The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	小線源治療における任意2方向以上の撮影による位置の計算法
Author(s)	田伏, 勝義; 伊藤, 進; 砂倉, 瑞良 他
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1995, 55(12), p. 895-901
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/17175
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

小線源治療における任意2方向以上の撮影による位置の計算法

田伏　勝義[1)]　伊藤　進[1)]　砂倉　瑞良[1)]　加藤　真吾[1)]　楮本　智子[1)]
中村　譲[2)]　飯沼　武[2)*]　荒居　龍雄[3)]　入船　寅二[4)]

1）埼玉県立がんセンター放射線治療部　2）放射線医学総合研究所
3）本島総合病院　4）東京都立医療技術短期大学　＊現　埼玉工業大学

Techniques for Determining Position from more than Two Radiographs Intersecting at Arbitrary Angles in Brachytherapy

Katsuyoshi Tabushi[1)], Susumu Itoh[1)], Mizuyoshi Sakura[1)], Singo Kato[1)], Tomoko Kazumoto[1)], Yuzuru Nakamura[2)], Takeshi A. Iinuma[2)*], Tatsuo Arai[3)] and Toraji Irifune[4)]

The least squares method and geometrical solution for calculating position were used in the two-projection method. Five coordinate systems were defined as a normal system, image system on film intersecting the beam central axes at an arbitrary angle and the projection, virtual coordinate and virtual image coordinate systems with beam central axis as one of the three coordinate axes to determine the geometrical relationship between a point and image on the film. Normal coordinates of the point were calculated by six geometrical solution sets and two forms of the least squares method using the rotation matrixes of the coordinate systems. One least squares method solves simultaneous nonlinear equations, and the other derives a strict solution from simultaneous linear equations. The latter least squares method has little physical meaning and is not as useful as the former. Although the former has physical meaning, the iterative approximation method should be used to determine position since a strict solution cannot be obtained directly. By these least squares methods, position is determined with less error using the projections at more than two focal spots.

Research Code No. : *200*

Key words : *Multiprojection method, Least squares method, Geometrical solution sets, Coordinate system, Mapped point*

Received Mar 22, 1994 ; revision accepted Sep. 21, 1994

1）Department of Radiotherapy, Saitama Cancer Center
2）National Institute of Radiological Sciences
3）Motojima General Hospital
4）Metropolitan College of Allied Medical Sciences
＊Present address : Saitama Institute of Technology

はじめに

数多くの位置の計算式が種々の分野で報告されている．その分野はbrachytherapy[1)-10)]，angiography[11), 12)]，これ以外の多岐[13)-17)]にわたる．小線源治療では，直角2方向撮影法とステレオ撮影法が最もよく知られている．現在，任意2方向撮影法とステレオ撮影法とによる位置の計算式は，統一的に扱うことができる．菅家，角田，速水らはそのアルゴリズムを用いて，6個の点を基準点として2枚のフイルムから，口腔領域における組織内照射時の線源の位置を計算している[17)]．

著者らも，今回独自に両撮影法を2回の投影が基本の2投影法として統一的に扱うことを可能とし，6組の幾何学的な位置の計算式と，2種類の最小自乗法による方法を得たので報告する．2方向撮影の場合，像座標が1つだけ読めない場合にも使用できる，非線形の連立方程式を逐次近似法で解く方法，もう一つは線形の連立方程式を解く方法で，厳密解が得られ容易に計算できるが，像座標が4つとも読めないと使用できない．ここで示す最小自乗法は，2投影以上の撮影でより小さな誤差を伴った位置を得ることができる．

方　法

1．撮影系

Fig.1に示したごとく，曝射Ⅰにより，点Pはフィルム上に投影される．フィルム面とビーム中心軸は任意の角度をなしている．

2．座標系

点Pとその像の幾何学的関係は，点Pの位置の計算式を導くのに不可欠であり，その幾何学的関係が容易に得られるように便宜的に次の5つの座標系を設定あるいは仮想する．

(1)　標準座標系(X，Y，Z)

基本にする空間に固定された座標系で，原点はマーカで示される．

(2)　投影座標系(X'_I，Y'_I，Z'_I)

投影Ⅰのビーム中心軸をZ'_I軸にしたもので，原点は標準

座標系(X, Y, Z)と共有し，マーカの位置となる．

(3)　像座標系(X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR})

フィルムとビーム中心軸の交点を原点とし，フィルム面に垂直な軸をZ_{IR}軸とした像座標系で，フィルムとビーム中心軸は任意の角度をなす．

(4)　仮想座標系(X'_{IR}, Y'_{IR}, Z'_{IR})

これは(X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR})系をその原点を中心に回転させ，Z_{IR}軸をZ'_I軸(ビーム中心軸)に重ね，これをZ'_{IR}軸とする．さらにX_{IR}軸をX'_I軸と，Y_{IR}軸をY'_I軸と平行にし，それぞれX'_{IR}軸とY'_{IR}軸としたもので，原点は像座標系と共有する．

(5)　仮想像座標系(X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR})

