることで調整した．この時，着目点での応力 σ_c と近傍での応力 σ_d との相対差は，$\sigma_c/\sigma_d = 1.65, 0.61$ となる．

4.5.2 矩形海綿骨形態変化

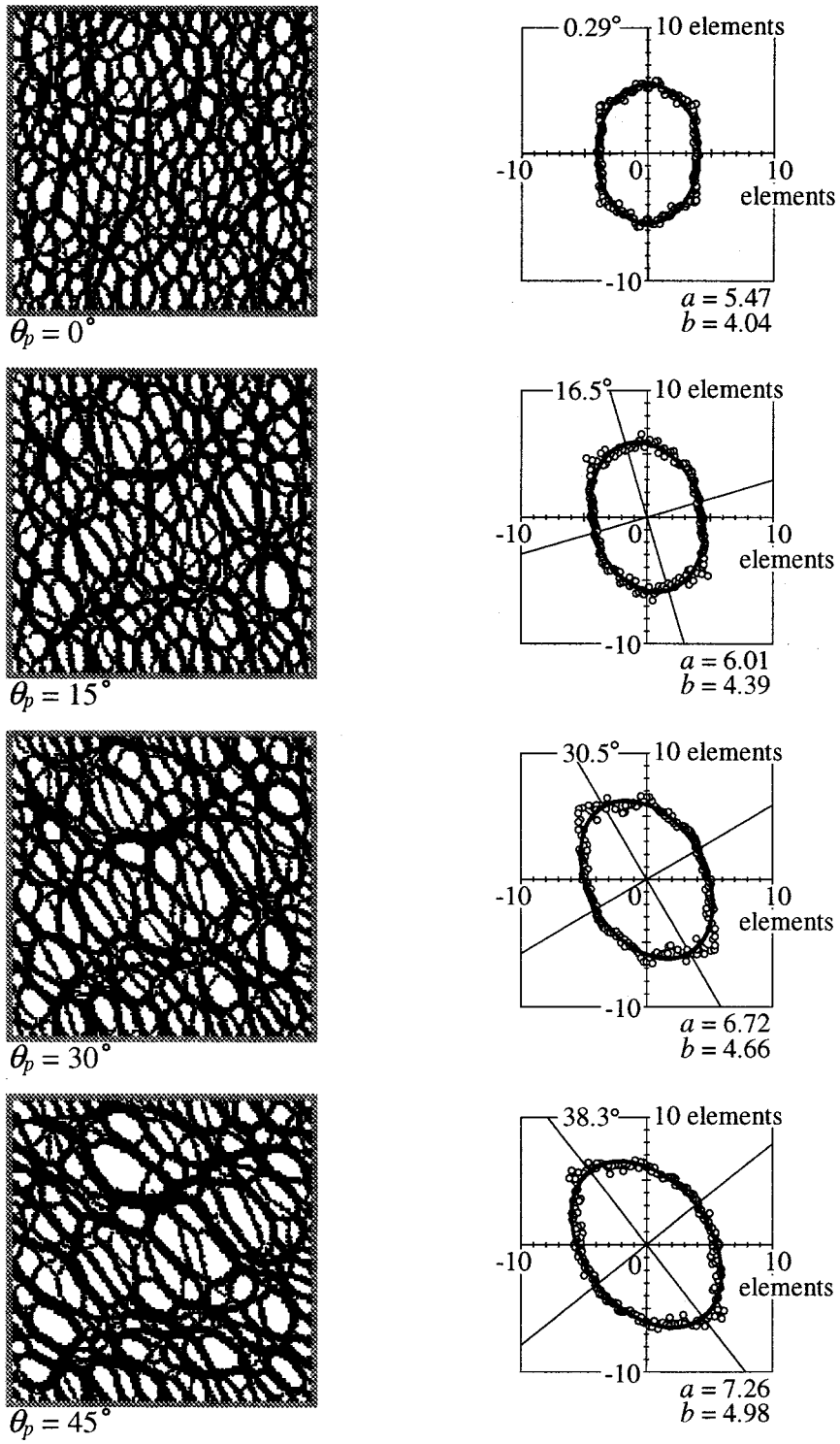
巨視的応力としての 2 つの主応力が，図 4.11(a) に示すように同符号となる $\sigma_1 = -1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$ の場合，および図 4.11(b) に示す異符号となる $\sigma_1 = 1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$ の場合に対して，主応力方向を $\theta_p = 0°, 15°, 30°, 45°$ へと変化させたときの海綿骨形態変化シミュレーション結果を図 4.12(a) および (b) に示す．同図は上段から順に 0°, 15°, 30°, 45° であり，左列がそれぞれの 8 step 目の海綿骨形態，右列が対応するファブリック楕円を表す．また，同図中 a, b の値は楕円の長短軸の 1/2 長を示す．

圧縮 − 圧縮： 同符号の主応力 $\sigma_1 = -1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$ が，$\theta_p = 0°$ 方向に作用する場合，図 4.12(a) の最上段に示すように，最大主応力 σ_2 方向の骨梁が太くなり，逆に σ_1 方向の骨梁が細くなり，あるいは消失することで，σ_2 方向の配向性を持つ骨梁形態に変化している．このことはファブリック楕円が σ_2 方向に長くなることにも現れている．この $\theta_p = 0°$ の形態から $\theta_p = 15°, 30°, 45°$ へと変化させたときの形態変化を見ると，主応力方向 θ_p の回転にともない，骨梁



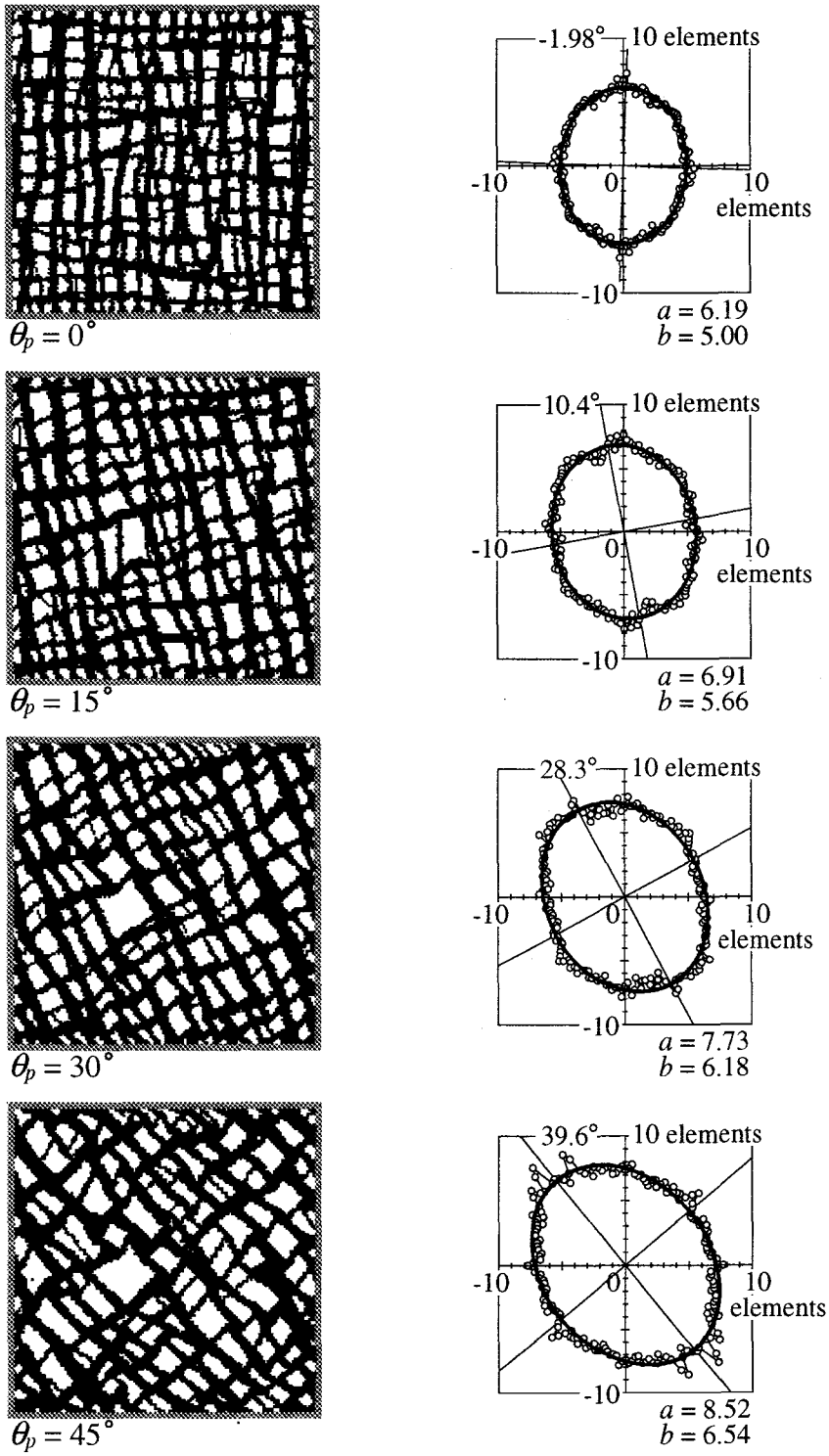
(a) 圧縮－圧縮　　(b) 引張－圧縮

図 4.11　矩形海綿骨に対する境界条件



(a) $\sigma_1 = -1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$

図 4.12 矩形海綿骨の再構築による形態変化 (続く)



(b) $\sigma_1 = 1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$

図 4.12　矩形海綿骨の再構築による形態変化 (続き)

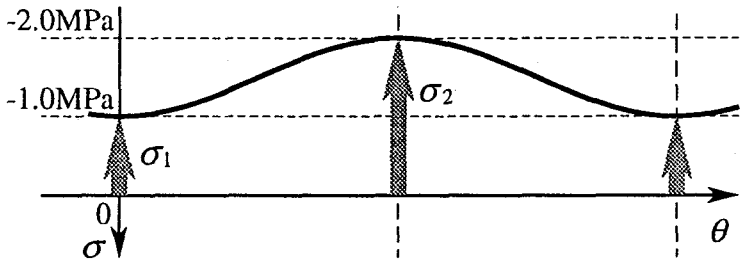
が σ_2 方向に再配向し，ファブリック楕円も主軸方向が，$\theta_p = 16.5°, 30.5°, 38.3°$ へと追従するように回転している．また，骨梁の太さは $\theta_p = 0°$ の場合と同様 σ_2 方向が最も太くなり，σ_1 方向のものが最も細くなり，あるいは消失している．

引張 − 圧縮： 異符号の主応力 $\sigma_1 = 1.0\,\mathrm{MPa}, \sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$ が，$\theta_p = 0°$ 方向に作用する場合，図 4.12(b) の 1 段目に示すように，先の図 4.12(a) に示した主応力が同符号の場合とは明らかに異なる形態的特徴が見られる．先の図 4.12(a) の例では，最大主応力 σ_2 の方向に太い骨梁が見られ，σ_2 方向から外れるに従って骨梁の太さや本数が少なくなるのに対して，図 4.12(b) の 2 つの主応力の符号が異なる例では，両主応力の方向に顕著に骨梁が現れほとんどの骨梁が直交する形態をなしている．一方，主応力方向 θ_p の回転に対しては，海綿骨の巨視的方向性も主応力方向と同様に回転しており，その様子はファブリック楕円の主軸方向が，$\theta_p = 10.4°, 28.3°, 39.6°$ へと変化していることからもうかがえ，前述の図 4.12(a) と同様の傾向を示している．

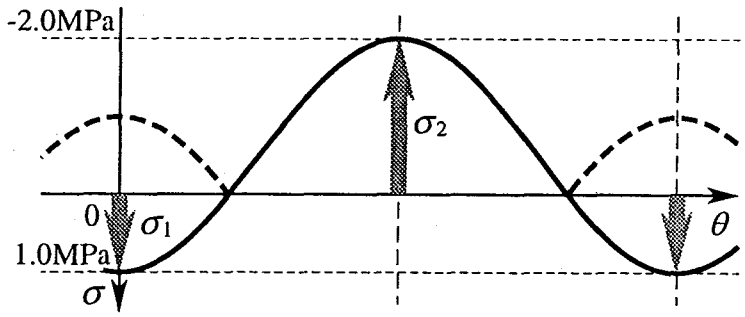
2 つの主応力が同符号で $\theta_p = 0°$ 方向に作用する場合，任意の角度 θ 方向の垂直応力は，図 4.13(a) に示す通り符号は負のまま同符号で変化する．骨梁がその長手方向の荷重支持に適すると考えると，図 4.13(a) の垂直応力分布と同様の骨梁幅の分布が予見され，またこのことは，図 4.12(a) に示した骨梁形態，すなわち主応力 σ_2 方向に最も骨梁が多く太く存在し，σ_1 方向に近付くほど骨梁の数や太さが小さくなっていく形態を十分に説明し得る．また，主応力 σ_1 方向の骨梁の消失が多く，この結果ファブリック楕円が σ_2 方向に長くなるものと考えられる．

このことは，2 つの主応力が異符号となる場合と比較すると明らかである．主応力方向が，$\theta_p = 0°$ の場合，任意角度 θ に対する垂直応力分布は図 4.13(b) に示すようになり，符号が負から正へと変化する．しかしながら，本モデルでは再構築の駆動力に対して，応力の符号の正負は影響を与えないため形態変化は応力の絶対値に依存する．従って，図 4.13(b) の垂直応力分布の絶対値に対応した骨梁の分布が予見され，図 4.12(b) に見られる主応力 σ_1, σ_2 の両方向に骨梁が顕著に現れた形態が説明される．このような明確な直交骨梁構造は，例えば膝蓋骨の矢状断面 (Hayes 1981) や大腿骨首部の冠状断面 (Wolff 1869) のように主応力が引張 − 圧縮となる領域において観察される．

主応力方向の回転に関しては，主応力値の符号にかかわらず主応力方向に追従



(a) 圧縮－圧縮 $\sigma_1 = -1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$



(b) 引張－圧縮 $\sigma_1 = 1.0\,\mathrm{MPa}$, $\sigma_2 = -2.0\,\mathrm{MPa}$

図 4.13　垂直応力分布の概略図

して巨視的骨梁形態が配向する．主応力方向の変化に伴いその主方向の骨梁が太くなり，逆に垂直応力の小さい方向の骨梁が消失し，また，骨梁の連なりが不連続なところでは骨梁が連続的になり，荷重支持形態が形成されることがわかる．海綿骨レベルの形態変化に対して得られた再構築平衡における骨梁形態は，図 4.12(b) に見られるように異符号の主応力場においては，直交の格子状形態が形成されており，第 3 章で示した格子連続体モデルとの対応が明かである．また，図 4.12(a) に示した同符号の主応力場においても同図に示すように MIL がファブリック楕円に近似されることから，骨梁構造の直交性が明かである．さらに，主応力の大きさに応じて骨梁の幅も変化している様子がわかる．以上のことから，本章で用いた骨梁表面応力の等応力化の考え方が，第 3 章で提案した格子連続体モデルを用いることの妥当性と，それに対して提案した再構築則の妥当性を示しているものと考えられる．

4.6 椎体海綿骨の形態変化シミュレーション

前節までに，骨梁レベルおよび海綿骨レベルの 2 つのスケールにおいてシミュレーションを行い，表面再構築則の基本的な特性を検討した．本節では，荷重支持構造に対する例として海綿骨と皮質骨からなる椎体の再構築シミュレーションを行う．正常な椎体海綿骨の骨梁構造は，主に圧縮負荷を支持するように体幹軸方向に配向した形態をなしている．しかしながら，椎体皮質骨形状の変化あるいは固定具等の装着により骨梁のおかれた力学環境が変化した場合，再構築によりそれらの形態が変化することが知られている (Mosekilde 1990; Sadegh et al. 1993). 本節では，椎体海綿骨の再構築シミュレーションを行い，椎体に作用する力学的負荷形態および皮質骨形態と骨梁形態との関係について検討する．

4.6.1 椎体モデル

健常椎体の冠状断面の二次元有限要素モデルを文献 (Mosekilde 1990) を参照して図 4.14 に示すように作成した．海綿骨初期形態は，外径が 1.2 ～ 1.5 mm，幅が 0.25 mm の円環状の骨梁をランダムに配置したものとした．実際の荷重状態を模擬するため，髄核 (Nucleus) と線維輪 (Annulus) からなる椎間板を配置し，さらに剛体板を介して体幹軸方向の荷重 F_1，F_2 を与える．各材料の縦弾性係数 E，ポアソン比 ν はそれぞれ文献値を参照し，骨部に対しては $E_b = 20\,\mathrm{GPa}$，$\nu_b = 0.30$

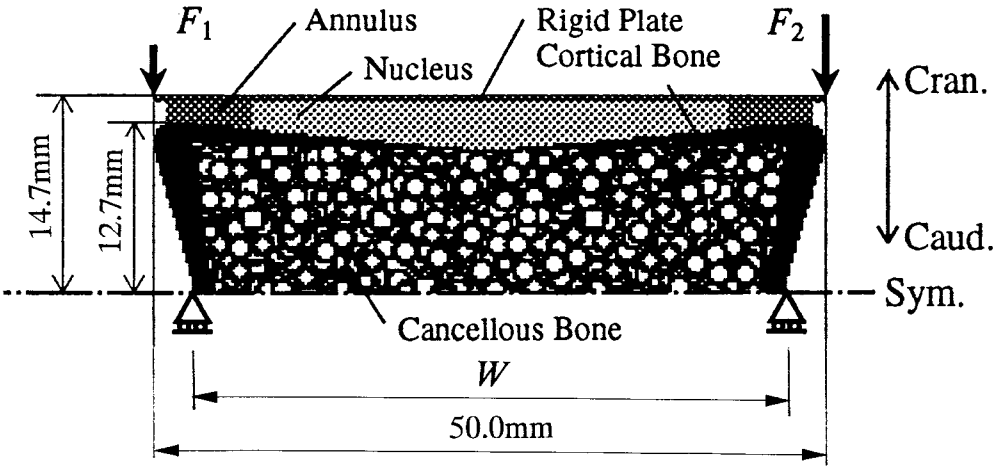


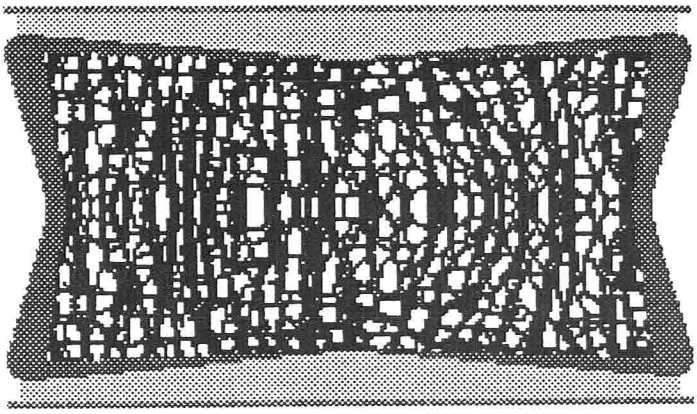
図 4.14 椎体再構築モデル

(Buskirk et al. 1981)，線維輪に対しては，田中と武林 (1995) の実験において線維輪層板 2 層の弾性率の値が最大でも 37 MPa であることから $E_a = 20\,\mathrm{MPa}$, $\nu_a = 0.45$，髄核に対しては非圧縮性を仮定し，$E_n = 1.0\,\mathrm{Pa}$，$\nu_n = 0.49$ (西澤ら 1994) とした．また，対称性を考慮して体幹軸方向に 1/2 の領域を 204×60 の正方形要素に分割して解析した．感知範囲の半径 l_L は，第 4.3.4 節で述べたように，要素の粗さに応じて変化する．ここでは，前 4.5 節と同様に 10 要素分の長さ，すなわち要素の寸法が 1 辺 250 μm であるから，$l_L = 2.5\,\mathrm{mm}$ とした．この要素寸法は，骨梁における再構築の構造単位 (BSU) の寸法が，長さ約 600 μm，厚さ約 50 μm (谷澤と高橋 1990) であることを考えると，ほぼ BSU と同程度である．また，再構築の閾値 Γ_l, Γ_u は，成長側の値は前節と同様に $\Gamma_u = 0.5$ としたが，本節のシミュレーションでは，初期の段階において吸収要素数が成長要素数を大きく上回るため，成長と吸収の速度の平衡を保つよう吸収側の値を $\Gamma_l = -1.0$ と大きく設定した．

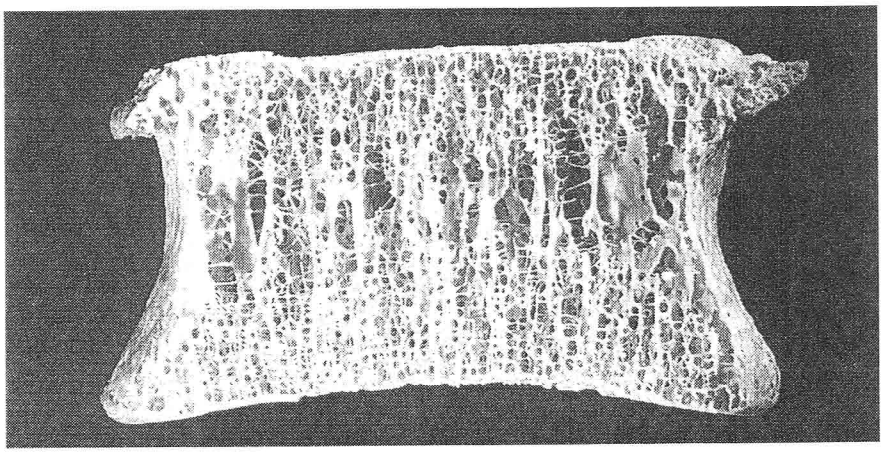
4.6.2 海綿骨形態変化

健常椎体海綿骨形態： まず，本シミュレーション手法により健常な椎体 (図 4.14 において $W = 44.0\,\mathrm{mm}$) の海綿骨形態が再現されることを確認する．椎体に作用する荷重は，屈曲時に作用する荷重を想定し，圧縮荷重，$F_1 = F_2 = 294\,\mathrm{N}$ と曲げ荷重，$-F_1 = F_2 = 98\,\mathrm{N}$ が重ね合わされた荷重，$F_1 = 196\,\mathrm{N}$，$F_2 = 392\,\mathrm{N}$ を設定した．これらの荷重の値は，体重 60kgf (=588 N) を $F_1 : F_2 = 1 : 2$ となるよう振り分けた．この時，曲げモーメントは $M = 2.45\,\mathrm{N{\cdot}m}$ となる．再構築シミュレーションによって得られた海綿骨形態は，図 4.15(a) に示すように骨梁は体幹軸方向に沿って配向している様子がわかる．この結果は，図 4.15(b) に示す実際の健常椎体の海綿骨構造 (Mosekilde 1990) と良く類似していることがわかる．

負荷形態による海綿骨形態の違い： 次に，健常椎体に対して与えた圧縮と曲げ負荷を個別に与え，負荷形態のみの違いによる再構築による海綿骨形態の相違について検討する．得られたシミュレーション結果を図 4.16 に示す．圧縮荷重，$F_1 = F_2 = 294\mathrm{N}$ のみ与えた場合では図 4.16(a) に示すように骨梁は体幹軸方向に配向し，曲げ荷重，$-F_1 = F_2 = 98\mathrm{N}$ のみを与えた場合では図 4.16(b) に示すように椎体弓状部を中心とする同心円状の骨梁及び放射状の骨梁が現れ，明らかに



(a) 再構築シミュレーションにより得られた海綿骨形態

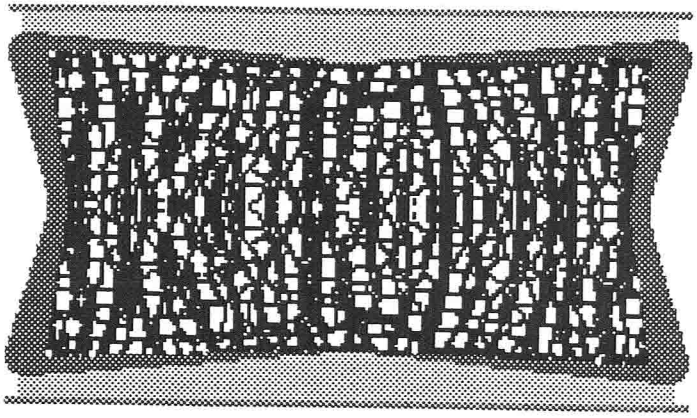


(b) 実際の健常椎体海綿骨 (Mosekilde 1990)

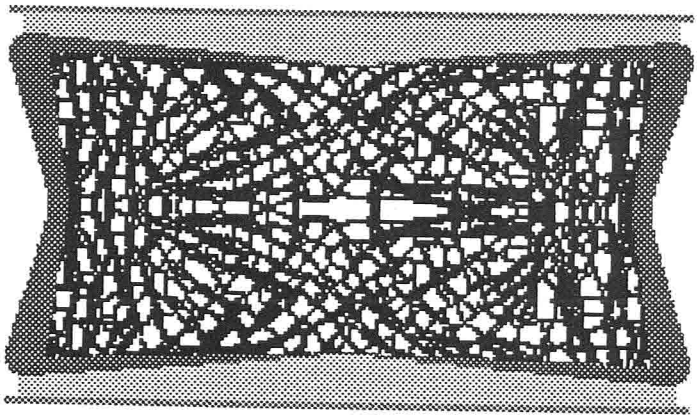
図 4.15 健常椎体の海綿骨形態

荷重形態の相違により形成される海綿骨内部の応力場の違いに応じた形態が得られた．この結果は，第 4.5 節の矩形海綿骨のシミュレーションで示したように外負荷の作用により形成される応力場の主方向に密接に関連する骨梁形態が，応力の不均一性を駆動力とする再構築モデルにより形成し得ることを示すものである．

皮質骨形態による海綿骨形態の違い： 最後に，皮質骨形態が変化した場合を想定したシミュレーション結果を図 4.17 に示す．この例は，高齢者に見られる椎体で，骨棘が形成され図 4.15(b) に示す正常な場合に比べて図 4.17(b) に示すように皮質骨形状が湾曲した場合 (Mosekilde 1990) を想定した．このモデルとして図 4.14 における対称面での外径を $W = 37.0\,\mathrm{mm}$ として湾曲形状を表現した．負荷



(a) 圧縮荷重 ($F_1 = F_2 = 294\,\mathrm{N}$)

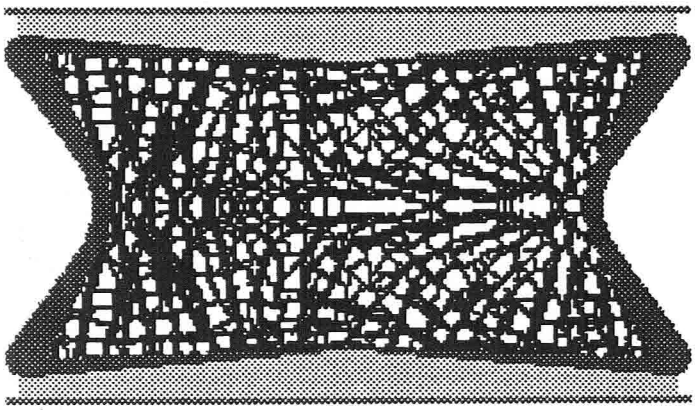


(b) 曲げ荷重 ($-F_1 = F_2 = 98\,\mathrm{N}$)

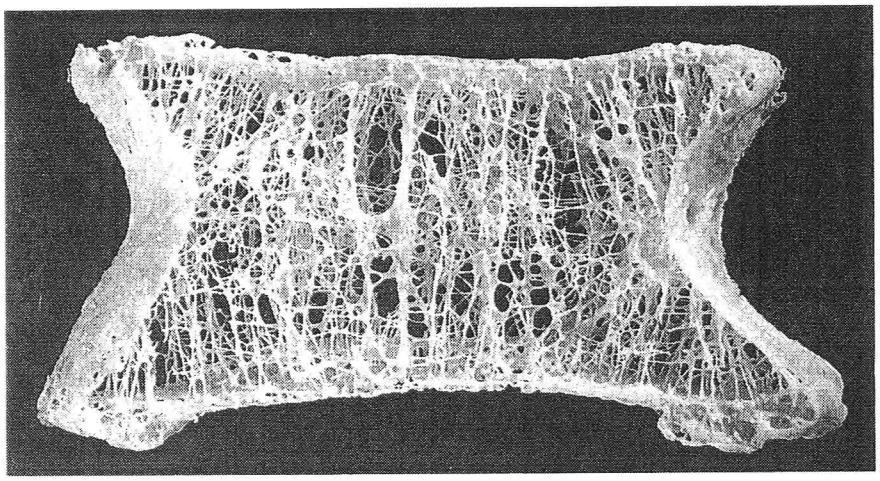
図 4.16　負荷形態による海綿骨形態変化の相違

荷重は，図 4.15(a) の健常椎体に対して与えた荷重と同じ圧縮荷重と曲げ荷重を同時，すなわち $F_1 = 196\,\mathrm{N}$，$F_2 = 392\,\mathrm{N}$ を作用させた．

皮質骨形態の変化した椎体には，図 4.17(a) に示すように椎体弓状部で放射状および同心円状の骨梁配向が見られる．この骨梁配向は曲げ荷重を与えた場合に現れた骨梁配向 (図 4.16(b)) と類似しており，大きな皮質骨突起部に加わる荷重が海綿骨に曲げを与えるためと考えられる．この結果は，図 4.17(b) に示す実際に観察される骨梁形態 (Mosekilde 1990) の特徴をよく表しており，荷重支持構造に対して行ったシミュレーション結果の妥当性を示すものである．



(a) 再構築シミュレーションにより得られた海綿骨形態



(b) 実際の椎体海綿骨 (Mosekilde 1990)

図 4.17 皮質骨形態の変化した椎体の海綿骨形態

4.7 大腿骨近位部の海綿骨形態変化シミュレーション

本節では，従来から Meyer (1867) による海綿骨の形態特徴の記述や Wolff の仮説 (Wolff 1869) などのように，海綿骨の骨梁構造の最適性について検討する際に広く例として取り上げられ，特徴的な骨梁の直交網の観察される部位の一つであるヒト大腿骨近位部の骨梁形態変化シミュレーションを行う．

4.7.1 大腿骨近位部モデル

大腿骨近位部として図 4.18 に示すような形状を考え，1 辺 0.4 mm の正方形要素を用いて分割した．この分割において高さ方向は最大 350 要素，幅方向は最大 200 要素となっている．海綿骨部には円環状の骨梁をランダムに配置したものを初期形態として用いた．コンピュータシミュレーションにおける要素分割数の制約により，大腿骨の寸法に対して骨梁寸法は相対的に大きくなり実際に比べて骨梁構造は粗く表現されるが，形態変化の傾向は表現可能と判断した．与えた境界条件は，大腿骨の長管部にあたるモデル下端面を固着とし，近位部側には骨頭部に関節からの荷重 (Joint reaction force)，および大転子に作用する張力 (Hip abduction force) に相当する合力を，文献 (Beaupré 1990) を参照して表 4.1 に示す大きさ P，方向 θ，および頻度 f で与える．これらはそれぞれ，立脚相 (One-legged stance phase)，外反時 (Abduction)，および内反時 (Adduction) に相当する．ここでは，

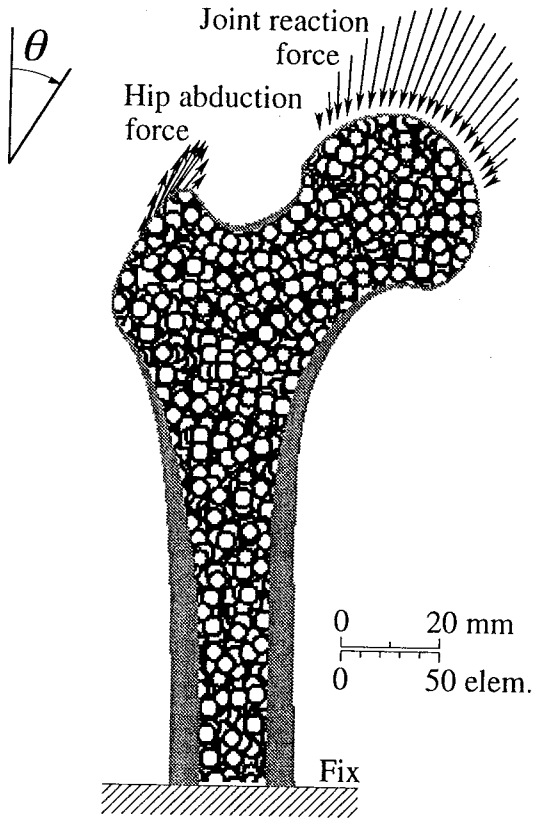


図 4.18　大腿骨近位部モデル

表 4.1 大腿骨に作用する合力の大きさと方向および頻度 (Beaupré 1990)

Load case	Joint reaction force P	θ	Hip abductor force P	θ	Frequency f
(a) One-legged	2317 N,	24°	703 N,	28°	6000/day
(b) Abduction	1158 N,	−15°	351 N,	−8°	2000/day
(c) Adduction	1548 N,	56°	468 N,	35°	2000/day

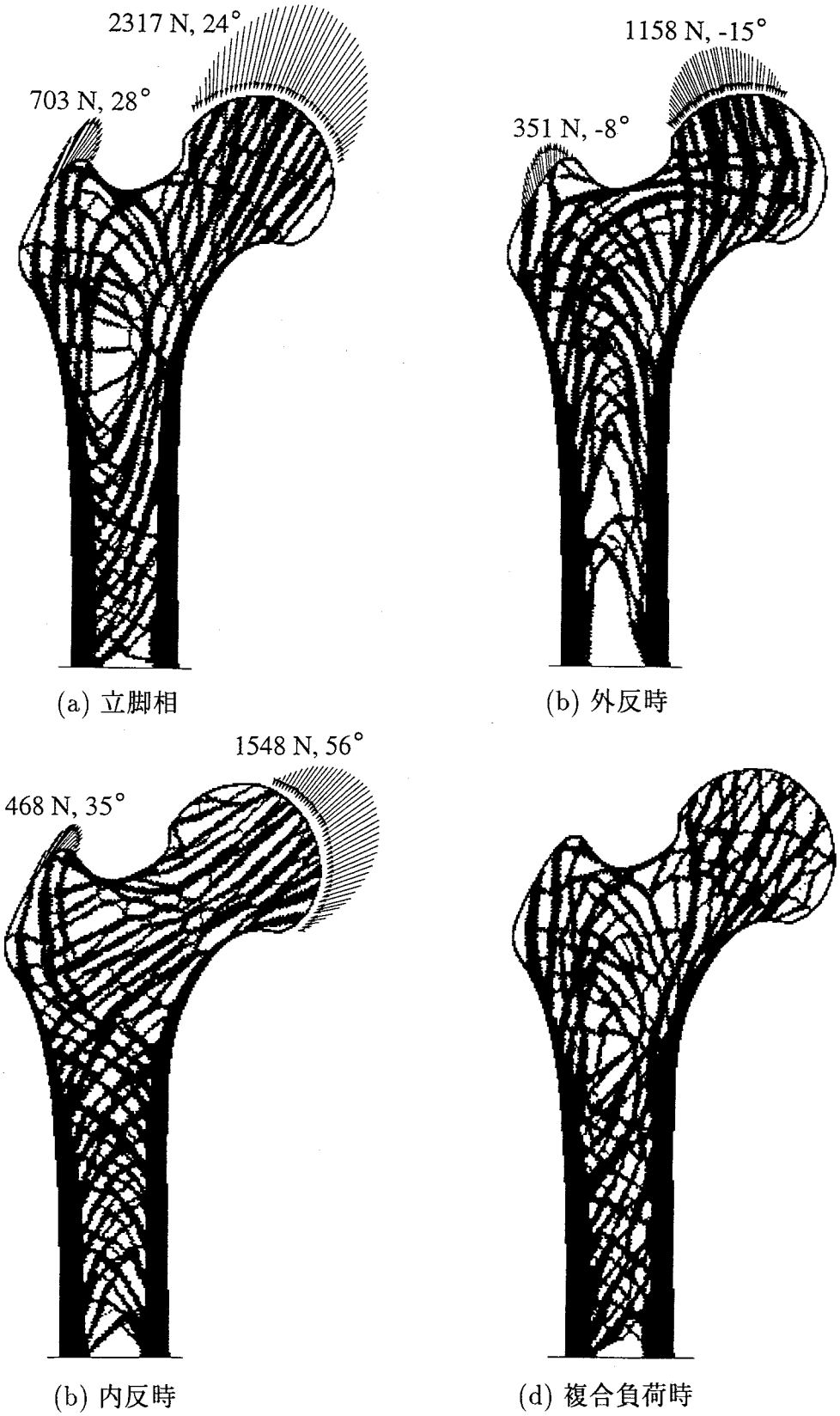
合力ベクトルがこれらと一致するように，正弦関数状に分布する荷重を仮定した．このとき，分布荷重の作用する領域は，関節面端部まで含めた最も広く取り得る領域とした．応力分布の感知領域の半径 l_L は，前節と同様に 10 要素分，すなわち要素寸法が 1 辺 0.4 mm であるから $l_L = 4\,\mathrm{mm}$ とした．また，再構築駆動力の域値は，前節の Γ_u の値および第 4.5 節と同様の $\Gamma_u, \Gamma_l = \pm 0.5$ とした．

