【31】

氏　　　　　名	RATNO BAGUS EDY WIBOWO（ラトノ バグス エディ ウィボウォ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　２２６６５　号
学位授与年月日	平成 21 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Scattering problem for a system of nonlinear Klein-Gordon equations （非線形 Klein-Gordon 方程式系の散乱問題）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教 授　林　　仲夫 （副査） 教 授　土居　伸一　　教 授　西谷　達雄　　准教授　砂川　秀明

論 文 内 容 の 要 旨

第１章では従来の結果と本論文の結果との比較を述べた． Dirac 方程式は Dirac 方程式に Dirac 作用素の共役作用素を作用させると Klein-Gordon 方程式系に変換されることが知られている． 第２章ではこの意味において，Dirac-Klein-Gordon 方程式に関係のある非線形 Klein-Gordon 方程式系の大域解の存在及び解の振る舞いについて，振幅が小さい場合に焦点を絞って研究をおこなった．２次の非線形項を持った非線形 Klein-Gordon 方程式の時間大域解の存在は 1985 年 Klainerman 及び Shatah により独立かつ異なる方法で証明された．彼らの方法は現在，当該研究分野における重要な方法となっており数多くの改良がおこなわれている．Klainerman の方法は線形 Klein-Gordon 作用素と交換可能な作用素を用いて時間減衰評価を導き，これをエネルギー法に応用したものである．また Shatah の方法は２次の非線形項をある種の非線形変換を用いて３次の非線形項に変換するものである．Klainerman の方法はその後 Bachelot (1988)，Georgiev (1990) により改良され，初期値に関するコンパクトサポートの条件は取り除かれた．また 小澤，津田谷，堤 (1996) らによりこれらの方法は２次元非線形 Klein-Gordon 方程式の時間大域解の存在に関する研究に応用された．しかし初期値に関する滑らかさと減衰度についての条件は強く，散乱問題は未解決問題として残されていた．すなわち初期値の属する空間と時間無限大における解が属している空間が異なっていたのが従来の結果である．本章では非線形項の性質(非線形項に未知関数の２階微分を含んでいないという性質)と線形 Klein-Gordon 方程式の解に対する時空間評価である Stricharz 評価及び Klainerman の方法を改良した補題を利用することによって散乱作用素の完全性を示した． すなわち散乱作用素の存在を定義域と値域が同じ空間で扱うことに成功した． 特に散乱作用素の完全性を証明したことが新しい結果としてあげられる．第３章では第２章で取り扱った非線形 Klein-Gordon 方程式系を含むより一般的な非線形 Klein-Gordon 方程式系，２次元非線形 Klein-Gordon 方程式系，及び非線形波動方程式-非線形 Klein-Gordon 方程式系の初期値問題の時間大域解を考察した．共著者(Hayashi, Naumkin)と共に Giorgiev によって示された時間減衰評価と異なる新しい時間減衰評価を証明し，従来の結果より広い関数空間で，散乱作用素の存在を示した．簡単に述べると初期値が４階微分可能かつ空間無限遠方で$|x|$の５乗より早く減衰しているという条件のもと散乱作用素の存在を示した．しかし方程式系が一般的であるので散乱作用素の定義域と値域が異なっており散乱作用素の完全性の証明にはいたっていない．

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は，非線形 Klein-Gordon 方程式系の振幅の小さな解の散乱問題を研究したものである．特に，空間次元が 3 次元で，Dirac-Klein-Gordon方程式系に関係のある，未知関数の 2 乗を非線形項に持つ非線形 Klein-Gordon 方程式系を考察したものである．以下述べる散乱作用素の定義域，値域に関する結果が主結果といえる．ここで解の散乱とは，非線形の解が時間無限大で線形の解に漸近的に近くなることを意味する．また散乱作用素とは線形の解が与える初期値から問題の解への写像と考えることができる．

Dirac-Klein-Gordon方程式系はDirac方程式にDirac作用素の共役作用素を作用させると Klein-Gordon方程式に変換されることが知られている．本論文の主結果は，この Dirac-Klein-Gordon方程式系から得られた非線形 Klein-Gordon 方程式系の散乱問題を扱ったものである．2 次の非線形項を持つ非線形 Klein-Gordon 方程式の振幅の小さな時間大域解の存在は 1985 年の Klainerman 及び Shatah によって独立にそれぞれ別の証明方法で証明された．その後 Bachlot (1988)，Giorgiev (2001)らによってKlainermanの方法が改良され時間大域解の存在に関する初期条件が緩和された．特に初期値がコンパクトなサポートを持っているという強い条件が除かれた．しかし散乱作用素の完全性を示すには十分とはいえなかった．すなわち初期値

の属する空間と時間無限大における解が属している空間が異なっていた．本論文の第３章で学位申請者は共著者(Hayashi, Naumkin)と共にGiorgievによって示された時間減衰評価と異なる新しい時間減衰評価を用いることにより，従来の結果より広い関数空間で散乱作用素の存在を示すことに成功した．簡単に述べると初期値が４階微分可能かつ空間無限遠方で|x|の５乗より早く減衰しているという条件のもと散乱作用素の存在を示した．しかし散乱作用素の定義域と値域が異なっており散乱作用素の完全性の証明にはいたっていなかった．学位申請者は第２章において非線形項の性質（非線形項に未知関数の２階微分を含んでいないという性質）と線形Klein-Gordon方程式の解に対する時空間評価であるStricharz評価を利用することによって散乱作用素の完全性を示した． すなわち散乱作用素の存在を定義域と値域が同じ空間で扱うことに成功した．この結果は従来得られていなかった重要な結果である．

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．