この系は仮想座標系(X'_{IR}, Y'_{IR}, Z'_{IR})がZ'_{IR}軸上を平行移動し，点Pのフィルム面上での像の位置に$X'_{IR}Y'_{IR}$面がくるようにしたものであり，これを仮想像座標系として，(X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR})で表す．それぞれの点のフィルム面上の像ごとに設定される．すなわち，空間における関心点の数だけ仮想像座標系が設定されることになる．

一方仮想像座標系の設定と異なり，標準座標系は唯一つ設定され，投影座標系や像座標系と仮想座標系は投影ごとに設けられる．

フィルムにビーム中心軸が垂直になる一般的な場合，仮想座標系と仮想像座標系は像座標系と重なり，像座標系として表され，設定される座標系が5つから3つに減少する．

3．幾何学的関係

標準座標が(x, y, z)の点Pと，その像の位置の幾何学的関係は，(X'_I, Y'_I, Z'_I)系での点Pの位置(x'_I, y'_I, z'_I)と(X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR})系での像の位置(x''_{IR}, y''_{IR}, z''_{IR})の各座標面への射影像を基にして，次の基本関係式が得られる(Fig.2)[10]．

$$x'_I f'_I + z'_I x''_{IR} = x''_{IR} F_I \qquad (1)$$

$$y'_I f'_I + z'_I y''_{IR} = y''_{IR} F_I \qquad (2)$$

$$x'_I y''_{IR} - y'_I x''_{IR} = 0 \qquad (3)$$

これらのうち2つのみが独立である．仮想像座標(x''_{IR}, y''_{IR}, z''_{IR})は，$z''_{IR}=0$であり，

$$x''_{IR} = \frac{x'_I f'_I}{F_I - z'_I} \qquad (4)$$

$$y''_{IR} = \frac{y'_I f'_I}{F_I - z'_I} \qquad (5)$$

と表される．

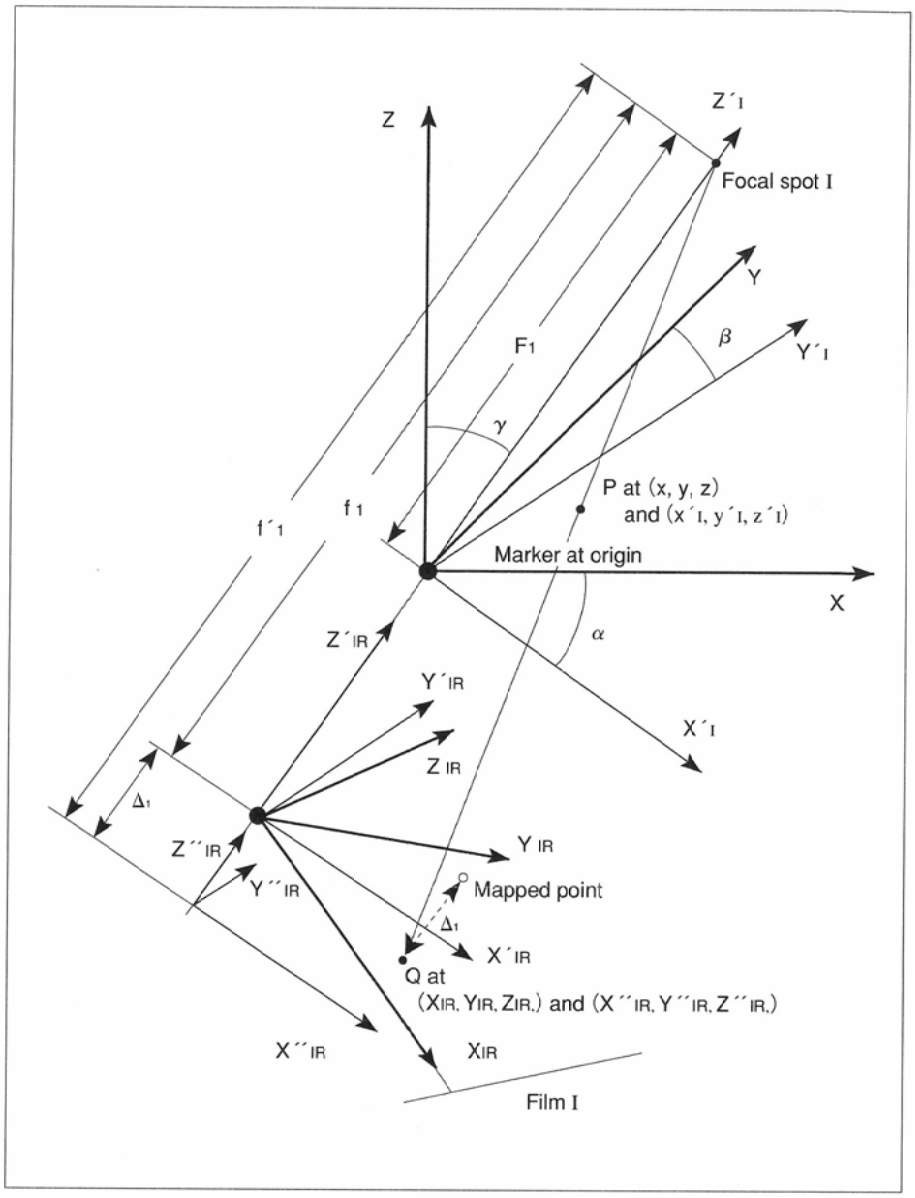

Fig.1　Five coordinate systems to determine the relationship between point P and image Q on the film.