4.7.2 大腿骨近位部の形態変化

表 4.1 の各々の単一荷重状態およびそれらが頻度に応じて作用した複合荷重状態に対する再構築による海綿骨形態変化の結果を図 4.19 に示す．

立脚相単一荷重： 立脚相における荷重 (a) に対する骨梁形態を図 4.19(a) に，その形態変化を付録の図 A8.1に示す．骨頭部から長管骨内側部への圧縮荷重により骨頭部には荷重方向に沿った主圧縮骨梁群が顕著に現れ，またこの荷重が骨頭の首部に与える曲げにより骨頭首部から長管外側部への湾曲したアーチ状引張骨梁が見られる．一方，大転子の引張力により長管外側の皮質骨へと伸びる骨梁が顕著に現れる．また，長管部には曲げによる直交の骨梁が見られる．

外反時単一荷重： 外反時の荷重 (b) に対する骨梁形態を図 4.19(b) に，その形態変化を付録の図 A8.2に示す．骨頭部分への荷重を受ける圧縮骨梁群が長管内側の皮質骨に荷重を伝えるように湾曲している．また骨頭首部に図 4.19(a) の場合よりもさらに大きな曲げの力を受けており，骨頭中心部から長管外側へと伸びる湾曲したアーチ状引張骨梁が図 4.19(a) に比べて非常に顕著に現れている．また，骨幹部では骨梁が消滅し大きな空隙が形成されている．



(a) 立脚相　(b) 外反時

(b) 内反時　(d) 複合負荷時

図 4.19　大腿骨近位部の再構築

内反時単一荷重： 内反時の荷重 (c) に対する骨梁形態を図 4.19(c) に，その形態変化を付録の図 A8.3に示す．骨頭首部にはほとんど曲げ荷重が作用しておらず，骨頭からは単純に荷重方向の圧縮の骨梁が顕著に発達しているのみであり，図 4.19(a), (b) に見られる曲げ特有の湾曲した骨梁は見られない．骨管部には大きな曲げ荷重が働いており直交した骨梁が顕著に現れている．

複合荷重： 実際の骨組織が受ける荷重は，大きさおよび方向が時間的に変化しており，そのような荷重状態を模擬するため，表 4.1 の 3 つの荷重 $i\,(i = a, b, c)$ それぞれに対して骨梁表面再構築の駆動力 Γ_i を評価し，表 4.1 に示す頻度 f_i に応じた重み付き平均値

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_a f_a + \Gamma_b f_b + \Gamma_c f_c}{f_a + f_b + f_c} \tag{4.10}$$

を用いて骨梁形態変化シミュレーションを行った．力学刺激を頻度に応じた重み付けの和を用いて評価するこの方法は，Carter (1987) の提案した再構築モデルに習うものである．得られた骨梁形態を図 4.19(d) に，その形態変化を付録の図 A8.4(d) に示す．荷重 (a) が 6 割の頻度で与えられるため，図 4.19(a) に示した荷重 (a) のみが作用した場合の結果に類似した形態が得られたが，荷重が単一でないために骨梁の方向にはばらつきが見られる．例えば，骨頭部の骨梁配向をみると，最も主だった方向は荷重 (a) の圧縮方向であるが，荷重 (b), (c) が加わることで骨梁方向にばらつきが生じ，これらの荷重にも対応した形態となっている．また，荷重 (b) が加わることにより，骨頭首部の曲げによる湾曲した骨梁がよく現れているが，ここでも骨梁の方向性にはばらつきが見られる．大転子からの張力を受ける部分では，3 つの荷重状態はほぼ同様なため，この部分の骨梁は複合荷重下でも顕著に現れている．

単一荷重下での形態変化では，3 つの荷重状態それぞれにおいて骨頭部では骨梁が平行に並び荷重方向の単軸圧縮のみを受けていることがわかる．また，骨頭首部より骨管にかけては直交した骨梁が見られるが，これは，第 4.5 節で示した 2 つの主応力が異符号の場合に得られる形態に類似しており，圧縮を受ける骨梁と引張を受ける骨梁とが交差していると考えられる．これらの形態はそれぞれの荷重状態に対応した形態となっており，一定荷重の支持に適した形態が得られていると考えられる．しかしながら，それぞれの単一荷重に対して得られた各形態は，他の荷重には対応しておらず，実際には複合荷重の作用する骨組織に見られ

る形態とはかなり異なるものとなっている．

一方，実際の荷重状態を模擬した複合荷重下での形態変化では，単一荷重下で形成された平行な骨梁群や顕著な直交骨梁群は見られず，各荷重方向に対応した形態が複合した形態となっていることがわかる．この結果は，Carter et al. (1989) が示したシミュレーション結果の解釈と同様であり，実際の再構築平衡における骨梁構造には，Wolff の仮説の表現である骨梁構造の直交性は必ずしも当てはまらず，また，個々の荷重に対応した骨梁が形成されることはない．このように，単一荷重下で顕著に現れた一方向に配向した，あるいは直交性の明確な骨梁構造に比べ，本シミュレーションで得られた形態は，図 4.20に示す実際の海綿骨の骨梁形態と類似した傾向を示していることがわかる．

実際の骨組織に見られる骨梁形態の巨視的方向性については，例えば Meyer (1867) の海綿骨の形態的方向性の特徴の記述，あるいは Wolff (1869) の仮説からも明らかなように，骨梁の負荷伝達方向への配向が認められる．また，Michell (1904) による格子構造に対する力学的な検討からも，このような配向が力学環境に対する適応形態を示しているものと考えられる．上記の結果は，平衡状態にお

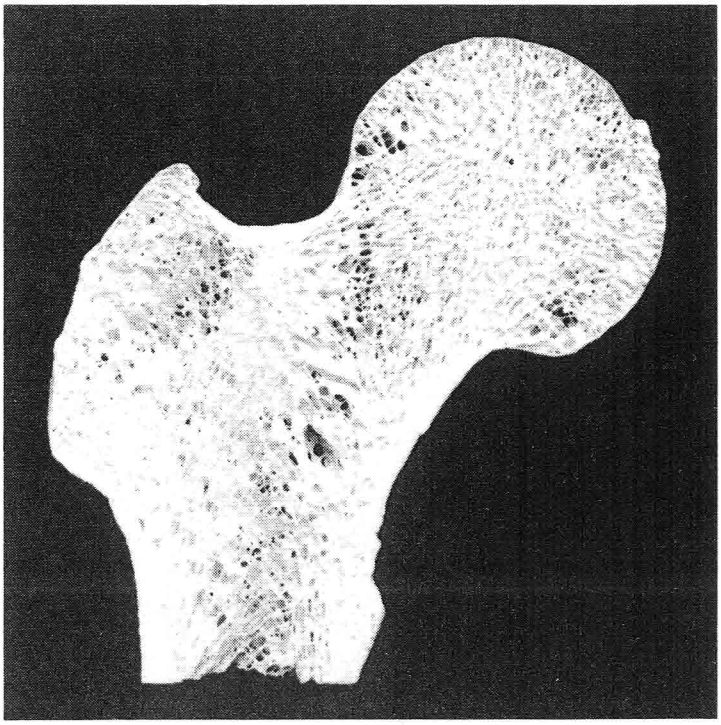


図 4.20　ヒト大腿骨近位部の海綿骨形態 (田中 1992)

いて達成される目標応力値を設定しない本報で示した表面応力の等応力化のみを目指した局所的再構築則が，力学的な適応により形成されたと考えられる実際の海綿骨構造をよく模擬した形態を導くことを示しており，本モデルの妥当性が示されたものと考えられる．

4.8 結 言

力学的機能を有する骨の形態の形成・維持に不可欠な再構築に関して，これまで巨視的な形態変化を取り扱ったものから微視的なメカニズムに関するものまで幅広く研究がなされてきた．しかしながら，骨の巨視的な形態や力学状態と骨梁レベルの微視的再構築過程による骨梁形態変化との関連については十分明らかにはされていない．本章では，微視的な骨梁レベルの再構築にともなう骨梁形態変化に対して，第2, 3章で採用した等応力状態を目指す再構築の考え方を直接導入した骨梁表面再構築モデルを提案し，シミュレーションによる検討を行った．

まず，休止，吸収および形成の3つの段階からなる骨梁表面再構築による骨梁形態変化を局所的な骨梁表面における応力分布の等応力化を目指す力学的な調整過程としてとらえた再構築則を提案した．ここでは，骨梁表面の細胞が感知し得るのは，その点およびある広がりを持ったその点近傍の力学状態のみであり，大域的な力学量は知り得ないものと仮定し，局所的な応力の不均一さを再構築の駆動力として導入した．次に，この局所再構築モデルに有限要素法を適用し，骨梁表面再構築のシミュレーション手法を提案した．二次元解析領域を正方形有限要素を用いて規則的にボクセル分割し，要素配列に合わせて骨梁形態を離散化した．再構築による骨梁表面移動は，表面における要素の付加および除去により表現し，その繰り返しにより骨梁表面再構築則に基く骨梁の形態変化を表現した．さらに，骨梁レベル，海綿骨レベル，および荷重支持構造としての椎体，大腿骨近位部の海綿骨形態変化のシミュレーションを行った．これらの結果に基づき，実際に観察される骨梁形態との比較を通じて本論文で提案する等応力の考え方に基づく局所再構築モデルの有用性について検証した．

骨梁レベルのシミュレーションでは，Frost (1988) の示した骨梁再構築の基本パターンに習い，単純圧縮負荷を受ける Z, X および Y 字形の単純骨梁モデルを

用いた再構築シミュレーションを行った．その結果，すべてのパターンにおいて骨梁形態は負荷方向に一致するよう変化し，荷重支持に適する形態として妥当な結果を示した．骨梁の集合組織である海綿骨レベルのシミュレーションでは，主応力方向の回転に追従して骨梁が配向する様子がファブリック楕円の主軸方向の変化で確認された．この時，主応力方向の変化に伴いその主方向の骨梁が太くなり，逆に垂直応力の小さい方向の骨梁が消失することで骨梁配向が変化することが示された．また，再構築平衡において得られた骨梁形態には，ファブリック楕円から直交格子との等価性が確認され，第3章で提案した格子連続体モデルの妥当性を示すものである．また，骨梁の幅も主応力に応じて変化しており，格子連続体の格子部材幅の変化として提案した再構築則の妥当性を示すものである．

荷重支持構造に対する例として行った椎体の再構築シミュレーションでは，椎体に作用する力学的負荷形態および皮質骨形態と骨梁形態との関係について検討した．その結果，圧縮荷重を与えた場合では骨梁は体幹軸方向に配向し，曲げ荷重を与えた場合では椎体弓状部を中心とする同心円状の骨梁及び放射状の骨梁が現れ，明らかに荷重形態の相違により形成される海綿骨内部の応力場の違いに応じた形態が得られた．また，健常椎体を模擬した例では，骨梁は体幹軸方向に沿って配向するが，骨棘の形成された椎体に見られる皮質骨形態の変化した例では椎体弓状部で放射状および同心円状の骨梁配向が，実際の椎体に見られるのと同様にモデルシミュレーションにおいても確認された．

ヒト大腿骨近位部に対するシミュレーションでは，立脚相，外反時，内反時それぞれの単一荷重状態およびそれらが頻度に応じて作用した複合荷重状態における骨梁形態について検討した．単一荷重下で得られた形態はそれぞれの荷重状態に対応した形態となっているが，実際の荷重状態を模擬した複合荷重下での形態変化では，単一荷重下で形成された平行な骨梁群や顕著な直交骨梁群は見られず各荷重方向に対応した形態が複合された形態となっていることが示された．このことは，再構築平衡において必ずしも骨梁構造が直交する必要が無いことを示唆しており，この結果は Carter et al. (1989) の結論に一致するものである．このようにして得られた骨梁形態は，実際に観察される骨梁形態の特徴をよく表しており，本シミュレーション結果の妥当性が示された．

以上の結果から，再構築による骨梁形態変化を力学的視点からとらえ，骨梁表

面応力の不均一性を駆動力とする局所再構築則に基づく骨梁形態変化が，力学環境に対する適応変化をもたらし得ることが明らかになった．微視構造レベルの応力の等応力化と再構築による微視構造変化との関連を検討するために残留応力は考慮していないが，等応力化と形態との関連を示した結果は，第 3 章で述べた格子連続体に対する再構築則にも共通する考え方である．実際の骨組織に見られる海綿骨形態についても本モデルの有用性を確認することができ，表面応力の等応力化が力学的再構築を考える上での一つの有効な指針となり得ることが示唆された．さらに，本章で提案した骨梁の表面再構築モデルは，対象とする現象のスケールに応じて，第 3 章で提案した格子連続体モデルと相補的に用いることが有用であると考えられる．

第 5 章

骨の再構築を模した力学構造形成

5.1 緒 言

荷重支持機能を有する骨の構造としての力学的最適性に関して，局所的に表現された再構築則とその結果としてもたらされる全体構造としての最適性との関係が議論されることが多い (Harrigan and Hamilton 1992, 1994; Huiskes and Kuiper 1993; Hollister et al. 1993; Cowin et al. 1994). しかしながら，実際には骨の再構築は，第 1.1.2 節で示したように細胞の局所的な活動によるものであり，それによって形成・維持される全体構造の最適化を再構築が担っているとは考え難い. むしろ，再構築は単に微視的な骨内部構造の変化則であるに過ぎないと考えるのが自然である. もし，この再構築の結果として形成された構造に何らかの価値を見いだすならば，再構築の考え方から力学構造を形成する際の考え方が引き出せるものと期待できる. あるいは，バイオメカニクス的な観点 (林 1995a, 1995b) から骨の力学的再構築を理解した上で機能的な適応構造設計あるいは形状創生法への応用が期待されるところである.

骨の形態形成過程を模倣することで，何らかの最適性を有する構造物の形状決定を行おうとする考えはごく自然であり，第 1.1.5 節で示したように生長変形法 (梅谷 1976; 梅谷, 平井 1976)，パターン変換法 (尾田 1976; 尾田, 山崎 1977, 1978)，逆変分法 (瀬口, 多田 1978; 浜田ら 1980; 多田ら 1985)，成長ひずみ法 (畔上 1988; 畔上, 高見 1990; Azegami 1990) などがこれまで提出されている. 骨の形態形成過程を模倣した構造設計では，骨の再構築過程の基本的なメカニズムのみを参照し，実際の骨の形態にとらわれることなく，骨とはまったく異なる形態をも含めた形態形成の能力に興味を絞ることができる. すなわち，骨の再構築による機能

的適応の直感的な概念のみを導入することから，骨再構築過程を現象論的に忠実に表現した再構築の数理モデルをそのまま構造設計に利用することまでを含めて，広く骨の再構築による構造形成を模倣しようとするアプローチととらえることができる．逆に，構造形状決定法として提案された手法を骨の力学的再構築のモデルとして用いようとする試み (Hollister et al. 1993) もあることは，視点の異なる二つのモデル化の考え方が存在することとそれらの間の密接な関係を例証するものである．

骨構造の最適性として海綿骨の骨梁レベルにおける応力の局所的な等応力状態を目指す再構築の考えに基づき，第3章では格子連続体による再構築モデルを，第4章では骨梁表面再構築モデルを提案し，実際に観察される骨構造との比較を通じて骨の力学的再構築モデルとしての妥当性を検討した．本章では，この局所応力の等応力状態を目指す骨の再構築則を力学構造物の構造形態形成手法として利用することを考え，応力調整モデルに含まれるパラメータを，骨の再構築現象とは異なる範囲までをも含めて自由に調整することで，どのような形態形成が可能であるかについて検討する．これは，生体組織に備わった適応のメカニズムを力学構造に援用しようとの伊能ら (1993, 1995a, 1995b) や Reiter and Rammerstorfer (1993) と類似の視点に立つものである．

本章では，離散的な骨組構造や複合材料などの微視的な内部構造を有する連続体のモデルとして，第3章で示した格子連続体を用いて検討する．外力の下で生じる連続体としての巨視的応力と，内部構造レベルでの応力 (有効応力)，例えば骨組構造の部材や複合材料の強化材に作用する応力の関係は，内部構造自体に大きく依存し，両者は内部構造の特徴を表すパラメータを用いて関係付けられる．この有効応力は，構造物の強度と直接に関連することから，形態形成過程において目標とする有効応力の一様性は構造としての力学的最適性の一つの尺度となり得る．以下では，多くの最適構造決定問題が二次元問題を対象として基本的な特性が議論されていることに習い，内部構造を持つ二次元格子連続体を対象に，内部構造変化およびその結果として形成される残留応力を積極的に利用する力学構造の形成について考える．まず，二次元格子連続体モデルを示した後，繰り返しの曲げ負荷を受ける梁構造のシミュレーションを行い，内部の有効応力の調整過程について検討する．次に，単純引張り構造を例に残留応力の形成を含めた構造形成，

および得られた結果から構造パターンを形成する方法について検討する．最後に，せん断負荷を受ける正方，長方ブロックおよび複合負荷を受ける長方ブロックの構造形成を例に，本手法の力学構造形成手法としての可能性について検討する．

5.2 力学構造形成モデル

第 3 章で示した内部構造と残留応力を考慮する骨の力学的再構築モデルを応用し，力学的負荷に対する内部構造レベルでの応力を等応力化させる内部構造および内部応力分布の決定手法について整理する．ここで用いる二次元格子連続体は，第 3 章で示した三次元格子連続体モデルの二次元への特殊化から導かれるものではなく，構造そのものが二次元的な格子構造を有するモデルである．

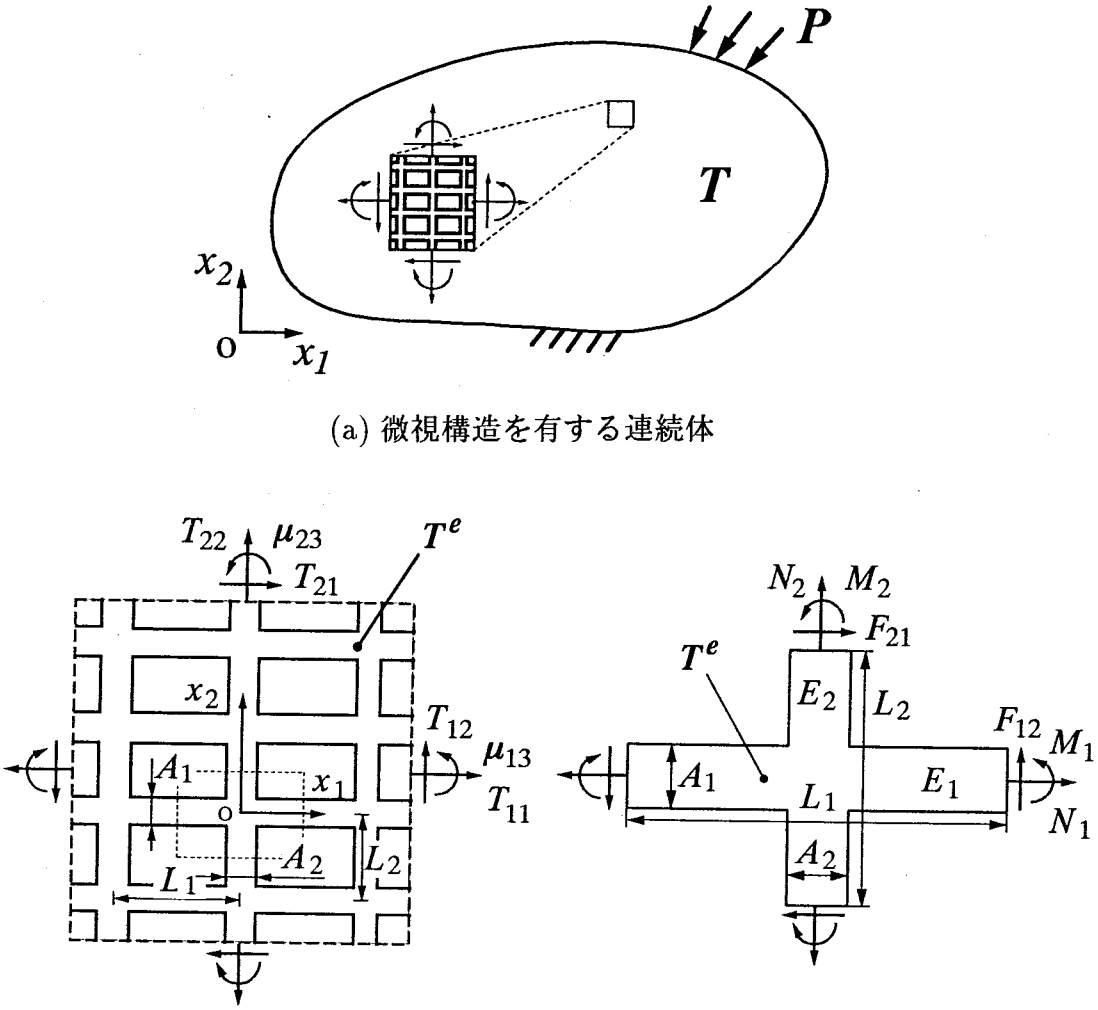
5.2.1 二次元格子連続体モデル

内部構造を持つ連続体 (図 5.1(a)) のモデルとして，骨梁構造を考慮した海綿骨のモデルとして第 3 章で提案した三次元格子連続体と同様な考え方により，図 5.1(b) に示す二次元直交格子連続体モデルを採用する．二次元の直交格子連続体モデルは，図 5.1(c) に示す 4 本の梁が剛に接合された単位格子が図 5.1(b) のように連続的に分布したものと等価なモデルである．座標軸 $x_i\,(i=1,2)$ を構造の主軸に一致させると，応力テンソル $T_{\alpha\beta}$ の対称部 $\sigma_{\alpha\beta}$ および偶応力テンソル $\mu_{\alpha 3}$ の偏差部 $m_{\alpha 3}$ は，ひずみテンソル $\gamma_{\alpha\beta}$，曲率テンソル $\kappa_{3\alpha}$ と

$$\sigma_{ii}=\bar{E}_i(\gamma_{ii}-\gamma_{ii}^0),\quad \sigma_{ij}=2\bar{G}\gamma_{ij},\quad m_{i3}=4\bar{G}\bar{L}_i^2\kappa_{3i} \tag{5.1}$$

$$\bar{E}_i=E_iS_i,\quad \bar{G}=\frac{E_iE_jS_i^3S_j^3L_i^2L_j^2}{E_iS_i^3L_j^4+E_jS_j^3L_i^4},\quad \bar{L}_i=\frac{L_i}{4}\sqrt{\frac{1}{3}\left(1+\frac{E_iS_i^3L_j^4}{E_jS_j^3L_i^4}\right)} \tag{5.2}$$

のように関係づけられる．ここで，γ_{ii}^0 は部材成長量を表す初期ひずみであり，第 3 章と同様に垂直成分のみを考慮する．また，$\bar{E}_i, \bar{G}, \bar{L}_i$ は，連続体としての見かけの材料定数であり，内部構造を表すパラメータである x_i 軸方向の格子間隔 L_i，x_i 軸方向部材の幅 A_i の L_j に対する比 $S_i(=A_i/L_j)$ および格子部材自体の縦弾性係数 E_i の関数として表される．なお，本章においても第 3 章と同様に添え字 $i,j\,(=1,2;i\neq j)$ は総和規約に従わないものとする．



(a) 微視構造を有する連続体

(b) 二次元直交格子連続体

(c) 単位格子

図 5.1 微視構造を有する物体の二次元格子連続体モデル

5.2.2 内部構造の再構築則

格子連続体において，巨視的応力 $T_{\alpha\beta}$ および偶応力 $\mu_{\alpha 3}$ と図 5.1(c) に示す単位格子に作用する垂直力 N_i，せん断力 F_{ij} $(i \neq j)$，偶力 M_i は，

$$T_{ii} = \frac{N_i}{L_j}, \qquad T_{ij} = \frac{F_{ij}}{L_j}, \qquad \mu_{i3} = \frac{M_i}{L_j} \tag{5.3}$$

として関係づけられる．この式 (5.3) を用いることにより連続体の解析で得られた巨視的応力，偶応力と部材に作用する格子レベルでの力，偶力が直接関係づけられる．さらにここでは，各格子部材を梁と考えることにより格子レベルの応力

である有効応力が求められる．なお，本章で示す構造形成手法では，各部材に作用する垂直力 N_i により生じる有効応力の垂直成分

$$T_{ii}^e = \frac{N_i}{A_i} = \frac{T_{ii}L_j}{A_i} = \frac{T_{ii}}{S_i} \tag{5.4}$$

のみの等応力化を指向するものと考える．

有効応力の垂直成分 T_{ii}^e の等応力化を目標とする内部構造変化則は，式 (3.17) と同様に目標応力値を設定せず，局所の有効応力とその近傍における有効応力との差を減少させるように表現する．格子部材の幅 A_i は単一格子内で一様に変化すると考え，その速度を正の速度パラメータ R_i を用いて，

$$\frac{1}{A_i}\frac{\partial A_i}{\partial t} = -R_i\nabla^2|T_{ii}^e| \tag{5.5}$$

と表現する．ここで，∇^2 は，連続体を記述する空間座標に対するラプラシアンである．この格子部材幅 A_i の変化は，部材幅比 S_i の変化を意味し，式 (5.1) に示したように連続体としての力学特性を変化させる．また，見かけの密度比 ρ

$$\rho = S_1 + S_2 - S_1S_2 \tag{5.6}$$

も変化することになる．

格子部材幅変化にともない自然長も変化する．これも第 3 章の式 (3.18) と同様にして初期ひずみの垂直成分 γ_{ii}^0 の変化として表すと，その速度は，

$$\frac{\partial\gamma_{ii}^0}{\partial t} = \frac{1}{A_i}\frac{\partial A_i}{\partial t}(\gamma_{ii} - \gamma_{ii}^0) \tag{5.7}$$

となる．この部材自然長の変化が初期ひずみとして構成式 (5.1) に導入される．この結果，構造としての不静定性により内部応力，すなわち無負荷状態における残留応力が生じることになる．逆に考えると，この内部応力が有効応力調整の役割の一端を果たすことになる．

5.3 力学構造形成の手順

前 5.2 節で示した内部構造を有する連続体とその適応モデルを用いて，有効応力の等応力化による構造形成手法について述べる．すなわち，骨の適応モデルを用いた構造形成手法の基本手順は以下のように整理される．

(1) 構造を配置する任意の領域を設定し，初期状態として式 (5.1) に含まれる構造パラメータ L_i, A_i，格子部材の縦弾性係数 E_i，初期ひずみ γ_{ii}^0，および格子の主軸方向を与える．

(2) 領域を有限要素により離散化し，任意の境界条件の下で偶応力理論に基づく有限要素解析を行い，変形・応力場を求める．

(3) 得られた巨視的応力の垂直成分 T_{ii} より，式 (5.4) を用いて有効応力の垂直成分 T_{ii}^e を計算する．

(4) 得られた有効応力を用いて式 (5.5) 右辺の $\nabla^2|T_{ii}^e|$ を求め，離散化単位時間 Δt に対する格子部材幅の増分 ΔA_i を計算する．

(5) 部材幅の増分 ΔA_i を式 (5.7) に代入し，初期ひずみ増分 $\Delta\gamma_{ii}^0$ を計算する．

(6) 各増分 ΔA_i，$\Delta\gamma_{ii}^0$ を用いて式 (5.1) の構成式を更新し，手順 (2) に戻る．

以上の手順を反復的に繰り返すことにより，逐次的に格子部材幅 A_i と初期ひずみ γ_{ii}^0 を修正し，領域内に部材幅比 S_i および密度比 ρ の非一様なパターンを形成する．また，必要に応じ，それに基づく離散的骨組あるいは連続体構造の形成を行う．ここで，部材幅比 S_i は，$0 \leq S_i \leq 1$ の範囲で値をとるが，部材が消滅し $S_i = 0$ となった際に生じる数値的問題を防ぐために，適当な下限値を設定した．この下限値に到達した要素の剛性は，他の要素に比べて十分小さく，材料の存在しない領域を近似的に表現する．

なお，手順 (4) で格子部材幅の増分 ΔA_i を決定するには，式 (5.5) に含まれる速度パラメータ R_i が必要である．この値は，任意に選んでよいわけであるが，その値が大きすぎる場合は，1 回の修正量が大きくなり数値的に不安定となり，逆に小さすぎる場合は，形態形成に要する反復回数が増加する．そこで速度パラメータの決定は，個々の問題に合わせて経験的に行う必要がある．

5.4 繰り返し曲げを受ける梁構造

繰り返しの曲げモーメントを受ける長管骨を想定した梁モデルについてシミュレーションを行い，応力調整過程としてのモデルの基本的な特性について検討する．また，第 3 章で示した三次元格子連続体とは構造が異なる二次元格子連続体を用いても，基本的な骨の再構築現象と力学的最適性が表現されることを確認する．

5.4.1 梁モデル

内部構造変化による応力調整を特徴的にとらえるために，最も単純な二次元モデルとして，曲げモーメント M を受ける高さ H，厚さ B の矩形断面梁状モデルを用いる．解析モデルは，梁の一部である図 5.2 に示す長さ $L = 100\,\mathrm{mm}$，高さ $H = 50\,\mathrm{mm}$，厚さ $B = 1\,\mathrm{mm}$ の二次元ブロックを四角形要素で 10×20 に分割した．せん断力が作用しないとした $x_1 = 0$ の端面は対称面とし，$x_1 = L$ の端面に曲げモーメント $M = 0.5\,\mathrm{N{\cdot}m}$ に対する曲げ応力と等価な x_1 方向節点力を与えた．格子の主軸は座標軸 x_i に一致させ，内部構造変化にともない変化する部材幅比 S_i は，四角形要素内で一様とする．

各材料定数は，格子部材自体の縦弾性係数 $E_i = 20\,\mathrm{GPa}$，格子間距離 $L_i = 0.5\,\mathrm{mm}$，速度パラメータ $R_i = 1\,\mathrm{mm}^2/(\mathrm{MPa}{\cdot}\Delta t)$ とした．初期時刻 $t = 0$ における部材幅比および初期ひずみは，それぞれ一様に $S_1 = S_2 = 0.5$，$\gamma_{11}^0 = \gamma_{22}^0 = 0$ とした．また，部材幅比の下限値は，$S_i = 0.01$，すなわち $\rho = 0.0199$ とした．

5.4.2 内部構造変化による応力調整

曲げモーメントを受ける梁の曲げ応力は，$x_2 = 0$ の中立軸上で 0 となり，逆に $x_2 = \pm H/2$ の位置で最大となる．初期状態 $t = 0$ と時刻 $t = 100$ における対称面 $(x_1 = 0)$ の梁の長手方向 (x_1 軸) の部材幅比 S_1 の分布を図 5.3(a) に示す．有効応力の応力差を駆動力とする式 (5.5) の再構築則に従い，図 5.3(b) に破線で示す有効応力の分布に対して，中立軸付近では有効応力の絶対値を上げるために部材幅比

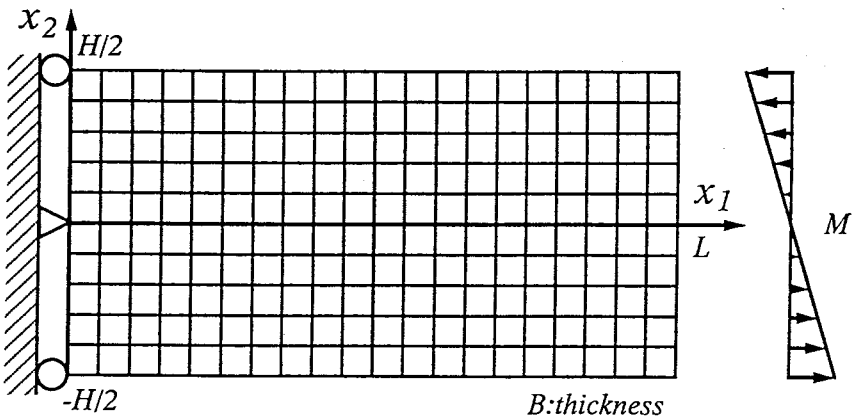
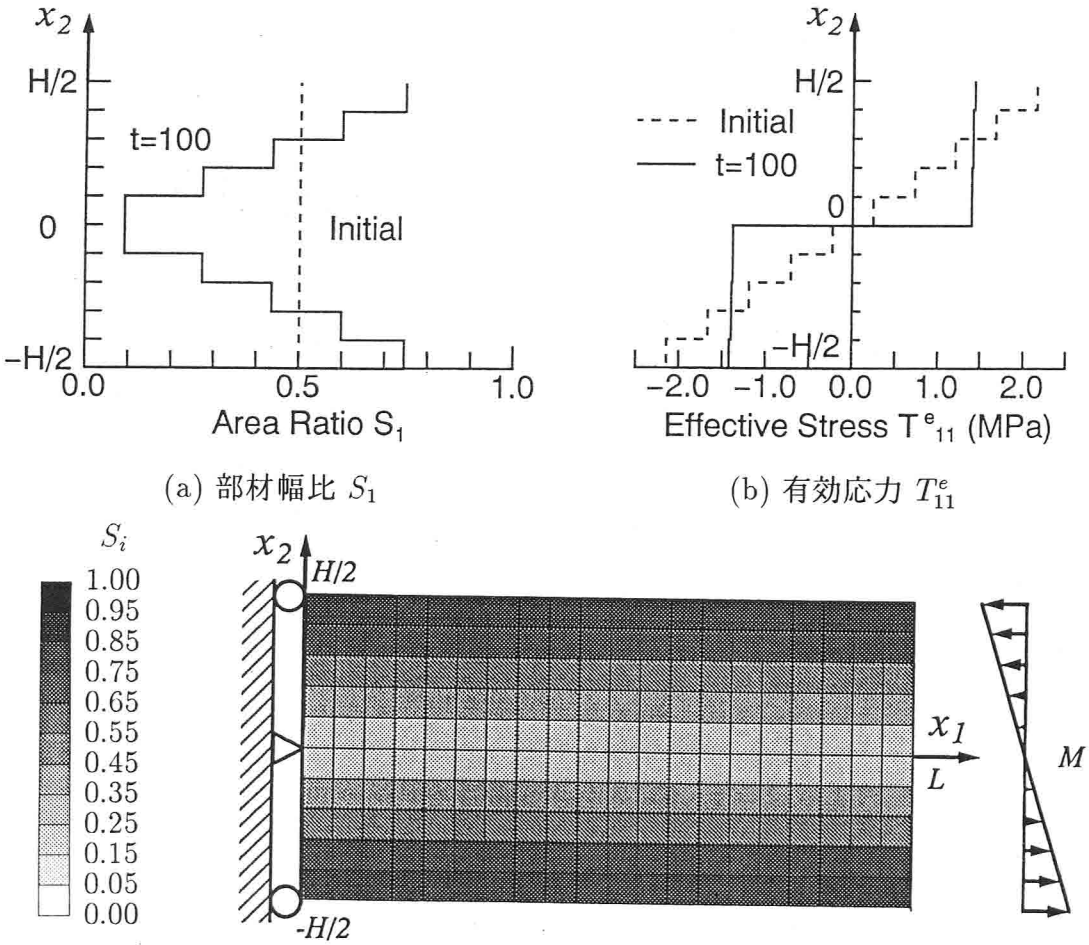


図 5.2　曲げモーメントを受ける梁モデル

が減少し，逆に上下表面付近では有効応力の絶対値を下げるために部材幅比が増加している．これにともなって，有効応力 T_{11}^{e} が調整され，最終的に図 5.3(b) に実線で示すように有効応力の絶対値が均一化され，再構築平衡状態に達する．この時の部材幅比 S_1 の対称面 $(x = 0)$ における分布を図 5.3(a) に，全体的な分布を図 5.3(c) に $0.0 \leq S_i \leq 1.0$ を 11 段階の濃度で示す．曲げに対する再構築により得られた再構築平衡状態における部材幅比の分布は，二次元格子モデルではあるが，外周部に緻密な皮質骨を持つ長管骨のような構造を示しており，骨の構造モデルとしても妥当であると考えられる．さらに，再構築により内部格子の部材幅の変化による見かけの剛性だけではなく初期ひずみの発生にもより有効応力が調整されることが確認される．



(a) 部材幅比 S_1

(b) 有効応力 T_{11}^{e}

(c) 部材幅比 S_1 の分布 $(t = 100)$

図 5.3 曲げモーメントを受ける梁の内部構造変化

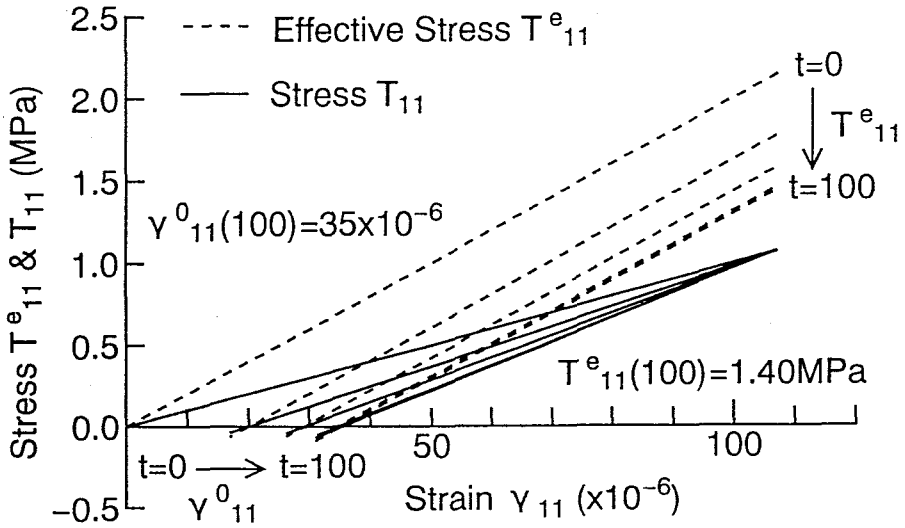


図 5.4　再構築にともなう応力－ひずみ関係の時間的変化

再構築にともなう x_1 軸方向の有効応力 T_{11}^e および見かけの応力 T_{11} とひずみ γ_{11} の関係の時間的変化を，$(x_1, x_2) = (0, H/2)$ の点を例に図 5.4 に示す．同図は，時刻 $t = 0, 10, 20, 40, 60, 80$ および 100 の状態における負荷曲げモーメントがゼロから M までの範囲での応力－ひずみ状態を表している．破線は有効応力－ひずみ $(T_{11}^e - \gamma_{11})$ 関係を表しており，再構築により初期ひずみ γ_{11}^0 が生じ，その値が時間とともに γ_{11}^0 が一定の値 35×10^{-6} に漸近し平衡状態に達する．その結果，負荷曲げモーメント M 作用時の有効応力が調整されて減少し，図 5.3(b) に示したように $T_{11}^e = 1.40\,\mathrm{MPa}$ に達する．見かけの応力－ひずみ $(T_{11} - \gamma_{11})$ 関係は，図 5.4 に実線で示すように内部構造変化にともない変化する．今注目している点 $(0, H/2)$ では，部材幅比 S_1 が図 5.3(a) に示したように増加することにより，見かけの剛性が時間とともに高くなる様子がわかる．このようにして得られた構造は，曲げモーメントに対する有効応力の等応力化が，見かけの剛性の分布変化だけでなく内部に初期ひずみを作り込むことにより可能であることを示すものである．

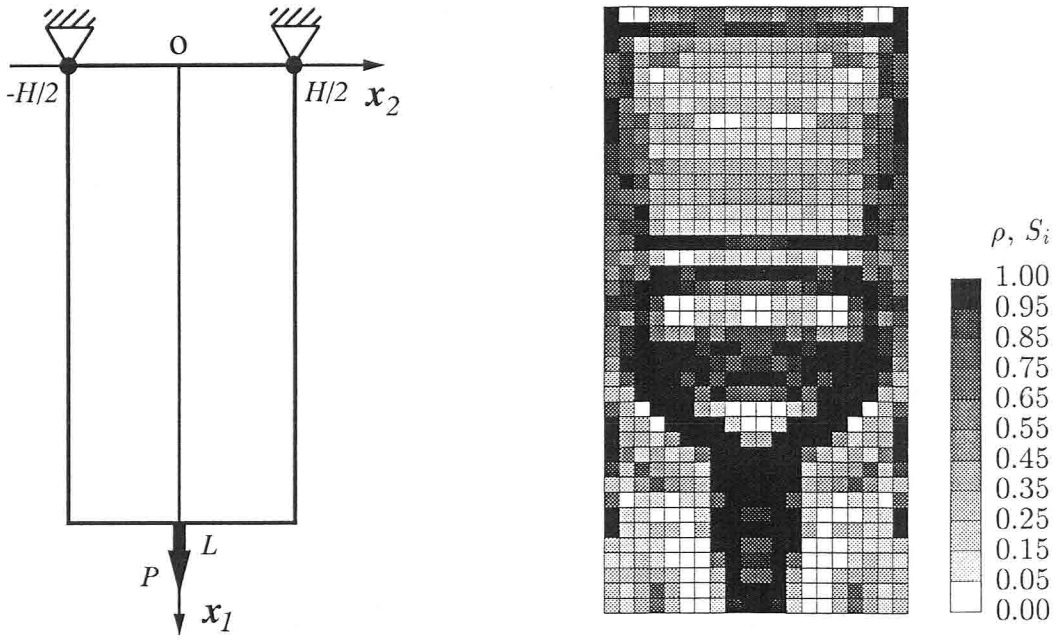
5.5　単純引張構造の形成

単純引張構造の構造形成シミュレーションを行い，内部構造変化の結果得られる見かけの密度分布より力学構造を形成する手法について検討する．

5.5.1 解析モデル

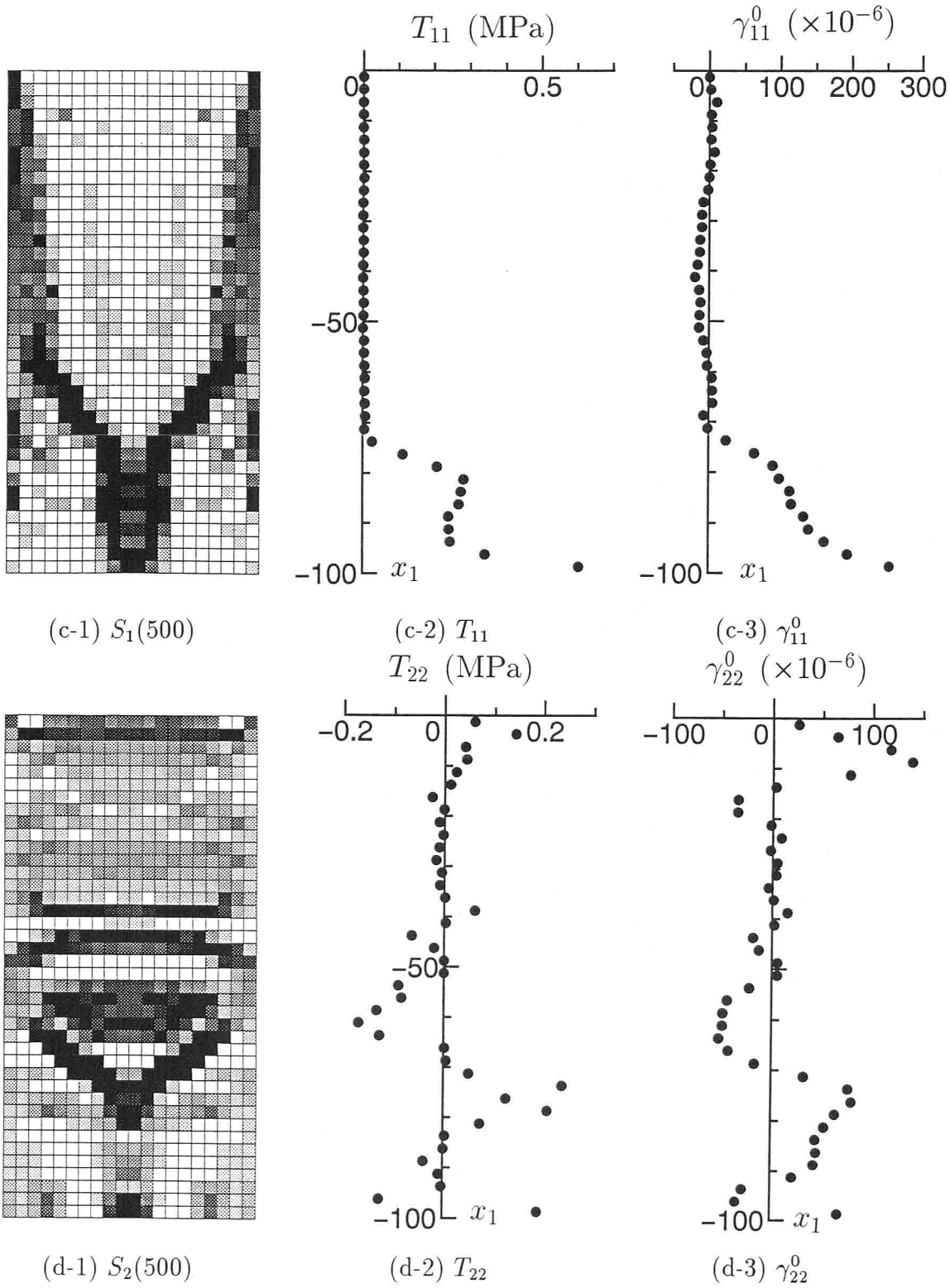
単純引張り構造の形態形成の解析を行うための全体構造として，図 5.5(a) に示す長さ $L = 100\,\mathrm{mm}$，幅 $H = 50\,\mathrm{mm}$，厚さ $1\,\mathrm{mm}$ の長方形ブロックを用いる．この長方形ブロックの端面 $x_1 = 0$ の両端 2 点を固定し，$x_1 = L$ の自由端中央に x_1 軸方向の引張り負荷 $P = 4\,\mathrm{N}$ が作用する場合を考える．この長方形ブロックを，x_1 軸方向に 40 個，x_2 軸方向に 20 個に等分割し，一辺 $2.5\,\mathrm{mm}$ の正方形それぞれを四角形有限要素とした．すなわち，図 5.5(b) の小さな正方形が，一つの有限要素を表している．格子の主軸は座標軸 x_i に一致させ，部材幅比 S_i は四角形要素内で一様とし，その下限値は，$S_i = 0.01$，すなわち $\rho = 0.0199$ とした．

各材料定数は，それぞれ格子部材自体の縦弾性係数 $E_i = 10\,\mathrm{GPa}$，格子間隔 $L_i = 0.5\,\mathrm{mm}$，速度パラメータ $R_i = 7\,\mathrm{mm}^2/(\mathrm{MPa}\cdot\Delta t)$ とした．初期条件としては，部材幅比は一様に $S_1(0) = S_2(0) = 0.3$，すなわち初期の密度比は式 (5.6) より一様に $\rho(0) = 0.51$ と，また，初期ひずみは，一様に $\gamma_{11}^0(0) = \gamma_{22}^0(0) = 0$ とした．



(a) 単純引張構造　　(b) 見かけの密度 $\rho(500)$

図 5.5　単純引張構造の形態形成 (続く)



(c-1) $S_1(500)$ (c-2) T_{11} (c-3) γ^0_{11}

(d-1) $S_2(500)$ (d-2) T_{22} (d-3) γ^0_{22}

図 5.5 単純引張構造の形態形成 (続き)

5.5.2 構造パターンの形成

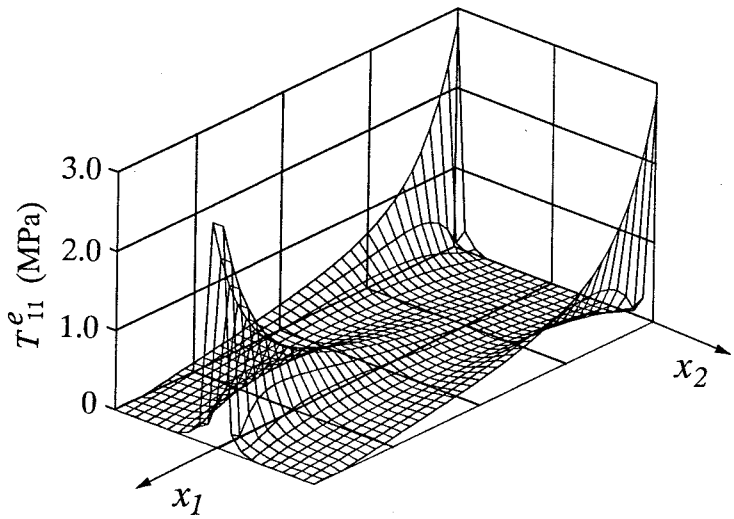
一様な初期状態から繰り返しの内部構造変化により，反復 $t = 500$ において形成された密度比 ρ の分布を図 5.5(b) に，x_1, x_2 軸方向の格子部材幅比 S_1, S_2 の分布を図 5.5(c-1),(d-1) にそれぞれ 11 段階の濃度で示す．引張り方向に配向する格子部材により図 5.5(c-1) の Y 字形に分岐したパターンが生じ，その構造を補強する形で x_2 軸方向の格子部材により図 5.5(d-1) のようなパターンが形成された．反復 $t = 500$ で得られた密度に基づいた格子自体の全体積を見かけの全体積で除した平均密度比は $\bar{\rho} = 0.505$ であり，初期状態 $t = 0$ における値 $\bar{\rho} = 0.510$，とほぼ等しい値であった．しかしながら，全ひずみエネルギー U は，その初期値 $U(0) = 68.8 \times 10^{-6}$ N·m から $U(500) = 32.6 \times 10^{-6}$ N·m へと約 53 % 減少し，材料の利用効率化が行われていることになる．すなわち，同じ構造材料を用いて，より剛な構造を実現していることになる．これは，骨の力学的最適性の定性的表現である最小材料・最大強度説に則った構造形態となっていることの例証であり，得られた構造形態の妥当性を示すものといえる．

なお，骨の再構築モデルでは，反復回数が大きくなるとモザイク状のパターンを呈し，解が数値的に不安定になることがある (Carter et al. 1989; Weinans et al. 1992a)．これは再構築則の目指す解が，例えば剛性を高くしかつ材料の量を減少させるといった相反する要求を目指すものであることに起因していると考えられ，速度型で記述された再構築則に基づき離散化された連続体の要素ごとにその発展を追従すると，有限要素の寸法や初期条件に依存した粗密の明確な解へと到達する (安達ら 1994)．技術的には有限要素の内挿関数や力学刺激の評価方法を変えるなど回避の手法は提案されているが (Jacobs et al. 1995; Mullender et al. 1994)，本質的には離散化に起因する数値的な問題と解釈できる．このような状況は，格子を用いた最適構造設計法 (Bendsøe and Kikuchi 1988) でも同様な原因で生じることが示されており (Jog et al. 1994)，本論文で提案したモデルにおいても，同様にモデルパラメータの設定により数値不安定性が強くなる場合がある．従ってここでは，応力調整の進展が見られなくなり，かつ構造部材によるパターンが明確となったところで反復を打ち切ることとした．このことを逆にとらえると，骨の再構築から離れた領域をも含めた自由なモデルパラメータを選択することにより，骨とは全く異なる力学構造物の形成が期待されることを示唆している．

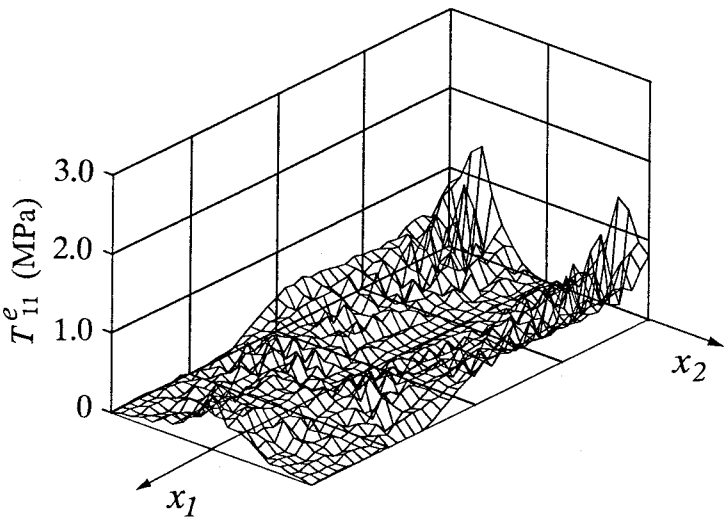
5.5.3 格子部材幅変化による応力調整

単純引張り構造における内部構造変化による応力調整について検討する．ここでは特に，外力 P の作用方向である x_1 軸方向の有効応力 T^e_{11} の空間的分布と時間的変化の様子に注目する．

有効応力 T^e_{11} の空間的分布は，図 5.6(a) に示す反復 $t = 0$ での分布から内部構造変化により図 5.6(b) に示す反復 $t = 500$ での分布に変化する．この結果，初期



(a) $T^e_{11}(0)$



(b) $T^e_{11}(500)$

図 5.6　有効応力 T^e_{11} 分布の調整

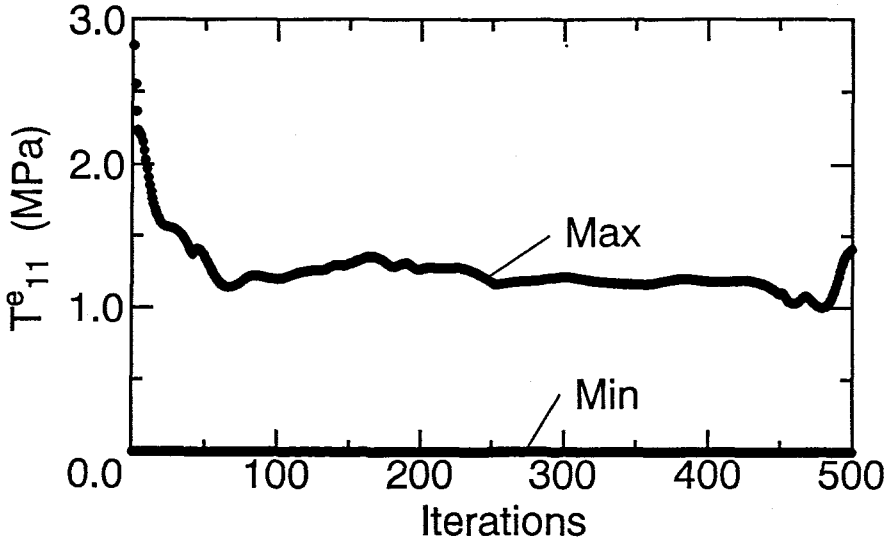


図 5.7 有効応力 T^e_{11} の時間変化

状態において有効応力値の高い固定端および負荷作用点付近では，図 5.5(c-1) に示すように S_1 が高くなり有効応力値が下げられ，逆に有効応力の低い中心軸付近では S_1 が減少する．このように図 5.6(a) から図 5.6(b) へと空間的に有効応力が等応力化される方向へ内部構造が変化していることがわかる．

一方，同過程における各有限要素での有効応力 T^e_{11} の最大値および最小値の時間的変化を図 5.7 に示す．繰り返し数が増すにつれて有効応力 T^e_{11} の最大値は調整されその値が小さくなるが，反復 $t = 100$ の付近でほぼ 2.0 MPa に落ち着く．これは，有効応力値の高い要素では，まず有効応力を下げるために部材幅比 S_1 が増加するが，反復 $t = 100$ 付近でその上限値 $S_1 = 1.0$ に到達してしまい，それ以降応力調整が行われないためである．これとは逆に，有効応力の最小値は，図 5.7 に示すようにほぼ 0 となっている．これは，応力のほとんど作用しない要素は，部材幅比が下限値の $S_1 = 0.01$ に達するが，この要素を消去することなく最小値を評価しているためである．以上のように，この例では反復 t が大きくなっても若干のゆらぎが残り完全な有効応力の等応力化が達成されていないが，目標応力値を設定しない式 (5.5) の場合でも何らかの平衡な状態へと向かうような構造変化が行われていることがわかる．

5.5.4 初期ひずみ変化による応力調整

内部構造変化にともない，式 (5.7) により初期ひずみが生じ，その結果内部応力，すなわち無負荷状態における残留応力が生じる．反復 $t = 500$ におけるブロック中心線 (x_1 軸) 断面における負荷 P 作用時の応力 T_{11} および初期ひずみ γ_{11}^0 の分布を図 5.5(c-2),(c-3) に示す．図 5.5(c-1) に示す S_1 の高い負荷作用点付近で引張りの応力 T_{11} が作用し，この部位に，図 5.5(c-3) に示す正の初期ひずみ γ_{11}^0 が形成される．この結果として，無負荷時においては圧縮の応力が残留する．これは，負荷作用点付近で最も大きな値を示す中心線上の引張り応力 T_{11} を低減させる働きをなしていることがわかる．

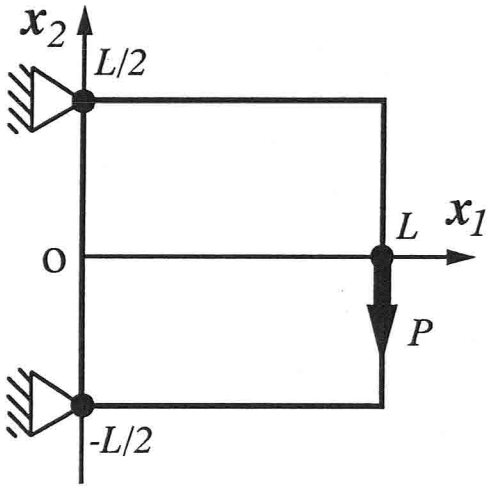
図 5.5(d-2),(d-3) は，中心線上の x_2 方向の負荷 P 作用時の応力 T_{22} および初期ひずみ γ_{22}^0 の分布を示したものであるが，ここでも同様なことが確認される．例えば，図 5.5(d-2) に示す圧縮の応力 T_{22} が作用する領域 ($50\,\mathrm{mm} < x_1 < 70\,\mathrm{mm}$) では，負の初期ひずみ γ_{22}^0 が生じ，その結果引張りの残留応力が生じる．また引張応力が作用する領域 ($70\,\mathrm{mm} < x_1 < 85\,\mathrm{mm}$) では，正の初期ひずみ γ_{22}^0 が生じ，圧縮の残留応力が生じる．すなわち応力の調整は，格子部材幅の変化のみでなく，初期ひずみの変化によってもなされていることがわかる．

5.6 力学構造形成シミュレーション

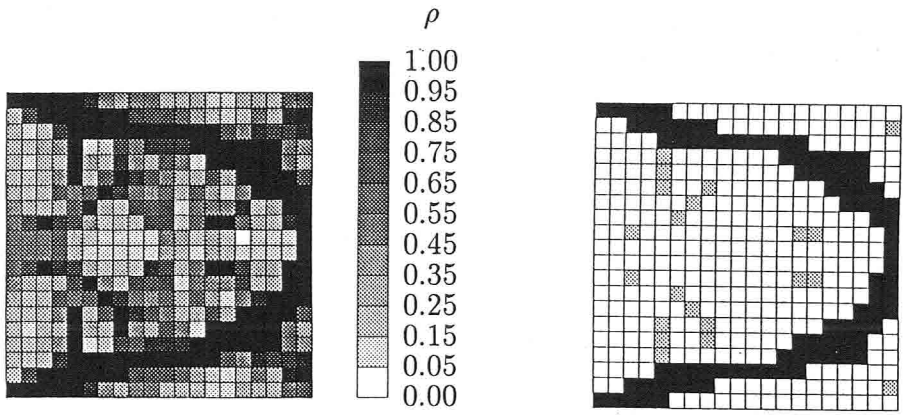
本節では，いくつかの境界条件に対して形成される構造形態に着目し，本モデルの力学構造形成手法としての応用性について検討する．

5.6.1 せん断負荷を受ける正方ブロック

まず，図 5.8(a) に示す一辺 $L = 50\,\mathrm{mm}$，厚さ $1\,\mathrm{mm}$ の正方ブロックの $x_1 = 0$ 端面の両端 2 点を固定し，$x_1 = L$ 端面中央にせん断負荷 $P = 4\,\mathrm{N}$ が作用する場合をとりあげる．各材料定数は，それぞれ格子部材自体の縦弾性係数 $E_i = 10\,\mathrm{GPa}$，格子間隔 $L_i = 0.5\,\mathrm{mm}$，速度パラメータ $R_i = 2\,\mathrm{mm}^2/(\mathrm{MPa}\cdot\Delta t)$ とした．初期条件としては，部材幅比は一様に $S_1(0) = S_2(0) = 0.3$，すなわち初期の密度比は式 (5.6) より一様に $\rho(0) = 0.51$ と，また，初期ひずみは，一様に $\gamma_{11}^0(0) = \gamma_{22}^0(0) = 0$ とした．



(a) 境界条件



(b) $\rho(300)$ (c) $\rho > 0.95$

図 5.8 せん断力を受ける正方ブロックの形態形成

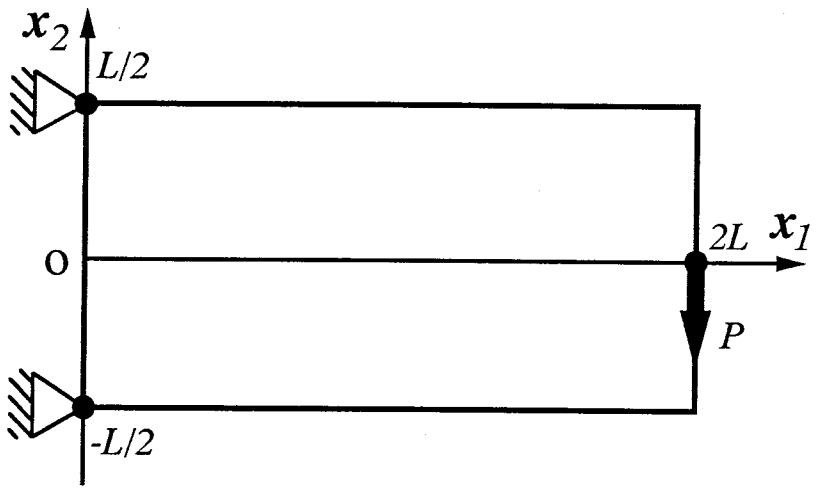
反復 $t = 300$ において x_1 軸方向の部材幅比 S_1 は，固定点から負荷作用点に至る領域で高い値を示し，逆に x_2 軸方向の部材幅比 S_2 は負荷作用点近傍で高い値を示した．この時の密度比 ρ の分布を図 5.8(b) に，それを密度比のしきい値 $\rho = 0.95$ で処理したパターンを図 5.8(c) に示す．密度比がしきい値を超える要素の内，明確な構造パターンを形成する要素を黒で，近傍要素との連結状態からみて，島状に孤立したあるいはひげ状に派生した要素を中間濃度で示した．中間濃度の要素は構造としてのパターンを形成していないのでこれを除外すれば固定点から負荷作用点にかけての骨組状の構造が得られていることになる．

こうして得られた骨組み状の構造形態は，400 個の正方形有限要素の内，88 個の有限要素から成り立っており，その体積は 55 mm^3 となっている．正方形ブロック内の 400 個の有限要素すべてが同じ密度で，合計の構造体積が 55 mm^3 となる構造を考えると，その部材幅比は $S_i = 0.117$ となる．得られた骨組み状構造のひずみエネルギは $U = 989 \times 10^{-6}$ N·m であり，一様な構造でのひずみエネルギ $U = 2460 \times 10^{-6}$ N·m の約 40 %となっている．すなわち，得られた骨組み状の構造は，最小材料・最大強度説に基づいたより剛な構造形態をなしており，構造として妥当なものといえる．

5.6.2 せん断負荷を受ける長方ブロック

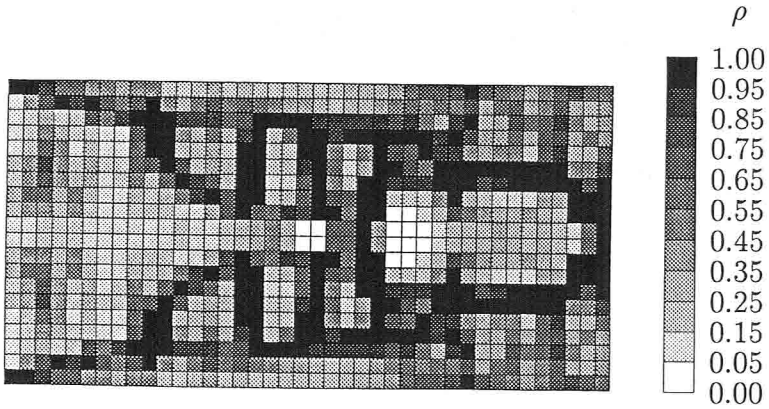
次に，正方ブロックの問題の正方ブロックのアスペクト比を 1 : 2 とすることで，図 5.9(a) に示すせん断負荷を受ける $L \times 2L$ の長方ブロックの問題を示す．材料定数，初期条件は前節と同様とした．

反復 $t = 150$ において，x_1 方向部材により主に長手方向の，x_2 方向部材により幅方向の構造が形成され，図 5.9(b) に示す密度比 ρ の分布が得られた．前項の正方ブロックの場合に比べて，やや複雑な密度パターンが推察されるが，視覚的にやや不鮮明なため，密度比のしきい値を $\rho = 0.8$ へと下げて処理したパターン

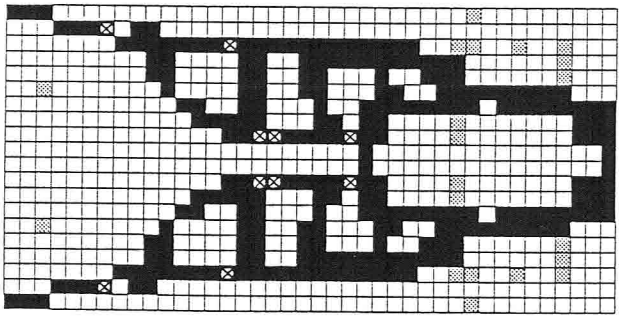


(a) 境界条件

図 5.9 せん断力を受ける長方ブロックの形態形成 (続く)



(b) $\rho(150)$



(c) 形成された構造 ($\rho > 0.8$)

図 5.9 せん断力を受ける長方ブロックの形態形成 (続き)

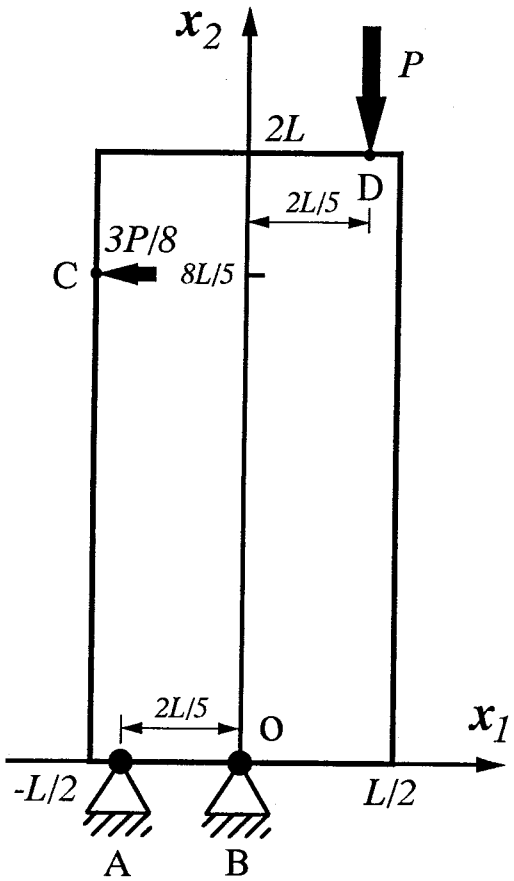
を図 5.9(c) に示す．なお，中間濃度要素の意味は前節と同じであり，構造パターンとしてとらえる場合除外して考えるのが適当である．また，× 印を付した要素は密度比が単純な二値化処理ではしきい値に達しないが，構造物を形成するためには必要と考えられる部分を表している．

このように，前節の問題とはアスペクト比のみが異なる場合であるが，図 5.8(c) のように輪郭構造のみでなく，本手法によって内部構造パターンを有する構造形態も形成されることがわかる．すなわち，得られた密度分布を離散的構造としてみるならば，骨組構造の幾何学的寸法などを表す幾何形態と連結位相などを表す位相形態の両者が示唆されることになる．

5.6.3 複数負荷を受ける長方ブロック

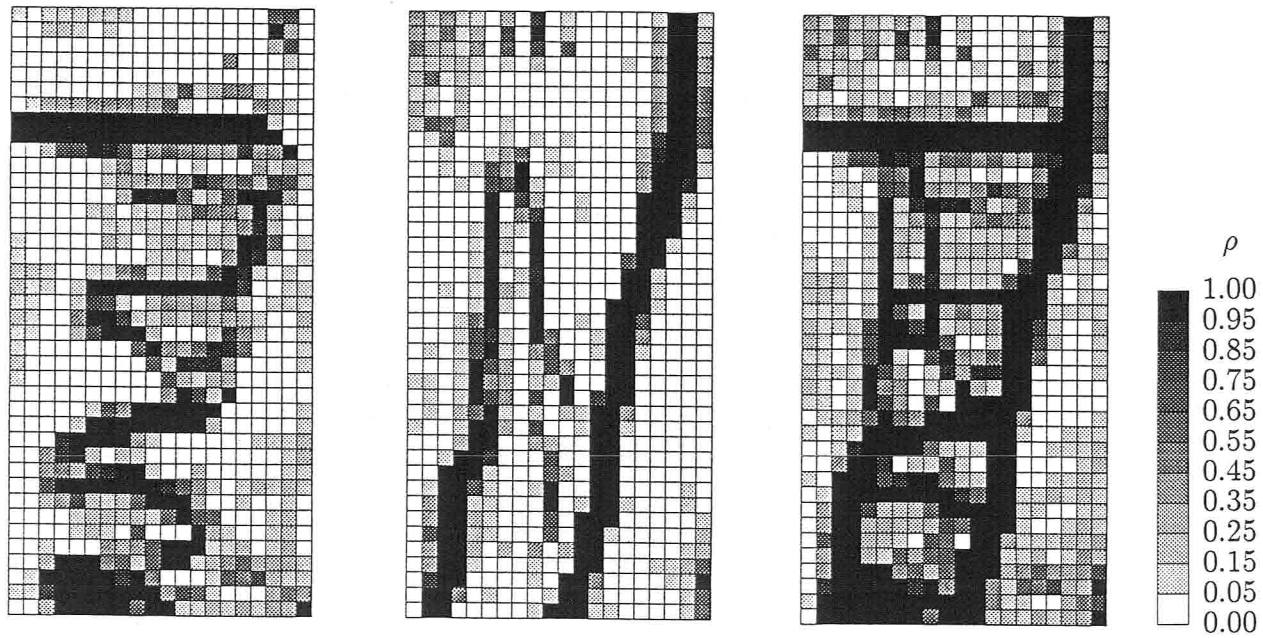
最後に，図 5.10(a) 示す C 点にせん断負荷 $3P/8$ と D 点に圧縮負荷 P を受ける $2L \times L$ の長方ブロックの場合を考える．この荷重条件は，固定支持点 A, B に生じる x_2 軸方向反力が等しく $P/2$ となっている．材料定数，初期条件，圧縮負荷 $P = 4\,\mathrm{N}$，およびブロック寸法 $L = 50\,\mathrm{mm}$ は，正方ブロックで用いた値と同様とし，速度パラメータは $R_i = 7\,\mathrm{mm}^2/(\mathrm{MPa}\cdot\Delta t)$ とした．

反復 $t = 500$ において x_1 軸方向部材により図 5.10(b-1) の，x_2 軸方向部材により図 5.10(c-1) の部材幅比の分布が得られ，図 5.10(d-1) に密度比分布で示す構造形態が形成された．こうして得られた S_1，S_2，ρ の分布それぞれに対して，しきい値を 0.8 として処理して得られた構造パターンを図 5.10(b-2),(c-2),(d-2) に示

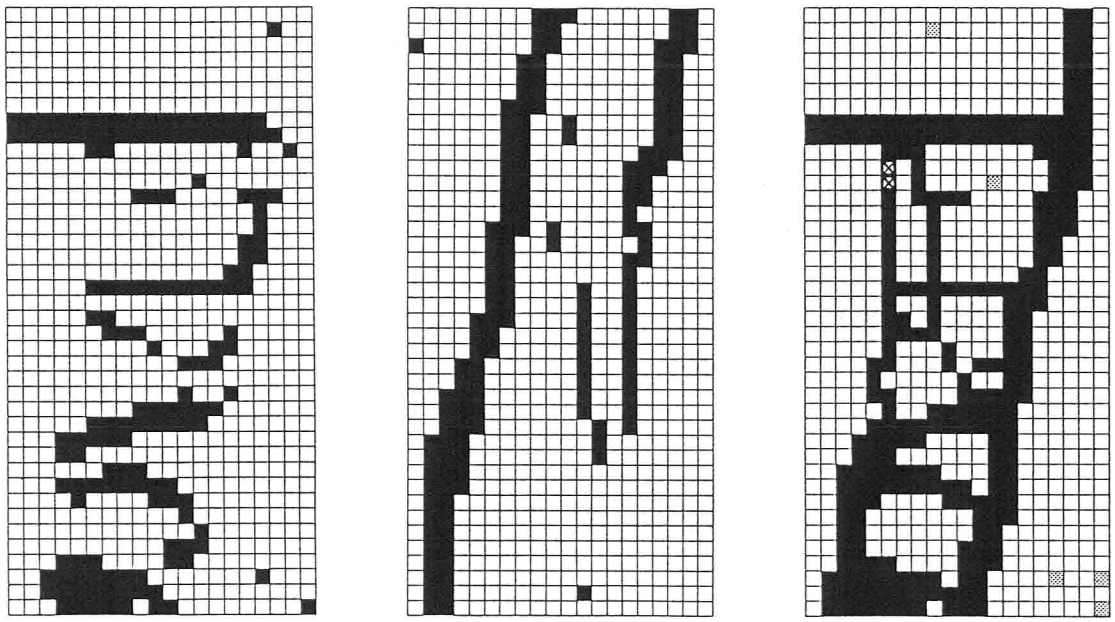


(a) 境界条件

図 5.10　複合荷重を受ける長方ブロックの形態形成 (続く)



(b-1) $S_1(500)$ (c-1) $S_2(500)$ (d-1) $\rho(500)$



(b-2) $S_1 > 0.8$ (c-2) $S_2 > 0.8$ (d-2) $\rho > 0.8$

図 5.10 複合荷重を受ける長方ブロックの形態形成 (続き)