P is the point of interest and Q is its image on the film. Normal and projection coordinate systems have a common origin at marker position and are designated as (X, Y, Z) and (X´i, Y´i, Z´i), respectively. α,β and γ are the angles between these systems. The image coordinate systems on film where beam central axis intersects at an arbitrary angle, is designated as (X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}). The virtual coordinate system (X'_{IR}, Y'_{IR}, Z'_{IR}) is obtained from rotation of (X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}) at the origin and is parallel to (X´i, Y´i, Z´i). The virtual image coordinate system (X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR}) is obtained by transformation of (X'_{IR}, Y'_{IR}, Z'_{IR}) as image Q on the film on the $X''_{IR}Y''_{IR}$ plane. The focal spot, marker at origin of (X, Y, Z), point P and image Q are shown as ●. The point mapped on the $X'_{IR}Y'_{IR}$ plane is shown as ○. f_I and F_I represent distances between the focal spot and origin of (X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}) on the film, and focal spot and origin of (X, Y, Z), respectively. f'_I is the distance between the focal spot and origin of (X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR}). Δ_I is distance between the image Q on the film and mapped image Q on the $X'_{IR}Y'_{IR}$ plane shown as ○ and is equal to the displacement between (X'_{IR}, Y'_{IR}, Z'_{IR}) and (X''_{IR}, Y''_{IR}, Z''_{IR}).

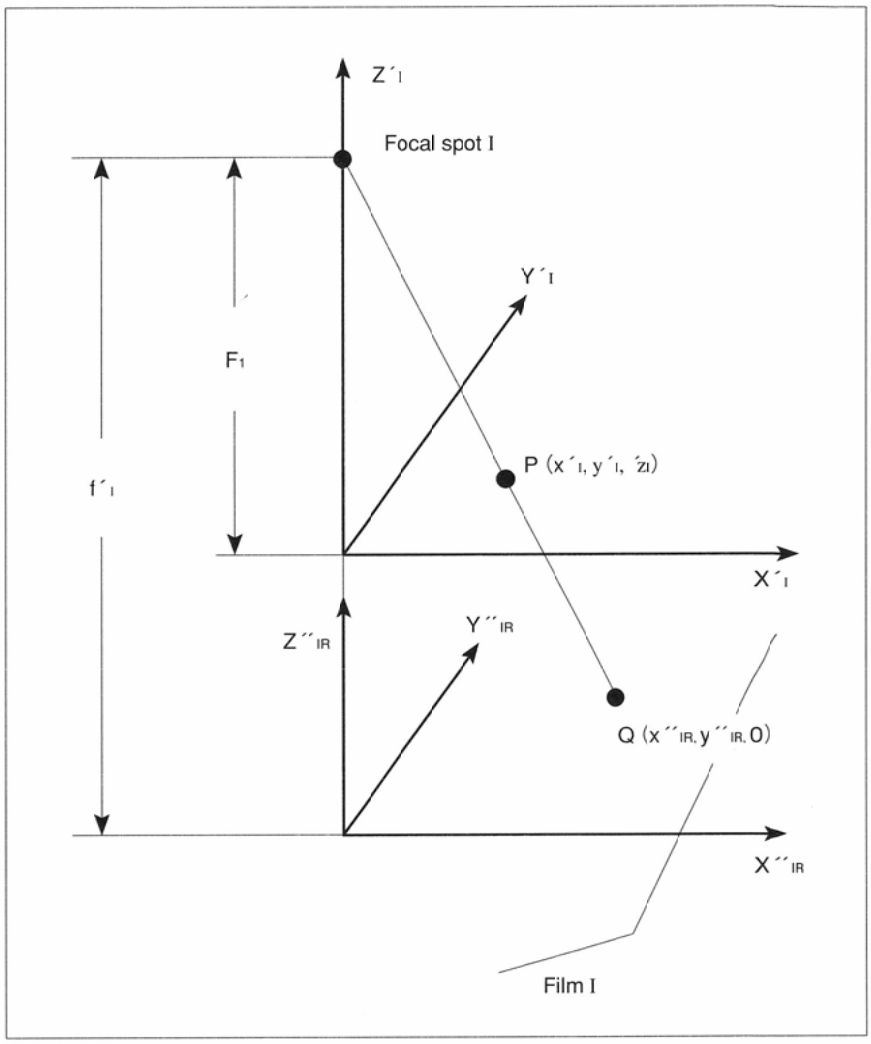

Fig.2　Projection coordinate system (X´I, Y´I, Z´I) and virtual image coordinate system (X´´IR, Y´´IR, Z´´IR)

The symbols are the same as in Fig.1. These coordinate systems are parallel to each other. Z´I and Z´´IR axes overlap, X´I and Y´I axes are parallel to the X´´IR and Y´´IR axes, respectively. The geometrical relationship between point P and image Q is determined from these coordinate systems.