す．密度比分布から得られた図 5.10(d-2) は，ちょうどトラス梁のような部材配置を持つ離散的なラーメン骨組構造と考えることができる．また，内部の構造異方性を積極的に取り入れて考えるならば，図 5.10(b-2),(c-2) に示すように x_1，x_2 軸方向に配向した強化材を組み合わせた長方形板として構造をとらえることも可能である．後者の場合には，各強化材に初期ひずみを与えることもできるので，強化材の配置といった内部構造と，強化材の初期ひずみによる内部応力との両者を使った構造形態とすることも可能である．

5.7 結　言

再構築により形成・維持される骨の構造が，力学的負荷の下で何らかの最適性を有するかに見えるという考え方の歴史は古く，これまで医学・歯学分野での応用を目指した骨再構築のメカニズムに関する検討が行われてきた．しかしながらそれだけではなく，生体構造が持つと考えられる力学的最適性に着目し，バイオメカニクス的な観点から骨の力学的再構築をとらえることにより，機能的な適応構造設計あるいは形状創生法を検討することも工学的に重要であると考えられる．本章では，離散的な骨組構造や複合材料などの微視的な内部構造を有する連続体のモデルとして格子連続体を用い，局所応力の等応力状態を目指す骨の再構築則を応用することで，内部構造および残留応力を積極的に利用する力学構造の形成について検討を行った．

まず，第 3 章で示した内部構造と残留応力を考慮する骨の力学的再構築モデルを応用し，力学的負荷に対する内部構造レベルでの応力を等応力化させる内部構造および残留応力分布の決定手法について検討した．多くの最適設計問題では，二次元問題を中心として基本的な特性に関する議論が中心的に行われていることから，ここでは，内部構造を持つ連続体のモデルとして二次元直交格子連続体モデルを採用し，有限要素解析に基づく内部構造修正を反復的に繰り返すことにより領域内に構造パターンを形成し，離散的骨組構造あるいは連続体構造の形成を行う手法を提案した．

次に，二次元格子連続体モデルを用いた場合でも，骨の再構築の基本的な現象を表現可能であることを示すために，長管骨を想定した繰り返しの曲げ負荷を受

ける梁のシミュレーションを行い，内部構造変化による応力調整を特徴的にとらえる検討を行った．その結果，中立軸付近では有効応力の絶対値を上げるために格子部材幅が減少し，逆に上下表面付近では部材幅が増加し有効応力の分布が等応力化された．得られた平衡状態における格子部材幅の分布は，外周部に緻密な皮質骨を持つ長管骨のような構造を示し，二次元格子モデルでも骨の再構築現象が表されることを確認した．また，内部構造変化にともない巨視的な材料特性および初期ひずみが変化することにより見かけの応力－ひずみ関係が時間的に変化し，応力が調整されていく様子が本モデルで示され，力学構造形成の基本的な特性が確認された．

さらに，単純引張構造の構造形成シミュレーションを行い，内部構造変化の結果得られる見かけの密度分布より力学構造を形成する手法について検討した．その結果形成された構造の平均密度は初期状態における値とほぼ等しい値であったにもかかわらず，全ひずみエネルギーは約53％減少し，材料の利用効率化が行われた．これは，同じ構造材料を用いてより剛な構造を実現していることを示しており，モデルパラメータを自由に調整しても骨の力学的最適性の定性的表現である最小材料・最大強度説に則った構造形態が得られる可能性が示された．

せん断負荷を受ける正方，長方ブロックおよび複合負荷を受ける長方ブロックの構造形成を例に，本手法の力学構造形成手法としての可能性について検討した．せん断負荷を受ける正方ブロックに対して形成された骨組み状の構造形態は，形成前後のひずみエネルギーの比較から，より剛な構造形態が形成されていることが示され，構造としての妥当性が確認された．せん断負荷を受ける長方ブロックに対して形成された骨組み状の構造では，正方ブロックに対して得られた輪郭構造のみでなく，内部構造パターンを有する構造形態も形成されることが示された．すなわち，得られた密度分布を離散的構造としてみるならば，骨組構造の幾何学的寸法などを表す幾何形態と連結位相などを表す位相形態の両者が示唆されることになる．

最後に示した複数負荷を受ける長方ブロックの場合は，密度分布から離散的なラーメン骨組構造を形成することができるだけでなく，内部の構造異方性を積極的に取り入れ，2方向に配向した強化材を組み合わせた長方形板として構造をとらえることも可能である．後者の場合には，各強化材に初期ひずみを与えること

もできるので，強化材の配置といった内部構造と，強化材の初期ひずみによる内部応力との両者を使った構造形態とすることも可能である．

以上のように本章では，内部構造レベルでの応力の等応力状態を目指した構造物の内部構造および内部応力の調整による力学構造の形成手法を提案した．これは，骨の再構築モデルの枠組みは用いるが，そこに含まれるモデルパラメータを自由に設定することで，骨とは離れた場合をも含めた力学構造の形成を行おうとするものである．得られた内部構造密度分布を有する構造物を離散的構造物として単純化してみるならば，構造の幾何と位相の両者を含めた構造形態が示唆されてくることになる．また，本手法は，単なる外見的な構造形態の生成手法としてだけでなく，積極的に内部構造の内部応力をあらじめ作り込むといった，複合的な構造物の形態形成のための指針を与えるものとしても期待される．このように，陽に最適化を行うわけではないが，再構築により形成された骨の構造に，経験的に見い出される力学的な最適性を認めるならば，同じ考え方で力学的な環境に対応した構造が本手法で形成されることが期待される．

第 6 章

結　論

工学的な観点から生体組織を眺めると，工学分野で取り扱われる材料や構造物と最も大きく異なる点として，環境の変化に対して自ら成長・吸収することにより形態や特性を変化させる能力を有する点が挙げられる．さらに，この再構築の結果として形成・維持される構造や形態が，力学的に見て何らかの利点を持っているかに見える．工学における設計問題では，全体として要求される機能に最も適するように形態を決定する最適化の過程を取る．これに対して，生体組織における形態形成はこれとは異なり，局所の力学状態に応じて何らかの変化が生じるだけであり，全体としての形態は単に局所の変化の結果に過ぎないとの考え方もある．しかしながら，生体組織が形成する構造や形態に，何らかの良さが認められるならば，生体組織の機能的適応のメカニズムを生体力学的なアプローチにより解明し，そこから示唆される考え方を工学の構造や形態形成手法へと応用しようとする考え方はごく自然である．

本研究では，骨組織を対象に，生体組織の有する力学的最適性を，組織内での応力分布の等応力状態として，力学的再構築の数理モデルを提案するとともに，これを残留応力および骨構造の力学的最適性の観点から考察した．また，この数理モデルを用いた力学構造の形成手法について検討した．以下に本論文の各章で得た結果を要約する．

第 2 章では，再構築の結果としてもたらされる力学的最適性に着目し，再構築による組織の局所自然状態変化と，構造体としての不静定性に起因する残留応力の配置がもたらす力学的最適性に関する検討を行った．ここでは，骨の残留応力の存在を，家兎の脛腓骨の脛骨と腓骨，および牛尾椎体の皮質骨と海綿骨が作っ

ている不静定構造に対して，残留応力解放実験を行って確認した．これを，再構築が等応力状態を目標とするとの仮説の下で，応力調整過程としての骨の力学的再構築の考え方を提案した．これらより，骨の再構築による力学的適応の規範として，等応力状態とそこでの残留応力の重要性を示した．

第3章では，骨梁構造を有する海綿骨を三次元格子連続体としてモデル化し，第2章で示した力学的再構築の基本的考え方を導入した再構築モデルを提案するとともに，それに基づくシミュレーションを行った．まず，三次元格子連続体の弾性係数の方向依存性および弾性係数と体積分率との関係について検討し，海綿骨の力学モデルとしての妥当性を確認した．次に，牛尾椎海綿骨の特徴量を参照した格子連続体としての椎体モデルを作成し，体積分率および残留応力解放実験より観察されたひずみをもとに，再構築シミュレーションの結果と実際の椎体とを比較し，提案した再構築モデルの妥当性を確認した．

第4章では，再構築にともなう微視的な骨梁形態変化に対して，第2, 3章で採用した等応力状態を目標とする再構築の考え方を導入した骨梁表面再構築モデルを提案し，シミュレーションによる検討を行った．その結果，骨梁表面での応力の等応力状態からのずれを駆動力とする局所再構築則に基づく骨梁形態変化が，実際の骨組織に見られる海綿骨形態を表現し得ることを示した．また，表面応力の等応力化が，力学的再構築を考える上での一つの有用な指針となり得ること，および第3章で述べた格子連続体に基づく再構築則の妥当性を確かめた．この骨梁表面再構築モデルと第3章で示した格子連続体としての再構築モデルは，基本となる再構築の考え方は共通であり，対象とする現象の空間スケールに応じて使い分けることが可能である．

第5章では，海綿骨の構造モデルとして第3章で示した格子連続体と，そこでの再構築則を用い，内部構造および残留応力を積極的に利用する力学構造の形成手法の可能性について検討した．これは，骨の再構築モデルの枠組みは用いるが，そこに含まれるモデルパラメータを自由に設定することで，骨の再構築現象とは離れた場合をも含め，力学構造の形成を試みるものである．陽に構造の最適化を行うわけではないが，再構築により形成された骨の構造に，経験的に見い出される力学的な最適性を認めることにより，同じ考え方で力学的な環境に適合した構造が本手法で形成されることを，基本的なケーススタディを通じて明らかにした．

以上のように，本研究では，局所的な成長・吸収による骨の力学的再構築を考え，骨の残留応力の存在を考慮した機能的適応能力に関する力学的な検討を行った．再構築現象そのものに未だ未知な点が多く残されていることから，更なる研究が必要であることは言うまでもない．しかしながら，ここで考えた共通の考え方による異なるスケールレベルにおける数理モデルは，骨の力学的再構築による力学的適応現象の理解に，新たな知見を付け加えるものと考える．また，再構築モデルの工学応用の一つとして，構造形成問題についてふれたが，これは，結果として得られる構造形態はもちろんであるが，その形成過程の意義も少なくない．すなわち，提出した数理モデルの枠組みは，自らがおかれた力学的環境やその変化に対応して，素材自身が変化する適応材料やスマートマテリアル，構造形態が変化する適応構造物やインテリジェントストラクチャーなどの新しい分野につながるものであり，生体に固有の能力を理解し，工学系へと応用を試みる複合領域での今後の展開が期待される．

付　録

A1　シンプレックス法

シンプレックス法は，非線形最適化問題に対する直接探索法の一つであり，Nelder and Mead (1965) によって示された．未知数が n 個の場合，R^n 上の $(n+1)$ 個の独立な点の凸包であるシンプレックス (単体) の頂点 $\boldsymbol{x}$ に対して，それぞれの目的関数 $f(\boldsymbol{x})$ の値を評価し，頂点を鏡像，拡張，収縮，および縮小の手続きにより単体を反復的に変化させる探索手法である (Kowalik and Osborne 1968).

単体の頂点を $\boldsymbol{x}^i \in R^n\,(i=1,\cdots,n+1)$ と表し，次の性質を持った 4 つの頂点:

$$\boldsymbol{x}^h = \arg\max_i f(\boldsymbol{x}^i) \tag{A1.1}$$

$$\boldsymbol{x}^s = \arg\max_{i\neq h} f(\boldsymbol{x}^i) \tag{A1.2}$$

$$\boldsymbol{x}^l = \arg\min_i f(\boldsymbol{x}^i) \tag{A1.3}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{n}\sum_{i\neq h} \boldsymbol{x}^i \tag{A1.4}$$

を選び出す．ここで，$\boldsymbol{x}^h$ は，関数 f の最大値を与える頂点，$\boldsymbol{x}^s$ は，f の 2 番目に大きな値を与える頂点，$\boldsymbol{x}^l$ は，f の最小値を与える頂点，および $\bar{\boldsymbol{x}}$ は，$\boldsymbol{x}^h$ 以外の頂点から作成される図心である．以上の 4 つの点を用いて，図 A1.1 に示す以下の 4 つの基本的手続き:

鏡像: $\bar{\boldsymbol{x}}$ と $\boldsymbol{x}^h$ から鏡像点 $\boldsymbol{x}^r$ を作る

$$\boldsymbol{x}^r = (1+\alpha)\bar{\boldsymbol{x}} - \alpha\boldsymbol{x}^h, \quad \alpha > 0 \tag{A1.5}$$

拡張: $\boldsymbol{x}^r$ 方向に拡張を行う

$$\boldsymbol{x}^e = \gamma\boldsymbol{x}^r + (1-\gamma)\bar{\boldsymbol{x}}, \quad \gamma > 1 \tag{A1.6}$$

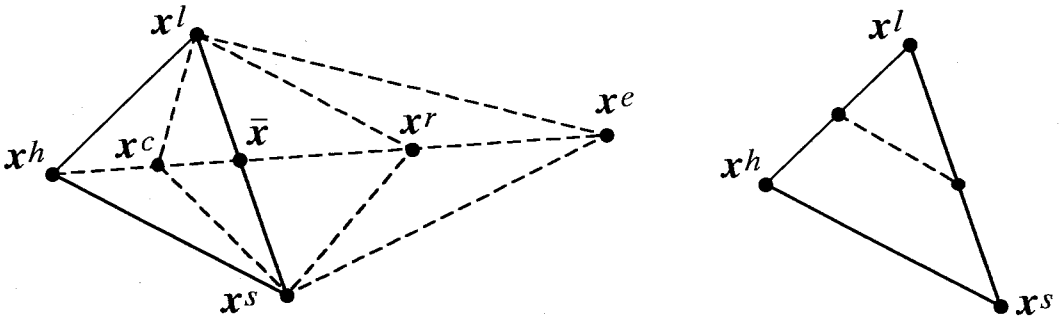


図 A1.1　シンプレックス法における単体の変換

収縮: $\boldsymbol{x}^h$ を $\bar{\boldsymbol{x}}$ 方向に収縮させる

$$\boldsymbol{x}^c = \beta \boldsymbol{x}^h + (1-\beta)\bar{\boldsymbol{x}}, \quad \beta \in (0,\ 1) \tag{A1.7}$$

縮小: すべての頂点を $\boldsymbol{x}^l$ の方向へ縮小する

$$\boldsymbol{x}^i = \frac{1}{2}(\boldsymbol{x}^l + \boldsymbol{x}^i), \quad i = 1, \cdots, n+1 \tag{A1.8}$$

を繰り返すことで探索を行う．ここで，$\alpha, \beta,$ および γ は，修正パラメータであり，それぞれ図 A1.1 に示すように，$\alpha\ (\alpha > 0)$ は，鏡像係数であり距離 $|\boldsymbol{x}^r - \bar{\boldsymbol{x}}|$ と $|\boldsymbol{x}^h - \bar{\boldsymbol{x}}|$ の比を，$\gamma\ (\gamma > 1)$ は，拡張係数であり距離 $|\boldsymbol{x}^e - \bar{\boldsymbol{x}}|$ と $|\boldsymbol{x}^r - \bar{\boldsymbol{x}}|$ の比を，$\beta\ (0 < \beta < 1)$ は，収縮係数であり距離 $|\boldsymbol{x}^e - \bar{\boldsymbol{x}}|$ と $|\boldsymbol{x}^r - \bar{\boldsymbol{x}}|$ の比を表す．

A2 ファブリックテンソル

材料の有する微視構造の形態特徴量を計測することは，力学挙動と微視構造との関係を定量的に評価する上で有用であり，骨梁構造を有する海綿骨だけでなく多結晶金属，複合材，多孔質材，発砲材，高分子材等さまざまな材料に対して応用が可能である．そのような材料の微視構造が持つ配向性を表すパラメータの一つに Mean Intercept Length (MIL) がある．MIL は，ある物体内を貫く直線を検査線とし，これに沿った構造の特徴長さを求めたものであり，その値は方向によって変化する．Whitehouse (1974)，Hayes and Snyder (1981) はこれを海綿骨断面に対して適用し，骨梁構造が特徴的な配向性を有することを示した．Harrigan and Mann (1984) は，MIL を二次元から三次元に拡張して考え，MIL の形成する楕円体を 2 階の対称テンソル $\boldsymbol{M}$ を用いて表した．Cowin (1985) は，$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{M}^{-1/2}$ で表される 2 階対称のファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ として微視構造の配向性を表すパラメータを一般化し，4 階の弾性係数テンソル $\boldsymbol{E}$ との代数的な関係 $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{H})$ を示した．また，Sadegh et al. (1991) は，この逆の関係 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{E})$ を示した．さらに，Cowin (1986) は，Wolff の仮説で知られる再構築平衡における骨梁構造の主軸と応力テンソル $\boldsymbol{T}$ の主軸との一致を，$\boldsymbol{T}$ と $\boldsymbol{H}$ の可換性として表現した．Turner and Cowin (1987) は，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ の成分を用いて直交異方性の弾性係数テンソル $\boldsymbol{E}$ の各成分である縦弾性係数，ポアソン比およびせん断弾性係数の具体形を示し，それらの値を実験的に求めた (Turner et al. 1990)．また，再構築平衡における主応力値の比とファブリックテンソルの主値の比との関係から Wolff の仮説の説明を試みている (Turner 1992; Cowin and Turner 1992)．さらに，Cowin and Turner (1992b) はファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ の発展式を記述することで，Wolff の仮説に基づいた海綿骨の再構築則の表現形式を数学的に検討し，力学状態変化による主応力の方向変化に対するファブリックテンソルの主軸の回転について検討を行っている．

このように，海綿骨の骨梁構造の配向性を評価するために，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ が広く用いられる．ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ は，MIL の極座標表示により描かれる図形を楕円体に近似することで得られる．MIL は，座標系 x_i に対して方向余弦 $\boldsymbol{n} = [n_1\ n_2\ n_3]^T$ の直線が，骨梁と骨髄との境界を横切る平均長さ

を表すものであり，これを $L(\boldsymbol{n})$ として表示するとほぼ楕円体に近い形状を示す．楕円体は，x_i 座標系において一般に定数 $a \sim f$ を用いて

$$ax_1^2 + bx_2^2 + cx_3^2 + 2(dx_1x_2 + ex_2x_3 + fx_3x_1) = 1 \tag{A2.1}$$

と表され，この式に

$$x_1 = L(\boldsymbol{n})n_1, \qquad x_2 = L(\boldsymbol{n})n_2, \qquad x_3 = L(\boldsymbol{n})n_3 \tag{A2.2}$$

を代入すると，

$$\begin{aligned}\frac{1}{L^2(\boldsymbol{n})} &= an_1^2 + bn_2^2 + cn_3^2 + 2(dn_1n_2 + en_2n_3 + fn_3n_1) \\ &= M_{11}n_1^2 + M_{22}n_2^2 + M_{33}n_3^2 + 2(M_{12}n_1n_2 + M_{23}n_2n_3 + M_{13}n_3n_1)\end{aligned} \tag{A2.3}$$

の関係が得られる．ここで，M_{ij} は，MIL テンソル $\boldsymbol{M}$ の成分であり，座標系 x_i における成分を

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \tag{A2.4}$$

と表すと，式 (A2.3) は

$$\frac{1}{L^2(\boldsymbol{n})} = \boldsymbol{n}^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{n} \tag{A2.5}$$

と表される．また，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ は，MIL テンソル $\boldsymbol{M}$ と

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{M}^{-\frac{1}{2}} \tag{A2.6}$$

のように関係付けられる．ここで，$\boldsymbol{M}$ は正定の二階の対称テンソルであるので，$\boldsymbol{H}$ も同様に正定の二階の対称テンソルとなる．$\boldsymbol{M}$ を座標系 $\bar{x}_i$ に変換し対角化すると，

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \tag{A2.7}$$

と表される．またこのとき，ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ は

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} H_1 & 0 & 0 \\ 0 & H_2 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 \end{bmatrix} \tag{A2.8}$$

と表される．ここで，H_1，H_2，H_3 は，それぞれ $\boldsymbol{H}$ の主軸である $\bar{x}_1$，$\bar{x}_2$，$\bar{x}_3$ 軸方向における $L(\boldsymbol{n})$ であり，ファブリック楕円体の径の半分の長さを表している．すなわち，$\boldsymbol{H}$ の固有ベクトルは骨梁構造の主軸方向を表し，その固有値は骨梁構造の主軸方向の特徴的な長さを表す．例えば，ファブリックテンソルの主値が 3 個とも等しい場合，ファブリックテンソルは球となりその構造は等方であると考えられる．また主値のうち 2 個が同じで 1 個が異なる場合は垂直異方性，3 個とも異なる場合は直交異方性と考えられる．ファブリックテンソル $\boldsymbol{H}$ を弾性係数テンソル $\boldsymbol{E}$ と関係付ける際には，$\boldsymbol{E}$ の中に特徴長さが含まれないため，一般に $\boldsymbol{H}$ の第 1 不変量で正規化して用いられる．

A3 コッセラ連続体理論

複合材，多孔質材，多結晶材，粒状体，高分子，あるいは生体組織といった微視構造を有する材料の階層構造は，巨視的な力学的挙動に大きく影響を与える (Lakes 1993)．この様な微視構造の特性を連続体の枠組みの中に反映させるコッセラ連続体 (Cosserat and Cosserat 1909; 大南 1980) として材料を取り扱う理論がいくつか提案されている．Eringen (1964, 1966, 1968)，Mindlin (1962, 1964, 1965, 1968) らにより示された材料の物体点に対して変位の自由度に加えマイクロ回転と呼ばれる回転の自由度を与えるマイクロポーラ理論，およびその特殊な場合として，Mindlin (1963)，Koiter (1964) らにより示されたマイクロ回転ベクトルがマクロ回転ベクトルに等しいとする拘束を設けた偶応力理論がその代表である．これらのコッセラ連続体理論においては，古典連続体力学の応力に加えて偶応力が考慮され，この影響により例えば一様引張下の有孔平板の応力集中係数がポアソン比および特徴長さと円孔半径の比に依存して低下することが知られている (Mindlin 1963; Kaloni 1967)．コッセラ連続体では，構成式中に特徴長さが材料定数として導入されるが，特性長さと微視構造との対応は必ずしも明らかでなく，物理的な解釈を与えようとする議論 (Hoppmann and Shawhman 1965; Schijve 1966; Ellis and Smith 1966; Gathier and Jahsman 1975; Yang and Lakes 1982) や骨組み構造とのアナロジーでその特徴長さに意味を与えようとする議論が行われてきた．(Banks 1968; Askar and Cakmak 1968; Bažant and Christensen 1972; Sun and Yang 1975)．例えば，Banks (1968) は，微視構造を有する材料を連続的に分布する二次元剛節骨組格子としてモデル化し，これを連続体としてとらえたときの見かけの応力－ひずみ関係を求め，偶応力理論における応力－ひずみ関係との類似性を示すことにより，特性長さの物理的意味を明らかにしようとした．

一方，コッセラ連続体の力学挙動を解析するために，これまでマイクロポーラー理論に基づく有限要素法が定式化されており (Baluch et al. 1972)，直交異方性のマイクロポーラ材の円孔の応力集中解析 (Malcolm 1982; Nakamura et al. 1984)，亀裂を有する平板の破壊挙動解析 (Kennedy and Kim 1987; Nakamura and Lakes 1988)，その動的解析 (Kennedy and Kim 1992, 1993) などが行われてきた．しかしながら本論文で取り挙げる格子連続体を支配する偶応力理論についてはこれま

で報告が見られない．この節では，本論文で用いるマイクロ回転ベクトルとマクロ回転ベクトルが一致するように拘束されている偶応力理論の基礎式と変分原理を整理しておく．

体積 V，表面積 S の弾性コッセラ連続体が，単位体積あたりの物体力 X_i，物体偶力 Y_i，および表面の一部 S_t 上で単位表面積あたりの表面力 P_i，表面偶力 M_i を受け，残りの表面 S_u 上で変位が u_i，マイクロ回転が ϕ_i となるような拘束を受ける場合を考える．偶応力理論は，マイクロ回転ベクトル ϕ_i を変位勾配と関係付けられるマクロ回転ベクトル ω_i

$$\omega_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \tag{A3.1}$$

に一致させたものである．力の平衡状態を考えると，物体力 X_i，物体偶力 Y_i，応力 T_{ji} および偶応力 μ_{ji} が満足すべき条件は

$$T_{ji,j} + X_i = 0 \tag{A3.2}$$

$$\mu_{ji,j} + e_{ijk} T_{jk} + Y_i = 0 \tag{A3.3}$$

となる．式 (A3.3) より一般に偶応力 μ_{ji} に勾配があると応力テンソル T_{ji} は非対称となることがわかる．また，表面 S_t 上での応力 T_{ji}，表面力 P_i と偶応力 μ_{ji}，表面偶力 M_i の関係は，Cauchy の関係より

$$P_i = T_{ji} n_j \tag{A3.4}$$

$$M_i = \mu_{ji} n_j \tag{A3.5}$$

と表される．ここで n_j は表面における単位法線ベクトルである．応力 T_{ij} の対称部 σ_{ij}，反対称部 r_{ij} は，

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = \frac{1}{2}(T_{ij} + T_{ji}), \qquad r_{ij} = \frac{1}{2}(T_{ij} - T_{ji}) \tag{A3.6}$$

と表される．平衡方程式 (A3.3) に交代テンソル e_{imn} をかけて整理すると，

$$r_{mn} = -\frac{1}{2} e_{imn} \left(\mu_{ji,j} + Y_i\right) \tag{A3.7}$$

となる．また，偶応力 μ_{ij} はその偏差部 m_{ij} と主対角成分の平均 μ_0 とを用いて

$$\mu_{ij} = \mu_0 \delta_{ij} + m_{ij}, \qquad \mu_0 = \frac{\mu_{ii}}{3} \tag{A3.8}$$

と表される．

仮想変位 δu_i，仮想回転 $\delta\omega_i$ に対して，外部負荷による仮想仕事 δW は，

$$\delta W = \int_V (X_i \delta u_i + Y_i \delta\omega_i)\, dV + \int_S (P_i \delta u_i + M_i \delta\omega_i)\, dS \tag{A3.9}$$

と表される．式 (A3.4)，(A3.5) を式 (A3.9) に代入し，Gauss の発散定理を用いると，仮想仕事は

$$\delta W = \int_V \{(T_{ji,j} + X_i)\delta u_i + (\mu_{ji,j} + Y_i)\delta\omega_i + (T_{ji}\delta u_{i,j} + \mu_{ji}\delta\omega_{i,j})\}\, dV \tag{A3.10}$$

となる．これを式 (A3.1)，(A3.2)，(A3.3)，(A3.6)，(A3.7) を用いて整理すると

$$\delta W = \int_V (\sigma_{ji}\delta u_{i,j} + \mu_{ji}\delta\omega_{i,j})\, dV \tag{A3.11}$$

となる．マクロひずみテンソル γ_{ij} と曲率ひずみテンソル κ_{ij} を

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \qquad \kappa_{ij} = \omega_{i,j} \tag{A3.12}$$

と定義し，式 (A3.8)，(A3.12) を式 (A3.11) に代入することにより

$$\delta W = \int_V (\sigma_{ji}\delta\gamma_{ij} + m_{ji}\delta\kappa_{ij}) dV \tag{A3.13}$$

の関係を得る．このように外部仮想仕事が内部仮想仕事に一致し，また応力の対称部と偶応力の偏差部のみが内部仕事に寄与するのがわかる．

外部負荷によるポテンシャル Q を

$$Q = -\int_V (X_i u_i + Y_i \omega_i) dV - \int_S (P_i u_i + M_i \omega_i) dS \tag{A3.14}$$

と定義し，全ひずみエネルギを U とすると最小ポテンシャルエネルギの原理は，

$$\delta\Phi = \delta(U + Q) = 0 \tag{A3.15}$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\int_V (\sigma_{ji}\gamma_{ij} + m_{ji}\kappa_{ij})\, dV - \int_V (X_i u_i + Y_i \omega_i)\, dV - \int_S (P_i u_i + M_i \omega_i)\, dS \tag{A3.16}$$

と表される．

A4 単位格子に作用する力と変形

第 3.3 節で用いた図 A4.1 に示す 3 次元格子連続体の単位格子に作用する力と変形の関係より，格子当たりの変形の平均値として格子連続体としてのひずみを定義する．

座標 x_i 軸方向に配向した部材 i の 格子間隔を L_i，x_k 軸に関する断面 2 次モーメントを I_{ij}，断面 2 次極モーメントを J_i，部材断面積を A_i とする．また，部材自身は等方弾性体とし材料定数は，縦弾性係数を E_i，横弾性係数を G_i とする．ここで，添え字は $i, j = 1, 2, 3\,(i \neq j)$ であり，総和規約に従わないものとする．

部材 i に対して，x_i 軸方向の垂直力 N_{ii} が作用するとき，垂直ひずみ γ_{ii} は，部材の変形量 δ_{ii}

$$\delta_{ii} = \frac{L_i}{A_i E_i} N_{ii} \quad \text{から} \quad \gamma_{ii} = \frac{\delta_{ii}}{L_i} = \frac{N_{ii}}{A_i E_i} \tag{A4.1}$$

と求められる．

部材 i に対して，x_j 軸方向のせん断力 N_{ij} が作用するとき，せん断ひずみ

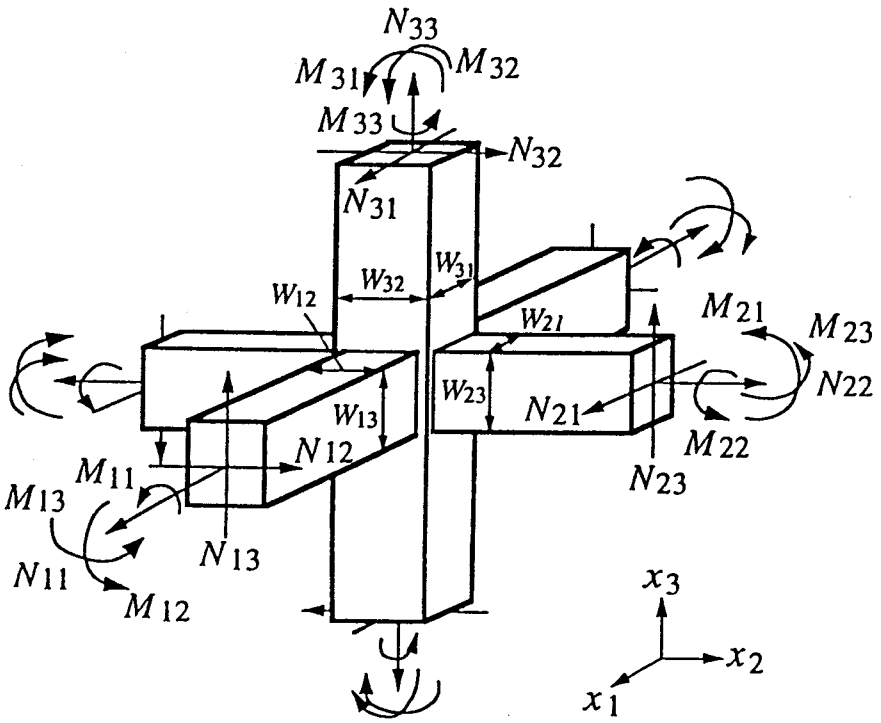


図 A4.1 格子連続体モデルの単位格子 (図 3.7 の再掲) ($A_i = W_{ik} W_{ij}$)

$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ は，長さ $L_i/2$ 当たりの部材の変形量 δ_{ij}

$$\delta_{ij} = \frac{(L_i/2)^3}{3E_iI_{ij}}N_{ij} \qquad \text{から}$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_{ij}}{L_i/2} + \frac{\delta_{ji}}{L_j/2}\right) = \frac{1}{24}\left(\frac{L_i^2N_{ij}}{E_iI_{ij}} + \frac{L_j^2N_{ij}}{E_jI_{ji}}\right) \tag{A4.2}$$

と求められる．

部材 i に対して x_i 軸まわりのねじり偶力 M_{ii} が作用するとき，ねじれ率 κ_{ii} は，部材のねじれ角 θ_{ii}

$$\theta_{ii} = \frac{L_i}{G_iJ_i}M_{ii} \qquad \text{から} \qquad \kappa_{ii} = \frac{M_{ii}}{G_iJ_i} \tag{A4.3}$$

と求められる．

部材 i に対して，x_j 軸まわりの曲げ偶力 M_{ij} が作用するとき，曲率ひずみ κ_{ik} は，部材のたわみ角 θ_{ik}

$$\theta_{ik} = \frac{L_i}{E_iI_{ij}}M_{ik} \qquad \text{から} \qquad \kappa_{ik} = \frac{M_{ik}}{E_iI_{ij}} \tag{A4.4}$$

と求められる．

A5 格子の配向変化

局所の等応力化を目指す再構築の考え方を海綿骨のモデルである格子連続体に適用した場合，格子の幅と格子配向変化がどのように表現されるかについて，二次元格子連続体を例に基本的考え方を述べる．これは，第 3 章で用いた三次元格子連続体への拡張の基礎となるものである．また，第 4 章で示した骨梁のおかれた主応力の符号の組み合わせにより生じた特徴的な骨梁配向変化が，格子の回転を考慮した連続体モデルでも表現されることをシミュレーションにより示す．

A5.1 格子連続体を用いた骨梁配向変化の表現

再構築平衡における骨梁構造の直交性を仮定した骨の力学モデルとして，図 A5.1(a) に示す直交格子連続体モデルを考えると，第 3 章で示した再構築による格子の断面積変化 ($\dot{A}_i$) は，図 A5.1(a) から (b) に至る過程であり，この時連続体としての見かけの密度的変化が生じる．これに対して，骨に作用する負荷形態が変化した場合，例えば主応力方向が変化した場合を考えると，第 4 章で矩形海綿骨の再構築シミュレーションで示したように，再構築により骨梁構造の再配向が生じ，図 A5.1(d) に示す新たな平衡状態に至る．この過程を直接現象論的に $\dot{\Phi}_i$ と記

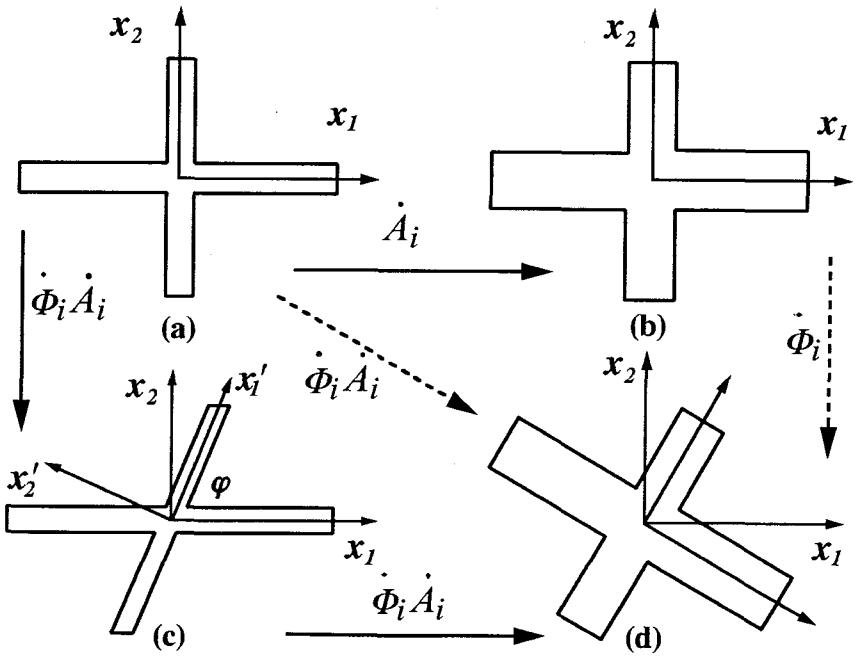


図 A5.1 格子連続体の再構築による回転

述することで図 A5.1(a) から (d) への変化を表現するのが一般的であり，ファブリックテンソルの発展式を記述する Cowin(1992) のモデルはこれに相当する．ここでは，格子を構成する個々の格子部材の表面での力学状態を参照し，それを空間的に一様化する再構築の考え方を適用する際に必要となる一般的な格子構造としての図 A5.1(c) に示す斜交格子連続体モデルを用いて検討する．この斜交格子連続体モデルの詳細は付録 A6 に示す．

斜交格子連続体 (A6.1) の構成式は，応力，偶応力テンソル $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{\mu}$ とひずみ，曲率テンソル $\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa}$ の関係として，格子長さ L_i，部材幅 A_i，部材の縦弾性係数 E_i および部材 1, 2 間の斜交角度 φ を用いて

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{E}(L_i, A_i, E_i, \varphi)\boldsymbol{\gamma}, \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\Xi}(L_i, A_i, E_i, \varphi)\boldsymbol{\kappa} \tag{A5.1}$$

と表される．ここで，$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{\Xi}$ は弾性係数テンソルであり，以下では，部材幅 A_i および 斜交角度 φ の変化を表す再構築則について検討する．

A5.2 骨梁モデル

計 4 本で単位斜交格子を構成する図 A5.2 の骨梁モデルを用いる．断面は単位厚さで幅 A の矩形とし，長さを $L/2$ とする．長手方向に座標軸 x をとり，作用する軸力を N，せん断力を F，曲げモーメントを M とする．また，y 軸の正の側を (+) 表面，負の側を (−) 表面と定義する．表面応力 $\sigma^{\pm}(x)$ は，

$$\sigma^{\pm}(x) = \frac{N}{A} \mp \frac{6F}{A^2}\left(\frac{L}{2} - x\right) \mp \frac{6M}{A^2} \tag{A5.2}$$