4．方向余弦と座標変換

a_{ij}は方向余弦を表す行列要素で，$_i$は(X´I, Y´I, Z´I)系，$_j$は(X, Y, Z)系を示す．同じくc_{ij}の$_i$は(X´IR, Y´IR, Z´IR)系，$_j$は(XIR, YIR, ZIR)系を示す．

$$\begin{pmatrix} x'_I \\ y'_I \\ z'_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} x'_{IR} \\ y'_{IR} \\ z'_{IR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{IR} \\ y_{IR} \\ z_{IR} \end{pmatrix} \quad (7)$$

と表される．$z''_{IR}=0$とするので，

$$\begin{pmatrix} x''_{IR} \\ y''_{IR} \\ z''_{IR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{IR} - 0 \\ y'_{IR} - 0 \\ z'_{IR} + \Delta_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{IR} \\ y'_{IR} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

より，$\Delta_I = -z'_{IR}$となる．さらに，

$$f'_I = f_I + \Delta_I = f_I - z'_{IR} \quad (9)$$

と表される．

投影IIについては，

$a_{ij} \rightarrow k_{ij}$，$c_{ij} \rightarrow m_{ij}$ とする．

5．再構成

(1) 幾何学的な解

投影IIからも(1)，(2)，(3)と同様の関係式が得られる．これらを変換して標準座標と像座標で表し，6組の幾何学的な位置の計算式が得られる[10]．

(2) 最小自乗法(I)

ここで投影Iについて，

$\delta_1 = x_{IR} - x_{IRm}$，$\delta_2 = y_{IR} - y_{IRm}$，とし，投影IIから，

$\delta_3 = x_{IIR} - x_{IIRm}$，$\delta_4 = y_{IIR} - y_{IIRm}$とする．ただし，$x_{IRm}$, y_{IRm}, x_{IIRm}, y_{IIRm}はフィルム上の像座標の実測値である．Nは投影数，重みをW_iとして投影数に応じた次式を得る．

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^{2N} W_i \delta_i^2 \quad (10)$$

点Pの標準座標(x, y, z)は，

$$\frac{\partial \delta^2}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \delta^2}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \delta^2}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

の非線形の連立方程式を解いて得られる．点Pの4つの像座標の1つだけ読めない場合にはその重みを0にして使用できる．もしそれ以外の重みを同じにするなら，幾何学的に得た6組の計算式の一つと等価になる．投影数Nが2以上になると，得られる位置に伴う誤差が小さくなる．

(3) 最小自乗法(II)

投影Iの仮想像座標の計算式(4)と(5)を線形に変換したものは(1)と(2)式にそれぞれ等しい．さらに標準座標(x, y, z)で投影座標(x´I, y´I, z´I)，像座標(xIR, yIR, 0)でf´Iと仮想像座標(x´´IR, y´´IR, 0)を表す．同様にして，投影IIによる仮想像座標からも2つの線形式が得られる．これら4つ

の線形式の左辺と右辺の差の自乗和を最小にするx，y，zを求める．この方法では容易に厳密解が得られる．しかし，この方法の物理的な意味付けは弱くなる．

次のように4つの方程式の係数行列M_{ij}を定義する．

$$\left.\begin{aligned} M_{ij} &= x_{IR}\left(a_{ij}\,c_{31} - a_{3j}\,c_{i1}\right) \\ &\quad + y_{IR}\left(a_{ij}\,c_{32} - a_{3j}\,c_{i2}\right) \\ &\quad - f_1 a_{ij} \\ M_{(i+2)j} &= x_{IIR}\left(k_{ij}\,m_{31} - k_{3j}\,m_{i1}\right) \\ &\quad + y_{IIR}\left(k_{ij}\,m_{32} - k_{3j}\,m_{i2}\right) \\ &\quad - f_2 k_{ij} \end{aligned}\right\}$$

$$\left(i = 1..2,\ j = 1..3\right) \qquad (12\text{-}1)$$

$$\left.\begin{aligned} M_{i4} &= x_{IR}\,F_1\,c_{i1} + y_{IR}\,F_1\,c_{i2} \\ M_{(2+i)4} &= x_{IIR}\,F_2\,m_{i1} + y_{IIR}F_2\,m_{i2} \end{aligned}\right\}$$

$$\left(i = 1,\ 2\right) \qquad (12\text{-}2)$$

4つの関係式は，

$$xM_{i1} + yM_{i2} + zM_{i3} = M_{i4} \quad (i = 1...4) \qquad (13)$$

と表される．投影数に応じた左右の差の自乗和は，

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^{2N} W_i\left(xM_{i1} + yM_{i2} + zM_{i3} - M_{i4}\right)^2 \qquad (14)$$

となる．Nは投影数で，2方向撮影では2となる．W_iは重みである．

$$\frac{\partial\,\delta^2}{\partial\,x} = 0,\quad \frac{\partial\,\delta^2}{\partial\,y} = 0,\quad \frac{\partial\,\delta^2}{\partial\,z} = 0 \qquad (15)$$

から(x，y，z)に関した3つの線形式が得られる．

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{4} M_{ki}\ M_{kj}\ W_k\left(i = 1..3,\ j = 1..4\right) \qquad (16)$$

として

$$\left.\begin{aligned} xA_{11} + yA_{12} + zA_{13} &= A_{14} \\ xA_{21} + yA_{22} + zA_{23} &= A_{24} \\ xA_{31} + yA_{32} + zA_{33} &= A_{34} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

と表され，容易にx，y，zが求められる．しかし，点Pの4つの像座標の1つでも読めない場合は計算できない．

例　　題

例題1

1．ステレオ撮影シミュレーション

Fig.3の一般的な撮影系を想定する．図がこみいるために(X'_I，Y'_I，Z'_I)系と(X'_{II}，Y'_{II}，Z'_{II})系は示していないが，投影IについてY軸とY'_I軸は一致し，X軸とX'_I軸の角度およびZ軸とZ'_I軸の角度はそれぞれ30度であり，投影IIについても同じ関係を持つ．標準座標での点Pとマーカおよびそれらの像の位置関係が示されている．各投影に

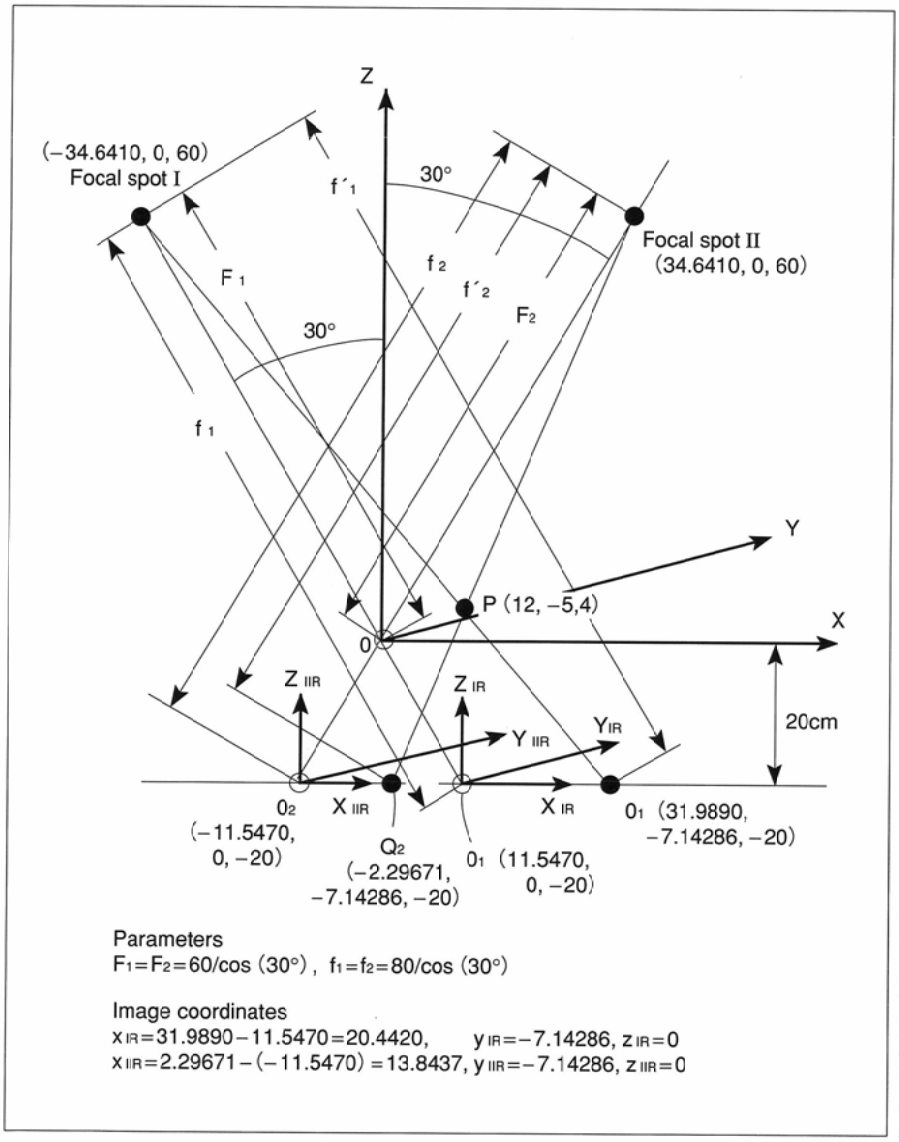

Fig.3　Shift-projection method in simulation
The normal coordinates (12, − 5,4) of point P are calculated using the image coordinates, x_{IR}, y_{IR}, z_{IR}, x_{IIR}, y_{IIR} and z_{IIR}, and parameters, f_1, F_1, f_2 and F_2. (X, Y, Z) is a normal coordinate system with origin at the marker position. (X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}) and (X_{IIR}, Y_{IIR}, Z_{IIR}) are image coordinate systems. Positions of the focal spot, point P and images are determined from the normal coordinate system. Point P, focal spots I and II, and images Q_1 and Q_2 are shown as ●. The marker at origin and its images on the film are shown as ○.