と線形に分布し，大きな応力勾配がない場合第 3 項は十分小さいため，本報ではこれを無視できるものと仮定する．この場合，垂直力およびせん断力による表面

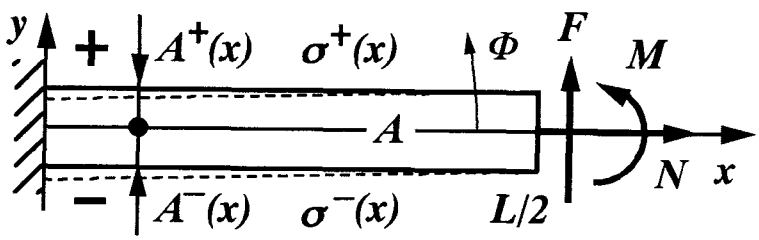


図 A5.2　骨梁の梁モデル

応力の大きさはそれぞれ

$$\sigma_N = \frac{|\sigma^+ + \sigma^-|}{2}, \qquad \sigma_F = \frac{|\sigma^+ - \sigma^-|}{2} \tag{A5.3}$$

と表され，$x = 0$ での値を σ_N, σ_F として以下に用いる．

A5.3 表面応力を参照する再構築則 (一次元の場合)

まず，図 A5.3 に示す骨梁の y 方向の一次元並びを例に考える．部材 i の原点 $x = 0$ における中立軸から $(\pm)$ 表面までの幅を $A^\pm$ とし，再構築は近傍骨梁 $i \pm 1$ での表面応力と自らの表面応力との相対的な差を減少させるように駆動されると考えると，初等な表現として表面移動速度 $\dot{A}^\pm$ は，

$$\frac{\dot{A}^\pm}{A^\pm} = K \sum_{j=i-1(\pm)}^{i+1(\pm)} \left(\sigma_i^\pm - \sigma_j^{(\pm)}\right) \tag{A5.4}$$

と表される．ここで，K は正の速度パラメータである．この離散構造を連続体の微小要素としてとらえ，骨梁表面応力成分 σ_N, σ_F がそれぞれ y 方向に滑らかに分布すると仮定し，近傍部材での応力 $\sigma_{i+1}^\pm, \sigma_{i-1}^\pm$ をテイラー展開の 2 次項まで用いて表すと，式 (A5.4) は，

$$\frac{\dot{A}^\pm}{A^\pm} = -2K\nabla^2\sigma_N\Delta^2 \mp 6K\sigma_F \tag{A5.5}$$

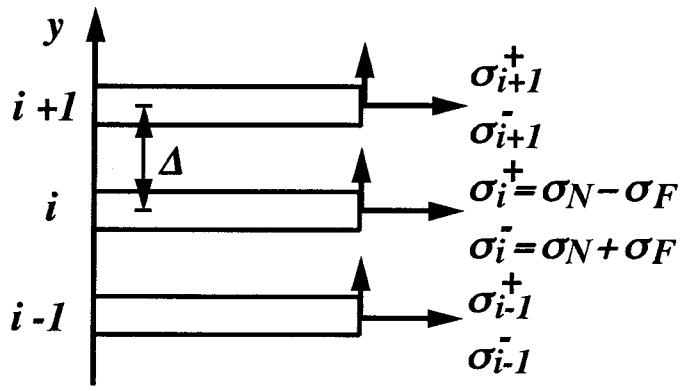


図 A5.3　骨梁の一次元配列モデル

と表される．ここで，∇^2 は座標 y に関する 2 次の導関数を，Δ は y 方向部材間隔を表す．さらに，式 (A5.5) の ± 表面移動速度の和により，骨梁幅 A の変化が

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{A}^{+} + \dot{A}^{-}}{A} = -2K\nabla^2\sigma_N\Delta^2 \tag{A5.6}$$

と表され，差により骨梁配向角度 Φ の変化が

$$\dot{\Phi} = -\frac{\dot{A}^{+} - \dot{A}^{-}}{L} = [\pm]6K\frac{A}{L}\sigma_F \tag{A5.7}$$

と表される．ここで，$[\pm]$ は，軸力 N とせん断力 F の符号により $[\pm] = \mathrm{sgn}(NF)$ と決定される符号であり，この結果合力ベクトル方向に部材が配向する．

A5.4 表面応力を参照する再構築則 (二次元の場合)

次に，図 A5.4 に示す骨梁の x_1, x_2 方向の二次元並びを考える．点 (x_1, x_2) に位置する部材 $< i, j >$ に対して，再構築が近傍骨梁 $< i \pm 1, j \pm 1 >$ での表面応力と自らの表面応力との相対的な差を減少させるように駆動されると考えると，前節の式 (A5.4) と同様に表面移動速度 $\dot{A}^{\pm}$ は，

$$\frac{\dot{A}^{\pm}}{A^{\pm}} = K\sum_{k,l(\pm)}\left(\sigma^{\pm}_{<i,j>} - \sigma^{(\pm)}_{<k,l>}\right) \tag{A5.8}$$

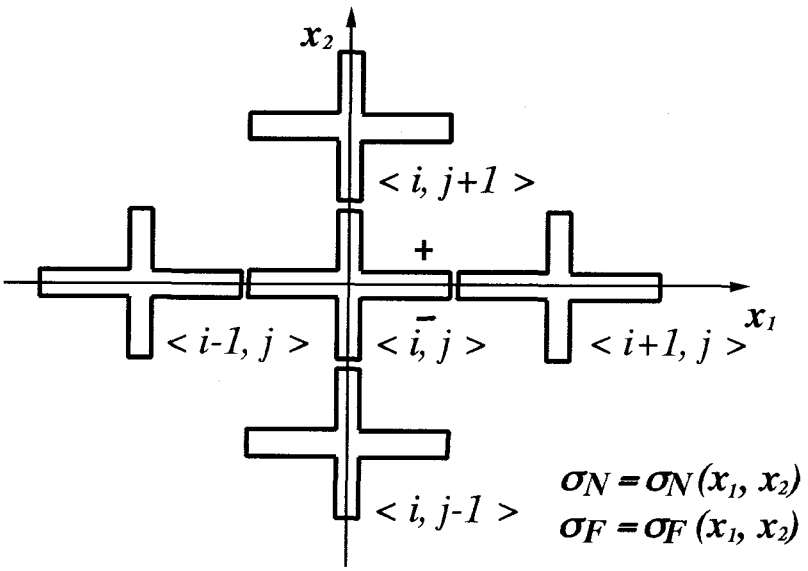


図 A5.4　骨梁の二次元配列モデル

と表される．さらに，この離散構造を連続体の微小要素としてとらえ，骨梁表面応力成分 σ_N, σ_F がそれぞれ x_1, x_2 方向に滑らかに分布すると仮定し，近傍部材での応力 $\sigma^{(\pm)}_{<i+1,j>}$, $\sigma^{(\pm)}_{<i-1,j>}$, $\sigma^{(\pm)}_{<i,j+1>}$, $\sigma^{(\pm)}_{<i,j-1>}$ をテイラー展開の 2 次項まで用いて表すと，式 (A5.8) は，

$$\frac{\dot{A}^{\pm}}{A^{\pm}} = 10K(\sigma_{N1} - \sigma_{N2}) - 2K\nabla^2(\sigma_{N1} + \sigma_{N2})\Delta^2 \mp 20K\sigma_{F1} \tag{A5.9}$$

と表される．さらに，式 (A5.9) の ± 表面移動速度の和により，骨梁幅 A の変化が

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{A}^{+} + \dot{A}^{-}}{A} = 10K(\sigma_{N1} - \sigma_{N2}) - 2K\nabla^2(\sigma_{N1} + \sigma_{N2})\Delta^2 \tag{A5.10}$$

と表され，2 方向の垂直成分 σ_{N1} と σ_{N2} のの差と和により表現される．一方，式 (A5.9) の差をとることにより，骨梁配向角度 Φ の変化速度が，

$$\dot{\Phi} = -\frac{\dot{A}^{+} - \dot{A}^{-}}{L} = [\pm]20K\frac{A}{L}\sigma_F \tag{A5.11}$$

と表される．

A5.5 格子連続体への適用

骨梁モデルで示した式 (A5.10)，(A5.11) を格子連続体モデルに適用する．着目部材方向に x_1 軸を一致させ，作用する垂直力を F_{11}，せん断力を F_{12} とする．この時，有効応力

$$T^e_{11} = \frac{F_{11}}{A_1}, \qquad T^e_{12} = \frac{F_{12}}{A_1} \tag{A5.12}$$

を用いて式 (A5.3) の σ_N, σ_F は，

$$\sigma_N = \frac{|F_{11}|}{A_1} = |T^e_{11}|, \quad \sigma_F = \frac{3|F_{12}|L_1}{A_1^2} = \frac{3L_1}{A_1}|T^e_{12}| \tag{A5.13}$$

と表される．これらを式 (A5.10)，(A5.11) に代入することにより，

$$\frac{\dot{A}_1}{A_1} = -R_A\nabla^2|T^e_{11}|, \quad \dot{\Phi}_1 = [\pm]R_\Phi|T^e_{12}| \tag{A5.14}$$

と表される．ここで，$R_A, R_\Phi(>0)$ は速度パラメータであり，[±] は部材に作用する軸力 F_{11} とせん断力 F_{12} の符号により $[\pm] = \mathrm{sgn}(F_{11}F_{12})$ と決定される符号で

ある．部材 2 も同様であり，斜交格子連続体の斜交角度 φ の速度は，部材 1 と 2 の回転速度の差として

$$\dot{\varphi} = \dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_1 \tag{A5.15}$$

と表される．

A5.6 格子の配向変化

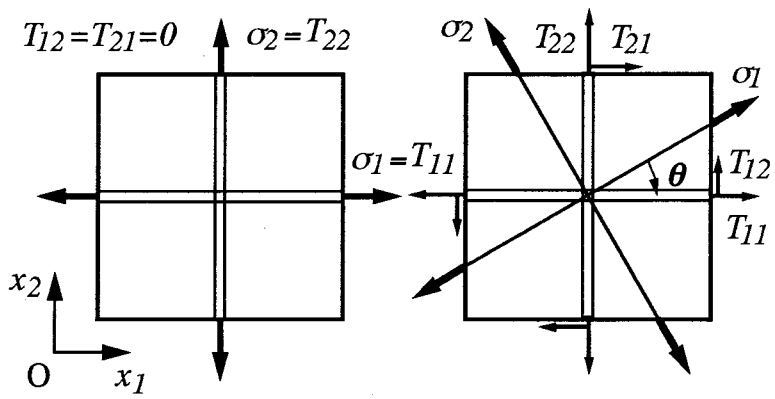
二次元格子に対して式 (A5.15) の $\dot{\Phi}_1$，$\dot{\Phi}_2$ および $\dot{\varphi}$ の符号を具体的に示す．

格子配向と主応力方向　部材主軸方向が主応力 σ_i 方向と一致する再構築平衡状態状態から，図 A5.7(a) に示すように主応力方向が θ 回転した場合を考える．応力主軸方向の回転は，時計回りを正とする．部材 1, 2 の回転方向は，式 (A5.14) に示したように応力主軸変化後の応力 T_{11}, T_{12}, T_{22} の符号により

$$\mathrm{sgn}(\dot{\Phi}_1) = \mathrm{sgn}(T_{11}T_{12}), \quad \mathrm{sgn}(\dot{\Phi}_2) = -\mathrm{sgn}(T_{22}T_{12}) \tag{A5.16}$$

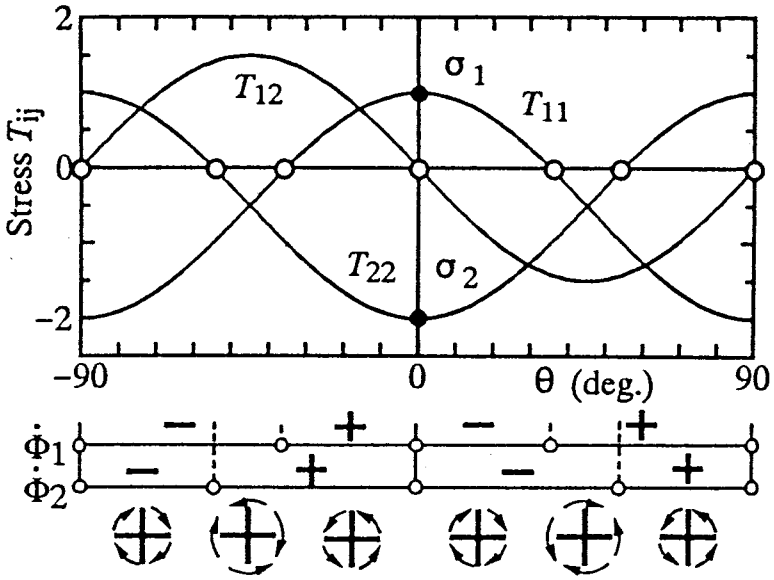
と決定され，これらの組み合わせにより直交格子の配向変化は，時計回り，反時計回りの回転および第 1 象限，第 2 象限が閉じる場合の 4 通りに分類される．

主応力が異符号の場合　一例として，x_1 方向に引張りで x_2 方向に圧縮の主応力場 ($\sigma_1 = 1, \sigma_2 = -2$) を考える．応力主軸変化に対する応力 T_{ij} の変化と部材回転方向を示したものが図 A5.7(b) である．同図中，○ 印で示す角度では $\dot{\Phi}_i = 0$ となり，その点を境に $\dot{\Phi}_i$ の符号が変化する．角度 θ の変化が小さいときは，$\theta > 0$

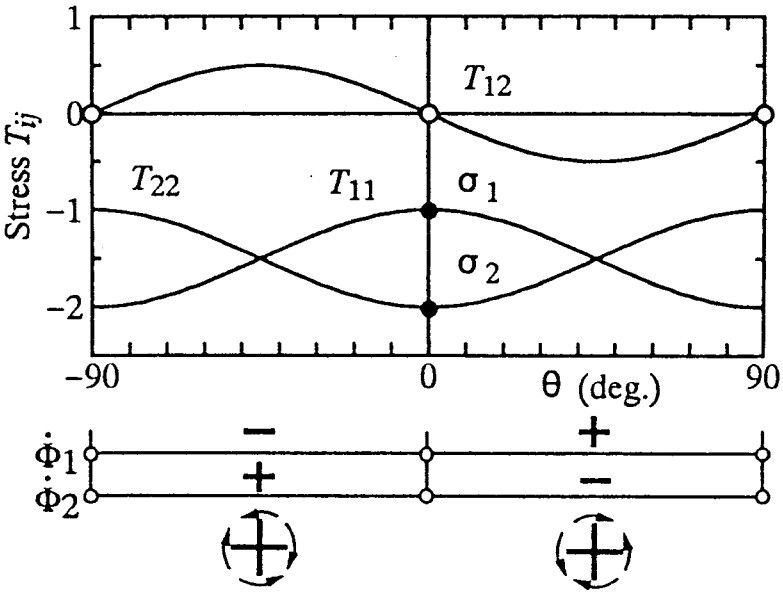


(a) 主応力方向の変化

図 A5.5　再構築による格子の回転 (続く)



(b) $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = -2$



(c) $\sigma_1 = -1$, $\sigma_2 = -2$

図 A5.5　再構築による格子の回転 (続き)

で時計回り，$\theta < 0$ で反時計回りに格子が回転する．角度が，$35.3° < |\theta| < 54.7°$ の領域では，$\dot{\Phi}_1$ と $\dot{\Phi}_2$ の符号が異なり，第 1 象限が閉じあるいは開き，すなわち絶対値の大きい σ_2 方向に閉じる．

主応力が同符号の場合　一例として $\sigma_1 = -1, \sigma_2 = -2$ の場合の応力 T_{ij} と回転速度 $\dot{\Phi}_i$ の関係を図 A5.7(c) に示す．同図から，主応力が同符号の場合は格子は回転しないで $\theta > 0$ では第 1 象限が，$\theta < 0$ では第 2 象限が閉じ，すなわち異符号の場合と同様に応力絶対値の大きい σ_2 の方向へ格子が閉じることがわかる．

A5.7 格子の配向変化のシミュレーション

以上で述べた考え方を斜交格子連続体に適用し，主応力方向の回転にともなう格子の配向変化のシミュレーションを行う．斜交格子の部材 i の $\bar{x}_1$ 座標系からの角度を図 A5.6に示すように Φ_i と定義する．また，部材 1 方向に x_1 座標を，部材 2 方向に x_1' 座標を一致させる．着目部材 1 または 2 方向に一致した座標系において，部材に作用する軸力を F_{11}，せん断力を F_{12} とする．この時，せん断の有効応力 $T_{12}^e = F_{12}/A_1$ を用いることにより，部材配向角の変化は，式 (A5.14) の第 2 式と表される．各部材の再構築による配向変化の速度は独立に決定され，一般に両部材 1, 2 は斜交する．

格子部材主軸方向が主応力方向と一致する再構築平衡状態から，主応力方向が変化した場合の初期の格子回転方向について前報において検討を行った．ここでは，二次元の主応力場 $\sigma_1 - \sigma_2$ におかれた斜交格子の各部材が，再構築により回転し平衡状態に至る過程のシミュレーションを行う．

各パラメータは，格子部材 Young 率 $E_i = 10\,\mathrm{GPa}$, 格子長さ $L_i = 1\,\mathrm{mm}$，格子

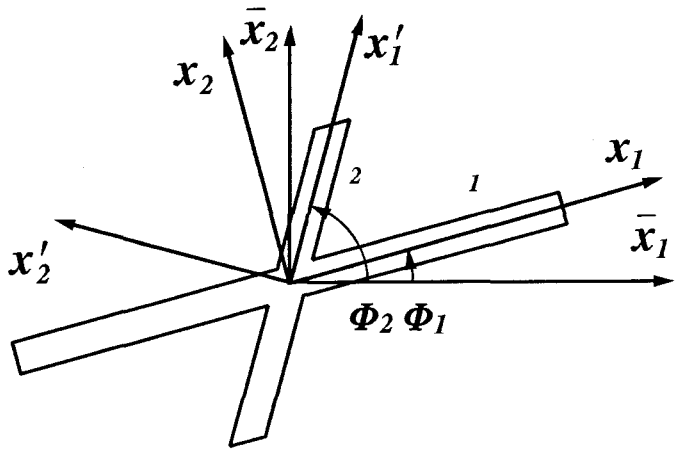


図 A5.6　斜交格子の座標系

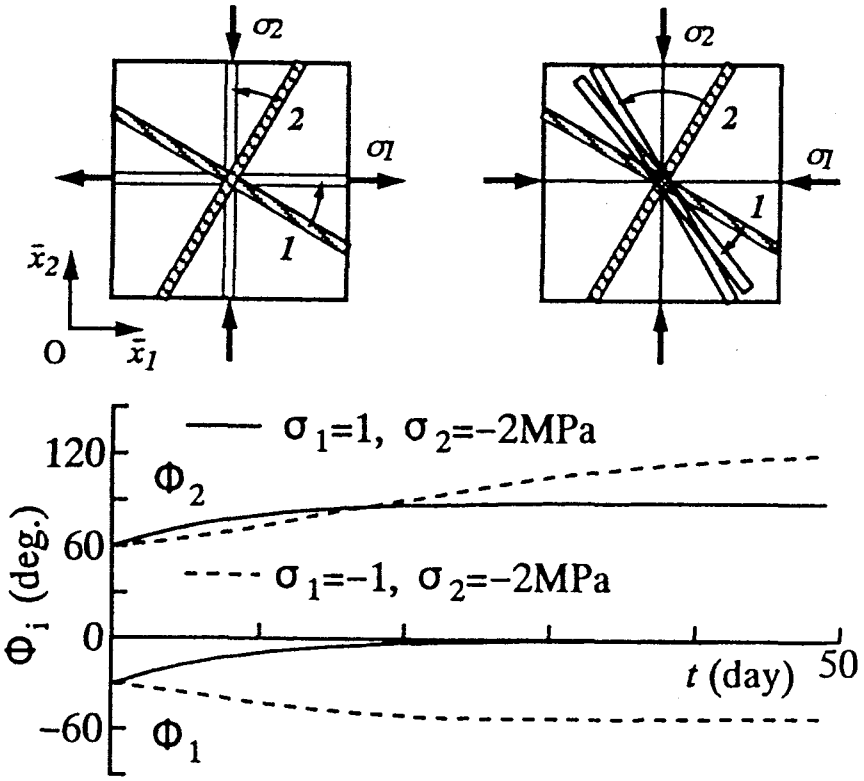


図 A5.7　再構築による格子の回転シミュレーション

部材幅 $A_i = 0.25\,\mathrm{mm}$，速度パラメータ $R_\Phi = 5\times10^{-7}\mathrm{rad/(MPa\cdot day)}$ とし，初期時刻 $t = 0$ において応力主軸方向と格子部材方向が異なる場合を考える．初期の配向角度は，$\Phi_1 = -30°$, $\Phi_2 = 60°$ とした．すなわち，主応力方向に対して格子が時計回りに 30° 回転した状態を初期とした．ここでは，再構築による部材方向 Φ_i のみの変化を検討するため，部材幅 A_i は変化しないものと仮定した．

主応力が引張り ($\sigma_1 = 1\,\mathrm{MPa}$) と圧縮 ($\sigma_2 = -2\,\mathrm{MPa}$) の場合および主応力が共に圧縮 ($\sigma_1 = \sigma_2 = -2\,\mathrm{MPa}$) の場合それぞれについて配向角度 Φ_i の時間的変化を図 A5.7 に示す．まず，主応力が引張りと圧縮の場合，図 A5.7 に実線で示すように初期の状態から格子は正 (反時計回り) に回転し，最終的に主応力方向と一致した平衡状態 ($\Phi_1 = 0°$，$\Phi_2 = 90°$) に至ることがわかる．一方，主応力がともに圧縮の場合，同図に破線で示すように部材 1 は負 (時計周り) に回転し，部材 2 は正の方向に回転することがわかる．これらの結果は，前節で示した通りの結果であり，最終的には $\Phi_1 = -45°$，$\Phi_2 = 135°$ となり，部材 1 と 2 が重なることになる．しかしながら，斜交角度には斜交格子連続体モデルとして妥当な範囲 ($45° < \Phi_2 - \Phi_1 < 135°$) があり，後者の場合は非現実な構造に至っている．

A6　斜交格子連続体モデル

再構築による格子連続体の配向変化を認めた場合，格子は一般に直交性を保たない．以下では，格子配向を含めた再構築モデルへの拡張において必要となる斜交の格子連続体について二次元の場合を例に示す．

A6.1 構成式

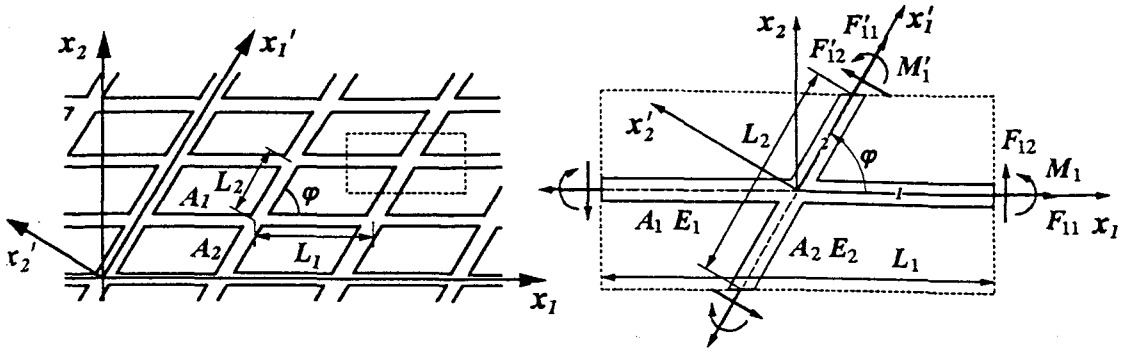
斜交格子連続体は，第 3 章で用いた直交性を仮定した格子連続体に対して，図 A6.1(a) に示すように斜交を許容するように拡張したモデルである．直交座標系 x_i の x_1 軸を部材 1 に一致させ，同様に座標系 x'_i の x'_1 軸を部材 2 に一致させる．この時，部材 1, 2 間の斜交角度を φ $(0 < \varphi < 2\pi)$ と定義する．二次元の場合，部材 i の部材幅，格子間隔，および弾性係数をそれぞれ A_i, L_i, E_i と表す．

巨視的応力を座標系 x_i, x'_i においてそれぞれ T_{ij}, μ_{i3} および T'_{ij}, μ'_{i3} と表す．図 A6.1(b) に示す部材 1 に作用する軸力 F_{11}，せん断力 F_{12} および曲げモーメント M_1 は，巨視的応力および偶応力と

$$T_{11} = \frac{F_{11}}{L_2 \sin\varphi}, \qquad T_{12} = \frac{F_{12}}{L_2 \sin\varphi}, \qquad \mu_{13} = \frac{M_1}{L_2 \sin\varphi} \tag{A6.1}$$

のように関係づけられる．同様に部材 2 に作用する軸力 F'_{11}，せん断力 F'_{12} および曲げモーメント M'_1 は，

$$T'_{11} = \frac{F'_{11}}{L_1 \sin\varphi}, \qquad T'_{12} = \frac{F'_{12}}{L_1 \sin\varphi}, \qquad \mu'_{13} = \frac{M'_1}{L_1 \sin\varphi} \tag{A6.2}$$



(a) 斜交格子連続体　　(b) 単位格子

図 A6.1　斜交格子連続体モデル

と関係づけられる．式 (A6.1) と (A6.2) を座標系 x_i で重ね合わせた応力テンソル T_{ij} および偶応力テンソル μ_{i3} は，釣合式

$$T_{ji,j} + X_i = 0, \qquad \mu_{j3,j} + e_{3jk}T_{jk} + Y_3 = 0 \tag{A6.3}$$

を満足する．ここで，X_i は物体力ベクトル，Y_3 物体偶力ベクトルであり，$(\ )_{,i}$ は，座標 x_i に関する偏微分を表す．

巨視的な変形の測度として，変位勾配テンソル ε_{ij} と曲率テンソル κ_{3i} は，

$$\varepsilon_{ij} = u_{j,i}, \qquad \kappa_{3i} = \omega_{3,i} \tag{A6.4}$$

と定義される．ここで，マクロ回転ベクトル ω_3 は，変位勾配 $u_{k,j}$ と

$$\omega_3 = \frac{1}{2}e_{3jk}u_{k,j} \tag{A6.5}$$

として関係づけられる．

図 A6.2 に黒丸で示す部材 i の端点の x_j 軸方向の変位を Δ_{ij} として表し，同様に x'_j 軸方向の変位を Δ'_{ij} と表す．また，部材 i の端点の回転を Ω_i と表す．各部材 i を圧縮剛性 E_iA_i の棒，曲げ剛性 E_iI_i の梁と考えることにより，各部材に作用する軸力，せん断力および偶力が，変位 Δ_{ij}，Δ'_{ij} および回転 Ω_i と

$$F_{11} = \frac{2E_1A_1}{L_1}\Delta_{11}, \quad F_{12} = \frac{24E_1I_1}{L_1^3}\Delta_{12}, \quad M_1 = \frac{2E_1I_1}{L_1}\Omega_1, \tag{A6.6}$$

$$F'_{11} = \frac{2E_2A_2}{L_2}\Delta'_{21}, \quad F'_{12} = \frac{24E_2I_2}{L_2/2}\Delta'_{22}, \quad M'_1 = \frac{2E_2I_2}{L_2}\Omega_2, \tag{A6.7}$$

の様に関係づけられる．ここで，部材 i の断面 2 次モーメント I_i は，

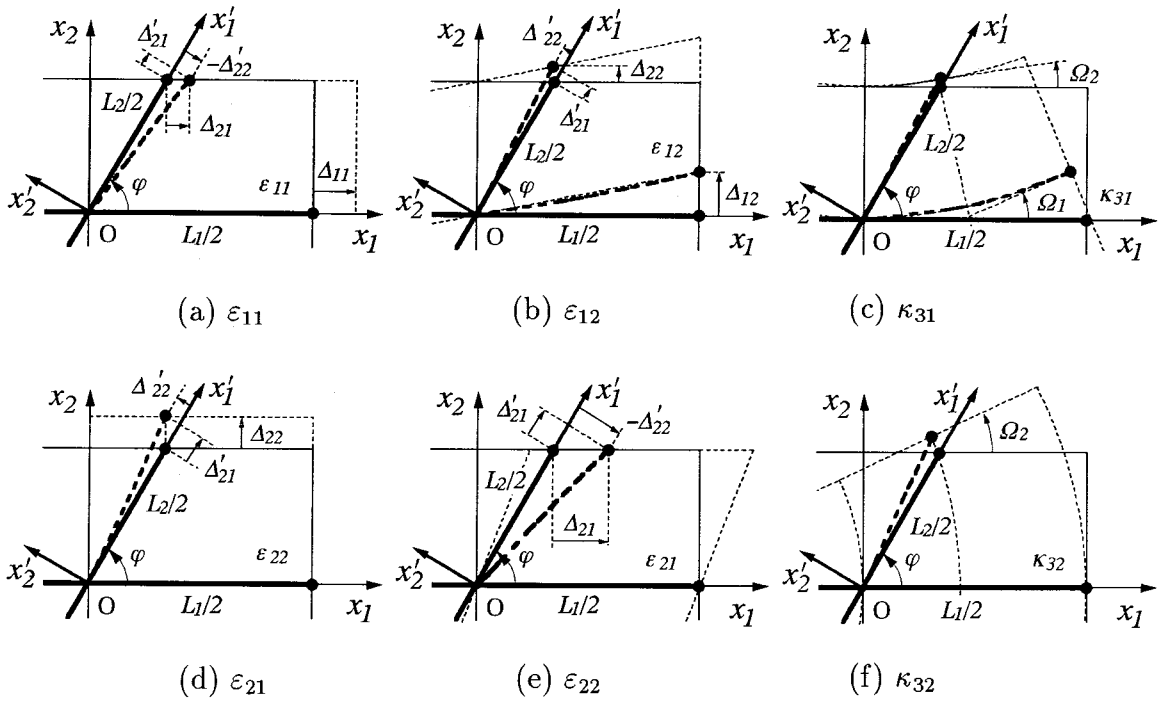
$$I_i = \frac{A_i^3}{12} \tag{A6.8}$$

と与えられる．また，部材 2 の端点の変位 Δ'_{2j} は，Δ_{2j} と

$$\Delta'_{21} = \Delta_{22}\sin\varphi + \Delta_{21}\cos\varphi, \quad \Delta'_{22} = \Delta_{22}\cos\varphi - \Delta_{21}\sin\varphi. \tag{A6.9}$$

と関係づけられる．

図 A6.2 に示す個々の巨視的一様ひずみ場 $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \kappa_{31}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}$, および κ_{32} における単位格子の変位 $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{21}, \Delta_{22}$ と回転 Ω_1, Ω_2 は表 A6.1 に示すとおりで



(a) ε_{11} (b) ε_{12} (c) κ_{31}

(d) ε_{21} (e) ε_{22} (f) κ_{32}

図 A6.2　一様ひずみ場における格子の変形

表 A6.1　一様ひずみ場における単位格子の変形量

	ε_{11}	ε_{22}	ε_{12}	ε_{21}
Δ_{11}	$L_1/2$	0	0	0
Δ_{12}	0	0	$L_1/2$	0
Δ_{21}	$L_2c/2$	0	0	$L_2s/2$
Δ_{22}	0	$L_2s/2$	$L_2c/2$	0

	κ_{31}	κ_{32}
Ω_1	$L_1/2$	0
Ω_2	$L_2c/2$	$L_2s/2$

$s = \sin\varphi, \quad c = \cos\varphi$

表 A6.2 一様ひずみ場における巨視的応力と偶応力

	ε_{11}	ε_{22}	ε_{12}	ε_{21}
T_{11}	E_1A_1/L_2s	0	0	0
T_{12}	0	0	$E_1A_1^3/L_1^2L_2s$	0
T'_{11}	$E_2A_2c^2/L_1s$	E_2A_2s/L_1	E_2A_2c/L_1	E_2A_2c/L_1
T'_{12}	$-E_2A_2^3c/L_1L_2^2$	$E_2A_2^3c/L_1L_2^2$	$E_2A_2^3c^2/L_1L_2^2s$	$-E_2A_2^3s/L_1L_2^2$

	κ_{31}	κ_{32}
μ_{13}	$E_1A_1^3/12L_2s$	0
μ'_{13}	$E_2A_2^3c/12L_1s$	$E_2A_2^3/12L_1$

ある．これらの変位 Δ_{ij} と回転 Ω_i を式 (A6.6), (A6.7) および (A6.9) に代入することで軸力 F_{11}, F'_{11}, せん断力 F_{12}, F'_{12}, および曲げモーメント M_1, M'_1 が個々の一様ひずみ場 ε_{ij}, κ_{3i} と関係づけられる．さらに，式 (A6.6), (A6.7) を式 (A6.1), (A6.2) に代入することで，応力テンソルと偶応力テンソルが，巨視的なひずみテンソル ε_{ij} および曲率テンソル κ_{3i} と表 A6.2 に示すように関係づけられる．よって，これらをすべて重ね合わせることにより，斜交格子連続体の構成式が

$$\begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{12} \\ T_{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} \\ & E_{22} & E_{23} & E_{24} \\ & & E_{33} & E_{34} \\ \text{sym} & & & E_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} \end{Bmatrix} \tag{A6.10}$$

$$\begin{Bmatrix} \mu_{13} \\ \mu_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \text{sym} & \Xi_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_{31} \\ \kappa_{32} \end{Bmatrix} \tag{A6.11}$$

$$E_{11} = \{\alpha_1+\alpha_2c^2(c^2+\beta_2s^2)\}/s, \qquad E_{12} = \alpha_2sc^2(1-\beta_2), \qquad E_{13} = \alpha_2c^3(1-\beta_2),$$

$$E_{14} = \alpha_2c(c^2+\beta_2s^2), \qquad E_{22} = \alpha_2s(s^2+\beta_2c^2), \qquad E_{23} = \alpha_2c(s^2+\beta_2c^2),$$

$$E_{24} = \alpha_2s^2c(1-\beta_2), \qquad E_{33} = \{\alpha_1\beta_1+\alpha_2c^2(s^2+\beta_2c^2)\}/s,$$

$$E_{34} = \alpha_2c^2s(1-\beta_2), \qquad E_{44} = \alpha_2s(c^2+\beta_2s^2),$$

$$\Xi_{11} = (\alpha_1A_1^2+\alpha_2A_2^2c^2)/12s, \qquad \Xi_{12} = \alpha_2A_2^2c/12, \qquad \Xi_{22} = \alpha_2A_2^2s/12,$$

$$\alpha_1 = E_1 A_1 / L_2, \qquad \beta_1 = (A_1/L_1)^2, \qquad s = \sin\varphi$$
$$\alpha_2 = E_2 A_2 / L_1, \qquad \beta_2 = (A_2/L_2)^2, \qquad c = \cos\varphi.$$

と求められる．特に，$\varphi = \pi/2$ の場合は，直交格子連続体を表す．

A6.2 力学特性の構造依存性

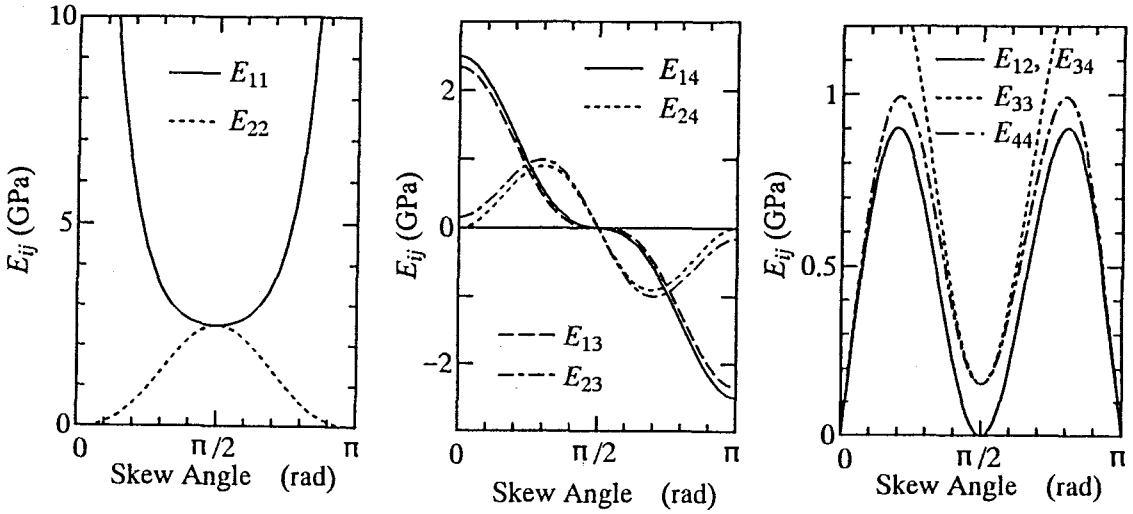
斜交格子連続体モデルの力学特性の構造依存性について示す．単純のため，部材幅および弾性係数はそれぞれ $L_1 = L_2 = L$, $A_1 = A_2 = L/4$, $E_1 = E_2 = E = 10\text{GPa}$ と仮定した．

(1) 斜交角度依存性: 構成式 (A6.10) に含まれる弾性係数マトリクス E_{ij} の斜交角度 φ に対する依存性を示す．ここで，E_{ij} は，単位ひずみ ε_{ij} に対する応力 T_{ij} の値を表す影響係数である．

図 A6.3(a) は，E_{11} と E_{22} の斜交角度 φ に対する依存性を表しており，それぞれ，大きさが単位の一様ひずみ $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$ に対する応力 T_{11}, T_{22} の値を示している．部材 1 および 2 が直交している場合 ($\varphi = \pi/2$)，E_{11} と E_{22} は，$E_{11} = E_{22} = EA/L = 2.5\text{GPa}$ となり最大あるいは最小値をとることがわかる．このモデルでは，斜交角度 φ が変化した場合でも格子間隔 L_i は変化しないと仮定しているため，斜交角度が 90° から離れるにつれ，E_{11} は増加し，逆に E_{22} は 0 となる．

図 A6.3(b) は，E_{14} と E_{24} の斜交角度 φ に対する依存性を表している．これらの係数 E_{14}，E_{24} は，大きさが単位の一様ひずみ ε_{21} に対する応力 T_{11}，T_{22} を表しており，斜交角度が $\varphi = \pi/2$ では 0 となる．部材 2 が傾くと，斜交角度 φ の増加に伴い$\varphi < \pi/2$ の範囲内では減少し，逆に $\pi/2 < \varphi$ の範囲では増加する．斜交角度 φ が 0 または π に近づくと，E_{14} は $\pm 2.5\text{GPa}$ へ，E_{24}は一度極値を取った後再び 0 となる．同図中，E_{13} と E_{23} が，破線および一点鎖線で印されている．これらは，$\varphi = \pi/2$ 近傍ではほとんど同じ値をとることがわかる．

図 A6.3(c) は，E_{12}, E_{34}, E_{33} および E_{44} の斜交角度 φ に対する依存性が示されている．この図では，実線が E_{12}, E_{34} を表しており，これらは x_1 軸と x_2 軸の変形を関連づける成分である．斜交角度が $\varphi = 0, \pi/2$ および π で値が 0 となることがわかる．同図中，せん断係数 E_{33} と E_{44} が破線と一点鎖線で示されている．斜交角度が $\varphi = \pi/2$ の場合，それらの値は 0.156GPa となる．部材 2 が傾くに従い，E_{33} は増加するが，E_{44} は一度増加した後再び $\varphi = 0, 2\pi$ で 0 となる．

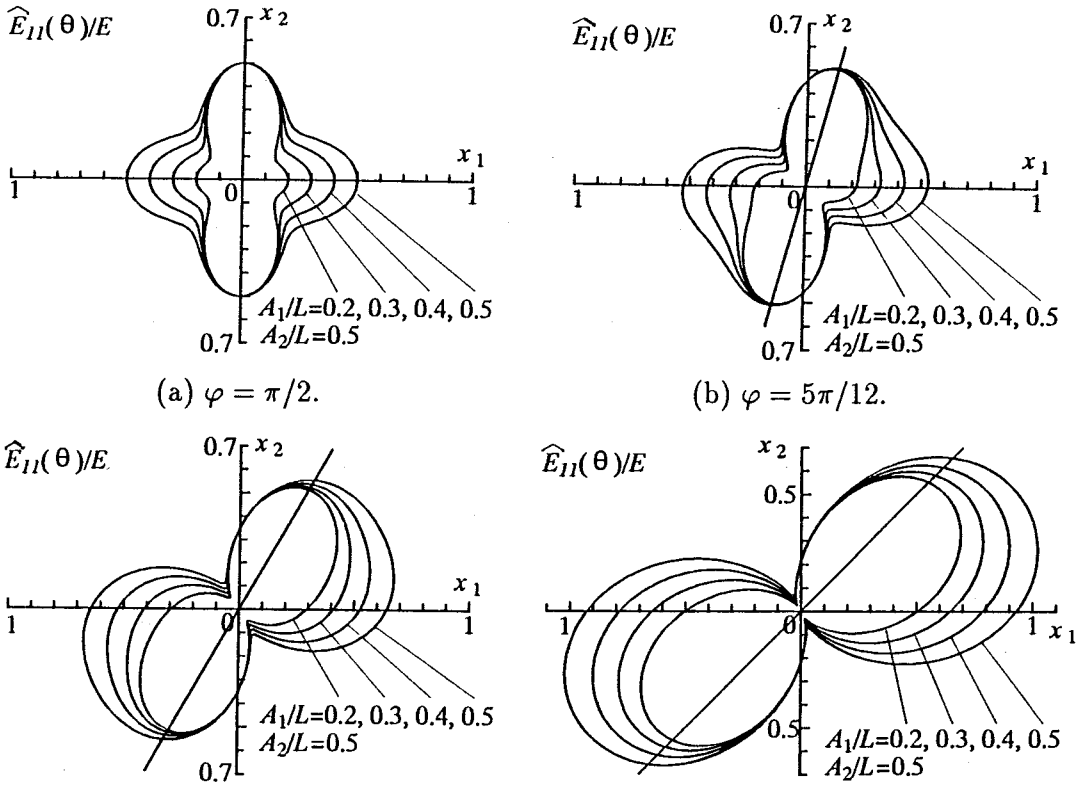


(a) $E_{11}, E_{22} - \varphi$ (b) $E_{13}, E_{14}, E_{23}, E_{24} - \varphi$ (c) $E_{12}, E_{33}, E_{34}, E_{44} - \varphi$

図 A6.3 斜交格子連続体の力学特性の斜交角度 φ の依存性

(2) 異方性: 斜交格子の見かけの弾性係数の異方性について検討する．座標軸 x_1 と $\hat{x}_1$ との間の角度を θ と定義すると，弾性係数 $\hat{E}_{ij}(\theta)$ は，式 (A6.10) から座標変換により求められる．図 A6.4は，弾性係数 $\hat{E}_{11}(\theta)$ を部材自身の縦弾性係数 E で無次元化した値を示しており，それぞれ，部材 2 の幅は一定で $A_2/L = 0.5$ とし，部材 1 のみその幅を $A_1/L = 0.2, 0.3, 0.4,$ および 0.5 と変化させた．同図 A6.4(a) ～ (d) は，それぞれ斜交角度が $\varphi = \pi/2\,(90°), 5\pi/12\,(75°), \pi/3\,(60°),$ および$\pi/4\,(45°)$ に対する $\hat{E}_{11}(\theta)/E$ を表しており異方性が顕著である．

図 A6.4(a) に示す格子が直交する場合は，弾性係数比 $\hat{E}_{11}(\theta)/E$ は，部材軸方向で最大値を取り，斜めの $\theta = \pi/4$ および $3\pi/4$ 付近で最小値をとることがわかる．部材 2 が傾き $\varphi = 5\pi/12$ の時，図 A6.4(b) に示すように$\theta = \pi/4$ 付近で凹状の分布が不明瞭となり，逆に $\theta = 3\pi/4$ 付近ではより明確になる．この傾向は，部材 2 が $\varphi = \pi/3$，さらに $\pi/4$ へと傾くにつれ図 A6.4(c) および (d) に示すように顕著となる．さらに，$0 < \theta < \varphi$ の領域では $\hat{E}_{11}(\theta)/E$ の値が部材軸方向の値よりも大きくなることがわかる．部材幅が，$A_1/L = A_2/L = 0.5$ で斜交角度が $\varphi = \pi/3, \pi/4$ の場合，弾性係数比 $\hat{E}_{11}(\theta)/E$ は，$\theta = \pi/6$ および $\theta = 2\pi/3$ で最大値と最小値をとる．また，部材幅比 A_1/L が 0.5 から 0.2 へと減少するにつれ



(a) $\varphi = \pi/2$.　(b) $\varphi = 5\pi/12$.

(c) $\varphi = \pi/3$.　(d) $\varphi = \pi/4$.

図 A6.4　Directional dependence of mechanical property $\hat{E}_{11}(\theta)$.

$\hat{E}_{11}(\theta)/E$ は単調に減少するが，部材 2 方向ではその値が変化しないことがわかる．これは，$\hat{E}_{11}(\varphi/2)/E$ が A_1/L とは独立であることを表している．いずれにおいても，斜交角度 φ が，$\pi/2$ から大きく離れ，$\varphi = 0$ または 2π に著しく近づくと，海綿骨のモデルとしては適当でなくなることが予想される．

以上のように，直交格子連続体の拡張として二次元斜交格子連続体の構成式を示し，その力学特性に与える構造パラメータの影響について示した．このモデルは，格子の配向変化をも考慮した再構築モデルへと拡張する際の基礎となる．

A7 骨梁表面再構築モデルのパラメータ

第 4 章で提案した骨梁表面再構築モデルに含まれるパラメータが，海綿骨の形態変化に及ぼす影響について検討する．骨梁表面再構築モデルのパラメータは，式 (4.6) の感知半径 l_L，および式 (4.7)，(4.8) の再構築平衡の不感帯閾値 Γ_u，Γ_l である．これらの値は，本来実際の再構築現象に固有の値と考えられるが，シミュレーションにおいては，空間的離散化の程度，すなわち用いる有限要素の寸法との関係を念頭において考える必要がある．ここでは，これらモデルパラメータがシミュレーション結果に及ぼす感度について，有限要素寸法を基準として検討する．

シミュレーション対象は，図 4.14 の椎体海綿骨とした．要素寸法は 1 辺 250 μm であり，骨梁の再構築構造単位 (BSU) の寸法，長さ約 600 μm，厚さ約 50 μm (谷澤と高橋 1990) と比べるとほぼ BSU と同程度である．椎体に作用する荷重は，屈曲時に作用する荷重を想定し，圧縮荷重，$F_1 = F_2 = 294\,\mathrm{N}$ と曲げ荷重，$-F_1 = F_2 = 98\,\mathrm{N}$ が重ね合わされた荷重，$F_1 = 196\,\mathrm{N}$，$F_2 = 392\,\mathrm{N}$ を設定した．

A7.1 感知半径

圧縮荷重と曲げの荷重により，椎体内に空間的な応力分布が生じる．等応力状態を目指す再構築モデルにおいて，感知半径 l_L の大きさにより応力分布を参照する領域の大きさが決まることから，空間的な応力分布と形態変化との関係に感知半径 l_L が影響を与えることが予想される．再構築の刺激として近傍の影響を考慮した Mullender et al. (1994) の再構築モデルにおいては，力学刺激の重みが 2% となる距離を約 100 μm としている．今回用いたモデルの有限要素寸法 $d = 250\,\mu\mathrm{m}$ はこの値を上回るため，応力分布を考慮するためには離散化の程度を加味した等価なパラメータを考える必要がある，ここでは，l_L の大きさと体積分率の空間分布との関係に着目することとし，l_L を要素の個数に換算して検討する．

感知半径を，$l_L = 0.5\,\mathrm{mm}$ から $10\,\mathrm{mm}$ まで，すなわち要素寸法 d の 2 倍から 40 倍まで変化させ，海綿骨の形態変化のシミュレーションを行った．この時，不感帯閾値の大きさは，$|\Gamma_u| = |\Gamma_l| = 0.5$ とした．得られた結果の内，代表的な形態として $l_L/d = 2, 4, 10, 20,$ および 40，すなわち等価パラメータとして $l_L = 0.5, 1.0, 2.5, 5.0,$ および $10.0\,\mathrm{mm}$ に対する結果を図 A7.1 に示す．それぞれ再構築の計算ステップ

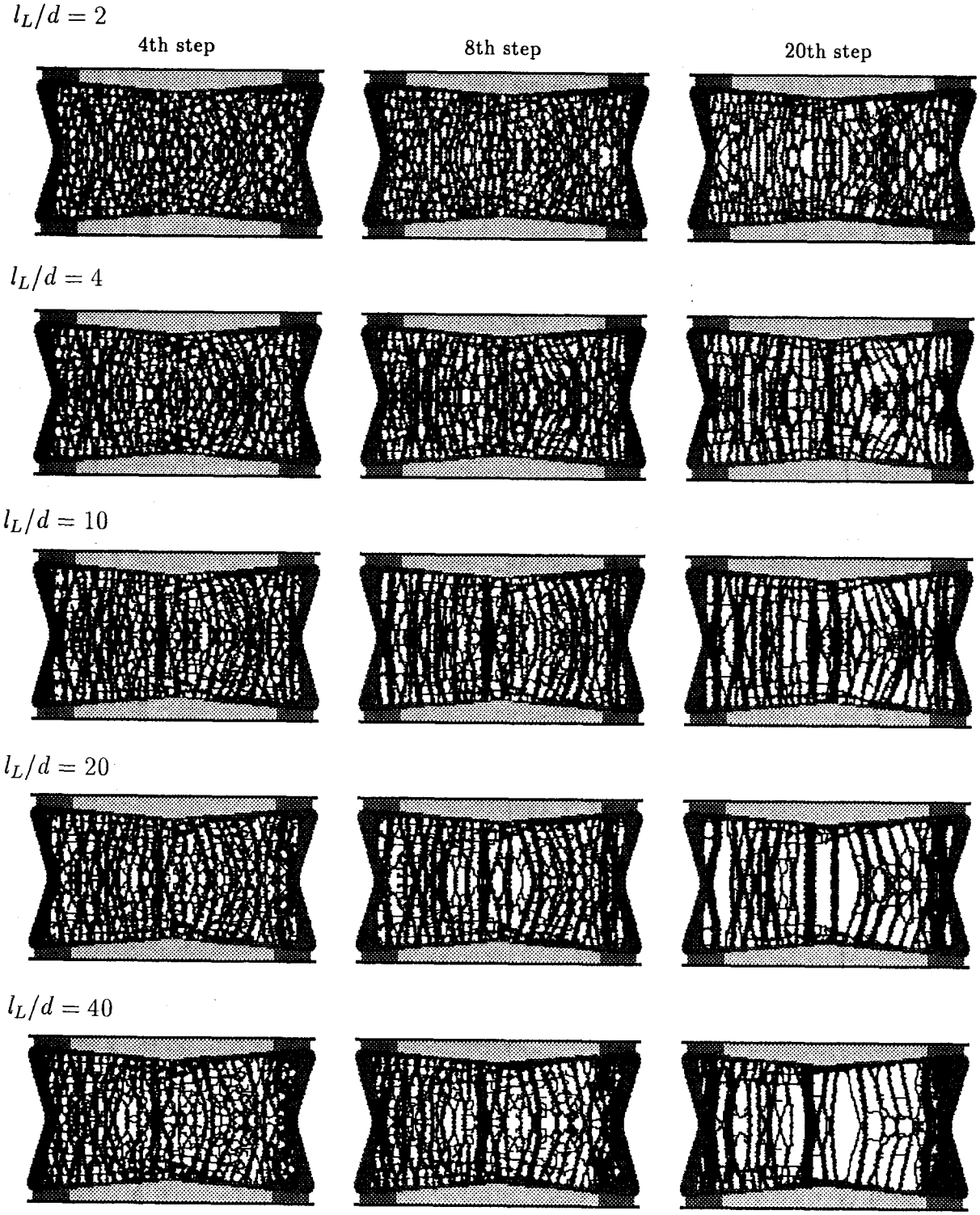


図 A7.1　感知半径 l_L による椎体海綿骨形態の相違 (要素寸法 $d = 250\,\mu$m)

数が 4, 8, 20 の各ステップにおける形態を示している．体幹軸に垂直な軸を x 軸とすると，与えられた荷重によって生じた x 軸方向の応力分布に応じて体積分率が同軸方向に分布していることがわかる．またその傾向は，感知半径 l_L が大きくなるにつれ顕著となることがわかる．

このことを定量的に評価するため，上下の椎間板で挟まれた x 軸方向幅が 20 要素の領域の平均体積分率 $V_f(\xi)$ を移動平均により求めた．ここで，座標 ξ 軸は，座標 x 軸を椎体の最大幅 $W_{max} = 50\,\mathrm{mm}$ で無次元化したものである．例えば $l_L/d = 2$ および 40 の場合に対して 8th step における体積分率 $V_f(\xi)$ の分布を示すと図 A7.2 のようになる．さらに，最小自乗近似により $V_f(\xi)$ の ξ 軸方向の空間的な一次勾配を求めると，例えば，l_L/d =2 および l_L/d =40 の場合，それぞれ同図中に実線で示す直線の傾きとして $V_f' = 0.04$ および $V_f' = -0.26$ と求められる．なお，図 A7.2 の直線への最小自乗近似は，椎体周囲部の影響を除去するため，椎体中心を ξ 軸の原点としたとき，$-0.3 \leq \xi \leq 0.3$ の範囲内の値を用いた．このようにして得られた体積分率の勾配 V_f' は，作用する圧縮と曲げの負荷による応力の勾配に応じた結果となっていることがわかる．

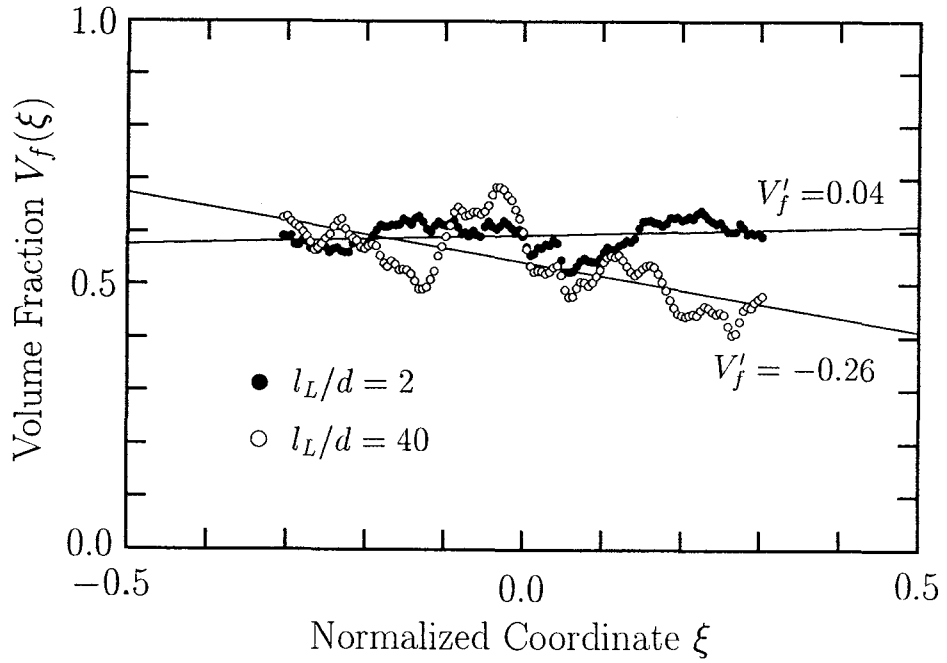


図 A7.2　体積分率の空間分布 $V_f'(\xi)$

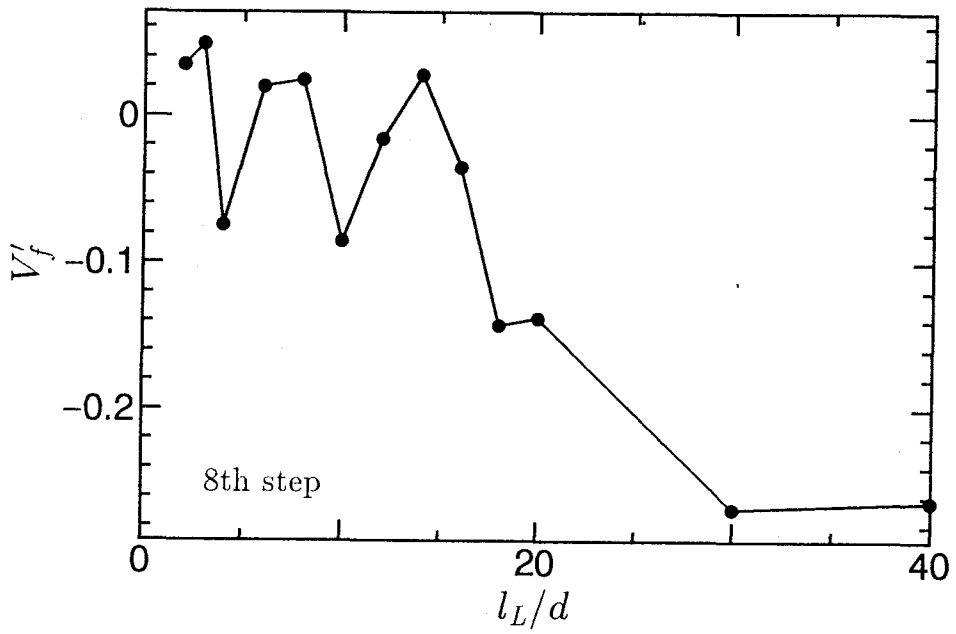


図 A7.3　体積分率の空間勾配 (要素寸法 $d = 250\,\mu$m)

他の感知半径 l_L に対しても同様に体積分率の空間一次勾配を求めると図 A7.3 のようになる．この図から，感知半径 l_L が大きくなるにつれ，V_f' の絶対値が大きくなり，体積分率の空間分布が大きくなる傾向が確認される．すなわち，l_L が小さい領域では大域的な力学状態の空間的な分布は局所の再構築に影響を与えないのに対して，l_L が大きくなると大域的な力学状態の空間分布を感知し，再構築に相対的な分布が生じることになる．以上より，感知半径 l_L の値を調整した場合，l_L の値が大きくなると等応力状態を目指す範囲が大きくなるため体積分率の空間的な分布が明確になり，逆に小さくすると分布が抑えられることが示された．

A7.2 不感帯閾値

等応力状態を目指す再構築モデルにおいて，再構築平衡点の不感帯幅を決定する閾値 Γ_u, Γ_l の大きさは，図 4.6 からもわかるように結果として平衡点近傍の再構築の活性化の度合いに影響を与える．これより，不感帯閾値 Γ_u, Γ_l の大きさに依存して再構築により表面移動を行う骨梁表面積が決まり，結果として全体的な骨梁の量的変化に影響を与えることが予想される．

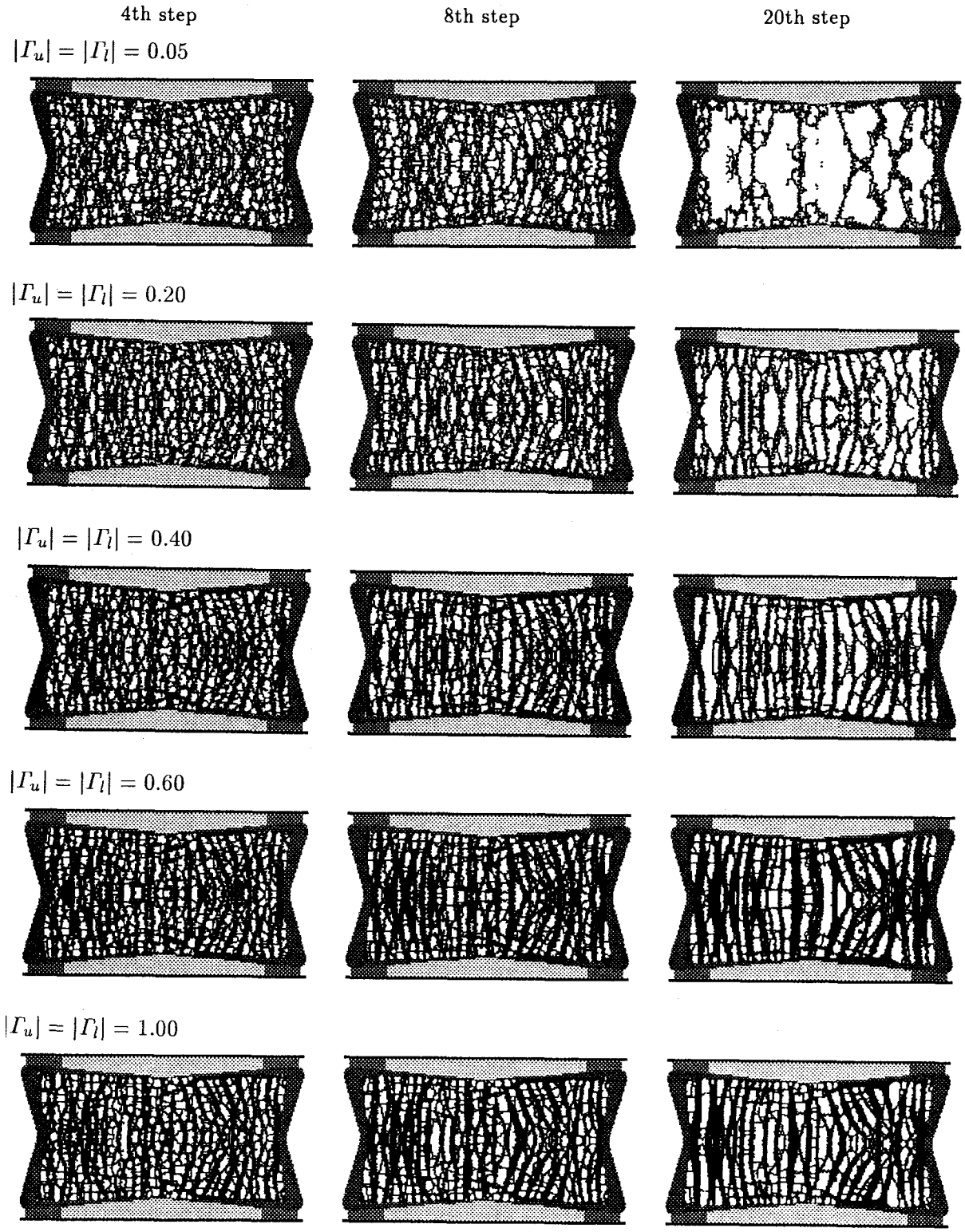


図 A7.4　不感帯閾値 Γ_u, Γ_l の大きさ $|\Gamma|$ による椎体海綿骨形態の相違

不感帯閾値 Γ_u, Γ_l の大きさ $|\Gamma|$ を 0.01 から 1.00 まで変化させ，海綿骨の形態変化のシミュレーションを行った．この時，感知半径の大きさは，$l_L = 2.5\,\mathrm{mm} = 10d$ とした．得られた結果の内，代表的な形態として $|\Gamma| = 0.05, 0.20, 0.40, 0.60$, および 1.00 に対する，再構築の計算ステップが 4, 8, 20 step における形態を図 A7.4 に示す．この結果は前節とは異なり，体積分率の空間的勾配 V_f' は $|\Gamma|$ の大きさに関わらずほぼ同様の傾向を示している．これに対して，全体的な体積分率の変化に差異が生じていることがわかる．

このことを定量的に評価するため，椎体海綿骨全領域の平均体積分率 $\bar{V}_f$ の時間的変化と不感帯閾値の大きさ $|\Gamma|$ との関係を調べたのが図 A7.5 である．初期の平均体積分率 $\bar{V}_f = 0.63$ に対して，シミュレーションにおける計算ステップの進行と共に全般的に $\bar{V}_f$ が低下していく傾向が認められる．不感帯閾値 $|\Gamma|$ の値についてみると，$|\Gamma| = 0.01$ から 0.6 までは，$|\Gamma|$ の増加と共に平均体積分率 $\bar{V}_f$ の時間的な減少速度が抑えられていることがわかる．このことは，$|\Gamma|$ が大きくなるにつれ，表面再構築を行う表面要素数が減少するためであると考えられる．いずれにおいても単調な減少傾向にあるのは，吸収側の方が形成側よりも不感帯閾値 $|\Gamma|$ を越える再構築駆動力 Γ を持つ要素の数が多いためであると考えられる．さ

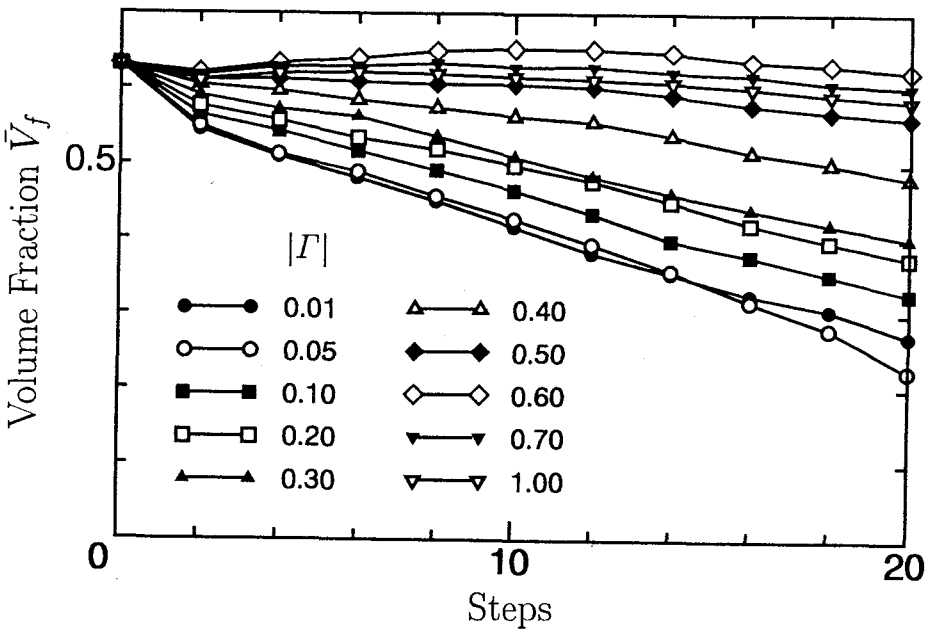


図 A7.5　不感帯閾値 Γ_u, Γ_l の大きさ $|\Gamma|$ と平均体積率 $\bar{V}_f$ の時間変化

らに $|\Gamma|$ の値が 0.7, 1.00 と大きくなると，再び平均体積分率 $\bar{V}_f$ の時間的な減少速度が増すことがわかる．これは，形成側の駆動力の平均値が，不感帯閾値 $|\Gamma_u|$ よりも大きくなったためと考えられる．

以上より，不感帯閾値 $|\Gamma|$ の大きさは，骨梁の量的な時間変化を調整するパラメータであることが確認され，これらの値の絶対値を小さくすると再構築の活性化の確率が増加することから再構築の平均的な速度が増加し，逆に大きくすると再構築の平均速度が減少することが示された．また，全体の体積変化は，不感帯閾値 $|\Gamma| = 0.5$ 付近でほぼ一定に保たれることになる．

A8　再構築による大腿骨近位部の海綿骨骨梁形態変化

第 4.7 節で行ったヒト大腿骨近位部の骨梁形態変化シミュレーションで得られた骨梁形態変化の過程を示す.

立脚相単一荷重： 立脚相における荷重に対する骨梁形態変化を図 A8.1 に示す. 初期の第 2 step, 第 4 step では, 骨頭部から首部の領域において荷重の圧縮方向に対して, 大転子領域では荷重の引張り方向に対してそれぞれ垂直方向の不要な骨梁が消滅する. その後, 骨頭部から長管骨内側部への圧縮荷重により, 骨頭部には荷重方向に沿った主圧縮骨梁群が第 6, 8 step において発達し, また, この荷重が骨頭の首部に与える曲げにより骨頭首部から長管外側部への湾曲したアーチ状引張骨梁が形成される. 一方, 大転子の引張力により長管外側の皮質骨へと伸びる骨梁が, 第 4 step で形成され, 第 6, 8 step で顕著に発達する. また, 長管部に現れる曲げによる直交の骨梁は, 第 4 step において既にほぼ最終形態が得られているが, この形態は, 端面の固着の境界条件の大きく依存しており, 実際には形成されない形態であると考えられる.

外反時単一荷重： 外反時の荷重に対する骨梁形態変化を図 A8.2 に示す. この場合でも, 初期の第 2, 4 step では, 先の立脚相単一荷重の場合と同様に主な荷重方向に対して垂直方向の骨梁が消失する. その後, 骨頭部分への荷重を受ける圧縮骨梁群が長管内側の皮質骨に荷重を伝えるように湾曲し, 立脚相単一荷重の場合よりもさらに大きな曲げの力を受けているため, 骨頭中心部から長管外側へと伸びる湾曲したアーチ状引張骨梁が顕著に発達する. しかしながら, 長管部では, 第 4 step あたりから骨梁が消滅し始め, 第 6, 8 step へとその領域が拡大していく.