おける点Pの像座標はマーカの像の位置を原点とする．投影Iに関した回転行列は，

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & \cos 90^\circ & \cos 60^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ \\ \cos 120^\circ & \cos 90^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \qquad (18)$$

となり，投影IIに関した回転行列は，

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & \cos 90^\circ & \cos 120^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ \\ \cos 60^\circ & \cos 90^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \qquad (19)$$

となる．図に示されている座標の数値は標準座標を示している．Q_1O_1より点Pの像座標が次のごとく得られる．

$$\left.\begin{aligned} x_{IR} &= (31.9890 - 11.5470) = 20.4420 \\ y_{IR} &= -7.14286 \\ z_{IR} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

同様にQ_2O_2より

$$\left.\begin{aligned} x_{IIR} &= 2.29671 - (-11.5470) \fallingdotseq 13.8437 \\ y_{IIR} &= -7.14286 \\ z_{IIR} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

が得られる．ここでは，これらを像座標の測定値として用い，

$$\begin{pmatrix} x_{IRm} \\ y_{IRm} \\ z_{IRm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20.4420 \\ -7.14286 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_{IIRm} \\ y_{IIRm} \\ z_{IIRm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.8437 \\ -7.14286 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする．

パラメータの値は，

$$F_1 = F_2 = 60/\cos 30^\circ = 69.282,$$
$$f_1 = f_2 = 80/\cos 30^\circ = 92.376$$

となり，(7)と(9)式よりf'_1が次のごとくになる．

$$f'_1 = f_1 - z'_{IRm} = 102.597$$

同じくf'_2は，

$$f'_2 = f_2 - z'_{IIRm} = 85.454$$

となる．

2．最小自乗法(II)による解

幾何学的な関係から得られる(12)式による4つの方程式の係数行列M_{ij}は，

$$\begin{pmatrix} -80.0000 & 0 & -66.6300 & 1226.52 \\ -3.57140 & -102.597 & 6.18590 & -494.872 \\ -80.0000 & 0 & 32.3443 & 830.623 \\ 3.57143 & -85.4542 & 6.18590 & -494.872 \end{pmatrix}$$

となる．(14)と(15)式から得る(17)式の3つの方程式の(16)式による係数A_{ij}は，重みをすべて1として，

$$\begin{pmatrix} 12825.5 & 61.2245 & 2742.86 & 164571 \\ 61.2244 & 17828.6 & -1163.27 & -93061.2 \\ 2742.86 & -1163.27 & 5562.24 & 60979.6 \end{pmatrix}$$

が得られ，これより(x，y，z)は(12，−5，4)と求まる．

例題II

1．任意2方向撮影シミュレーション

各ビーム中心軸がフィルムと直交したFig.4の撮影系を想定する．Y軸，Y'_I軸，Y'_{II}軸は一致し，投影IについてのX軸とX'_I軸の角度およびZ軸とZ'_I軸の角度はそれぞれ15度であり，投影IIについては60度となる．点Pと焦点の位置関係が標準座標で示されている．また像座標系が仮想座標系と仮想像座標系を兼ねている．投影Iに関した回転行列は

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos 15^\circ & \cos 90^\circ & \cos 105^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ \\ \cos 75^\circ & \cos 90^\circ & \cos 15^\circ \end{pmatrix}$$

となり，投影IIに関した回転行列は，

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & \cos 90^\circ & \cos 150^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 0^\circ & \cos 90^\circ \\ \cos 30^\circ & \cos 90^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix}$$

となる．Fig.4より次の関係が得られる．

$$\alpha = \tan^{-1}\left\{ \frac{(20.7055 - 5)}{(77.2741 - 10)} \right\} = 13.1407^\circ$$
$$\beta = \tan^{-1}\left\{ \frac{(42.5000 - 10)}{(73.6122 - 5)} \right\} = 25.3458^\circ$$

像座標は$z_{IR} = 0$，$z_{IIR} = 0$となり，

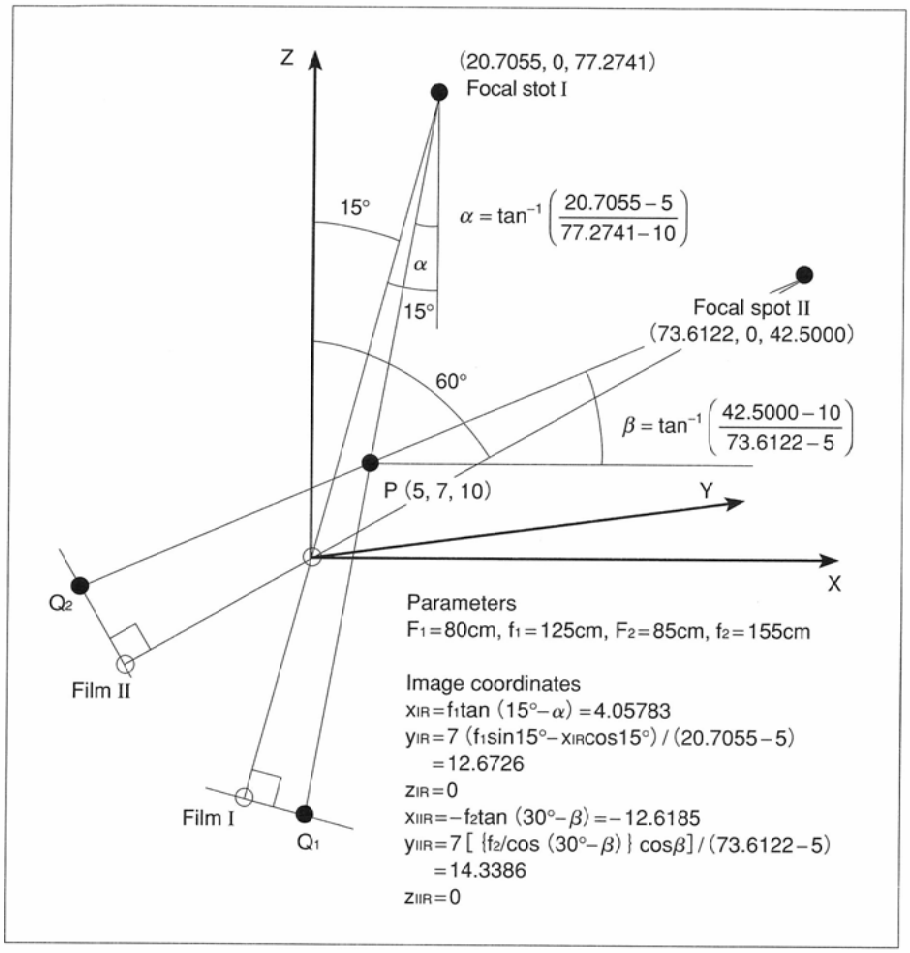

Fig.4 Two-radiograph projection whose beam central axes intersect at an arbitrary angle
Beam central axis intersects at right angles with the film. The symbols are the same as in Fig.3.

$$x_{IR} = f_1 \tan(15° - \alpha),$$

$$y_{IR} = 7\left\{\frac{f_1\sin(15°) - x_{IR}\cos(15°)}{(20.7055-5)}\right\}$$

$$x_{IIR} = -f_2 \tan(30° - \beta),$$

$$y_{IIR} = 7\left\{\frac{f_2/\cos(30° - \beta)}{(73.6122-5)}\right\}\cos\beta$$

が得られ，これらを像座標の測定値として，

$$\begin{pmatrix} x_{IRm} \\ y_{IRm} \\ z_{IRm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.05779 \\ 12.6726 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{IIRm} \\ y_{IIRm} \\ z_{IIRm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12.6186 \\ 14.3386 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする．
パラメータの値は，

$$F_1 = 80,\ f_1 = f'_1 = 125,$$
$$F_2 = 85,\ f_2 = f'_2 = 155$$

2．最小自乗法(II)による解

幾何学的な関係から得る(13)式の4つの方程式の係数行列M_{ij}は(12)式より，

$$\begin{pmatrix} -121.791 & 0 & 28.4328 & 324.627 \\ -3.27998 & -125 & 12.2408 & 1013.81 \\ -66.5721 & 0 & 140.543 & -1072.75 \\ -12.4176 & -155 & 7.16930 & 1218.78 \end{pmatrix}$$

となる．(17)式の3つの方程式の(16)式による係数A_{ij}は，重みをすべて1として，

$$\begin{pmatrix} 19429.8 & 2334.72 & -12689.9 & -13407.2 \\ 2334.72 & 39650.0 & 2641.34 & 315636 \\ -12689.9 & 2641.34 & 20762.0 & 162660 \end{pmatrix}$$

これより(x, y, z)は(5, 7, 10)と求まる．

議　論

小線源治療での位置の決定に，直角2方向撮影法やステレオ撮影法などがよく知られている．なかでも直角2方向撮影法の幾何学的な計算式はいろいろなものが報告されている[1)-10)]．われわれが得た幾何学的な6組の基本的な解に，それらの計算式が含まれることを示した[10)]．さらに誤差の伝播の少ない最小自乗法の有用性を臨床例を用いて示した[18)]．

ステレオ撮影法による位置の計算式は，直角2方向撮影法と別に示されていたが，これら2つの撮影法の計算式は現在統一的に扱うことができる[17]．われわれもかつて査読者から要求され，それに応えて独自に統一的に扱うことができ，今回幾何学的な計算式と最小自乗法をここに示した．最小自乗法では，投影数が2以上でもそのデータを有効に利用して計算でき，投影数が多ければ多いほど求まる位置の誤差が小さくなる．物理的に意味付けのある最小自乗法とない方法の2つを示した．