内反時単一荷重： 内反時の荷重に対する骨梁形態変化を図 A8.3 に示す. この例では, 骨頭部の方向にほぼ一致した角度で圧縮の負荷が作用し, 骨頭首部にはほとんど曲げ荷重が作用しておらず, 初期の第 2 step において骨頭から荷重方向の圧縮の骨梁が発達していく様子が確認される. 逆に, それに直交する骨梁は消滅し, 前の 2 つの例で見られる曲げ特有の湾曲した骨梁は見られない. 逆に, 長管部には, 前例に比べて大きな曲げ荷重が働いており直交した骨梁が発達する様子がわかる. しかしながら, これも立脚相単一荷重の場合と同様に, 端面の境界条件に大きく依存して形成されたものと考えられ, 実際の大腿骨においては観察

されない骨梁形態である．

複合荷重： 前の 3 つの荷重が，頻度に応じて組み合わされた複合荷重に対する海綿骨形態変化を図 A8.4 に示す．この場合，複数の荷重が作用するため，応力場の主方向は明確でない．そのため，初期の第 2, 4 step で骨梁の消滅は見られるものの，先の 3 つの例の様に明確な配向は確認されない．また，骨頭部の骨梁構造には明確な直交性は見られず，3 つの荷重にそれぞれ対応した形態が複合されている様子がわかる．第 4, 6 step で骨頭首部の曲げによる湾曲した骨梁が多少形成されるが，ここでも同様に骨梁構造の直交性は認められず，その方向性は明確でない．逆に，大転子からの張力を受ける部分では，3 つの荷重状態はほぼ同様なため，この部分の骨梁は複合荷重下でも顕著に現れている．長管部分では，曲げによる骨梁が形成されているが，外側側皮質骨の端部に至る骨梁が発達し，端面の影響が存在することは否めない．

以上のように，初期形態は同じであっても，与えられる力学条件により骨梁構造の形成過程が異なり，それぞれの負荷に対応した構造が形成されていく様子が確認された．

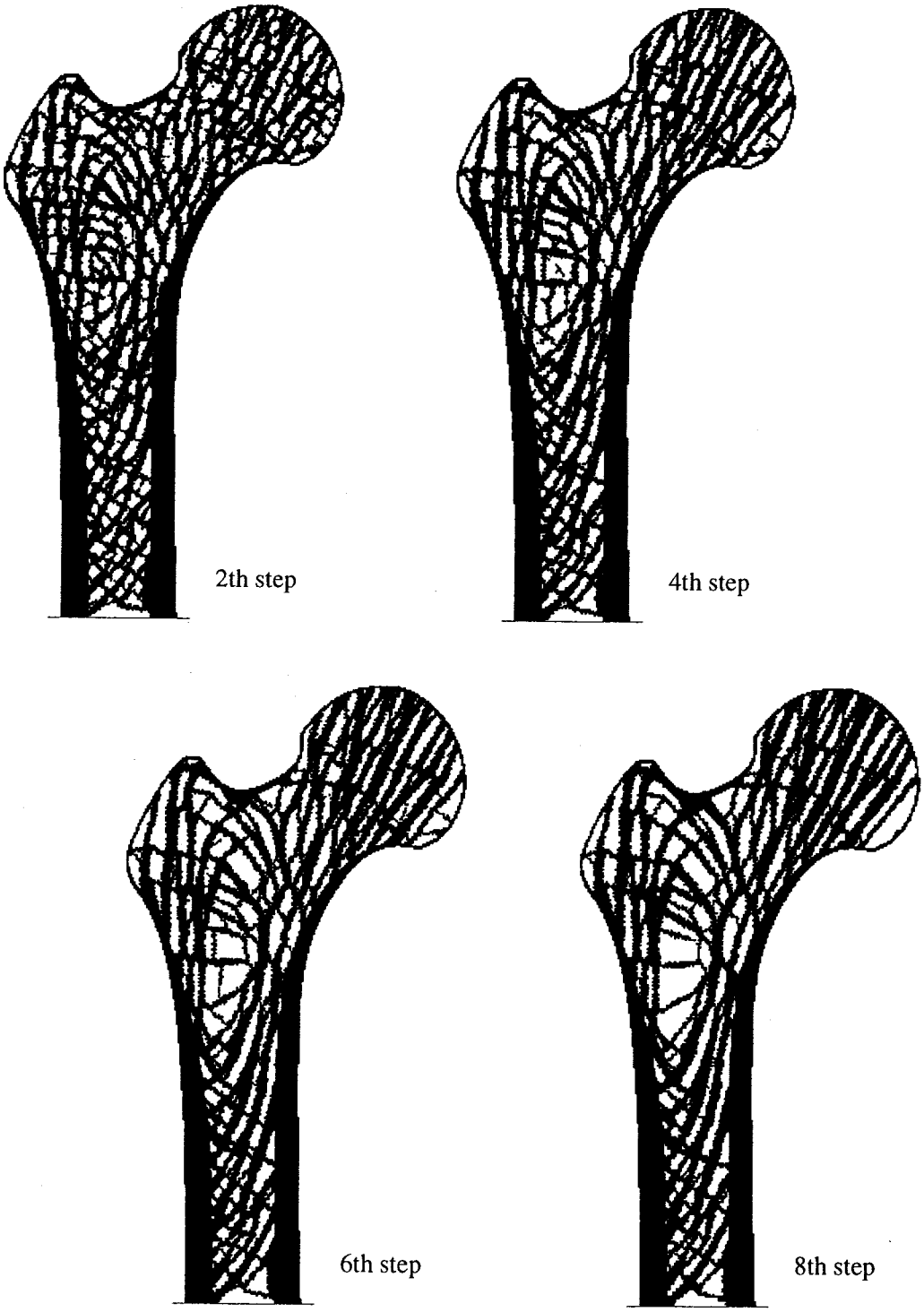


図 A8.1　立脚相単一荷重に対する大腿骨近位部の骨梁形態変化

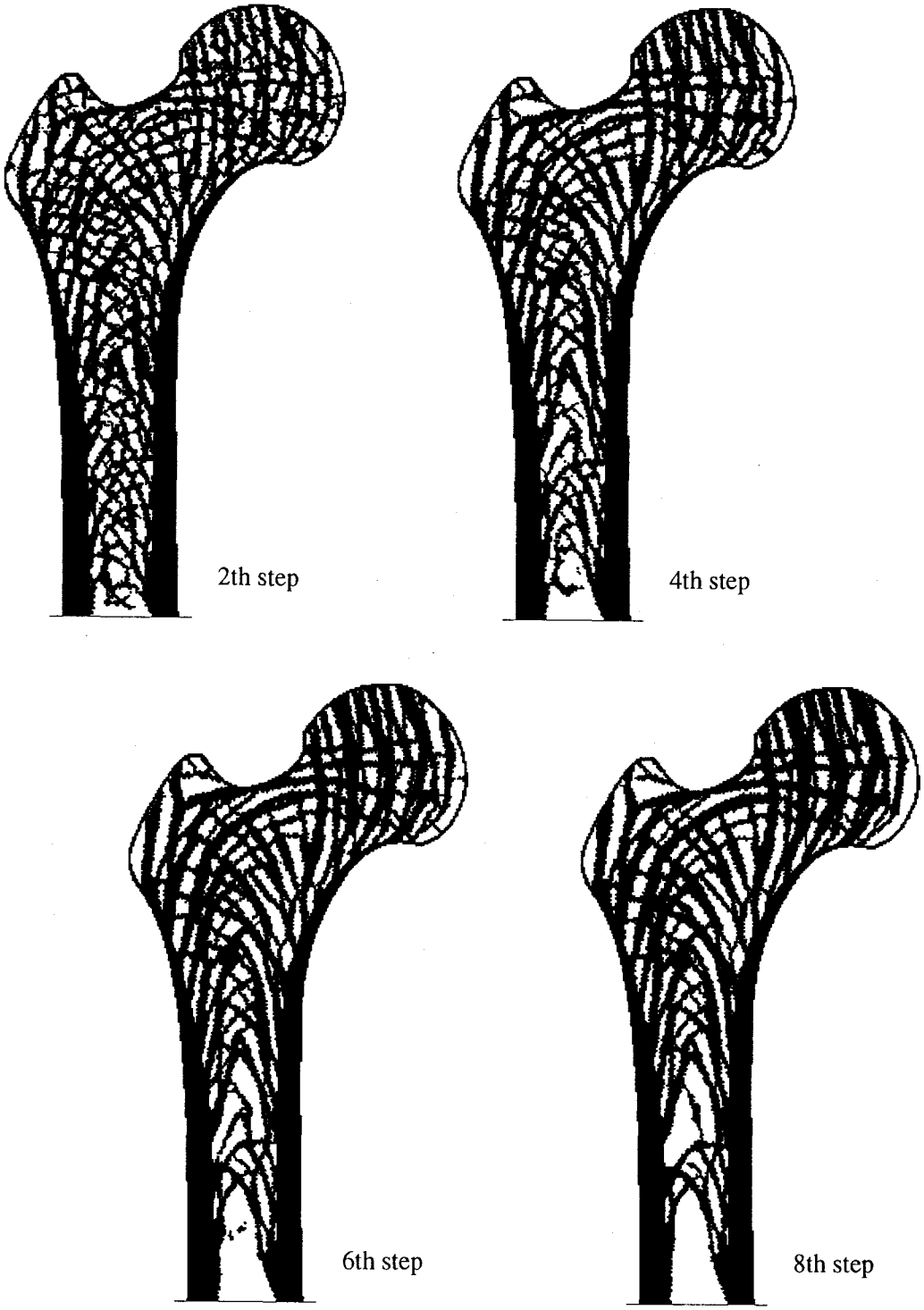


図 A8.2　外反時単一荷重に対する大腿骨近位部の骨梁形態変化

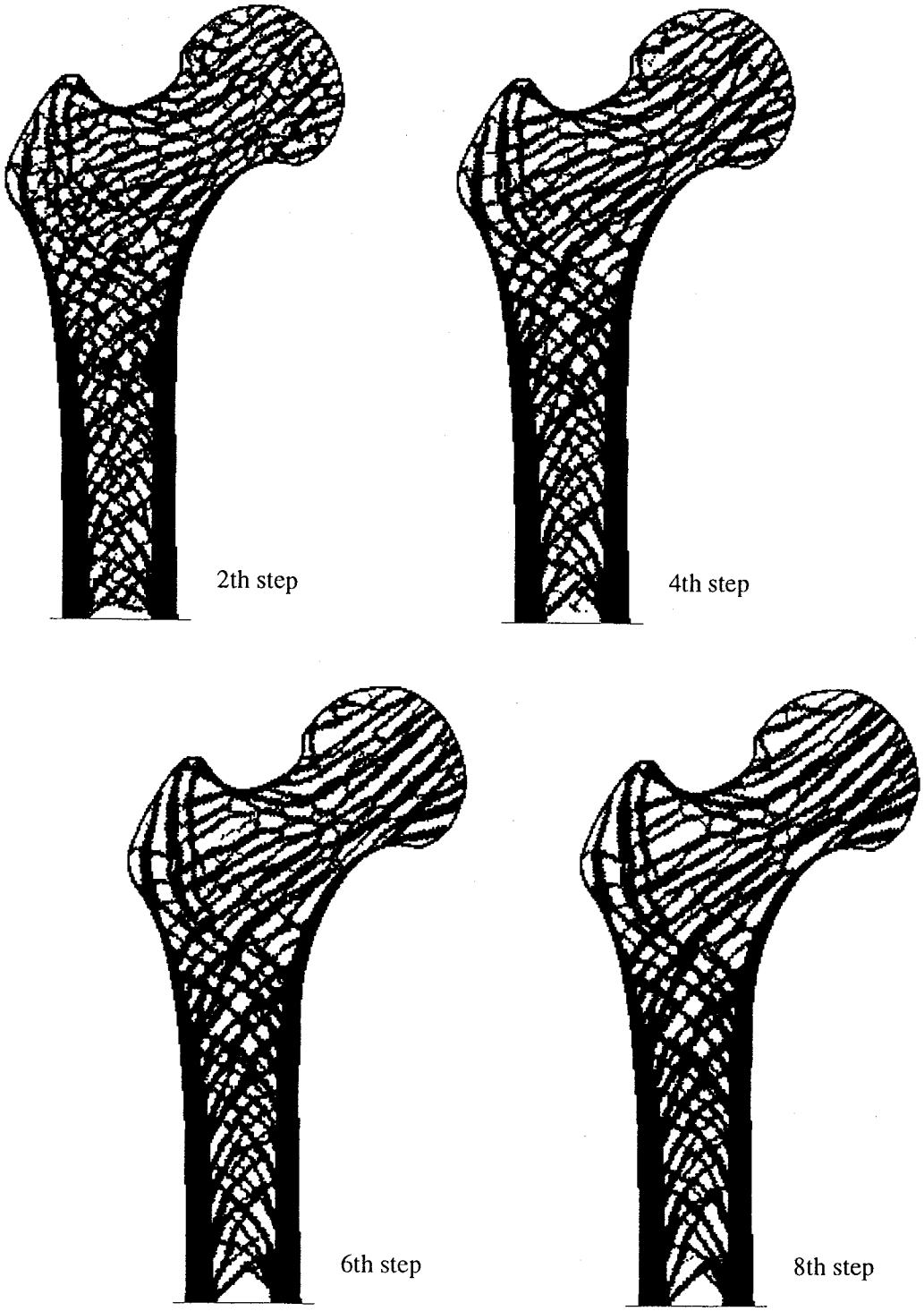


図 A8.3　内反時単一荷重に対する大腿骨近位部の骨梁形態変化

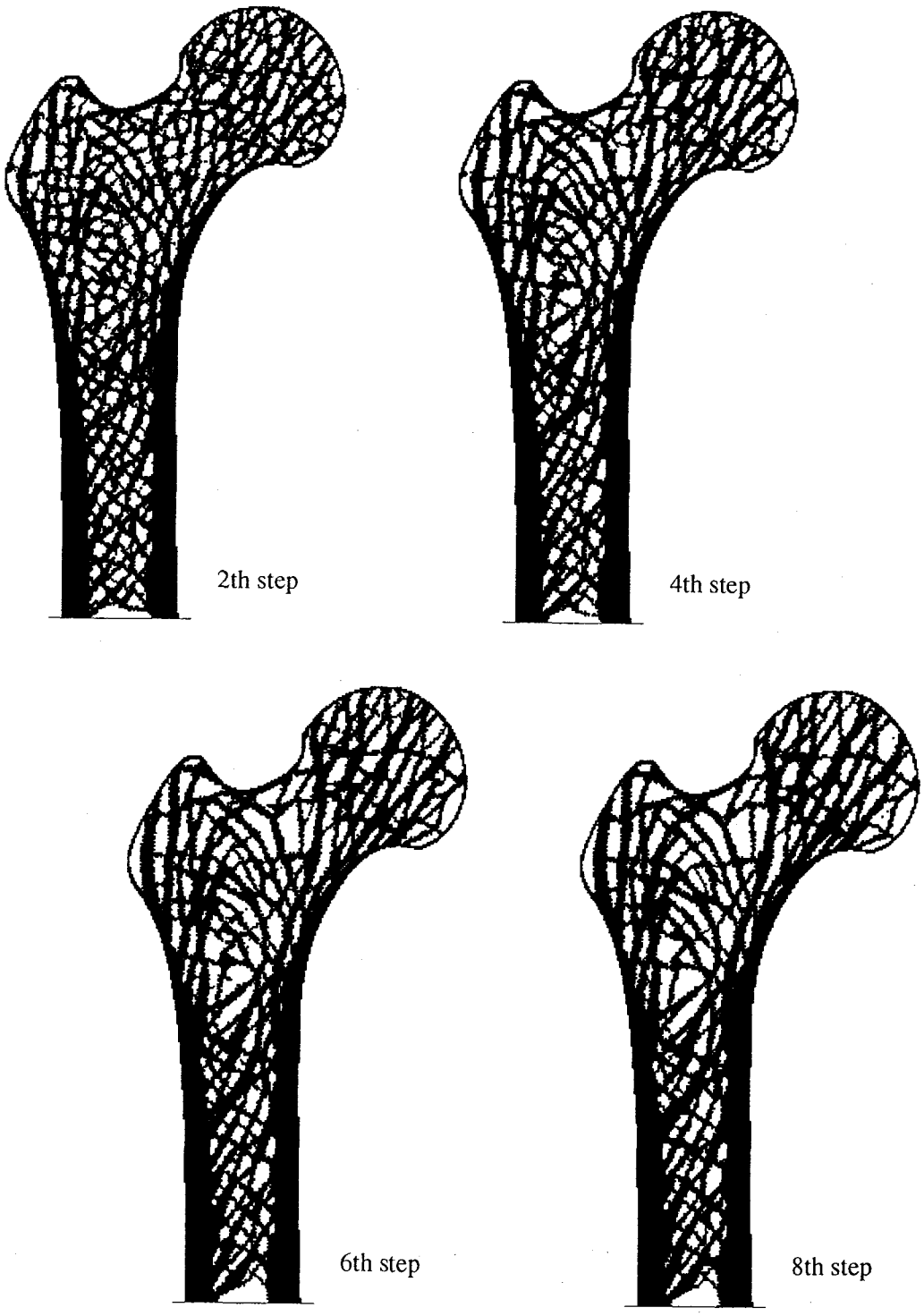


図 A8.4　複合荷重に対する大腿骨近位部の骨梁形態変化

参考文献

阿部博之, 後藤智, 木村光男, 櫛引英嗣, 荒井茂, (1994), 残留応力を考慮した左心室の力学モデルの構築, 日本機械学会論文集, **60A**-578, 2452-2458.

安達泰治, 坂上拡, 冨田佳宏, (1994), 内部成長のもたらす構造体の最適性 (初期ひずみ及び密度変化による場合), 日本機械学会第 4 回設計工学・システム部門講演会論文集, **940**-22, 39-42.

Anderson, S. A., and Cohn, S. H., (1985), Bone Demineralization During Space Flight, *The Physiologist*, **28**-4, 212-217.

Ascenzi, A., (1993), Biomechanics and Galileo Galilei, *J. Biomech.*, **26**-2, 95-100.

Askar, A., and Cakmak, A. A., (1968), A Structural Model of a Micropolar Continuum, *Int. J. Eng. Sci.*, **6**, 583-589.

畔上秀幸, (1988), 成長の構成則を用いた形状最適化手法の提案 (静的弾性体の場合), 日本機械学会論文集, **54A**-508, 2167-2175.

Azegami, H., (1990), A Proposal of a Shape-Optimization Method Using a Constitutive Equation of Growth (In the case of a static elastic body), *JSME Int. J.*, Ser.I, **33**-1, 64-71.

畔上秀幸, 萩原忠, 高見昭康, (1990), 成長ひずみ法による平等強さ形状の解析 (定常振動への適用), 日本機械学会論文集, **56C**-523, 589-594.

畔上秀幸, 高見昭康, (1990), 逆変分原理に基礎をおく成長ひずみ法 (最大剛性形状解析へのアプローチ), 日本機械学会論文集, **56A**-530, 2162-2168.

Baluch, M. H., Goldberg, J. E., and Koh, S. L., (1972), Finite Element Approach to Plane Microelasticity, *J. the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers* **ST9**, 1957-1964.

Banks, C. B., (1968), On Certain Two-Dimensional Applications of the Couple Stress Theory, *Int. J. Solids Struct.*, **4**, 15-29.

Baron, R., Vignery, A., and Horowitz, M., (1983), Lymphocytes, Macrophages and the Regulation of Bone Remodeling, In: *Bone and Mineral Research*, (Ed. Peck, W. A.), Ann. **2**, 175-243, Elsevier.

Baylink, D. J., Finkelman, R. D., and Mohan, S., (1993), Growth Factors to Stimulate Bone Formation, *J. Bone & Mineral Res.*, **8**-S2, S565-S572.

Bažant, Z. P., and Christensen, M., (1972), Analogy between Micropolar Continuum and Grid Frameworks under Initial Stress, *Int. J. Solids Struct.*, **8**, 327-346.

Beaupré, G. S., Orr, T. E., and Carter, D. R., (1990a), An Approach for Time-Dependent Bone Modeling and remodeling: Theoretical Development, *J. Orthop. Res.*, **8**, 651-661.

Beaupré, G. S., Orr, T. E., and Carter, D. R., (1990b), An Approach for Time-Dependent Bone Modeling and Remodeling: Application: A preliminary Remodeling Simulation, *J. Orthop. Res.*, **8**, 662-670.

Bendsøe, M. P., and Kikuchi, N., (1988), Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**, 197-224.

Bendsøe, M. P., (1989), Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem, *Structural Optimization*, **1**, 193-202.

Bendsøe, M. P., and Rodrigues, H. C., (1991), Integrated Topology and Boundary Shape Optimization of 2-D Solids, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **87**, 15-34.

Binderman, I., (1994), Role of Arachidonate in Load Transduction in Bone Cells, In: *Biomechanics and Cells*, (Eds. Lyall, F. and El Haj, A. J.), 220-227, Cambridge University Press.

Brighton, C. T., Strafford, B., Gross, S. B., Leatherwood, D. F., Williams, J. L., and Pollack, S. R., (1991), The Proliferative and Synthetic Response of Isolated Calvarial Bone Cells of Rats to Cyclic Biaxial Mechanical Strain, *J. of Bone & Jt Surg.*, **73A**-3, 320-331.

Buckley, M. J., Banes, A. J., and Jordan, R. D., (1990), The Effects of Mechanical Strain on Osteoblasts in Vitro, *J. Oral Maxillofac Surg.*, **48**, 276-282.

Buskirk, W. C. V., Cowin, S. C., and Ward, R. N., (1981), Ultrasonic Measurement of Orthotropic Elastic Constants of Bovine Femoral Bone, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **103**, 67-72.

Burger, E. H., Klein-Nulend, J., and Veldhuijzen, J. P., (1994), Mechanical Stress and Bone Development, In: *Biomechanics and Cells*, (Eds. Lyall, F. and El Haj, A. J.), 180-196, Cambridge University Press.

Burr, D. B., Martin, R. B., Schaffer, M. B., and Randin, E. L., (1985), Bone Remodeling in Response to in Vivo Fatigue Microdamege, *J. Biomech.*, **18**-3, 189-200.

Burr, D. B., Schaffler, M. B., Yang, K. H., Lukoschek, M., Sivaneri, N., Blaha, J. D., and Radin, E. L., (1989), Skeletal Change in Response to Altered Strain Environments: Is Waven Bone a Response to Elevated Strain?, *Bone*, **10**, 223-233.

Caler, W. E., Carter, D. R., and Harris, W. H., (1981), Techniques for Implementing an in Vivo Bone Strain Gage System, *J. Biomech.*, **14**-7, 503-507.

Canham, P. B., (1970), The Minimum Energy of Bending as a Possible Explanation of the Biconcave Shape of the Human Red Blood Cell, *J. Theoret. Biol.*, **26**, 61-81.

Carter, D. R., and Hayes. W. C., (1977), The Compressive Behavior of Bone as a Two-Phase Porous Structure, *J. Bone Jt Surg.*, **59A**, 954-962.

Carter, D. R., Smith, D. J., Spengler, D. M., Daly, C. H., and Frankel, V. H., (1980), Measurement and Analysis of In Vivo Bone Strains on the Canine Radius and Ulna, *J. Biomech.*, **13**, 27-38.

Carter, D. R., Fyhrie, D. P., and Whalen, R. T., (1987), Trabecular Bone Density and Loading History: Regulation of Connective Tissue Biology by Mechanical Energy, *J. Biomech.*, **20**-8, 785-794.

Carter, D. R., (1987), Mechanical Loading History and Skeletal Biology, *J. Biomech.*, *20*-11/12, 1095-1109.

Carter, D. R., Orr, T. E., and Fyhrie, D. P., (1989), Relationships between Loading History and Femoral Cancellous Bone Architecture, *J. Biomech.*, **22**-3, 231-244.

Chamay, A., and Tschantz, P., (1972), Mechanical Influences in Bone Remodeling: Experimental Research on Wolff's Law, *J. Biomech.*, **5**, 173-180.

Cheal, E. J., Snyder, B. D., Nunamaker, D. M., and Hayes, W. C., (1987), Trabecular Bone Remodeling around Smooth and Porous Implants in an Equine Patellar Model, *J. Biomech.*, **20**-11/12, 1121-1134.

Chen, J. L., and Tsai, W. C., (1993), Shape Optimization by Using Simulated Biological Growth Approaches, *AIAA J.*, **31**-11, 2143-2147.

Chuong, C. J., Fung, Y. C., (1986), On Residual Stresses in Arteries, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **108**, 189-192.

Churches, A. E., Howlett, C. R., Waldron, K. J., and Ward, G. W., (1979), The Response of Living bone to controlled time-varying loading: Method and Preliminary Results, *J. Biomech.*, **12**, 35-45.

Cosserat, E., and Cosserat, F., (1909), Théorie des corps déformables, Hermann et Files, Paris.

Cowin, S. C., and Hegedus, D. H., (1976), Bone Remodeling I: Theory of Adaptive Elasticity, *J. Elasticity.*, **6**-3, 313-326.

Cowin, S. C., and Hegedus, D. H., (1976), Bone Remodeling II: Small Strain Adaptive Elasticity, *J. Elasticity*, **6**-4, 337-352.

Cowin, S. C., and Nachlinger, R. R., (1978), Bone Remodeling III: Uniqueness and Stability in Adaptive Elasticity Theory, *J. Elasticity*, **8**-3, 285-295.

Cowin, S. C., and Van Buskirk, W. C., (1978), Internal Bone Remodeling Induced by a Medullary Pin, *J. Biomech.*, **11**, 269-275.

Cowin, S. C., and Van Buskirk, W. C., (1979), Surface Bone Remodeling Induced by a Medullary Pin, *J. Biomech.*, **12**, 269-276.

Cowin, S. C., and Firoozbakhsh, K., (1981), Bone Remodeling of Diaphysial Surfaces under Constant Load: Theoretical Prediction, *J. Biomech.*, **7**, 471-484.

Cowin, S. C., (1985), The Relationship between the Elasticity Tensor and the Fabric Tensor, *Mechanics of Materials*, **4**, 137-147.

Cowin, S. C., Hart, R. T., Balser, J. R., and Kohn, D. H., (1985b), Functional Adaptation in Long Bones: Establishing in vivo Values for Surface Remodeling Rate Coefficients, *J. Biomech.*, **18**-9, 665-684.

Cowin, S. C., (1986), Wolff's Law of Trabecular Architecture at Remodeling Equilibrium, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **108**, 83-88.

Cowin, S. C., (1987), Bone Remodeling of Diaphyseal Surfaces by Torsional Loads: Theoretical Prediction, *J. Biomech.*, **20**-11/12, 1111-1120.

Cowin, S. C., (1989), *Bone Mechanics*, CRC Press.

Cowin, S. C., (1989), A Resolution Restriction for Wolff's Law of Trabecular Architecture, *Bulletin of the Hospital for Joint Diseases Orthopaedic Institute*, **49**-2, 205-212.

Cowin, S. C., (1990), Structural Adaptation of Bones, *Appl. Mech. Rev.*, **43**-5, Part 2, s126-s133.

Cowin, S. C., Moss-Salentijn, L., and Moss, M. L., (1991), Candidates for the Mechanosensory System in Bone, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **113**-2, 191-197.

Cowin, S. C., Sadegh, A. M. and Luo, G. M., (1992), An Evolutionary Wolff's Law for Trabecular Architecture, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **114**, 129-136.

Cowin, S. C., and Turner, C. H., (1992), On the Relationship between the Orthotropic Young's Moduli and Fabric, *J. Biomech.*, **25**-12, 1493-1494.

Cowin, S. C., (1993), Bone Stress Adaptation Models, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **115**, 528-533

Cowin, S. C., Luo, G. M., Sadegh, A. M., and Harrigan, T. P., (1994), On the Sufficiency Conditions for the Stabiliby of Bone Remodeling Equilibrium, *J. Biomech.*, **27**-2, 183-186.

Cowin, S. C., Weinbaum, S., and Zeng, Yu., (1995), A Case for Bone Canaliculi as the Anatomical Site of Strain Generated Potentials, *J. Biomech.*, **28**-11, 1281-1297.

Cowin, S. C., (1996), Strain of Deformation Rate Dependent Finite Growth in Soft Tissues, *J. Biomech.*, **29**-5, 647-649.

Currey, J. D., (1984), *The Mechanical Adaptations of Bones*, Princeton University Press.

Currey, J. D., (1988), The Effect of Porosity and Mineral Content on the Young's Modulus of Elasticity of Compact Bone, *J. Biomech.*, **21**-2, 131-139.

Diaz, A. R., and Kikuchi, N., (1992), Solutions to Shape and Topology Eigenvalue Optimization Problems Using a Homogenization Method, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **35**, 1487-1502.

Doty, S. B., (1981), Morphological Evidence of Gap Junctions between Bone Cells, *Calcif. Tissue Int.*, **33**, 509-512.

El Haj, A. J. and Thomas, G. P., (1994), Cellular Modelling of Mechanical Interactions with the Skeleton, In: *Biomechanics and Cells*, (Eds. Lyall, F. and El Haj, A. J.), 147-163, Cambridge University Press.

Ellis, R. W., and Smith, C. W., (1967), A Thin-Plate Analysis and Experimental Evaluation of Couple-Stress Effects, *Exp. Mech.*, **7**-9, 372-380.

Eringen, A. C., and Suhubi, E. S., (1964), Nonlinear Theory of Simple Micro-Elastic Solids I, *Int. J. Eng. Sci.*, **2**, 189-203.

Eringen, A. C., (1966), Linear Theory of Micropolar Elasticity, *J. Math. Mech.*, **15**-6, 909-923.

Eringen, A. C., (1968), Theory of Micropolar Elasticity, (Ed: Liebowitz, M.), *Fracture*, **2**-7, 621-729, Academic Press, New York.

Firoozbakhsh, K., and Cowin, S. C., (1981), An Analytical Model of Pauwels' Functional Adaptation Mechanism in Bone, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **103**, 246-252.

Firoozbakhsh, K., and Aleyaasin, M., (1989), The Effect of Stress Concentration on Bone Remodeling: Theoretical Predictions, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **111**-4, 355-360.

Fischer, K. J., Jacobs, C. R., and Carter, D. R., (1995), Computational Method for Determination of Bone and Joint Loads Using Bone Density Distributions, *J. Biomech.*, **28**-9, 1127-1135.

Frost, H. M., (1964), *The Laws of Bone Structure*, Charles C. Thomas, Sprinfield.

Frost, H. M., (1966), *The Bone Dynamics in Osteoporosis and Osteomalacia*, Charles C. Thomas, Springfield.

Frost, H. M., (1969), Tetracycline-based Histological Analysis of Bone Remodeling, *Calc. Tis. Res.*, **3**, 211-237.

Frost, H. M., (1983), A Determinant of Bone Architecture, Minimum Effective Strain, *Clinical Orthopaedics and Related Research*, **175**, 286-292.

Frost, H. M., (1988), Structural Adaptations to Mechanical Usage: A Proposed 'Three-Way Rule' for Bone Modeling. *V. C. O. T.*, **1**, 7-17.

Fung, Y. C., (1984b), What Principle Governs the Stress Distribution in Living Organs? In: *Biomechanis in China, Japan, and U.S.A.*, (Eds: Fung, Y. C., Fukada, E., Junjian, W.), 1-13, Science Press, Beijing.

Fung, Y. C., (1984a), *Biodynamics: Circulation*, 64, Springer.

Fung, Y. C., 瀬口靖幸, (1985), 生体システムにおける力学, 日本機械学会誌, **88**-796, 290-296.

Fung, Y. C., and Liu, S. Q., (1989), Change of Residual Stress in Arteries due to Hypertrophy Caused by Aortic Constriction, *Circ. Res.*, **65**, 1340-1349.

Fung, Y. C., (1990a), Stress, Strain, and Stability of Organs, Chap.11, In: *Biomechanics: Motion, Flow, Stress and Growth*, Springer.

Fung, Y. C., (1990b), Biomechanical Aspects of Growth and Tissue Engineering, Chap. 13, In: *Biomechanics: Motion, Flow, Stress and Growth*, Springer.

Fung, Y. C., and Liu, S. Q., (1992), Strain Distribution in Small Blood Vessels with Zero-Stress State Taken into Consideration, *Am. J. Physiol.*, **262**, H544-552.

Fung, Y. C., (1995), Stress, Strain, Growth, and Remodeling of Living Organisms, *ZAMP, Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik, J. Appl. Math. & Phys.*, **46**, S469-S482.

Fyhrie, D. P., and Carter, D. R., (1986), Unifying Principle Relating Stress to Trabecular Bone Morphology, *J. Orthopaedic Res.*, **4**-3, 304-317.

Fyhrie, D. P., Carter, D. R., (1990), Femoral Head Apparent Density Distribution Predicted from Bone Stresses, *J. Biomech.*, **23**-1, 1-10.

Gathier, R. D., and Jahsman, W. E., (1975), A Quest for Micropolar Elastic Constants, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **42**E-2, 369-374.

Gibson, L. J., (1985), The Mechanical Behavior of Cancellous Bone, *J. Biomech.*, **18**-5, 317-328.

Goldstein, S. A., Hollister, S. J., Kuhn, J. L., and Kikuchi, N., (1990), The Mechanical and Remodeling Properties of Trabecular Bone, Biomechanics of Diarthrodial Joints, (Eds: Mow, V. C., and Woo, S. L-Y.), **2**, Chap.19, 61-81.

Goldstein, S. A., Matthews, L. S., Kuhn, J. L., and Hollister, S. J., (1991), Trabecular bone Remodeling: An Experimental Model, *J. Biomech.*, **24**, Suppl. 1, 135-150.

Goodship, A. E., Lanyon, L. E., and McFie, H., (1979), Functional Adaptation of Bone to Increased Stress, An Experimental Study, *J. Bone Jt Surg.*, **61A**-4, 539-546.

Goodship, A. E., and Kenwright, J., (1985), The Influence of Induced Micromovement upon the Healing of Experimental Tibial Fractures, *The J. Bone & Jt Surg.*, **67-B**-4, 650-655.

Goodship, A. E., Watkins, P. E., Rigby, H. S., and Kenwright, J., (1993), The Role of Fixator Frame Stiffness in the Control of Fracture Healing: An Experimental Study, *J. Biomech.*, **26**-9, 1027-1035.

Goulet, R. W., Goldstein, S. A., Ciarelli, M. J., Kuhn, J. L., Brown, M. B., and Feldkamp, L. A., (1994), The Relationship between the Structural and Orthogonal Compressive Properties of Trabecular Bone, *J. Biomech.*, **27**-4, 375-389.

Guilak, F., Donahue, H. J., Zell, R. A., Grande, D., McLeod, K. J., and Rubin, C. T., (1994), Deformation-Induced Calcium Signaling in Articular Chondrocytes, In: *Cell Mechanics and Cellular Engineering*, (Eds: Van Mow, C., Guilak, F., Tran-Son-Tay, R., and Hochmuth, R. M.), Chap.21, 380-397, Springer.

Haftka, R. T., and Grandhi, R. V., (1986), Structural Shape Optimization: A Survey, *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, **57**, 91-106.

Haftka, R. T., and Gurdal, Z., (1991), *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers.

浜田実，瀬口靖幸，多田幸生, (1980), 逆変分原理による構造物の形状決定問題 (第 2 報, 座屈問題と振動問題)，日本機械学会論文集, 第 46 巻, 第 402 号, 187-196.

Han, H. C., and Fung, Y. C., (1991a), Species Dependence of the Zero-Stress State of Aorta: Pig Versus Rat, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **113**-4, 446-452.

Han, H. C., and Fung, Y. C., (1991b), Residual Strains in Porcine and Canine Trachea, *J. Biomech.*, **24**-5, 307-315.

Harrigan, T. P., and Mann, R. W., (1984), Characterization of Microstructural Anisotropy in Orthotropic Materials Using second Rank Tensor, *J. Materials Sci.*, **19**, 761-767.

Harrigan, T. P., Jasty, M., Mann, R. W., and Harris, W. H., (1988), Limitations of the Continuum Assumption in Cancellous Bone, *J. Biomech.*, **21**-4, 269-275.

Harrigan, T. P., and Hamilton, J. J., (1992), An Analytical and Numerical Study of the Stability of Bone Remodelling Theories: Dependence on Microstructural Stimulus, *J. Biomech.*, **25**-5, 477-488.

Harrigan, T. P., and Hamilton, J. J., (1992), Optimality Conditions for Finite Element Simulation of Adaptive Bone Remodeling, *Int. J. Solids & Struct.*, **29**-23, 2897-2906.

Harrigan, T. P., and Hamilton, J. J., (1994), Bone Remodeling and Structural Optimization, *J. Biomech.*, **27**-3, 323-328.

Hart, R. T., Davy, D. T., Heiple, K. G., (1984), A Computational Method for Stress Analysis of Adaptive Elastic Materials with a View Toward Applications in Strain-induced Bone Remodeling, *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **106**, 342-350.

Hart, R. T., Davey, D. T., and Heiple, K. G., (1984), Mathematical Modeling and Numerical Solution for Functionally Dependent Bone Remodeling, *Calcif. Tissue Int.*, **36**, s104-s109.

Hayashi, K., and Takamizawa, K., (1989), Stress and Strain Distributions and Residual Stresses in Arterial Walls, *Progress and New Directions of Biomechanics*, (Eds: Fung, Y. C., Hayashi, K., and Seguchi, Y.), 185-192, Mita Press.

Hayashi, K., (1992), Residual Stress in Living Materials, *Residual Stress III: Science and Technology*, (Eds: Fujiwara, H., Abe, T., and Tanaka, K.), **1**, 121-127, Elsevier Science.

林紘三郎, (1995a), バイオメカニクス: 現状と展望, *BME*, **9**-1, 17-23.

林紘三郎, (1995b), バイオメカニクスの現状と将来, 日本機械学会論文集, **61A**-588, 1689-1693.

Hayashi, K., Takahama, K., and Miyazaki, H., (1995), Residual Strains and Opening Angles in Aortic Walls of the Rabbit. *Proc. 4th China-Japan-USA-Singapore Conference on Biomechanics*, (Eds: Yang, G., Hayashi, K., Woo, S. L.-Y., and Goh, J. C. H.), 83-86, International Academic Publishiers, China.

Hayes, W. C., (1991), In: *Basic Orthopaedic Biomechanics*, (Eds: Mow, V. C. and Hayes, W. C.), 93-142, Raven Press.

Hayes, W. C., and Snyder, B., (1981), Toward a Quantitative Formulation of Wolff's Law in Trabecular Bone, **AMD-45**, 43-68, ASME.

Hemp, W. S., (1973), Optimum Structures, Oxford University Press, Oxford

Hodgskinson, R., and Currey, J. D., (1992), Young's Modulus, Density and Material Properties in Cancellous Bone over a Large Density Range, *J. Materials Science: Materials in Medicine*, **3**, 377-381.

Hollister, S. J., Kikuchi, N., and Goldstein, S. A., (1993), Do Bone Ingrowth Processes Produce a Globally Optimized Structure?, *J. Biomech.*, **26**-4/5, 391-407.

Hoppmann, W. H., and Shawhman, F. O. F., (1965), Physical Model of a 3-Constant Isotropic Elastic Material, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **32**-4, 837-841.

Horák, V., (1969), Inverse Variational Principles of Continuum Mechanics, Rozpravy, Československé Akademie Věd.

Huiskes, R., Weinans, H., Grootenboer, H. J., Dalstra, M., Fudala, B., and Slooff, T. F., (1987), Adaptive Bone-Remodeling Theory Applied to Prosthetic-Design Analysis, *J. Biomech.*, **20**-11/12, 1135-1150.

Huiskes, R., Weinans, H., and Van Rietbergen, B., (1992), The Relationship between Stress Shielding and Bone Resorption around Total Hip Stems and the Effects of Flexible Materials, *Clinical Orthopaedics and related Research*, **274**, 124-134.

Huiskes, R., and Kuiper, J. H., (1992), Can a Local, Self-Organizational Bone Remodeling Process Produce a Mechanically Optimal bone Structure ?, *39th Annual Meeting*, Orthopaedic Research Society.

Huiskes, R., and Hollister, S. J., (1993), From Structure to Process, From Organ to Cell: Recent Developments of FE-Analysis in Orthopaedic Biomechanics' *Trans. ASME. J. Biomech. Eng.*, **115**-4B, 520-527.

伊能教夫, 藤原宏, 梅谷陽二, (1993), 骨の適応機能に学んだ三次元構造形態の生成法, 計測自動制御学会論文集, **29**-10, 1221-1226.

伊能教夫, 上杉武文, (1995a), 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (さまざまな位相構造の生成とその形態比較), 日本機械学会論文集, **61A**-585, 1109-1114.

伊能教夫, 下平真子, 小林弘樹, (1995b), 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動), 日本機械学会論文集, **61A**-586, 1416-1422.

Jacobs, C. R., Levenston, M. E., Beaupré, G. S., Simo, J. C., and Carter, D. R., (1995), Numerical Instabilities in Bone Remodeling Simulations: The Advantages of a Node-Based Finite Element Approach, *J. Biomech.*, **28**-4, 449-459.

Jaworski, Z. G. F., Liskova-Kiar, M., and Uhthoff, H. K., (1980), Effect of Long Term Immobilization on the Pattern of Bone Loss in Older Dogs, *J. Bone & Jt Surg.*, **62B**, 104-110.

Jaworski, Z. G. F., (1981), The Quantum Concept of Bone Remodeling in Adults, In: Osteoporosis: Recent Advances in Pathogenesis and Treatment, (Eds: DeLuca, H., F., Frost, H. M., et al.), 103-113, University Park Press, Baltimore.

Jaworski, Z. F. G., and Uhthoff, H. K., (1986), Reversibility of Nontraumatic Disuse Osteoporosisi during its Active Phase, *Bone*, **7**, 431-439.

Jog, C. S., Haber, R. B., and Bendsœ, M. P., (1994), Topology Design with Optimized, Self-Adaptive Materials, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **37**, 1323-1350.

Jones, D. B., Leivseth, G., Sawada, Y., Van der Sloten, J., and Bingmann, (1994), Application of Homogeneous, Defined Strains to Cell Cultures, In: *Biomechanics and Cells*, (Eds. Lyall, F. and El Haj, A. J.), 197-219, Cambridge University Press.

Kahn, A. J., and Partridge, N. C., (1990), Bone Resorption in Vivo, In: *Bone*, **2**, *The Osteoclast*, (Ed: Hall, B. K.), Chap. 5.

Kaloni, P. N., and Ariman, T., (1967), Stress Concentration Effects in Micropolar Elasticity, *Z. Angew. Math. Phys.*, **18**, 136-141.

神谷瞭, 戸川達男, 山本敦子, (1970), 血管分岐系の最適構造, 医用電子と生体工学, **8**-2, 136-141.

Kennedy, T. C., and Kim, J. B., (1987), Finite Element Analysis of a Crack in a Micropolar Elastic Material, *Computers in Engineering*, **3**, 439-444, (Eds: Raghavan, R., and Cokonis, T. J.), ASME, New York.

Kennedy, T. C., and Kim, J. B., (1992), Dynamic Stress Concentrations in Micropolar Elastic Materials, *Computers & Structures*, **45**-1, 53-60.

Kennedy, T. C., and Kim, J. B., (1993), Dynamic Analysis of Cracks in Micropolar Elastic Materials, *Engineering Fracture Mechanics*, **44**-2, 207-216.

Koiter, W. T., (1964), Couple-Stress in the Theory of Elasticity, *Proceedings of the Koninklizke Nederl, Akndemie von Wetenshappen*, **B-67**, 17-44, North-Holland Publishing.

Kowalik, J., and Osborne, M. R., (1968), In: *Methods for Unconstrained Optimization Problems*, Elsevier, (同訳: 非線形最適化問題: 制約条件のない最適化の手法, 山本善之, 小山健夫訳, (1970), Sec.2.6, 培風館)

Kristić, R. V., (1978), *Die Gewebe des Menschen und der Säugetiere*, Springer.

Kummer, B. K. E., (1972), Biomechanics of Bone: Mechanical Properties, Functional Structure, Functional Adaptation, *Biomechanics: Its Foundations and Objectives*, (Eds: Fung, Y. C., Perrone, N., and Anliker, M.), 237-271, Prentice-Hall.

Lakes, R., (1993), Materials with Structural Hierarchy, *Nature*, **361**-11, 511-515.

Lanyon, L. E., (1974), Experimental Support for the Trajectorial Theory of Bone Structure, *J. Bone & Jt Surg.*, **56B**-1, 161-166.

Lanyon, L. E., Goodship, A. E., Pye, C. J., MacFie, J. H., (1982), Mechanically Adaptive Bone Remodeling, *J. Biomech.*, **15**-3, 141-154.

Lanyon, L. E., (1984), Functional Strain as a Determinant for Bone Remodeling, *Calcif. Tissue Int.*, **36**, S56-S61.

Lanyon, L. E., and Rubin, C. T., (1987), Static vs Dynamic Loads as aus for Adaptive Bone Remodeling, *J. Biomech.*, *20*-11/12, 1083-1093.

Lanyon, L. E., (1987), Functional Strain in Bone Tissue as an Objective, and Controlling Stimulus for Adaptive Bone Remodeling, *J. Biomech.*, **20**-11/12, 1083-1093.

Lanyon, L. E., (1994) Mechanically Sensitive Cells in Bone, In: *Biomechanics and Cells*, (Eds. Lyall, F. and El Haj, A. J.), 179-186, Cambridge University Press.

Levenston, M. E., Beaupré, G. S., Jacobs, C. R., and Carter, D. R., (1994), The Role of Loading Memory in Bone Adaptation Simulations, *Bone*, **15**-2, 177-186.

Lin, I.-E., and Taber, L. A., (1995), A Model for Stress-Induced Growth in the Developing Heart, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **117**, 343-349.

Liu, S. Q., and Fung, Y. C., (1988), Zero-Stress States of Arteries, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **110**, 82-84.

Liu, S. Q., and Fung, Y. C., (1989), Relationship Between Hypertension, Hypertrophy, and Opening Angle of Zero-Stress State of Arteries Following Aortic Construction, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **111**, 325-335.

Luo, G., Cowin, S. C., Sadegh, A. M., and Arramon, Y. P., (1995), Implementation of Strain Rate as a Bone Remodeling Stimulus, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **117**, 329-338.

Malcolm, D. J., (1982), Orthogonal Fibre Composites as Micromorphic Materials, *Int. J. Eng. Sci.*, **20**-10, 1111-1124.

Manolagas, S. C., (1995), Role of Cytokines in Bone Resorption, *Bone*, **17**-2S, 63S-67S.

Marks, S. C. and Popoff, S. N., (1988), Bone Cell Biology: The Regulation of Development, Structure, and Function in the Skeleton, *Am. J. Anatomy*, **183**, 1-44.

Martin, R. B., and Burr, D. B., (1989), *Structure, Function, and Adaptation of Compact Bone*, Raven Press.

松本俊夫編, (1994), 骨・カルシウム代謝の調節系と骨粗鬆症, 羊土社.

Matsumoto, T., Kataoka, N., Hayashi, K., and Sato, M., (1994), Residual Strain Distributions in the Atherosclerotic Aorta of Whhl Rabbit, *Biomedical Engineering: Recent Developments*, (Ed: Vossoughi, J.), 219-222.

Matsumoto, T., Hayashi, K., and Ide, K., (1995), Residual Strain and Local Strain Distributions in the Rabbit Atherosclerotic Aorta, *J. Biomech.*, **28**-10, 1207-1217.

Mattheck, C., (1990), Design and Growth Rules for Biological Structures and Their Application to Engineering, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, **13**-5, 535-550.

Mattheck, C., and Burkhardt, S., (1990), A New Method of Structural Shape Optimization Based on Biological Growth, *Int. J. Fatigue*, **12**-3, 185-190.

Meyer, Von H., (1867), Die Architectur der Spongiosa, *Archv für Anatomie, Physiologie und Wissenschafliche Medizin*, **34**, 615-625.

Michell, A. G. M., (1904), The Limits of Economy of Material in Frame-structures, *Phil. Mag.*, **8**-47, 589-597.

Mindlin, R. D., and Tiersten, H. F., (1962), Effects of Couple-Stresses in Linear Elasticity, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, **11**, 415-448, Springer-Verlag.

Mindlin, R. D., (1963), Influence of Couple-Stresses on Stress Concentrations, *Exp. Mech.*, **3**, 1-7.

Mindlin, R. D., (1964), Micro-structure in Linear Elasticity, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, **16**, 51-78.

Mindlin, R. D., (1965), Stress Functions for a Cosserat Continuum, *Int. J. Solids Struct.*, **1**, 265-271.

Mindlin, R. D., and Eshel, N. N., (1968), On First Strain-Gradient Theories in Linear Elasticity, *Int. J. Solids Struct.*, **4**, 109-124.

Miyamoto, H., Shiratori, M., and Miyoshi, T., (1971), Analysis of Stress and Strain Distribution at the Crack Tip by Finite Element Method, *Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, (Eds: Gallagher, R. H., Yamada, Y., and Oden, J. T.), 317-341, The Univ. Alabama Press.

Mosekilde, L., (1990), Age-Related Loss of Vertebral Trabecular Bone Mass and Structure: Biomechanical Consequences, In: *Biomechanics of Diarthrodial Joints*, **2** (Eds: Mow, V. C., Ratcliffe, A., Woo, S. L-Y.), Chap.20, 83-96.

Mullender, M. G., Huiskes, R., and Weinans, H., (1994), A Physiological Approach to the Simulation of Bone Remodeling as a Self Organization Control Process, *J. Biomech.*, **27**-11, 1389-1394.

Murray, C. D., (1926), The Physiological Principle of Minimum Work. I., The Vascular System and the Cost of Blood Volume, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **12**, 207-214.

長尾好隆, 川島博行, (1994), 骨形成, 骨吸収に関わるサイトカイン, 成長因子, 細胞工学, **13**-12, 1101-1107.

永田直一, (1987), 骨代謝とカルシウムホメオスタシス, 生体の科学, **38**-2, 137-142.

Nakamura, S., Benedict, R., and Lakes, R., (1984), Finite Element Method for Orthotropic Micropolar Elasticity, *Int. J. Eng. Sci.*, **22**-3, 319-330.

Nakamura, S., and Lakes, R. S., (1988), Finite Element Analysis of Stress Concentration around a Blunt Crack in a Cosserat Elastic Solid, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **66**, 257-266.

中村友重, 岡本正志, 五島喜與太, (1996), ギャップ結合の生理的機能 (細胞間物質交流にどう関わるか), 細胞工学, **15**-3, 345-350.

Nelder, J. A., and Mead, R., (1965), A Simplex Method for Function Minimization, *Computer J.*, **7**, 308-313.

Nevo, E., and Lanir, Y., (1994), The Effect of Residual Strain on the Diastolic Function of the Left Ventricle as Predicted by a Structural Model, *J. Biomech.*, **27**-12, 1433-1446.

日本機械学会編, 構造・材料の最適設計, (1989), 技報堂出版.

Nijweide, P. J. and Murger, E. H., (1990), Mechanisms of Bone Formation in Vitro, *Bone*, **1**, 303-326, CRC Press.

西澤隆, 高畑武司, 六馬信之, 藤村祥一, (1994), 有限要素法による腰椎椎間板の力学的解析 (負荷条件が及ぼす影響について), 日本臨床バイオメカニクス学会誌, **15**, 99-102.

O'Connor, J. A., and Lanyon, L. E., and MacFie, H., (1982), The Influence of Strain Rate on Adaptive Bone Remodelling, *J. Biomech.*, **15**-10, 767-781.

尾田十八, (1976), 有限要素法による強度的最適形状の決定法, 日本機械学会誌, **79**, 494-502.

尾田十八, 西村哲郎, 富田勝郎, 沢口毅, 酒井康一郎, (1991), 欠損を有する生体骨の Remodeling 機構に関する研究, 日本機械学会論文集, **57A**-534, 430-435.

尾田十八, (1991), 構造最適化手法の最近の動向, 日本機械学会論文集, **57A**-541, 1952-1957.

尾田十八, 坂本二郎, 小林啓昭, 富田勝郎, 沢口毅, 青山和裕, (1994), 生体骨の骨形成に及ぼす力学的刺激の影響とその考察, 日本機械学会論文集, **60**-579, 3755-3780.

大南正瑛編, (1980), マイクロメカニックス入門, オーム社.

Ohshima, N., and Ookawa, K., (1994), Effects of Shear Stress on Cytoskeletal Structure and Physiological Functions of Cultured Endothelial Cells, In: *Cell Mechanics and Cellular Engineering*, (Eds: Van Mow, C., Guilak, F., Tran-Son-Tay, R., and Hochmuth, R. M.), Chap.8, 107-117, Springer.

岡小天, (1974), 最適原理と血管の分岐, In: バイオレオロジー, Ch.14, 裳華房.

Okuyama, T., and Yamamoto, H., (1992), Residual Stresses in Living Tree, *Residual Stress-III: Science and Technology* (Eds: Fujiwara, H., Abe, T., and Tanaka, K.), **1**, 128-133, Elsevier Applied Science.

Olhoff, N., and Taylor, J. E., (1983), On Structural Optimization, *Tran. ASME, J. Appl. Mech.*, **50**, 1139-1151.

Olhoff, N., and Rozvany, G. I. edited, (1995), Proceedings of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Pergamon.

Omens, J. H., and Fung, Y. C., (1990), Residual Strain in Rat Left Ventricle, *Circ. Res.*, **66**-1, 37-45.

Ookawa, K., Sato, M., and Ohshima, N., (1992), Changes in the Microstructure of Cultured Porcine Aortic Endothelial Cells in the Early Stage after Applying a Fluid-Imposed Shear Stress, *J. Biomech.*, **25**, 1321-1328.

Orr, T. E., Beaupré, G. S., Carter, D. R., and Schurman, D. J., (1990), Computer Predictions of Bone Remodeling around Porous-Coated Implants, *J. Arthroplasty*, **5**-3, 191-200.

Parfitt, A. M., (1979), Quantum Concept of Bone Remodeling and Turnover: Implications for the Pathogenesis of Osteoporosis, *Calcif. Tissue Int.*, **28**, 1-5.

Parfitt, A. M., (1984), The Cellular Basis of Bone Remodeling: The Quantum Concept Reexamined in Linght of Recent Advances in the Cell Biology of Bone, *Calcif. Tissue Int.*, **36**, S37-S45.

Parfitt, A. M., (1990), Bone-Forming Cells in Clinical Conditions, *Bone*, **1**, 351-429, CRC Press.

Parfitt, A. M., (1993), Morphometry of Bone Resorption: Introduction and Overview, *Bone*, **14**, 435-441.

Parfitt, A. M., (1994), Osteonal and Hemi-Osteonal Remodeling: The Spatial and Temporal Framework for Signal Traffic in Adult Human Bone, *J. Cellular Biochem.*, **55**, 273-286.

Pauwels, F., (1965), *Gesammelte Abhandlungen zur Funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates*, Springer.

Pauwels, F., (1980), *Biomechanics of the Locomotor Apparatus*, Springer.

Prager, W., (1974), *Introduction to Structural Optimization*, CISM, No.212, Springer.

Rambaut, P. C., and Johnston, R. S., (1979), Prolonged Weightlessness and Calcium Loss in Man, *Acta Astronautica*, **6**, 1113-1122.

Reiter, T. J., and Rammerstorfer, F. G., (1993), Simulation of Natural Adaptation of Bone Material and Application in Optimum Composite Design, *Optimal Design with Advanced Materials*, (Ed: Pedersen, P.), 25-36, Elsevier Science.

Rho, J. Y., Ashman, R. B., and Turner, C. H., (1993), Young's Modulus of Trabecular and Cortical Bone Material: Ultrasonic and Microtensile Measurements, *J. Biomech.*, **26**-2, 111-119.

Rodriguez, E. K., Omens, J. H., Waldman, L. K., and McCulloch, A. D., (1993), Effect of Residual Stress on Transmural Sacromere Length Distributions in Rat Left Ventricle, *Am. J. Physiol.*, **264**, H1048-H1056.

Rodriguez, E. K., Hoger, A., and McCulloch, A. D., (1994), Stress-Dependent Finite Growth in Soft Elastic Tissues, *J. Biomech.*, **27**-4, 455-467.

Roesler, H., (1981), Some Historical Remarks on the Theory of Cancellous Bone Structure (Wolff's Law), *Mechanical Properties of Bone*, (Ed: Cowin, S. C.), **AMD-45**, 27-42, ASME.

Roesler, H., (1987), The History of Some Fundamental Concepts in Bone Biomechanics, *J. Biomech.*, *20*-11/12, 1025-1034.

Rohi, L., Larsen, E., Linde, F., Odgaard, A., and Jorgensen, J., (1991), Tensile and Compressive Properties of Cancellous Bone, *J. Biomech.*, **24**-12, 1143-1149.

Roux, W., (1881), Der Züchtende Kampf der Teil, Oder die 'Teilauslese' im Organismus. (Theorie der 'Funktionellen Anpassung'), Wilhelm Engelmann, Leipzig.

Rozvany, G., Bendsøe, M. P., and Kirsch, U., (1995), Layout Optimization of Structure, *Applied Mechanics Review*, **48**-2, 41-119.

Rubin, C. T., and Lanyon, L. E., (1982), Limb Mechanics as a Function of Speed and Gait: A Study of Functional Strains in the Radius and Tibia of Horse and Dog, *J. Experimental Biology*, **101**, 187-211.

Rubin, C. T., and Lanyon, L. E., (1984), Regulation of Bone Formation by Applied Dynamic Loads, *J. Bone Jt Surg.*, **66A**-3, 397-402.

Rubin, C. T., and Lanyon, L. E., (1985), Regulation of Bone Mass by Mechanical Strain Magnitude, *Calcif. Tissue Int.*, **37**, 411-417.

Rubin, C. T., McLeod, K. J., and Bain, S. D., (1990), Functional Strain and Cortical Bone Adaptation: Epigenetic Assurance of Skeletal Integrity, *J. Biomech.*, **23**-S1, 43-54.

Sadegh, A. M., Cowin, S. C., and Luo, G. M., (1991), Inversions Related to the Stress-Strain-Fabric Relationship, *Mechanics of Materials*, **11**, 323-336.

Sadegh, A. M., Luo, G. M., and Cowin, S. C., (1993), Bone Ingrowth: An Application of the Boundary Element Method to Bone Remodeling at the Implant Interface, *J. Biomech.*, **26**-2, 167-182.

佐藤正明, (1996), 動物細胞の形態・機能と力学的刺激に対する応答について, 日本機械学会講演論文集, **96**-29, 7-14.

Schijve, J., (1966), Note on Couple Stresses, *J. Mech. Phys. Solids*, **14**, 113-120.

瀬口靖幸, 冨田佳宏, 岩崎正義, (1977a), 骨組構造系の最適設計に関する一つの試み, 日本機械学会論文集, **43**-374, 3769-3772.

瀬口靖幸, 塚本康夫, (1977), 生物のかたちと工学的設計－その力学的側面－, システムと制御, **21**-6, 312-321.

瀬口靖幸, 多田幸生, (1978), 逆変分原理による構造物の形状決定問題 (有限要素による取扱い), 日本機械学会論文集, **44A**-381, 1469-1477.

瀬口靖幸, (1981), はたらきとかたち (工学設計との接点), 数理科学, 217, 18-23.

Seguchi, Y., (1989), Preliminary Study on Adaptation by Remodeling, *Tissue Engineering-1989* (Eds: Woo, S.L-Y., and Seguchi, Y.), ASME, **BED-14**, 75-78.

瀬口靖幸, (1989), 構造最適化問題, 日本機械学会誌, **92**-847, 485-491.

瀬口靖幸, (1990), 形態と機能: 構造設計の立場から, 精密工学会誌, **56**-6, 973-978.

Shaw, S. R., Zernicke, R. F., Vailas, A. C., Deluna, D., Thomason, D. B., and Baldwin, K. M., (1987), Mechanical, Morphological and Biochemical Adaptations of Bone and Muscle to Hindlimb Suspension and Exercise, *J. Biomech.*, **20**-3, 225-234.

下田昌利, 呉志強, 畔上秀幸, 桜井俊明, (1994), 汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法, (力法によるアプローチ), 日本機械学会論文集 A 編, **60**-578, 2418-2425.

Shin, H. Y., Iveson, R. D., Blumenstock, F. A., and Bizios, R., (1994), Osteoblast Responses to Steady Shear Stress, In: *Cell Mechanics and Cellular Engineering*, (Eds: Van Mow, C., Guilak, F., Tran-Son-Tay, R., and Hochmuth, R. M.), Ch.7, 95-106, Springer.

Singh, M., Nagrath, A. R., and Maini, P. S., (1970), Changes in Trabecular Pattern of the Upper End of the Femur as an Index of Osteoporosis, *J. Bone & Jt Surg.*, **52A**-3, 457-467.

Smith, M. C., Rambaut, P. C., Vogel, J. M, and Whittle, M. W., (1977), Bone Mineral Measurement-Experiment M078, *Biomedical Results from Skylab*, (Eds: Johnson, R. S., and Diethein, L. R.), 183-190, NASA SP 377.

須田立雄, 小澤英浩, 高橋栄明, (1985), 骨の科学, 医歯薬出版

Sun, C. T., and Yang, T. Y., (1975), A Couple-Stress Theory for Gridwork-Reinforced Media, *J. Elasticity*, **5**-1, 45-58.

Suzuki, K., and Kikuchi, N., (1991), A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **93**, 291-318.

Taber, L. A., Hu, N., Pexieder, T., Clark, E. C., and Keller, B. B., (1993), Residual Strain in the Ventricle of the Stage 16-24 Chick Embryo, *Circ. Res.* **66**, 37-45.

Taber, L. A., (1995), Biomechanics of Growth, Remodeling, and Morphogenesis, *Appl. Mech. Rev.* **48**-8, 487-545, ASME.

多田幸生, 瀬口靖幸, 藪忠司, (1985), 逆変分原理による構造物の形状決定問題 (第 3 報, 三次元実構造物への適用可能性の検討), 日本機械学会論文集, **51A**-471, 2536-2543.

平修二, (1974), 弾性力学, オーム社.

高橋栄明, (1982), Basic Multicellular Unit の概念と代謝性骨疾患治療への応用, 整形外科 MOOK, **23**, 伊丹他編, 308-321.

高井信朗, 藤井敏之, 荒井義之, 平澤泰介, (1994), 骨端軟骨板の組織学的構造と力学特性, 日本機械学会講演論文集, **944**-1, 37-38.

高久田和夫, (1992), 骨の機能的適応に関する仮説 (成長因子の機械的負荷による輸送), 日本機械学会論文集, **58A**-551, 1015-1021.

高久田和夫, 宮入裕夫, (1996), 線維芽細胞が発現する引張応力と自己組織化 (培養系における実験的検討), 日本機械学会論文集, **62A**-595, 800-807.

Takamizawa, K., and Hayashi, K., (1987), Strain Energy Density Function and Uniform Strain Hypothesis for Arterial Mechanics, *J. Biomech.*, **20**-1, 7-17.

Takamizawa, K., and Hayashi, K., (1988), Uniform Strain Hypothesis and Thin-Walled Theory in Arterial Mechanics, *Biorheology*, **25**, 555-565.

田中正夫, (1992), 骨の力学的リモデリングと適応, システム/制御/情報, **36**-4, 226-235.

田中正夫, 倉谷忠志, 小田剛紀, 和田英路, 小野啓郎, (1994), 曲げ負荷による椎間板－椎体単位の力学特性, 日本機械学会講演論文集, **944**-1, 71-72.

田中正夫, (1994), 骨の適応力学, *Japanese J. Sports Sciences*, **13**-2, 251-256.

田中正夫, (1995), 荷重に適応する骨, In: 自律適応する素材: 生体組織, Ch.3, 49-79, オーム社.

田中正夫, 武林泰弘, (1995), 椎間板線維輪層板の引張特性, 日本臨床バイオメカニクス学会誌, **16**, 169-172.

田中茂雄, 小林智昭, 西坂剛, (1995), 共焦点レーザー顕微鏡による骨細胞の形態観察と細胞内 Ca^{2+} 動態分析日本機械学会講演論文集, **95**-26, 25-26.

谷澤龍彦, 高橋栄明, (1990), 骨の形態と機能, In: 図説整形外科診断治療講座, 第 8 巻, 骨粗鬆症, 室田他編, メジカルビュー社.

Tateishi, T., Shirasaki, Y., and Miyanaga, Y., (1977), A Mechanical Model of Bone as a Porous Composite Material with Application to the Human Upper Tibia, *Theor.Appl.Mech.*, **25**, 279-298.

Thompson, D'A. W., (1917), *On Growth and Form*, Cambridge University Press, (同訳: 生物のかたち, 柳田供友道, 遠藤勲, 古沢健彦, 松山久義, 高木隆司, (1973), 東京大学出版会)

Timoshenko, S., (1956), *Strength of Material. Part II Advanced Theory and Problems*, 205-213, D van Norstrand Company, New York.

戸川達男, (1981), 血管の分岐の形態とその構築, 物性研究, Vol.36, No.1, A40-47.

Tomita, Y., (1994), Simulations of Plastic Instabilities in Solid Mechanics, *Applied Mechanics Review*, **47**-6, 171-205.

Treharne, R. W., (1981), Review of Wolff's Law and Its Proposed Means of Operation, *Orthopaedic Review*, **10**-1, 35-47.

Turner, C. H., and Cowin, S. C., (1987), Dependence of Elastic Constants of an Anisotropic Porous Material upon Porosity and Fabric, *J. Mat. Sci.*, **22**, 3178-3184.

Turner, C. H., Cowin, S. C., Rho, J. Y., Ashman, R. B., and Rice, J. C., (1990), The Fabric Dependence of the Orthotropic Elastic Constants of Cancellous Bone, *J. Biomech.*, **23**-6, 549-561.

Turner, C. H., Akhter, M. P., Raab, D. M., Kimmel, D. B. and Recker, R. R., (1991), A Noninvasive, In Vivo Model for Studying Strain Adaptive Bone Modeling, *Bone*, **12**, 73-79.

Turner, C. H., (1992), On Wolff's Law of Trabecular Architecture, *J. Biomech.*, **25**-1, 1-9.

Uhthoff, H. K., and Jaworski, Z. F. G., (1978), Bone Loss in Response to Long-term Immobilisation, *J. Bone & Jt Surg.*, **60-B**-3, 420-429.

梅谷陽二, (1974), 生物学における最適性の原理の応用, 機械の研究, 第 26 巻, 第 1 号, 155-158.

梅谷陽二, (1976), 骨の形態と生長変形法, 日本機械学会誌, **79**-693, 749-754.

梅谷陽二, 平井成興, (1976), 生長変形法による構造材の適応的最適形状の決定, 日本機械学会論文集 (第 1 部), **42**-346, 3754-3762.

梅谷陽二, 田口幹, (1976), 形態工学の幼芽, 計測と制御, Vol.15, No.10, 793-800.

Vaishnav, R. N., and Vossoughi, J., (1987), Residual Stress and Strain in Aortic Segments, *J. Biomech.*, **20**-3, 235-239.

Van Rietbergen, B., Huiskes, R., Weinans, H, Sumner, D. R., Turner, T. M, and Galante, J. O., (1993), The Mechanism of Bone Remodeling and Resorption around Press-Fitted THA Stems, *J. Biomech.*, **26**-4/5, 369-382.

Vossoughi, J., (1994), Biological Residual Stress and Strain, *Biomedical Engineering: Recent Developments*, (Ed: Vossoughi, J.), 200-206.

Wainwright, S. A., (1988), *Axis and Circumference: The Cylindrical Shape of Plants and Animals*, Harvard University Press, (同訳: 生物の形とバイオメカニクス, 本川達雄, (1989), 東海大学出版会)

Weinans, H., (1991), Mechanically Induced Bone Adaptations around Orthopaedic Implants, PhD Theses.

Weinans, H., Huiskes, R., and Grootenboer, H. J., (1992a), The Behavior of Adaptive Bone-Remodeling Simulation Models, *J. Biomech.*, **25**-12, 1425-1441.

Weinans, H., Huiskes, R., and Grootenboer, H. J., (1992b), Effects of Material Properties of Femoral Hip Components on Bone Remodeling, *J. Orthop. Res.*, **10**, 845-853.

Weinans, H., Huiskes, R., and Grootenboer, H. J., (1994), Effects of Fit and Bonding Characteristics of Femoral Stems on Adaptive Bone Remodeling, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **116**, 393-400.

Weinbaum, S., Cowin, S. C., and Zeng, Y., (1994), A Model for the Excitation of Osteocytes by Mechanical Loading-Induced Bone Fluid Shear Stresses, *J. Biomech.*, **27**-3, 339-360.

Weinbaum, S., and Cowin, S. C., (1995), The Cellular Mechanosensory Mechanism for New Bone Formation, *Proc. 4th China-Japan-USA-Singapore Conf. on Biomechanics*, (Eds: Yang, G., Hayashi, K., Woo, S. L.-Y., and Goh, J. C. H.), International Academic Publishiers, China.

Whitehouse, W. J., (1974), The Quantitative Morphology of Anisotropic Trabecular Bone, *J. Microscopy*, **101**, 153-168.

Wolff, J., (1869), Ueber die Bedeutung der Architectur der Spongiösen Substanz für die Frage vom Knochenwachsthum, *Zentralblatt für die Medizinischen Wissenschaften*, 223-234.

Wolff, J., (1986), *The Law of Bone Remodeling*, (Translated by Maquet, P., and Furlong, R.), Springer.

Woo, S. L.-Y., Kuei, S. C., Amiel, D., Gomez, M. A., Hayes, W. C., and White, F. C., (1981), The Effect of Prolonged Physical Training on the Properties of Long Bone: A Study of Wolff's Law, *J. Bone & Jt Surg.*, **63-A**-5, 780-787.

Xie, J. P., Liu, S. Q., Yang, R. F., and Fung, Y. C., (1991), The Zero-Stress State of Rat Veins and Vena Cava, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **113**-1, 36-41.

山川宏, 畔上秀幸, 鈴木真二, (1995), 最適設計における最近の話題, 日本機械学会論文集, **61C**-587, 2653-2661.

山川宏, 最適化デザイン, (1993), 培風館.

山崎光悦, 尾田十八, (1980), 連続体トラス要素による骨組構造の創生法 (骨組連続体の最小重量設計手法), 日本機械学会論文集, **46A**-411, 1230-1237.

Yang, J. F. C., and Lakes, R. S., (1982), Experimental Study of Micropolar and Couple Stress Elasticity in Compact Bone in Bending, *J. Biomech.*, **15**-2, 91-98.

関連発表論文

学術雑誌

1. 田中正夫, 安達泰治, (1992), 残留応力を許容する骨の力学的再構築に関する初期研究, 日本機械学会論文集 A 編, 第 58 巻, 第 551 号, pp.1022-1029.

   Masao TANAKA and Taiji ADACHI, (1994), Preliminary Study on Mechanical Bone Remodeling Permitting Residual Stress, *JSME International Journal*, Ser.A, Vol.37, No.1, pp.87-95.

2. 安達泰治, 冨田佳宏, 田中正夫, 恵良修二, (1994), 弾性コッセラ体有限要素法とその微視構造を有する材料の変形シミュレーションへの応用, 日本機械学会論文集 A 編, 第 60 巻, 第 569 号, pp.191-197.

   Taiji ADACHI, Yoshihiro TOMITA, and Masao TANAKA, (1994), Cosserat Continuum Model of Bone Structure and Simulation, *Proceedings of the Thirty-Seventh Japan Congress on Materials Research*, pp.215-221, The Society of Materials Science, Japan.

3. 安達泰治, 田中正夫, 大久保忠紀, (1994), 皮質骨・海綿骨系の不静定構造と残留応力：牛尾椎による実験的検討, 日本臨床バイオメカニクス学会誌, Vol.15, pp.13-16.

4. 田中正夫, 安達泰治, 冨田佳宏, (1994), 骨組織の構造と残留応力とを考慮した力学的再構築モデル, 日本機械学会論文集 A 編, 第 60 巻, 第 580 号, pp.2921-2927.

   Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1996), Mechanical Remodeling of Bone with Tissue Structure Considering Residual Stress, *International Journal of JSME*, Vol.39, No.3, pp.297-305.

5. 安達泰治, 田中正夫, 冨田佳宏, (1995), 内部構造を有する骨の適応を模した力学構造の形成, システム制御情報学会論文誌, Vol.8, No.8, pp.399-407.

   Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1995), Optimum Design of Lattice Continuum Material Suggested by Mechanical Adaptation Model of Cancellous Bone, In: *Structural and Multidisciplinary Optimization*, (Eds. N. Olhoff, and G. Rozvany), pp.185-192, Pergamon.

6. 安達泰治, 冨田佳宏, 松井修, 田中正夫, (1995), 椎体骨梁構造の特徴量計測：骨梁密度と配向性の分布, 日本臨床バイオメカニクス学会誌, Vol.16, pp.173-176.

7. 安達泰治, 冨田佳宏, (1996), 圧縮負荷を受ける海綿骨組織の微視的骨梁破壊挙動の SEM 観察, 日本臨床バイオメカニクス学会誌, Vol.17, pp.325-329.
8. 田中正夫, 安達泰治, 冨田佳宏, (1996), 等応力仮説に基づく椎体内二方向残留応力についての考察, 日本臨床バイオメカニクス学会誌, Vol.17, pp.69-73.
9. 安達泰治, 冨田佳宏, 坂上拡, 田中正夫, (1997), 応力の局所不均一性による骨梁表面再構築モデルと形態変化シミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, 第 63 巻, 第 607 号, 掲載予定.

国際会議論文集, 抄録集

1. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, Yasuyuki SEGUCHI, and Yoshiharu MORIMOTO, (1992), Residual Stress of Biological Tissues and Model of Adaptation by Remodeling, In: *Residual Stresses-III: Science and Technology*, (Eds. H. Fujiwara, T. Abe and K. Tanaka), Vol.1, pp.134-139, Elsevier Science.
2. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, (1992), A Model of Mechanical Bone Remodeling Permitting Residual Stress, *Proceedings of the Seventh International Conference on Biomedical Engineering*, (Eds. J. C. H. Goh, and A. Nather), pp.539.
3. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1993), Bone Remodeling Considering Residual Stress: Preliminary Experimental Observation and Theoretical Model Development, In: *Computational Biomedicine*, (Eds. D. K. Held, C. A. Brebbia, R. D. Ciskowski, and H. Power), pp.239-246, Computational Mechanics Publications.
4. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, Yoshihiro TOMITA, and Tadanori OHKUBO, (1994), Residual Stress in Cortical-Cancellous Bone and Equistress Hypothesis at Remodeling Equilibrium, In: *Biomedical Engineering. Recent Developments*, (*Proceedings of Thirteenth Southern Biomedical Engineering Conference*), (Ed. J. Vossoughi), pp.413-416.
5. Masao TANAKA, Taiji ADACHI and Yoshihiro TOMITA, (1994), Regulation Model of Microstructural Stress in Trabecular Bone Remodeling, *Abstracts of Second World Congress of Biomechanics*, Vol.2, pp.240.
6. Masao TANAKA, Taiji ADACHI and Yoshihiro TOMITA, (1994), Mechanical Remodeling of Bone with Microstructure: A Computational Model, *Extended Abstracts of the Third World Congress on Computational Mechanics*, Vol.2, pp.1957-1958.
7. Taiji ADACHI, Yoshihiro TOMITA and Masao TANAKA, (1994), Mechanical Bone Remodeling Considering Residual Stress: A Lattice Continuum Model, In: *1994 Advances in Bioengineering*, (Ed. M. J. Askew), BED-Vol.28, pp.255-256, ASME.

8. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1995), Lattice Continuum Model of Cancellous Bone, *Proceedings of the Fourth China-Japan-USA-Singapore Conference on Biomechanics*, (Eds. G. Yang, K. Hayashi, S. L.-Y. Woo, and J. C. H. Goh), pp.166-169, International Academic Publishers.

9. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1995), Lattice Continuum as Computational Model of Bone with Microstructure: Mechanical Characteristics and Structural Parameter, In: *Computer Simulations in Biomedicine*, (Eds. H. Power, R. T. Hart), pp.277-284, Computational Mechanics Publications.

10. Masao TANAKA, Taiji ADACHI and Yoshihiro TOMITA, (1995), Structural Parameters of Cancellous Bone as Lattice Continuum, In: *1995 ASME Summer Bioengineering Conference*, (Eds. R. M. Hochmuth, N. A. Langrana, and M. S. Hefzy), BED-Vol.29, pp.361-362, ASME.

11. Taiji ADACHI, Yoshihiro TOMITA, and Masao TANAKA, (1996), Skew Lattice Continuum Model for Cancellous Bone, In: *Continuum Models and Discrete Systems*, (Ed. K. Z. Markov), pp.342-349, World Scientific.

12. Taiji ADACHI and Yoshihiro TOMITA, (1996), Trabecular Remodeling Simulation of Stress Regulation Process toward Uniform Distribution, *Abstracts of XIXth International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, pp.85.

13. Masao TANAKA, Taiji ADACHI, and Yoshihiro TOMITA, (1996), Homogenization Model of Surface Remodeling of Trabecular Bone as Lattice Continuum, *Abstract of 10th Conference of the European Society of Biomechanics*, pp.322.

モノグラフ

1. Masao TANAKA and Taiji ADACHI, (1996), Residual Stress in Bone Structure: Experimental Observation and Model Study with Uniform Stress Hypothesis, In: *Biomechanics - Functional Adaptation and Remodeling*, (Eds. K. Hayashi, A. Kamiya, and K. Ono), pp.169-184, Springer-Verlag.

2. Masao TANAKA and Taiji ADACHI, (1996), Model and Simulation of Bone Remodeling Considering Residual Stress, In: *Computational Biomechanics*, (Eds. K. Hayashi and H. Ishikawa), pp.3-21, Springer-Verlag.

謝　辞

本論文をまとめるにあたり，懇切なるご教授，ご指導を賜った大阪大学基礎工学部林紘三郎教授に謹んで深甚なる感謝の意を表します．また，貴重なるご教示，ご指導を賜った大阪大学基礎工学部小倉敬二教授ならびに平尾雅彦教授に謹んで感謝の意を表します．本研究を進めるにあたり，大阪大学大学院入学以来，終始懇篤なるご指導とご鞭撻を賜った大阪大学基礎工学部田中正夫助教授に深く感謝の意を表します．

神戸大学工学部において本研究を進めるにあたり，常に懇切なるご指導と暖かいご配慮を賜った冨田佳宏教授に心より感謝の意を表します．また，多くの有益なご助言を賜った渋谷陽二助教授に感謝の意を表します．

大阪大学大学院在学中から，先輩として終始暖かいご教示と激励をいただいた和田成生氏 (現北海道大学電子科学研究所講師)，花原和之氏 (現神戸大学工学部講師)，良き同輩であった藤垣元治氏 (現和歌山大学システム工学部助手)，林謙一氏 (現松下電器産業 (株))，芹澤慎一郎氏 (現富士ゼロックス (株))，故秦寛和氏に感謝致します．また，研究に協力いただいた神戸大学工学部恵良修二氏，大阪大学大学院大久保忠紀氏，神戸大学大学院坂上拡氏，松井修氏，坪田健一氏，ならびにお世話になった研究室諸氏に感謝致します．

本研究の端緒は，故瀬口靖幸元大阪大学基礎工学部教授より，著者が大阪大学大学院に入学した 1990 年 4 月から先生が急逝された同年 6 月までの間に頂いたご指導に発する．本論文は，その後約 7 年の間に行った研究をまとめたものであり，稿を終えるにあたり改めて感謝の意を表し，ご冥福をお祈り致します．

最後に，これまで長い間，遠いながらも暖かく見守り続けてくれた，また多くの励ましを与えてくれた父房弘，母悦子，そして日々暖かな励ましと明るい笑顔で支えてくれた妻佳乃に心から感謝します．ありがとうございました．

1996 年 12 月

安達　泰治