物理的に意味付けのある方法は，測定した物理量の像座標に伴う誤差の影響をできる限り小さくするために，測定値と理論値の差である残差の自乗和が最小になる標準座標を求める．像座標が1つだけ読めない場合にも使用でき，自動的に幾何学的な計算式の一つに成りうる．

他の方法は非線形の像座標の計算式を線形の式に変換して，その両辺の差の自乗和を最小にする方法である．残差の自乗和を最小にすることはできないので，測定に伴う誤差の影響を間接的に軽減することになる．標準座標についての3つの線形式となり，厳密解が得られ，コンピュータがなくても容易に標準座標が得られる．しかし，像座標が4つとも読めないと使用できない．像座標の残差の自乗和はもちろん前者の方が小さい．

典型的なステレオ撮影法の例で標準座標を求めてみた．これは二重曝射法とフィルム2枚法の両方法に適用できる．フィルムと像に関した座標系の原点はマーカの像の位置にする．各曝射ごとに焦点とフィルム間の距離が異なっても適用できる．任意2方向撮影の例では，ビーム中心軸間の角度が直角でなく，しかもビーム中心軸が標準座標軸と一致しない場合を示した．

位置の再構成に関するわれわれの研究は，理論的に正しい式が近似式よりも，読み取った像座標の誤差を計算した位置に大きく伝播したことが発端であった．さらに，その他の撮影系に伴う誤差の伝播の検討を指摘されているが，重要で大きなテーマであるので今後の課題とさせていただきたい．

日頃，ご指導をしていただいている東邦大学の福田信男教授，千葉県がんセンターの佐方博士，大阪大学の井上俊彦教授と速水博士，癌研究所の都丸博士の皆様に深く感謝いたします．また，ご協力いただきました埼玉県立がんセンターの放射線治療部渡辺義也副技師長，川村耕治主任技師にお礼を申し上げます．

文　献

1) Onai Y, Irifune T, Tomaru T : Calculation of dose distribution in radiation therapy by a digital computer. II. Computation of dose distribution in radium therapy. Nippon Acta Radiol 28 : 1629-1636, 1969
2) Gantchew MG, Rosenwald JG : Localization of implanted radioactive wires and computation of the dose distribution. Phys Med Biol 21 : 209-215, 1976
3) Vickery BL, Redpath AT : The reconstrunction and dose-rate calculation of radium needle implants. Brit J Radiol 50 : 280-285, 1977
4) Smith WM, Starmer CF : Error propagation in quantitative biplane cineroentgenography. Phys Med Biol 23 : 677-685, 1978
5) 速水昭宗：線量計算法．重松　康編：密封小線源治療－腔内・組織内照射法の実際．109-152，1980，篠原出版，東京
6) 尾内能夫，入船寅二：線源位置の同定法．田坂　晧編：放射線医学大系，34巻，放射線物理学．235-237，1984，中山書店，東京
7) 高橋賢一，佐方周防：シミュレータによる線源位置取得の際の誤差の解析．佐方周防，川島勝弘編：JARSモノグラフ，No.1，RALSの線量計算基準－子宮頸癌治療を中心として．35-38，1987，放射線治療システム研究会，東京
8) Godden TJ : Physical Aspects of Brachytherapy. Medical Physics Handbooks 19 : 232-260, 1988, Adam Hilger, Bristol
9) 田伏勝義，伊藤　進，砂倉瑞良，他：最小自乗法と幾何学的な解による直角2方向X線写真に基づく位置決定法．日本医放会誌　50：846-851，1990
10) Tabushi K, Itoh S, Sakura M, et al : Two-radiograph reconstruction using six geometrical solution sets and least-squares method. Med Phys 19 : 1307-1310, 1992
11) Guggenheim N, Doriot PA, Dorsaz PA, et al : Spatial reconstruction of coronary arteries from angiographic images. Phys Med Biol 36 : 99-110, 1991
12) 真崎規江：電子計算機を用いて放射線治療を合理化する一方法．日本医放会誌　23：197-204，1963
13) 速水昭宗，大関修治，森　嘉信，他：ステレオ撮影法による小線源座標の誤差．日本医放会誌　39：493-498，1979
14) Siddon RL, Chin LM : Two-film brachytherapy reconstruction algorithm. Med Phys 12 : 77-83, 1985
15) Metz CE, Fencil LE : Determination of three-dimensional structure in biplane radiography without prior knowledge of the relationship between the two views ; Theory. Med Phys 16 : 45-51, 1989
16) Fencil LE, Metz CE : Propagation and reduction of error in three-dimensional structure determined from biplane views of unknown orientation. Med Phys 17 : 951-961, 1990
17) 菅家正寛，角田　明，速水昭宗，他：透視変換を応用した小線源座標の三次元的再構成法．歯放　22：251-259，1983
18) Tabushi K, Itoh S, Sakura M, et al : Comparisons of spatial coordinates of sources calculated by three methods based on two radiographs in brachytherapy. J Jpn Soc Ther Radiol Oncol 5 : 35-41, 1993